

## Découverte d'un écrit mathématique d'al-Ḥaṣṣār (XIIe S.): Le livre I du Kāmil

M. ABALLAGH ET A. DJEBBAR

*Département de Mathématique, Bâtiment 425, Université de Paris-Sud, Centre d'Orsay,  
Orsay Cédex 91405, France*

L'article présente des éléments nouveaux sur l'oeuvre du mathématicien de l'occident musulman médiéval —al-Ḥaṣṣār— en se basant sur le contenu de son traité de calcul —le *Kitāb al-Kāmil*— dont le premier volume vient d'être identifié, ainsi que sur des informations puisées dans la tradition mathématique arabe du Maghreb. © 1987 Academic Press, Inc.

The paper gives some new elements of the work of Ḥaṣṣār, a mathematician of the medieval West muslim. It is based on the contents of the *Kitāb al-Kāmil*, his mathematics book, the first volume of which has just been identified, and on information drawn from the Arabic mathematical tradition of the Maghrib. © 1987 Academic Press, Inc.

يقدم المقال عناصر جديدة تتعلق بأعمال الحصار  
الرياضي الذي ينتمي للعرب الاسلامي الوسيط، وذلك  
بالاعتماد على محتوى كتابه في الحساب - كتاب  
الكامل- الذي تم اكتشاف السفر الاول منه مؤخراً  
وكذلك بالاعتماد على المعلومات المستقاة من التقليد  
الرياضي العربي في المغرب .

© 1987 Academic Press, Inc.

AMS 1980 subject classifications: 01A30, 01A70.

KEY WORDS: Kitāb al-Kāmil, arithmetic, algebra, al-Ḥaṣṣār, middle ages, Moslem occident, Maghreb.

### I. INTRODUCTION

C'est l'intérêt pour le petit traité mathématique —le *Talkhīṣ A'māl al-Ḥisāb*— d'Ibn al-Bannā' (m. 1321), et une lecture erronée d'un passage de la *Muqaddima* d'Ibn Khaldūn (m. 1406) par certains historiens des sciences comme F. Woepke, qui ont motivé les premières recherches sur le mathématicien al-Ḥaṣṣār [1].

Dans son chapitre sur le Calcul, et après avoir défini cette discipline, Ibn Khaldūn évoque "le petit al-Ḥaṣṣār", sous-entendant par là "le petit (livre) d'al-Ḥaṣṣār", par opposition à un éventuel grand livre du même auteur. C'est, en tout cas, ce que pouvait suggérer une connaissance des règles et des usages pratiqués dans la tradition scientifique maghrébine tels que les expose, par exemple, Ibn Qunfudh (m. 1406) dans l'introduction à son ouvrage mathématique *Ḥaṭṭ an-Niqāb 'an Wujūh A'māl al-Ḥisāb* (ms. Rabat B.G., D 1678, pp. 1–8) [2].

Partant de là, des investigations longues et minutieuses autour du nom d'al-Ḥaṣṣār et de son oeuvre, seront menées par trois importants historiens des sciences d'avant-guerre: M. Steinschneider, H. Suter et H. P.-J. Renaud. Il n'est pas

inutile de rappeler ici, très brièvement, les résultats de leurs recherches sur ce sujet:

En 1874, Steinschneider rétablit la lecture exacte du fameux passage d'Ibn Khaldūn, en se basant sur des écrits hébraïques et, en particulier, sur l'existence au Vatican (ms. n° 396) d'une copie de la traduction du petit livre d'al-Ḥaṣṣār, faite en 1271 par Moïse Ibn Tibbon [Steinschneider 1858–1882 = Steinschneider 1972, 3, n° 80, 41] [3].

En 1877, A. Neubauer signale, à son tour, l'existence d'une seconde copie de cette traduction à Oxford (ms. College Christ Church 189) et attribue la version arabe à Abū Bakr Muḥammad ibn 'Abdallah ibn 'Abbās al-Ḥaṣār (ou Ibn al-Ḥaṣār) [Renan 1877, 744] [4].

En 1880, Steinschneider, s'aidant de la copie du Vatican, donne la table des matières de cet ouvrage d'al-Ḥaṣṣār, sans pouvoir en préciser le véritable titre [Steinschneider 1880, 109–110]. Mais, en 1893, il révèle l'existence, à Gotha, d'une copie arabe anonyme et acéphale, correspondant au texte hébraïque et il n'hésite pas à avancer l'hypothèse qu'il s'agirait du *Kitāb al-Bayān wa t-Tadhkār* (attribué déjà à al-Ḥaṣṣār par Ḥājjī Khalifa [Fluegel 1835–1858 II, 81, n° 2004]) et ce, malgré les variantes qu'il a lui-même relevées au sujet de la kunya (surnom) du mathématicien: Abū Zakariyā, dans le manuscrit arabe, mais Abū Bakr dans la version hébraïque et chez Ḥājjī Khalifa [Steinschneider 1893 II, 557–558]. Ce sera également l'occasion pour Steinschneider de rétablir la lecture exacte du nom d'al-Ḥaṣṣār.

