

# 金属と半導体のホール効果の実験

渡 辺 寛

金属として銅，アルミニウム，半導体としてゲルマニウム，ゲルマニウム-アンチモン，ゲルマニウム-インジウムの試料についてのホール効果の実験を行った。その結果，定性的にはキャリアの正，負の判定ができ，定量的にも充分満足できるホール起電力の測定ができたので，キャリア密度や1原子当たりのキャリア数が求められた。また，オペアンプ増幅器を使用すると，小さなホール起電力の測定が，容易になることがわかった。

## I はじめに

高等学校物理において，金属や半導体を流れる電流が電子や正孔であることや，電流が磁界から力(ローレンツ力)を受けることを学習する。そこで，ホール効果の実験でホール起電力がうまく検出できれば，キャリアの正，負の判定ができるので，電子や正孔の存在の実証や電流の本質の理解につながると考える。また，ホール起電力の理論式を使えばキャリア密度や1原子当たりのキャリア数が求まるので，物性面の理解が深まるものと期待される。

このような観点から，金属として銅，アルミニウム，真性半導体としてゲルマニウム，不純物半導体としてゲルマニウム-アンチモン，ゲルマニウム-インジウムの試料を用いたホール素子を作成し，ホール起電力の測定を行い，充分満足できる結果を得たので報告する。

## II ホール効果の理論

図1のように，断面が $a(\text{m}) \times b(\text{m})$ の物体の $x$ 軸方向に電流 $I(\text{A})$ が流れている時に， $z$ 軸方向に磁束密度 $B(\text{Wb}/\text{m}^2)$ の磁界をかけると，キャリアがローレンツ力を受ける。キャリアが正の場合は正電荷が $y$ 軸の負側に偏ることになり， $y$ 軸の負側が高電位となる。キャリアが負の場合は負電荷が $y$ 軸の負側に偏るので， $y$ 軸の正側が高電位となる。したがって， $y$ 軸方向のこの電位差(ホール起電力)が検出できれば，キャリアの正，負の判定ができる。

定常状態では，キャリアの偏りによって生じる電界 $E(\text{A}/\text{m})$ による力と磁界によるローレンツ力とが釣りあっている。キャリアの電荷を $q(\text{C})$ ，速さを $v(\text{m}/\text{s})$ とすると，

$$qE = qvB \quad \dots\dots (1)$$

$$\therefore E = vB \quad \dots\dots (2)$$

キャリア密度を $n(1/\text{m}^3)$ とすると，

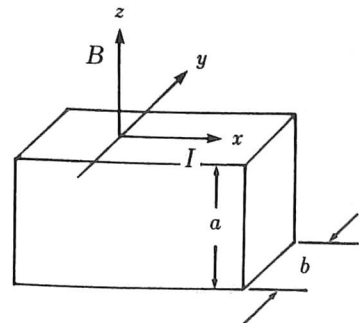


図1 ホール効果

$$I = q n a b v \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、ホール起電力を $V(V)$ とすると、(2)、(3)式より

$$\begin{aligned} V &= b E = b v B = b \left( I / q n a b \right) B = B I / q n a \\ &\equiv R B I / a \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、 $R = 1 / q n$  ( $m^2/C$ )はホール係数と呼ばれ、物質に固有な値をもつ。磁束密度 $B$  ( $Wb/m^2$ )、電流 $I$  (A)、物体の磁界方向の厚さ $a$  (m)とホール起電力 $V$  (V)が測定できると、(4)式よりホール係数が求まり、キャリア密度 $n$ や原子1個当たりのキャリア数も計算できる。

### III ホール素子の作成

金属として、プリント基板の銅箔 (厚さ $35 \mu m$ ) と、家庭用アルミ箔 (厚さ $15 \mu m$ ) を利用し、半導体は純度99.999%のゲルマニウム、アンチモン、インジウムをもとに試料を作った。

#### 1. 銅のホール素子

- (1) プリント基板に図2のパターンを書き、必要な部分を油性マジックインキで塗りつぶす。
- (2) これをエッチング液 ( $FeCl_3$ ) に入れて不用な部分の銅を溶かす。

