

Andrea HOFFKAMP, Sabine LÖHR, Berlin

## **Ein Diagnosetest zum Zahl- und Operationsverständnis in Klassen mit einem hohen Anteil förderbedürftiger Kinder zu Beginn der Sekundarstufe I**

In diesem Beitrag stellen wir die Konzeption eines schriftlichen Diagnosetests vor, der im Rahmen eines Aktionsforschungsprojektes (Hoffkamp et al. 2015, Hoffkamp 2016) zur Schul- und Unterrichtsentwicklung an einer Gemeinschaftsschule in Berlin-Kreuzberg entwickelt wurde. Ziel des Projektes ist die Entwicklung und Implementierung eines Konzeptes für das Mathematiklernen in stark heterogenen Klassen. Der Diagnosetest ist eine von zahlreichen Maßnahmen innerhalb des entwickelten Gesamtkonzeptes. Eine praxisorientierte Beschreibung des Tests, seiner Konzeption und seiner Durchführung findet man in Hoffkamp & Löhr (2016).

Innerhalb des Projektes werden im Sinne einer evolutionären Innovation (Reinmann 2005) Anknüpfungspunkte gesucht, die an die Gegebenheiten des speziellen Schulkontextes anschließbar sind. Durch Diagnose wird versucht die Anschlußfähigkeit an den Entwicklungsstand der Kinder zu gewährleisten. Die Klassen der Schule sind bzgl. der Lernvoraussetzungen, des Arbeitsverhaltens und der kulturellen und sozialen Herkunft von großer Heterogenität geprägt. 90 % der Schülerinnen und Schüler sind nicht deutscher Herkunftssprache. Zusätzlich befinden sich in jeder Klasse der Sekundarstufe I vier Integrationskinder mit verschiedenen Förderschwerpunkten.

### **Ursprung, Lernentwicklungsmodell und Zielsetzungen des Tests**

Der Ursprung des Tests stammt aus einem diagnostischen Interview, das im Rahmen des „Numeracy Development Project“ in Neuseeland (<http://www.nzmaths.co.nz>) entwickelt wurde. Das diagnostische Interview und das daran angebundene Förderkonzept basieren auf einem Lernentwicklungsmodell. In diesem Modell werden für die drei Bereiche Addition/Subtraktion, Multiplikation/Division, und Brüche/Anteile Lernentwicklungsstufen beschrieben, die typische kognitive Entwicklungswege beschreiben (Katzenbach et al. 2014). Dabei führt der Weg über zählendes Rechnen hin zu frühen additiven Strategien. Daran schließen sich fortgeschrittene additive und frühe multiplikative sowie letztlich fortgeschrittene multiplikative und fortgeschrittene proportionale Rechenstrategien an. Eine frühe multiplikative Strategie im Bereich Multiplikation/Division ist beispielsweise die schrittweise Multiplikation:  $24 \cdot 6$  wird berechnet durch  $24 \cdot 2 = 48$  und  $48 + 48 + 48 = 144$ . Eine mögliche fortgeschrittene Strategie

nutzt hingegen operative Zusammenhänge, so dass z.B. gerechnet wird:  $6 \cdot 24 = 12 \cdot 12 = 144$ .

Im Zuge des Projektes haben die Autorinnen das diagnostische Interview in 7. Klassen<sup>1</sup> durchgeführt und daraus wichtige Konsequenzen für die Entwicklung der Konzeption und die Gestaltung des fachlichen Aufbaus im Rahmen der Unterrichtsentwicklung ziehen können. Die Durchführung der Eins-zu-Eins-Interviews ist aber mit den regulären Ressourcen der Schule in Zukunft nicht zu leisten. Deswegen wurde ein mit den vorhandenen Ressourcen vereinbar schriftlicher Test entwickelt, in dem die Grundideen des Interviews zu bewahren versucht werden.

