

MATRICOLA:

---

PROVA SCRITTA DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 10/07/2017  
TEMA 2

(1) **Esercizio 1** Si consideri l'endomorfismo  $f_a$  di  $\mathbb{R}^4$  associato, rispetto alla base canonica, alla matrice

$$F_a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ a & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

- Si dica per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  l'endomorfismo  $f_a$  non è suriettivo.
- Si determinino una base dell'immagine ed una base del nucleo di  $f_a$  al variare di  $a$ .
- Si determini una base di  $\ker f_a \cap \text{Im} f_a$  al variare di  $a$ .
- Si determini una base del sottospazio ortogonale a  $\ker f_a$  al variare di  $a$ .



(2) **Esercizio 2** Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ b^2 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

- i) Per quali valori del parametro reale  $b$  il vettore  $(1, 1, -1)$  è autovettore di  $A$ ?
- ii) Stabilire se esistono valori di  $b$  tali che  $0$  sia autovalore di  $A$ .
- iii) Posto  $b = 1$ , stabilire se la matrice  $A$  è diagonalizzabile e determinare i suoi autospazi.



(3) **Esercizio 3**

- a) Scrivere equazioni parametriche e cartesiane della retta  $r$  per  $P(1, 0, 1)$  e  $Q(0, 1, 1)$ .
- b) Stabilire la posizione reciproca tra  $r$  e la retta  $s : \begin{cases} x + z = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ .
- c) Determinare, se possibile, un piano contenente  $r$  parallelo ad  $s$ .
- d) Determinare, se possibile, un piano contenente  $r$  ortogonale ad  $s$ .