C'est en 1897 que Suter commence à faire paraître les résultats de ses propres investigations concernant notre auteur qu'il identifie d'abord à un certain al-Ḥas-sāb, mathématicien ayant vécu au Maghreb jusqu'en 920 environ [Suter 1897, 84]. En 1899, il reprend les conclusions essentielles de Steinschneider et propose, pour al-Ḥaṣṣār, la biographie d'Abū Bakr al-Ḥasīb al-Masrūrī [Suter 1899, 87–88]. Mais, dans le paragraphe et dans les notes qu'il consacre à al-Ḥaṣṣār dans son [1900], il opte pour la kunya Abū Zakariyā que le manuscrit de Gotha est le seul à donner et, avec beaucoup de prudence, il se démarque des interprétations antérieures faites au sujet du nom du mathématicien et du contenu de son livre, en avançant trois conjectures: la première est secondaire et porte sur le sens du nom d'al-Ḥaṣṣār (le nattier pour Suter). La seconde suggère l'existence de liens éventuels entre le contenu du *Talkhīs* d'Ibn al-Bannā' et le petit livre d'al-Ḥaṣṣār. Quant à la troisième, qui nous intéresse le plus ici, elle concerne l'existence probable d'un second traité du même auteur et dont le manuscrit de Gotha ne serait qu'un résumé [Suter 1900, 197, 222, note 93].

Dans le dernier travail que Suter a consacré à al-Ḥaṣṣār et qui consiste en un exposé détaillé du contenu mathématique du manuscrit de Gotha, il réaffirme sa conjecture sur l'existence d'un grand traité, sans toutefois apporter d'éléments nouveaux. Il conclut d'ailleurs son étude en reconnaissant que toutes ses recherches sur al-Ḥaṣṣār, dans les ouvrages arabes de l'Occident musulman, sont restées sans succès [Suter 1901, 12–40].

Les travaux de Steinschneider, puis ceux de Suter, ainsi que les zones d'ombre

qu'ils laissaient subsister, ont probablement stimulé, quarante ans plus tard, les recherches de H. P.-J. Renaud qui profitera des sources maghrébines qui lui étaient alors accessibles, pour apporter quelques informations supplémentaires. Dans son [1944], il se base sur *Bughyat aṭ-Ṭullāb* d'Ibn Ghāzī (m. 1513) pour confirmer la conjecture de Suter sur la rédaction, par al-Ḥaṣṣār, d'un autre traité qu'Ibn Ghāzī a intitulé "*al-Kitāb al-Kabīr*" (le grand livre) [Renaud 1944, 36 et notes 6, 7].

Partant des recherches des trois historiens des sciences dont nous venons de résumer les conclusions, nous nous proposons, dans cet article, d'apporter quelques compléments d'informations puisés dans la tradition mathématique maghrébine et concernant à la fois al-Ḥaṣṣār et la partie connue de son oeuvre. Trois éléments décisifs nous ont convaincus de la nécessité de reprendre la question: l'existence de nombreuses références aux deux livres de notre auteur qui révèlent leur importance dans l'enseignement mathématique au Maghreb et ailleurs, la découverte de nouvelles copies arabes du petit livre (dont le titre est bien, comme l'a conjecturé Steinschneider: "*Kitāb al-Bayān wa t-Tadhkār*" (le livre de la démonstration et de la remémoration)), et enfin l'identification de la première partie du grand livre d'al-Ḥaṣṣār que les mathématiciens maghrébins appellent "*al-Kitāb al-Kabīr*" (le grand livre) ou "*al-Kitāb al-Kāmil*" (le livre complet).

## II. LA VIE ET L'OEUVRE D'AL-HAṢṢĀR

Toute la tradition mathématique maghrébine connue, d'Ibn Mun'im (m. 1228) à Ibn Ghāzī, s'accorde sur le nom de notre auteur: Abū Bakr Muḥammad ibn 'Abdallah ibn 'Ayyāsh al-Ḥaṣṣār. Mais, cette tradition ne nous a presque rien transmis concernant sa vie et ses activités scientifiques. Ibn Ghāzī le qualifie de "Shaykh al-Jamā'a" (le chef de la communauté), et évoque le fameux problème de Sabta (Ceuta) qu'aurait soumis al-Ḥaṣṣār aux mathématiciens de cette ville (*Bughyat aṭ-Ṭullāb*, ms. Londres B.L., Add 9625, ff. 98a-99a); mais il ne précise pas si ce dernier habitait la ville en question. Parmi les autres sources consultées, le *Irshād al-Qāṣid ilā Asnā l-Maqāṣid* d'Ibn al-Akfānī (m. 1348-1349) est le seul où al-Ḥaṣṣār est assimilé, avec Ibn al-Yāsamin (m. 1202), aux "gens du Maghrib". Mais, pour un auteur non maghrébin, comme l'est Ibn al-Akfānī, cette nisba inclut généralement les habitants de l'Espagne musulmane (ms. Escorial 949, f. 65b).

