

## Control Servo-Visual de un Robot Manipulador Planar Basado en Pasividad

Carlos Soria\*, Flavio Roberti\*, Ricardo Carelli\*, José M. Sebastián\*\*

\*Instituto de Automática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de San Juan, Av. San Martín Oeste 1109, J5400ARL, San Juan, Argentina (e-mail: {csoria, froberti, rcarelli}@inaut.unsj.edu.ar)

\*\*Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial Esc. Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, C/ José Gutiérrez Abascal, nº2, 28006, Madrid, España (e-mail: jsebas@etsii.upm.es)

Resumen: En este trabajo se diseña un controlador servo visual basado en la propiedad de pasividad del sistema visual. Se propone un regulador con ganancias de control variables, de tal manera que se evita la saturación de los actuadores y al mismo tiempo presenta la capacidad de corregir errores de pequeña magnitud. Asimismo el diseño se hace teniendo en cuenta el desempeño  $L_2$ , a fin de darle capacidad de seguimiento de objetos en movimiento, con un error de control pequeño. Se muestran resultados experimentales realizados en un robot manipulador industrial tipo planar para verificar el cumplimiento de los objetivos del controlador propuesto. Copyright © 2008 CEA.

Palabras Clave: robot manipulador industrial, control servo visual, control no lineal, pasividad.

### 1. INTRODUCCIÓN

La investigación actual en el control de robots se orienta fundamentalmente a la incorporación de información sensorial externa que, conjuntamente con la utilización de algoritmos avanzados de control, permiten la realización de tareas en medios parcialmente estructurados. Esto posibilita ampliar notablemente el campo de aplicación de los sistemas robóticos e incorporarlos a ambientes de trabajo naturales o cotidianos. Entre los sensores externos utilizados en robótica, los sensores de visión proveen una información bastante completa del medio de trabajo. El control basado en visión de sistemas robóticos ha despertado mucho interés en estos últimos años debido a la reducción de costos de las cámaras de visión y de todo el sistema de procesamiento asociado.

Se han propuesto numerosos algoritmos de control servo visual. Algunos de ellos están basados en el modelo cinemático del robot, lo cual es suficiente en los casos que consideran manipuladores con altas relaciones de reducción en sus actuadores y bajas velocidades de trabajo pudiendo despreciarse la dinámica del manipulador (Chaumette et al., 1991; Feddema and Mitchell, 1989; Jang and Bien, 1991). También se han desarrollado algoritmos de control servo visual considerando la dinámica del manipulador (Hashimoto et al., 1997; Kelly, 1996; Lefeberg et al., 1998), los cuales utilizan la teoría de Lyapunov para analizar la estabilidad. Otros autores han realizado recientemente diseños de sistemas servo visuales basados en las propiedades de pasividad del sistema de control (Kawai et al., 2006; Fujita et al., 2007).

En este trabajo se diseña un controlador servo visual de posición basado en imagen con "cámara en mano" (Weiss et al., 1987; Hutchinson et al., 1997), basado en la teoría de pasividad. Se analiza también el desempeño  $L_2$  para el caso en que el objeto de interés se mueva con una velocidad desconocida, logrando de

esta manera que el robot sea capaz de realizar el seguimiento de dicho objeto. Este controlador presenta como principales aportes respecto de otros trabajos: su simplicidad y la utilización de la teoría de desigualdades lineales matriciales (LMI) para el cálculo de la matriz de ganancias. Asimismo debe notarse que se utiliza una matriz de ganancias no diagonal, lo cual permite incorporar efectos de acoplamiento en la ley de control y obtener un mejor desempeño del sistema de control. Finalmente, otra diferencia no menos relevante respecto de trabajos previos, es la utilización de una matriz de ganancia variable para mejorar el desempeño de regulación o seguimiento y a su vez evitar la saturación de los actuadores.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se trata brevemente el modelo cinemático general de un manipulador robótico planar. La Sección 3 se refiere al modelo de la cámara de visión y a la relación dinámica entre la variación temporal de las características de la imagen y las variables articulares del robot. En la Sección 4 se plantea el diseño del sistema de control propuesto basado en la teoría de pasividad y las condiciones de desempeño  $L_2$ . En la Sección 5 se presentan los resultados experimentales obtenidos, que muestran el buen desempeño del sistema de control propuesto. Finalmente en la Sección 6 se discuten las conclusiones del presente trabajo.

### 2. MODELO DEL MANIPULADOR ROBÓTICO

Considérense un robot de dos grados de libertad en el plano horizontal, como se representa en la Figura 1. Se define un sistema de coordenadas cartesianas cuyo origen se selecciona en el punto de intersección del eje de rotación de la articulación del hombro con el plano horizontal  $\langle x, y \rangle$ .

En el esquema de la Figura 1,  $m_1$  es la masa del eslabón 1,  $l_1$  es la longitud del eslabón 1,  $I_1$  es la inercia del eslabón 1,  $r_1$  es el centro de masa del eslabón 1,  $q_1$  es la posición articular del eslabón 1,  $m_2$  es la masa del eslabón 2,  $l_2$  es la longitud del

eslabón 2,  $I_2$  es la inercia del eslabón 2,  $r_2$  es el centro de masa del eslabón 2,  $q_2$  es la posición articular del eslabón 2.

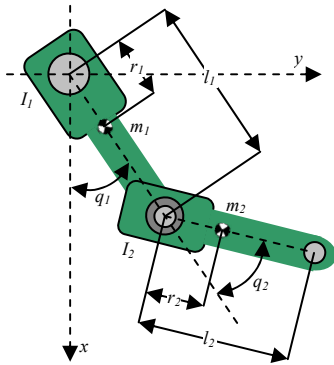


Figura 1. Descripción geométrica del robot manipulador.