Der Test zielt – wie die Interviews – lediglich auf das Zahl- und Operationsverständnis, da dies für Lernende mit (besonderen) Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zumeist die größte stoffliche Hürde im Hinblick auf die mathematischen Inhalte der Sekundarstufe I darstellt. Durch den Test sollen die Lehrerinnen und Lehrer einen frühen Einblick in den Lernstand der Kinder zu Beginn der 7. Klasse erhalten, so dass ein adaptiver Unterricht von Anfang an möglich wird. Lehrkräfte sollen für die Heterogenität der Klassen sensibilisiert werden und diese differenziert wahrnehmen können. Dies beinhaltet ein Umdenken durch die Loslösung von Aussagen wie „die Kinder können eben keine Bruchrechnung“ und die Entwicklung hin zu einem Denken in Lernentwicklungsniveaus und der Anbahnung des nächsten Schrittes im Lernentwicklungsprozess der einzelnen Kinder. Das zugrunde liegende Lernentwicklungsmodell erlaubt den für Sekundarstufe I ausgebildeten Lehrerinnen und Lehrern dabei einen wertvollen Einblick in typische Erkenntniswege der Grundschulmathematik.

### **Der Aufbau des Tests und ausgewählte Aufgaben**

Der Test besteht aus zwei Teilen – einem Wissensteil und einem Strategieteil. Im Wissensteil werden Grundwissen und Grundfertigkeiten zu den Bereichen Zählen, Brüche, Stellenwerte und Grundaufgaben abgefragt. Die Durchführung erfolgt anhand von PowerPoint-Folien, wobei die Kinder die Lösungen auf einem vorbereiteten Bogen notieren. Der Strategieteil dreht sich um die Frage: „*Wie rechnest Du?*“. Er bezieht sich auf die drei Bereiche: Addition/Subtraktion, Multiplikation/Division und Anteile/Brüche. Die Durchführung erfolgt anhand von Aufgabenblättern, auf denen die Kinder ihre Rechenstrategien bzw. -wege darlegen sollen. Die Auswertung nimmt die Lehrkraft mithilfe eines Bogens vor, auf dem die Lernentwicklungsstufen anhand von Beispielstrategien tabellarisch aufgeführt sind.

---

<sup>1</sup> In Berlin beginnt die Sekundarstufe I mit der 7. Klasse.

In der Abbildung sind drei der sechs Aufgaben des Strategieteils mit den Lösungen einer Schülerin der 7. Klasse zu sehen. Bei der ersten Aufgabe zählt das Kind die Bäume, was dem niedrigsten Niveau *fortgeschrittenes Zählen* im Lernentwicklungsmodell entspricht. In der zweiten Aufgabe nutzt das Kind Standardzerlegungen zur Berechnung des Produktes, aber stellt keine operativen Beziehungen zwischen den Aufgaben  $3 \cdot 20 = 60$  und  $3 \cdot 18$  her. Dies entspricht einer *frühen multiplikativen Strategie* im Lernentwicklungsmodell. Die dritte Aufgabe zeigt exemplarisch, dass niedrige Strategien häufig fehleranfällig sind. In dem vorliegenden Fall benutzt das Kind eine Standardzerlegung (Distributivgesetz) und macht anschließend einen Fehler mit den Stellenwerten. Dies ist insofern symptomatisch, als dass uns die Ergebnisse zeigen, dass gerade schwache Lernende nicht dadurch unterfordert werden dürfen, dass sie im Zuge falsch verstandener Reduktion *nur eine* Rechenstrategie lernen und automatisieren, sondern in ihren Möglichkeiten gefordert werden müssen, um Flexibilität beim Rechnen zu erreichen.

Hier siehst du einen kleinen Tannenwald.  
 Es sind 8 Reihen und in jeder Reihe stehen 5 Tannen.  
 Ein paar Tannen sind leider durch den Förster verdeckt.  
 Wie viele Tannen stehen insgesamt im Wald?

34



Ich zähle die Bäume: 1,2,3,...

Ich zähle in 5er-Schritten: 5,10,15,...

Ich zähle in 8er-Schritten: 8,16,...

Ich rechne diese Mal-Aufgabe: \_\_\_\_\_

Ich rechne so: \_\_\_\_\_

$3 \cdot 20 = 60$  Was ist dann  $3 \cdot 18$  ?

