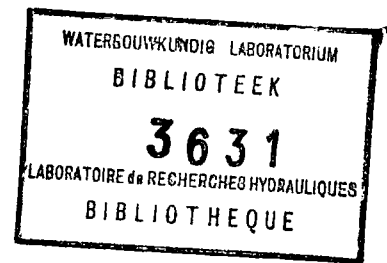


114271



DE HYDRODYNAMISCHE ASPECTEN IN DE
STUDIE VAN DE VERONTREINIGING DER
OPPERVLAKTEWATEREN.

Model 295 - 2

INHOUD

bladz.

Woord vooraf.

Inleiding.

<u>Hoofdstuk 1.</u>	Beschrijving van de factoren die het gehalte opgeloste zuurstof in een waterloop bepalen.	6
1.1.	De oplosbaarheid van zuurstof in water.	6
1.2.	Overzicht van de bijzonderste factoren die het gehalte opgeloste zuurstof in een waterloop bepalen.	8
1.3.	De afbraak van de organische afvalstoffen.	8
1.3.1.	Het biochemisch zuurstofverbruik (B. O. D.)	8
1.3.2.	Het chemisch zuurstofverbruik (C. O. D.)	12
1.3.3.	Wiskundige formulering van de biochemische afbraak van de organische afvalstoffen opgelost in water.	13
1.4.	De natuurlijke of fysische reaëratie.	18
1.5.	Afzetting van suspensiematerialen of sedimentatie en het terug in suspensie brengen.	21
1.6.	Fotosynthese.	23
1.7.	Reaëratie bij plotse bodemverlagingen en stuwen. Reaëratie door de scheepvaart.	24
1.8.	Langse dispersie of turbulente diffusie.	24
1.9.	Samenvattende lijst van de belangrijkste te gebruiken begrippen.	26
<u>Hoofdstuk 2.</u>	Theorie van de langse dispersie of turbulente diffusie.	29
2.1.	Basistheorie van de diffusie.	29
2.2.	De massatransportvergelijking voor langse, convectieve dispersie.	35
2.3.	Betrekkingen tussen de dispersiecoëfficiënt en andere hydraulische parameters.	40
2.4.	Samenvatting.	45

<u>Hoofdstuk 3.</u>	Beschrijving van een ééndimensionaal wiskundig model voor de langse convectieve dispersie van afvalstoffen in een waterloop.	48
3.1.	Het wiskundig model in analytische vorm.	48
3.2.	Het wiskundig model in numerieke vorm.	57
3.3.	Eerste toepassingen bij de studie van de waterverontreiniging in de Westerschelde.	61
3.4.	Slotwoord.	67
	Literatuurlijst.	68

WOORD VOORAF.

In het kader van de werkzaamheden van de Baalhoekcommissie is het Waterbouwkundig Laboratorium van het Bestuur van Bruggen en Wegen belast met de studie van de waterverontreiniging in de Westerschelde. Deze studie is ingeschreven in de registers van het Laboratorium onder het nummer Model 295. Het voorliggend verslag is bedoeld als een inleidend werk voor een probleem dat volledig nieuw is voor het Laboratorium en naar welk verslag kan verwezen worden in de latere verslagen met de beschrijving van de uitgevoerde studies op een wiskundig model voor de waterverontreiniging in de Schelde.

Dit verslag zal drie delen omvatten. In een eerste gedeelte zal een beschrijving worden gegeven van de voornaamste factoren of parameters die de verontreiniging (of daartegenover : de zuiverheidsgraad) van een rivier bepalen of kenmerken. In een tweede gedeelte zal één van deze parameters, te weten de dispersie, meer grondig worden behandeld alsook de samenhang tussen de dispersie en andere, hydraulische, grootheden. In een derde gedeelte zal een beschrijving worden gegeven van het gebruikte wiskundig model voor de studie van de waterverontreiniging in een waterloop alsook de resultaten van de eerste bewerkingen uitgevoerd op het theoretisch model.

De tekst van het verslag heeft het voorwerp uitgemaakt van een spreekbeurt door de verslaggever voorgebracht voor het Belgisch Nationaal Comité voor Geodesie en Geofysica van de Klasse der Wetenschappen van de Koninklijke Academie van België, op donderdag 25 november 1971 te 15 h in de conferentiezaal van het Koninklijk Weerkundig Instituut te Ukkel.

Hierna volgt de inleiding tot de spreekbeurt.

"Mijnheer de Voorzitter, Mijne Heren,
Geachte Vergadering,

De geofysica is op dit ogenblik een alomvattende wetenschap waarbij men te maken heeft met een interpenetratie zonder weerga van allerlei wetenschappelijke en technische disciplines. De voornaamste doeleinden van de geofysica zijn weliswaar de studie van de herkomst of de geschiedenis van de

Aarde en de evolutie van onze planeet in tijd en ruimte, alsook de studie van de gedragingen of vervormingen van het massalichaam Aarde onder invloed van allerlei in- en uitwendige krachten. In het geheel van de aardwetenschappen is evenwel een nieuwe discipline ontstaan die moet nagaan hoe dat wij in de toekomst deze Aarde leefbaar kunnen houden of, anders gezegd, hoe dat wij het menselijk leven en alle ander organisch leven op de Aarde kunnen bestendigen, rekening houdend met de steeds toenemende biochemische en biologische degradatie van ons leefmilieu, hierbij voornamelijk denkend aan de hydrosfeer en de atmosfeer. Zo is men gekomen tot de uitdrukking "studie van het leefmilieu" (*étude de l'environnement*, *environmental sciences*, *Studium für Umweltschutz*) met als hoofddoel het zoeken naar middelen om de steeds toenemende verontreiniging tegen te gaan van het flutdaal omhulsel van de Aarde, te weten de lucht en de oppervlaktewateren.

In een recent werk (referentie 1) wordt door dr. Gordon J. F. MacDonald opgemerkt dat de mens reeds voldoende ver gevorderd is in zijn basiskennis van de Aarde en haar flutdaal omhulsel, zodat het nu reeds mogelijk zou zijn op realistische manier de verandering van ons leefmidden in ogeschouw te nemen voor het welzijn van de gemeenschap. Daartegenover staat het feit dat de mens op dit ogenblik het leefmilieu (de atmosfeer, de oceanen, de vaste aarde zelf) stoort op talrijke niet-geplande wijzen, waarbij deze wijzigingen gewoonlijk onaangename resultaten met zich brengen waarvan de pollutie wel het belangrijkste is. Alvorens te denken aan bijvoorbeeld kunstmatige klimaatwijzigingen, zou men dus beter eerst de onverwachte en ongewenste gevolgen van de storingen van het leefmilieu wegwerken, hetgeen omwille van het min of meer "at random" karakter van die storingen niet zo eenvoudig is.

Wanneer men de Amerikaanse publikaties terzake van de twee laatste jaren inkijkt, wordt men getroffen door de zeer grote belangstelling en zorg van de Amerikaanse geofysici voor de studie van de levenssfeer. Zo staat de eerstvolgende bijeenkomst van de American Geophysical Union van 6 tot 9 december 1971 te San Francisco in het teken van alles wat met de verontreiniging van het leefmilieu te maken heeft, met een symposium in subcommissie. Bekende Amerikaanse geofysici zoals G. J. F. MacDonald en S. F. Singer zijn nu ook rechtstreeks betrokken bij de studie van het leefmilieu.

Op het gebied van de studie der waterverontreiniging werd in Europa pionierswerk geleverd in Engeland en in Nederland. Duitsland en Frankrijk zijn tegenwoordig eveneens gelijkaardige onderwerpen aan het bestuderen. In eigen land hebben wij voornamelijk de studies uitgaande van Cebedeau en van de Universiteit te Luik (onder leiding van Professor dr. ir. J. C. J. Nihoul). Vermelden wij ook de studies uitgaande van de Université Libre de Bruxelles onder leiding van de heer R. Wollast, die vooral betrekking hebben op de Zenne en de Rupel. In de vorige lente werd het Waterbouwkundig Laboratorium van het Ministerie van Openbare Werken belast met studies en navorsingen aangaande de waterverontreiniging in onze rivieren met eveneens een verzoek om medewerking terzake vanwege de Interministeriële Commissie voor het Water.

In de hiernavolgende uiteenzetting beperken wij ons tot het probleem van de waterverontreiniging in rivieren (en beschouwen we dus geenszins het mariene milieu in zijn geheel). Wij zullen nagaan welke factoren of parameters de verontreiniging of de zuiverheid van een waterloop bepalen en hoe wij in functie van de vermelde parameters, de wiskundig-hydrodynamische studie van dit gedeelte van ons leefmilieu kunnen doorvoeren. "

*
* *
*

Na de spreekbeurt uitte Professor dr. J. Van Mieghem, voorheen Directeur van het Koninklijk Weerkundig Instituut van België, de opmerking dat de studie van de verontreiniging van het leefmilieu op globale wijze zou moeten doorgevoerd worden omwille van de meer ingewikkelde wisselwerking tussen de atmosfeer en de hydrosfeer. Deze wisselwerking slaat bijvoorbeeld niet enkel op de luchtzuurstof die uit de atmosfeer kan worden opgenomen door het milieu "water", er kunnen ook andere bestanddelen worden uitgewisseld tussen enerzijds het mariene milieu en anderzijds de lucht waardoor belangrijke lokale verontreinigingen of vergiftigingen kunnen ontstaan van het waterig midden. De globale effecten van de milieuverontreiniging (met de wisselwerking tussen hydrosfeer en atmosfeer) worden door S. F. Singer behandeld in een recente bijdrage (referentie 2).

DE HYDRODYNAMISCHE ASPECTEN IN DE STUDIE VAN DE VERONTREINIGING DER OPPERVLAKTEWATEREN.

INLEIDING.

Algemeen wordt vastgesteld dat nijverheden, die uitheemse grondstoffen verwerken, zich bij voorkeur gaan vestigen rondom en langs de toegangswegen tot de grote havens. De haven is immers de normale aanvoerplaats voor de grondprodukten en de inplanting in en rond het havengebied van nijverheden die deze produkten verwerken, is dan ook - uit economisch oogpunt gezien - gemakkelijk te verklaren.

Meestal komt daar nog bij, dat dergelijke industrieën reusachtige hoeveelheden water in hun produktieproces verwerken, wat eveneens een factor is die de keuze van havengebied of zeearm of rivier als inplantingsplaats van een nijverheid in positieve zin beïnvloedt.

Een en ander brengt evenwel mee dat, - tenzij bijzondere voorzorgen genomen worden, - voortdurend enorme hoeveelheden afvalstoffen in het estuarium of de stroom terecht komen, zodat uiteindelijk een hoge graad van verontreiniging van het water kan waargenomen worden. Het is nu inderdaad wel zo, dat vooral bij stromend water een sterk zelfreinigend vermogen aanwezig is tengevolge van allerhande biologische en biochemische processen; het is evenwel evengoed bekend dat dit zelfreinigend vermogen praktisch teniet kan worden gedaan wanneer de concentratie der verontreinigende stoffen te groot wordt. In grote mate dankt een zeearm of stroom zijn zelfreinigend vermogen aan het feit dat de afvalstoffen er tamelijk snel verdund geraken. Dit is niet alleen het gevolg van de toevoer van bovenwater, maar bij een tijrivier ook, en in vele gevallen in grote mate, van het spel van eb en vloed in het estuarium. Door de grillige ligging van geulen, banken en platen, het optreden van dichtheidsgradiënten, de inwerking van de wind en door allerlei andere factoren worden in het estuarium watermassa's, van verschillende plaatsen afkomstig, onderling gemengd. Dit mengmechanisme wordt in de technische literatuur als dispersie of turbulente diffusie beschreven, waarbij als maatgevende grootte de dispersiecoëfficiënt wordt aangegeven.

Het is vanzelfsprekend dat bij het bepalen van de verontreinigende belasting van een waterloop niet enkel moet gerekend worden met de lozing van afvalprodukten of afvalwaters afkomstig van de nijverheden. De afvalwaterlozingen afkomstig van vooral de dichte bevolkingsagglomeraties hebben een aanzienlijk aandeel in de globale verontreiniging van een rivier.

*
* *
*

Naast de indeling tussen industriële en huishoudelijke afvalwaters is er nog een ander voornaam onderscheid te maken tussen twee belangrijke vormen van verontreiniging der rivierwateren : de "conservatieve" en de "niet-conservatieve" verontreiniging.

- a) De studie van de eerste vorm van verontreiniging, de "conservatieve" verontreiniging, heeft voornamelijk betrekking met verscheidene studies van hydraulische aard die men zou kunnen uitvoeren op waterlopen; het gaat hier over verontreinigingen die niet-degradeerbaar of niet-afbreekbaar zijn in de tijd, zoals deze afkomstig van opgeloste zouten (chloriden, calciumzouten, chroomzouten, minerale stoffen in suspensie).

- b) De studie van de tweede soort verontreiniging, de "niet-conservatieve" verontreiniging, is vooreerst deze van de organische verontreiniging; deze pollutie kan verdwijnen door een zelfreinigend vermogen te wijten aan biologische werkingen van talrijke vormen van aërobe en anaërobe micro-organismen, algen, enz.. Zij houdt verband met de kennis en de metingen van criteria zoals het biochemisch zuurstofverbruik van de geloosde verontreiniging, met de fysische reaëratie (wederverluchting), de fotosynthese, de invloed van slijk- of slibafzettingen, de verluchting van dit bodemslib, de temperatuur van het water, enz. (Aërobe werking betekent : in aanwezigheid van zuurstof; anaërobe werking betekent : bij afwezigheid van zuurstof).

Al deze vermelde factoren hebben een directe invloed op het gehalte opgeloste zuurstof. Dit zuurstofgehalte bepaalt het bestaan of het niet-bestaan van macroscopisch leven in de waterlopen, in het bijzonder van vissen. Daarenboven brengt de afwezigheid van opgeloste zuurstof de anaërobe ontbinding mee van organische stoffen aanwezig in de waterloop en, bijgevolg, de vorming van kwalijkriekende of toxische gassen.

Om de toestand van een waterloop te kenmerken, beperkt men zich gewoonlijk tot één enkele parameter, het gehalte aan opgeloste zuurstof. Hiervan kunnen wij dan de evolutie nagaan in functie van andere parameters die mede de algehele toestand van de rivier bepalen.

Zo kan men spreken van de studie van de D.O. - profielen ("dissolved oxygen") en desnoods van andere profielen (zie verder) in functie van allerlei parameters of toestandsveranderlijken of toestandsgrootheden.

Het is duidelijk dat een andere groep van "niet-conservatieve" verontreinigingen gegeven wordt door de radioactieve afvalstoffen. Hierop zullen wij evenwel niet verder ingaan.

*

* *

De beschrijving en de studie van de vooruitzichten van de toestand van een rivier in functie van de daarin gestorte of geloosde afvalstoffen of van de pollutie, vormen complexe problemen. Het bijvoeglijk naamwoord "complex" moet hier beschouwd worden in de twee zinwendungen, vooreerst wat betreft het ingewikkeld zijn of de moeilijke aard van de gestelde problemen en ten tweede wat betreft het onderling verbonden zijn van verscheidene factoren of parameters en hun wisselwerking volgens betrekkingen die alle nog niet zo heel duidelijk voorkomen.

Talrijke onderzoekers werden er dan ook toe gebracht wiskundige modellen op te stellen om de toestand in kwestie van een rivier met alle mogelijke soepelheid te beschrijven. Het hoeft geen betoog dat de theoretische bewerkingen op een wiskundig model noodzakelijkerwijze moeten geleid en aangevuld worden door metingen in de natuur, op de eerste plaats om een

kritiek te kunnen leveren op de voorgestelde hypothesen in de theorie, doch vooral om de noodzakelijke rand- en aanvangsvoorwaarden te kunnen bezorgen voor de behandeling van het wiskundig model:

Voor de studie van de verontreiniging der rivieren kan men twee soorten wiskundige modellen onderscheiden (zie ook referentie 3).

a) Statistische modellen.

De opstelling van statistische modellen berust op de meting gedurende een tamelijk lange tijd (2 of 3 jaarlijkse cyclussen zijn wenselijk) van de voornaamste parameters betreffende het riviervak dat men wil bestuderen. Men stelt vervolgens de regressiebetrekkingen op voor de meervoudige correlaties die de verschillende beschouwde parameters onderling kunnen verbinden. Zo hebben voorbeelden aangetoond dat men het zuurstofprofiel of het zuurstofverloop van een riviervak kan voorzien met een nauwkeurigheid van de orde van grootte van ongeveer 30% in functie van een voorafgaande kennis van het debiet, de temperatuur, het bedoelde tijdstip en het oorspronkelijk gehalte opgeloste zuurstof.

De opstelling van dergelijke modellen is betrekkelijk eenvoudig; ze laten toe met een goede nauwkeurigheid de toestand van een waterloop te volgen, doch ze laten niet toe de invloed op de waterloop te voorzien van een aanzienlijke wijziging van het lozen of het ontnemen van verontreinigende stoffen die zich voordoet opwaarts van, of zelfs in het beschouwde vak van de waterloop.

Gedurende de laatste jaren werden voor Amerikaanse rivieren reeds stochastische modellen opgebouwd bij de studie van de waterverontreiniging. Ook heeft men reeds zijn toevlucht genomen tot Monte Carlo-berekeningen voor de opstelling van zuurstofprofielen (referentie 4).

b) Analytische modellen.

Deze modellen berusten op de analyse van alle biologische, fysische, chemische en hydraulische mechanismen of verschijnselen die zich voordoen in een waterloop.

Zelfs indien de opstelling van zulke analytische modellen veel meer complex schijnt, bieden zij toch het voordeel dat - wanneer ze eens en voor altijd afgewerkt zijn of, laat ons zeggen, geijkt - ze toelaten de invloed te voorzien van elke wijziging van het hydraulisch regime van de rivier (b. v. voor de Schelde : de afsnijding van de Bocht van Bath) of van wijzigingen in de verontreinigingsgraad (b. v. het ontstaan van nieuwe lozingspunten, de bouw van een zuiveringsstation).

Wij houden het hier bij de bespreking van zulk een analytisch model waarop we zuiver numerieke bewerkingen zullen uitvoeren (zie hoofdstuk 3).

*

*

*

De voorliggende tekst doet beroep op aanknopingspunten in allerlei disciplines, zoals de scheikunde en de metaalkunde, de hydraulica, de wiskundige natuurkunde, met een uitloper in de numerieke wiskunde.

HOOFDSTUK 1.

BESCHRIJVING VAN DE FACTOREN DIE HET GEHALTE OPGELOSTE ZUURSTOF IN EEN WATERLOOP BEPALEN.

1.1. De oplosbaarheid van zuurstof in water.

Alvorens de beschrijving van de bedoelde factoren of parameters aan te vangen, behoort het iets te melden omtrent de oplosbaarheid van zuurstof in water zelf als dusdanig.

De evenwichtsconcentratie van zuurstof in water is afhankelijk van de zuurstofdruk boven de oplossing, van de temperatuur van het water en van de aard en de concentratie van de hierin opgeloste stoffen (zie referentie 5).

Aangaande de invloed van de druk vooreerst, geldt hier de wet van Henry-Dalton aangaande de partiële drukken : in zuiver water en bij een bepaalde temperatuur is de zuurstofconcentratie rechtstreeks evenredig met de zuurstofdruk in de gasfase boven de oplossing. Voor het overige kan men samenvattend uitdrukken dat de oplosbaarheid van zuurstof in water afneemt bij stijgende temperatuur en dat ze ook afneemt met een stijgend percentage aan opgeloste stoffen (b. v. zouten) in het water. Zuurstof is slechts in geringe mate in water oplosbaar, dit geldt voor de meeste gassen met uitzondering van deze die scheikundige verbindingen gaan vormen met het water of die zich sterk in ionen dissociëren (zoals SO_2 , CO_2 , H_2S , NH_3 , die sterk oplosbaar zijn in water; zie referentie 6).

Om een orde van grootte te geven van de oplosbaarheid van zuurstof in zuiver water en in zeewater (gekenmerkt door b. v. een aangegeven chloridegehalte), verwijzen wij naar de volgende tabel.

Temp. (°C)	chlorideconcentratie in water (mg/ℓ)				
	0	5	10	15	20
	gehalte opgeloste zuurstof (mg/ℓ)				
0	14,62	13,79	12,97	12,14	11,32
5	12,80	12,09	11,39	10,70	10,01
10	11,33	10,73	10,13	9,55	8,98
15	10,15	9,65	9,14	8,63	8,14
20	9,17	8,73	8,30	7,86	7,42
25	8,38	7,96	7,56	7,15	6,74
30	7,63	7,25	6,86	6,49	6,13

De aangeduide getallen geven de oplosbaarheid van zuurstof in water in evenwicht met aan waterdamp verzadigde lucht bij een totaal druk van 760 mm kwik (droge lucht wordt verondersteld 20,90 % zuurstof te bevatten).

De bovenstaande tabel geeft ook weer, hetgeen genoemd wordt de zuurstofverzadigingswaarde. Dit wil dus zeggen, de hoeveelheid zuurstof - uitgedrukt in mg/ℓ - die in water in contact met lucht bij een bepaalde temperatuur en bij een barometrische druk van 760 mm kwik tot oplossing komt.

Het zuurstofverzadigingspercentage is dan de verhouding van het ter plaatse gemeten zuurstofgehalte en de bij de gemeten temperatuur behorende verzadigingswaarde uitgedrukt in mg/ℓ (zie referentie 7).

1.2. Overzicht van de bijzonderste factoren die het gehalte opgeloste zuurstof in een waterloop bepalen.

Deze bijzonderste factoren of parameters zijn de volgende.

1. De afbraak van de organische afvalstoffen.
Deze afbraak wordt gekenmerkt door een biochemisch zuurstofverbruik B.O.D. en een chemisch zuurstofverbruik C.O.D.
2. De fysische reëratie of wederverluchting.
3. De afzetting of sedimentatie van materialen in suspensie.
Het terug in suspensie brengen van de bedoelde materialen.
De verluchting van slibafzettingen.
4. De fotosynthese.
5. Diverse hydraulische factoren : een val in de bedding, de scheepvaart.
6. De langse dispersie.

Hierna volgt de behandeling van deze verscheidene elementen.

1.3. De afbraak van de organische afvalstoffen.

1.3.1. Het biochemisch zuurstofverbruik (B.O.D.).

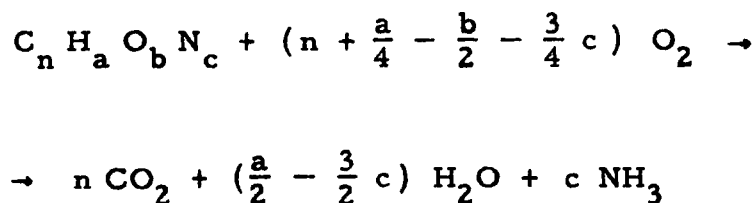
De vertalingen van het "biochemisch zuurstofverbruik" zijn :

- in het Engels : biochemical oxygen demand (B.O.D.),
in het Duits : Biochemischer Sauerstoff Bedarf (B.S.B.),
in het Frans : demande biochimique d'oxygène (D.B.O.).

We volgen hier bondig de uiteenzetting van ir. D. Wilms (zie referentie 5).

Als bepaling van het biochemisch zuurstofverbruik geldt het volgende. De B.O.D. is de hoeveelheid zuurstof die door micro-organismen wordt verbruikt om de in het water aanwezige organische stoffen bij 20° C te mineraliseren (dit wil zeggen, te verbranden).

Vermits elke organische verbinding een welbepaalde hoeveelheid zuurstof nodig heeft voor de overgang naar CO₂, H₂O en NH₃, volgens het schema :



is de B.O.D. -waarde een maatstaf zowel voor

- de hoeveelheid organische stof, als voor
- de hoeveelheid zuurstof vereist voor de biochemische afbraak van die organische stof.

Principieel gebeurt het bepalen van het biochemisch zuurstofverbruik uitgaande van twee proefstalen. Van het eerste monster wordt het gehalte opgeloste zuurstof terstond gemeten. Het tweede monster bewaart men afgesloten van lucht en licht bij 20° C, meestal gedurende vijf dagen, dan meet men hiervan eveneens het gehalte opgeloste zuurstof. Het verschil in zuurstofgehalte tussen beide monsters is dan de B.O.D. -waarde (in mg O₂/liter). Men spreekt ook van de B.O.D. ₅ -waarde.

Vermits vooral bij geconcentreerde afvalwaters de zuurstofvoorraad van het proefstaal ontoereikend is om in de zuurstofbehoefte tijdens de incubatie te voorzien, zal men meestal voor het begin der proef het te onderzoeken afvalwater aanlengen met een hoeveelheid zuurstofrijk verdunningswater, zodanig dat het monster bij het einde van de incubatie nog minstens 2 tot 2,5 mg/l vrije zuurstof bevat.

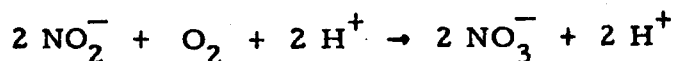
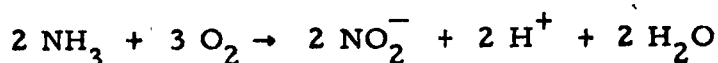
Benevens een biochemisch zuurstofverbruik kan zich bij een afvalwater ook een zuiver chemisch zuurstofverbruik voordoen, wanneer het afvalwater gemakkelijk oxydeerbare anorganische verbindingen bevat (bijvoorbeeld ijzer (II) - zouten, sulfiden en sulfieten). Doordat de oxydatie

van dergelijke stoffen vrij vlug verloopt, kan hun invloed op de B. O. D. - meting worden uitgeschakeld door de met zuurstof aangerijkte proefstalen, vóór het begin der analyse, een korte tijd te laten staan.

De biochemische afbraak van het organisch materiaal verloopt in twee stadia (zie figuur 1 in bijlage 1).

In de eerste fase, ook nog koolstoftrap genoemd, worden de koolstofverbindingen geoxydeerd; bij 20° C kan deze fase ongeveer 20 dagen duren.

In de tweede fase, de zogenoemde stikstoftrap of nitrificatietrap, vindt, benevens de oxydatie van de nog resterende koolstofverbindingen, omzetting plaats van ammonium-verbindingen in nitriet en nitraat, door tussenkomst van de nitriet- respectievelijk nitraatvormende bacteriën volgens de schema's :

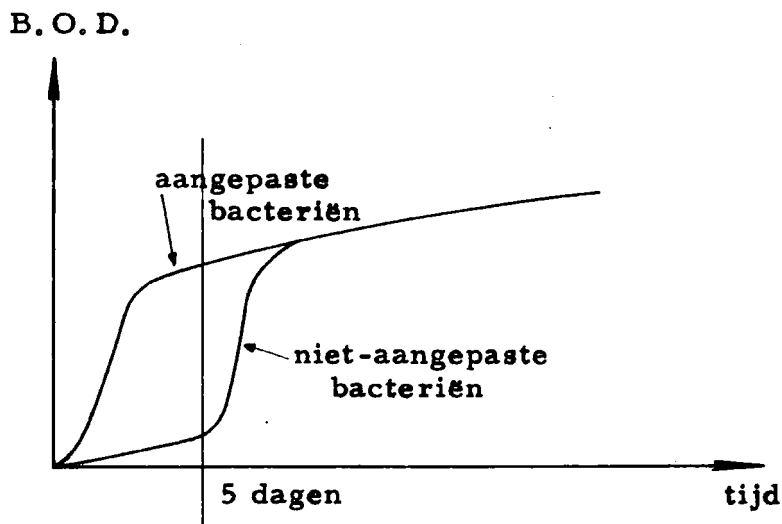


Deze bacteriën komen pas goed tot ontwikkeling wanneer de koolstofverbindingen grotendeels zijn geoxydeerd; bij 20° C begint de nitrificatie eerst na 8 tot 10 dagen en duurt zeer lang. Naarmate de temperatuur hoger is, verloopt het afbraakproces sneller. Figuur 1 in bijlage 1 geeft, volgens Thériault, het verloop van de afbraak der verontreinigingen in vers ongeklaard afvalwater bij 9, 20 en 30° C.