- (3) アルコールでマジックインキを拭き取る。
- (4) 電極A~Eにリード線を半田付けする。

#### 2. アルミニウムのホール素子

- (1) フェノール樹脂板に図2のパターンを書き、必要な部分に接着材 (ボンドG17) を塗る。
- (2) これを広げておいたアルミ箔に載せて接着させる。
- (3) ナイフで切れ目を入れ、不要な部分を取り除く。
- (4) 図3のように、各電極部の大きさに合わせたプリント基板を用意し、アルミ面とプリント基板の銅面を重ねてネジ止めする。

- (5) プリント基板の銅面にリード線を半田付けする。

#### 3. ゲルマニウムのホール素子

- (1) ゲルマニウムの塊から、ダイヤモンドカッターで薄片 ( $10 \times 15 \times 1mm$ 程度) を切り出し、これを両面接着テープで岩石研磨用スライドガラスに取りつける。
- (2) 岩石研磨機で1mm位の一様な厚さに研磨する。
- (3) 図4のように、ステンレス用の半田付けを使って、

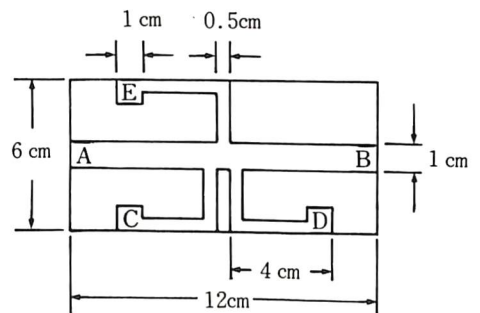


図2 銅のホール素子

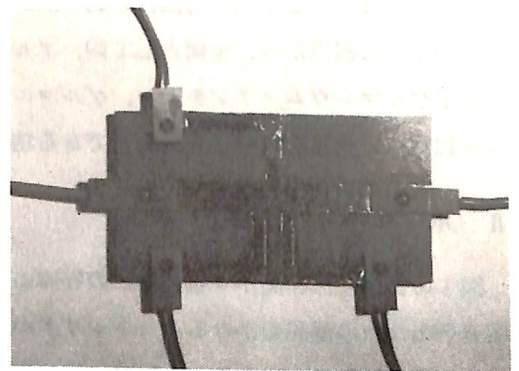


図3 アルミニウムのホール素子

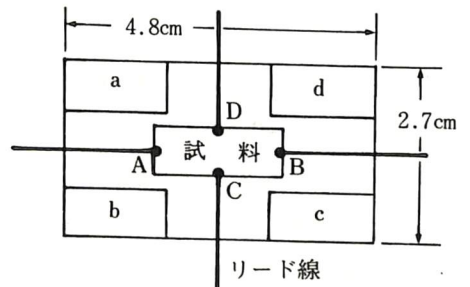


図4 半導体のホール素子

電極部A～Dにリード線を付ける。

(4) 保護のため、アクリル板をa～dに接着する。

4. ゲルマニウム-アンチモンのホール素子, ゲルマニウム-インジウムのホール素子

(1) ゲルマニウム（約15g）に対し、原子数で0.001%を目安にしてゲルマニウム, アンチモン, インジウムを秤量する。（アンチモンは0.013%, インジウムは0.012%となった。）

(2) これらの試料を石英管に入れ、真空ポンプで管内の空気を抜いて、バーナーで管を封じる。

(3) 石英管を電気炉に入れ、1,000℃位まで加熱して試料を溶かした後、ゆっくりと冷却して固める。

(4) 石英管から取り出した試料の塊は、以下3(1)～(4)と同様な手順で処理をする。

半導体ホール素子の大きさは、ゲルマニウム：12×14×1.00mm    ゲルマニウム-アンチモン：6×14×0.740mm  
 ゲルマニウム-インジウム：8×21×0.600mmである。

IV 実験装置

1. 使用器具（図5参照）

組み立て変圧器, 可変直流定電圧・定電流電源装置（35V-10A）, 大電流電源装置（30A）, スライダック, 10Ω可変抵抗器, 直流電流計, デジタルマルチメータ（分解能0.1μV）