El modelo cinemático de este manipulador que relaciona la posición del extremo operativo en el plano  $\langle x, y \rangle$  con las variables articulares del robot  $q_1$  y  $q_2$ , viene dado por,

$$\begin{aligned} x &= l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ y &= l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (1)$$

### 3. MODELO DE LA CÁMARA

Una cámara de visión forma una proyección bidimensional de la escena sobre el plano de la imagen, lugar donde está localizado el sensor de visión. Esta proyección causa la pérdida de información de profundidad, es decir que cada punto sobre el plano de la imagen corresponde a un rayo en el espacio tridimensional. Existen varios modelos de proyección usados para modelar el proceso de formación de la imagen (Hutchinson *et al.*, 1996), el más utilizado es el modelo de proyección de perspectiva o modelo *pinhole*, para el cual se define un sistema de coordenadas asociado a la cámara  $O_c$ , tal que los ejes  $X_c$  e  $Y_c$  forman una base para el plano de la imagen y el eje  $Z_c$  es coincidente con el eje óptico. Esto puede observarse en la Figura 2.

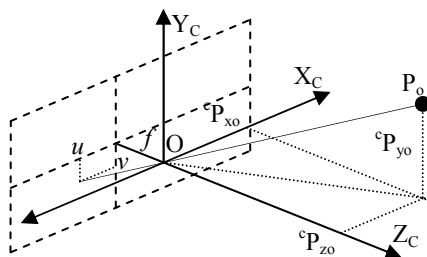


Figura 2. Sistema de coordenadas de la cámara.

Del análisis de la Figura 2 se desprende que un objeto puntual  ${}^c\mathbf{p}_o$  con coordenadas  $[{}^c p_{x_o} \quad {}^c p_{y_o} \quad {}^c p_{z_o}]^T \in \mathcal{R}^3$  en el marco de la cámara, se proyecta sobre un punto en el plano de la imagen con coordenadas  $[u \quad v]^T \in \mathcal{R}^2$

$$\xi({}^c p_{x_o}, {}^c p_{y_o}, {}^c p_{z_o}) = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -\frac{f}{{}^c p_{z_o}} \begin{bmatrix} {}^c p_{x_o} \\ {}^c p_{y_o} \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde  $f$  es la distancia focal en píxeles.

Estas coordenadas pueden considerarse como parámetros característicos de la imagen.

#### 3.1 Un punto característico.

Una característica de la imagen es cualquier variable que incluya relaciones entre componentes estructurales de la imagen tales como líneas, puntos, áreas o parámetros cuantitativos asociados a ellas. Se define un parámetro característico de la imagen como cualquier cantidad real valuada que se puede calcular desde una o más características de imagen.

Algunos de los parámetros característicos más ampliamente conocidos son las coordenadas de un punto en la imagen (Hashimoto, 1993; Papanikolopoulos *et al.*, 1993; Espiau *et al.*, 1989), la distancia entre dos puntos en el plano de la imagen y la orientación de la línea que los conecta (Feddemma and Mitchell, 1989; Feddemma *et al.*, 1991), y el área de la superficie proyectada como puede verse en (Weiss *et al.*, 1987).

Sea  ${}^w\mathbf{p}_o \in \mathcal{R}^3$  la posición de un objeto puntual expresado en el marco de la base del robot. Además, la posición relativa de este objeto puntual con respecto al marco de la cámara ubicada en el extremo operativo del robot será  ${}^c\mathbf{p}_o$ . De acuerdo con el modelo de la cámara expresado por (2), el punto característico de imagen depende únicamente de la posición del objeto puntual  ${}^w\mathbf{p}_o$  y de la posición y orientación de la cámara, es decir

$$\xi = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -\frac{f}{{}^c p_{z_o}} \begin{bmatrix} {}^c p_{x_o} \\ {}^c p_{y_o} \end{bmatrix} \quad (3)$$

La derivada temporal de (3) conduce a,

$$\dot{\xi} = -f \begin{bmatrix} \frac{1}{{}^c p_{z_o}} & 0 & -\frac{{}^c p_{x_o}}{({}^c p_{z_o})^2} \\ 0 & \frac{1}{{}^c p_{z_o}} & -\frac{{}^c p_{y_o}}{({}^c p_{z_o})^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^c \dot{p}_{x_o} \\ {}^c \dot{p}_{y_o} \\ {}^c \dot{p}_{z_o} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Por otra parte, la posición del objeto  ${}^w\mathbf{p}_o$  con respecto al marco de la cámara, esto es  ${}^c\mathbf{p}_o$  se puede expresar como,

$${}^c\mathbf{p}_o = {}^c\mathbf{R}_w(\mathbf{q}) [{}^w\mathbf{p}_o - {}^w\mathbf{p}_{\text{Corg}}] \quad (5)$$

donde  ${}^w\mathbf{p}_{\text{Corg}}$  y  ${}^c\mathbf{R}_w(\mathbf{q})$  son el vector de posición y la matriz de rotación respectivamente, que relacionan los sistemas de referencia de la cámara y de la base del robot. La matriz  ${}^c\mathbf{R}_w(\mathbf{q})$  será expresada como  ${}^c\mathbf{R}_w$  por razones de simplicidad en la notación.

Sean  ${}^w\mathbf{v}_c$  y  ${}^w\boldsymbol{\omega}_c$  las velocidades lineal y angular de la cámara respecto del marco de la base del robot  $O_w$ . Entonces, la derivada temporal del vector de posición del punto respecto del marco de la cámara, teniendo en cuenta la expresión de la velocidad lineal y angular es,

$$\begin{bmatrix} {}^c \dot{p}_{x_o} \\ {}^c \dot{p}_{y_o} \\ {}^c \dot{p}_{z_o} \end{bmatrix} = {}^c \mathbf{R}_w \left\{ -{}^w \omega_c \times ({}^w \mathbf{p}_o - {}^w \mathbf{p}_{\text{Corg}}) + ({}^w \dot{\mathbf{p}}_o - {}^w \mathbf{v}_c) \right\} \quad (6)$$