Voor de koolstoftrap, welke voor de praktijk hoofdzakelijk van belang is, en waarvoor het verloop bij diverse temperaturen in figuur 2 van bijlage 1 is weergegeven, geldt de regel dat in elke tijdspanne een hoeveelheid organische stof wordt afgebroken evenredig met een bepaald procent van de nog resterende verontreiniging. Bij een temperatuur van 20° C bijvoorbeeld is dit breukdeel 20,6 % voor elke tijdspanne van 24 h (zie ook referentie 8).

Om praktische redenen heeft men voor de bepaling van de B.O.D. - waarde als temperatuur 20°C en als periode 5 dagen gekozen. Deze waarde stemt overeen met 68,4 % van de volledige afbraak in 20 dagen; omgekeerd is de B.O.D. overeenkomstig een volledige afbraak volgens de koolstoftrap $1,46 \times \text{B.O.D.}_5$. Op grond van de vermelde wetmatigheid betreffende de snelheid van de afbraak der organische koolstofverbindingen - bij huishoudelijk afvalwater althans - kan, indien nodig, de B.O.D.₅-waarde berekend worden uit metingen welke zouden gebeurd zijn bij andere temperaturen of over andere tijdsduren. Fair heeft hiertoe een tabel met omrekeningsfactoren opgesteld. Het hoeft geen betoog dat de aldus berekende B.O.D.₅-waarden slechts de betekenis hebben van een richtwaarde.

Bij het onderzoek van industrieel afvalwater vindt men vaak een sterk afwijkend verloop van het biochemisch zuurstofverbruik in functie van de tijd volgens de schets :



De industriële afvalstoffen vormen vaak een voor de micro-organismen vreemd voedsel-pakket; voor een optimale afbraak moeten de micro-organismen zich eerst aan deze stoffen hebben aangepast. In een dergelijk geval zal men een B.O.D.₅-waarde meten welke aanzienlijk lager is dan bij incubatie met aangepaste micro-organismen.

Het biochemisch zuurstofverbruik is, benevens van de temperatuur en van de incubatieduur, nog afhankelijk van de aard en het aantal in het water aanwezige micro-organismen, de afbreekbaarheid van de organische stof, het voorhanden zijn van voedingszouten voor de micro-organismen, het al

dan niet toetreden van licht, de aanwezigheid van stoffen die voor de biologische processen remmend of giftig zijn.

De uitvoering van een B. O. D. -bepaling is beschreven in de Belgische norm NBN-407 (1956).

De B. O. D. -meting geeft een goede basis voor de berekening van de benodigde zuurstoftoevoer in oxydatief-biologische zuiveringsinstallaties. Verder is de B. O. D. -waarde een maatstaf voor de belasting van een oppervlaktewater waarop het onderzochte afvalwater zou worden geloosd. Tenslotte is de B. O. D. -waarde eigenlijk geen kwantitatieve maat voor het totaal gehalte organische stoffen in het onderzochte water, maar geeft zij bruikbare aanwijzingen nopens de snelheid waarmee het degradeerbare gedeelte wordt afgebroken.

De B. O. D. -bepaling bezit nochtans belangrijke nadelen :

het resultaat is eerst na betrekkelijk lange tijd bekend; de meting dient zo vlug mogelijk na de bemonstering te worden ingezet en wordt bemoeilijkt door de keuze van de benodigde verdunning indien men geheel in het onzekere verkeert over de te verwachten B. O. D. -waarde. De uitkomsten zijn afhankelijk van soort, aantal en activiteit van de micro-organismen bij inzet van de bepaling. De aanwezigheid van toxische stoffen leidt tot te lage B. O. D. -waarden. Tenslotte zijn de resultaten weinig reproduceerbaar : voor huishoudelijk afvalwater vindt men afwijkingen van de orde van 10 tot 15 %; voor industriële afvalwaters kunnen deze afwijkingen merkkelijk groter zijn.

We bespreken hierna even het chemisch zuurstofverbruik.

1.3.2. Het chemisch zuurstofverbruik (C. O. D.).

Het te onderzoeken water wordt gedurende een welbepaalde tijd bij een welbepaalde temperatuur behandeld met een welbepaald oxydatiemiddel (b.v. $K_2 Cr_2 O_7$ of $K Mn O_4$).

De hoeveelheid oxydatiemiddel die hierbij gereduceerd wordt, is afhankelijk van :

- de hoeveelheid oxydeerbare anorganische bestanddelen (ijzer (II) - zouten, sulfieten, enz.),

- de hoeveelheid organische stof, in de mate dat deze onder de beschouwde proefvoorwaarden chemisch kan worden geoxydeerd.

De volgens de verschillende methoden bekomen resultaten zijn onderling niet vergelijkbaar om reden van het verschil in gebruikt oxydatiemiddel en in reactievoorwaarden.

Afhankelijk van het oxydatievermogen van het gebruikte reagens worden de organische stoffen min of meer volledig geoxydeerd; hierbij wordt echter in het geheel geen onderscheid gemaakt tussen biochemisch degradeerbare en niet-degradeerbare stoffen. Het chemisch zuurstofverbruik zal groter zijn dan het biochemisch zuurstofverbruik, indien de hoeveelheid afvalstoffen, welke weerstaan aan een biochemische oxydatie, groter is dan de hoeveelheid afvalstoffen die weerstandbiedend zijn tegen een chemische oxydatie. Voor de meeste afvalwaters zal het zuurstofverbruik, bepaald met $K Mn O_4$, kleiner zijn dan de B. O. D. -waarde en deze laatste kleiner dan het zuurstofverbruik gemeten met $K_2 Cr_2 O_7$.

De voornaamste voordelen van een bepaling van het chemisch zuurstofverbruik zijn : de meting verloopt vlug, ze is vrij eenvoudig en reproduceerbaar. De analyse dient niet noodzakelijk terstond te worden uitgevoerd, daar de monsters desgewenst kunnen worden bewaard na toevoeging van een conserveringsmiddel. Het meetresultaat wordt niet beïnvloed door de aanwezigheid van toxische stoffen.

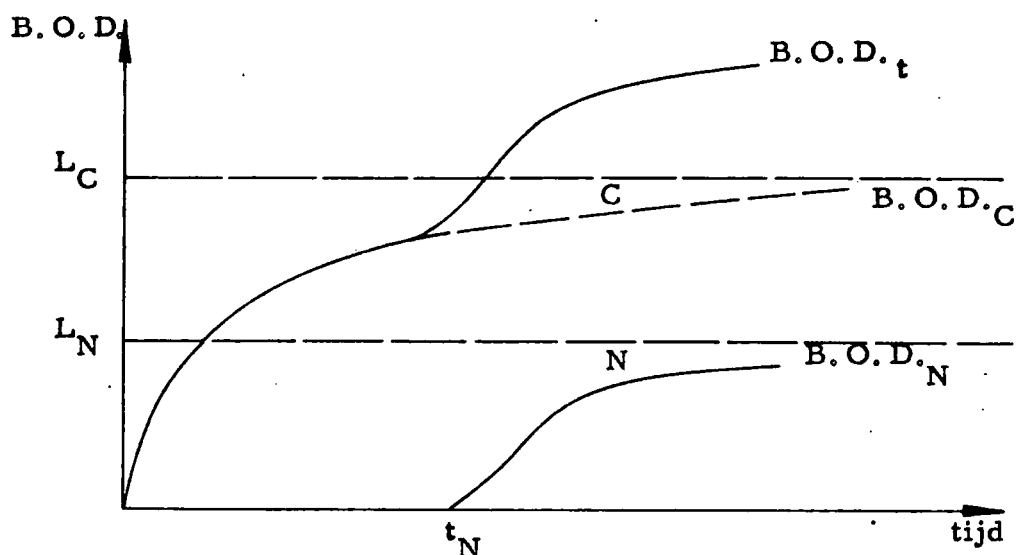
In al hetgeen volgt, houden wij het bij de studie van het biochemisch zuurstofverbruik (B. O. D.).

1.3.3. Wiskundige formulering van de biochemische afbraak van de organische afvalstoffen opgelost in water.

Zoals in paragraaf 1.3.1. vermeld, is de B. O. D. ₅ dus een conventioneel middel dat toelaat de pollutiegraad te kenmerken : ze wordt bepaald door het zuurstofverbruik van een bepaald watermonster bij afwezigheid van licht en bij 20° C en dit gedurende 5 dagen.

Een probleem dat zich wel stelt is dit van het werkelijk zuurstofverbruik van een zelfde monster, in zijn natuurlijk midden : verschillende temperatuur, verschillende incubatie, menging met andere afvalstoffen in het verloop van de tijd.

In het laboratorium is het verloop van het biochemisch zuurstofverbruik te schematiseren als volgt, in functie van de tijd :



We nemen dus aan dat deze totale kromme $B.O.D. t$ de som voorstelt van twee elementaire krommen.

We weten dat de tweede trap kan worden ingezet na 1 tot 20 dagen, afhankelijk van de bacteriënpopulatie nodig voor het inzetten van het nitrificatieproces.

Deze spreiding in de tijd is ook nog afhankelijk van

- de pollutiegraad of de vordering van de afbraak der beschouwde afvalstoffen (bepaald door, onder andere, het type van opwaarts zuiveringsstation);
- de verhouding tussen de koolstofhoudende en stikstofhoudende afvalstoffen die nog moeten afgebroken worden (hier speelt eveneens de afstand ten opzichte van het lozingspunt een rol, ook de toevoeging van nieuwe koolstofhoudende afvalprodukten);
- de temperatuur;
- de menging met andere bacteriënpopulaties.

De vorm van de getoonde krommen laat toe voor de koolstoftrap de volgende betrekking neer te schrijven :

$$\frac{dD_t}{dt} = \frac{d(L_C - L_t)}{dt} = - \frac{dL_t}{dt} = K_{1C} L_t \quad (1.01)$$

Hierin betekenen :

D_t : de verbruikte hoeveelheid zuurstof na een tijd t ,

t : de tijd in dagen of seconden,

L_t : de resterende limietwaarde voor de B. O. D. C na een tijd t ,

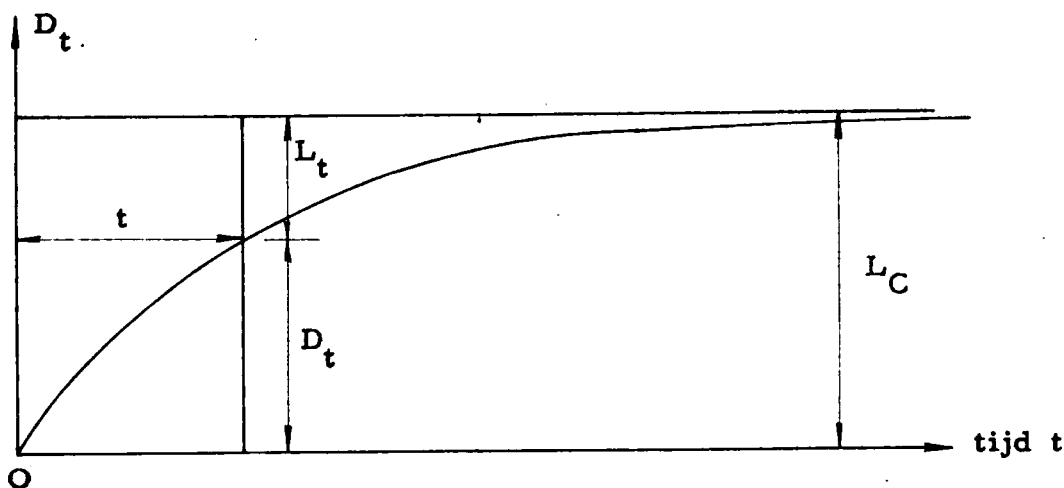
$L_C = L_t + D_t$: de oorspronkelijke limietwaarde voor de B. O. D. C of de zuurstofbehoefte B. O. D. C op oneindig lange termijn,

K_{1C} : de coëfficiënt voor het zuurstofverbruik te wijten aan de B. O. D. C , uitgedrukt in dagen⁻¹ of seconden⁻¹ (stel $\tau_C = 1/K_{1C}$, zie verder).

Dit leidt tot de klassieke vergelijking :

$$L_t = L_C \cdot e^{-K_{1C} \cdot t} \quad (1.02)$$

$$\text{en} \quad D_t = L_C \cdot (1 - e^{-K_{1C} \cdot t}) \quad (1.03)$$



Voor de stikstoftrap kan men schrijven :

$$\frac{dD_t}{dt} = K_{1N} \cdot L_t \quad (1.04)$$

$$\text{of } D_t = L_N \cdot [1 - e^{-K_{1N}(t - t_N)}] \quad (1.05)$$

- waarin L_N : de oorspronkelijke limietwaarde van de B.O.D._N of de zuurstofbehoefte B.O.D._N op oneindig lange termijn,
- t_N : de tijd waarna de B.O.D._N tussenbeide komt (in dagen of seconden),
- t : de tijd in dagen of seconden ($t > t_N$, zoniet $D_t < 0$),
- K_{1N} : coëfficiënt van desoxygenatie te wijten aan de B.O.D._N, uitgedrukt in dagen⁻¹ of seconden⁻¹ (stel $\tau_N = 1/K_{1N}$, zie verder).

Indien men nu in acht neemt hetgeen zich werkelijk voordoet in een waterloop, bemerkt men dat de pollutie veel vlugger verdwijnt dan voorzien en dit onafhankelijk van de problemen van afzetting waarover verder nog moet gehandeld worden. Daarenboven blijkt de kinetische coëfficiënt K_{1C} , die men als dusdanig kan meten bij het lozingspunt van de afvalstoffen, wel kleinere waarden aan te nemen meer afwaarts in de rivier. Dit legt uit dat voor K_{1C} in de literatuur waarden worden gevonden gaande van 0,02 tot 0,70 dagen⁻¹ of van 4.320.000 tot 123.400 seconden bij τ_C , dit is een enorme spreiding in vergelijking met de waarden die in het algemeen in laboratoria worden gevonden voor de gewone afvalwaterlozingen.

Voor K_{1N} is de waaier meer beperkt (0,07 tot 0,14 dagen⁻¹ of $\tau_N = 1.234.000$ tot 617.000 seconden), men kan evenwel opmerken dat de auteurs die een onderscheid maken tussen B.O.D._C en B.O.D._N minder talrijk zijn.

De uitleg die normaal gegeven wordt voor de hiervoor vermelde divergentie berust op het bestaan in de waterloop van de langse dispersie, waarover we achteraf nog moeten handelen (zie referentie 3).

Wij ook zullen in ons wiskundig model geen onderscheid maken tussen de $B.O.D._C$ en de $B.O.D._N$ en wij zullen dus voor het geheel van de $B.O.D._{C+N}$ een exponentieel verloop aannemen dat wij zullen kenmerken door een kinetische factor of snelheidsconstante K_1 of door het omgekeerde hiervan, de tijdsconstante τ .

Deze tijdsconstante τ , ook nog nepereringstijd genoemd, is de tijd nodig om de stof zover af te breken, dat nog het $1/e$ -de deel of afgerond 37 % van de afvalstof overblijft. Wij hebben in onze eerste inleidende berekeningen als nepereringstijd aangenomen 890.000 seconden of ongeveer 10 dagen, voortgaande op het werk van dr. ir. H. J. Eggink en van ir. G. C. van Dam aangaande hun studies voor de Eems en de Westerschelde (referenties 7 en 9); deze nepereringstijd stemt overeen met een waarde $K_1 = 0,097 \text{ dagen}^{-1}$.

Voor een rivier als de Schelde mag men voor de biodegradatieconstante K_1 aannemen (zie ook "Le Livre de l'Eau", referentie 10) :

$$K_1 = 0,10 \dots \dots \dots 0,15 \text{ dagen}^{-1}.$$

Hieraan corresponderen nepereringstijden :

$$(K_1)^{-1} = 10 \dots \dots \dots 6,67 \text{ dagen}$$

of $\tau = 864.000 \dots \dots \dots 576.300 \text{ seconden.}$

Als besluit mag men zeggen dat de kinetische factor K_1 vooral bepaald wordt door de verontreinigingsgraad en door de aard van de verontreiniging in het ontvangend milieu, en dat K_1 ook functie is van de temperatuur volgens een Arrhenius-factor zoals deze voorkomt in de studie van de kineticiteit van de scheikundige reacties.

1.4. De natuurlijke of fysische reaëratie.

Bij het bestuderen van natuurlijke processen zijn wij iedere keer verrast hoe de natuur een antwoord heeft op schaden, die de mens aan het natuurlijk milieu toebrengt. Wordt door zuurstofverbruik in het water een onderverzadiging teweeggebracht, dan gaat een fysisch proces, dat van de reaëratie of de wederverluchting inzetten, en lost zuurstof uit de lucht in het water op. Daarbij geldt dat de snelheid van zuurstoftoevoer recht evenredig is met de mate van onderverzadiging (het zuurstofdeficit of zuurstoftekort $G_v - G$).

De snelheid van zuurstofverbruik en van reaëratie bepalen de mate waarin de rivier tot zelfreiniging in staat is. Zelfreiniging is het vermogen van het water onder aërobe omstandigheden door biologische activiteit afvalstoffen te verwerken en de bij deze processen verbruikte zuurstof door absorptie uit de lucht weer aan te vullen.

In bovenvermelde formulering is het begrip reaëratie vereenvoudigd voorgesteld. Bij zuurstofopneming heeft men namelijk duidelijk met twee factoren te maken, te weten zuurstofopneming aan het vloeistofoppervlak (absorptie) en transport van de opgeloste zuurstof naar diepere waterlagen. De laatste factor is ook aan te geven met turbulente diffusie - of kortweg dispersie - voor de zuurstof. Is de oppervlaktelaag verzadigd, dan kan geen zuurstof worden opgenomen, ondanks onderverzadiging in de diepere lagen. Het komt er eigenlijk op neer, dat de turbulente diffusie de bepalende factor is voor de snelheid van zuurstofopneming.

De directe meting van de fysische reaëratie van een waterloop is eigenlijk enkel mogelijk in het geval van een niet of zeer weinig verontreinigde rivier en waarvan het gehalte opgeloste zuurstof kunstmatig is kunnen verlaagd worden (b. v. afwaarts van een belangrijke waterkering).

In dit geval kan men een coëfficiënt K_2 bepalen uit de volgende betrekking, die aangeeft dat de snelheid van zuurstoftoevoer recht evenredig is met de mate van onderverzadiging :

$$\frac{dG}{dt} = K_2 (G_v - G)$$

waarin G de concentratie aan opgeloste zuurstof beduidt op het beschouwde tijdstip t , en waarin G_v de concentratie van de opgeloste zuurstof bij verzadiging beduidt bij de temperatuur van de waterloop op het ogenblik van de meting.

Het bepalen van de reäeratiecoëfficiënt K_2 is zeer moeilijk. Iedere ingreep op het milieu van de rivier betekent een verandering van de snelheid van zuurstofopneming.

Theoretische studies van b. v. O' Connor en Dobbins en metingen, hebben verscheidene auteurs er toe geleid de parameter K_2 te schrijven onder de vorm (referentie 3) :

$$K_2 \text{ (dagen}^{-1}\text{)} = k \cdot \frac{U^a}{H^b}$$

U betekent de gemiddelde stroomsnelheid van het water en H de gemiddelde diepte.

In het algemeen worden drie zulke formules gebruikt in de bepaling van K_2 , U uitgedrukt zijnde in km/dag en H in m.

$$K_2 = 0,066 \cdot U^{0,969} \cdot H^{-1,673} \quad \text{(Churchill)}$$

$$K_2 = 0,268 \cdot U^{0,67} \cdot H^{-1,85} \quad \text{(Owens I)}$$

$$K_2 = 0,268 \cdot U^{0,73} \cdot H^{-1,75} \quad \text{(Owens II)}$$

De formule (Owens I) wordt toegepast bij waarden van U tussen 25 km/dag (0,29 m/s) en 130 km/dag (1,50 m/s), de formule (Owens II) bij U -waarden tussen 2,5 km/dag (0,03 m/s) en 43 km/dag (0,50 m/s) en bij diepten kleiner dan 0,75 m.

Correlatieberekeningen uitgevoerd op gepubliceerde metingen van Churchill en Owens hebben aangetoond dat de formule (Owens I) de best passende formule is.

De reaaratieconstante K_2 verandert sterk met de hydraulische karakteristieken van de waterloop (diepten, snelheden) zoals in de hiervoor getoonde formules ook wordt uitgedrukt. De kinetische constante K_2 verandert ook met de aard van de stroming : schietende of stromende toestand, hogere of lagere bewegingstoestand, bovenkritische of onderkritische stroming. De windkracht heeft eveneens een invloed op de waarden die K_2 kan aannemen (zie het studieverlag over de waterverontreiniging in de Thames, referentie 11).

Voor een rivier als de Schelde zou men als waarden voor K_2 kunnen aannemen (zie "Le Livre de l'Eau", referentie 10) :

$$K_2 = 0,08 \dots \dots \dots 0,15 \text{ dagen}^{-1}$$

of $(K_2)^{-1} = 12,5 \dots \dots \dots 6,67 \text{ dagen}$

waarmee tijdsconstanten τ_r overeenkomen :

$$\tau_r = 1.080.000 \dots \dots \dots 576.300 \text{ seconden.}$$

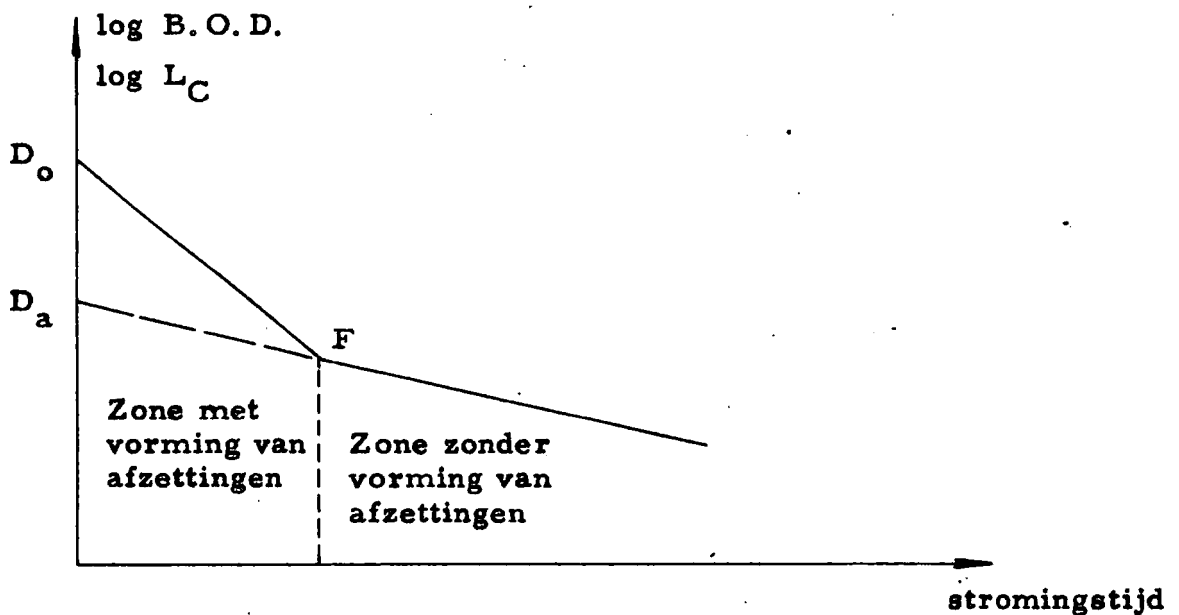
In de beschrijving van het gebruikte mathematisch model zullen wij zien hoe K_2 of τ_r in functie van andere, hydraulische, parameters kan worden beschreven (de diepte h van een rivier en de reaaratiecoëfficiënt α).

In onze eerste berekeningen voor de waterverontreiniging in de Westerschelde hebben wij te maken met een gemiddelde waarde van

$$\tau_r = 660.000 \text{ seconden.}$$

1.5. Afzetting van suspensiematerialen of sedimentatie en het terug in suspensie brengen.

Wanneer de stroomsnelheid in een belangrijke waterloop kleiner is dan 10 km/dag ($\approx 0,12$ m/s), gaat men afzetting van vaste materialen waarnemen. De gevolgen van zulke afzettingen zijn des te groter naarmate men zich bevindt in de omgeving van een lozingspunt waar niet voorafgaand behandelde afvalstoffen in de rivier worden ingebracht. Om de belangrijkheid van deze afzettingen te bepalen, volgen sommige onderzoekers de evolutie van de uiteindelijke B.O.D. of de zuurstofbehoefte op oneindig lange termijn langsheen de waterloop. Men bekomt inderdaad een grafisch verloop van de volgende vorm :



Men neemt aan dat gedurende een eerste tijdsverloop de afname van de B.O.D. van het water te wijten is aan de superpositie van twee verschijnselen :

- de eigen vermindering van de B.O.D. van het water zelf met een overeenstemmend of evenredig verbruik van opgeloste zuurstof,
- de geleidelijke afzetting of sedimentatie in de waterloop van de B.O.D. in suspensie.

Gedurende een tweede tijdsverloop waarin de vermindering van de uiteindelijke B. O. D. of de zuurstofbehoefte op oneindig lange termijn minder vlug gebeurt in functie van de tijd, neemt men aan dat er geen afzetting meer is en dat men enkel te maken heeft met afbraak. Het verschil tussen de helling bij de oorsprong (afzetting plus afbraak) en de helling overeenstemmend met enkel de afbraak van de afvalstoffen, geeft de coëfficiënt van vermindering van de B. O. D. door sedimentatie. De directe meting van deze coëfficiënt is niet mogelijk in het laboratorium. Enkel vaststellingen in situ laten toe deze coëfficiënt te bepalen.

Voor het terug in suspensie brengen dat plaatsgrijpt wanneer de gemiddelde stroomsnelheid terug groter wordt dan 20 km/dag ($\approx 0,23$ m/s), is dit probleem tot hiertoe niet bestudeerd geworden aangezien de perioden van wassen niet zo kritiek zijn voor de beschouwde aangelegenheden terzake. Daarentegen is het terug in suspensie brengen veroorzaakt door baggerwerken wel in aanmerking te nemen als een nieuwe bron van pollutie; dit probleem is evenwel moeilijk te becijferen.

*

* *

Verluchting van het bodemslib.

In plaats van een zuurstofverbruik te veroorzaken langsheen hun transport in de stroming, zullen de afvalstoffen die zich afzetten, dit zuurstofverbruik lokaliseren op de plaatsen van afzetting. Men heeft in zulke zones :

- een zuurstofverbruik te wijten aan de afvalstoffen in suspensie,
- een zuurstofverbruik door het afgezette bodemslib,
- een slechte reaëratie ten gevolge van het feit van de kleinere stroomsnelheden bij die slibafzettingen.

