

# La comprensión del concepto de derivada mediante el uso de GeoGebra como propuesta didáctica

---

YEILER CÓRDOBA ASPRILLA

y-coa@hotmail.com

Universidad de Antioquia (estudiante)

KAREN YULIANA RUIZ RESTREPO

kren\_1726@hotmail.com

Universidad de Antioquia (estudiante)

CARLOS EDUARDO RENDÓN ARCILA

juancho8050@hotmail.com

Universidad de Antioquia (estudiante)

**Resumen.** Esta investigación surge de nuestra experiencia con estudiantes del grado 11, mejorar su comprensión del concepto de derivada mediante una propuesta metodológica que involucre mecanismos de tipo visual-geométrico, para optimizar la integración de los conceptos matemáticos interactuando con el software GeoGebra. Así ofrecemos un enfoque menos formal de la derivada, que permita desarrollar la comprensión del concepto a través de la interacción entre el estudiante y el programa, para que ellos no se limiten a la memorización de los contenidos. La relación existente entre la derivada como un límite y la tasa de variación media, permitirá la interpretación geométrica de la derivada como pendiente de la recta tangente a la curva y su posterior generalización.

**Palabras clave:** Comprensión, función, tasa de variación media, derivada.

## 1. Presentación del problema

A través de la historia, las matemáticas han estado ligadas al desarrollo del cálculo, por esta razón se puede afirmar la posibilidad de modelar todo lo que nos rodea. Una de las metas que se debe proponer en la educación matemática es el desarrollo de competencias necesarias para comprender el mundo, por consiguiente el reto de esta investigación es la apropiación del concepto de derivada y su aplicación desde el software GeoGebra como propuesta didáctica. La enseñanza de este concepto no se reduce sólo a la definición de

límite, sino que involucra otras nociones como la solución de problemas mediante, los procesos infinitos, aproximaciones y variaciones.

En el campo educativo se ha evidenciado que la enseñanza del cálculo presenta dificultades fuertes referidas a la concepción heredada de la tradición axiomática-deductiva, convertir los conceptos básicos límite y derivada en un conocimiento algorítmico desde lo álgebraico. Por lo anterior, se plantea como propósito describir los fundamentos del desarrollo de la derivada sin la noción de límite y plantear una propuesta didáctica mediante el software libre GeoGebra y actividades que produzcan aprendizajes significativos del concepto de derivada, superando obstáculos de comprensión que se presentan en el aula cuando se pretende la apropiación de un nuevo conocimiento.

En el campo de investigación en didáctica de las matemáticas se admite, desde hace décadas, el interés de utilizar software matemático, por las ventajas pedagógicas que se observan desde el punto de vista educativo: la gran capacidad de almacenamiento, la propiedad de simular fenómenos naturales difíciles de observar en la realidad, la interactividad con el usuario o la posibilidad de llevar a cabo un proceso de aprendizaje y evaluación individualizada, entre muchas aplicaciones educativas que estos software proporcionan (López, Petris y Peloso, 2005). En las prácticas educativas nos damos cuenta que tradicionalmente la enseñanza de las matemáticas se reduce a un discurso, en el cual las únicas herramientas que se utilizan son los libros, la tiza y el tablero. Actualmente se vienen utilizando herramientas informáticas en el aula como medio didáctico en el proceso de aprendizaje, pero algunas veces ellas no trascienden más allá de la proyección de un contenido, que en su medida reemplaza la tiza y el tablero, pero la metodología sigue siendo la misma, el docente es quien sigue llevando el protagonismo en el aula y el estudiante continúa siendo una persona pasiva en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Muchas veces el docente sólo se conforma con que el estudiante responda mediante una actividad evaluativa los conceptos que él le ha transmitido, que en su mayoría son bastante descontextualizados, lo cual hace que el estudiante no pueda aplicarlo en su diario vivir y no se presente una reflexión por parte de este.

Un ejemplo de esta situación es la enseñanza de la derivada, éste es un concepto bastante complejo para los estudiantes y su comprensión no se logra adecuadamente, en parte porque su enseñanza se limita en ocasiones a memorizar las reglas de derivación para resolver unos ejercicios planteados.