2. 実験回路（図5, 6参照）

(1) 電磁石として組み立て変圧器を利用し、500回巻きコイルを使用する。コイルには可変直流定電圧・定電流電源装置と電流計を接続する。

(2) 変圧器の鉄心に絶縁紙を貼り、ホール素子を鉄心間に固定する。

(3) ホール素子の電極A, Bに、大電流電源装置とスライダック, 電流計を接続する。

(4) ホール素子が金属の場合は、電極C, D間に可変抵抗器をつなぎ、電極E, Fとデジタルマルチメータを接続する。ホール素子が半導体の場合は、図4の電極C, Dとデジタルマルチメータを接続する。

ホール起電力を測る場合、原理的には図4のC, Dの電極があればよいのであるが、この位置が対称的でないと、AB間を流れる電流に垂直な等電位面からずれることになり、磁界がない状態で電圧を出力する。半導体ではこの現象はほとんど問題にならないが、金属では大きな出力となるので、可変抵抗を入れて磁界がないときの電圧が0となる工夫をする。

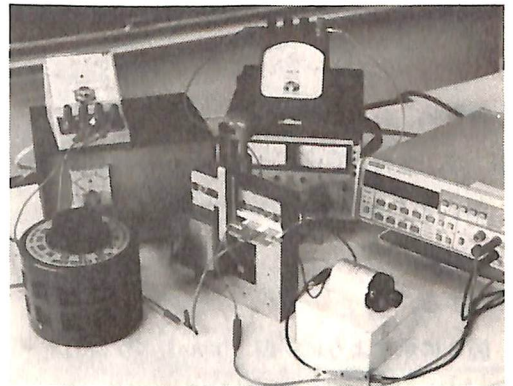


図5 実験装置

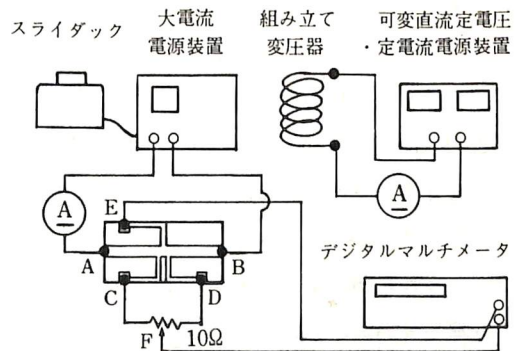


図6 回路図

V 測定と結果

1. 磁束密度

- (1) 変圧器の鉄心間隔  $d$  をホール素子をセットした時と同じ (金属  $d = 1.7 \text{ mm}$ , 半導体  $d = 4.5 \text{ mm}$ ) にして, 磁束計のプローブをセットする。
- (2) 変圧器のコイルに流す電流  $i$  を変えながら, 磁束密度  $B$  を測定する。

結果は図7である。間隔が狭い時は2 Aあたりから比例関係がくずれるが, 間隔が広い時は3 Aあたりまで比例関係がみられる。なお, コイルの許容電流は2.5 Aである。

2. 金属のホール起電力

<電流  $I$  とホール起電力  $V$ >

- (1) ホール素子に流す電流  $I$  を  $I_1$  とする。このときの出力電圧が0となるように可変抵抗器を調節する。
- (2) 変圧器のコイルの電流  $i$  が0のときの出力電圧  $V_0$  を測定する。
- (3) コイルにある一定の電流  $i$  を流し, このときの出力電圧  $V_1'$  を測定する。
- (4) (2), (3)を数回繰り返して,  $V_1' - V_0$ の平均値  $V_1$  を電流が  $I_1$ のときのホール起電力とする。
- (5) 次に,  $I = I_2, I_3, \dots$ として, (1)~(4)と同様に測定する。

図8に示すように, 銅とアルミニウムのホール起電力  $V$  が電流  $I$  に比例する結果が得られた。また, キャリアが負であることも確認された。

<コイルの電流  $i$  (磁界密度  $B$ ) とホール起電力  $V$ >

- (1) ホール素子にある一定の電流  $I$  を流し, このときの出力電圧が0となるように可変抵抗器を調節する。
- (2) 変圧器のコイルの電流  $i$  が0のときの出力電圧  $V_0$  を測定する。
- (3) コイルに流す電流を  $i = i_1$  にして, 出力電圧  $V_1'$  を測定する。
- (4) (2), (3)を数回繰り返して,  $V_1' - V_0$ の平均値  $V_1$  を電流