Nous sommes encore moins renseignés sur la période exacte durant laquelle a vécu notre mathématicien. Se basant sur la traduction de son petit livre, par Moïse Ibn Tibbon en 1271, Suter avait conjecturé que notre auteur avait dû vivre au XIIe siècle [Suter 1901, 40]. Les éléments supplémentaires dont nous disposons à présent renforcent cette conjecture et la précise quelque peu. En effet, nous savons désormais qu'Ibn Mun'im, mathématicien d'origine andalouse, a bien vécu à Marrakech durant le règne du quatrième khalife Muḥammad an-Nāṣir (1199-1213), qu'il y a écrit, probablement avant 1212, son livre *Fiqh al-Ḥisāb* dans lequel il se réfère au *Kitāb al-Kāmil* [Djebbar 1985, 5-8] [5]. Or, à cette époque, al-Ḥaṣṣār était déjà mort puisqu'en parlant de lui Ibn Mun'im utilise la formule rituelle "raḥimahu l-Lāh" ("que Dieu lui soit miséricordieux"), réservée

aux personnes décédées (*Fiqh al-Hisāb* ms. Rabat B.G., Q 416, p. 319). Si l'on ajoute à cela les références d'al-Ḥaṣṣār lui-même, dans son grand livre, aux traités de deux mathématiciens andalous du XIe siècle, az-Zahrāwī et Ibn as-Samḥ, il paraît raisonnable de situer notre auteur au siècle suivant [6].

Quant à sa formation et à ses activités scientifiques, nous ne disposons, jusqu'à présent, que d'une seule indication à leur sujet, celle que renferme une copie de son petit livre et qui précise qu'al-Ḥaṣṣār était un récitateur du coran (Muqri') et un spécialiste en calcul des héritages (Faraḍī) (ms. Marrakech, Bibl. Ibn Yūsuf 397, f. 1a). Ce témoignage n'est pas décisif car, comme l'a déjà remarqué H. P.-J. Renaud, plusieurs savants ou intellectuels andalous ont porté le nom d'al-Ḥaṣṣār et l'expérience montre que, dans ce cas, la confusion est fréquente entre les spécialités des uns et des autres [Renaud 1944, 36]. Nous sommes relativement mieux informés sur sa production mathématique qui est, pour le moment, limitée aux deux livres que nous avons déjà évoqués.

Nous ne nous attarderons pas sur le petit traité (*le Bayān*) qui a été résumé par H. Suter et dont une édition critique est en préparation [7]. Nous nous contenterons de le solliciter pour avancer quelques conjectures à propos de la composition et de la structure interne du grand traité (*le Kāmīl*) et pour situer la place d'al-Ḥaṣṣār dans la tradition mathématique du Maghreb.

### III. LE KITĀB AL-KĀMIL

Le livre I du grand traité d'al-Ḥaṣṣār occupe tout le manuscrit n° 313 de la bibliothèque Ibn Yūsuf de Marrakech. Ce manuscrit est de 117 folios non numérotés (20 × 23 cm, 23 lignes par page, 14 mots par ligne environ, d'une écriture maghrébine moyenne). Il ne porte ni la date de la réalisation de la copie ni le nom de son auteur. De plus, la nature des nombreuses altérations que présentent ses feuilles (trous et bords grignotés), ne permet pas d'estimer son âge. Quant à son contenu, il est tronqué à son début puisque la première page commence au beau milieu de la table des matières de l'ouvrage, par le titre du neuvième chapitre du Livre II "sur la division des fractions les unes par les autres". L'absence de doxographie et d'une éventuelle dédicace nous prive peut-être d'informations importantes qui auraient permis de mieux situer le mathématicien [8].

Ce sont essentiellement des sources maghrébines qui nous ont permis d'identifier la première partie du *Kāmīl*: en premier lieu, un ouvrage d'enseignement anonyme qui contient un passage du premier chapitre du livre I, sur l'unité et le nombre, accompagné d'une référence explicite au *Kāmīl* (ms. Tunis B.N., 9783, f. 7b). En second lieu, le *Fiqh al-Hisāb* d'Ibn Mun'im dans lequel cet auteur se réfère au chapitre XIII du livre II sur les nombres amiables (ms. Rabat B.G., Q 416, p. 319). En troisième lieu, le *ash-Sharḥ al-Kabīr* d'Ibn Zakariyā al-Gharnāḥī (m. 1403-4), dans lequel il renvoie au chapitre XI du livre II sur l'approximation des racines carrées et cubiques d'un nombre (ms. Tunis B.N. 561, f. 58b).

Quant à la structure globale de l'ouvrage, deux éléments du manuscrit confirment que le traité initial était bien constitué de deux parties bien distinctes: la dernière phrase du manuscrit de Marrakech dit en effet: "<ici> s'achève le

premier <volume> du livre *al-Kāmil fī Ṣinā'at al-'Adad*, avec la bénédiction de Dieu.' D'autre part, la comparaison des titres qu'on lit au début de chaque chapitre du manuscrit, avec ceux que nous a préservés la première page, montre que le premier volume est constitué de douze chapitres qui traitent des opérations relatives aux nombres entiers, tandis que le deuxième volume, en treize chapitres, est consacré, en grande partie semble-t-il, aux opérations sur les fractions et aux nombres en proportion.