Si la velocidad del objeto es distinta de cero, es decir  ${}^w \dot{\mathbf{p}}_o \neq 0$  la (6) se puede expresar como,

$$\begin{bmatrix} {}^c \dot{p}_{x_o} \\ {}^c \dot{p}_{y_o} \\ {}^c \dot{p}_{z_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -{}^c p_{z_o} & {}^c p_{y_o} \\ 0 & -1 & 0 & {}^c p_{z_o} & 0 & -{}^c p_{x_o} \\ 0 & 0 & -1 & -{}^c p_{y_o} & {}^c p_{x_o} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^c \mathbf{R}_w & 0 \\ 0 & {}^c \mathbf{R}_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^w \mathbf{v}_c \\ {}^w \omega_c \end{bmatrix} + {}^c \mathbf{R}_w {}^w \dot{\mathbf{p}}_o \quad (7)$$

El movimiento del punto característico de la imagen como una función de la velocidad de la cámara se obtiene sustituyendo (7) en (4):

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= -\frac{f}{{}^c p_{z_o}} \begin{bmatrix} -1 & 0 & \frac{{}^c p_{x_o}}{{}^c p_{z_o}} & \frac{{}^c p_{x_o} {}^c p_{y_o}}{{}^c p_{z_o}} & -\frac{{}^c p_{z_o}^2 + {}^c p_{x_o}^2}{{}^c p_{z_o}} & {}^c p_{y_o} \\ 0 & -1 & \frac{{}^c p_{y_o}}{{}^c p_{z_o}} & \frac{{}^c p_{z_o}^2 + {}^c p_{y_o}^2}{{}^c p_{z_o}} & -\frac{{}^c p_{x_o} {}^c p_{y_o}}{{}^c p_{z_o}} & -{}^c p_{x_o} \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} {}^c \mathbf{R}_w & 0 \\ 0 & {}^c \mathbf{R}_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^w \mathbf{v}_c \\ {}^w \omega_c \end{bmatrix} - \frac{f}{{}^c p_{z_o}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{{}^c p_{x_o}}{{}^c p_{z_o}} \\ 0 & 1 & -\frac{{}^c p_{y_o}}{{}^c p_{z_o}} \end{bmatrix} {}^c \mathbf{R}_w {}^w \dot{\mathbf{p}}_o \end{aligned} \quad (8)$$

Utilizando la proyección del punto en el marco de la cámara y la definición del Jacobiano de la imagen,

$$\mathbf{J}_1(\xi, {}^c p_{z_o}) = \begin{bmatrix} \frac{f}{{}^c p_{z_o}} & 0 & \frac{u}{{}^c p_{z_o}} & -\frac{uv}{f} & \frac{f^2 + u^2}{f} & v \\ 0 & \frac{f}{{}^c p_{z_o}} & \frac{v}{{}^c p_{z_o}} & -\frac{f^2 + v^2}{f} & \frac{uv}{f} & -u \end{bmatrix} \quad (7)$$

Se puede expresar  $\dot{\xi}$  en términos de las velocidades angulares  $\dot{\mathbf{q}}$  y de la velocidad del objeto  ${}^w \dot{\mathbf{p}}_o$ , por la siguiente expresión (Kelly *et al.*, 2000)

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \mathbf{J}_1(\xi, {}^c p_{z_o}) \begin{bmatrix} {}^c \mathbf{R}_w & 0 \\ 0 & {}^c \mathbf{R}_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_A(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \mathbf{J}_A(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \\ & -\frac{f}{{}^c p_{z_o}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{{}^c p_{x_o}}{{}^c p_{z_o}} \\ 0 & 1 & -\frac{{}^c p_{y_o}}{{}^c p_{z_o}} \end{bmatrix} {}^c \mathbf{R}_w {}^w \dot{\mathbf{p}}_o \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $\mathbf{J}_A(\mathbf{q})$  es el Jacobiano analítico del robot (Sciavicco and Siciliano, 2000) y  $\mathbf{T}_A(\mathbf{q})$  es una matriz de transformación que depende de la parametrización de la orientación del extremo operativo. En forma compacta:

$$\dot{\xi} = \mathbf{J}(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{z_o}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_o(\mathbf{q}, {}^c \mathbf{p}_o) {}^w \dot{\mathbf{p}}_o \quad (11)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{z_o}) &= \mathbf{J}_1(\xi, {}^c p_{z_o}) \begin{bmatrix} {}^c \mathbf{R}_w & 0 \\ 0 & {}^c \mathbf{R}_w \end{bmatrix} \mathbf{J}_G(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_o(\mathbf{q}, {}^c \mathbf{p}_o) &= -\frac{f}{{}^c p_{z_o}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{{}^c p_{x_o}}{{}^c p_{z_o}} \\ 0 & 1 & -\frac{{}^c p_{y_o}}{{}^c p_{z_o}} \end{bmatrix} {}^c \mathbf{R}_w \end{aligned}$$

donde  $\mathbf{J}_G(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_A(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \mathbf{J}_A(\mathbf{q})$  es el Jacobiano geométrico del robot (Sciavicco and Siciliano, 2000).

#### 4. DISEÑO DEL CONTROLADOR SERVO VISUAL BASADO EN PASIVIDAD

La pasividad es una propiedad importante entre la entrada y la salida de un sistema y ha sido ampliamente utilizada en el análisis de estabilidad de sistemas no lineales (Hill and Moylan, 1976; Lin, 1995; Willems, 1972a; Willems, 1972b). Este concepto ha sido usado para analizar la estabilidad de sistemas interconectados y especialmente en estructuras en cascada, ej. (Vidyasagar, 1979; Byrnes *et al.*, 1991; Ortega *et al.*, 1995). Particularmente, en (Byrnes *et al.*, 1991), fue presentada una síntesis de conceptos y técnicas para la teoría de sistemas pasivos utilizando la teoría de control no lineal geométrico y muestra de manera concreta cuándo un sistema de dimensión finita puede ser transformado a su equivalente pasivo a través de retroalimentación del estado.

