

# THÈSE

Présentée pour obtenir  
le titre de

Docteur de l'Institut National Polytechnique de Toulouse

ECOLE DOCTORALE MATERIAUX – STRUCTURE - MECANIQUE

Spécialité : Génie Mécanique

Par

**François RABIER**

## *Modélisation par la méthode des plans d'expériences du comportement dynamique d'un module IGBT utilisé en traction ferroviaire*

Soutenue le 14 septembre 2007 devant le jury composé de :

|                               |   |                    |
|-------------------------------|---|--------------------|
| M. Serge CAPERAA              | Professeur des universités à l'ENI de Trabes  | Examineur          |
| M. Abdelkhalek EL HAMI        | Professeur des universités à l'INSA de Rouen  | Rapporteur         |
| M. Abdelaziz HIHI             | Professeur à la faculté des sciences de RABAT | Examineur          |
| M. Moussa KARAMA              | Professeur des universités à l'ENI de Tarbes  | Directeur de thèse |
| M. Zoubir KHATIR              | Chargé de recherche à l'INRETS                | Rapporteur         |
| M <sup>me</sup> Carmen MARTIN | Maître de conférence à L'ENI de Trabes        | Examineur          |
| M. Michel MERMET-GUYENNET     | Directeur du laboratoire PEARL                | Examineur          |
| M. Michel PITON               | Ingénieur à ALSTOM                            | Examineur          |



Pour toutes les personnes qui m'ont  
aidé et soutenu durant ces trois années,



# Remerciements

La rédaction de ces remerciements marque la fin de trois années de travail au sein du laboratoire PEARL et du LGP. J'en profite donc pour associer au succès de ce travail les personnes qui ont contribué de quelques manières que ce soit à la bonne conduite de cette thèse.

Je souhaite tout d'abord présenter mes sincères remerciements à messieurs Malville et Darthoux, responsables successifs du site ALSTOM Transport de Tarbes, pour avoir accepté ma présence et le déroulement de cette thèse au sein de leur usine ainsi que Daniel Noyes, directeur du Laboratoire Génie de Production de l'Ecole Nationale d'Ingénieur de Tarbes pour m'avoir accueilli dans son établissement.

Mes plus vifs remerciements vont également à l'équipe qui a encadré ce travail de thèse, Moussa Karama, Professeur des Universités à l'ENIT et directeur de thèse, Carmen Martin, Maître de Conférence à l'ENIT et Michel Mermet-Guyennet, directeur du laboratoire PEARL avec qui ce fut un plaisir de travailler.

Je souhaite également remercier Zoubir Khatir, chargé de recherche à l'INRETS, et Abdelkhalek Elhami, Professeur des Universités de l'INSA de Rouen, pour avoir accepté de rapporter sur ce travail ainsi que l'ensemble des membres du jury devant lequel j'ai eu le bonheur de soutenir mon travail.

Merci à Michel Piton, Ingénieur ALSTOM Transport et expert en IGBT et José SAIZ dit « Le ZEP », ingénieur ALSTOM au sein de PEARL pour le soutien technique qu'ils m'ont apporté sur l'IGBT, composant si mystérieux pour le mécanicien que je suis. Merci également à l'ensemble des acteurs du programme PORTES pour leur apport technique.

Un grand merci à l'ensemble des Pearliens et Pearlienne, d'hier et d'aujourd'hui pour leur bonne humeur. Ce fut un réel bonheur de travailler dans cet environnement et j'espère que ce laboratoire continuera à se développer et à innover comme il l'a fait jusqu'à présent. Une pensée spéciale à Mr Duts pour les coups de mains salvateurs.

Merci aussi aux collègues du LGP, les fragueurs du midi, les footeux du mercredi, les fragueurs footeux et les autres notamment ceux qui récupèrent des sujet de DEA un peu bizarre (elle est pour toi celle-là Alex !!!) et ceux qui présentent une tolérance auditive hors du commun (ça c'est pour toi Bibi !!!).

Je ne saurais oublier Henri Machoukow, instigateur de ce sujet de thèse innovant et qui m'a fait confiance durant mon DEA en me proposant ce travail peu commun.

Enfin je finirai ces remerciements par un grand merci à mes parents, ma sœur et les amis qui m'ont soutenu et ont su trouver les mots ou simplement être là dans les moments de doute.

MERCI à tous ...



# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| <b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>  | <b>15</b> |
| <b>CHAPITRE I : .....</b>   | <b>17</b> |
| <b>ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES MODULES IGBT</b>                                 |           |
| <b>1. INTRODUCTION .....</b>  | <b>19</b> |
| <b>2. LES TRANSISTORS .....</b>   | <b>20</b> |
| 2.1. Historique .....   | 21        |
| 2.2. Le MOSFET .....  | 22        |
| 2.3. Le Bipolaire .....   | 24        |
| <b>3. L'IGBT .....</b>  | <b>26</b> |
| 3.1. Gammes et usages .....   | 26        |
| 3.2. Structure .....  | 27        |
| 3.3. Les différentes technologies d'IGBT .....                                    | 28        |
| 3.3.1. Technologie Punch Through (à base non homogène).....                       | 28        |
| 3.3.2. Technologie Non Punch Through (à base homogène).....                       | 29        |
| 3.3.3. Technologie Trench Gate (grille enterrée) .....                            | 29        |
| 3.4. Procédé de fabrication .....   | 30        |
| 3.4.1. Formation des jonctions.....   | 30        |
| 3.4.2. Traitement des surfaces, préparation des connexions .....                  | 30        |
| 3.5. Principe de fonctionnement.....  | 32        |
| 3.5.1. Fonctionnement d'une diode .....   | 32        |
| 3.5.2. Fonctionnement d'un IGBT.....  | 33        |
| 3.6. Les mécanismes de dégradation et modes de défaillance des modules IGBT ..... | 35        |
| 3.6.1. Le cyclage thermique .....   | 35        |
| 3.6.2. La corrosion .....   | 40        |
| 3.6.3. L'électromigration .....   | 41        |
| 3.6.4. Les décharges partielles.....  | 41        |
| 3.6.5. Le rayonnement cosmique .....  | 42        |
| 3.6.6. Le vieillissement des oxydes de grille.....                                | 42        |
| 3.6.7. Récapitulatif des mécanismes de dégradation .....                          | 42        |
| 3.7. Contraintes limites.....   | 43        |
| 3.7.1. Limites thermiques locales .....   | 44        |
| 3.7.2. Avalanche électronique .....   | 45        |
| 3.7.3. Retournement ou latch-up .....   | 45        |
| 3.7.4. Claquage de la grille.....   | 46        |
| 3.7.5. Cas particulier de la diode.....   | 46        |
| 3.7.6. Résumé des limites de fonctionnement .....                                 | 46        |
| 3.8. Modélisation des transistors IGBT .....                                      | 48        |
| <b>4. CONCLUSION DU CHAPITRE I .....</b>  | <b>50</b> |
| <b>REFERENCES DU CHAPITRE I.....</b>  | <b>51</b> |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>CHAPITRE II :</b>  | <b>55</b> |
| <b>LES PLANS D'EXPERIENCES,ETUDE DE CRIBLAGE</b>                      |           |
| <b>1. INTRODUCTION A LA METHODE DES PLANS D'EXPERIENCES</b>           | <b>57</b> |
| <b>2. HISTORIQUE DES PLANS DE CRIBLAGE</b>                            | <b>59</b> |
| <b>3. METHODE DE CRIBLAGE OU SCREENING</b>                            | <b>60</b> |
| 3.1. Définition de l'objectif et de la/des réponse(s)                 | 61        |
| 3.1.1. Définition de l'objectif de l'étude                            | 61        |
| 3.1.2. Définition de la/les réponse(s) caractérisant l'objectif       | 61        |
| 3.2. Choix d'une stratégie expérimentale                              | 62        |
| 3.3. Définition des facteurs  | 62        |
| 3.3.1. Codage associé aux modèles additifs sans interaction           | 64        |
| 3.3.2. Codage associé aux modèles additifs avec ou sans interactions  | 65        |
| 3.4. Définition du domaine expérimental                               | 67        |
| 3.5. Définition du modèle empirique                                   | 68        |
| 3.6. Construction du plan d'expériences                               | 68        |
| 3.7. Expérimentation  | 70        |
| 3.8. Analyse globale des résultats d'essais                           | 70        |
| 3.9. Analyse mathématique des résultats d'essais                      | 71        |
| 3.9.1. Grille de dépouillement  | 71        |
| 3.9.2. Calcul des coefficients du modèle additif                      | 72        |
| 3.9.3. Calcul des résidus   | 73        |
| 3.10. Analyse statistique du modèle                                   | 73        |
| 3.10.1. Méthode de Daniel   | 73        |
| 3.10.2. Méthode de Lenth  | 74        |
| 3.10.3. Analyse de la variance  | 75        |
| 3.11. Analyse graphique du modèle                                     | 80        |
| 3.11.1. Tracé des effets moyens                                       | 80        |
| 3.11.2. Tracé des interactions  | 81        |
| 3.11.3. Diagramme de Pareto   | 82        |
| 3.11.4. Graphe d'adéquation du modèle                                 | 83        |
| 3.11.5. Diagramme des coefficients                                    | 83        |
| 3.12. Validation du modèle et des informations obtenues               | 84        |
| <b>4. APPLICATION DES METHODES DE CRIBLAGE</b>                        | <b>85</b> |
| 4.1. Définition des objectifs et des réponses                         | 85        |
| 4.2. Définition des facteurs  | 87        |
| 4.3. Plan 1 (U, I, T, caractéristiques statiques)                     | 88        |
| 4.3.1. Etude des étendues statistiques des caractéristiques statiques | 89        |
| 4.3.2. Définition du domaine expérimental                             | 92        |
| 4.3.3. Définition du modèle empirique                                 | 93        |
| 4.3.4. Construction du plan d'expériences                             | 94        |
| 4.3.5. Expérimentation  | 95        |
| 4.3.6. Analyse globale des résultats d'essais                         | 96        |
| 4.3.7. Analyse mathématique des résultats d'essais                    | 99        |
| 4.3.8. Analyse statistique du modèle,                                 | 99        |
| 4.3.9. Analyse graphique des résultats                                | 101       |
| 4.3.10. Résultats du plan 1   | 104       |
| 4.4. Plan 2 (Lcom, Lge, Rgoff, $t_{on}$ )                             | 104       |
| 4.4.1. Définition du domaine expérimental                             | 106       |
| 4.4.2. Définition du modèle empirique                                 | 106       |