D'une manière plus précise, et sans entrer dans une analyse détaillée qui fera l'objet d'une étude ultérieure, nous pouvons dire que le livre I du *Kāmil* correspond globalement à la matière de la première partie du petit traité d'al-Ḥaṣṣār, mais avec les particularités suivantes propres à une étude plus développée: en premier lieu, on constate que certains chapitres du *Bayān* bénéficient, dans le *Kāmil*, d'une extension substantielle. Il en est ainsi des deux premiers concernant le système décimal et ses caractéristiques qui sont complétés, dans le *Kāmil*, par la définition du nombre, sa génération à partir de l'unité et sa subdivision en plusieurs espèces (pairs, impairs, pairement-impairs, etc.), préparant ainsi l'étude de certains problèmes de théorie des nombres (ms. Marrakech Bibl. Ibn Yūsuf, 313, ff. 1a–3a). Il en est de même du chapitre du *Bayān* qui traite de l'extraction de la racine carrée d'un carré parfait. Dans le douzième chapitre du livre I du *Kāmil*, la même étude est étendue à l'extraction de la racine cubique d'un cube parfait. A cette occasion, al-Ḥaṣṣār expose, d'une manière détaillée, les critères arithmétiques permettant de reconnaître les cubes parfaits (comme il l'avait fait pour la recherche des carrés parfaits), et il donne une justification de l'algorithme utilisé, en partant du développement de l'expression:

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^3$$

les  $a_i$  représentant les positions décimales de la racine cubique cherchée du nombre.

En second lieu, on remarque la présence de chapitres nouveaux qui ne sont pas évoqués dans le petit traité. C'est le cas du septième du livre I, sur la décomposition d'un nombre en facteurs premiers (dont le point de départ est la proposition 31 du Livre VII des *Eléments* d'Euclide [Heath 1908, 332]), du huitième du même livre sur les diviseurs communs à plusieurs nombres et du onzième sur leurs multiples communs.

On constate, enfin, que les chapitres traditionnels sur la duplication et sur la médiation que l'on retrouve dans la plupart des livres de calcul connus du centre et de l'est de l'empire musulman, comme ceux d'al-Khwārizmī (m. 850), d'al-Uqlīdisī (ca. Xe s.) ou d'al-Kāshī (m. 1436), et qui ont encore leur place dans le *Bayān* d'al-Ḥaṣṣār, disparaissent de son *Kāmil* et sont absorbés respectivement par les chapitres de la multiplication et de la division.

Quant au livre II du *Kāmil*, que nous n'avons pas encore retrouvé, nous disposons de quelques éléments qui peuvent nous aider à cerner son contenu. Il y a tout d'abord les informations de la première page du manuscrit qui reproduit les titres des cinq derniers chapitres du livre qui en contient treize. La numérotation et le

contenu de deux d'entre eux sont confirmés par les références données par des mathématiciens maghrébins postérieurs. Il s'agit du onzième sur l'approximation des racines carrées et cubiques d'un nombre, et du treizième sur les nombres amiables. Les trois autres traitent des sujets suivants: division des fractions (ch. 9) restauration et réduction des fractions (ch. 10), sommation des suites naturelles des entiers, des pairs, des impairs, de leurs carrés et de leurs cubes (ch. 12).

En ce qui concerne les huit premiers chapitres du livre II, une comparaison des titres connus et de leur numérotation, avec le contenu des paragraphes de la deuxième partie du *Bayān* et avec leur agencement, nous laisse supposer que cinq des huit chapitres du livre II, dont les titres manquent, concernent l'étude des fractions: écriture symbolique, multiplication, conversion, addition et soustraction; c'est à dire les thèmes des quatre premiers chapitres du *Bayān* et du septième. Mais, les éléments dont nous disposons ne nous permettent pas de nous prononcer sur le contenu des trois chapitres restants. (Voir, en annexe, un tableau comparatif des thèmes traités dans le *Kāmil* et dans le *Bayān*).

#### IV. L'OEUVRE D'AL-ḤAṢṢĀR DANS LA TRADITION MATHÉMATIQUE DU MAGHREB

L'analyse des textes mathématiques produits au Maghreb, entre la fin du XIIe siècle et le début du XVIe, révèle une présence constante des deux ouvrages d'al-Ḥaṣṣār dans l'enseignement du calcul, de l'arithmétique, et de l'algèbre avec, il faut le noter, une utilisation plus fréquente du contenu du *Bayān*.

Ibn Mun'im est le premier auteur connu qui s'est référé au *Kāmil* et qui s'est inspiré des démarches d'al-Ḥaṣṣār, en réexposant souvent les mêmes techniques de calcul mais accompagnées de preuves et parfois généralisées. Cela est particulièrement net dans la seconde partie de son *Fiqh al-Ḥisāb* où il traite d'une manière étendue de toutes les opérations sur les fractions en distinguant, comme le fait al-Ḥaṣṣār dans son *Bayān*, un grand nombre de cas (ms. Rabat B.G., Q 917, pp. 23–51), mais en prenant soin de justifier, par l'analyse et la synthèse, certains résultats de base comme la réduction au même dénominateur qui permet de ramener tous les types de fractions à une seule (ms. Rabat B.G., Q 416, pp. 342–409) [9].