El concepto de pasividad muestra, de manera intuitiva, que un sistema pasivo no puede entregar más energía de la que está recibiendo y permite probar de manera inmediata la estabilización de un sistema con esta cualidad. Es decir que un sistema no lineal pasivo se puede estabilizar simplemente haciendo una retroalimentación negativa de la salida  $v = -ky$ , con  $k > 0$  (Figura 3). La pasividad es entonces una propiedad útil en el análisis y diseño de sistemas no lineales y representa una alternativa al diseño mediante la teoría de Lyapunov.

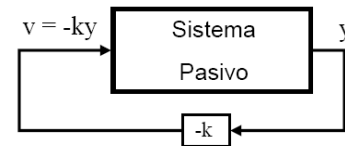


Figura 3. Sistema pasivo estabilizado con  $v = -ky$ .

A continuación se dan algunas definiciones importantes (Ortega *et al.*, 1998) sobre la teoría de sistemas pasivos que serán utilizadas en el presente trabajo.

Un sistema de entrada  $v$  y salida  $y$  se dice que es pasivo si verifica

$$\int_0^T v^T y dt \geq \beta \quad \forall T, \quad \beta \in \mathfrak{R} \quad (12)$$

y es estrictamente pasivo de entrada si verifica

$$\int_0^T v^T y dt \geq \beta + \alpha \|v\| \quad \forall T \quad \alpha, \beta \in \mathfrak{R} \quad (13)$$

#### 4.1 Propiedad de pasividad del sistema de visión.

Para un objeto estático  ${}^w\dot{\mathbf{p}}_o = 0$ , la ecuación (11) puede escribirse como

$$\dot{\xi} = \mathbf{J}(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{zo}) \dot{\mathbf{q}} \quad (14)$$

Tomando como función de energía  $V_{\xi} = \frac{1}{2} \xi^T \xi$  y realizando la derivada temporal (Fujita et al., 2007):

$$\dot{V}_{\xi} = \xi^T \dot{\xi} = \xi^T \mathbf{J}(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{zo}) \dot{\mathbf{q}} \quad (15)$$

Integrando

$$\begin{aligned} \int_0^T \dot{V}_{\xi} dt &= \int_0^T \xi^T \mathbf{J}(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{zo}) \dot{\mathbf{q}} dt \\ &= \int_0^T \mathbf{v}_{\xi}^T \dot{\mathbf{q}} dt = V_{\xi}(T) - V_{\xi}(0) \geq -V_{\xi}(0) \end{aligned} \quad (16)$$

donde  $\mathbf{v}_{\xi} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{zo}) \xi$ .

Por lo que puede concluirse que el mapeo  $\dot{\mathbf{q}} \rightarrow \mathbf{v}_{\xi}$  es pasivo.

#### 4.2 Diseño del Sistema de Control.

Considerando la variable  $\tilde{\xi}(t) = \xi(t) - \xi_d$  en lugar de  $\xi(t)$  para contemplar el problema de regulación, se preserva la propiedad de pasividad del resultado anterior con  $\mathbf{u} = \dot{\mathbf{q}}$ ,

$$\begin{aligned} \int_0^T \mathbf{u}^T \mathbf{v}_{\tilde{\xi}} dt &\geq -\beta \quad \forall T \\ \mathbf{u} &\rightarrow \mathbf{v}_{\tilde{\xi}} \text{ es pasivo} \end{aligned} \quad (17)$$

donde  $\mathbf{v}_{\tilde{\xi}} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{zo}) \tilde{\xi}$ ;  $\beta = V_{\tilde{\xi}}(0)$ , considerando  $V_{\tilde{\xi}} = \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T \tilde{\xi}$ .

Se propone la siguiente ley de control que estabiliza el sistema de acuerdo a la estructura general de la Figura 3,

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{v}_{\tilde{\xi}} \quad \mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{J}_G^T \begin{bmatrix} {}^c \mathbf{R}_w & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^c \mathbf{R}_w \end{bmatrix}^T \mathbf{J}_I^T(\xi, {}^c p_{zo}) \tilde{\xi} \quad (18)$$

donde  $\mathbf{K}$  es una matriz de ganancias simétrica y definida positiva. La estructura de control se muestra en la Figura 4.

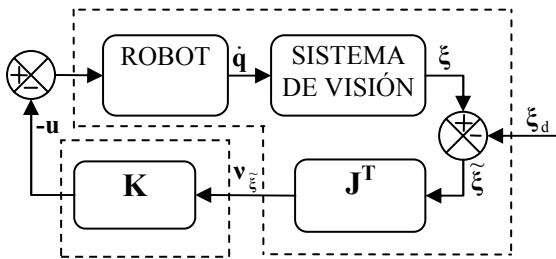


Figura 4. Diagrama de bloques del sistema de control servo visual.

#### 4.3 Análisis de la ley de control.

A partir de la ecuación (17) y reemplazando la expresión de la ley de control (18)

$$\int_0^T \mathbf{v}_{\tilde{\xi}}^T \mathbf{u} dt = - \int_0^T \mathbf{v}_{\tilde{\xi}}^T \mathbf{K} \mathbf{v}_{\tilde{\xi}} dt \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{K}) \int_0^T \|\mathbf{v}_{\tilde{\xi}}\|^2 dt \quad (19)$$

O bien

$$\int_0^T \mathbf{v}_{\tilde{\xi}}^T (-\mathbf{u}) dt \geq \lambda_{\min}(\mathbf{K}) \int_0^T \|\mathbf{v}_{\tilde{\xi}}\|^2 dt \quad (20)$$

donde  $\lambda_{\min}(\mathbf{K})$  es el valor propio mínimo de la matriz  $\mathbf{K}$ .

Por lo que, de acuerdo a la ecuación (13), el controlador proporcional resulta estrictamente pasivo de entrada de  $\mathbf{v}_{\tilde{\xi}} \rightarrow -\mathbf{u}$ . De esta forma, el sistema de lazo cerrado de la Figura 4 queda formado por la interconexión de dos sistemas pasivos.