|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| 4.4.3.    | <i>Construction du plan d'expériences</i> .....          | 107        |
| 4.4.4.    | <i>Expérimentation</i> .....                             | 107        |
| 4.4.5.    | <i>Analyse globale des résultats d'essais</i> .....      | 108        |
| 4.4.6.    | <i>Analyse mathématique des résultats d'essais</i> ..... | 109        |
| 4.4.7.    | <i>Analyse statistique du modèle</i> .....               | 110        |
| 4.4.8.    | <i>Analyse graphique du modèle</i> .....                 | 114        |
| 4.4.9.    | <i>Résultats du plan 2</i> .....                         | 115        |
| <b>5.</b> | <b>CONCLUSION</b> .....                                  | <b>115</b> |
|           | <b>REFERENCES DU CHAPITRE II</b> .....                   | <b>116</b> |

**CHAPITRE III :..... 119**  
**LES PLANS D'EXPERIENCES, ETUDE DE SURFACE DE REPONSE**

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| <b>1.</b> | <b>INTRODUCTION</b> .....   | <b>121</b> |
| <b>2.</b> | <b>HISTORIQUE DES PLANS DE SURFACE DE REPONSE</b> .....               | <b>121</b> |
| <b>3.</b> | <b>METHODE DE SURFACE DE REPONSE</b> .....                            | <b>123</b> |
| 3.1.      | Définition des l'objectifs et de la/les réponse(s) .....              | 124        |
| 3.1.1.    | <i>Définition du ou des objectif(s) de l'étude</i> .....              | 124        |
| 3.1.2.    | <i>Définition de la/les réponse(s) caractérisant l'objectif</i> ..... | 124        |
| 3.2.      | Choix d'une stratégie expérimentale.....                              | 124        |
| 3.3.      | Définition des facteurs et des niveaux.....                           | 125        |
| 3.3.1.    | <i>Définition des niveaux</i> .....                                   | 125        |
| 3.3.2.    | <i>Codage de la matrice d'expériences</i> .....                       | 126        |
| 3.4.      | Définition du domaine expérimental.....                               | 126        |
| 3.5.      | Définition du modèle empirique .....                                  | 128        |
| 3.6.      | Construction du plan d'expériences .....                              | 129        |
| 3.6.1.    | <i>Les constructions historiques</i> .....                            | 129        |
| 3.6.2.    | <i>Les constructions algorithmiques</i> .....                         | 131        |
| 3.7.      | Expérimentation .....   | 137        |
| 3.8.      | Analyse globale des résultats d'essais.....                           | 138        |
| 3.9.      | Analyse mathématique des résultats d'essais.....                      | 138        |
| 3.9.1.    | <i>Calcul des coefficients du modèle additif</i> .....                | 138        |
| 3.9.2.    | <i>Calcul des résidus</i> .....                                       | 139        |
| 3.10.     | Analyse statistique du modèle.....                                    | 139        |
| 3.10.1.   | <i>L'analyse du modèle dans sa globalité</i> .....                    | 139        |
| 3.10.2.   | <i>Analyse statistiques des coefficients du modèle</i> .....          | 142        |
| 3.10.3.   | <i>Analyse statistique des résidus</i> .....                          | 143        |
| 3.11.     | Analyse graphique du modèle .....                                     | 144        |
| 3.11.1.   | <i>Graphes d'adéquation du modèle</i> .....                           | 144        |
| 3.11.2.   | <i>Surfaces de réponse</i> .....                                      | 144        |
| 3.11.3.   | <i>Courbes iso-réponse</i> .....                                      | 145        |
| 3.12.     | Validation du modèle et des informations obtenues .....               | 145        |
| <b>4.</b> | <b>APPLICATION DE LA METHODE DE SURFACE DE REPONSE</b> .....          | <b>146</b> |
| 4.1.      | Définition des objectifs et des réponses .....                        | 146        |
| 4.2.      | Choix d'une stratégie expérimentale.....                              | 147        |
| 4.3.      | Définition des facteurs .....   | 147        |
| 4.4.      | Définition du domaine expérimental.....                               | 148        |
| 4.5.      | Définition du modèle empirique .....                                  | 150        |
| 4.6.      | Construction du plan d'expériences .....                              | 150        |

|   |            |
|---|------------|
| 4.6.1. Utilisation du <i>K</i> -algorithme de MODDE .....                         | 151        |
| 4.6.2. Identification des points leviers dans la matrice <i>G</i> -optimale ..... | 155        |
| 4.7. Expérimentation .....  | 155        |
| 4.8. Analyse globale des résultats d'essais.....                                  | 156        |
| 4.9. Analyse mathématique des résultats d'essais.....                             | 157        |
| 4.10. Analyse statistique du modèle.....  | 157        |
| 4.10.1. Analyse statistique globale des modèles .....                             | 158        |
| 4.10.2. Analyse statistique des éléments des modèles .....                        | 158        |
| 4.10.3. Analyse statistique des résidus .....                                     | 161        |
| 4.11. Analyse graphique du modèle .....   | 162        |
| 4.11.1. Graphiques d'adéquation des modèles .....                                 | 162        |
| 4.11.2. Représentation graphique des surfaces de réponses.....                    | 163        |
| 4.12. Validation du modèle et des informations obtenues .....                     | 164        |
| <b>5. CONCLUSION.....</b>   | <b>165</b> |
| <b>RÉFÉRENCES DU CHAPITRE III .....</b>   | <b>166</b> |
| <br>  |            |
| <b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....</b>   | <b>171</b> |
| <br>  |            |
| <b>REFERENCES .....</b>   | <b>173</b> |
| <br>  |            |
| <b>ANNEXES.....</b>   | <b>181</b> |

# Table des illustrations

## Table des illustrations (Figures)

### Figures du chapitre I :

|         |  |    |
|---------|--|----|
| Fig 1.  | La chaîne de traction .....  | 19 |
| Fig 2.  | Le premier transistor .....  | 21 |
| Fig 3.  | Principe d'un MOSFET à canal N : les zones hachurées sont de type N [Cand, 86] ..... | 22 |
| Fig 4.  | Pincement du canal en fonction de $V_D$ [Chatelain, 79] .....                        | 23 |
| Fig 5.  | Caractéristiques des différents types de transistors MOS [Cand, 86] .....            | 24 |
| Fig 6.  | Structure PNP et NPN de transistors bipolaires .....                                 | 25 |
| Fig 7.  | Structure de l'IGBT .....  | 27 |
| Fig 8.  | Structure Punch Trough .....   | 28 |
| Fig 9.  | Structure Non Punch Through .....  | 29 |
| Fig 10. | Structure Trench.....  | 29 |
| Fig 11. | Connexion de type bonding sur un puce silicium .....                                 | 31 |
| Fig 12. | Module IGBT 3300V 1200A EUPEC.....   | 31 |
| Fig 13. | Structure d'une diode PIN.....   | 32 |
| Fig 14. | Diode polarisée en direct.....   | 33 |
| Fig 15. | Diode polarisée en inverse .....   | 33 |
| Fig 16. | L'IGBT : structure (a) et schéma équivalent (b).....                                 | 33 |
| Fig 17. | Etat passant de l'IGBT .....   | 34 |
| Fig 18. | Etat bloqué de l'IGBT .....  | 35 |
| Fig 19. | Décollement d'un fil de bonding [Ciappa, 02].....                                    | 36 |
| Fig 20. | Fissuration au pied d'un fil de bonding [Ciappa, 02].....                            | 37 |
| Fig 21. | Définition des paramètres de bonding pour le modèle de durée de vie .....            | 38 |
| Fig 22. | Déformation de la surface d'une métallisation [Ciappa, 02].....                      | 38 |
| Fig 23. | Rupture du substrat d'un module IGBT [Ciappa, 02].....                               | 39 |
| Fig 24. | Délaminage d'une puce IGBT [Ciappa, 02].....   | 39 |
| Fig 25. | Rupture d'un bonding due à la corrosion [Ciappa, 02] .....                           | 40 |
| Fig 26. | Aire de sécurité pour un composant de puissance.....                                 | 47 |
| Fig 27. | Circuit équivalent d'un transistor IGBT selon A.R. Hefner [Hefner, 94].....          | 49 |
| Fig 28. | Circuit équivalent d'un transistor IGBT selon S. Musumeci [Musumeci, 96].....        | 49 |

### Figures du chapitre II :

|         |   |    |
|---------|---|----|
| Fig 1.  | Evolution des techniques de criblage [Louvet, 06] .....                             | 59 |
| Fig 2.  | Exemple de représentation graphique d'un domaine expérimental .....                 | 67 |
| Fig 3.  | Exemple de tracé des effets moyens .....  | 81 |
| Fig 4.  | Exemple de tracé des interactions .....   | 81 |
| Fig 5.  | Exemple de diagramme de Pareto.....   | 83 |
| Fig 6.  | Exemple de diagramme des coefficients pour un plan à 3 facteurs à 2 modalités ..... | 84 |
| Fig 7.  | IGBT 3,3 kV Eupec .....   | 85 |
| Fig 8.  | Signal envoyé par la commande à la grille du module IGBT .....                      | 86 |
| Fig 9.  | Schématisation des formes d'onde du courant et de la tension pendant l'essai .....  | 86 |
| Fig 10. | Blocage du module IGBT .....  | 87 |
| Fig 11. | Schéma électrique du montage.....   | 87 |