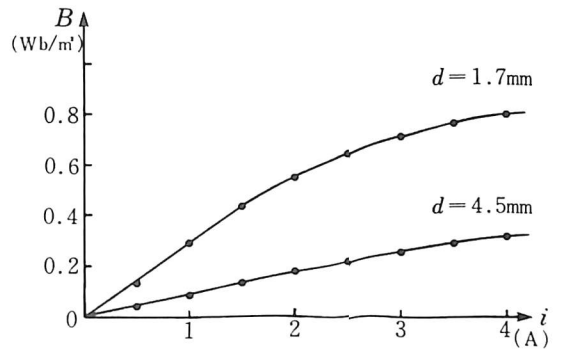


図7 磁束密度

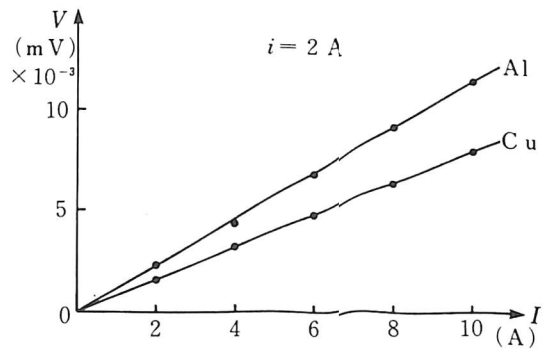


図8 Cu, Alの電流  $I$  とホール起電力  $V$

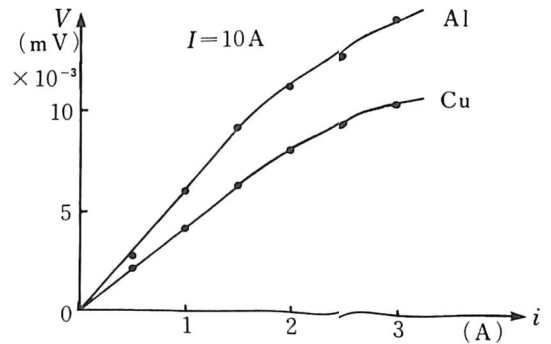


図9 Cu, Alの電流  $i$  とホール起電力  $V$

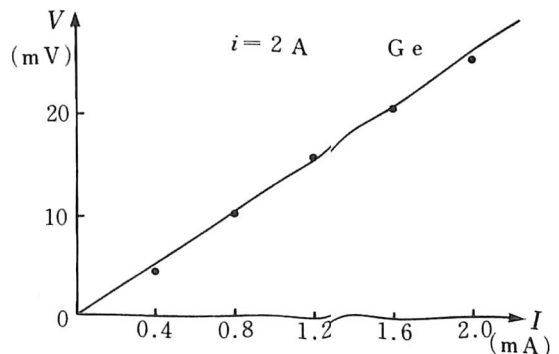


図10 Geの電流  $I$  とホール起電力  $V$



$i$  のときのホール起電力とする。

(5) 次に、 $i = i_2, i_3, \dots$ として、(2)~(4)と同様に測定する。

変圧器のコイルに流す電流  $i$  と磁束密度  $B$  の関係 (図7) を考慮すると、図9に示すように、銅とアルミニウムのホール起電力  $V$  が磁束密度  $B$  に比例する結果を得た。

### 3. 半導体のホール起電力

金属の場合の(1)の可変抵抗器の調節が不要となるが、他は全く同様に測定をする。なお、ホール素子に流す電流  $I$  の範囲は電源の能力一杯まで行った。

結果は図10~図15に示すように、ホール起電力  $V$  が電流  $I$  と磁束密度  $B$  に比例している。また、キャリアについては、ゲルマニウム、ゲルマニウム-アンチモンが負、ゲルマニウム-インジウムが正であることが確認された。