## 2. Marco de referencia

### GeoGebra como herramienta

Centramos nuestro trabajo en el programa GeoGebra estudiando las aplicaciones del programa y las ventajas que pueden proporcionar al alumnado según lo expuesto por Real (2011). Este programa es un software de aplicación libre con código abierto ideal para la creación de applet interactivos con la finalidad de que las nuevas tecnologías en el aula de matemáticas permitan proporcionar imágenes, ideas y conceptos matemáticos, ayudando a visualizar el problema y a evitar obstáculos matemáticos como expone D'Ambrosio (1989). El efecto que este produce en los estudiantes es que la visualización de determinados conceptos, permite que los alumnos comprendan los contenidos que son difíciles de entender sin una representación.

### La visualización en el aprendizaje y en la enseñanza

La percepción visual es usada para identificar, clasificar, organizar, almacenar y recordar la información presentada visualmente, ya que según investigadores en el área como Presmeg (1986), Bishop (1989), Del grande (1990), podemos encontrar tres componentes diferenciados de la visualización: imágenes mentales, procesos y habilidades; por lo tanto el papel que juega el GeoGebra en la visualización de conceptos referentes a la tasa de variación media y la derivada, complementa la expresión algebraica con una representación geométrica de ciertos objetos matemáticos (tasa de variación media y derivada). La percepción visual permitirá su integración en los conocimientos previos y el alumno lograra relacionar el cálculo con su entorno, ya que el GeoGebra permite la representación de información abstracta en imágenes visuales de manera rápida y sencilla.

### Marco enseñanza para la comprensión

En los últimos años, los investigadores en el campo de la educación matemática se han preocupado por desarrollar propuestas innovadoras dirigidas tanto a los estudiantes como a los docentes como se muestra en el desarrollo de un proyecto de investigación (proyecto Zero de la universidad de Harvard a partir de 1972), con el propósito de mejorar la educación dentro y fuera de la escuela, enlazando lo que sus fundadores David Perkins, Howard Gardner, Daniel Wilson han llamado los cuatro pilares de la pedagogía (¿Qué debemos enseñar?, ¿Qué vale la pena comprender?, ¿Cómo debemos enseñar para comprender?, ¿Cómo pueden saber estudiantes y docentes lo que comprenden los estudiantes y como pueden desarrollar una comprensión más profunda?) con el fin de

mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos; las dificultades de comprensión de ciertos conceptos analíticos como tasa de variación media y derivada motivándonos a pensar en mecanismos didácticos para superar tales dificultades; y así lograr la evolución de la comprensión de los contenidos matemáticos, con el fin de integrar adecuadamente en la mente del alumno el concepto imagen y el concepto definición. Nuestro objetivo es resaltar la importancia del GeoGebra para alcanzar fácilmente un estrato superior, que posiblemente los alumnos serían incapaces de lograr sin la ayuda de esta herramienta, el modelo enseñanza para la comprensión afirma que la comprensión de un individuo particular sobre un tópico matemático específico, evoluciona a través de cuatro niveles:

- **Comprensión ingenua:** está conformado por las experiencias en las situaciones reales, ideas y concepciones del individuo donde se realizan acciones físicas o mentales con el fin de crear una idea del nuevo tema o concepto.
- **Comprensión principiante:** el estudiante se ve en la necesidad de reemplazar las imágenes asociadas con una sola actividad por una imagen mental, además el estudiante la examina y determina los distintos atributos asociados con dicha imagen, observa las propiedades internas de una imagen específica, además de las distinciones, combinaciones o conexiones entre las distintas imágenes mentales.
- **Comprensión aprendiz:** el estudiante conoce las propiedades para abstraer las cualidades comunes de las clases de imágenes, abandona los orígenes de la acción mental, para finalmente producir definiciones matemáticas completas además utiliza su pensamiento formal, es decir, produce verbalizaciones relacionadas con la cognición, sobre el concepto formalizado, además de que es capaz de combinar definiciones, ejemplos, teoremas y demostraciones para identificar los componentes esenciales, las ideas de conexión y los medios para cruzar entre dichas ideas.
- **Comprensión maestría:** el estudiante es capaz de explicar las interrelaciones de dichas observaciones mediante un sistema axiomático y es capaz de liberarse del conocimiento estructurado que representa la comprensión total y crea preguntas totalmente nuevas que tendrán como resultado el desarrollo de un concepto nuevo.