## Table des illustrations

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| Fig 12. | Effet de la température sur Vcesat .....                          | 91  |
| Fig 13. | Effet de la température sur Vf.....                               | 91  |
| Fig 14. | Effet de la température sur Ices.....                             | 92  |
| Fig 15. | Illustration du domaine expérimental.....                         | 93  |
| Fig 16. | Semelle usinée pour essais à froid .....                          | 95  |
| Fig 17. | Banc de test utilisé .....  | 96  |
| Fig 18. | Réponses obtenues pour différentes valeurs de Vf .....            | 98  |
| Fig 19. | Effet des facteurs U, I et T°C sur la surtension.....             | 101 |
| Fig 20. | Effet des facteurs U, I et T°C sur la vitesse de commutation..... | 102 |
| Fig 21. | Diagramme de Pareto pour la vitesse de commutation .....          | 102 |
| Fig 22. | Interaction entre U et T°C sur la surtension.....                 | 103 |
| Fig 23. | Interaction entre U et I sur la vitesse de commutation .....      | 103 |
| Fig 24. | Montage utilisé pour le second plan de criblage .....             | 105 |
| Fig 25. | Pâtes de cuivre utilisées pour augmenter l'inductance Lcom .....  | 105 |
| Fig 26. | Câbles de commande utilisés .....                                 | 105 |
| Fig 27. | Ensemble des points candidats.....                                | 106 |
| Fig 28. | Graphe de Daniel pour la vitesse de commutation au point a.....   | 110 |
| Fig 29. | Méthode de Lenth appliquée au modèle de dV/dt au point a.....     | 111 |
| Fig 30. | Graphe d'adéquation du modèle de surtension au point b .....      | 114 |

## Figures du chapitre III :

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| Fig 1.  | Evolution des techniques de surfaces de réponse [Louvet, 06].....                         | 122 |
| Fig 2.  | Illustration de la notion de contrainte dans un domaine expérimental.....                 | 127 |
| Fig 3.  | Exemple de surface de réponse .....   | 145 |
| Fig 4.  | Exemple de courbes iso-réponse.....   | 145 |
| Fig 5.  | Blocage du module IGBT .....  | 147 |
| Fig 6.  | Schéma électrique du montage expérimental.....  | 147 |
| Fig 7.  | Evolution de la G-efficacité en fonction de la taille N de la matrice d'expériences ..... | 152 |
| Fig 8.  | Evolution de la D-efficacité en fonction de la taille N de la matrice d'expériences ..... | 153 |
| Fig 9.  | Evolution de la A-efficacité en fonction de la taille N de la matrice d'expériences ..... | 153 |
| Fig 10. | Graphe des leviers de la matrice G-optimale .....   | 155 |
| Fig 11. | Montage en étuve pour les essais à -40°C et 42°C.....                                     | 156 |
| Fig 12. | Evolution des coefficients d'ajustement des modèles de surtension .....                   | 159 |
| Fig 13. | Evolution des coefficients d'ajustement des modèles de vitesse de commutation .....       | 159 |
| Fig 14. | Droite d'Henry des résidus du modèle de surtension.....                                   | 161 |
| Fig 15. | Droite d'Henry du modèle de vitesse de commutation .....                                  | 161 |
| Fig 16. | Graphe d'adéquation du modèle de surtension .....   | 162 |
| Fig 17. | Graphe d'adéquation du modèle de vitesse de commutation .....                             | 162 |
| Fig 18. | Surface de réponse matérialisant les variations de surtension .....                       | 163 |
| Fig 19. | Surface de réponse matérialisant les variations de vitesse de commutation .....           | 163 |
| Fig 20. | Validation du modèle de surtension .....  | 165 |
| Fig 21. | Validation du modèle de vitesse de commutation.....                                       | 165 |

Table des illustrations (Table)

Tables du chapitre I :

|         |   |    |
|---------|---|----|
| Table 1 | Caractéristiques moyennes comparées pour différents transistors [Carubelli, 03] ..... | 26 |
| Table 2 | Matériaux utilisés dans les modules IGBT [Ciappa, 02] .....                           | 27 |
| Table 3 | Récapitulatif des mécanismes de dégradation.....                                      | 43 |

Tables du chapitre II :

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| Table 1  | Passage du plan d'expérimentation à la matrice d'expériences .....                | 63  |
| Table 2  | Table $L_9(3^4)$ non codée.....   | 64  |
| Table 3  | Table $L_9(3^4)$ codée.....   | 64  |
| Table 4  | Matrice du modèle .....   | 65  |
| Table 5  | Codage d'un facteur A .....   | 65  |
| Table 6  | Table $L_9(3^4)$ codée.....   | 66  |
| Table 7  | Matrice du modèle .....   | 66  |
| Table 8  | Exemple de codage .....   | 66  |
| Table 9  | Illustration du calcul d'interaction .....  | 67  |
| Table 10 | matrice d'expérience et tableaux de contingence associés.....                     | 69  |
| Table 11 | Grille de dépouillement associé à un arrangement $L_9(3^4)$ .....                 | 72  |
| Table 12 | Tableau d'analyse de variance .....   | 79  |
| Table 13 | Bornes des distributions des caractéristiques statiques de 223 modules IGBT ..... | 89  |
| Table 14 | Bornes des distributions des caractéristiques statiques des 30 modules IGBT.....  | 89  |
| Table 15 | Modules IGBT utilisés à 25°C.....   | 90  |
| Table 16 | Modules IGBT utilisés à 125°C.....  | 91  |
| Table 17 | Facteurs et modalités associées.....  | 92  |
| Table 18 | Matrice d'expérience $\xi$ .....  | 94  |
| Table 19 | Matrice du modèle X.....  | 95  |
| Table 20 | Résultats obtenus en surtension .....   | 97  |
| Table 21 | Résultats obtenus en vitesse de commutation .....                                 | 97  |
| Table 22 | Résultats de l'essai 10 pour différentes valeurs de $V_f$ .....                   | 98  |
| Table 23 | Poids des éléments des modèles.....   | 99  |
| Table 24 | Analyse de variance sur la surtension .....                                       | 99  |
| Table 25 | Vérification de l'analyse de variance sur la surtension.....                      | 100 |
| Table 26 | Modalités utilisées pour chacun des facteurs .....                                | 106 |
| Table 27 | Matrice du modèle X.....  | 107 |
| Table 28 | Points de fonctionnement.....   | 108 |
| Table 29 | Résultat du plan d'expériences.....   | 108 |
| Table 30 | Calcul des coefficients du modèle de surtension au point a.....                   | 109 |
| Table 31 | Coefficients des modèles de surtension et de vitesse de commutation .....         | 110 |
| Table 32 | Tableau d'analyse de variance pour $dV/dt$ au point a .....                       | 112 |
| Table 33 | Vérification du caractère significatif des variables .....                        | 112 |
| Table 34 | Tableau récapitulatif des résultats d'analyses statistiques .....                 | 113 |
| Table 35 | Indicateurs d'analyse de régression des modèles.....                              | 114 |

Tables du chapitre III :

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| Table 1 | Tableau d'analyse de régression .....                                     | 141 |
| Table 2 | Tableau d'analyse statistique des coefficients .....                      | 143 |
| Table 3 | Bornes des facteurs utilisés pour la surface de réponse .....             | 148 |
| Table 4 | Niveaux maximaux de tension et courant dans le domaine expérimental ..... | 149 |
| Table 5 | Modalités utilisées dans le domaine expérimental.....                     | 150 |

*Table des illustrations*

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| Table 6  | Matrice d'expériences G-Optimale .....  | 154 |
| Table 7  | Résultats d'essais .....  | 157 |
| Table 8  | Coefficients des modèles complets .....   | 157 |
| Table 9  | Analyse de variance du modèle de surtension .....                                 | 158 |
| Table 10 | Analyse de variance du modèle de vitesse de commutation .....                     | 158 |
| Table 11 | Qualité descriptive et prédictive des modèles .....                               | 158 |
| Table 12 | Coefficients des modèles de surtension (a) et de vitesse de commutation (b) ..... | 160 |
| Table 13 | Qualité descriptives et prédictive des modèles .....                              | 160 |
| Table 14 | Points et résultats de validation.....  | 164 |

# Introduction générale

Cette thèse effectuée sous contrat Alstom dans le cadre d'une convention CIFFRE s'est déroulée principalement au sein du laboratoire P.E.A.R.L. (Power Electronic Associated Research Laboratory). P.E.A.R.L est un laboratoire commun d'application né en 2001, à vocation européenne et internationale, qui associe industriels et laboratoires publics. Initialement orienté vers des problématiques ferroviaires dues à son principal partenariat avec ALSTOM Transport, le laboratoire s'est ouvert à l'avionique en 2005 à travers la convention associant P.E.A.R.L. à THALES AVIONICS et HISPANO-SUIZA. Le Laboratoire Génie de Production de l'ENI de Tarbes assure l'encadrement scientifique de ce travail.

Si la productivité a été incontestablement le moteur du 20<sup>ème</sup> siècle, le 21<sup>ème</sup> siècle sera celui de la qualité, comme l'a prédit le pionnier de cette discipline J.M. Juran. C'est dans cette optique que ce travail de recherche a été mené. Cette thèse s'intègre en effet dans le programme européen PORTES (Power Reliability for Traction Electronics), programme Marie Curie regroupant le constructeur ferroviaire ALSTOM Transport, le fabricant allemand de modules IGBT EUPEC, le Centre National de Microélectronique de Barcelone, le Laboratoire Systèmes Intégrés du Swiss Federal Institute of Technologie de Zurich et le Laboratoire Génie de Production de l'Ecole Nationale d'Ingénieur de Tarbes. Ce programme a été mis en place dans le but d'augmenter la qualité et la fiabilité des équipements de traction ferroviaire en améliorant les connaissances aux niveaux de l'allumeur, du semi-conducteur et du module IGBT. Ce travail de thèse aborde, pour sa part, l'IGBT de façon globale et cherche à apporter de nouvelles connaissances sur son comportement.