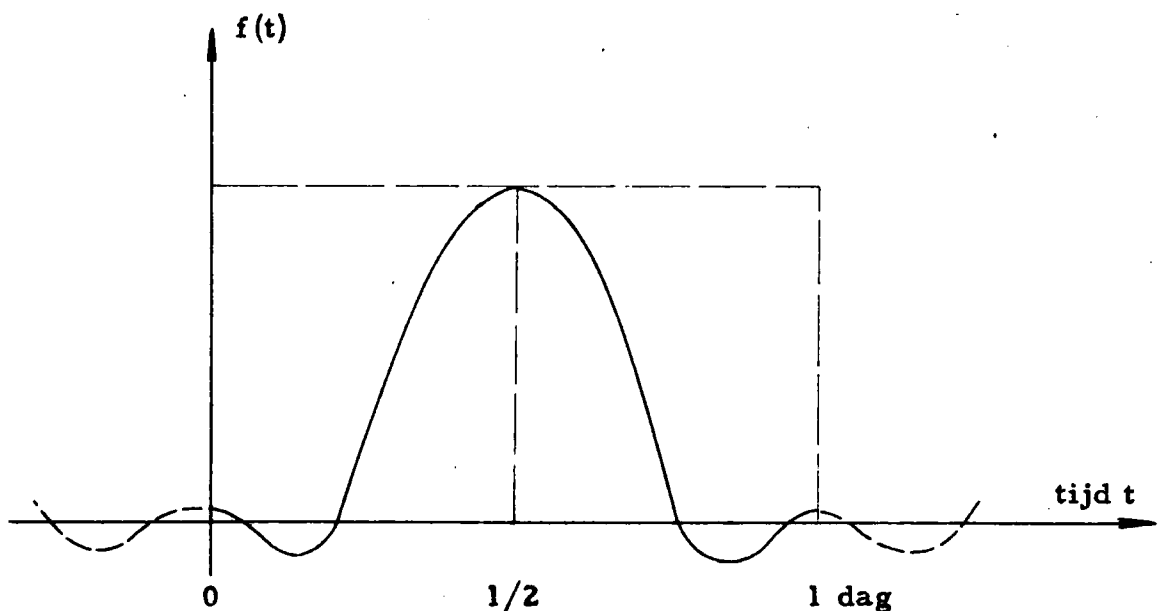
Deze zones, met neergezet bodemslib, zijn dus wel kritieke plaatsen in de studie van de zuurstofhuishouding van een waterloop.

1.6. Fotosynthese.

In de waterlopen waar planten in overvloed aanwezig zijn, is de zuurstofvoortbrengst door het natuurlijk proces fotosynthese soms zo belangrijk dat men zuurstofconcentraties noteert die het dubbele of het drievoudige zijn van de verzadigingswaarde. Deze zuurstofvoortbrengst is gebonden aan de dagelijkse cyclus van de zonnestraling waarbij de planten bij de koolzuurassimilatie zuurstof voortbrengen en aan het water afstaan. Daarentegen op de dagen dat de hemel bedekt is met wolken en waarbij de planten enkel zuurstof verbruiken voor hun eigen biologisch leven, nemen ze, samen met de verontreinigende bestanddelen, deel aan het verbruik van de opgeloste zuurstof; ze doen dit trouwens voortdurend, maar de balans is meestal uitgesproken positief, vooral in de meer gunstige omstandigheden bij zonnestraling.

De functie $f(t)$ voor de fotosynthese in de onderstaande schets stelt de verandering van fotosynthetische zuurstofproductie voor in functie van de tijd t (gerekend in dagen), p is het gedeelte van de dag waarin de bron voor fotosynthese actief is. De voorgestelde functie wordt verondersteld

$$f(t) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{p} t - \frac{2}{3\pi} \cos \frac{2\pi}{p} t$$



periodiek te verlopen met een periode van 1 dag. Voor meerdere bijzonderheden aangaande de parameter "fotosynthese" zij verwezen naar de belangrijke studie van D. J. O'Connor en D. M. Di Toro : "Photosynthesis and oxygen balance in streams", Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings A. S. C. E. , April, 1970 (referentie 12).

1.7. Reaëratie bij plotse bodemverlagingen en stuwen.

Reaëratie door de scheepvaart.

Door een gepaste uitrusting van rivieren of door een juiste waterhuishouding door middel van stuwen in rivieren, zou men ook zuurstof in het rivierwater kunnen inbrengen. Op deze mening kan evenwel kritiek worden uitgebracht, want indien men plaatselijk de reaëratie verbetert, vermindert men ze over de ganse strook van de rivier waar de werking van de waterkering zich doet gevoelen (referentie 3).

Schepen kunnen insgelijks deelnemen aan de reaëratie van de waterloop door de voortdurende vernieuwing van de oppervlaktelagen van het water, door de werking van de scheepsschroeven bijvoorbeeld. Zo hebben Franse ingenieurs vastgesteld dat het aandeel van de scheepvaart in de reaëratie van de Seine niet te verwaarlozen is.

1.8. Langse dispersie of turbulente diffusie.

Reeds omwille van de ongelijkmatigheid in de tijdstippen der afvalwaterlozingen, buiten het fysisch proces van de diffusie of de dispersie zelf, wordt men ertoe gebracht het verloop of de werking te bestuderen van de verschijnselen van langse verbreiding en menging die zich voordoen in een waterloop. Door metingen in natuur heeft men vastgesteld dat de verdeling van om het even welk produkt (radioactieve tracers of sporelementen, kleurstoffen zoals rhodamine-B) in een waterloop meer gedisperseerd of verbreid is na een bepaalde tijd, dan dat de diffusie-theorieën laten voorzien. Men weerhoudt de term "diffusie" waar het gaat over verplaatsingen van moleculen of atomen onder invloed van een

concentratiegradient en in een welbepaalde aggregatietoestand (beschreven door de wet van Nernst in de osmose-verschijnselen bij scheikundige oplossingen, de wet van Fick in de diffusie-verschijnselen van atomen bij de cementeer-behandelingen van metalen). Men gebruikt de term "dispersie" of "turbulente diffusie" in alle andere gevallen van massatransport onder invloed van een concentratiegradient. G. I. Taylor en J. W. Elder hebben aangetoond dat de turbulentie een zeer voorname rol speelt bij de dispersie-verschijnselen in de hydraulica. In de theorie van Taylor is de diepte de belangrijkste lengteparameter, de stroomwijdte wordt niet beschouwd; daarom was wellicht tot hertoe nog geen verificatie in de natuur mogelijk voor de geldigheid van de oorspronkelijke theorie van Taylor.

De dispersieverschijnselen van stoffen in een waterig midden worden beschreven door uitdrukkingen die alle kunnen worden afgeleid van de eerste diffusie-wet van A. Fick :

$$\frac{dQ}{dt} = - K \cdot A \cdot \frac{\partial C(x,t)}{\partial x}$$

waarin Q de hoeveelheid (massa of gewicht) van het gedisperseerde produkt voorstelt, A de grootte van het oppervlak doorheen hetwelk de dispersie plaatsgrijpt, C (x,t) de concentratie van het produkt in een punt x op het tijdstip t.

In het volgende hoofdstuk behandelen wij het wiskundig apparaat betreffende de diffusievergelijking van Fick en de toepassing hiervan in de stromingsleer.

1.9. Samenvattende lijst van de belangrijkste te gebruiken begrippen.

Het biochemisch zuurstofverbruik.

Hiermee wordt een hoeveelheid zuurstof aangegeven in mg/l die door aërobe organismen wordt opgenomen bij de oxydatie van de aanwezige organische stoffen tot koolzuur en water en zouten zoals nitraat en sulfaat. Voor het biochemisch zuurstofverbruik wordt algemeen de afkorting B. O. D. gebruikt, hetgeen "biochemical oxygen demand" betekent (dit is : biochemische zuurstofbehoefte). Het verband tussen de biochemische zuurstofbehoefte en het biochemisch zuurstofverbruik kan als volgt worden aangegeven. Aërobe afbraak van een microbiologisch aantastbaar substraat heeft een zuurstofbehoefte, die wordt bepaald door het zuurstofverbruik gedurende zekere tijd te meten.

Bij de afvalwaterzuivering is het gebruikelijk de hoeveelheid in afvalwater aanwezig aantastbaar substraat in gewichtshoeveelheden B. O. D. uit te drukken.

De duur van de afbraak.

De biochemische afbraak is bij de voorkomende watertemperaturen een traag verlopende reactie. Na twintig dagen is nog geen eindstadium bereikt; voor praktische doeleinden is het daarom nodig bij de laboratoriumbepaling een kortere reactieduur aan te houden, reden waarom het biochemisch zuurstofverbruik na vijf dagen incubatietijd bij 20° C wordt bepaald (B. O. D.₅).

De totale B. O. D. (B. O. D._{C + N}).

In een grote open waterloop als de Eems en de Schelde waar verblijftijden in de orde van twintig dagen en meer kunnen voorkomen, dient echter rekening te worden gehouden met een praktisch volledige mineralisatie van de organische stof en van de stikstofverbindingen. Hiervoor moet worden voldaan aan het volledig zuurstofverbruik van zowel de koolstoftrap als de nitrificatietrap. Dit biochemisch zuurstofverbruik zal worden aangeduid met B. O. D._{C + N}

Het chemisch zuurstofverbruik.

Het chemisch zuurstofverbruik is het zuurstofverbruik, uitgedrukt in mg/ℓ afvalwater of voedingsoplossing, berekend uit de chemische oxydatie van de aanwezige organische stoffen met behulp van een bichromaat-zwavelzuur-mengsel ("chemical oxygen demand", C.O.D.). Zie ook referentie 5.

De zuurstofverzadigingswaarde.

De hoeveelheid zuurstof, uitgedrukt in mg/ℓ, die in water in contact met lucht bij een bepaalde temperatuur en bij een barometrische druk van 760 mm kwik tot oplossing komt, geeft de verzadigingswaarde weer.

Het zuurstofverzadigingspercentage.

Het zuurstofverzadigingspercentage is de verhouding van het ter plaatse gemeten zuurstofgehalte en de bij de gemeten temperatuur behorende verzadigingswaarde uitgedrukt in mg/ℓ.

De onderverzadiging (deficit) of het zuurstoftekort.

Onderverzadiging in % is het verschil tussen de verzadigingswaarde en het zuurstofverzadigingspercentage. Uitgedrukt in mg/ℓ is onderverzadiging het verschil van de bij de gemeten temperatuur behorende verzadigingswaarde en het ter plaatse gemeten zuurstofgehalte.

De zelfreiniging.

Zelfreiniging is het vermogen van het water onder aërobe omstandigheden door biologische activiteit afvalstoffen te verwerken en de bij deze processen verbruikte zuurstof door absorptie uit de lucht weer aan te vullen.

Twee tot hiertoe nog niet beschouwde bepalingen zijn de volgende.

Het verontreinigend vermogen.

De B. O. D. geeft de graad van verontreiniging weer. Het verontreinigend vermogen daarentegen is een maat voor een hoeveelheid verontreinigende bestanddelen per tijdseenheid b. v. uitgedrukt in kg B. O. D.₅ per dag. Het verontreinigend vermogen van een afvoer aan afvalwater is te berekenen uit de hoeveelheid water afgevoerd per tijdseenheid (m³/dag) en de gemiddelde graad van verontreiniging (kg/m³).

Het begrip inwonerequivalent.

Met een inwonerequivalent wordt een hoeveelheid verontreinigende organische bestanddelen aangeduid die met het huishoudelijk afvalwater gemiddeld per inwoner en per dag wordt afgevoerd. In B. O. D.₅ uitgedrukt, bevat het ruwe rioolwater volgens publikaties van Imhoff per inwoner per dag 54 g en nadat dit aan bezinking is onderworpen 35 g. Het is bekend dat deze waarden variëren en thans waarschijnlijk hoger liggen. Door het verontreinigend vermogen van een fabriek te bepalen en de gevonden waarde te delen door 35 (waarbij dan is aangenomen dat het afvalwater van de fabriek geen bezinkbare delen bevat en derhalve is te vergelijken met het van te bezinken delen bevrijde rioolwater), wordt de fabriek vergeleken met een woonplaats en het verontreinigend vermogen in inwonerequivalenten uitgedrukt.

*

* *

HOOFDSTUK 2.

THEORIE VAN DE LANGSE DISPERSIE OF TURBULENTE DIFFUSIE.

2.1. Basistheorie van de diffusie.

De diffusieverschijnselen in de gasfase zijn reeds lang bekend. Het mengen van bijvoorbeeld twee bestanddelen in een binair stelsel bij afwezigheid van mechanische agitatie en/of convectorie en enkel onder invloed van een concentratiegradiënt, noemt men diffusie.

De eerste mathematische studie over de diffusie danken wij aan de metaalkundige Adolf Fick ("Über Diffusion", Annalen van Poggendorff, Volume 94, 1855, zie referentie 13) :

- Is een midden ongelijkmatig met een gas gevuld, dan volgt daaruit een diffusie van plaatsen met hogere concentratie naar plaatsen met lagere concentratie.
- Is het midden een oplossing, dan treedt zulke verplaatsing ook op als de concentratie van de opgeloste stof niet overal dezelfde is (dit is het geval bij de osmose in scheikundige oplossingen, beschreven door de Wet van W. Nernst).

In één dimensie kan het diffusieproces door een functie $C(x, t)$ worden beschreven, die de concentratie C weergeeft in een doorsnede x op het ogenblik t . Volgens de eerste Wet van A. Fick in de Metaalkunde is de massa die doorheen de dwarsdoorsnede x , van grootte A , gaat gedurende het tijdsinterval $(t, t + \Delta t)$ gegeven door :

$$dQ = -K \cdot \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \cdot A \cdot dt \quad (2.01)$$

Deze wet definieert de diffusiecoëfficiënt K .

A. Fick werd bij de ontwikkeling van deze wet geleid door de studie van Fourier over de warmtegeleidbaarheid.

$J_A = \frac{dQ}{dt}$ is de flux of de massa stof (uitgedrukt in massa- of gewichtseenheden) die per tijdseenheid doorheen de oppervlakte A diffundeert.

$\frac{\partial C(x, t)}{\partial x}$ is de concentratiegradiënt in de x-richting, richting waarin we de diffusie-beweging bestuderen.

De diffusiecoëfficiënt is dus in absolute waarde de hoeveelheid verplaatste materie per tijdseenheid, per eenheid oppervlakte van dwarsdoorsnede en per eenheidsconcentratiëgradiënt.

Voor de afgeleide eenheid voor K, beschouwen wij de dimensieformules, met de fundamentele grootheden : massa M, lengte L, tijd T.

$$[J_A] = \frac{M}{T} \qquad [C] = \frac{M}{L^3}$$

$$\left[\frac{\partial C}{\partial x} \right] = \frac{M}{L^3} \cdot \frac{1}{L} = \frac{M}{L^4}$$

dus $\frac{M}{T} = [K] \cdot \frac{M}{L^4} \cdot L^2$ en daaruit volgt dan :

$$[K] = \frac{L^2}{T} = L^2 T^{-1}$$

Deze eerste Wet van Fick komt geheel overeen met

- 1) de Wet van Fourier voor de warmte-overdracht (de flux is evenredig met de temperatuursgradiënt);
- 2) de Wet van Nernst in de studie van de osmose bij scheikundige oplossingen;
- 3) de Wet van Ohm (de elektrische stroom is evenredig met het potentiaalverval).

Het minus-teken in de eerste Wet van Fick betekent dat de diffunderende stof beweegt van plaatsen met hogere C naar plaatsen met lagere C , in de zin van links naar rechts (positieve x -richting), C verandert in tegengestelde zin van x , dus $\frac{\partial C}{\partial x}$ is negatief.

In de metaalkunde geldt in het meer algemeen driedimensionaal geval, dat de diffusiecoëfficiënt K een symmetrische tensor is van de tweede orde. Indien men voor de vector \vec{J} (stroomdichtheid) stelt :

$$|\vec{J}| \equiv \frac{1}{A} \cdot \frac{dQ}{dt} \quad \text{dan is}$$

$$\vec{J} = -K \text{ grad } C$$

In het algemeen zijn de vectoren \vec{J} en $\text{grad } C$ niet evenwijdig. Wanneer men te maken heeft met de eigenlijke moleculaire diffusie (diffusiebewegingen van atomen en moleculen) dan is in bijzondere gevallen de diffusiecoëfficiënt isotroop maar in het algemeen is hij sterk afhankelijk van de richting. In hoeverre deze beschouwingen gelden of kunnen aangepast worden bij de stromingsverschijnselen van flutda, waar men te maken heeft met de zogenoemde turbulente diffusie, is nog een open vraag; het is een vaststaand feit dat daar de turbulentiegraad van het beschouwde midden de bepalende factor is voor de dispersie van materie.

Enkele eenvoudige en klassieke voorbeelden van uni-axiale diffusieprocessen zijn :

- de verticale kolom met constante doorsnede, voor gassen of vloeistoffen;
- aaneengelaste staven met constante doorsnede en verschillende metalen.

De eerste Wet van Fick werd opgesteld lang vóór enige experimentele bevestiging gekend was. Is de zuiver wiskundige formulering van Fick dan wel experimenteel bevestigd ? D. w. z. is K constant bij constante druk en temperatuur in het beschouwde fysisch stelsel ? Het antwoord is neen.

De diffusiecoëfficiënt K is namelijk veranderlijk met de concentratie. Voor vaste en vloeibare oplossingen kan de variatie van K zeer groot zijn; voor gassen verandert K tot 8% in functie van de samenstelling.

Zo wordt de tweede Wet van A. Fick bepaald op grond van de volgende beschouwing, afgeleid uit de eerste Wet :

De snelheid waarmee de diffunderende stof wordt opgestapeld in een bepaald elementair volume is gelijk aan het verschil van de intredende en de uit-tredende flux (zie de onderstaande schets).

- 1) De snelheid waarmee de stof zich opstapelt in het elementair volume (i. l. dx), of zegge meer algemeen ($A \cdot dx$), is :

$$\frac{\partial C}{\partial t} A \, dx$$

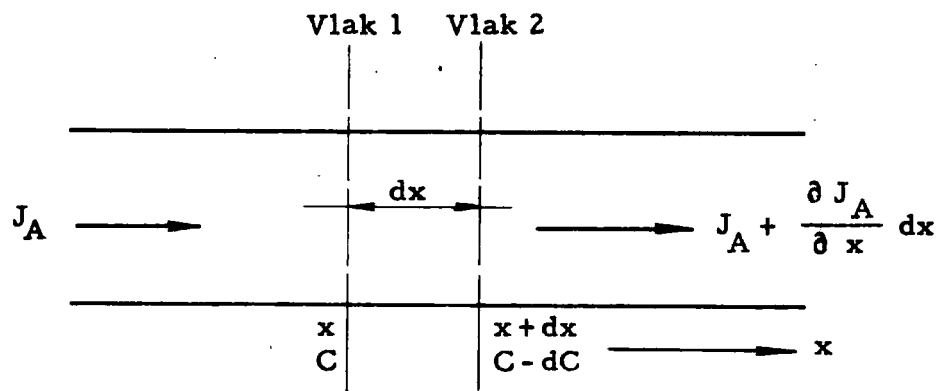
- 2) De intredende flux is (doorheen 1) :

$$J_A = - K \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot A$$

De uittredende flux is (doorheen 2) :

$$J_A + \frac{\partial J_A}{\partial x} dx = - K \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot A - \frac{\partial}{\partial x} (K \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot A) dx$$

(De positieve richting van de diffusie of stroming is de positieve richting van de x -as).



De flux doorheen 2 verschilt van de flux doorheen 1 met een bedrag dat gelijk is aan de verandering die de flux ondergaat per eenheid afstand in de richting x , vermenigvuldigd met de afstand dx tussen beide doorsneden (eigenschap van de afgeleide). We veronderstellen de doorsnede-oppervlakte A zodanig klein, dat de flux doorheen elk punt van A dezelfde is.

De definitie van de afgeleide laat inderdaad toe te schrijven :

$$f(x+h) = f(x) + f'(x) \cdot h$$

Het verschil tussen de in- en uittredende flux is dan :

$$\begin{aligned} -K \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot A - \left[-K \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot A - \frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot A \right) dx \right] \\ = + \frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot A \right) dx \end{aligned}$$

(opgestapeld in het elementair volume $1 \cdot 1 \cdot dx$ of $A \cdot dx$).

Uit de definitie van de concentratie van het gas of van de opgeloste stof in het volume V volgt :

$$Q = C \cdot A \cdot dx = C \cdot V$$

De snelheid waarmee de diffunderende stof wordt opgestapeld in het elementair volume $V = A \cdot dx$, is ook :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial C}{\partial t} \cdot V \quad \text{of} \quad \frac{dQ}{dt} = \frac{\partial C}{\partial t} \cdot A \cdot dx$$

$$\text{en} \quad J_A = \frac{\partial C}{\partial t} \cdot A \cdot dx$$

want dit laatste is de definitie van de flux : $J_A = \frac{dQ}{dt}$.

Daarom geldt :

$$A \frac{\partial C}{\partial t} dx = \frac{\partial}{\partial x} (K \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot A) \cdot dx$$
$$A \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot A) \quad (2.02)$$

Dit is de tweede Wet van A. Fick.

Is de diffusiecoëfficiënt K een constante, dan is (de doorsnedeoppervlakte is hier eveneens constant voor het beschouwde elementaire volume) :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = K \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (2.03)$$

Dit is de eenvoudigste vorm van een partiële differentiaalvergelijking van het parabolische type.

De voorwaarde K = Constante betekent dat K onafhankelijk moet zijn van de concentratie C, want deze verandert met x.

We veronderstellen voor de oplossing van de bijzondere vorm (2.03), dat C(x,t) continue partiële afgeleiden C_{xx} en C_t heeft (A. N. Tychonoff & A. A. Samarski : "Differentialgleichungen der Mathematischen Physik", pp. 172-174, referentie 14). De referenties 13, 14, 15 geven oplossingen van vergelijking (2.03) in enkele theoretische gevallen uit de metaalkunde. In het geval K = Constante kan vergelijking (2.03) worden opgelost met behulp van de foutenfunctie van Gauss. Voor de gewone diffusieprocessen in de metaalkunde en de scheikunde wordt de temperatuursafhankelijkheid van K uitgedrukt door een Arrhenius- of Boltzmann-factor :

$$K = K_0 \cdot e^{-E/RT}$$

R is de universele gasconstante in erg per graad Kelvin en per mol,

T is de absolute temperatuur in graad Kelvin,

E is de activeringsenergie in erg per mol,

K_0 is een werkingsconstante of frequentiefactor, gepubliceerd voor bijvoorbeeld verscheidene metalen (referentie 15).

Op deze wijze hebben wij dus met de tweede Wet van Fick, de wet van behoud van massa gedefinieerd in één dimensie.

2.2. De massatransportvergelijking voor langse, convectieve dispersie.

Wij gaan nu over naar de opstelling van de overeenstemmende vergelijking voor de dispersie of de zogenoemde turbulente diffusie van een stof in een stroomvoerend midden, waar we dus de effecten van moleculaire diffusie zullen verwaarlozen ten opzichte van de effecten van macroscopische turbulente menging. Zoals de afhankelijkheid van de diffusiecoëfficiënt van andere parameters (b.v. temperatuur) kan worden bepaald uitgaande van de klassieke statistische mechanica, kan de variatie van de turbulente diffusiecoëfficiënt of de dispersiecoëfficiënt in functie van andere factoren worden bepaald op grond van de meer recente statistische theorie van de turbulentie in de stromingsleer. Hierop kunnen wij evenwel hier niet ingaan. In een volgende paragraaf zullen wij wel enkele betrekkingen nagaan tussen de dispersiecoëfficiënt en enkele andere parameters van hydraulische aard.

We gaan hier ook over naar de fundamentele technische grootheden : kracht, lengte, tijd, voor de opstelling van de te gebruiken uitdrukkingen (met de overeenstemmende eenheden kg, m, s).

Beschouwen we weerom een volume-element ($l \cdot l \cdot dx$).

Weze C het gewicht van de ingebrachte stof per eenheid volume van de oplossing, weze u de ogenblikkelijke stroomsnelheid in de x -richting (C , x , u veranderen in dezelfde zin). De netto-verandering (intredende flux minus uittredende flux) in het gewicht van het volume-element te wijten aan de stroming in de x -richting is

$$- \frac{\partial}{\partial x} (C \cdot u) dx$$

Stellen wij deze netto-verandering gelijk aan de verandering in de tijd, van het gewicht van de disperserende materie binnen het volume-element, dan bekomen we (na deling door het volume van het element 1. l. dx) :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (C u) = 0$$

In al hetgeen volgt nemen wij voortaan de zin van de verandering van u en x tegengesteld aan deze van C, dus

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (C \cdot u) = 0 \quad (2.04)$$

De eerste term heeft betrekking op de verandering van C in de tijd, het is de plaatselijke afgeleide. De tweede term wordt een convectieve term genoemd omwille van de verandering van de grootheid (C . u) met de plaats of omwille van de overdracht of het transport van een deeltje van de oplossing van één plaats naar een andere waar een verschillende snelheid u optreedt. Stellen wij nu de ogenblikkelijke snelheidscomponent u gelijk aan de gemiddelde stroomsnelheid U gerekend over de ganse dwarsdoorsnede van het stroomvoerend midden of de rivier. Dan luidt de ééndimensionale massa-transportvergelijking voor de langse verdeling door convectie plus dispersie van een stof in een rivier van veranderlijke doorsnede, in een zeer algemene vorm :

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\partial (C \cdot U)}{\partial x} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (A K \cdot \frac{\partial C}{\partial x}) + R_a - R_r \quad (2.05)$$

C (x, t) is de ogenblikkelijke concentratie van de disperserende stof gemiddeld over een dwarsdoorsnede loodrecht op de langse as van de waterloop;

U (x, t) is de ogenblikkelijke langse snelheid gemiddeld over de dwarsdoorsnede (ze omvat in het algemeen tegelijkertijd componenten vanwege het getij en het bovendebiet);

- $A(x)$ is de oppervlakte van de dwarsdoorsnede; we beschouwen geen verandering van A met de tijd t . In het geval van een tijrivier zullen we werken met alle grootheden betrokken op halftij;
- $K(x)$ is de langse dispersiecoëfficiënt of de coëfficiënt van turbulente diffusie;
- R_a is de niet-convectieve snelheid van toevoeging van de stof langs de grenzen in tijd en ruimte van het beschouwde stelsel, in kg stof per eenheid volume van de oplossing en per tijdseenheid;
- R_r is de snelheid van verdwijnen van de substantie uit het beschouwde stelsel, in dezelfde eenheden als R_a .

De volledige oplossing voor het probleem van de dispersie van afvalstoffen of verontreinigende produkten in een rivier of estuarium, bestaat uit de gelijktijdige oplossing van deze vergelijking voor de B.O.D. en de opgeloste zuurstof (de D.O.) indien - zoals wordt aangenomen - de opgeloste zuurstof een maat is voor de kwaliteit van het water in de rivier of het estuarium.

- a) Voor de oplossing van de hogervermelde vergelijking (2.05) in het geval van de B.O.D., bestaat de bronterm R_a uit de B.O.D. geloosd in verscheidene punten langsheen de rivier. De putterm R_r stelt de afbraak voor van de organische bestanddelen in de afvalstof.
- b) Voor de uitwerking van vergelijking (2.05) betreffende de opgeloste zuurstof (D.O.), bevat de bronterm R_a de toevoer van zuurstof door reaëratie (wederverluchting) en door bijvoorbeeld fotosynthese-effecten. De putterm R_r houdt betrekking met het zuurstofvergend materiaal in de rivier.