### 4. ホール係数, キャリア密度, 1原子当たりのキャリア数

銅の場合を例にとると、 $a = 35 \times 10^{-6} \text{ m}$ , 図7, 8より、 $i = 2.0 \text{ A} : B = 0.55 \text{ Wb/m}^2$ ,  $I = 10 \text{ A}$ ,  $V = 8.0 \times 10^{-6} \text{ V}$ であるから、(4)式より

$$\begin{aligned}
 R &= a V / B I \\
 &= 35 \times 10^{-6} \times 8.0 \times 10^{-6} / 0.55 \times 10 \\
 &= 5.1 \times 10^{-11} \text{ (m}^2/\text{C)} \\
 n &= 1 / q R = 1 / 1.6 \times 10^{-19} \times 5.1 \times 10^{-11} \\
 &= 1.2 \times 10^{20} \text{ (1/m}^3)
 \end{aligned}$$

原子1個当たりのキャリア数  $N$  は、原子量  $M$ , 密度  $\rho$  ( $\text{g/m}^3$ ), アボガドロ数  $N_A$  より、

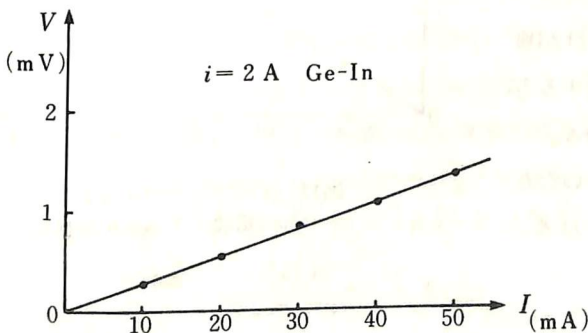


図14 Ge-Inの電流  $I$  とホール起電力  $V$

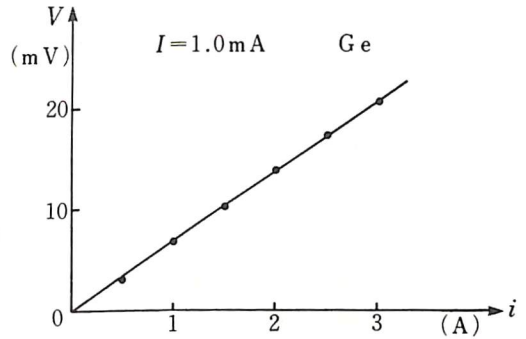


図11 Geの電流  $i$  とホール起電力  $V$

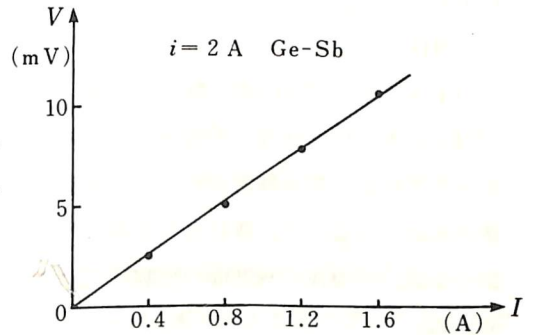


図12 Ge-Sbの電流  $I$  とホール起電力  $V$

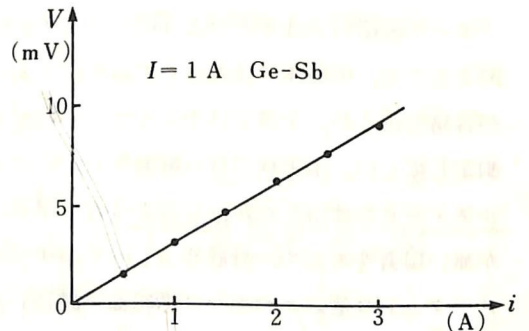


図13 Ge-Sbの電流  $i$  とホール起電力  $V$

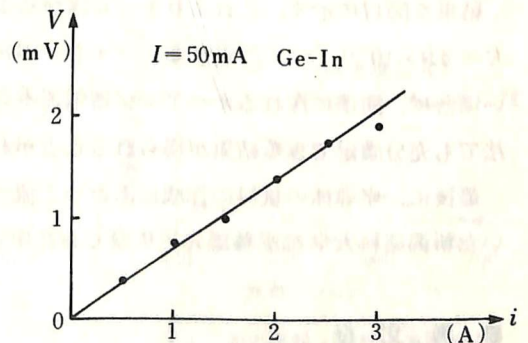


図15 Ge-Inの電流  $i$  とホール起電力  $V$

$N = n / (\rho \times 10^6 / M) N_A = n M / \rho N_A \times 10^6 = 1.2 \times 10^{29} \times 63.5 / 8.93 \times 6.02 \times 10^{23} \times 10^6 = 1.4$   
 他の試料についても同様な計算を行うと表1のようになる。