Dans le contexte concurrentiel actuel, les objectifs de qualité et de fiabilité sont au cœur de la conception des produits. Sur son site de Tarbes, Alstom Transport conçoit et fabrique les chaînes de traction utilisées dans les applications TGV, RER, métro, Loco fret ou encore tramway du constructeur ferroviaire français. Le cœur d'une chaîne de traction est l'onduleur, dont le rôle est de convertir un signal continu monophasé en signal alternatif triphasé utilisé pour alimenter le moteur asynchrone de la motrice. La majeure partie des onduleurs de traction de nouvelle génération utilise la technologie IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor).

Le dimensionnement d'un onduleur de traction à IGBT est aujourd'hui basé essentiellement sur les caractéristiques des modules IGBT et notamment son aire de sécurité, définie par le fournisseur dans des conditions particulières de fonctionnement. Cependant, ces conditions ne représentent qu'une infime partie des conditions réelles d'utilisation que peut subir l'IGBT lors de son fonctionnement. Il paraît alors primordial d'approfondir cette notion d'aire de sécurité des modules et de la redéfinir en faisant intervenir l'ensemble des paramètres liés à son utilisation. Pour cela, nous avons considéré la surtension et la vitesse de commutation présentes au blocage de l'IGBT comme des performances dynamiques susceptibles de provoquer la casse du composant et nous avons cherché à les traduire à travers des modèles faisant intervenir l'ensemble des paramètres liés aux conditions de fonctionnement des modules.

Pour réaliser cette modélisation, nous avons opté pour les méthodes des plans d'expériences. Ces méthodes permettent notamment d'établir des modèles quadratiques faisant intervenir des paramètres de différentes natures (thermique, mécanique, électrique, temporelle,...). Ces méthodes de modélisation sont basées sur l'expérimentation. Le but des plans d'expériences est d'obtenir un maximum d'information en ne réalisant qu'un minimum d'essais, ce qui répond parfaitement au défi qu'impose le contexte économique actuel.

Le premier chapitre traite de l'IGBT. Cette synthèse bibliographique présente la problématique soulevée par cette thèse. Le fonctionnement de ce type de transistor y est également développé ainsi que ses contraintes limites, ses mécanismes de dégradation et les modélisations existantes.

Dans le second chapitre, une introduction présente les méthodes de plan d'expériences et la forme des modèles recherchés. L'obtention de ces modèles nécessite dans un premier temps de limiter l'étude aux facteurs ayant une influence statistiquement significative sur les réponses observées. On utilise pour cela des plans dits de criblage afin de mesurer l'effet des facteurs et des interactions sur les réponses et d'éliminer les paramètres n'ayant pas d'influence.

Enfin, le troisième chapitre reprend les facteurs précédemment identifiés comme influents et aborde la modélisation des réponses en fonction de ces derniers. La construction du plan utilisé pour réaliser cette modélisation se base sur un algorithme d'échange prévu pour maximiser un critère d'efficacité associé à la matrice d'expériences. Dans notre application, le critère utilisé cherche à minimiser l'incertitude maximale de prédiction dans l'ensemble du domaine de validité des modèles.



# Chapitre I :

## Etude bibliographique sur les modules IGBT



## 1. Introduction

Sur son site de Tarbes, la filière transport du groupe Alstom fabrique différents éléments des chaînes de traction utilisées dans ses trains, métros ou encore tramways. Une chaîne de traction ferroviaire se compose d'un pantographe, dont le rôle est d'assurer la captation de l'énergie, d'un disjoncteur pour protéger le système et d'un convertisseur qui met en forme le signal d'alimentation du moteur de traction, élément ultime de cette chaîne. La figure 1 présente la structure classique des chaînes de traction ferroviaire :

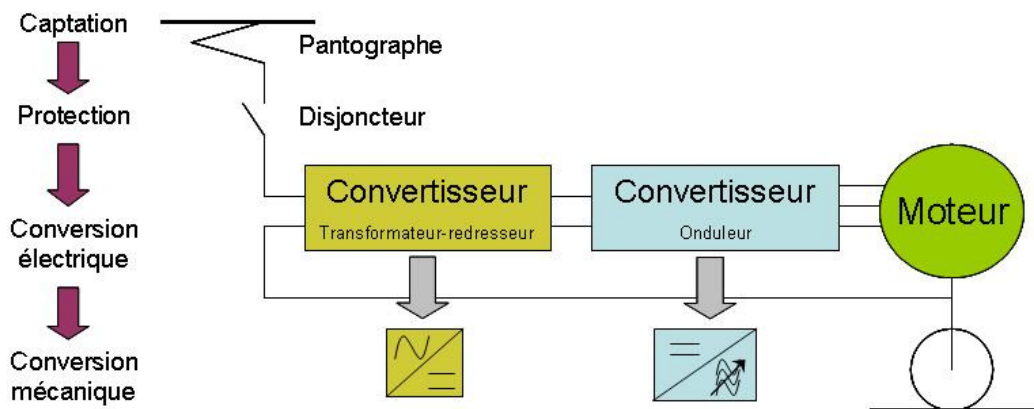


Fig 1. La chaîne de traction

La partie essentielle du travail de conception d'une chaîne de traction réside dans le dimensionnement de l'onduleur présent au sein du convertisseur. C'est l'élément central de cette chaîne, son rôle est de transformer le signal continu monophasé obtenu en sortie d'un redresseur (dans le cas d'une alimentation alternative) en un signal alternatif triphasé de fréquence variable qui alimentera le moteur asynchrone du véhicule.

Pour dimensionner l'onduleur, le bureau d'études doit prendre en compte les différents paramètres précisés dans le cahier des charges fourni par le client. Ce cahier des charges précise notamment la tension d'alimentation du réseau sur lequel fonctionnera le véhicule et que l'onduleur devra couper. Cette tension d'entrée présente une grande variabilité. Il n'est pas rare par exemple, pour une tension d'alimentation annoncée à 1500V continu, d'atteindre les 1800V permanent et même des valeurs plus importantes pour des temps courts. Le cahier des charges précise également diverses caractéristiques liées aux conditions de fonctionnement du matériel telles que la température de fonctionnement qui peut varier entre -40°C à 125°C suivant les applications. A partir de ces éléments, on cherche à établir un courant maximal de commutation garantissant une fiabilité du système acceptable pour le client et le fabricant.

Ce niveau maximal de courant de commutation est établi en fonction de la technologie de transistor utilisée dans l'onduleur. Aujourd'hui la technologie la plus utilisée est l'IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor). Les modules IGBT sont le cœur de la chaîne de traction et les éléments les plus sensibles du système. Ainsi en augmentant la fiabilité de ces modules on augmente la fiabilité de l'onduleur et de la chaîne de traction dans sa globalité.

Comme tout transistor, l'IGBT peut être assimilé à un interrupteur. Dans l'idéal, un interrupteur doit posséder une impédance nulle à l'état fermé et infinie à l'état ouvert, une puissance consommée et un temps de commutation nuls. On peut donc en conclure qu'un interrupteur idéal n'existe pas et n'existera pas d'avantage demain. Cependant les transistors actuels s'efforcent de satisfaire au mieux ces conditions.

Les deux plus célèbres transistors sont le *MOSFET* et le *Bipolaire*. L'avantage du *Bipolaire* est qu'il possède une faible tension de déchet à l'état passant ainsi que le pouvoir de commuter de forts courants. Cependant, il nécessite une puissance de commande importante et sa fréquence de travail est relativement basse. Le *MOSFET* quant à lui est plus connu pour ses fréquences de travail élevées et sa puissance de commande presque nulle. En revanche sa tension de déchet est importante pour des dispositifs mettant en jeu des hautes tensions (quelques centaines de Volts).

Depuis 1979, s'est développé l'idée d'intégrer les avantages de ces deux technologies sur une même puce tout en évitant au mieux leurs inconvénients. De cette idée sont nées différents dispositifs :

- L'IGT (Insulated Gate Transistor) de General Electric en 84 [Baliga, 84],
- Le GEMFET (Gain Enhanced MOSFET) de Motorola,
- Le COMFET (Conductivity Modulated FET) de RCA en 83 [Russel, 95].

Toutes ces technologies ont permis d'aboutir à ce qu'on appelle aujourd'hui l'*IGBT*.

Ce travail de thèse porte sur certaines performances en commutation des modules IGBT de forte puissance utilisés en traction ferroviaire. L'objectif visé est d'améliorer la connaissance du comportement des modules au sein de leur aire de sécurité afin de permettre une conception plus sûre des onduleurs de tractions.

Pour mieux comprendre le fonctionnement de l'IGBT, ses avantages et son apparition dans le monde des transistors, nous présenterons l'évolution des transistors et des semi conducteurs assurant cette fonction. Nous nous concentrerons ensuite plus précisément sur les principales caractéristiques des modules IGBT de forte puissance, leur fabrication, leur fonctionnement, leurs principaux modes de dégradation et leurs limites qui représentent aujourd'hui les conséquences d'une conception parfois trop hasardeuse de ces onduleurs. L'objectif final de ce travail de recherche étant l'obtention de modèles comportementaux par une approche expérimentale, nous concluons ce chapitre en présentant les diverses natures de modèles existants dans le cadre de l'IGBT.

## 2. Les transistors

L'IGBT, comme son nom l'indique, fait partie de la grande famille des transistors. Dans l'univers de l'électronique, le transistor est le composant actif fondamental. Il est principalement utilisé en tant qu'interrupteur commandé ou dans un but d'amplification de signal mais aussi pour stabiliser une tension, moduler un signal ainsi que de nombreuses autres utilisations.