Dans la seconde moitié du XIIIe siècle et au début du XIVe, Ibn al-Bannā' publiera plusieurs ouvrages traitant de calcul ou d'algèbre (parfois des deux), en particulier: *Les Arba' Maqālāt* (les quatre épîtres), *le Talkhīṣ A'māl al-Ḥisāb* (l'abrégé des opérations du calcul), *le Raf' al-Ḥijāb* (le lever du voile) et le *Kitāb al-Jabr* (Le livre d'algèbre). Mais, dans aucun d'eux, il ne fait référence, explicitement, aux écrits d'al-Ḥaṣṣār [10]. Pourtant, une analyse comparative de certains chapitres, comme celui sur les sommations de suites finies d'entiers ou celui sur l'approximation de la racine carrée d'un nombre, laissent supposer qu'il connaissait les écrits d'al-Ḥaṣṣār ou du moins ceux de sa tradition.

Il faudra attendre la période des commentateurs d'Ibn al-Bannā' pour voir réapparaître les références au *Bayān* et au *Kāmil*. Ce sera le cas, au XIVe siècle, pour Ibn Qunfudh dans son *Ḥaṭṭ an-Niqāb* (ms. Rabat B.G., D 1678, p. 4) et dans son *Talkhīṣ* (ms. Rabat B.G. Q 939, p. 284), ainsi que pour al-Qaṭrawānī dans

*Rushfat ar-Rudāb* (ms. Rabat B.G., Q 416, pp. 143–144) et pour Ibn Zakariyā al-Gharnāṭī dans son commentaire du *Talkhīṣ* (ms. Tunis B.N., 561, ff. 9a, 37a, 40b, 55b). Au XVe siècle, Ibn Ghāzī utilisera les deux ouvrages d'al-Ḥaṣṣār dans la rédaction de son *Bughyat aṭ-Ṭullāb*, en privilégiant le *Bayān* qu'il est le seul à qualifier de *Talkhīṣ* (abrégé) (ms. Londres B.L., Add. 9625, ff. 3b, 27a, 29a, 98b, 99a).

Quant à la place réelle des deux ouvrages d'al-Ḥaṣṣār dans l'enseignement, les témoignages explicites dont nous disposons ne concernent que le petit traité. C'est ainsi que l'auteur anonyme d'une biographie du XIVE siècle nous apprend que le *Bayān* était enseigné à Ceuta par un certain al-Idrīsī (m. 1407) qui enseignait également le *Talkhīṣ* d'Ibn al-Bannā' et le livre d'algèbre de l'andalou Ibn Badr (XIIIe s.) [Manouni 1985, 102].

Le succès des deux livres d'al-Ḥaṣṣār semble avoir dépassé les frontières du Maghreb médiéval et avoir atteint certaines métropoles d'Orient. En effet, dès le XIVE siècle, l'encyclopédiste irakien Ibn al-Akfānī signale, dans son *Irshād al-Qāṣid*, l'originalité de certains algorithmes arithmétiques d'al-Ḥaṣṣār, sans toutefois les préciser (ms. Escorial 949, f. 65b). Cela pourrait signifier que l'un ou l'autre des ouvrages de notre auteur était connu et peut-être enseigné au Caire ou à Bagdad.

Par ailleurs, nous avons trouvé, dans une copie du *Bayān*, une note sous forme d'Ijāza (habilitation), attestant qu'en 1005H/ 1596 un certain Ibn Yūnus a étudié le contenu de ce livre, à Damas, sous la direction de son professeur Yaḥyā al-Ḥalabī (ms. Damas Zāhiriya, 'āmm 9760/1, f. 94b).

## V. CONCLUSION

Au terme de cette brève étude sur l'oeuvre connue d'al-Ḥaṣṣār, nous devons admettre que la personnalité de ce savant, son profil scientifique et sa vie restent encore, en grande partie, inconnus et ce, malgré son importance dans la tradition mathématique maghrébine. Le phénomène n'est pas rare, comme on le voit à travers les exemples d'al-Kūhī et d'al-Karajī en orient [GAS V, 314–321, 325–329], ou celui d'Ibn Sayyid en Espagne [Djebbar 1984]. Mais, s'agissant d'un savant du XIIe siècle, ayant vécu en Andalousie ou au Maghreb, on peut se demander si des facteurs extérieurs à l'activité scientifique n'ont pas eu un effet négatif sur son renom hors des cercles des spécialistes. Ce qui expliquerait le silence des biographes à son sujet. Mais, ce n'est là qu'une simple hypothèse.

Quant à son oeuvre mathématique, si nous sommes relativement mieux informés sur elle, elle continue de susciter des interrogations, à la fois par l'absence du livre II du *Kāmil* (et peut-être d'autres traités perdus), et par le contenu des livres existants: la matière accessible de ces livres s'inscrit bien dans les traditions algébriques et arithmétiques du centre de l'empire, mais on y remarque certaines originalités, dans la présentation et dans les méthodes (symbolisme des fractions, approximation), que nous hésitons à rattacher à la tradition andalouse des Xe–XIIe siècles ou à les attribuer à al-Ḥaṣṣār. En effet, dans l'introduction du *Bayān*, l'auteur fait allusion à la fois à sa propre contribution et à ses emprunts aux

prédécesseurs d'une manière générale (ms. Rabat B.G., Q 917, p. 1). Dans le *Kāmil*, il est plus explicite sur certains de ses emprunts puisqu'il cite, dans le chapitre VII du livre I, les mathématiciens andalous az-Zahrāwī et Ibn as-Samḥ (dont les ouvrages n'ont pas encore été retrouvés). Cela ne donne que plus d'importance à al-Ḥaṣṣār qui, indépendamment de sa contribution personnelle et de son origine, apparaît, dans le domaine du "Ilm al-Ḥisāb" (Science du Calcul), à la fois comme un trait d'union, entre les traditions mathématiques de l'orient et de l'occident musulmans, et comme un des premiers maillons importants de la tradition maghrébine. Il est même probable qu'avec le *Kitāb al-Bayān wa t-Tadhkār* et avec le *Kitāb al-Kāmil*, nous soyons en présence des plus anciens écrits pouvant témoigner de l'activité mathématique au Maghreb.