Ich rechne  $18 + 18 + 18$

Ich rechne  $3 \cdot 10 + 3 \cdot 8$

Ich rechne  $60 - 6$

Ich rechne so:  $3 \cdot 10 = 30 + 3 \cdot 8 = 54$

In jedem Korb sind 24 Brötchen.  
 Wie viele Brötchen sind es insgesamt?

36



Ich rechne so:  $24 \cdot 6 = 2 \cdot 6 = 12 + 4 \cdot 6 = 24 \quad 24 + 12$

Abb.: Drei der acht Aufgaben zum Bereich Multiplikation/Division mit Schülerlösungen.

### Auswirkungen auf den Unterricht und Fazit

Im Schuljahr 2015/16 haben wir sechs 7. Klassen (ca. 150 Kinder) getestet und die Ergebnisse klassenweise in Excel-Tabellen visualisiert. Dieser Überblick über die Klassen dient zunächst der Bewusstmachung der Hete-

rogenität und erlaubt eine differenziertere Wahrnehmung der Schwierigkeiten einzelner Kinder direkt zu Beginn des Schuljahres. Daran anknüpfend ist aufgrund der frühen „Blitzdiagnose“ eine inhaltliche Zusammenarbeit der Mathematiklehrkräfte mit dem Sonderpädagogikteam von Beginn des Schuljahres an möglich. Auf Schulentwicklungsebene wurden aus dem Test wichtige Folgerungen für den Aufbau des schulinternen Curriculums gezogen. Beispielsweise zeigen die Lösungen, dass die Mehrheit der Kinder große Unsicherheiten beim Verständnis des Stellenwertsystems in den natürlichen Zahlen und dementsprechend erst recht in den gebrochen-rationalen Zahlen haben. Deswegen wurde im Curriculum eine Einheit zur Erweiterung des Stellenwertsystems „nach rechts“ integriert. Im Zuge der Unterrichtsentwicklung werden darüber hinaus tägliche Übungen systematisch adaptiv genutzt, um die Kinder zu fördern. Umgekehrt dienen die täglichen Übungen als diagnostisches Feedback über die Lernentwicklung der Kinder. Zusätzlich wurde basierend auf dem Lernentwicklungsmodell eine „Fördermappe“ erstellt, die v.a. zur sonderpädagogischen Arbeit genutzt wird. Der Test stellt insgesamt eine fundierte Möglichkeit dar, frühzeitig die Lernvoraussetzungen zu diagnostizieren. Dabei erhalten die Lehrkräfte einen Einblick in noch nicht genommene fachliche Hürden der Kinder, der eine Veränderung der Unterrichtskultur weg von „Richtig oder Falsch“ hin zu der Frage „Wie rechnest Du?“ bewirken kann. Im Gegensatz zum mündlichen Interview geht allerdings die pädagogische Idee des Beziehungsaufbaus verloren, weswegen wir bei einzelnen Kindern mit besonderen Schwierigkeiten weiterhin zur Durchführung des Interviews raten würden.

Teile dieser Arbeit sind durch das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik gefördert.

## Literatur

- Hoffkamp, A. (2016). Mathematik lehren an einer Brennpunktschule - Fach und Pädagogik im Blick. In A. Feindt et al.: *Lehren* (S. 32-33). Friedrich Jahresheft 2016, Friedrich Verlag.
- Hoffkamp, A., Löhr, S. (2016). *Zahl- und Operationsverständnis diagnostizieren - Ein Test für stark heterogene Lerngruppen zu Beginn der Sekundarstufe I*. Erscheint in: *Praxis der Mathematik in der Schule*, 2016.
- Hoffkamp, A., Löhr, S., Rösken-Winter, B. (2015). Binnendifferenzierung und pädagogisches Handeln – Entwicklungsforschung an einer Brennpunktschule. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, WTM Verlag.
- Katzenbach, M., Bicker, U., Knobel, H., Krauth B. und Leufer N. (2014). „Wie hast Du das gerechnet?“. Erste Erfahrungen mit einem neuseeländischen Diagnoseverfahren. *Friedrich Jahresheft*, S. 86-90.
- Reinmann, G. (2005). Innovation ohne Forschung? Ein Plädoyer für den Design-Based Research-Ansatz in der Lehr-Lernforschung. *Unterrichtswissenschaft*, 33(1), 52-69.