On trouve dans la littérature, bon nombre d'ouvrages tels que [Baliga, 87], [Aloïsi, 01], [Blot, 95], [Chatelain, 79], [Lefebvre, 04], [Mathieu, 01] qui développent les technologies de transistors bipolaires, à effet de champs et autre.

Le terme transistor provient de l'anglais « *transfer resistor* » (résistance de transfert). Il désigne un dispositif *semi-conducteur* à trois ou quatre électrodes, selon son type, qui permet le contrôle, grâce à une électrode d'entrée, d'un courant ou d'une tension sur l'une des électrodes de sorties.

Par extension, le terme transistor désigne également les récepteurs radio équipés de transistors.

L'effet transistor se base sur une propriété particulière que possèdent certains matériaux dits semi-conducteurs [Aloïsi, 01]. Les semi-conducteurs sont des matériaux présentant une conductivité électrique intermédiaire entre les métaux et les isolants. Ils sont cependant parfaitement isolant à 0°K. Aujourd'hui les matériaux assurant cette fonction sont le SiC, l'AsGa, l'InSb, le ZnO, le ZnS ou encore PbS mais surtout plus couramment le Silicium (Si). Le silicium est le matériau principal utilisé en microélectronique. Il est abondant dans la nature, donc peu cher, et fournit des composant fiables et stables.

Il existe deux grandes familles de transistors :

- Les transistors unipolaires qui n'utilisent qu'un seul type de pôle, électrons ou trous. Ce sont les *Transistors à Effet de Champ* qui sont soit à Jonction (JFET) soit des structures métal-oxyde-semiconducteurs (MOSFET). [Blot, 95], [Chatelain, 79], [Mathieu, 01]
- Les *Transistors Bipolaires* qui utilisent simultanément la conduction par trous et par électrons. Ce sont par exemple les *Transistors Bipolaires à Jonction* ou BJT. [Blot, 95], [Chatelain, 79], [Mathieu, 01]

## 2.1. Historique

En 1933, [Lilienfeld, 33] avait déjà déposé un brevet concernant le principe du transistor à effet de champ. L'effet transistor a été découvert en 1947 par les américains John Bardeen, William Shockley et Walter Brattain, chercheurs de la compagnie Bell Téléphone. Ils ont reçu le prix Nobel de physique en 1956.

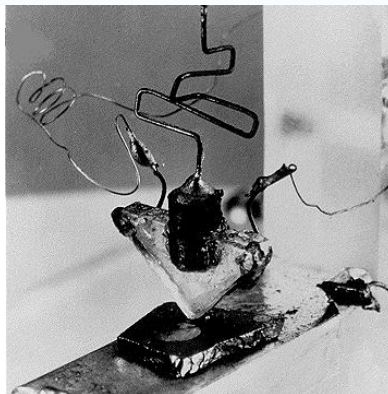


Fig 2. Le premier transistor

Le transistor fut considéré comme un énorme progrès face au tube électronique. Il est en effet plus robuste, il fonctionne avec des tensions faibles, il peut donc être alimenté par des piles et il fonctionne instantanément une fois mis sous tension contrairement aux tubes électroniques qui demandaient une dizaine de secondes de chauffage.

Il a été rapidement assemblé, avec d'autres composants, au sein de circuits intégrés, ce qui lui permit de conquérir encore plus de terrain sur les autres formes d'électronique active.

Le transistor a constitué une invention déterminante sans laquelle l'électronique et l'informatique ne posséderaient pas leurs formes actuelles; il a permis à la société de l'information électronique de se développer.

Nous avons dit plus tôt que la technologie IGBT est née du désir de regrouper les avantages à la fois du *MOSFET* et du *Bipolaire* au sein d'un même composant. Avant de détailler le fonctionnement et les caractéristiques des modules IGBT, nous allons revenir sur ces deux technologies.

## 2.2. Le MOSFET

Le MOSFET pour « *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor* » soit en français « *Transistor à Effet de Champ (à grille) Métal-Oxyde* », fait parti de la famille des transistors à effet de champ. Le principe des transistors à effet de champ consiste à faire varier la conductivité d'un barreau de semi-conducteur dopé N ou P, en lui appliquant un champ électrique transversal. Ces transistors sont qualifiés d'unipolaire car ils ne mettent en œuvre qu'un seul type de porteurs à savoir les majoritaires [Mathieu, 01].

Pour faire varier la conductance du barreau de semi-conducteur, c'est-à-dire sa résistance lorsqu'il est passant, la technologie des MOSFET utilise le phénomène d'accumulation des charges sur les armatures d'un condensateur plan dont l'une d'elle est le matériau semi-conducteur dopé. Le signe de la tension appliquée sur la grille de commande permet d'appauvrir ou d'enrichir le canal.

Le principe de fonctionnement du MOSFET se base sur la présence d'un canal dont la conductance est pilotée par une grille. L'électrode de commande étant isolée du canal par un diélectrique, sa commande est de type capacitif [Blot, 95].

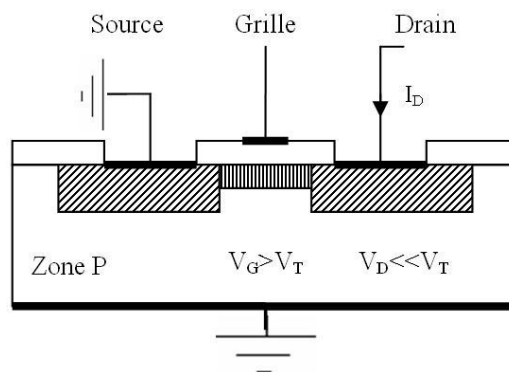


Fig 3. Principe d'un MOSFET à canal N : les zones hachurées sont de type N [Cand, 86]

La figure 3 illustre parfaitement le principe d'un transistor MOSFET à canal N. Le dopage de la source et du drain (hachures obliques) sont de type  $N^+$  et la grille est isolée du semi-conducteur par une couche d'oxyde. Lorsque la grille est polarisée positivement elle crée à l'interface diélectrique semi-conducteur une couche dite *d'inversion* (hachures verticales) comportant un grand nombre d'électrons (porteurs minoritaires de la zone P), dès que la tension de grille  $V_G$  est supérieure à une valeur de seuil  $V_T$  cette couche est suffisamment importante pour créer un canal conducteur entre les deux zones  $N^+$ . Mais ceci suppose que le potentiel  $V_D$ , la tension du drain, soit très inférieur à ce seuil. La relation liant  $I_D$  à  $V_D$  est linéaire et le canal se comporte comme une simple résistance. Ce mode de fonctionnement est fréquemment utilisé dans les dispositifs logiques ainsi qu'analogiques.

Si  $V_D$  croit, alors on obtient un effet de pincement, illustré ci-dessous, car la capacité du fait du potentiel positif appliqué sur le drain est moins polarisée de ce côté. Ce qui en d'autres termes revient à dire que la couche d'inversion présente une épaisseur non uniforme et décroissante de la source vers le drain. Pour une valeur de  $V_D = V_{Dsat}$  on atteint la limite du pincement. A ce moment, malgré une tension de grille supérieure à la tension de seuil, le transistor n'est plus conducteur.

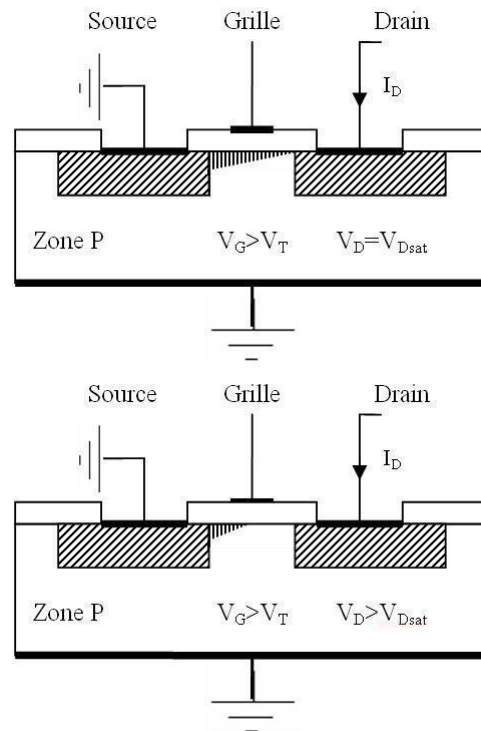


Fig 4. Pincement du canal en fonction de  $V_D$  [Chatelain, 79]

On distingue 4 types de transistors MOSFET en jouant, d'une part, sur les 2 types de substrat et, d'autre part, sur le fait que le canal est réalisé par construction (diffusion) ou, comme dans l'exemple ci-dessus, résulte du champ appliqué : dans le premier cas on parle de MOS à *appauvrissement* et, dans le second, de MOS à *enrichissement*. La figure 5 donne un résumé des caractéristiques des 4 types.