Sumando las ecuaciones (17) y (20) se obtiene

$$\lambda_{\min}(\mathbf{K}) \int_0^T \|\mathbf{v}_{\tilde{\xi}}\|^2 dt - \beta \leq 0 \quad (21)$$

$$\int_0^T \|\mathbf{v}_{\tilde{\xi}}\|^2 dt \leq \frac{\beta}{\lambda_{\min}(\mathbf{K})} \quad (22)$$

Lo que implica que  $\mathbf{v}_{\tilde{\xi}}$  es cuadrado integrable. Para  $\mathbf{v}_{\tilde{\xi}}$  uniformemente continua, por el lema de Barbalat, se puede concluir que  $\mathbf{v}_{\tilde{\xi}}(t) \rightarrow 0$ , y por lo tanto,

$$\tilde{\xi}(t) \rightarrow 0 \text{ con } t \rightarrow \infty$$

De este modo se muestra el cumplimiento del objetivo de control visual de regulación.

**Observación.** La condición expresada en la ecuación (24) de la Sección 4.4 implica que  $\tilde{\xi}$  es acotado y por ende también será acotada la acción de control  $\mathbf{u}$  debido a que se asume que el Jacobiano  $\mathbf{J}(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{zo})$  no presenta singularidades. Dado que se ha realizado un análisis cinemático, acciones de control acotadas implican velocidades articulares acotadas. Por lo tanto, se puede concluir que  $\mathbf{v}_{\tilde{\xi}} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{zo}) \tilde{\xi}$  es suave y con derivada acotada, y por ende uniformemente continua. ■

#### 4.4 Robustez a movimiento del objeto: Diseño con desempeño $L_2$ .

En esta sección del trabajo se analiza la posibilidad de existencia de objetos móviles y se evalúa el desempeño del sistema de control para tareas de seguimiento. Para ello, se considerará la velocidad del objeto como una perturbación externa al sistema de control y se diseña un controlador robusto con el criterio de desempeño  $L_2$  (atenuación de perturbación en ganancia de norma  $L_2$  o atenuación de energía). (Van der Schaft, 2000) propone que el sistema será robusto a perturbaciones si se cumple que:

$$\int_0^T \|\tilde{\xi}\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|\mathbf{w}\|^2 dt; \forall T > 0 \quad (23)$$

siendo  $\mathbf{w} = \mathbf{J}_o(\mathbf{q}, {}^c\mathbf{p}_o)^w \dot{\mathbf{p}}_o$  la velocidad del objeto en el plano de la imagen considerada como una perturbación; y  $\gamma$  un escalar positivo.

La condición de desempeño  $L_2$  de (23) se cumplirá si:

$$\dot{V}_{\tilde{\xi}} \leq \frac{1}{2} \left( \gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 - \|\tilde{\xi}\|^2 \right) \quad (24)$$

como puede verificarse integrando esta expresión entre 0 y el tiempo  $T$ , y tomando  $V_{\tilde{\xi}}(0) = 0$ . Para encontrar una matriz de ganancia  $\mathbf{K}$  que cumpla con el criterio de desempeño  $L_2$ , se considera nuevamente la función  $V_{\tilde{\xi}}$  y su derivada temporal,

$$\begin{aligned} V_{\tilde{\xi}} &= \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T \tilde{\xi} \\ \dot{V}_{\tilde{\xi}} &= \tilde{\xi}^T \dot{\tilde{\xi}} \end{aligned} \quad (25)$$

con  $\dot{\tilde{\xi}} = \mathbf{J}_1(\xi, {}^c p_{zo}) \begin{bmatrix} {}^c \mathbf{R}_w & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & {}^c \mathbf{R}_w \end{bmatrix} \mathbf{J}_G \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_o(\mathbf{q}, {}^c \mathbf{p}_o)^w \dot{\mathbf{p}}_o$ , o en forma compacta,

$$\dot{\tilde{\xi}} = \mathbf{J}_1 \mathbf{R} \mathbf{J}_G \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{w} = \mathbf{J}_1 \mathbf{R} \mathbf{J}_G \mathbf{u} + \mathbf{w} \quad (26)$$

Reemplazando la ecuación (26) en la expresión de la derivada temporal de la función  $V_{\tilde{\xi}}$ , considerando la ley de control propuesta en (18) e imponiendo la condición de desempeño  $L_2$  de (24),

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\tilde{\xi}} &= \tilde{\xi}^T \dot{\tilde{\xi}} = -\tilde{\xi}^T \mathbf{J}_1 \mathbf{R} \mathbf{J}_G \mathbf{K} \mathbf{J}_G^T \mathbf{R}^T \mathbf{J}_1^T \tilde{\xi} + \tilde{\xi}^T \mathbf{w} \\ \dot{V}_{\tilde{\xi}} &\leq \frac{1}{2} \left( \gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 - \|\tilde{\xi}\|^2 \right) \end{aligned} \quad (27)$$

Resolviendo y reagrupando la (27) se llega a la siguiente desigualdad matricial,

$$\begin{bmatrix} \tilde{\xi}^T & \mathbf{w}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta} & \frac{\mathbf{I}}{2} \\ \frac{\mathbf{I}}{2} & -\frac{\mathbf{I}}{2} \gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (28)$$

Con  $\boldsymbol{\eta} = -\mathbf{J}_1 \mathbf{R} \mathbf{J}_G \mathbf{K} \mathbf{J}_G^T \mathbf{R}^T \mathbf{J}_1^T + \frac{\mathbf{I}}{2}$ .

El problema ahora consiste en encontrar una matriz  $\mathbf{K}$  simétrica y definida positiva y un escalar  $\gamma$ , tal que se satisfaga la desigualdad matricial expresada en (31). Para ello se utiliza la técnica de LMI (Boyd *et al.*, 1994), debido a su solución altamente eficiente, y que ha atraído la atención del área de control, y se ha vuelto un método importante en el análisis y diseño de controladores. Las LMI se pueden resolver eficientemente mediante los algoritmos de optimización de punto interior (Nesterov *et al.*, 1996). A tal efecto, primero se

restringe el Jacobiano total  $\mathbf{J}(\mathbf{q}, \xi, {}^c p_{zo})$  a un conjunto convexo, tomando como vértices los siguientes valores extremos de sus variables  $\{[u_{\min}, u_{\max}]; [v_{\min}, v_{\max}]; [q_{2\min}, q_{2\max}]\}$ .