## ANNEXE

Tableau comparatif des thèmes traités dans le *Kāmil* et dans le *Bayān* d'al-Ḥaṣṣār<sup>1</sup>

Première partie du <i>Bayān</i>	Livre I du <i>Kāmil</i>
1. Les positions des nombres, leurs noms.	1. Définition des nombres, leur ordonnancement, leur génération à partir de l'unité, leurs subdivisions.
2. Les figures des chiffres Ghubār. Leurs <différentes> significations selon les positions du nombre.	2. Les noms des nombres, leurs positions, leurs ordres.
5. Le produit.	3. Représentations figurées des nombres. Leurs <différentes> significations selon les positions des <nombres> dans ce pays.
9. La duplication.	4. Le produit des nombres
3. L'addition des nombres.	5. L'addition des nombres.
4. La soustraction des nombres.	6. La soustraction des nombres.
	7. La décomposition des nombres composés en <produits> des nombres premiers qui les composent.
	8. La commensurabilité des nombres, les uns par rapport aux autres.
6. La dénomination.	9. Les rapports des nombres, les uns aux autres.
7. La division des nombres.	10. La division des nombres, les uns par les autres.
8. La médiation.	
	11. Détermination d'un nombre divisible par des nombres donnés.
10. Extraction de la racine carrée des nombres carrés parfaits.	12. Extraction des racines carrées des nombres carrés parfaits et des côtés des cubes parfaits.

## ANNEXE—Continued

Seconde partie du <i>Bayān</i>	Livre II du <i>Kāmil</i>
1. Représentation des fractions à l'aide des chiffres Ghubār.	<1. Thème semblable.>
2. Le produit des fractions.	<2. Thème semblable.> 3. ? 4. ? 5. ?
3. La conversion des fractions.	<6. Thème semblable.>
4. La somme des fractions.	<7. Thème semblable.>
7. La soustraction des fractions.	<8. Thème semblable.>
8. La division des fractions.	9. La division des fractions, les unes par les autres.
9. La restauration <des fractions>.	10. La restauration et la réduction utilisées dans l'art du calcul.
10. La réduction <des fractions>.	
11. Extraction de la racine carrée d'un nombre entier ou fractionnaire.	11. Extraction de la racine carrée des fractions, de la racine carrée des entiers et du côté du cube dans les cas rationnels et non rationnels.
5. Sommation de nombres ayant entre eux un rapport numérique et sommation de leurs carrés et de leurs cubes.	12. Sommation des suites de nombres entiers naturels, des impairs, des pairs, de leurs carrés et de leurs cubes.
6. Duplication des cases de l'échiquier.	13. Sommation des suites de nombres ayant un rapport géométrique. Détermination des nombres parfaits, abondants, déficients, amiables, et duplication des cases de l'échiquier.

<sup>1</sup> Les phrases et les numéros entre < > sont des ajouts de notre part ou des conjectures. Les numéros précédant chaque titre correspondent aux numéros réels (ou supposés lorsqu'ils sont entre < >) des chapitres des deux ouvrages. Les titres des chapitres 9 à 13 du livre II sont ceux donnés dans la table des matières de la première page du livre I. Pour le *Bayān*, nous nous sommes référés au ms. Rabat B.G., Q 917 (78 pages, 17 × 23, 30 lignes par page environ, 12 mots par ligne environ, écriture maghrébine moyenne).

## REMERCIEMENTS

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à MM. le conservateur en chef et le conservateur adjoint de la bibliothèque Ibn Yūsuf de Marrakech qui ont très aimablement mis à notre disposition tous les manuscrits nécessaires à notre travail. Nous remercions également le Pr. Manouni de Rabat, pour nous avoir donné, avant sa publication, une copie de son étude bibliographique sur les mathématiques au Maroc à l'époque des Mérinides.

## NOTES

1. En l'absence des voyelles, les mots الحصار المنير ont été lus "al-ḥiṣār aṣ-ṣaghīr" (au lieu de "al-ḥaṣṣār aṣ-ṣaghīr"), en particulier par F. Woepcke

[1854, 371]. Il sera suivi en cela par M. Cantor qui traduira ces deux mots par “dem Klein Sattel” [Cantor 1880–1898 I, 756].

2. Dans cette introduction, Ibn Qunfudh expose huit principes concernant la rédaction d'un ouvrage. Le troisième de ces principes a trait aux différents titres par lesquels peut être désigné un même ouvrage.