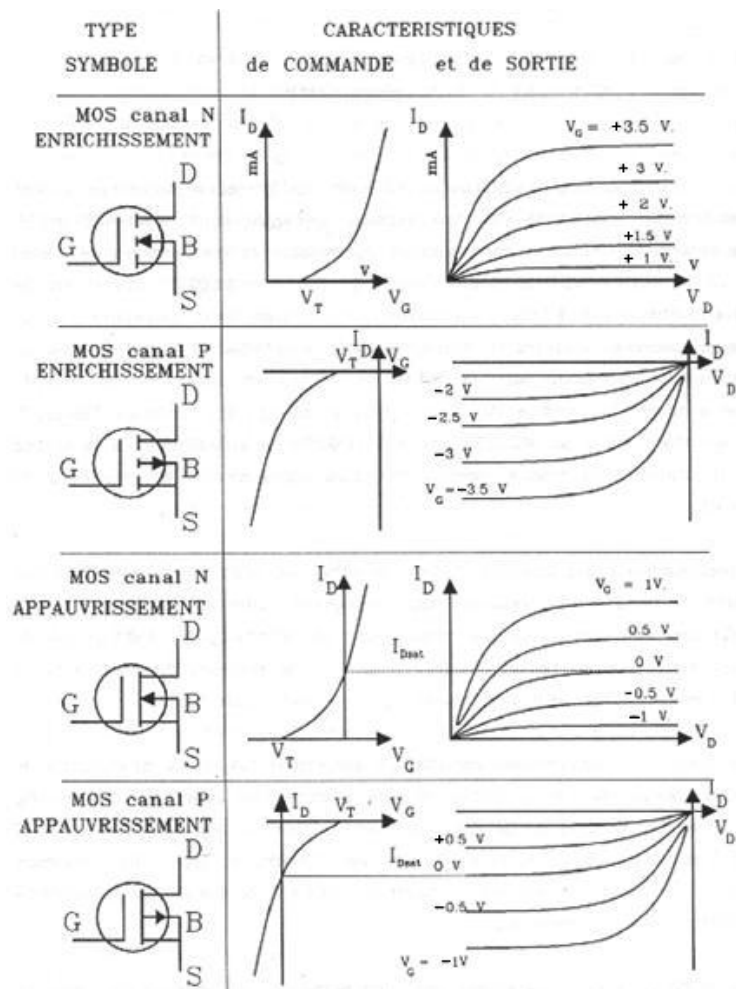


Fig 5. Caractéristiques des différents types de transistors MOS [Cand, 86]

Notons que les MOS à enrichissement sont les plus faciles à fabriquer (il n'y a qu'à diffuser la source et le drain). Cependant ces transistors présentent un inconvénient majeur par rapport aux JFET, c'est leur sensibilité aux charges statiques liée à leur très grande impédance d'entrée ( $>1000M\Omega$ ). En effet, si la tension entre la source et la grille,  $V_{GS}$ , est trop importante, en raison de la très faible épaisseur du diélectrique ( $< 0.1\mu m$ ) un arc se crée et le diélectrique n'assure plus sa fonction isolante.

Malgré une commande aisée en tension et des temps de commutation très courts, le transistor MOSFET présente l'inconvénient de posséder une chute de tension directe relativement importante par rapport à ses concurrents comme par exemple le bipolaire.

### 2.3. Le Bipolaire

Un transistor bipolaire est constitué d'un bloc monocristallin de semi-conducteur comportant deux régions de même type (P ou N) séparées par une région de type opposé (N ou P). Les régions extrêmes sont appelées Emetteur (E) et Collecteur (C) alors que la région centrale est appelée Base (B) [Mathieu, 01]. La figure 6 présente ces deux types de transistors bipolaires.



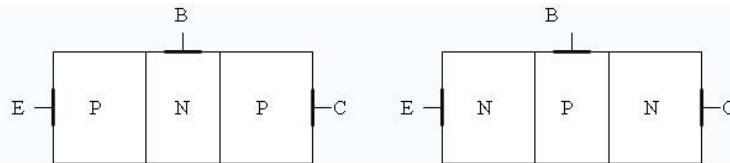


Fig 6. Structure PNP et NPN de transistors bipolaires

Le transistor bipolaire se commande, en courant, à la fermeture et à l'ouverture. C'est un élément bipolaire puisque la conduction est assurée par les porteurs majoritaires et minoritaires.

Il existe 2 types de transistors bipolaires : de type NPN et de type PNP. Nous prendrons ici le cas d'un type NPN qui se caractérise par des tensions positives et un courant à la base positif.

Le secret du transistor bipolaire réside dans sa géométrie : la base, faite dans ce cas de matériau dopé P, présente des dimensions négligeables par rapport aux deux régions dopées N. Ceci a deux effets :

- Le courant inverse de porteurs majoritaires type trous dans le substrat P est négligeable par rapport à l'injection d'électrons venus de l'émetteur, les recombinaisons restent donc marginales ;
- Un grand nombre d'électrons injectés par l'émetteur se retrouvent projetés vers la jonction base-collecteur, le champ électrique n'ayant pas le temps d'agir sur les électrons en transit dans la base.

Dans ce type de transistor, l'émetteur, relié à la première zone N, se trouve polarisé à une tension inférieure à celle de la base, reliée à la zone P. La diode émetteur/base se trouve donc polarisée en direct, et du courant (injection d'électrons) circule entre l'émetteur et la base.

En fonctionnement normal, la jonction base-collecteur est polarisée en inverse, ce qui signifie que le potentiel du collecteur est bien supérieur à celui de la base. Les électrons se trouvent donc projetés contre une jonction polarisée en inverse. Cependant, la différence de potentiel, et donc de niveaux d'énergie, induit un effet tunnel important qui permet à la quasi-totalité de ces électrons de franchir la zone de charge d'espace et de se retrouver « collectés » dans le collecteur (d'où le nom).

Approximativement donc, tout le courant issu de l'émetteur se retrouve dans le collecteur. Ce courant est une fonction non-linéaire de la tension base-émetteur. Le transistor bipolaire fait donc également partie des dispositifs à transconductance qui produisent un courant modulé par une tension. Cependant, dans la plupart des cas, le transistor opère dans un régime de petits signaux, quasi-linéaire, où l'on préfère l'utiliser comme amplificateur de courant, le courant collecteur est alors un simple multiple du courant de base.

En principe, le transistor bipolaire devrait être un dispositif symétrique donc réversible, mais, en pratique, pour fonctionner correctement, les dimensions des trois parties sont très différentes et ne permettent pas un fonctionnement symétrique.

Malgré un gain intéressant, le temps de commutation important ainsi que la commande en courant du bipolaire reste pénalisante aux fortes puissances. C'est pour palier à ce problème et à l'importante chute de tension que possède le MOSFET que l'IGBT a été conçu.

### 3. L'IGBT

L'IGBT est un transistor hybride, MOSFET côté commande et bipolaire côté sortie. Comme un transistor à effet de champ, il est commandé par la tension de grille (entre grille et émetteur) qui lui est appliquée, mais ses caractéristiques de conduction (entre collecteur et émetteur) sont celles d'un bipolaire [Aloïsi, 01]. Ceci lui donne le faible coût énergétique de commande d'un MOSFET, avec les pertes de conduction plus faibles (à surface de puce donnée) d'un bipolaire. De plus, on sait faire des IGBT de tension bien plus élevée que pour le MOSFET.

Ces caractéristiques font qu'aujourd'hui l'IGBT a presque totalement supplanté les autres types de composants pour les gammes de tension 600V à 3300V, et qu'il perce dans les tensions supérieures face au GTO (Gate Turn Off), ainsi que dans les tensions inférieures face au MOSFET, bien qu'il soit plus lent. Le tableau 1 précise quelques caractéristiques de différents transistors.

|                          | MOSFET<br>600V | IGBT<br>600V | IGBT<br>1700V | IGBT<br>3300V | IGBT<br>6500V | GTO<br>6000V |
|--------------------------|----------------|--------------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| Chute de tension à 125°C | 2,2 V          | 1,8 V        | 2,5 V         | 3,5 V         | 5,3 V         | 3 V          |
| Fréquence typique        | 15-30 kHz      | 6-12 kHz     | 3-6 kHz       | 1-2 kHz       | 0,8-1,5 kHz   | 300-600 Hz   |

Table 1 Caractéristiques moyennes comparées pour différents transistors [Carubelli, 03]

#### 3.1. Gammes et usages

L'IGBT est utilisé presque exclusivement en commutation, c'est-à-dire où seul les états saturés et bloqués sont souhaitables. Néanmoins, comme tout transistor, il possède une zone de fonctionnement « linéaire », ou active, qui peut être utilisée pour des applications particulières.

Les IGBT sont utilisés dans une gamme de tensions allant de 600 volts (et moins) à 6500 volts, et des courants jusqu'à 2400 ampères par module. Les valeurs de tension les plus courantes sont:

- 600V : adapté à la connexion sur un réseau 230V alternatif,
- 1200V : adapté à la connexion sur un réseau 400V alternatif,
- 1700V : adapté à la connexion sur un réseau 660V alternatif,
- 3300V : utilisé en traction ferroviaire 1500V continu,
- 6500V : utilisé en traction ferroviaire 3000V continu.

Les IGBT trouvent de très vastes domaines d'application dans les branches les plus diverses de l'électronique et de l'industrie telles que la commutation de puissance dans les secteurs civils et militaires, l'alimentation pour courant élevé, l'appareillage médical, le contrôle des moteurs en robotique, les amplificateurs de puissance HI-FI, les fours à induction magnétique, les charges dynamiques de puissance, l'alimentation à découpage ou la soudure électrique à l'arc.

### 3.2. Structure

Un module est constitué d'un empilement complexe de couches de différents matériaux qui doivent avoir une bonne stabilité mécanique, de bonnes propriétés d'isolation et une bonne conduction thermique [Ciappa, 02].

Les puces silicium IGBT et diode sont brasées sur un substrat DBC (Direct Bonded Copper) composé d'un substrat céramique ( $Al_2O_3$  ou  $AlN$ ) métallisé au cuivre sur chacune de ces faces. Ce substrat est lui-même brasé sur une semelle de cuivre ou plus récemment d'AlSiC. Les brasures utilisées sont constituées d'étain et d'argent (SnAg). La connectique entre ces puces et les pistes de cuivres du DBC est assurée par les fils de bonding en aluminium. Ces fils d'aluminium sont soudés par ultrason sur les métallisations aluminium des puces. Le schéma de la figure 7 représente cet assemblage de couches et le tableau 2 associé précise la nature du matériau, son coefficient d'expansion thermique (CTE) et l'épaisseur de la couche utilisée.