### 3. Metodología

**Proceso metodológico.** Durante el proceso de observación utilizaremos el paradigma cualitativo ya que esta adquiere una gran relevancia en el ámbito educativo, dado que permite un acercamiento más global y comprensivo de la realidad condicionando una interrelación investigador-persona investigada sobre la cual el investigador siempre debe estar atento y guardar cierta distancia que permita observar, analizar en fin hacer visible el

objeto de estudio y así orientar hacia la reconstrucción del entendimiento; aparte de esto también se tomara en cuenta el estudio de casos que propone Yin (2002) el cual tiene cinco componentes: Preguntas de investigación, supuestos o postulados, unidad de análisis, determinación de como los datos se relacionan con las proposiciones y criterios para interpretar los hallazgos

**Destinatarios.** Aplicación multimedia, interactiva, dinámica, personal y gradual dirigida a alumnos del grado once.

**Organización de la clase.** Previamente a las sesiones realizadas en nuestra experiencia, se efectuó una sesión con la profesora usual del colegio que introdujo algunos conceptos iniciales. Cada alumno estará dotado de un ordenador propio para así realizar las actividades de manera individual los cuales tendrán una ficha que deben rellenar con la ayuda de los ordenadores y del programa GeoGebra. A través de las indicaciones de la ficha y las observaciones de nuestra parte, los estudiantes realizaran las actividades ordenadas y estructuradas de forma progresiva con el fin de que ellos concluyan una relación final favoreciendo así el autoaprendizaje.

**Lugar.** Aula de informática del colegio donde cada alumno contara con su propio ordenador.

**Duración.** La experiencia consistirá en dos sesiones de 50 minutos cada una de ellas.

**Justificación.** Nuestro objetivo es que los estudiantes se beneficien de la riqueza visual que ofrece el GeoGebra para facilitar la comprensión de nuevos conceptos, aplicando una metodología que favorezca un aprendizaje significativo comenzando por aplicar los conocimientos previos y complementarlo con la nueva información aportada en clase, mejorando así el autoaprendizaje.

Para este trabajo se diseñaron applets interactivos específicos para cada uno de los conceptos (tasa de variación media y derivada).

## 4. Análisis de datos

En este estudio tendremos en cuenta la triangulación de la observación, el modulo y la entrevista semiestructurada de carácter socrático en los cuales las consideraciones del concepto matemático que posee un estudiante será tomado como la interacción, entre la producción final escrita respecto al módulo, la observación de carácter cualitativo y la respuesta a las preguntas para así diferenciar entre los elementos claves acerca de las

producciones textuales y la naturaleza de la actividad cognitiva que se genera para dar solidez y confiabilidad a las conclusiones que se desean obtener.

## 5. Conclusiones

La realización de este trabajo ha permitido enriquecer nuestro conocimiento sobre el uso didáctico de las tecnologías de la información y la comunicación y los beneficios del aprendizaje de las matemáticas en especial el concepto de derivada de funciones.

El uso del software GeoGebra resulta beneficioso porque se dinamiza el aula de clase, a su vez es una muy buena herramienta de trabajo para captar la atención de los estudiantes, haciéndolos más activos, creativos y participativos, a fin de mejorar el proceso de enseñanza y el de aprendizaje.

Los estudiantes muestran gran interés, aunque se perciban ritmos diferentes de aprendizaje en cada estudiante.

## Referencias bibliográficas

- BISHOP, A.J. (1989) Review of reseach on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. Vol 11.1, pp. 7-16
- CANTORAL URIZA, R., MIRAN SHOC, M. (2000). Sobre el estatus de la noción de derivada. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. Pág. 265-292.
- D'AMBRÓSIO, B. (1989) Como Ensinar Matemática Hoje? *Tema e Debates*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. II.N.2
- IRANZO, N (2009). *Influence of dinamyc geometry software on plane geometry problema solving strategie*. Tesis Doctoral: Universidad Autónoma de Barcelona.
- LOPEZ, M. V., PETRIS, R.H., PELOZO, S. (2005) Estrategias Innovadoras mediante la aplicación de software. *Enseñanza-aprendizaje de funciones matemáticas en los niveles de EGB3 y Polimodal*. Universidad Nacional del Nordeste. Comunicaciones Científicas y tecnología.
- PRESMEG, N.C. (1986) Visualization in high school mathematics. Fort he *Learning of Mathematics*. Vol. 6.3, pp. 42-46.
- REAL, M. (2011) GeoGebra: Una herramienta de software libre con gran potencial en la formación a distancia. *Jornadas de Innovación Docente*. Universidad de Sevilla
- SALAZAR AMAYA, C., DÍAZ ROJAS, H., BAUTISTA BALLÉN, B. (2009). *Revista de la facultad de ciencia y tecnología*. Tecne epistey didaxis. Pág. 62-82.
- SÁNCHEZ-MATAMOROS, G., GARCÍA, M., LLINARES, S. (2008). En revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. *La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática*. México, Junio 2008.