In het algemeen zijn dus C , U , A , K functies van de langse coördinaat x en de tijd t , terwijl R_a en R_r gewoonlijk worden uitgedrukt als eerste orde-snelheidsconstanten wanneer niet-conservatieve stoffen als zuurstof worden beschouwd.

De vergelijking (2.05) kan dan enkel worden opgelost voor $C(x, t)$, wanneer de grootte van de snelheidsconstanten en de verandering van de grootheden U , A , K worden weergegeven.

Indien nodig, is de bepaling van de getijcomponent in U als een functie van x en t op te vatten als een zuiver hydrodynamisch probleem, dat afhankelijk is van de geometrie van het estuarium of de rivier, van de ruwheid van de wanden en de bodem en van de karakteristieken van het getij aan de monding van het estuarium.

De oplossing van dit probleem wordt gegeven door het gebruik van de continuïteitsvergelijking en van de energievergelijking (hyperbolische partiële differentiaalvergelijking), die beide tegelijkertijd kunnen worden opgelost door een expliciete formulering van eindige verschillen. De berekeningsresultaten hiervan geven getijwaterstanden en getijwatersnelheden in functie van x en t .

Zoals reeds vermeld is de dwarsdoorsnede A functie van x en t , bij de beschouwing van tijhoogteveranderingen. Gewoonlijk volstaat het enkel de langse verandering van A te beschouwen (op het gemiddeld tijniveau of bij halftij) zoals kan worden bekomen uit hydrografische kaarten.

In laboratoriumproeven betreffende dispersie in een oscillerende stroming hebben Holley en Harleman aangetoond dat de tijdsafhankelijkheid van de langse dispersiecoëfficiënt mag worden verwaarloosd (referentie 16). Daarom mag gewoonlijk worden aangenomen dat K enkel verandert met x . De verandering van K in de langse richting is groot binnen het gebied van zoutindringing in een estuarium. In dit gebied kan de grootte van de langse dispersiecoëfficiënt worden bepaald door de massabalans te schrijven voor de zoutconcentratie. Indien de zoutverdeling gekend is door metingen in situ, kan $K = K(x)$ dadelijk worden bepaald door toepassing van vergelijking (2.05).

In het opwaarts getijgebied, waar het bovendebiet van de rivier eerder een rol speelt, is de waarde van K veel kleiner dan in het gebied van zoutindringing. Daarenboven is K er ongeveer constant, daar K vooreerst afhankelijk is van de grootte van de getijsnelheid, althans wanneer men te maken heeft met een estuarium.

De dynamische factoren die de mengende karakteristieken beheersen van de stroming in een tijrivier of estuarium zijn :

- het getij ;
- een zwaartekrachtcomponent te wijten aan de dichtheidsverschillen tussen zout en zoet water ;
- het bovendebiet ;
- de Coriolis-effecten, althans voor een stroom van grote breedte ;
- de windkracht en de meteorologische getijden (temperatuur, atmosferische druk); dit zijn eerder stochastisch verlopende eigenschappen en zijn daarom moeilijker in rekening te brengen (zie referentie 16).

Een analytische oplossing van de massatransportvergelijking (2.05) is niet mogelijk omwille van de veranderlijke coëfficiënten. Daarom moet men zijn toevlucht nemen tot een numerieke oplossing van deze partiële differentiaalvergelijking van het parabolische type. Het is een gemengd rand- en aanvangswaardenprobleem; nochtans kan - naargelang de omstandigheden of bij een passende behandeling van de randvoorwaarden - het geheel worden teruggebracht tot enkel een aanvangswaardenprobleem.

Gewoonlijk worden twee soorten schema's gebruikt voor de numerieke oplossing van partiële differentiaalvergelijkingen, namelijk het expliciete en het impliciete schema.

Omwille van de eisen vanwege de stabiliteitscriteria voor de numerieke oplossingen, is het voor vergelijkingen van het parabolische type dikwijls moeilijk het expliciete schema aan te wenden bij kleine waarden van de langse dispersiecoëfficiënt. Daarom werd tot hiertoe veelal gewerkt met impliciete differentieschema's. Over de numerieke uitwerking van de massatransportvergelijking (2.05) zal verder worden gehandeld in hoofdstuk 3.

2.3. Betrekkingen tussen de dispersiecoëfficiënt en andere hydraulische parameters.

In een verhandeling die tegenwoordig als klassiek wordt beschouwd (referentie 17) in de hier behandelde stof, heeft G. I. Taylor in 1954 aangetoond dat, voor een turbulente stroming in een rechte cilindrische leiding, de langse dispersiecoëfficiënt wordt gegeven door

$$K = 10,1 \cdot r_o \cdot u_* \quad (2.06)$$

of $K = 20,2 \cdot R_H \cdot u_*$ (want $r_o = 2 \cdot R_H$).

r_o is de straal van de leiding, R_H is de hydraulische straal (de oppervlakte van de dwarsdoorsnede gedeeld door de natte omtrek), u_* is de schuifspannings-snelheid :

$$u_* = \sqrt{g R_H \cdot I_e} = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}$$

I_e is de helling van de energielijn, ρ is de soortelijke massa, τ_o is de door de stroming ontwikkelde schuifspanning langsheen de leidingwand.

Voor stromingen in open waterlopen werd later de uitdrukking van K volgens Taylor aangepast tot (referentie 16, hoofdstuk 12) :

$$K = 14,3 \cdot R_H \cdot \sqrt{2 g R_H \cdot I_e} \quad (2.07)$$

Deze uitdrukking (2.07) noemt men ook de "gewijzigde Taylor-formule".

We vervangen I_e door gebruik te maken van de Chézy-vergelijking :

$$U = C_C \sqrt{R_H \cdot I_e} \quad (2.08)$$

met bijvoorbeeld de formule van Manning voor de uitdrukking van de Chézy-coëfficiënt :

$$C_C = \frac{1}{n} \cdot R_H^{1/6} \quad (2.09)$$

De grootheid n is de ruwheidsfactor volgens Manning.

Dan bekomen wij :

$$K = \frac{14,3 \sqrt{2g}}{C_C} \cdot U \cdot R_H$$
$$K = \frac{63,35 \cdot U \cdot R_H}{C_C} \quad (2.10a)$$

We voeren de kinematische viscositeit ν in.

$$K = (14,3 \sqrt{2g} \cdot \nu) \frac{n}{R_H^{1/6}} \cdot \frac{U \cdot R_H}{\nu}$$

De factor $Re = \frac{U \cdot R_H}{\nu}$ is het Reynolds-getal van de stroming.

In het algemeen geldt dan :

$$\frac{K}{\nu} = 14,3 \sqrt{2g} \cdot \frac{1}{C_C} \cdot Re$$

of $\frac{K}{\nu} = 63,35 \cdot \frac{Re}{C_C}$ (eenheden m, s) (2.11)

Alsook in het bijzonder geval van de Manning-formule geldt de uitdrukking :

$$K = 63,35 n \cdot U \cdot R_H^{5/6} \quad (\text{eenheden m, s}) \quad (2.10b)$$

Vermelden we nog dat J. W. Elder de volgende formule voor K heeft afgeleid, uitgaande van een logaritmische snelheidsverdeling volgens de verticaal, bij een stroming in een open waterloop (referentie 18) :

$$K = 5,93 d \cdot u_* \quad (2.12)$$

De factor d is de stroomdiepte; zoals in alle vorige formules van deze paragraaf, geldt uitdrukking (2.12) in de eenheden meter, seconde.

Taylor en Elder hebben beiden hun analytische resultaten experimenteel geverifieerd onder de gestelde hypothesen (b. v. respectievelijk volstromende leidingen en stromingen in open wijde kanalen). Zie hiervoor ook referentie 18.

De veronderstelde logaritmische snelheidsverdeling volgens de verticaal kan worden in rekening gebracht door b. v. de formule van Manning of ook nog door de uitdrukking van J. T. Thijsse voor de Chézy-coëfficiënt (in $m^{1/2}/s$) :

$$C_C = 18 \log_{10} \frac{6 R_H}{\frac{k}{2} + \frac{\delta}{7}} \quad (2.13)$$

De dikte van de laminaire grenslaag is

$$\delta = \frac{11,6 \nu}{u_*} \quad (2.14)$$

De grootheid k is de ruwheidsfactor volgens Thijsse.

Als een eerste benadering van de dispersiecoëfficiënt K in een opwaarts getijgebied (zie paragraaf 2.2. hiervoor) zou aldaar de gewijzigde Taylor-formule (2.07) kunnen worden gebruikt.

Volgens Owens is de coëfficiënt K verbonden met de gemiddelde stroomsnelheid als volgt (referentie 3) :

$$K = 6,5 \cdot U^{0,985} \quad (2.15)$$

(met K in m^2/minuut , U in m/minuut).

De toepassing van de hiervoor vermelde Taylor-formules en van de formule van Elder voor de bepaling van de dispersiecoëfficiënt in vele gevallen van de praktijk, heeft evenwel geleid tot te kleine waarden voor K , in vergelijking met de K -waarden die men zou kunnen bekomen door metingen in de natuur (door metingen van het zoutgehalte bijvoorbeeld, zie paragraaf 2.2. hiervoor). Men is op die wijze tot het besluit moeten komen dat het dispersieve effect van de stroming niet enkel bepaald wordt door de gradiënt

van de snelheden volgens een verticaal, maar de langse dispersie in rivieren zou hoofdzakelijk bepaald worden door de snelheidsveranderingen over de breedte van de rivier en de dispersiecoëfficiënt K zou, naast een mogelijke beïnvloeding door andere factoren, toenemen met de stroombreedte (zie referentie 18).

*
* *
*

In zijn belangrijke publikatie van 1954 heeft Taylor aangetoond dat de radiale snelheidsverdeling in de cilindrische leiding het dominerend effect uitmaakt in de langse spreiding van de door hem ingebrachte materie in de leiding. Deze dispersie is volgens Taylor toe te schrijven aan de radiale menging van nabijgelegen vloeistoflagen die elk met verschillende snelheden opzichte van elkaar voortbewegen. De hiermee samengaande schuifspanningseffecten worden uitgedrukt in zijn formule. In een volledige studie betreffende de invloed van de schuifspanningseffecten op het dispersieverschijnsel moeten tegelijkertijd de gewone moleculaire viscositeit μ en de turbulentieviscositeit η worden betrokken. De kinematische moleculaire viscositeit ν en de kinematische turbulentieviscositeit ϵ worden hieruit bekomen door deling van respectievelijk μ en η door de soortelijke massa ρ .

Zoals de moleculaire viscositeit wordt gedefinieerd in de studie van de schuifspanningen vanwege de viscositeitseffecten tussen de vloeistofdeeltjes zelf, wordt de turbulentieviscositeit ingevoerd voor de studie van de schuifspanningen vanwege de viscositeitseffecten bij de beweging van aan elkaar grenzende vloeistoflagen (referentie 19). De veralgemeende wet der schuifspanningen in de stromingsleer moet dan in cofactor de som $\mu + \eta$ bevatten in plaats van enkel de moleculaire viscositeit μ . Het is duidelijk dat, ten opzichte van μ , het aandeel van de turbulentieviscositeit η veel aanzienlijker is in de studie van het dispersiemechanisme of van de zogenoemde turbulente menging. Door verscheidene auteurs wordt gewezen op de samenhang tussen de parameter η of ϵ en de diffusiecoëfficiënt K (zoals er dus ook een betrekking is tussen K en ν).

Beschouwen we in een cijfervoorbeeld een eenparige stroming in een open kanaal. Stellen wij $U = 1 \text{ m/s}$, $n = 0,025$, $R_H = 10 \text{ m}$, dan is volgens de uitdrukking (2.10b) :

$$K = 63,35 \times 0,025 \times 1 \times 10^{5/6} = 10,8 \text{ m}^2/\text{s}$$

Voor dezelfde stromingstoestand geeft A. T. Ippen (referentie 16) een uitdrukking voor een gemiddelde waarde van de kinematische turbulentieviscositeit :

$$\epsilon = 0,067 \cdot R_H \cdot u_* \quad (2.16)$$

De numerieke coëfficiënt 0,067 bevat onder andere de universele constante van von Karman, gelijk aan 0,4 voor homogene vloeistoffen. De betrekking (2.16) houdt rekening met de logaritmische verdeling der snelheden in turbulente stroming (zie referentie 19).

$$\begin{aligned} \text{Nu is } u_*^2 &= g \cdot R_H \cdot I_e \\ \text{en } U^2 &= C_C^2 \cdot R_H \cdot I_e \end{aligned}$$

Daaruit volgt dat

$$u_* = \frac{U}{C_C} \sqrt{g} = \frac{n \cdot U}{R_H^{1/6}} \sqrt{g}$$

Met deze uitdrukking van de schuifspanningssnelheid u_* bekomen we de volgende formule voor de kinematische turbulentieviscositeit ϵ :

$$\begin{aligned} \epsilon &= 0,067 \sqrt{g} \cdot n \cdot U \cdot R_H^{5/6} \\ \epsilon &= 0,21 n \cdot U \cdot R_H^{5/6} \quad (2.17) \end{aligned}$$

In ons berekeningsvoorbeeld is dan $\epsilon = 0,036 \text{ m}^2/\text{s}$.

Combineren we de uitdrukking (2.10b) voor K met de uitdrukking (2.17) voor ϵ , dan vinden we dat onder de gestelde hypothesen K recht evenredig is met ϵ :

$$K = 301,67 \cdot \epsilon \quad (2.18)$$

Gemiddeld is de langse dispersiecoëfficiënt ongeveer 300 maal groter dan de kinematische turbulentieviscositeit, een factor die op verscheidene plaatsen wordt vermeld in de technische literatuur terzake. Een betrekking van de vorm als de uitdrukking (2.18) is tevens van belang in de fysische oceanografie.

2.4. Samenvatting.

De bepaling van de langse verdeling van afvalprodukten in een waterloop wordt gewoonlijk gegrondvest op een ééndimensionale massatransportvergelijking (of- vergelijking voor een massabalans) die convectieve en dispersieve termen omvat. De convectieve massa-overdracht wordt normaal voorgesteld door een term met de ogenblikkelijke snelheid gemiddeld over een dwarsdoorsnede loodrecht op de langse as van de waterloop. De dispersie-term houdt rekening met de langse menging die voortkomt van de gecombineerde effecten van enerzijds de turbulente diffusie en anderzijds van de snelheidsverdeling in de transversale en verticale richtingen, mede bepaald door het bestaan van schuifspanningen tussen de opeenvolgende vloeistofdeeltjes en -lagen.

Al hetgeen wij in het eerste hoofdstuk hebben behandeld, buiten de dispersie, had betrekking met uitdrukkingen van de eerste orde. Het dispersieverschijnsel dat zijn invloed uitoefent op alle andere beschouwde parameters, legt ons op te werken met vergelijkingen van de tweede orde.

Hierna zullen wij overgaan tot de beschrijving van het door ons gebruikte ééndimensionale model. Wij zullen in dit model rekening houden met de volgende parameters :

- a. De afbraak van de organische afvalstoffen; we zullen aannemen dat de totale biochemische afbraak volgens één enkele exponentiële wet verloopt, gekenmerkt door een afbraakconstante K_1 of de tijdsconstante τ .
- b. De fysische reärratie, gekenmerkt door de reärratieconstante K_2 of de tijdsconstante τ_r .
- c. De langse dispersie of turbulente diffusie.
- d. De invloed van het bovendebiet, waarover wij eigenlijk tot hiertoe niet expliciet hebben gesproken.

Eigenlijk zouden dus, zoals vroeger vermeld, nog vele bijkomende factoren in rekening moeten gebracht worden in de totale zuurstofbalans, factoren die wij evenwel zullen verwaarlozen in ons mathematisch model.

Die andere factoren kunnen zijn :

- de wegneming van de B. O. D. door sedimentatie,
- de toevoeging van de B. O. D. door locale regenheerslag,
- de toevoeging of wegneming van zuurstof door levende organismen, door plankton-fotosynthese of respiratie (algen).
- hydraulische factoren gebonden aan de uitrusting van een rivier met bijvoorbeeld stuwen, injectie van zuurstof of lucht, hetzij ten behoeve van de zuurstofhuishouding, hetzij om andere redenen (zoals luchtbellengordijnen voor het bestrijden van stratificatie).

Deze factoren worden gewoonlijk verwaarloosd omdat ze onvoldoende bekend zijn of omdat ze veel minder invloed hebben dan de andere wel in rekening gebrachte parameters.

Vermelden wij tenslotte nog dat er nog andere dispersiemechanismen zijn die niet begrepen zijn in de algemene massatransportvergelijking (2.05) zoals :

- de gedwongen dispersie te wijten aan drukingsgradiënten of onder invloed van de zwaartekracht (bijvoorbeeld door het dichtheidsverschil tussen zout en zoet water bij de stromingen in estuaria);
- de thermische diffusie te wijten aan temperatuursgradiënten (bijvoorbeeld bij de koelwaterinstallaties van kerncentrales langsheen een rivier).

Deze dispersiemechanismen worden hier niet verder in beschouwing genomen.

*

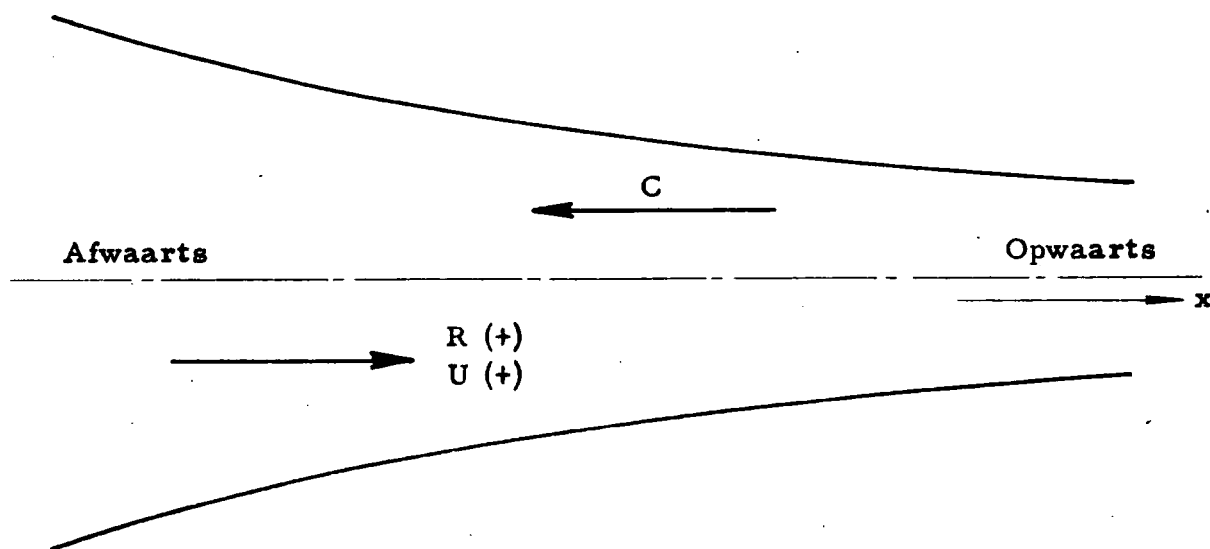
* . . *

HOOFDSTUK 3.

BESCHRIJVING VAN EEN EENDIMENSIONAAL WISKUNDIG MODEL VOOR DE LANGSE CONVECTIEVE DISPERSIE VAN AFVALSTOFFEN IN EEN WATERLOOP.

3.1. Het wiskundig model in analytische vorm.

In dit hoofdstuk beschrijven wij een aantal formules in de ééndimensionale behandeling van de zuurstofhuishouding in een rivier of een andere waterloop waarin oxydeerbaar materiaal wordt geloosd. Bij deze studie in één dimensie richten wij de positieve absis-as x van afwaarts naar opwaarts, alsook nemen wij het debiet R of de snelheid U positief van afwaarts naar opwaarts. De verandering van de concentratie C wordt positief gericht van opwaarts naar afwaarts, zoals in de bijgevoegde schets is aangeduid.



Wij volgen hier de werkwijze van ir. G. C. van Dam, uiteengezet in zijn nota nr. 6701 van de Rijkswaterstaat (referentie 9).

Voor het gestelde doel moet zowel de balans voor de oxydeerbare stof of de afvalstof als voor de zuurstof zelf, worden beschouwd.

We nemen aan dat de oxydeerbare stof uitsluitend verdwijnt door oxydatie door middel van de in het water opgeloste zuurstof en dat ze zich tevens als een opgeloste stof gedraagt, terwijl er een zodanige mengingsbeweging is dat concentratieverschillen in de verticale richting en in de dwarsrichting te verwaarlozen zijn; dan geldt voor de concentratie $C(x,t)$ van de oxydeerbare stof de volgende differentiaalvergelijking :

$$A(x) \cdot \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} \left[R(x,t) \cdot C(x,t) + A(x) \cdot K(x) \cdot \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \right] - A(x) \cdot \frac{C(x,t)}{\tau} + q(x,t) \quad (3.01)$$

afbraakterm

Hierin is $A(x)$ het oppervlak van het dwarsprofiel, $R(x,t)$ het nettowatertransport of het bovendebiet, $K(x)$ de coëfficiënt voor de langse dispersie, τ de karakteristieke tijd voor het verdwijnen van de stof ten gevolge van de oxydatie en $q(x,t)$ de hoeveelheid stof die op het tijdstip t op de plaats x per seconde en per lengte-eenheid wordt geloosd. Het gebruik van een constante τ impliceert de veronderstelling dat de afbraak van de stof (door oxydatie) exponentieel verloopt. Volgens de afvalwaterdeskundigen wordt deze veronderstelling redelijk door de waarnemingen bevestigd, zolang het zuurstofgehalte maar niet al te dicht bij nul ligt.

De lozingsfunctie $q(x,t)$ zal in het algemeen alleen ongelijk aan nul zijn in een eindig aantal discrete punten. De vergelijking wordt doorgaans dan ook opgelost voor intervallen waarin $q = 0$, waarbij het eventueel ongelijk aan nul zijn van q in één of meer randpunten, wordt verwerkt in de randvoorwaarden voor elk interval.

De vergelijking (3.01) beschrijft niet alleen het gedrag van oxydeerbare stoffen (met exponentieel verval), maar van alle stoffen of eigenschappen die zich als opgeloste stoffen gedragen en een exponentieel verval vertonen (b.v. radioactieve stoffen) of conservatief zijn ($\tau = \infty$, b.v. zeezout), waarbij bovendien de uitwisseling met de omgeving (de atmosfeer, het bodem-materiaal) verwaarloosbaar dient te zijn.

In het Waterbouwkundig Laboratorium hebben wij een rekenprogramma ontwikkeld voor het numeriek oplossen van vergelijking (3.01) in haar meest algemene vorm, waarvoor geen analytische oplossing bestaat. Hierin kan een willekeurig verloop van $A(x)$, $K(x)$, $C(x, 0)$, $R(x, t)$ en $q(x, t)$ worden ingevoerd, weliswaar benaderd door middel van stapfuncties, m. a. w. (eindige) rijen A_1, A_2, \dots ; K_1, K_2, \dots enz. en matrices $R(x_i, t_j)$ en $q(x_k, t_l)$.

De bestanddelen van vergelijking (3.01) kunnen als volgt in woorden worden aangeduid :

$\frac{\partial C}{\partial t}$	Aangroeiing van de concentratie per tijdseenheid
$R \cdot C$	Transport door convectie
$A \cdot K \cdot \frac{\partial C}{\partial x}$	Transport door dispersie
$\frac{\partial}{\partial x} [R \cdot C + A \cdot K \cdot \frac{\partial C}{\partial x}]$	Gradiënt van het transport
C/τ	Afbraak per seconde en per volume-eenheid
q	Lozing van de afvalstof, injectie per seconde en per lengte-eenheid.

Voor het zuurstofgehalte $G(x)$ geldt een analoge vergelijking, met dien verstande dat de afbraakterm door een "verbruiksterm" wordt vervangen, terwijl als geheel nieuwe term de reactie optreedt. Het verbruik is noodzakelijkerwijze evenredig met de concentratie van de oxydeerbare stof, vanwege de reeds gemaakte veronderstelling dat deze evenredig met haar eigen concentratie geoxydeerd wordt. De reactie wordt evenredig met het tekort $G_v - G(x, t)$ gesteld (G_v is de verzadigingswaarde). Voor het instandhouden van het verticaal transport van de zuurstof zal in feite een kleine verticale concentratiegradiënt aanwezig zijn. We beperken ons echter tot die gevallen waarbij de verticale menging zodanig is dat de verticale gradiënt te

verwaarlozen is zodat de zuurstofconcentratie bij het wateroppervlak, welke de reärratie bepaalt, inderdaad gelijkgesteld mag worden aan de gemiddelde concentratie $G(x, t)$. We komen aldus tot de volgende vergelijking voor $G(x, t)$:

$$A(x) \cdot \frac{\partial G(x, t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} \left[R(x, t) \cdot G(x, t) + A(x) \cdot K(x) \cdot \frac{\partial G(x, t)}{\partial x} \right]$$

$$- \beta \cdot A(x) \cdot C(x, t) + \alpha(x) \cdot \frac{A(x)}{h(x)} [G_v - G(x, t)] + q_{O_2}(x, t)$$

zuurstofverbruiksterm

(3.02)

Betekenis van de afbraakfactor β .

$A(x) \cdot C(x, t)$ is de hoeveelheid oxydeerbare stof per lengte-eenheid op de plaats x en het tijdstip t . In het linkerlid staat de verandering van de hoeveelheid zuurstof per lengte-eenheid en per tijdseenheid. Blijkbaar is dus β de hoeveelheid zuurstof die per tijdseenheid door één gewichtseenheid van de oxydeerbare stof wordt verbruikt. Ter vermijding van de lange uitdrukkingen gewichtseenheid enz., nemen we voor wat verder volgt de kg als eenheid van gewicht of hoeveelheid, de seconde als tijdseenheid, de m als lengte-eenheid, zoals ook reeds vroeger is vermeld.

Betekenis van de reärratiefactor α .

Zoals hierboven de betekenis van β werd gevonden, ziet men dat $\alpha(x)$ het aantal kg O_2 is dat per seconde door 1 m^2 wateroppervlak vanuit de atmosfeer binnentreedt bij een zuurstoftekort van 1 kg/m^3 in de onderliggende waterkolom, wanneer $h(x)$ de gemiddelde waterdiepte over het dwarsprofiel op de plaats x voorstelt.