3. Cette information sera reprise, avec d'autres, dans la lettre du 16 Juin 1876 que Steinschneider adressera à Boncompagni; voir [Steinschneider 1877, 313].

4. “Ibn ‘Abbās” (ابن عباس) est en fait une lecture erronée de “Ibn ‘Ayyāsh” dont l'écriture est identique à la précédente, en l'absence de points diacritiques. De même, en l'absence de la shadda ( ّ ), “al-Ḥaṣṣār” (الحصار) peut se lire “al-Ḥiṣār” (الحصار). Il faut enfin noter que, la même année, Steinschneider signale l'existence de ce même manuscrit; voir [Steinschneider 1858–1882 IV, n° 101/2, 123].

5. Dans cette étude, et en l'absence de sources, des conjectures avaient été faites au sujet de l'époque durant laquelle aurait vécu Ibn Mun'im et au sujet de la période au cours de laquelle aurait été écrit son *Fiqh al-Ḥiṣāb*. Les informations dont nous disposons à présent confirment ces conjectures et éclairent d'un jour nouveau la biographie et les activités scientifiques de cet important mathématicien. Ces informations sont rapportées par le biographe maghrébin Ibn ‘Abd al-Malik (m. 703H/1303), dans son ouvrage *adh-Dhayl wa t-Takmila li Kitābay al-Mawṣūl wa ṣ-Ṣila*; voir [Ibn ‘Abd al-Malik 1964–1984 I, 59–60]. Elle lui auraient été fournies, en grande partie, par le propre fils d'Ibn Mun'im qui lui aurait montré tous les ouvrages mathématiques publiés par son père et qui étaient nombreux. Selon cette source, notre mathématicien porte le nom de Aḥmad ibn Ibrāhīm ibn ‘Ali Ibn Mun'im al-‘Abdari. Il est originaire de la ville de Dénia (sur la côte est de l'Espagne, à proximité de Valence) et a séjourné à Marrakech où il a enseigné et où il est mort en 626H/1228. Il était connu comme l'un des meilleurs spécialistes de son époque en géométrie et en théorie des nombres. A l'âge de trente ans, il se met à étudier la médecine qu'il exercera avec succès, parallèlement à ses activités mathématiques. Dans ce dernier domaine, il aura comme élèves des étudiants de Marrakech et d'ailleurs. Le biographe en cite deux: Abu ‘Abdallah ibn ‘Ali ibn Yaḥyā ash-Sharif, de Marrakech, et Ibn as-Saddād an-Najjār, d'Aghmāt. De ses écrits mathématiques, seuls quatre titres (dont un tronqué) sont rapportés dans cette biographie:

a. *Fiqh al-Ḥiṣāb* (La science du calcul).

b. *Maqāla fi Istinbāt A’dād al-Wafq* (Epître sur l'invention de carrés magiques).

c. *Kitāb* ( . . ).

d. *Tajrīd Akhbār Kutub al-Handasa ‘alā Ikhtilāfi Maqāṣidihā* (Abstraction des matériaux des livres de géométrie sans distinction de leurs buts <respectifs>).

6. Il s'agit du *Kitāb al-Mu‘āmalāt* (le livre des transactions) d'az-Zahrāwī et d'un livre d'Ibn as-Samḥ intitulé *al-Mudkhal al-‘Amālī* (l'introduction pratique) (ms. Marrakech Bibl. Ibn Yūsuf, 313, ff. 48a–48b). Pour les éléments biographiques connus de ces deux mathématiciens, voir [GAS 1974 V, 355–356].

7. Cette édition fera partie d'une thèse de 3<sup>e</sup> cycle que prépare actuellement, à Alger, mr. Y. Guergour.

8. Le cas n'est pas rare où les premières pages d'un ouvrage s'avèrent capitales pour la biographie d'un savant ou pour la connaissance de ses oeuvres. Pour la tradition mathématique maghrébine, nous avons deux exemples significatifs: le *Fiqh al-Ḥisāb* d'Ibn Mun'im dont la doxographie était, jusqu'à une date récente, la seule source d'information sur l'auteur et sur son époque, et le *Tamḥiṣ* d'Ibn Haydūr (m. 1413) dont les premières pages constituent les références de base pour la bibliographie d'Ibn al-Bannā', comme nous le montrons dans un autre article; voir [Aballagh & Djebbar 1987].

9. L'utilisation de l'analyse et de la synthèse dans un ouvrage de calcul est inhabituelle chez les mathématiciens arabes. L'origine de cette démarche est à chercher, peut-être, dans une certaine tradition andalouse qu'Ibn Mun'im a connue, en particulier à travers le traité d'al-Mu'taman (m. 1085), *Kitāb al-Istikmāl*. Pour le contenu de ce livre, voir [Hogendijk 1986]. Sur sa place dans la tradition mathématique maghrébine, voir [Djebbar 1986].

10. Cette attitude est en fait presque constante chez lui. En effet, nous ne connaissons que deux de ses écrits (mathématiques) où il se réfère explicitement à d'autres auteurs: le *Tanbīh al-Albāb* où il fait allusion à un résultat d'analyse combinatoire d'Ibn Mun'im; voir [Djebbar 1985, 4–5 et 115 note n° 3], et sa *Maqāla fi t-Taksīr* dans laquelle il renvoie à des propositions du *Kitāb al-Istikmāl* d'al-Mu'taman; voir [Djebbar 1981, 107].