表1 測定結果 \*物理定数表(朝倉書店)

試料	キャリアの符号	ホール係数 $R(\text{m}^3/\text{C})$ (文献値)*	キャリア密度 $n(\text{l}/\text{mf})$	原子1個当たりのキャリア数
Cu	負	$5.1 \times 10^{-11}$ ( $5.5 \times 10^{-11}$ )	$1.2 \times 10^{29}$	1.4
Al	負	$3.1 \times 10^{-11}$ ( $3.0 \times 10^{-11}$ )	$2.0 \times 10^{29}$	3.3
Ge	負	$7.4 \times 10^{-2}$	$8.4 \times 10^{19}$	$1.9 \times 10^{-9}$
Ge-Sb	負	$2.6 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{23}$	—
Ge-In	正	$9.3 \times 10^{-5}$	$6.7 \times 10^{22}$	—

表1より、金属の銅、アルミニウムと真性半導体のゲルマニウムとではキャリア密度に約  $10^9$  倍の差があることや、ゲルマニウムにアンチモン、インジウムを混ぜた不純物半導体は、それぞれN型、P型の半導体となり、キャリア密度が約  $10^3$  倍になっていることがわかる。また、金属の場合、1原子当たりのキャリア数(自由電子数)がほぼ原子価に近いことがわかる。

以上のように、金属、半導体のホール効果の実験からキャリアの正、負の判定やキャリア密度等の具体的な数値が求められるので、教材として電子や正孔の存在の実証や金属、半導体の物性面の理解に大いに役立つものと考える。

5. オペアンプ増幅器の利用

ホール起電力  $V$  は(4)式のようにキャリア密度  $n$  に反比例するので、半導体では大きくて  $\text{mV}$  以上あるので測定が容易であるが、金属では小さくて  $\mu\text{V}$  程度であるので測定しにくい。本実験では分解能  $0.1 \mu\text{V}$  のデジタルマルチメータを使用したがる、このようなマイクロボルト計が無い場合を考えて、分解能  $0.1 \text{mV}$  のデジタルマルチメータと100倍のオペアンプ増幅器(図16)を使用して銅の測定を行った。

結果を図17に示す。これよりホール係数を求めると、 $R = 4.9 \times 10^{-11} (\text{m}^3/\text{C})$  となる。マイクロボルト計が無い場合に、簡単に作れるオペアンプ増幅器を利用する方法でも充分満足できる結果が得られることがわかる。

最後に、半導体の試料の作成にあたりご協力をいただいた新潟薬科大学柿沼藤雄先生に厚くお礼申し上げる。

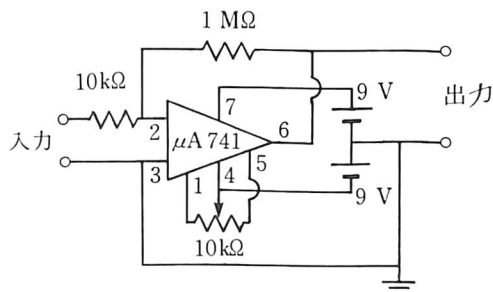


図16 オペアンプ増幅器(反転型)

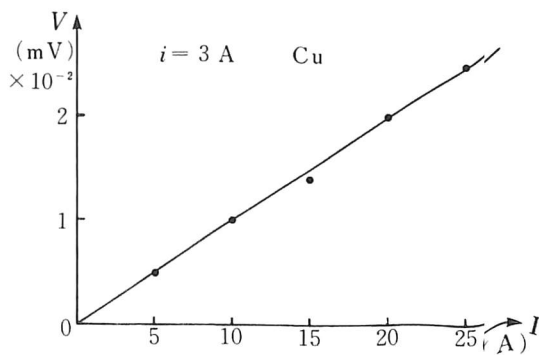


図17 オペアンプ増幅器使用のCuの電流  $I$  とホール起電力

参考文献

大塚明郎・芦葉浪久編：文部省特定研究科学教育 実験観察教材教具，(東京書籍，1978)，p.509～514.