Beschouw nu 1 kg van de oxydeerbare stof op het tijdstip $t = 0$.
Op een tijdstip $t > 0$ is dit geworden (verondersteld dat steeds O_2 beschikbaar is geweest) volgens de hypothese $\tau = \text{constant} : e^{-t/\tau}$ kg. Totaal verbruikt 1 kg van de oxyderende stof dus

$$\int_0^{\infty} \beta \cdot e^{-t/\tau} \cdot dt = \beta \tau \text{ kg } O_2 \quad (3.03)$$

want :

$$\int e^{-t/\tau} dt = \frac{e^{-t/\tau}}{-1/\tau} + \text{constante}$$

Dit is een enigszins theoretisch getal, daar de juistheid ervan afhangt van de vraag of het oxydatieproces inderdaad voor onbeperkte tijdsduur voldoende nauwkeurig door een exponentiële functie wordt beschreven. Veronderstellen we dat dit wel het geval is, en noemen we de zuurstofbehoefte op oneindig lange termijn B.O.D._{tot.} en beschouwen we een hoeveelheid stof die op deze termijn precies 1 kg O_2 verlangt, als 1 eenheid B.O.D._{tot.}, dan komt deze eenheid volgens (3.03) overeen met $1/\beta\tau$ kg van die stof. Als $L(x, t)$ de concentratie is uitgedrukt in B.O.D._{tot.}, dan is dus

$$C(x, t) = \frac{1}{\beta\tau} \cdot L(x, t) \quad (3.04)$$

Men kan (3.02) dus ook aldus schrijven :

$$A(x) \cdot \frac{\partial G(x, t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} \left[R(x, t) \cdot G(x, t) + A(x) \cdot K(x) \frac{\partial G(x, t)}{\partial x} \right] \\ - A(x) \cdot \frac{L(x, t)}{\tau} + \alpha(x) \cdot \frac{A(x)}{h(x)} \left[G_v - G(x, t) \right] + q_{O_2}(x, t)$$

zuurstofverbruiksterm (3.02a)

Daar C en L evenredig met elkaar zijn, mag in uitdrukking (3.01) C zonder meer door L worden vervangen, mits men ook q in B.O.D._{tot.} uitdrukt :

$$A(x) \cdot \frac{\partial L(x,t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} \left[R(x,t) \cdot L(x,t) + A(x) \cdot K(x) \cdot \frac{\partial L(x,t)}{\partial x} \right] - A(x) \cdot \frac{L(x,t)}{\tau} + q'(x,t) \quad (3.01a)$$

Hiermee is de zuurstofverbruiksterm in (3.02) identiek geworden aan de verbrandingsterm (3.01). Dat deze termen evenredig met elkaar moeten zijn is duidelijk. Dat ze identiek geworden zijn vindt zijn oorzaak in het feit dat door de invoering van L alles in feite in "zuurstoftermen" wordt uitgedrukt; men meet de organische stof niet meer naar haar eigen gewicht maar naar het gewicht van de zuurstof die zij verlangt.

Men mag uit de verdwijning van β niet besluiten, dat het oxydatieproces geheel is vastgelegd met de waarde van τ . Naast de verbrandingsnelheid, gekarakteriseerd door τ , is de totale behoefte (= $\beta\tau$ volgens (3.03)) even belangrijk. Door middel van (3.04) is deze totale behoefte echter in L ondergebracht en is β niet meer nodig om de informatie, die τ geeft, aan te vullen.

Een wat meer aan de praktijk aangepaste modificatie, die overigens niet principieel van bovenstaande verschilt, is het uitdrukken van de hoeveelheid oxydeerbare stof in de zuurstofbehoefte voor een periode van vijf dagen in plaats van oneindig lange tijd. Deze B.O.D.₅ is meetbaar, terwijl bovengenoemde B.O.D._{tot.}, zoals vermeld, in feite een theoretisch begrip is. In de praktijk wordt q dan ook vaak als B.O.D.₅ gegeven. Is B(x,t) de concentratie, uitgedrukt in B.O.D.₅, dan is

$$C(x,t) = \frac{B(x,t)}{\beta\tau (1 - e^{-432.000/\tau})} \quad (3.05)$$

want in 5 dagen (432 000 seconden) verbruikt een hoeveelheid van (aanvankelijk) 1 kg van de oxydeerbare stof

$$\int_0^{432.000} \beta \cdot e^{-t/\tau} dt = \beta\tau (1 - e^{-432.000/\tau}) \text{ kg O}_2 \quad (3.06)$$

($\tau = 890.000 \text{ s}$ komt overeen met $K_1 = 0,097 \text{ dagen}^{-1}$).

Analoog aan (3.01a) en (3.02a) krijgen we :

$$A(x) \cdot \frac{\partial B(x,t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} [R(x,t) \cdot B(x,t) + A(x) \cdot K(x) \cdot \frac{\partial B(x,t)}{\partial x}]$$

$$- A(x) \cdot \frac{B(x,t)}{\tau} + q''(x,t) \quad (3.01b)$$

afbraak

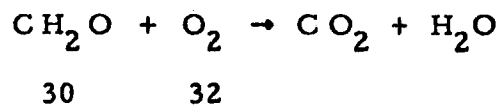
en :

$$A(x) \cdot \frac{\partial G(x,t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} [R(x,t) \cdot G(x,t) + A(x) \cdot K(x) \cdot \frac{\partial G(x,t)}{\partial x}]$$

$$- A(x) \cdot \frac{B(x,t)}{\tau(1 - e^{-432.000/\tau})} + \alpha(x) \cdot \frac{A(x)}{h(x)} [G_v - G(x,t)] + q_{O_2}(x,t)$$

zuurstofverbruik (3.02b)

Men kan nog opmerken dat de verhouding tussen C en L zowel van β als van τ afhangt (formule (3.04)), maar bepaald wordt door het produkt $\beta\tau$ waarvan men eventueel een schatting kan maken zonder β of τ te kennen. Neemt men bijvoorbeeld aan, dat de organische stof of het mengsel van organische stoffen bij benadering door $(CH_2O)_n$ kan worden beschreven en dat, bij de biochemische oxydatie, de koolstof bij benadering volledig verbrand wordt, dan volgt uit



dat : $\beta\tau = \frac{32}{30} \times 1 \text{ kg} = 1,07 \text{ kg}.$

De verhouding tussen C en B is volgens (3.05) alleen te bepalen als men β en τ afzonderlijk kent, ofwel $\beta\tau$ en τ afzonderlijk.

Tenslotte wordt de verhouding tussen L en B uitsluitend bepaald door τ , want de uitdrukkingen (3.04) en (3.05) geven

$$L(x, t) = \frac{B(x, t)}{1 - e^{-432.000/\tau}} \quad (3.07)$$

Bijvoorbeeld, als $\tau = 890.000$ s is $L = 2,60 B$, en $C(x, t) = 2,60 \cdot B(x, t) \cdot \frac{1}{\beta\tau}$.

De vergelijkingen (3.01) en (3.02) of de gegeven varianten zijn in hun algemene vorm alleen numeriek oplosbaar. Voor dit doel bestaat dus, zoals aangeduid, een rekenprogramma. Hierin is elk verloop van $A(x)$, $h(x)$, $K(x)$, $R(x, t)$, $C(x, 0)$, $G(x, 0)$, $\alpha(x)$ en $q(x, t)$ toegestaan, mits benaderd door eindige stappen en beperkt tot een eindig interval (x_1, x_2) waarbij in x_1 en x_2 tijdonafhankelijke randvoorwaarden voor C en G gegeven zijn. Dit laatste is zonder essentiële moeilijkheden uit te breiden tot tijdafhankelijke randvoorwaarden.

In plaats van de reactiefactor α (met de dimensies van een snelheid) treft men in de technische literatuur terzake meestal de grootte K_2 aan (dimensie tijd^{-1}). De samenhang van K_2 met de factor α en de differentiaalvergelijking (3.02) volgt uit het onderstaande.

Beschouwen we vergelijking (3.02) voor het geval dat C nul is en R, h, α , G onafhankelijk van x, dit wil zeggen er is een homogeen zuurstoftekort in een homogeen gebied :

$$\frac{dG}{dt} = \frac{\alpha}{h} [G_v - G(t)] \quad (3.08)$$

De dispersie speelt hier geen rol meer; de verticale menging moet zo intensief zijn dat verticale concentratieverschillen steeds te verwaarlozen zijn. We voeren de notatie in voor het zuurstoftekort :

$$D(t) = G_v - G(t) \quad (3.09)$$

dan wordt de vergelijking (3.08) :

$$\frac{dD(t)}{dt} = - \frac{\alpha}{h} D(t) \quad (3.10)$$

met als oplossing :

$$D(t) = D_0 \cdot e^{-\alpha t/h} \quad (3.11)$$

en hiervoor vindt men in de literatuur gewoonlijk :

$$D(t) = D_0 \cdot e^{-K_2 \cdot t} \quad (3.12)$$

waarin K_2 de reeds vroeger vermelde snelheidsconstante met dimensie tijd^{-1} is en het omgekeerde is van de tijdsconstante τ_r van het reactieproces :

$$K_2 = \frac{1}{\tau_r} = \frac{\alpha}{h} \quad (3.13)$$

Er is dus wel een analogie tussen $\frac{1}{\tau}$ en $\frac{\alpha}{h} = \frac{1}{\tau_r}$.

De studie van ir. G. C. van Dam (referentie 9) geeft de analytische oplossing van de vergelijkingen (3.01) en (3.02) in het bijzonder geval dat de beschouwde waterloop oneindig lang en homogeen is (A, K, h, R, α onafhankelijk van x), de toestand stationair is (alle optredende grootheden onafhankelijk van t) en waarbij alleen in een eindig aantal discrete punten oxydeerbare stof wordt geloosd. In de aangeduide theoretische studie wordt de invloed onderzocht van achtereenvolgens de reactiesnelheid voor de afbraak van de organische stof, de dispersiecoëfficiënt, de stroomsnelheid, de natte dwarsdoorsnede, op de concentratieverdelingen van de afvalstof B en de zuurstof G. De resultaten zijn opgenomen in enkele zeer duidelijke grafieken. In een latere studie zullen wij ook dergelijke berekeningen uitvoeren en beschrijven in een afzonderlijk verslag.

3.2. Het wiskundig model in numerieke vorm.

Voor de numerieke uitwerking van het ééndimensionale wiskundig model voor de langse, convectieve dispersie van afvalstoffen gebruiken wij de "stap voor stap"-methode, dit wil zeggen dat wij de bewerkingen uitvoeren volgens een expliciet schema met eindige verschillen of differenties Δx en Δt waartussen een verband zal moeten bestaan afhankelijk van de voorwaarden voor stabiliteit en convergentie in dit zuiver numeriek proces (zie verder).

Wij vervangen dus de partiële afgeleiden door quotiënten van eindige verschillen, waarbij wij doorheen het ganse verloop van de berekeningen werken met constante waarden voor Δx en Δt . We gebruiken de volgende schema's met eindige differenties bestemd voor de oplossing langs expliciete weg.

1) Voor de term van eerste orde $\frac{\partial C}{\partial t}$.

Enkel de voorwaartse differentie-benadering is toepasbaar, door de aard van het berekeningsproces zelf (we rekenen namelijk vooruit in de tijd) :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C_n^{t+\Delta t} - C_n^t}{\Delta t} \quad (3.14)$$

2) Voor de eerste orde-term met het nettowatertransport of het bovendebiet R van de rivier, gebruiken wij de centrale differentie-benadering :

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (R \cdot C) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{\Delta x} (R_{n+1}^t \cdot C_{n+1}^t - R_{n-1}^t \cdot C_{n-1}^t) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{V_n} (R_{n+1}^t \cdot C_{n+1}^t - R_{n-1}^t \cdot C_{n-1}^t) \end{aligned} \quad (3.15)$$

3) Voor de dispersie-term gebruiken wij de formulering van L. Otto en R. Dorrestein (ontwikkeld in hun studie voor de Eems, zie referentie 7) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (A \cdot K \cdot \frac{\partial C}{\partial x}) &= \\ &= \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{A_{n-1,n} \cdot K_{n-1,n}}{\Delta x} (C_{n-1}^t - C_n^t) + \frac{A_{n,n+1} \cdot K_{n,n+1}}{\Delta x} (C_{n+1}^t - C_n^t) \right] \\ &= \frac{1}{V_n} \left[\frac{A_{n-1,n} \cdot K_{n-1,n}}{\Delta x} (C_{n-1}^t - C_n^t) + \frac{A_{n,n+1} \cdot K_{n,n+1}}{\Delta x} (C_{n+1}^t - C_n^t) \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

De index n stelt hier overal een vaknummer voor. We bepalen dus concentraties C (van de opgeloste afvalstof B en de zuurstof G) in een vak van lengte Δx en niet in een dwarsdoorsnede. De grootheid $A_{n-1,n}$ betekent de oppervlakte van dwarsdoorsnede tussen vak $n-1$ en vak n .

Voor de algemene term van tweede orde $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ zijn vele andere schema's met eindige differenties mogelijk, zowel voor expliciete als impliciete oplossingswijzen van de massatransportvergelijking (zie hiervoor referentie 20).

De numerieke uitwerking volgens een impliciet schema van eindige differenties betekent dat de oplossing van de partiële differentiaalvergelijking wordt teruggebracht tot de oplossing van een stelsel lineaire algebraïsche vergelijkingen.

Bijlage 2 geeft een overzicht van het gebruikte wiskundig model in analytische vorm voor de afvalstoffen en voor de zuurstof. Bijlagen 3 en 4 geven de voorstelling met eindige differenties respectievelijk voor de afvalstoffen B (dit wil zeggen, de B.O.D. $_5$) en voor de zuurstof G . Onderaan deze bijlagen 3 en 4 hebben wij respectievelijk de termen in $B_n^{t+\Delta t}$ en $G_n^{t+\Delta t}$ geëxpliciteerd in het eerste lid van de differentievergelijking. Op een ogenblik $t + \Delta t$ bepalen wij $B_n^{t+\Delta t}$ in functie van B_n^t op het ogenblik t en alle andere gegeven grootheden (zoals ook de verontreinigende belasting) en bepalen wij vervolgens $G_n^{t+\Delta t}$ in functie van G_n^t , B_n^t en $B_n^{t+\Delta t}$. De grootheden α en τ worden hier als constanten beschouwd gedurende het gehele berekeningsproces.

*

* *

Herinneren we nu aan de begrippen van stabiliteit en convergentie van dit zuiver numeriek berekeningschema.

- 1) De benaderingsmethode met eindige verschillen wordt convergent genoemd indien de bekomen numerieke oplossing naar de theoretisch juiste oplossing van de differentiaalvergelijking(en) streeft, wanneer men de methode der eindige aangroeiingen toepast voor steeds kleinere stappen Δx , $\Delta y, \dots, \Delta t, \dots$ van de onafhankelijk veranderlijken. Een eerste eis die wij bijgevolg moeten stellen aan de benaderingsmethode, is de convergentie;

anders mogen we er niet op rekenen dat we de theoretisch juiste oplossing voldoende dicht zullen benaderen.

- 2) Zelfs indien de benaderingsmethode convergeert, zijn de resultaten daarom nog niet altijd bruikbaar. De benaderingsmethode dient ook stabiel te zijn. Hierdoor verstaan wij een methode waarbij iedere kleine ongewenste storing (afkomstig van bijvoorbeeld afrondingsfouten) gedempt wordt en niet versterkt in de loop van het numerieke berekeningsproces.

Wij beschouwen hier enkel de "numerieke" stabiliteit en niet de "fysische" of "analytische" stabiliteit (in de zin van deze laatste is een stelsel differentiaalvergelijkingen stabiel wanneer de regimetoestand onafhankelijk is van de begintoestand; dit is van belang bij iteratieve bewerkingen zoals bij getijberekeningen in twee of drie dimensies).

Normaal zou men de numerieke stabiliteit moeten onderzoeken ten opzichte van

- de afrondingsfouten,
- de rand- en beginvoorwaarden,
- het tweede lid van de differentiaalvergelijking, te weten een drijvende functie, in ons geval de bronterm en de putterm in de transportvergelijking. Dit hebben wij evenwel nog niet onderzocht (voor het onderzoek van deze problemen weze vooral referentie 21 vermeld).

Men kan aantonen dat, voor het eenvoudigste geval van een parabolische partiële differentiaalvergelijking, het eenvoudigste diffusieprobleem of het eenvoudigste vraagstuk aangaande warmtestroming uitgedrukt door

$$\frac{\partial C}{\partial t} - K \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \quad (3.17)$$

met $K = \text{Constante} > 0$, tegelijkertijd voldaan is aan de voorwaarden voor stabiliteit en convergentie wanneer de stappen Δx en Δt in de numerieke uitwerking volgens het expliciete schema, zijn verbonden door :

$$\frac{2 K \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} \leq 1 \quad (3.18)$$

als de lineaire differentiaalvergelijking voor de diffusie of voor de warmtestroming wordt benaderd door de volgende vergelijking met eindige differenties :

$$\frac{C_n^{t+\Delta t} - C_n^t}{\Delta t} = K \frac{C_{n+1}^t - 2C_n^t + C_{n-1}^t}{(\Delta x)^2} \quad (3.19)$$

(expliciet schema van eindige verschillen).

Beschouwen wij nu de vergelijking :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = K \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + a \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + b \cdot C \quad (3.20)$$

K, a, b zijn constanten en K is positief. De aanwezigheid van termen van lagere orde (zoals deze met b) dwingt tot kleinere waarden van Δt bij gekozen Δx en zelfs tot veel kleinere waarden Δt dan zou volgen uit

$$\frac{2K \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} = 1 \quad \text{of} \quad \frac{2K \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} < 1$$

Praktisch moet men stellen :

$$\frac{2K \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2} \ll 1 \quad (3.21)$$

Dit is bijvoorbeeld het geval bij een grote waarde van de factor b; deze zal een snel veranderende C veroorzaken zelfs als C onafhankelijk is van x (en dit is dus niet het geval voor ons algemeen probleem). Een zeer kleine Δt is dan vereist, zoals voor de overeenstemmende benadering met eindige differenties van de gewone differentiaalvergelijking

$$\frac{dC}{dt} = b \cdot C \quad (3.22)$$

(zie hierover ook referentie 20).

De numerieke stabiliteit van ons probleem is nochtans een nog meer ingewikkelde aangelegenheid dan alleen zou kunnen veroorzaakt worden door termen van lagere orde met constante coëfficiënten, dit omwille van de term die het nettowatertransport of het bovendebiet R omvat, dus deze term in de oorspronkelijke algemene massatransportvergelijking (2.05), gegeven door

$$\frac{\partial (C \cdot U)}{\partial x}$$

Men kan aantonen dat, omwille van deze term en bij gekozen stap Δx , de stap Δt moet voldoen aan de volgende betrekking :

$$\Delta t < \text{Min} \left\{ \frac{(\Delta x)^2}{2K}, \frac{A \cdot \Delta x}{R} \right\} \quad (3.23)$$

$$\text{met } K = \text{Max } K(n)$$

$$A = \text{Min } A(n).$$

Dit volgt uit de studie van de transportvergelijking (2.05), benaderd met eindige differenties, achtereenvolgens alleen voor dispersie en alleen voor convectie.

3.3. Eerste toepassingen bij de studie van de waterverontreiniging in de Westerschelde.

De theorie uiteengezet in paragraaf 3.1. wordt op dit ogenblik in het Waterbouwkundig Laboratorium toegepast in de studie van de waterverontreiniging in de Westerschelde. Hiertoe beschouwen wij de Schelde over een gedeelte van ongeveer 100 km, tussen de monding te Vlissingen enerzijds en een dwarsdoorsnede te Temse anderzijds. Bijlage 5 geeft een situatieschets van de Westerschelde en van de bijrivieren die in een globale studie van de waterverontreiniging in de Schelde moeten betrokken worden. Wij hebben het onderzocht gedeelte van de Schelde verdeeld in 50 vakken van elk 2000 m lengte. De vaknummers 1 tot en met 50 worden geteld van afwaarts (Vlissingen) naar opwaarts (Temse). De geometrie van de Westerschelde hebben wij overgenomen uit het verslag van ir. G. Claeys, opgesteld in 1968 (referentie 22);

voor de 50 vakken met $\Delta x = 2000$ m en met 51 dwars- en eindvlakken worden in de tabel van bijlage 6 de grootheden oppervlakte van dwarsdoorsnede A, volume V van een vak met lengte Δx , dispersiecoëfficiënt K en waterdiepte h voorgesteld. Bijlage 7 toont de grafische voorstelling van de dwarsdoorsneden A(x) van de Westerschelde (betrokken op halftij, zoals alle geometrie-grootheden), van de dispersiecoëfficiënt K(x) en het produkt A(x) · K(x) langsheen de Schelde tussen Vlissingen en Temse. Zoals vermeld in paragraaf 2.1. is het mogelijk, door de aanwezigheid van een zoutgradiënt in de Westerschelde, de dispersiecoëfficiënten te berekenen voor het estuarium en de tijrivier mits voldoende waarnemingen beschikbaar zijn betreffende het verloop van de zoutconcentratie en het nettowatertransport of het bovendebiet. Dergelijke berekeningen werden uitgevoerd in het Waterbouwkundig Laboratorium en beschreven door ir. G. Claeys in het vermelde verslag (referentie 22). Hiervoor werd uitgegaan van de metingen uitgevoerd in 1950, zowel door de Nederlandse Rijkswaterstaat (R.W.S.) als door de Antwerpse Zeediensten, om het verloop van het zoutgehalte (NaCl) in de Schelde te bepalen. De resultaten van die metingen zijn weergegeven in de bijlagen 8 tot en met 13 (overgenomen uit referentie 22) en betreffen respectievelijk de plaatsen Vlissingen, Terneuzen, Walsoorden, Bath, Antwerpen, Temse. De metingen werden uitgevoerd bij kentering hoogwater (H.W.) en bij kentering laagwater (L.W.). Aangaande de betrekking nettowatertransport - zoutgehalte, werd ook de totale som der bovendebieten in grafiek gebracht in de bijlagen 8 tot en met 13. De berekende gemiddelde veranderingen van het zoutgehalte werden in volle lijn getekend doorheen de gemeten waarden bij kentering hoogwater en kentering laagwater. Voor meer uitleg omtrent deze berekeningen zij verwezen naar referentie 22. Vermelden wij enkel dat de numerieke uitwerking van de massatransportvergelijking (2.05) gebeurde met tussenafstanden $\Delta x = 1000$ m; de gebruikte stap Δt werd evenwel nergens teruggevonden.

De steller van dit verslag heeft de hiervoor besproken berekeningen ter bepaling van K(x) hernomen in het voorjaar 1971, met de stappen $\Delta x = 1000$ m en $\Delta t = 300$ s. De overeenkomst tussen de twee groepen resultaten was bevredigend te noemen. Wanneer we als maximale waarde van de dispersiecoëfficiënt nemen, $K_{\max} = 200 \text{ m}^2/\text{s}$, dan volgt uit de voorwaarde voor stabiliteit en convergentie (3.21) dat Δt kleiner moet zijn dan 42 minuten

bij $\Delta x = 1000$ m (dit zou ook volgen uit de meer volledige voorwaarde (3.23)). De weerhouden variatie $K(x)$ van de dispersiecoëfficiënt K in functie van de afstand x langsheen de as van de rivier is niet het gevolg of het berekeningsresultaat van een soort dynamische programmering; het is dus in die zin eigenlijk geen optimale $K(x)$. Uitgaande van de gegeven beginvoorwaarden en van de randvoorwaarden in Vlissingen en Temse (onder andere het verloop van de zoutconcentratie in functie van de tijd in deze twee punten) en van een aangenomen verandering $K(x)$, werden zoutconcentraties bepaald in functie van de tijd in alle tussengelegen berekeningspunten en werd de rij $K_{n,n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots, 100$) zodanig aangepast dat de hieruit voortvloeiende variaties van de zoutconcentratie in de punten Terneuzen, Walsoorden, Bath, Antwerpen het best overeenkwamen met de variaties van de gemiddelde meetgrootheden uit de natuur voor het jaar 1950. Wij hebben aldus in onze berekeningen de waarden $K(x)$ aangenomen zoals ze worden beschreven in het vermelde verslag van ir. G. Claeys.

Voor berekeningen aangaande de waterverontreiniging in de Schelde is het bij de gestelde doeleinden niet nodig Δx kleiner te kiezen dan 2000 m, volgens de ervaringen opgedaan door ir. G.C. van Dam.

In de door ons uitgevoerde berekeningen in het probleem van de waterverontreiniging in de Westerschelde, hebben wij verder gebruik gemaakt van de waarden $h(x)$ voor de gemiddelde waterdiepte voorgesteld in bijlage 14, deze h -waarden werden overgenomen uit een vroegere kubatuurberekening voor de Schelde (referentie 23). De beschouwde indeling in 50 vakken van $\Delta x = 2000$ m lengte is onderaan bijlage 14 aangegeven.

Voor de hier vermelde eerste inleidende berekeningen wordt een constante reactiefactor α gebruikt (overeenstemmend met een constante waarde K_2) : $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5}$ m/s. Alhoewel het opgestelde rekenprogramma meer algemeen opgevat is (zie paragraaf 3.1.), gebeurden de eerste berekeningen dus met die constante waarde van α zoals ook vermeld in de vorige paragraaf 3.2..

De tijdsconstante τ (overeenkomend met de afbraakconstante K_1) wordt aangenomen als $\tau = 890.000$ s. In de toekomst zullen wij ook werken met andere waarden van τ om op die wijze rekening te houden met bijvoorbeeld

seizoenveranderingen in de waarde van τ . We beschouwen hier dus enkel de reactieconstanten K_1 en K_2 (of hun omwerking in de door ons gevolgde werkwijze) : het zuurstofverbruik in het verontreinigd water is steeds in evenwicht met de opname van zuurstof zoals ook in vergelijkingen (3.01b) en (3.02b) is uitgedrukt.

De zuurstofverzadigingswaarde wordt aangenomen als zijnde $G_v = 10 \text{ mg/l} = 0,010 \text{ kg/m}^3$. Ook zijn berekeningen uitgevoerd geworden met $G_v = 9 \text{ mg/l}$. Om te vermijden dat de berekende zuurstofconcentratie G_n^t op het tijdstip t (na de berekening van het gehalte B.O.D.₅ of B_n^t op hetzelfde tijdstip t) negatief zou kunnen worden, moeten wij een onderste grens aannemen voor de mogelijke zuurstofconcentraties zoals ze volgen uit de berekeningen. Als onderste grens van het zuurstofgehalte hebben we gesteld $G_{\text{limiet}} = 0,00001 \text{ kg/m}^3$. We nemen dus aan dat beneden die grens geen afbraak van de organische stoffen meer optreedt en dat deze zich dan verder verplaatsen door convectie en dispersie.

Met dezelfde aangenomen waarde $K_{\text{max}} = 200 \text{ m}^2/\text{s}$ volgt uit de voorwaarde (3.21), bij $\Delta x = 2000 \text{ m}$:

$$\Delta t < 166 \text{ min} = 2 \text{ h } 46 \text{ min.}$$

Voor de ongelijkheid uit de voorwaarde (3.23)

$$\Delta t < \frac{A_{\text{min}} \cdot \Delta x}{R}$$

nemen wij bijvoorbeeld $\Delta x = 2000 \text{ m}$, $R = 100 \text{ m}^3/\text{s}$, $A_{\text{min}} = 1500 \text{ m}^2$, dan moet het tijdsinterval Δt voldoen aan

$$\Delta t < 500 \text{ min} = 8 \text{ h } 20 \text{ min.}$$

Wij hebben al onze berekeningen uitgevoerd met het afstandsinterval $\Delta x = 2000$ meter en het tijdsinterval $\Delta t = 1200$ seconden. Ter controle hebben wij eveneens enkele berekeningen gemaakt met kleinere waarden van Δt waarbij wij - bij de door ons gekozen nauwkeurigheid - dezelfde uitslagen bekomen hebben als bij $\Delta t = 1200 \text{ s}$. Op die manier hebben wij met de gekozen intervallen Δx en Δt zeker voldaan aan de eisen aangaande de stabiliteit van het numeriek berekeningsproces. Om na te gaan of ook

werkelijk voldaan is aan de eisen aangaande de convergentie, zullen wij later in een bijkomende studie numerieke bewerkingen uitvoeren op een gelijkaardig probleem in het geval dat daarvoor een analytische of theoretische oplossing bestaat (zie hiertoe ook referentie 9).