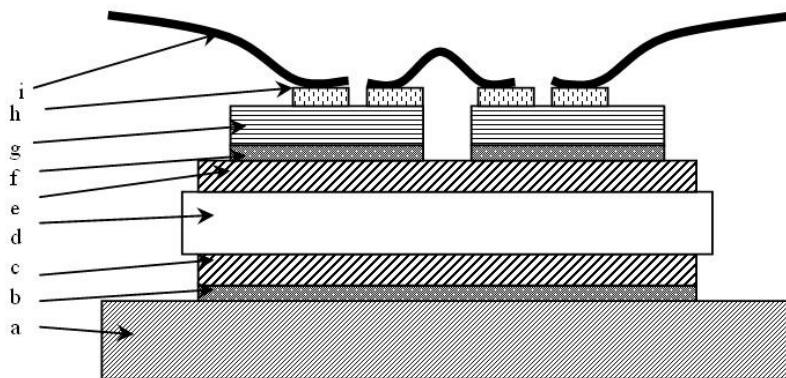


Fig 7. Structure de l'IGBT

|   | Couche             | Matière            | Épaisseur (µm) | CTE (ppm/°C) |
|---|--------------------|--------------------|----------------|--------------|
| i | Fil de bonding     | Al                 | 300            | 22           |
| h | Métallisation      | Al                 | Quelques µm    | 22           |
| g | Puce               | Si                 | 250            | 3            |
| f | Brasure            | SnAg               | 100            | 20           |
| e | Substrat métallisé | Cu                 | 280            | 17           |
| d |                    | $Al_2O_3$ ou $AlN$ | 1000           | 7 ou 4       |
| c |                    | Cu                 | 280            | 17           |
| b | Brasure            | SnAg               | 180            | 8            |
| a | Semelle            | Cu ou AlSiC        | 4000           | 17 ou 8      |

Table 2 Matériaux utilisés dans les modules IGBT [Ciappa, 02]

Les IGBT sont fabriqués avec des techniques similaires à celles des circuits intégrés (comme les MOSFET, mais contrairement aux GTO et thyristors de puissance). Ceci a pour conséquence que la taille de la puce est limitée à environ  $1 \text{ cm}^2$ , alors qu'on sait faire des diodes de 150 mm de diamètre ( $176 \text{ cm}^2$ ).

Les IGBT de forte puissance sont donc des modules multi-puces, constitués de nombreuses puces souvent montées en parallèle et généralement brasées sur une semelle de cuivre ou d'AlSiC à travers laquelle on assure leur refroidissement. La plupart intègrent aussi une diode anti-parallèle (ou roue-libre), elle-même multi-puces. Cette diode est en fait une partie très importante du module IGBT, car ses caractéristiques (en particulier de recouvrement) doivent être compatibles avec l'IGBT lui-même, ce qui n'est pas trivial. C'est d'ailleurs une des premières applications à se développer pour les semi-conducteurs en carbure de silicium.

Il est à noter qu'on ne trouve que des IGBT «canal N». La structure complémentaire est théoriquement possible, mais, comme pour les bipolaires et les MOSFET, les caractéristiques obtenues sont moins bonnes (pertes en commutation supérieures par exemple).

### 3.3. Les différentes technologies d'IGBT

Il existe 3 types d'IGBT :

- Technologie *Punch Through* (à base non homogène),
- Technologie *Non Punch Through* (à base homogène),
- Technologie *Trench Gate* (grille enterrée).

#### 3.3.1. Technologie Punch Through (à base non homogène)

Elle est basée sur l'introduction d'une couche supplémentaire  $N^+$  intercalée entre le substrat  $P^+$  et l'épithaxie  $N^-$  qui en diminuant la quantité de charges stockées dans la base permet de « casser » la pente du champ électrique. Grâce à cela, l'épaisseur de la couche  $N^-$  est diminuée et du même coup la chute de tension. Elle conduit également à réduire la durée de vie des porteurs et ainsi le courant de traînage lors d'un blocage au dépens d'une sensibilité en température [Lefebvre, 04].

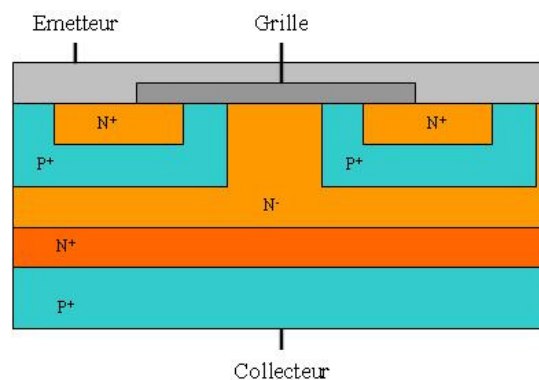


Fig 8. Structure Punch Trough

### 3.3.2. Technologie Non Punch Through (à base homogène)

Cette technique vise à limiter l'efficacité d'injection des trous dans la base au moyen d'une couche  $P^+$  très fine en face arrière. Comme pour la PT, la quantité de charges stockées dans la base est diminuée et donc l'amplitude de la queue de courant à l'ouverture est plus faible qu'une structure classique. Cependant, cette technologie ne fait appel ni à l'implantation ionique ni à l'irradiation comme pour la PT. Il en résulte donc un meilleur comportement à haute température [Lefebvre, 04].

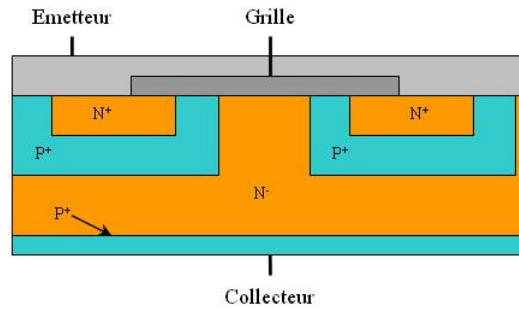


Fig 9. Structure Non Punch Through

### 3.3.3. Technologie Trench Gate (grille enterrée)

Le canal N a une forme verticale dans cette structure contrairement à la structure planar et cela grâce à une nouvelle disposition de l'oxyde de grille (isolant inter couches) sous forme de tranchée verticale. Cela a pour effet de supprimer la résistance intercellulaire et donc d'avoir une densité de cellules plus importante [Iwamoto, 99] ; en d'autres termes, à même surface de silicium le choix peut se tourner soit vers une augmentation du calibre en courant pour une même chute de tension ou vers une diminution de la chute de tension pour un même calibre en courant. Il peut aussi être choisi de réduire la surface du silicium. En pratique, c'est évidemment un mélange de ces trois critères. Il est démontré que cette technologie d'IGBT est la plus performante aussi bien au niveau des pertes par conduction qu'au niveau des pertes par commutation [Iwamoto, 01].

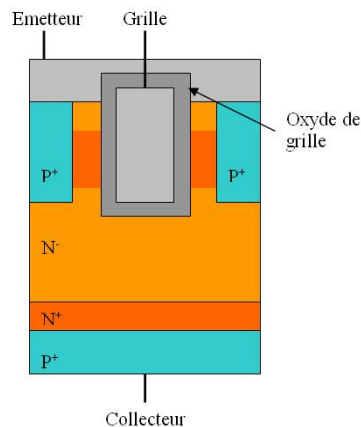


Fig 10. Structure Trench

Dans cette étude, les modules IGBT utilisés sont de type Non Punch Trough, développés par la société allemande Eupec, et doté d'un calibre de 3,3 kV.

### 3.4. Procédé de fabrication

Dans ce paragraphe nous verrons comment sont fabriqués les modules IGBT, depuis le wafer jusqu'au module IGBT complet.

#### 3.4.1. Formation des jonctions

Ces techniques sont mises en œuvre sur les barreaux de silicium dopé N<sup>-</sup>. Les couches N et P sont obtenues par formation d'une sous-couche qui présentera le dopage approprié par l'introduction des impuretés de dopage dans le matériau de base.

Voici une liste des techniques de formation des sous-couches les plus utilisées :

- *L'épitanaxie*, qui consiste à soumettre la puce au flux d'un composé gazeux du silicium additionné d'un composé gazeux de l'agent dopant.
- *La diffusion*, qui consiste à porter à une température de l'ordre de 1200°C un tube de quartz dans lequel se trouve le substrat à doper ainsi que l'agent dopant.
- *L'implantation ionique*, qui consiste à projeter sur la pastille de silicium un faisceau d'ions de forte énergie ( $\approx 100\text{KeV}$ ).

Les mêmes techniques sont utilisées pour réaliser aussi bien des puces diode que des puces IGBT.

#### 3.4.2. Traitement des surfaces, préparation des connexions

Une fois les jonctions réalisées, les puces diodes et IGBT doivent subir divers étapes avant d'être encapsulés dans un boîtier.

*Le contournage* : à l'état bloqué, le champ électrique dans le volume de la puce peut atteindre 10kV/mm. On risque donc d'observer une rupture diélectrique en surface (contournement de la puce). Pour éviter ceci il faut biseauter la tranche de la puce de silicium de façon à répartir aussi uniformément que possible les équipotentiels autour des puces.

*La passivation* : cette opération consiste à recouvrir les surfaces libres du composant d'une couche de diélectrique présentant une grande rigidité diélectrique, une grande stabilité vis-à-vis des contraintes électriques, thermiques et mécaniques et assurer une bonne protection du silicium contre la pollution extérieure.

*La métallisation* : la prise de contact sur une pastille de silicium nécessite une métallisation des zones concernées. Un choix judicieux du métal utilisé permet d'atténuer l'effet Schottky, c'est à dire la perturbation résultant de la présence d'un champ électrique à l'interface entre le métal et le semi-conducteur due à la différence entre le niveau de Fermi (énergie maximale des états occupés par les électrons au zéro absolu) du semi-conducteur et la bande de valence du métal en contact, limitant le passage du porteur de charges.