Las únicas restricciones impuestas a la matriz  $\mathbf{K}$  durante el proceso de resolución de la desigualdad matricial es que sea simétrica y definida positiva, y no se le impone la condición de ser diagonal como es usual en otros trabajos. De esta manera se admite que el controlador incorpore acoplamientos que conducen a un mejor desempeño del sistema de control.

Un problema que surge al seleccionar la matriz de ganancias  $\mathbf{K}$  es que, si se adopta un valor pequeño para el parámetro  $\gamma$  de tal manera que el sistema tenga un buen desempeño en el seguimiento de objetos móviles, puede ocurrir que saturen los actuadores del robot cuando existan grandes errores de características. Por otro lado, si se adopta un valor grande para el parámetro  $\gamma$ , se evitaría la saturación de los actuadores a costa del desmejoramiento del desempeño del sistema de control en tareas de seguimiento. Como solución a este problema se propone la utilización de una matriz de ganancia  $\mathbf{K}$  variable en función del error de características en el plano de la imagen. Para ello se busca una ganancia  $\mathbf{K}_1$  para errores pequeños y otra  $\mathbf{K}_2$  para grandes errores, ambas obtenidas mediante la resolución de la desigualdad matricial de la ecuación (28). Se propone la siguiente expresión para el cálculo de la ganancia  $\mathbf{K}$ , lo cual garantiza que la misma se encuentre en cada instante en un conjunto convexo,

$$\mathbf{K} = (1 - \alpha) \mathbf{K}_1 + \alpha \mathbf{K}_2 \quad (29)$$

con  $\alpha = \frac{\|\tilde{\xi}\|}{\|\tilde{\xi}\|_{\max}}$ , donde  $\|\tilde{\xi}\|_{\max}$  es el máximo error de

características en el plano de la imagen. Esto garantiza que toda matriz  $\mathbf{K}$  cumpla con la condición de desempeño  $\gamma$ . Para errores grandes se tolera un  $\gamma$  mayor, para errores pequeños corresponde un valor de  $\gamma$  menor según la especificación de diseño.

## 5. EXPERIMENTACIÓN

El controlador servo visual propuesto se ha experimentado en el robot industrial tipo SCARA Bosch SR-800 mostrado en la Figura 5, considerando los dos grados de libertad ilustrados en la Figura 1. El controlador está programado en el sistema operativo de tiempo real QNX, con tiempos de muestreo de 1 mseg. para el controlador y de 33 mseg. para el procesamiento de las imágenes visuales.



Figura 5. Robot manipulador industrial Bosch SR 800.

Los valores de los vértices del Jacobiano son los siguientes:  
 $u_{\min} = -320$  píxel,  $u_{\max} = 320$  píxel,  $v_{\min} = -240$  píxel,  
 $v_{\max} = 240$  píxel,  $q_{2\min} = -\pi/2$  rad y  $q_{2\max} = \pi/2$  rad .  
 Utilizando la herramienta LMI-Tool (El Ghaoui *et al.*, 1995) se  
 procede a encontrar los valores de  $\mathbf{K}$  y  $\gamma$ .

Se ha considerado para los experimentos la matriz de ganancias  $\mathbf{K}$  variable dentro del conjunto convexo delimitado por las matrices de ganancias,

$$\mathbf{K}_1 = 10^{-5} \begin{bmatrix} 0,1443 & -0,1443 \\ -0,1443 & 0,4096 \end{bmatrix} \text{ con } \gamma = 3,9$$

$$\mathbf{K}_2 = 10^{-4} \begin{bmatrix} 0,0496 & -0,0496 \\ -0,0496 & 0,1399 \end{bmatrix} \text{ con } \gamma = 0,9 .$$

Estas matrices fueron encontradas siguiendo el procedimiento explicado en la Sección 4.5.

La experimentación comienza con la característica inicial  $\xi_0 = [-48 \ -65]$  píxeles y se elige primero la referencia  $\xi_{d1} = [0 \ 2]$  píxeles y después  $\xi_{d2} = [-72 \ 64]$  píxeles. A partir del tiempo  $t = 15$  seg. comienza a moverse el objeto con una velocidad desconocida de aproximadamente 5 mm/seg . En las figuras 6 y 7 se muestran las evoluciones de las características de imagen  $\xi_1$  y  $\xi_2$  respectivamente. En la Figura 8 se observa la evolución de la norma del error. Cuando el objeto está fijo, el error de estado estacionario está por debajo de los 2 píxeles, obteniéndose una buena regulación. Cuando se mueve el objeto ( $t > 15$  seg. ), se puede observar que el controlador trata de mantener el error de características lo más cercano a cero; la norma del error en este caso está por debajo de 10 píxeles. En las figuras 9 y 10 se muestran las acciones de control para las articulaciones  $q_1$  y  $q_2$ , se observa que ninguna supera los valores de saturación ( $\pm 1.2$  rad/seg). En la Figura 11 se muestra la evolución de la característica en el plano de la imagen, desde la posición inicial hasta la primera característica deseada y después hasta la segunda, donde comienza a moverse el objeto. Se puede observar que el controlador diseñado trata de llegar por un camino relativamente directo hacia el punto de característica deseado.

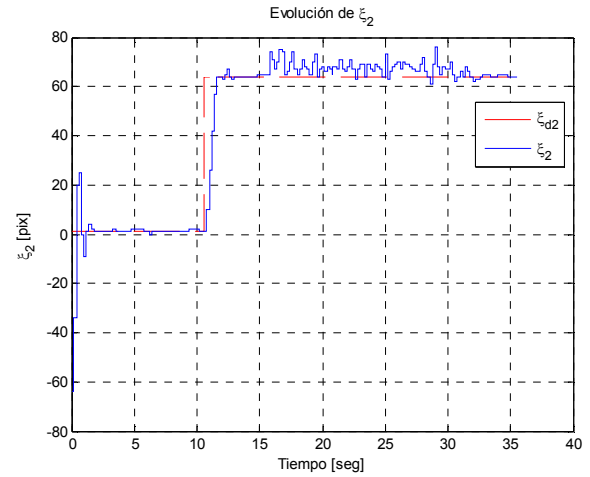


Figura 7. Evolución de la característica  $\xi_2$  y  $\xi_{d2}$ .