Bijlage 15 geeft dan het schema van het algemeen aanvangs- en randwaardenprobleem waarvoor wij ons hier bevinden. De verscheidene gebruikte notaties stemmen overeen met de voorstellingswijze van de in dit hoofdstuk weergegeven formules. Wat de beginvoorwaarden betreft, vertrekt men van een "zuivere" Schelde, overal geldt $G_n^{t=0} = G_v$ en $B_n^{t=0} = 0$ (met $n = 1, 2, 3, \dots, 50$). De randvoorwaarden zijn constant in de tijd; wij hebben dus eigenlijk in deze eerste berekeningsgevallen te maken met een zuiver beginwaardenprobleem in plaats van met een gemengd rand- en beginwaardenvraagstuk. Als randvoorwaarden nemen we aan, voor Vlissingen en voor Temse : $B_1^t = 0$ en $G_1^t = G_v$, $B_{50}^t = 0$ en $G_{50}^t = G_v$.

De berekeningen zijn uitgevoerd geworden op de elektronische rekenmachine National Century 200 van het Waterbouwkundig Laboratorium. Er werd gevonden dat na een simulatie van 64 dagen natuur een nagenoeg stationaire toestand was ingetreden; de berekeningen verder doorvoeren leidt praktisch tot geen wijzigingen meer van de bekomen concentraties B (B.O.D.₅) en G (zuurstof) na 64 dagen.

*
* *
*

In een eerste groep berekeningen zijn afzonderlijke lozingspunten beschouwd geworden voor de gestorte afvalprodukten. De aangenomen lozingspunten zijn (de aangegeven nummers n duiden op het scheidingsvlak $n - 1, n$) :

Punt 28, overeenkomend met de Belgisch-Nederlandse grens, kortweg genaamd "Grens";

Punt 39, ter hoogte van Antwerpen-Stad;

Punt 46, ter hoogte van de uitmonding van de Rupel in de Schelde.

Achtereenvolgend beschouwen wij in elk lozingspunt een verontreinigend vermogen of een verontreinigende belasting van 50 ton B. O. D. $\frac{5}{\text{dag}}$, met waarden van het nettowatertransport of bovendebiet R gelijk aan 20, 40, 100 m³/s. De berekeningsresultaten voor de concentratie B der opgeloste afvalstoffen en voor de concentratie G van de opgeloste zuurstof "na 64 dagen" zijn grafisch voorgesteld voor de punten 28, 39, 46 in de respectievelijke bijlagen 16, 17, 18. Voor de zuurstofconcentratie bekomt men also het kenmerkend verloop aangeduid door "oxygen sag" in de desbetreffende literatuur. We hechten hier geen bijkomende bespreking of beschouwingen aan de voorgestelde grafieken, ze zijn op zichzelf genomen sprekend genoeg. Er zij enkel gewezen op de invloed van de ligging van het lozingspunt op het verloop van de krommen B en G.

In een tweede groep berekeningen hebben wij te maken met verscheidene lozingspunten tegelijkertijd en wordt een vergelijking gemaakt tussen de resultaten met twee bovendebieten $R = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ en $R = 80 \text{ m}^3/\text{s}$. In bijlage 19 worden de bekomen cijferresultaten in grafiek gebracht in het geval van drie lozingspunten met voor elk een bijbehorende belasting :

Punt 28 (Grens) :	100 ton B. O. D. $\frac{5}{\text{dag}}$.
Punt 39 (Antwerpen) :	50 ton B. O. D. $\frac{5}{\text{dag}}$.
Punt 46 (Rupel) :	125 ton B. O. D. $\frac{5}{\text{dag}}$.

In bijlage 20 tenslotte worden gelijkaardige berekeningsresultaten getoond in het geval van vier lozingspunten, waarbij punt 39 "ontdubbeld" wordt : we nemen de punten 34 en 39 met telkens 25 ton B. O. D. $\frac{5}{\text{dag}}$ als verontreinigend vermogen. Uit de grafieken van bijlagen 19 en 20 blijkt overduidelijk de grote invloed van het bovendebiet R op het verloop van de B. O. D. $\frac{5}{\text{dag}}$ of B; de maximale B-waarde is merkkelijk lager bij $R = 80 \text{ m}^3/\text{s}$ dan bij $R = 20 \text{ m}^3/\text{s}$; de invloed van het bovendebiet doet zich evenwel meer opwaarts gevoelen dan aan de Belgisch-Nederlandse grens.

In deze tweede groep berekeningen werd gewerkt met een zuurstofverzadigingswaarde $G_v = 9 \text{ mg}/\ell$.

3.4. Slotwoord.

De bedoeling van dit verslag was vooral, na een aantal theoretische beschouwingen, een overzicht te geven van de in het Waterbouwkundig Laboratorium gevolgde werkmethode in de studie van de waterverontreiniging in een rivier waarbij wij, door de ontvangen onderzoeksopdracht, de geschetste theorie moeten toepassen op het vraagstuk van de waterhuishouding in de Westerschelde. Op basis van de resultaten bekomen uit dergelijke studies, zou men op die wijze kunnen geraken tot een oordeelkundige keuze van te ontwerpen zuiveringsstations voor de behandeling van de afvalwateren (bijvoorbeeld langsheen de Zenne of de Rupel) of tot beperkende maatregelen waarbij aan bepaalde nijverheden zou kunnen opgelegd worden hun afvalprodukten op een passende wijze vooraf te behandelen alvorens ze in een rivier te storten. Deze laatste mogelijkheid vormt also wellicht een nieuw onderzoeksterrein voor de industriële scheikunde.

In de hierna op te maken verslagen van het Waterbouwkundig Laboratorium aangaande de eigenlijke opdracht voor de studie van de waterverontreiniging in de Westerschelde, zullen de gemaakte navorsingen en hun resultaten - gesteund op metingen in de natuur en berekeningen op het wiskundig model - meer concreet worden behandeld.

Borgerhout, januari 1972.

Verslag opgesteld door :

De Hoofdingenieur-Directeur
van Bruggen en Wegen,

De Hoofdingenieur-Directeur van Bruggen en Wegen,
Directeur van het Waterbouwkundig Laboratorium,

ir. E. SMETS.

ir. A. STERLING.

LITERATUURLIJST

- 1) G. J. F. MacDonald : "Science and Technology of the Environment" in "Man in Inner and Outer Space", Editors S. T. Butler, H. Messel. Pergamon Press, Oxford, 1968.
- 2) S. F. Singer : "Global Effects of Environmental Pollution" in EOS, Transactions of the American Geophysical Union, Volume 51, No. 5, May, 1970.
- 3) D. Lefort : "Modèles mathématiques de pollution de rivière".
Bijdrage aan de XXIVste Studiedagen CEBEDEAU te Luik (1971).
Gepubliceerd in "La Tribune du Cebedeau", n° 335, Volume 24, octobre 1971. Editions CEBEDOC, Liège.
- 4) S. W. Custer, R. G. Krutchkoff : "Stochastic Model for B. O. D. and D. O. in Estuaries".

P. M. Berthouex, L. C. Brown : "Monte Carlo Simulation of Industrial Waste Discharges".
Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, October, 1969.
- 5) D. Wilms : "Afvalwater-analyse", Cursus gedoceerd aan de Katholieke Universiteit te Leuven.
- 6) L. Pauling : "Chimie Générale", Dunod, Paris, 1966.
- 7) H. J. Eggink : "Het estuarium als ontvangend water van grote hoeveelheden afvalstoffen", Rijksinstituut voor Zuivering van Afvalwater te Voorburg. Staatsdrukkerij, 's Gravenhage, 1965.
- 8) K. Imhoff : "Taschenbuch der Stadtentwässerung", R. Oldenbourg Verlag, München, 1956.

- 9) G. C. van Dam : "Enkele formules voor ééndimensionale behandeling van de zuurstofhuishouding in een rivier of andere waterloop, waarin oxydabel materiaal geloosd wordt". Nota van de Mathematisch-Fysische Afdeling van de Rijkswaterstaat n° 6701, Den Haag, 1967.
- 10) "Le Livre de l'Eau" : Centre Belge d'Etude et de Documentation des Eaux, CEBEDEAU, Volume 5, Edition CEBEDOC, Liège 1964.
- 11) "Effects of polluting discharges on the Thames Estuary", Water Pollution Research, Department of scientific and industrial research. Technical paper n° 11, H. M. S. Office, London, 1964.
- 12) D. J. O'Connor, D. M. Di Toro : "Photosynthesis and Oxygen Balance in Streams", Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, April, 1970.
- 13) A. De Sy, J. Vidts : "Theoretische en toegepaste metaalkunde". Uitgeverij N. I. C. I., Gent 1961.
- 14) A. N. Tychonoff, A. A. Samarski : "Differentialgleichungen der Mathematischen Physik". V. E. B. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1959.
- 15) G. E. R. Schulze : "Metallphysik", Akademie Verlag, Berlin 1967.
- 16) A. T. Ippen : "Estuary and Coastline Hydrodynamics", McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.
- 17) G. I. Taylor : "The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe". Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Volume 223, 1954, pp. 446-468.

- 18) H. B. Fischer : "Analytic Prediction of Longitudinal Dispersion Coefficients in Natural Streams", Proceedings Twelfth Congress, 1967, International Association for Hydraulic Research, Volume 4, pp. 11-19.
 - 19) F. M. Henderson : "Open Channel Flow", The MacMillan Company, New York, 1966.
 - 20) R. D. Richtmyer, K. W. Morton : "Difference Methods for Initial-Value Problems", Interscience Publishers, New York, 1967.
 - 21) I. S. Berezin, N. P. Zhidkov : "Computing Methods", Pergamon Press, Oxford, 1965.
 - 22) G. Claeys : "Het diffusieverschijnsel in de Westerschelde". Intern verslag van het Waterbouwkundig Laboratorium van Bruggen en Wegen, Ministerie van Openbare Werken, augustus 1968.
 - 23) L. Bonnet, J. Blockmans : "Etude du régime des rivières du bassin de l'Escaut Maritime par cubature de la marée moyenne décennale 1921-1930". Annales des Travaux Publics de Belgique, juin 1936.
-

Fig. 1

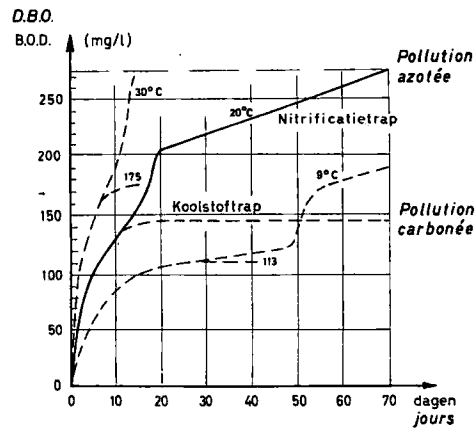
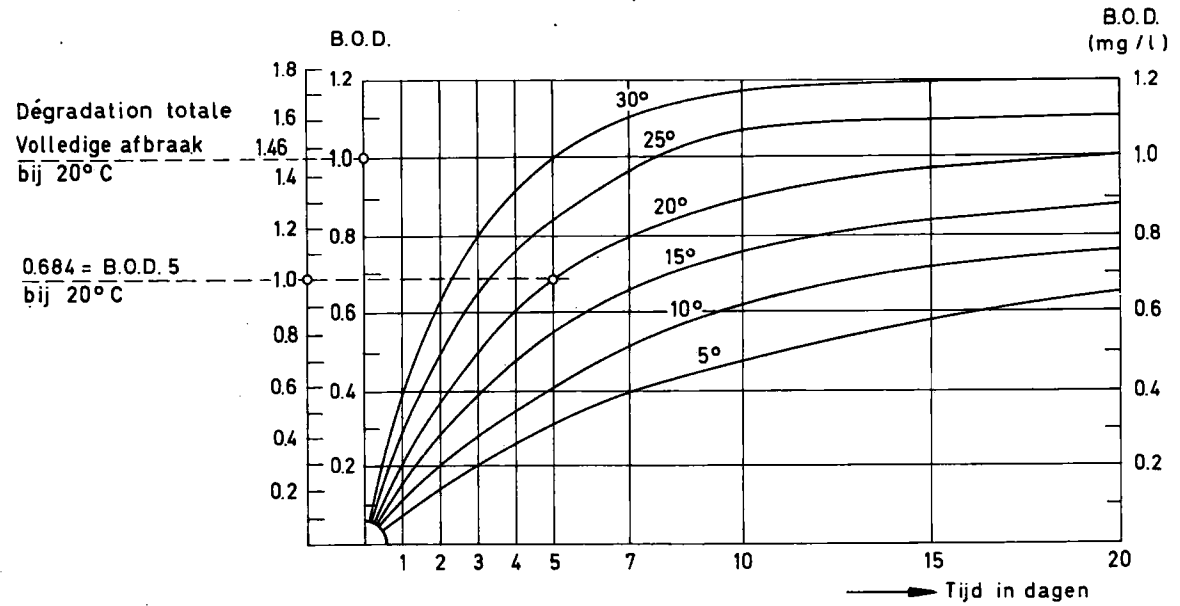


Fig. 2



AFBRAAK KOOLSTOFTRAP IN LUCHTHOUDEND WATER
 BIJ VERSCHILLENDE TEMPERATUREN

*Dégradation de la D.B.O. carbonée dans l'eau aérée
 en fonction de la température*

VOORSTELLING WISKUNDIG MODEL

$$A(x) \cdot \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} \left[R(x,t) \cdot C(x,t) + A(x) \cdot K(x) \cdot \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \right] \\ - A(x) \cdot \frac{C(x,t)}{\tau} + q(x,t)$$

$$A(x) \cdot \frac{\partial G(x,t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} \left[R(x,t) \cdot G(x,t) + A(x) \cdot K(x) \cdot \frac{\partial G(x,t)}{\partial x} \right] \\ - \beta \cdot A(x) \cdot C(x,t) + \alpha(x) \cdot \frac{A(x)}{h(x)} \cdot \left[G_v - G(x,t) \right] + q_{O_2}(x,t)$$

$$A(x) \cdot \frac{\partial B(x,t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} \left[R(x,t) \cdot B(x,t) + A(x) \cdot K(x) \cdot \frac{\partial B(x,t)}{\partial x} \right] \\ - A(x) \cdot \frac{B(x,t)}{\tau} + q''(x,t)$$

$$A(x) \cdot \frac{\partial G(x,t)}{\partial t} = + \frac{\partial}{\partial x} \left[R(x,t) \cdot G(x,t) + A(x) \cdot K(x) \cdot \frac{\partial G(x,t)}{\partial x} \right] \\ - A(x) \cdot \frac{B(x,t)}{(1 - e^{-432000/\tau})\tau} + \alpha(x) \cdot \frac{A(x)}{h(x)} \cdot \left[G_v - G(x,t) \right]$$

$$+ \cancel{q_{O_2}(x,t)}$$

= nul gesteld

VERLOOP B.O.D. 5

$$\frac{B_n^{t+\Delta t} - B_n^t}{\Delta t} = \frac{1}{V_n} \left[\frac{A_{n-1,n} K_{n-1,n}}{\Delta x} (B_{n-1}^t - B_n^t) + \frac{A_{n,n+1} K_{n,n+1}}{\Delta x} \right.$$

$$\left. (B_{n+1}^t - B_n^t) \right] + \frac{0,5 R^t}{V_n} (B_{n+1}^t - B_{n-1}^t) - \frac{1}{\tau} \cdot 0,5 \cdot (B_n^{t+\Delta t} + B_n^t) +$$

$$\left[\frac{Q_{n-1,n}''^t}{A_{n-1,n}} + \frac{Q_{n,n+1}''^t}{A_{n,n+1}} \right] \cdot \frac{0,5}{\Delta x}$$

$$a_3 = \frac{A_{n-1,n} K_{n-1,n}}{\Delta x} (B_{n-1}^t - B_n^t)$$

$$a_4 = \frac{A_{n,n+1} K_{n,n+1}}{\Delta x} (B_{n+1}^t - B_n^t)$$

$$a_2 = \frac{0,5 R^t}{V_n} (B_{n+1}^t - B_{n-1}^t)$$

$$B_n^{t+\Delta t} \left(1 + \frac{0,5}{\tau} \cdot \Delta t \right) = B_n^t + \Delta t \left[\frac{0,5}{\Delta x} \left(\frac{Q_{n-1,n}''^t}{A_{n-1,n}} + \frac{Q_{n,n+1}''^t}{A_{n,n+1}} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{V_n} (a_3 + a_4 + a_2) - \frac{0,5}{\tau} \cdot B_n^t \right]$$

VERLOOP ZUURSTOF

$$\frac{G_n^{t+\Delta t} - G_n^t}{\Delta t} = \frac{1}{V_n} \left[\frac{A_{n-1,n} K_{n-1,n}}{\Delta x} (G_{n-1}^t - G_n^t) + \frac{A_{n,n+1} K_{n,n+1}}{\Delta x} \right.$$

$$\left. (G_{n+1}^t - G_n^t) \right] + \frac{0,5R^t}{V_n} (G_{n+1}^t - G_{n-1}^t) - \frac{0,5}{(1 - e^{-432000/\tau})\tau} (B_n^t + B_n^{t+\Delta t})$$

$$+ \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{1}{h_{n-1,n}} + \frac{1}{h_{n,n+1}} \right) \left[G_v - \frac{1}{2} (G_n^t + G_n^{t+\Delta t}) \right]$$

$$a_3 = \frac{A_{n-1,n} K_{n-1,n}}{\Delta x} (G_{n-1}^t - G_n^t)$$

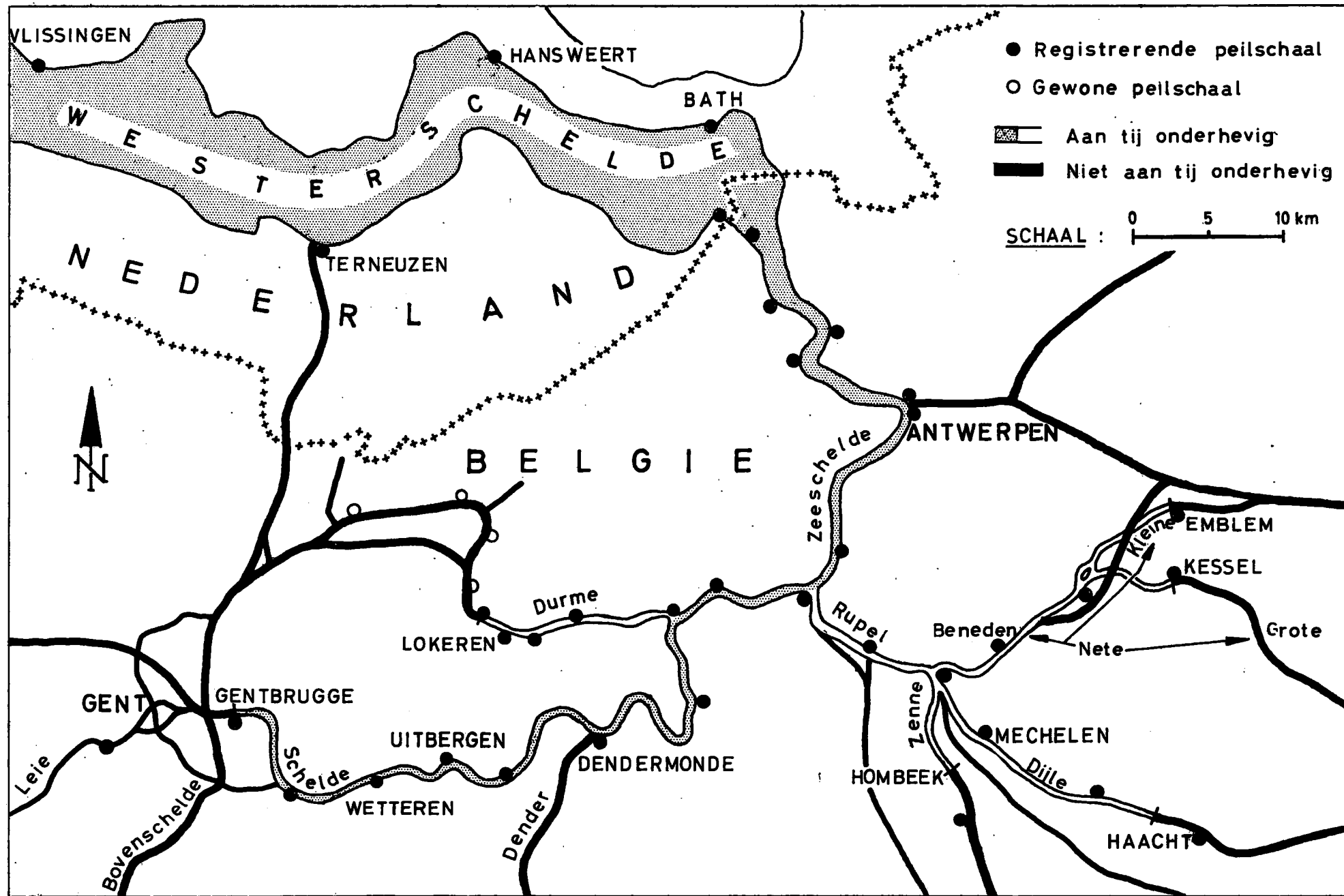
$$a_4 = \frac{A_{n,n+1} K_{n,n+1}}{\Delta x} (G_{n+1}^t - G_n^t)$$

$$a_2 = \frac{0,5R^t}{V_n} (G_{n+1}^t - G_{n-1}^t)$$

$$G_n^{t+\Delta t} \left[1 + \frac{\Delta t}{4} \alpha \left(\frac{1}{h_{n-1,n}} + \frac{1}{h_{n,n+1}} \right) \right] =$$

$$= G_n^t + \Delta t \left\{ \frac{1}{V_n} (a_3 + a_4 + a_2) - \frac{0,5 (B_n^{t+\Delta t} + B_n^t)}{(1 - e^{-432000/\tau})\tau} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{1}{h_{n-1,n}} + \frac{1}{h_{n,n+1}} \right) \left[G_v - 0,5 G_n^t \right] \right\}$$



GEOMETRIE WESTERSCHELDE
GEDEELTE VLISSINGEN-TEMSE

nummers dwars- en eindvlakken	A (m ²)	V (m ³)	K (m ² /s)	h (m)
1	80255.	160121184.	52.95	17.910
2	80263.	159648592.	58.55	17.910
3	79289.	156624304.	64.32	12.850
4	77197.	151712448.	72.54	12.850
5	74443.	145732208.	80.59	12.850
6	71214.	138588368.	89.86	12.850
7	67270.	129967856.	101.08	12.850
8	62641.	120583632.	114.93	12.850
9	57991.	111916400.	131.05	12.850
10	54039.	105018512.	146.18	12.850
11	51117.	100294224.	156.50	12.850
12	49305.	97449328.	162.25	10.400
13	48171.	95062608.	161.91	10.400
14	46819.	91809616.	156.98	10.400
15	44941.	87787104.	151.30	10.400
16	42819.	83190736.	143.62	10.400
17	40290.	77453456.	135.26	10.400
18	37090.	70723104.	129.41	10.400
19	33643.	64029024.	123.35	7.240
20	30415.	57708672.	116.71	7.240
21	27286.	51396336.	111.77	7.240
22	24113.	45232256.	105.75	7.240
23	21174.	39911392.	99.17	7.240
24	18818.	35808944.	92.99	7.240
25	17047.	32588512.	83.88	7.240
26	15552.	29619632.	75.22	7.240
27	14059.	26626464.	69.70	7.240
28	12577.	23822576.	66.78	5.750
29	11274.	21460560.	63.85	5.750
30	10211.	19507712.	62.18	5.750
31	9310.	17815184.	60.15	5.750
32	8517.	16348513.	58.11	5.750
33	7845.	15103596.	57.36	8.200
34	7263.	13951540.	55.76	8.200
35	6682.	12745621.	55.37	8.200
36	6058.	11491132.	55.28	8.340
37	5435.	10290499.	57.03	8.340
38	4861.	9202602.	57.58	8.340
39	4347.	8233722.	60.50	8.340
40	3895.	7416451.	62.90	8.180
41	3533.	6799529.	63.66	8.180
42	3276.	6362237.	64.08	8.180
43	3088.	6003741.	63.45	8.180
44	2907.	5630277.	63.63	8.180
45	2690.	5239328.	65.05	8.180
46	2435.	4932211.	67.32	6.330
47	2178.	4803018.	70.70	5.110
48	1950.	4799698.	74.32	5.110
49	1756.	4778619.	77.97	5.110
50	1580.	4919234.	82.22	5.110
51	1495.		84.94	4.960

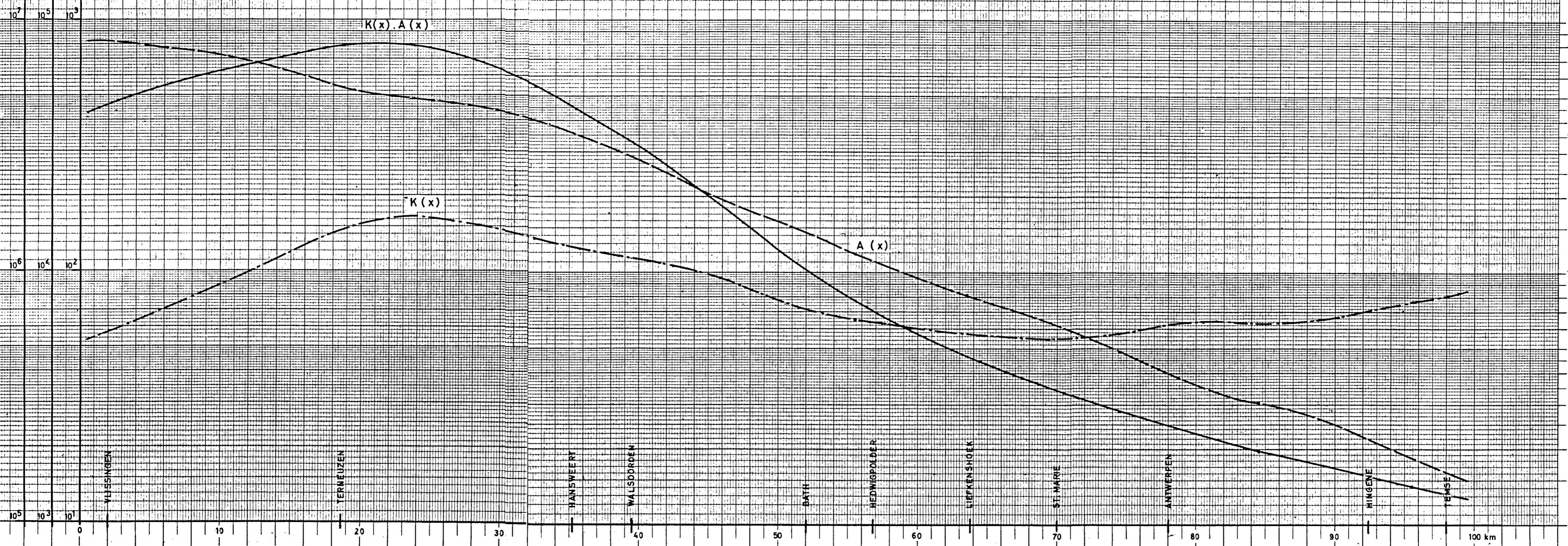
Tussenafstand dwarsdoorsneden : $\Delta x = 2000$ m.

