

MATRICOLA:

PROVA SCRITTA DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 10/07/2017
TEMA 2

(1) **Esercizio 1** Si consideri l'endomorfismo f_a di \mathbb{R}^4 associato, rispetto alla base canonica, alla matrice

$$F_a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ a & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

- Si dica per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ l'endomorfismo f_a non è suriettivo.
- Si determinino una base dell'immagine ed una base del nucleo di f_a al variare di a .
- Si determini una base di $\ker f_a \cap \text{Im} f_a$ al variare di a .
- Si determini una base del sottospazio ortogonale a $\ker f_a$ al variare di a .

(2) **Esercizio 2** Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ b^2 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

- i) Per quali valori del parametro reale b il vettore $(1, 1, -1)$ è autovettore di A ?
- ii) Stabilire se esistono valori di b tali che 0 sia autovalore di A .
- iii) Posto $b = 1$, stabilire se la matrice A è diagonalizzabile e determinare i suoi autospazi.

(3) **Esercizio 3**

- a) Scrivere equazioni parametriche e cartesiane della retta r per $P(1, 0, 1)$ e $Q(0, 1, 1)$.
- b) Stabilire la posizione reciproca tra r e la retta $s : \begin{cases} x + z = 4 \\ y = 1 \end{cases}$.
- c) Determinare, se possibile, un piano contenente r parallelo ad s .
- d) Determinare, se possibile, un piano contenente r ortogonale ad s .