## RÉFÉRENCES

- Aballagh, M., & Djebbar, A. 1987. *La vie et l'oeuvre du mathématicien maghrébin Ibn al-Bannā' (1256–1321)*: Un essai bio-bibliographique. A paraître dans les Pré-publications Mathématiques d'Orsay.
- Cantor, M. 1880–1898. *Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik*. 3 vols. Leipzig: Teubner. (Nous nous référons à la seconde édition, en 3 vols. Leipzig: Teubner, 1894–1900).
- Djebbar, A. 1981. *Enseignement et recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII<sup>e</sup>–XIV<sup>e</sup> siècles*. Publications Mathématiques d'Orsay, n° 81–02. Orsay: Université Paris-Sud.
- 1984. *Deux mathématiciens peu connus de l'Espagne du XI<sup>e</sup> siècle: al-Mu'taman et Ibn Sayyid*. Pré-publication. Orsay: Université Paris-Sud.
- 1985. *L'analyse combinatoire au Maghreb: L'exemple d'Ibn Mun'im*. Publications Mathématiques d'Orsay, n° 85–01. Orsay: Université Paris-Sud.
- 1986. *La contribution mathématique d'al-Mu'taman et son influence au Maghreb*. Colloque maghrébin sur les sciences arabes. Bayt al-Ḥikma, 14–15 Février 1986. Carthage (Tunisie). A paraître dans les actes du colloque.
- Fluegel, G. 1835–1858. *Lexicon bibliographicum et encyclopaedicum*. Edition, traduction latine et commentaires. 8 vols. Leipzig: Bentley.
- GAS V. Voir [Sezgin 1974].
- Heath, Th. L. 1908. *The thirteen books of Euclid's Elements*. 3 vols. Cambridge: Cambridge Univ. Press. (Nous nous référons à la réimpression de la seconde édition de 1925, en 3 vols. New York: Dover, 1956.)
- Hogendijk, J. P. 1986. Discovery of an 11th-century geometrical compilation: The *Istikmāl* of Yūsuf al-Mu'taman Ibn Hūd, King of Saragossa. *Historia Mathematica* 13, 43–52.

- Ibn 'Abd al-Malik. 1964–1984. *adh-Dhayl wa t-Takhmil li Kitābay al-Mawṣūl wa ṣ-Ṣila*, Ihsān 'Abbās et Muḥammad Benshrifa, éds. Beyrouth: Dar ath-Thaqāfa (Vols. 1, 4, 5 et 6). Rabat: Maṭba'at al-Ma'ārif al-Jadīda (Vol. 8). [En arabe]
- Manouni, M. 1985. Nashāṭ ad-dirāsāt ar-riyāḍiyya fi Maghrib al-'aṣr al-wasīṭ (Activité des études mathématiques dans le Maroc de la quatrième période du moyen-âge). *Al-Manāhil* (revue du ministère marocain des affaires culturelles) **33**, 77–115. [En arabe]
- Renan, E. 1877. Les rabbins français du commencement du quatorzième siècle. Avec la collaboration de A. Neubauer. Extrait de *l'histoire littéraire de la France*, t. XXVII. Paris: Imprimerie Nationale.
- Renaud, H. P.-J. 1944. Sur un passage d'Ibn Khaldūn relatif à l'histoire des mathématiques. *Hesperis* **31**, 35–47.
- Sezgin, F. 1974. *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Band V. Mathematik bis ca. 430 H. Leiden: Brill.
- Souissi, M. 1969. *Ibn al-Bannā' al-Marrākushī, Talkhiṣ A'māl al-Ḥisāb*. Edition, traduction française et commentaires. Tunis: Publications de l'Université de Tunis.
- Steinschneider, M. 1858–1882. *Hebräische Bibliographie*. (Nous nous référons à l'édition de 1972). 4 vols. (fac-similé de l'édition de 1858–1882). New York: Olms.
- 1877. Rectification de quelques erreurs relatives au mathématicien arabe Ibn al-Bannā'. *Bullettino di Bibliografia e di Storia Delle Scienze Matematiche e Fisiche (Boncompagni)* **10**, 313–314.
- 1880. Abhandlung zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften im XII. Jahrhundert. *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **25**, 57–128.
- 1893. *Die hebräischen Übersetzungen des Mittelalters und die Juden als Dolmetscher*. 2 vols. Berlin: Bibliographisches Bureau.
- Suter, H. 1897. Einige Beiträge zur Geschichte der arabischen Mathematiker und Astronomen. *Bibliotheca Mathematica* **11**, 83–86.
- 1899. Notizen über arabische Mathematiker und Astronomen. *Bibliotheca Mathematica* **13**, 86–88.
- 1900. *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke*. Leipzig: Teubner.
- 1901. Das Rechenbuch des Abū Zakarjā el-Ḥaṣṣār. *Bibliotheca Mathematica*, série 3, **2**, 12–40.
- Woeypcke, F. 1854. Recherches sur l'histoire des sciences mathématiques chez les orientaux. *Journal Asiatique* **24**, 348–384.