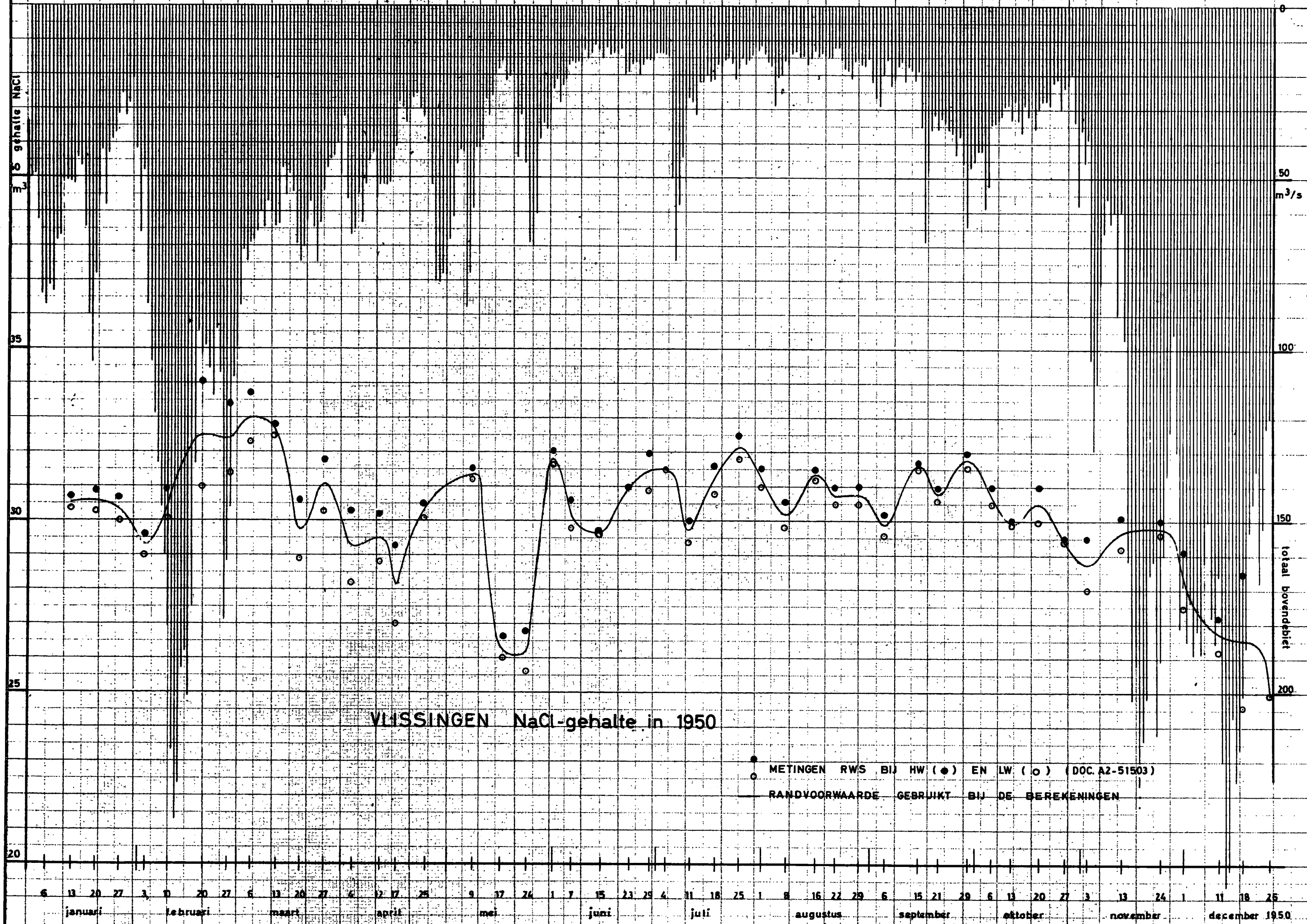
K(x) A(x) K(x)

WESTERSCHELDE

Verloop van de dispersiecoëfficiënt K(x)
de halftijdoorsnede A(x)
en het produkt K(x) . A(x)

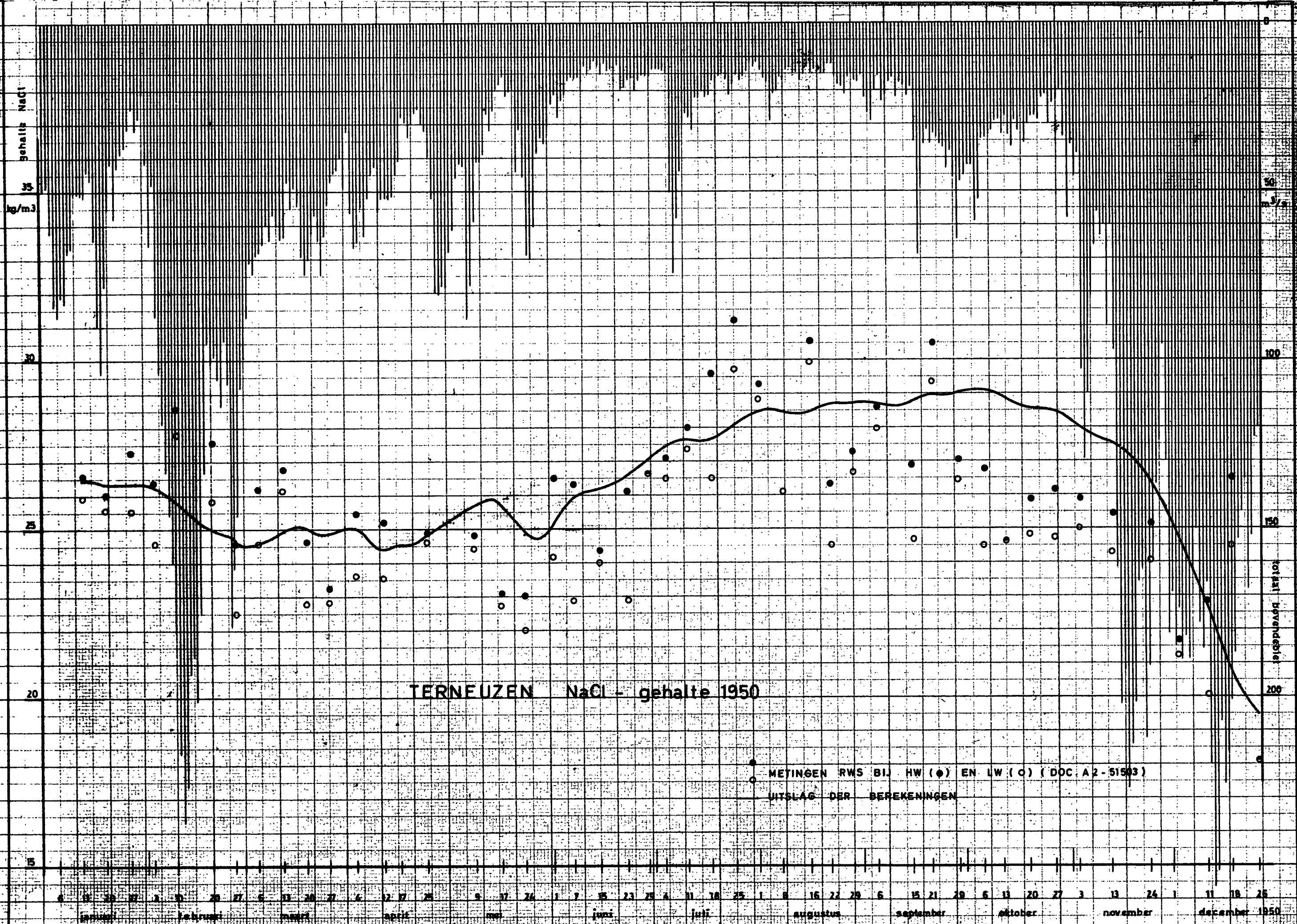
Eenheden meter, seconde





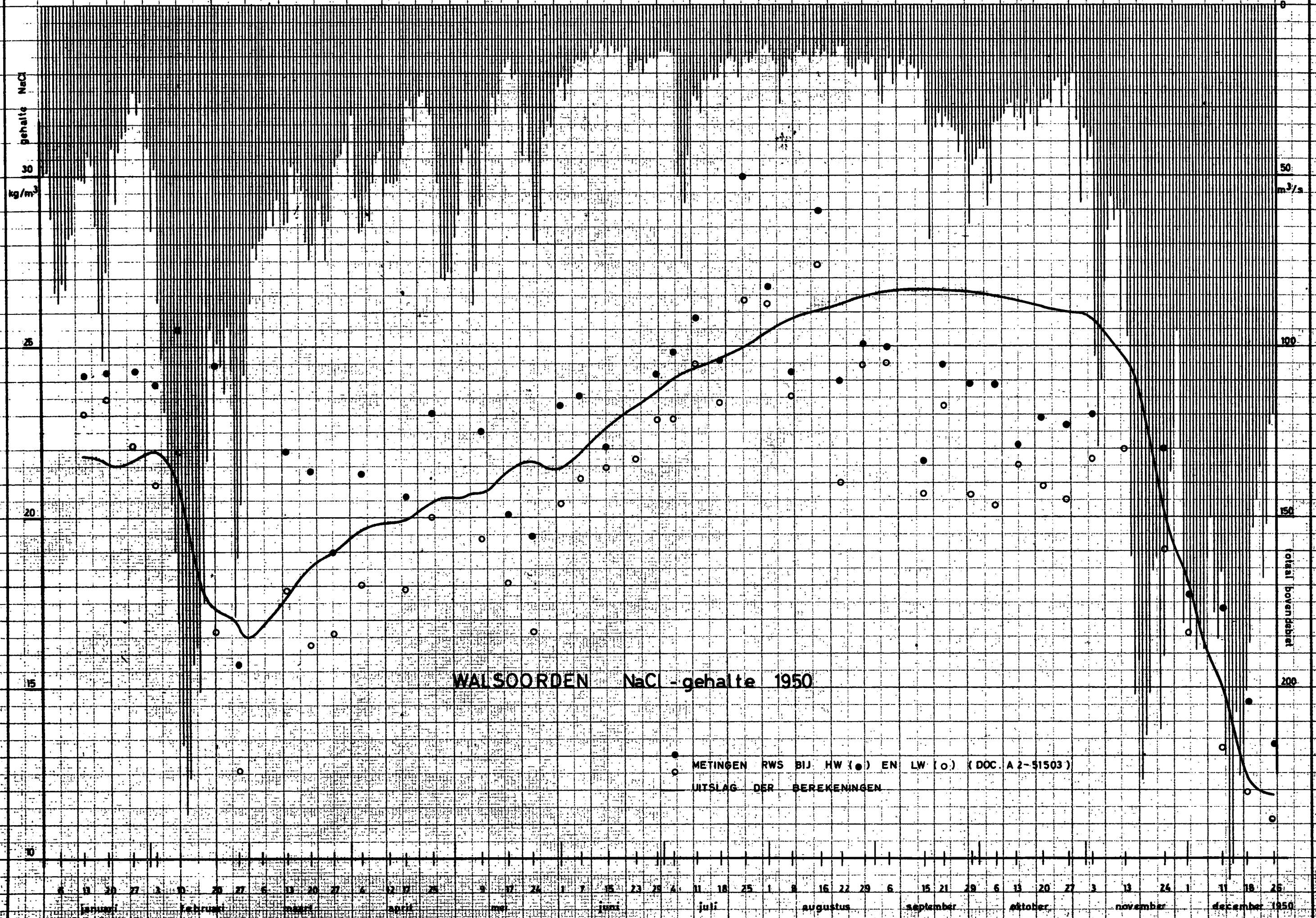
VLISSINGEN NaCl-gehalte in 1950

● METINGEN RWS BIJ HW (●) EN LW (○) (DOC. A2-51503)
 — RANDVOORWAARDE GEBRUIKT BIJ DE BEREKENINGEN



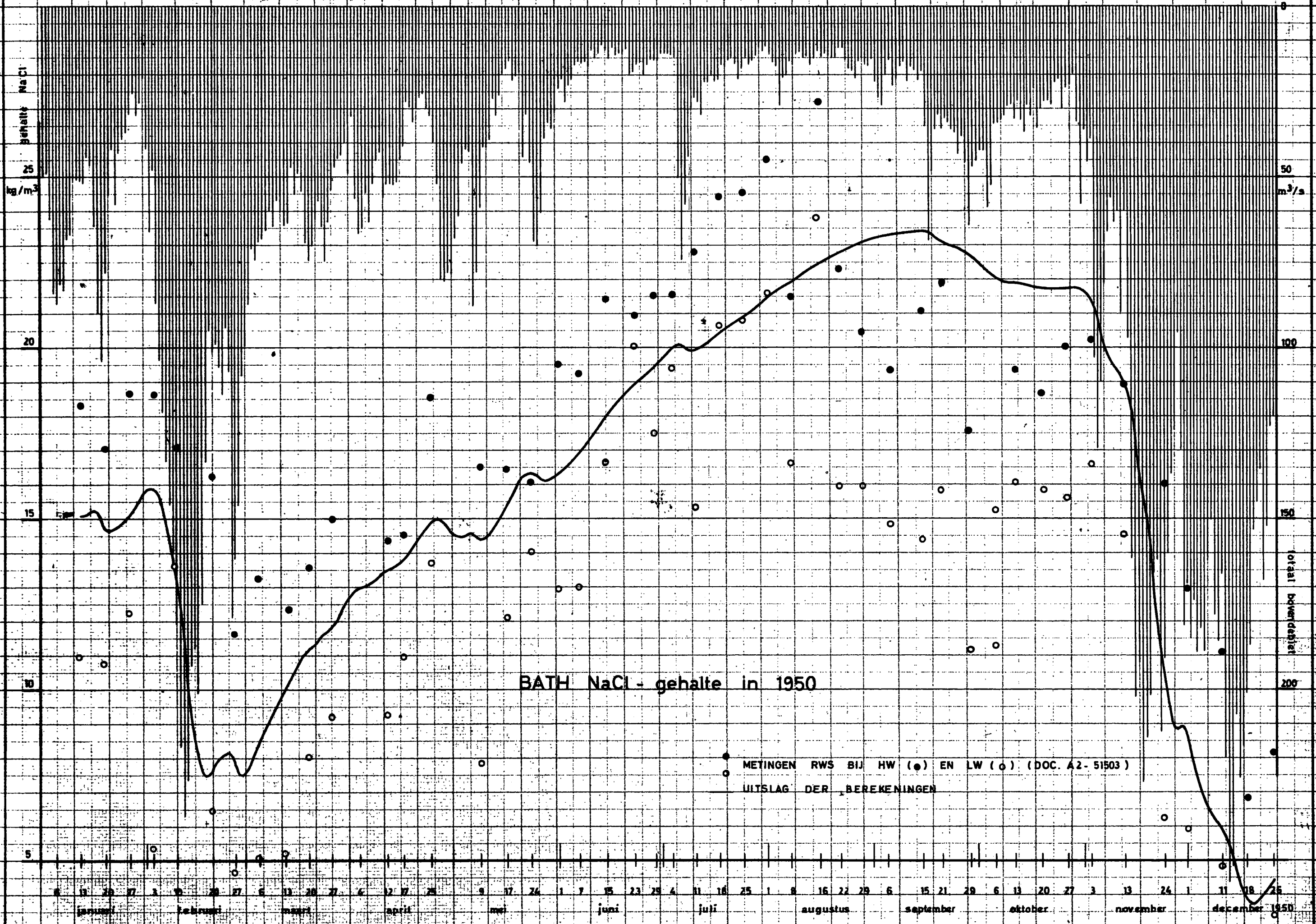
TERNEUZEN NaCl - gehalte 1950

METINGEN RWS BI. HW (●) EN LW (○) (DOC. A2-51503)
UITSLAG DER BEREKENINGEN



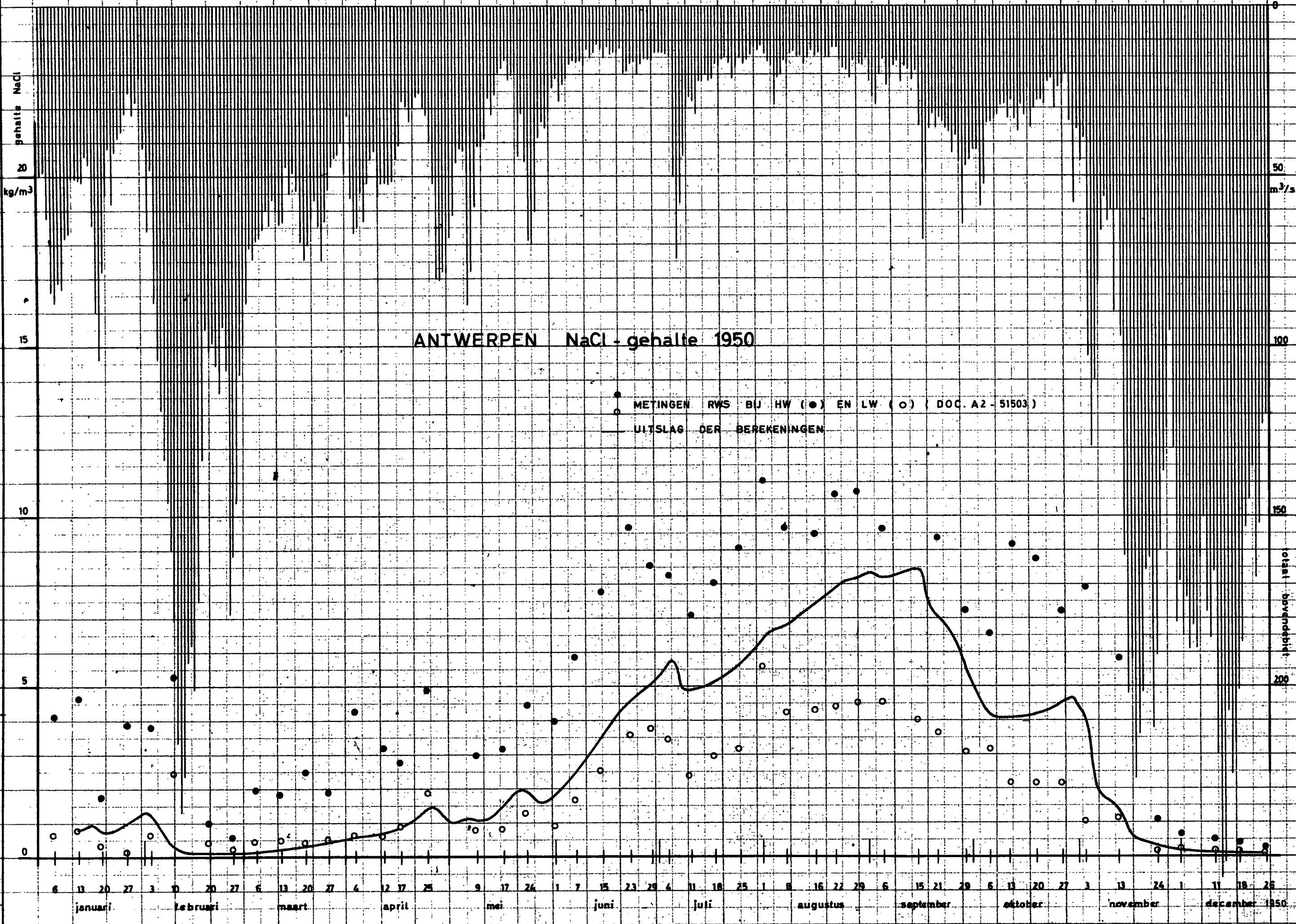
WALSOORDEN NaCl -gehalte 1950

METINGEN RWS BIJ HW (●) EN LW (○) (DOC. A 2-51503)
UITSLAG DER BEREKENINGEN



BATH NaCl - gehalte in 1950

● METINGEN RWS BIJ HW (●) EN LW (○) (DOC. A2- 51503)
 ○ UITSLAG DER BEREKENINGEN



ANTWERPEN NaCl - gehalte 1950

● METINGEN RWS BIJ HW (●) EN LW (○) (DOC. A2 - 51503)
 — UITSLAG DER BEREKENINGEN

gehalte NaCl
kg/m³

50

100

150

200

250

TEMSE NaCl-gehalte in 1950

totale bovengrond

200

METINGEN ANTWERPSE ZEEDIENSTEN BIJ HW (●) EN LW (○)

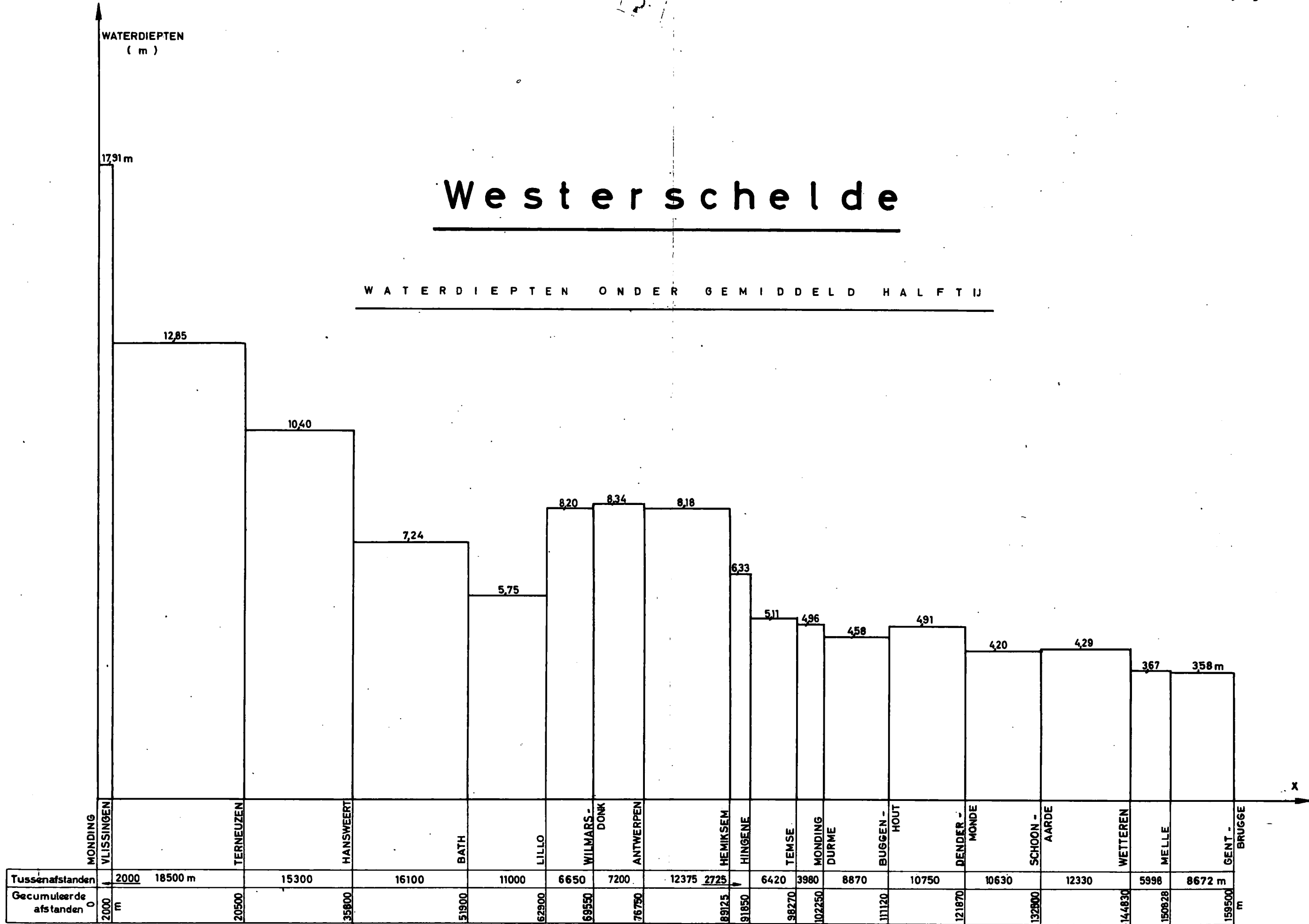
RANDVOORWAARDE GEBRUIKT BIJ DE BEREKENINGEN

6 13 20 27 3 10 17 24 31 7 14 21 28 4 11 18 25 1 8 15 22 29 6 13 20 27 3 10 17 24 31 7 14 21 28 4 11 18 25
 januari februari maart april mei juni juli augustus september oktober november december 1950

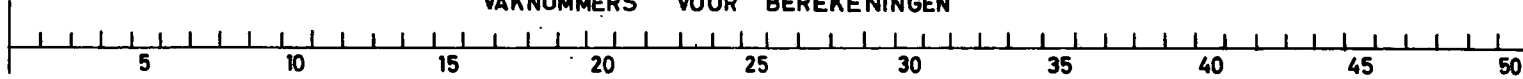
WATERDIEPTEN
(m)

Westerschelde

WATERDIEPTEN ONDER GEMIDDELD HALFTIJ



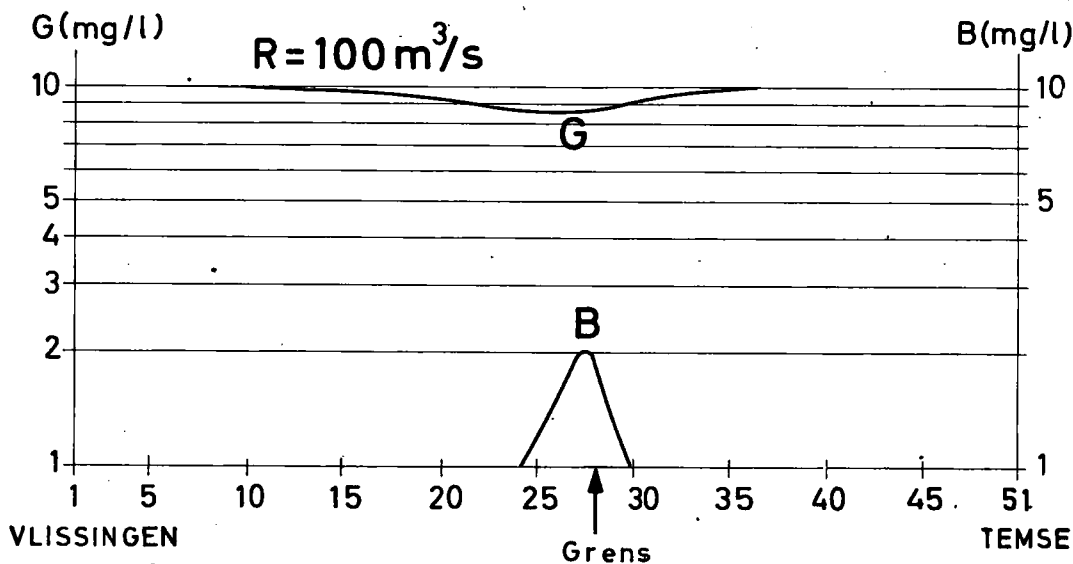
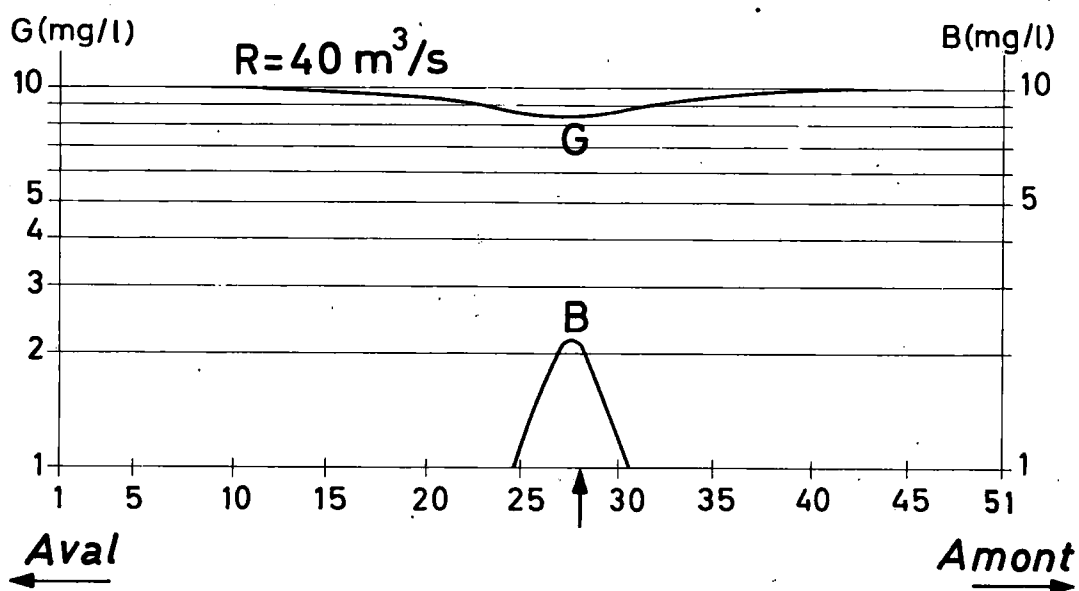
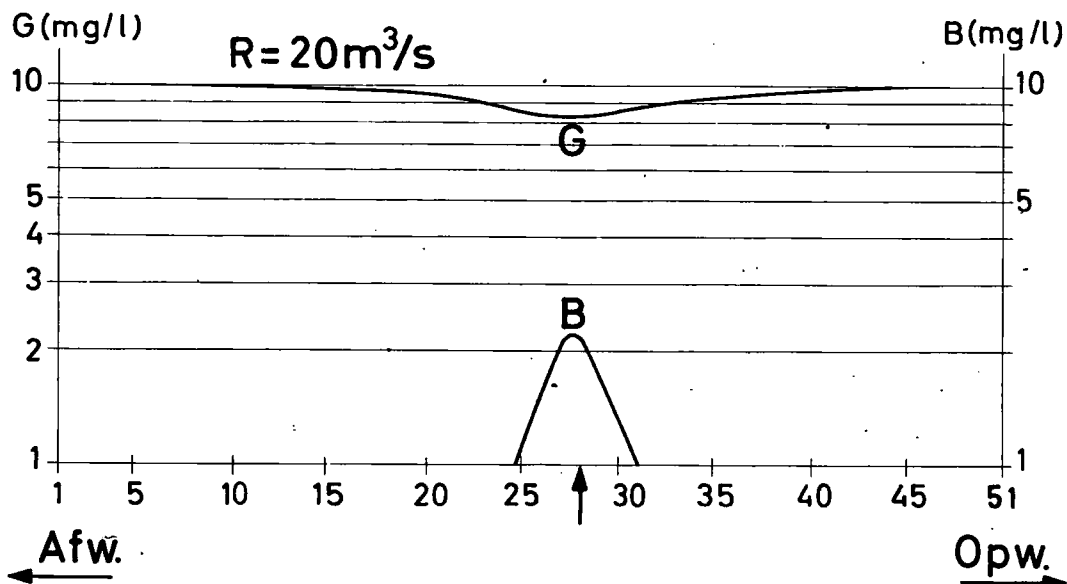
VAKNUMMERS VOOR BEREKENINGEN