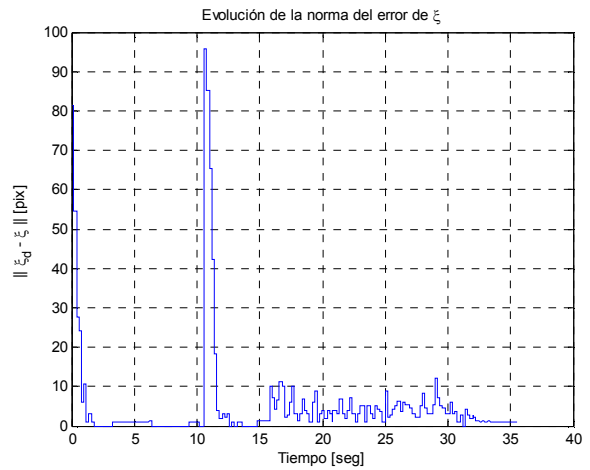


Figura 8. Evolución de la norma del error  $\|\xi_d - \xi\|$ .

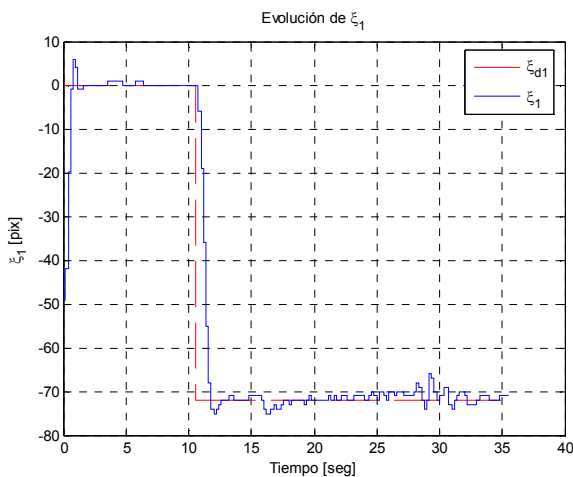


Figura 6. Evolución de la característica  $\xi_1$  y  $\xi_{d1}$ .

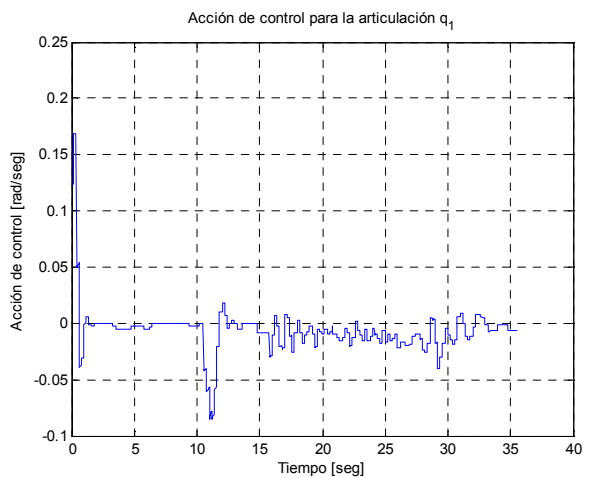


Figura 9. Acción de control para la articulación  $q_1$ .

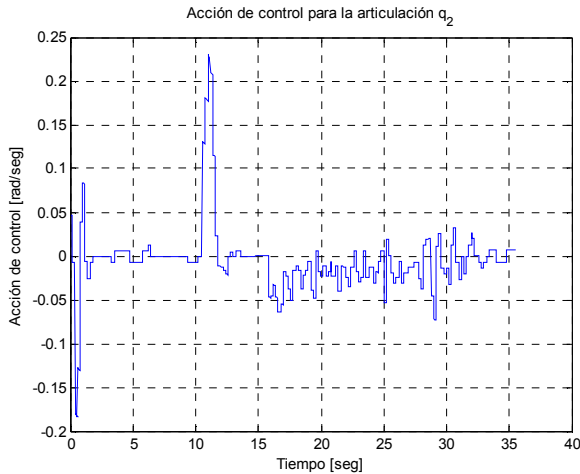


Figura 10. Acción de control para la articulación  $q_2$ .

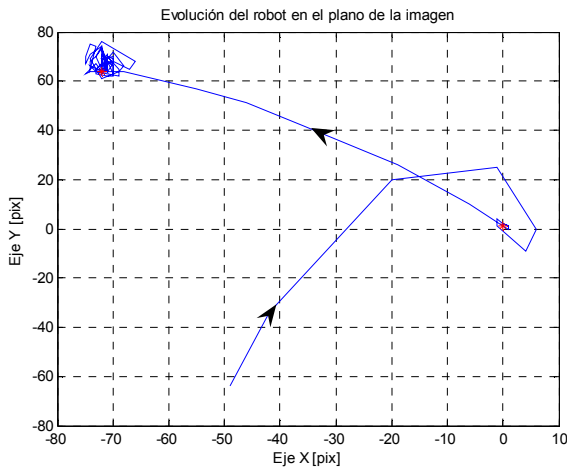


Figura 11. Trayectoria de la característica en el plano de la imagen.

## 6. CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha presentado el diseño y análisis de desempeño  $L_2$  para un controlador servo visual basado en la teoría de pasividad. Este diseño se fundamenta en las propiedades de pasividad del sistema servo visual.

Los principales aportes de este trabajo son la utilización de una matriz de ganancias no diagonal que permite considerar los acoplamientos entre los distintos elementos del robot y así mejorar el desempeño del controlador, como así también la utilización de la herramienta LMI-Tool para encontrar dicha matriz de ganancia que cumpla con las condiciones de desempeño  $L_2$ . Además se propuso la utilización de una matriz de ganancia variable que permite evitar la saturación de los actuadores ante grandes errores de características, manteniéndose en todo instante tanto la propiedad de pasividad del sistema de control como así también las condiciones especificadas de desempeño  $L_2$ .