Schema van het aanvangs - en randwaardenprobleem

waterdiepte	$h_{0,1}$	$h_{1,2}$	$h_{2,3}$	$h_{3,4}$	$h_{n-2,n-1}$	$h_{n-1,n}$	$h_{n,n+1}$	$h_{n+1,n+2}$	$h_{47,48}$	$h_{48,49}$	$h_{49,50}$	$h_{50,51}$
reaëratiefactor	$\alpha_{0,1}$	$\alpha_{1,2}$	$\alpha_{2,3}$	$\alpha_{3,4}$	$\alpha_{n-2,n-1}$	$\alpha_{n-1,n}$	$\alpha_{n,n+1}$	$\alpha_{n+1,n+2}$	$\alpha_{47,48}$	$\alpha_{48,49}$	$\alpha_{49,50}$	$\alpha_{50,51}$
dispersiecoëfficiënt	$K_{0,1}$	$K_{1,2}$	$K_{2,3}$	$K_{3,4}$	$K_{n-2,n-1}$	$K_{n-1,n}$	$K_{n,n+1}$	$K_{n+1,n+2}$	$K_{47,48}$	$K_{48,49}$	$K_{49,50}$	$K_{50,51}$
bovendebiet	$R_{0,1}$	$R_{1,2}$	$R_{2,3}$	$R_{3,4}$	$R_{n-2,n-1}$	$R_{n-1,n}$	$R_{n,n+1}$	$R_{n+1,n+2}$	$R_{47,48}$	$R_{48,49}$	$R_{49,50}$	$R_{50,51}$
oppervlakte van dwarsdoorsnede	$A_{0,1}$	$A_{1,2}$	$A_{2,3}$	$A_{3,4}$	$A_{n-2,n-1}$	$A_{n-1,n}$	$A_{n,n+1}$	$A_{n+1,n+2}$	$A_{47,48}$	$A_{48,49}$	$A_{49,50}$	$A_{50,51}$
vaknummer	1	2	3		n-1	n	n+1		48	49	50	
(B.O.D. ₅) _{t=0} (D.O.) _{t=0}	$B_1^0=0$ $G_1^0=G_v$	$B_2^0=0$ $G_2^0=G_v$	$B_3^0=0$ $G_3^0=G_v$		$B_{n-1}^0=0$ $G_{n-1}^0=G_v$	$B_n^0=0$ $G_n^0=G_v$	$B_{n+1}^0=0$ $G_{n+1}^0=G_v$		$B_{48}^0=0$ $G_{48}^0=G_v$	$B_{49}^0=0$ $G_{49}^0=G_v$	$B_{50}^0=0$ $G_{50}^0=G_v$	
(B.O.D. ₅) _{t=Δt} (D.O.) _{t=Δt}	$B_1^{\Delta t}=0$ $G_1^{\Delta t}=G_v$	$B_2^{\Delta t}$ $G_2^{\Delta t}$				$B_n^{\Delta t}$ $G_n^{\Delta t}$			$B_{49}^{\Delta t}$ $G_{49}^{\Delta t}$	$B_{50}^{\Delta t}=0$ $G_{50}^{\Delta t}=G_v$		
(B.O.D. ₅) _{t=2Δt} (D.O.) _{t=2Δt}	$B_1^{2\Delta t}=0$ $G_1^{2\Delta t}=G_v$	$B_2^{2\Delta t}$ $G_2^{2\Delta t}$				$B_n^{2\Delta t}$ $G_n^{2\Delta t}$			$B_{49}^{2\Delta t}$ $G_{49}^{2\Delta t}$	$B_{50}^{2\Delta t}=0$ $G_{50}^{2\Delta t}=G_v$		
(B.O.D. ₅) _{t=3Δt} (D.O.) _{t=3Δt}	$B_1^{3\Delta t}=0$ $G_1^{3\Delta t}=G_v$	$B_2^{3\Delta t}$ $G_2^{3\Delta t}$				$B_n^{3\Delta t}$ $G_n^{3\Delta t}$			$B_{49}^{3\Delta t}$ $G_{49}^{3\Delta t}$	$B_{50}^{3\Delta t}=0$ $G_{50}^{3\Delta t}=G_v$		
					Δx							

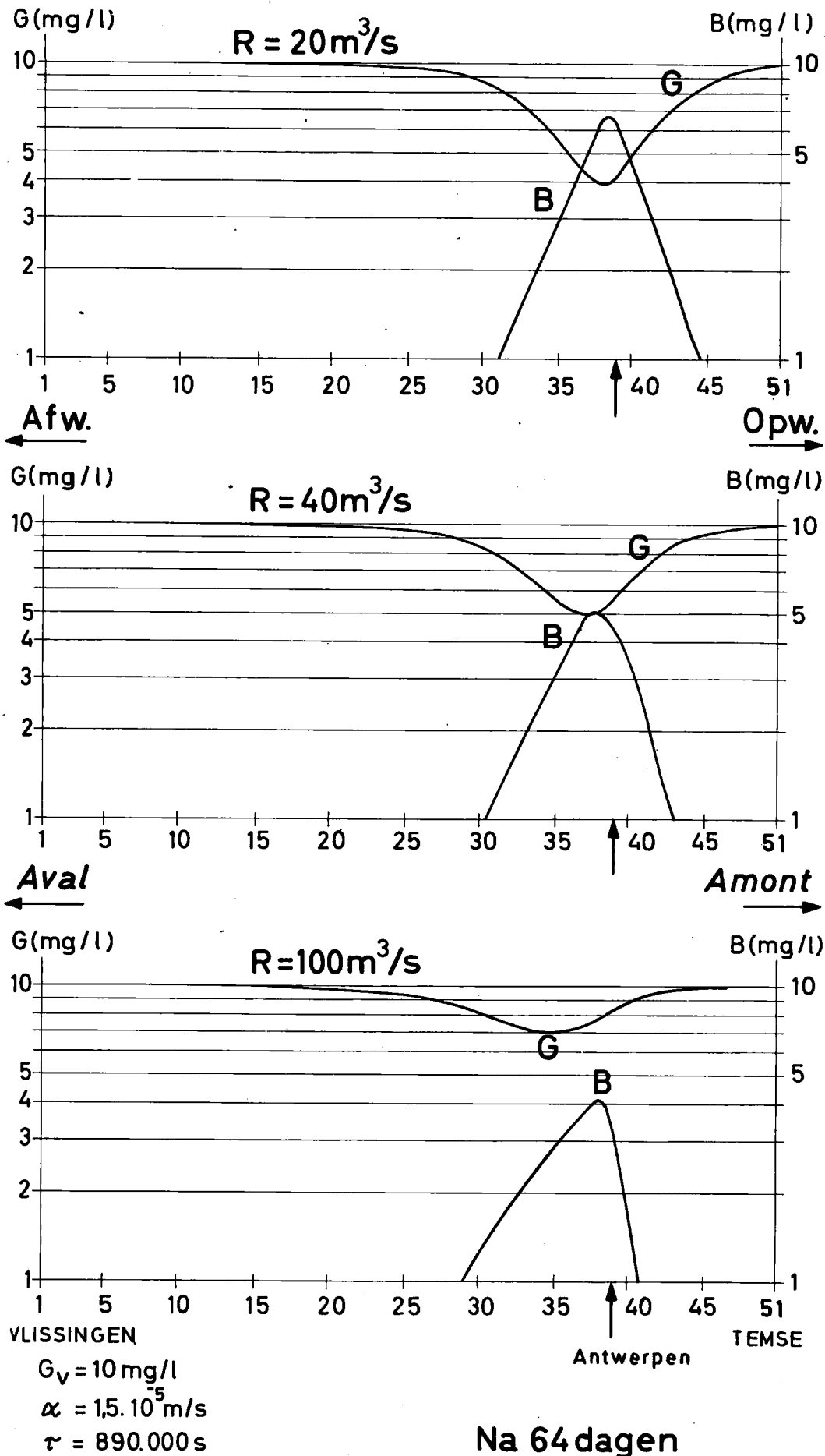
POINT D'INJECTION
LOZINGSPUNT 28
BELASTING 50 ton B.O.D.₅/dag
CHARGE POLLUANTE



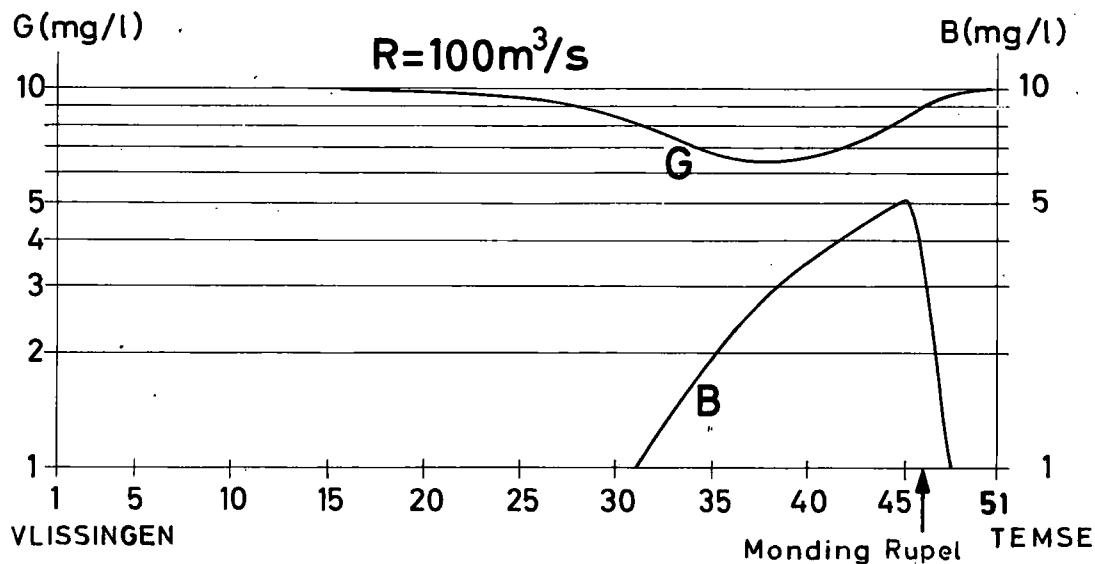
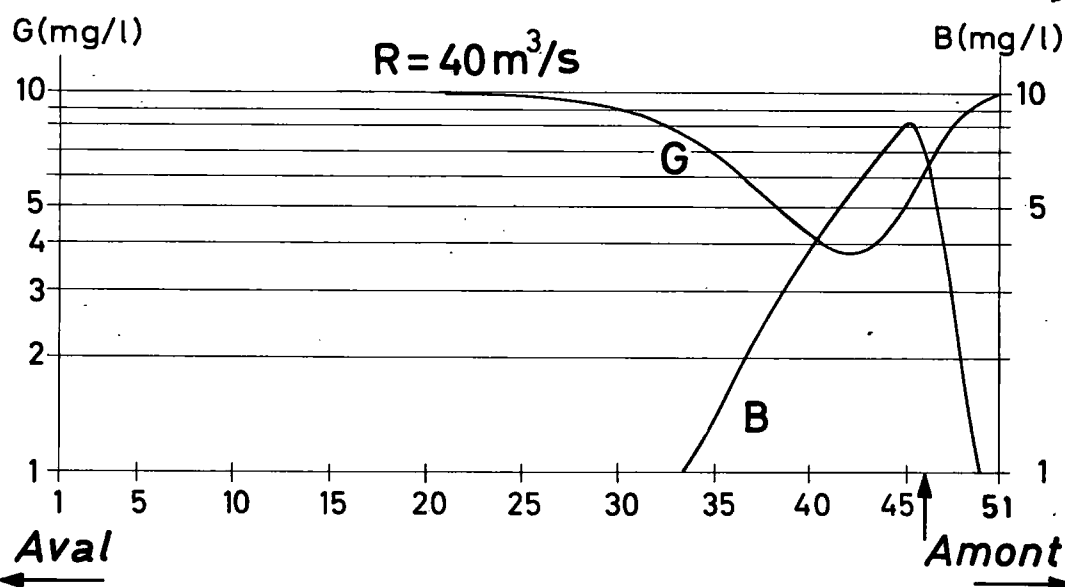
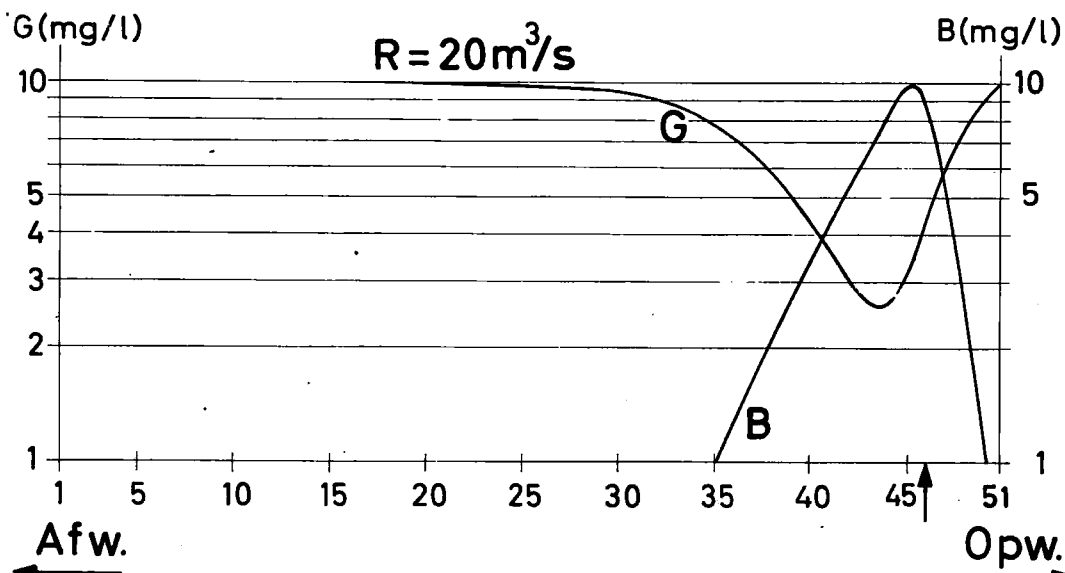
$G_v = 10 \text{ mg/l}$
 $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$
 $\tau = 890.000 \text{ s}$

Na 64 dagen

POINT D'INJECTION
LOZINGSPUNT 39
BELASTING 50 ton B.O.D.₅/dag
CHARGE POLLUANTE



POINT D'INJECTION
LOZINGSPUNT 46
BELASTING 50 ton B.O.D.₅/dag
CHARGE POLLUANTE



$G_v = 10 \text{ mg/l}$
 $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$
 $\tau = 890.000 \text{ s}$

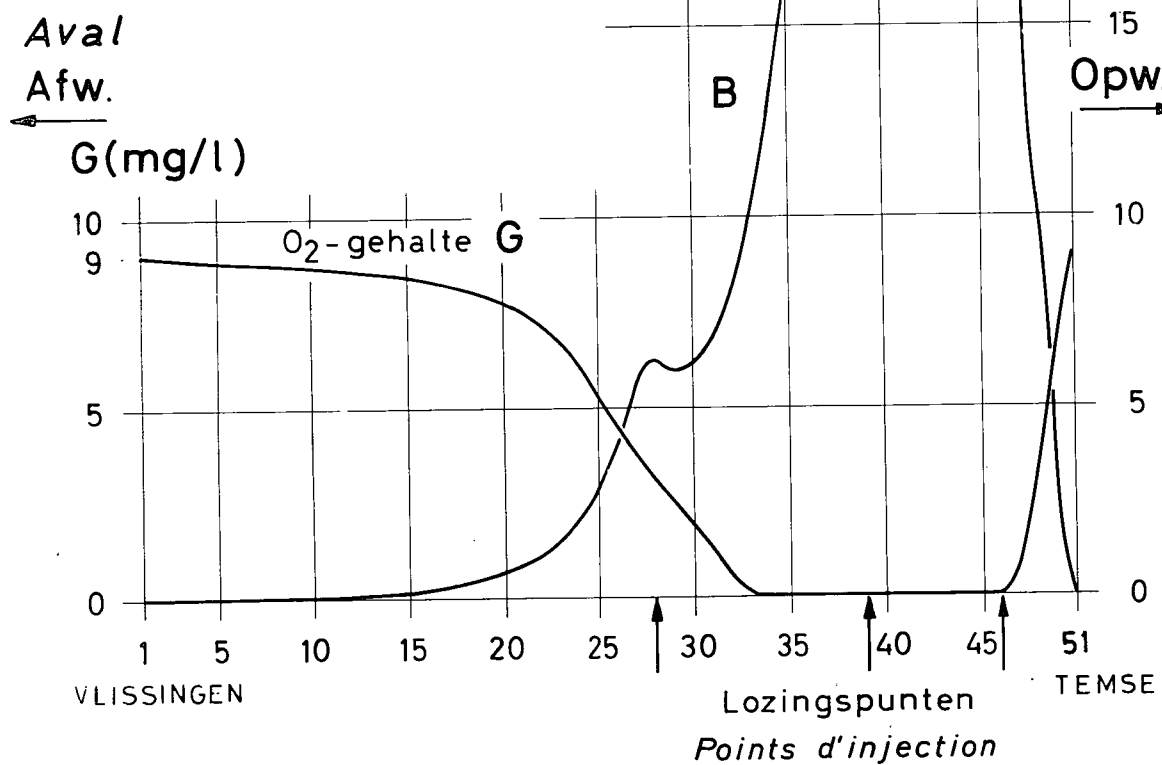
Na 64 dagen

$G_v = 9 \text{ mg/l}$
 $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$
 $\tau = 890.000 \text{ s}$

$R = 20 \text{ m}^3/\text{s}$

Point d'injection Lozingspunt	La charge polluante Belasting (ton B.O.D. ₅ /dag)
28	100
39	50
46	125

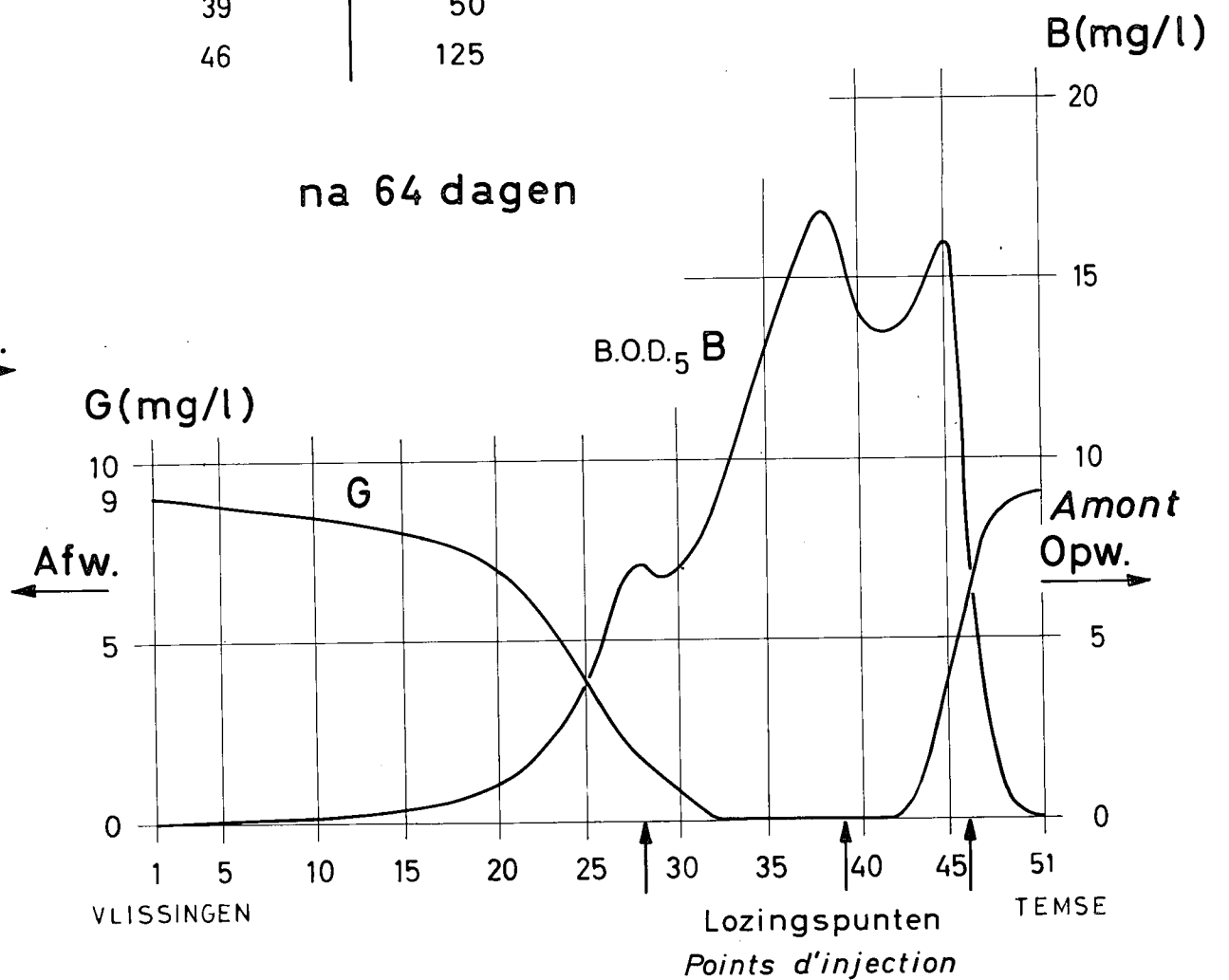
na 64 dagen



$R = 80 \text{ m}^3/\text{s}$

Point d'injection Lozingspunt	La charge polluante Belasting (ton B.O.D. ₅ /dag)
28	100
39	50
46	125

na 64 dagen

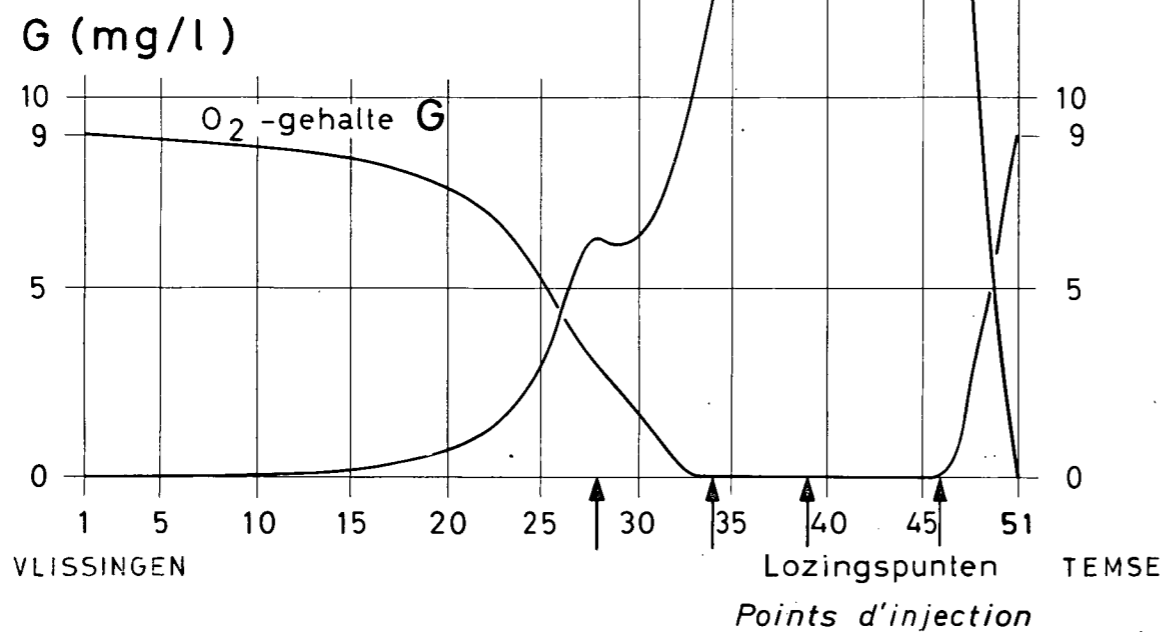


$G_v = 9 \text{ mg/l}$
 $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$
 $\tau = 890.000 \text{ s}$

$R = 20 \text{ m}^3/\text{s}$

Point d'injection Lozingspunt	La charge polluante Belasting (ton B.O.D. ₅ /dag)
28	100
34	25
39	25
46	125

Aval na 64 dagen
 Afw. ←



$R = 80 \text{ m}^3/\text{s}$

Point d'injection Lozingspunt	La charge polluante Belasting (ton B.O.D. ₅ /dag)
28	100
34	25
39	25
46	125

Afw. ← na 64 dagen