Los resultados experimentales realizados en dos grados de libertad de un robot manipulador industrial tipo SCARA Bosch SR-800 muestran el buen desempeño del sistema de control

propuesto y la obtención de los objetivos del diseño con un controlador de estructura simple y fácil implementación.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) y la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCYT) de Argentina, y a la Agencia Española de Cooperación Internacional (AECI) de España por subsidiar parcialmente la investigación.

## REFERENCIAS

- Byrnes C.I., Isidori A., Willems J.C. (1991). Passivity, Feedback Equivalence, and the Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems. *IEEE Trans. Automat. Control*, **36(11)**, 1228-1240.
- Chaumette F., P. Rives, and B. Espiau (1991). Positioning of a robot with respect to an object, tracking it and estimating its velocity by visual servoing, *Proceedings of the IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, USA, 2248-2253.
- Boyd S., L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan (1994). *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, Philadelphia, PA: SIAM.
- El Ghaoui L., R. Nikoukhah and F. Delebecque (1995). LMITOOL: a Package for LMI Optimization. *Proceedings IEEE Conference on Decision and Control*. 3096-3101
- Espiau B., F. Chaumette and P. Rives (1989). A New Approach To Visual Servoing in Robotics. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **5**, 691-700.
- Espiau B., F. Chaumette, and P. Rives (1992). A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, **8(3)**, 313-326.
- Feddema J. and O. Mitchell (1989). Vision – Guided Servoing with Feature Based Trajectory Generation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **5**, 691-700.
- Feddema J, C. Lee and O Mitchell (1991). Weighted Selection of Image Features for Resolved Rate Visual Feedback Control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **7(1)**, 31-47.
- Fujita M., H. Kawai and M. W. Spong (2007) Passivity-based Dynamic Visual Feedback Control for Three Dimensional Target Tracking: Stability and  $L_2$ -gain Performance Analysis. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **15(1)**, 40-52.
- Hashimoto, K. (1993). *Visual Servoing Real Time Control of Robot Manipulators Based on Visual Sensory Feedback*. World Scientific Series in Robotics and Automated Systems, **7**, 139-164.
- Hashimoto K., T. Ebine, and H. Kimura (1997). Visual servoing with hand-eye manipulator - optimal control approach. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **12(5)**, 766-774.
- Hill D. and P. Moylan (1976). Stability results for nonlinear feedback systems. *Automatica*, **13**, 373-382.
- Hutchinson S., G. Hager and P. Corke, (1996). A tutorial on visual servo control. *IEEE Trans. On Robotics and Automation*, **12(5)**, 651-670.
- Jang W. and Z. Bien (1991). Feature-based visual servoing of an eye-in-hand robot with improved tracking performance. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Sacramento, USA, 2254-2260.
- Kawai H., M. Toshiyuki and M. Fujita (2006). Image-based Dynamic Visual Feedback Control via Passivity Approach.

- Proceeding of the IEEE Int. Conf. on Control Applications, Munich, Germany, 740-745.
- Kelly R., Carelli R., Ortega R. (1989). Adaptive motion control design of robot manipulators: an input-output approach. *International Journal of Control*, **50(6)**, 2563-2581.
- Kelly R. (1996). Robust Asymptotically Stable Visual Servoing of Planar Robots. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, **12(5)**, 759-766.
- Kelly R., R. Carelli, O. Nasisi, B. Kuchen and F. Reyes (2000). Stable Visual Servoing of Camera-in-Hand Robotic Systems. *IEEE Trans. Mechatronics*, **5(1)**, 39-48.
- Lefeberg E., R. Kelly, R. Ortega, and H. Nijmeijer (1998). Adaptive and Filtered visual servoing of planar robots. *Proceedings of the Fourth IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design*, Enschede, The Netherlands, 563-568.
- Lin W. (1995). Feedback Stabilization of General Nonlinear Control System: A Passive System Approach. *Syst. Control Lett.*, **25**, 41-52.
- Nesterov Y. and A. Nemirovski (1996). An interior-point method for generalized linear-fractional problems. *Math. Programming Ser. B*.
- Ortega R. and M. Spong (1989). Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial. *Automatica*, **25(6)**, 877-888.
- Ortega R., A. Loria, R. Kelly and L. Praly (1995). On passivity based output feedback global stabilization of Euler-Lagrange systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **5**, 313-324.
- Ortega R., A. Loria, P. J. Nicklasson and H. Sira-Ramirez (1998). Passivity-based control of Euler-Lagrange systems. *Communications and Control Engineering*, Springer-Verlag, Berlin.
- Papanikolopoulos, N. P., P. K. Khosla and T. Kanade (1993). Visual Tracking of a Moving Target by a Camera Mounted on a Robot: A Combination of Control and Vision. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **9(1)**, 14-35.
- Sanderson A. C., L. E. Weiss, and C. P. Neumann (1987). Dynamic sensor based control of robots with visual feedback. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, **3**, 404-417.
- Sciavicco L. and B. Siciliano (2000), *Modelling and Control of Robot Manipulators*, Springer.
- Van der Schaft A. (2000), *L<sub>2</sub>-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*, Springer-Verlag, 2000.
- Vidyasagar M. (1979). New passivity-type criteria for large-scale interconnected systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, **24**, 575-579.
- Weiss L. E., A. Sanderson, P. Neuman, (1987). Dynamic Sensor-based Control of Robots With Visual Feedback. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, **3(9)**, 404-417.
- Willems J. C. (1972a). Dissipative dynamical systems part I: General theory. *Arch. Ration. Mech. Anal.*, **45**, 325-351.
- Willems J. C. (1972b). Dissipative dynamical systems part II: Linear systems with quadratic supply rates, *Arch. Ration. Mech. Anal.*, **45**, 352-393.