Les techniques de métallisation les plus utilisés sont :

- Dépôt d'aluminium ou de nickel par évaporation sous vide,
- Dépôt chimique d'or,
- Technique de frittage consistant à presser le métal contre le silicium, sous une température inférieure à la température de fusion du métal, de façon à créer une pénétration de ce métal dans le silicium.

Ce choix de métal dépend du type de prise de contact et d'encapsulation des puces.

*La connexion* : dans le cas d'une encapsulation de type module de puissance (puces siliciums brasées sur un substrat isolant) les techniques de prise de contact sont les suivantes :

- Le soudage de fil d'aluminium ou d'or par thermocompression ultrasonique (bonding) sur un dépôt du même métal. C'est ce type de connexion qui est utilisé dans les modules servant à notre étude. La figure 11 présente ce genre de connexion.

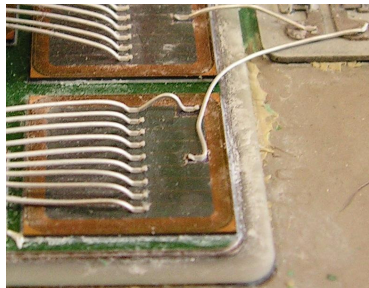


Fig 11. Connexion de type bonding sur un puce silicium

- Le brasage dit « tendre », réalisé sur une pièce de contact, généralement en cuivre, avec un matériau à basse température de fusion (entre 180°C et 300°C) comme par exemple l'étain-plomb ou le plomb-indium-argent.

*L'encapsulation* : afin de pouvoir être facilement intégrées dans un équipement les puces IGBT et diode formant un interrupteur sont placées dans un boîtier rempli de gel diélectrique.

La figure 12 présente le boîtier final dans le cas d'une utilisation de type « bras d'onduleur ».

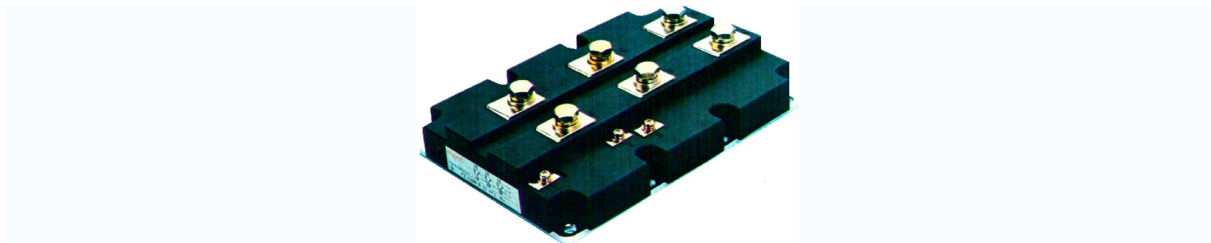


Fig 12. Module IGBT 3300V 1200A EUPEC

### 3.5. Principe de fonctionnement

Pour expliquer le fonctionnement d'une puce IGBT, nous commencerons par illustrer le principe du semi conducteur (passage du courant dans une jonction PN) par le biais de la diode.

#### 3.5.1. Fonctionnement d'une diode

La diode est un composant passif qui fait partie de la famille des semi-conducteurs, il en constitue d'ailleurs le plus simple élément.

Une diode de puissance de type PIN est un barreau de silicium dopé N sur une face (les électrons sont les porteurs majoritaires et les trous sont les porteurs minoritaires) et P<sup>+</sup> sur l'autre face (inversement, les électrons sont les porteurs minoritaires et les trous sont les porteurs majoritaires). Pour assurer le contact électrique, ce barreau est métallisé sur ses deux faces. De manière à tenir une tension importante à l'état bloqué, la couche inférieure est composée d'une région N<sup>-</sup> faiblement dopée et de forte épaisseur et d'une région N<sup>+</sup>.

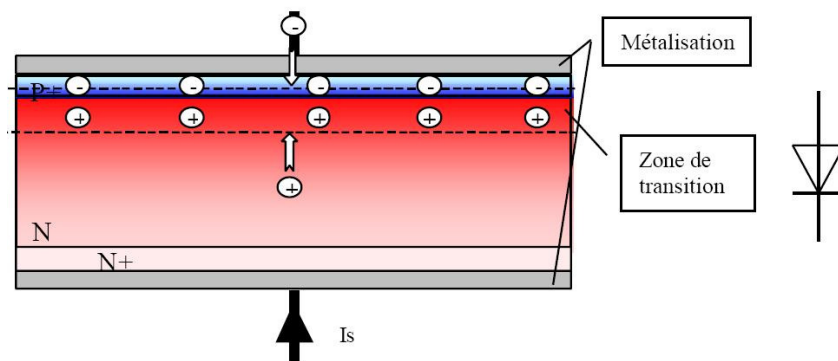


Fig 13. Structure d'une diode PIN

L'effet de semi-conducteur s'obtient par le déplacement d'électrons, ces derniers changeant d'atomes grâce à une addition d'impuretés (dopage) lors de sa fabrication.

La diode suivant son sens par rapport à un courant électrique se présente sous deux aspects : direct et inverse.

- Direct : On appelle sens direct ou encore sens passant, celui qui laisse passer le courant (figure 14), un seuil de 0,65V est atteint lorsque la diode est passante, (1,5V pour une LED). Le courant traversera la diode de l'anode vers la cathode (anneau de repérage).
- Inverse : A contrario, le sens inverse bloquera le passage du courant (figure 15), on dit alors que la diode est bloquée. Il faudra veiller à ne jamais dépasser la tension maximale admissible en inverse, sous peine de claquage de la jonction.



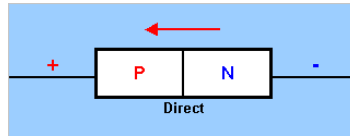


Fig 14. Diode polarisée en direct

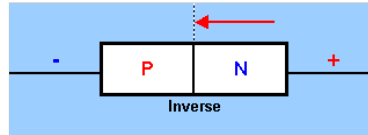


Fig 15. Diode polarisée en inverse

### 3.5.2. Fonctionnement d'un IGBT

L'IGBT se constitue de quatre couches semi-conductrices différentes (P+, N-, P+, N+) créées sur le même cristal de silicium. Ce transistor associe les deux technologies vues précédemment (MOSFET et Bipolaire) afin d'obtenir leurs avantages tout en réduisant leurs inconvénients.

Il est possible, à partir de la structure interne d'un IGBT, d'extraire un schéma équivalent [Baliga, 87]. Celui-ci fait apparaître un transistor MOS à canal N, deux transistors bipolaires NPN et PNP et une résistance entre les couches N<sup>+</sup> et P<sup>+</sup> ainsi qu'une résistance de modulation ( $R_{mod}$ ) relative au comportement de la couche faiblement dopée N<sup>-</sup>. Une simplification de ce modèle est alors possible en supprimant la résistance entre la zone N<sup>+</sup> et P<sup>+</sup>, et le transistor parasite N<sup>+</sup>P<sup>+</sup>N<sup>-</sup>. Cette dernière simplification se justifie par le fait que de nombreuses études sur la structure de l'IGBT ont permis de diminuer l'influence de ce transistor, limitant donc le risque de latch-up (amorçage du thyristor constitué des jonctions N<sup>+</sup>P<sup>+</sup>N<sup>+</sup>) [Vallon, 03]. Le schéma équivalent se ramène donc à un Darlington MOSFET-Bipolaire PNP avec une résistance modulable  $R_{mod}$  qui doit tenir la tension à l'état bloqué et avoir une faible valeur à l'état passant. Ceci implique que la couche N (ou région de base) doit être faiblement dopée, épaisse et associée à une zone d'injection P+ pour réduire la chute de tension à l'état passant.

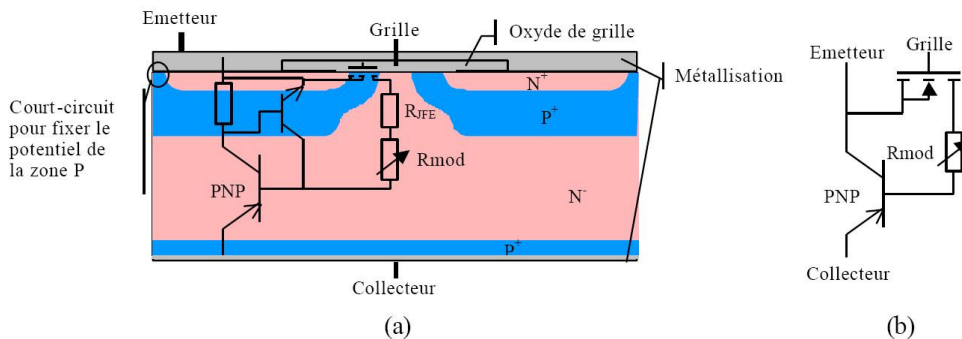


Fig 16. L'IGBT : structure (a) et schéma équivalent (b)

Nous allons maintenant nous intéresser aux 2 phases de fonctionnement d'un IGBT à savoir l'amorçage et le blocage.

### 3.5.2.1. Amorçage d'un IGBT

En appliquant une tension positive entre la grille et l'émetteur, supérieur à une certaine tension de seuil ( $V_{th}=5$  à  $7V$ ), on crée un canal N dans la couche P+, entre les couches N+ (émetteur de l'IGBT) et N-. Ce canal se crée par effet MOS. Le transistor MOS du schéma équivalent devient conducteur et un flux d'électrons est injecté dans la couche N-. Ce flux d'électrons stimule la jonction N<sup>-</sup>P<sup>+</sup> en diminuant la taille de la zone de charge d'espace au niveau de cette jonction. Cet abaissement de la barrière de potentiel permet le passage des trous de la région P<sup>+</sup> vers la région N<sup>-</sup> (ainsi que celui des électrons dans le sens opposé). La couche N<sup>-</sup> se trouve donc en forte injection de trous.

La double injection de trous et d'électrons en quantité voisine permet de moduler la résistivité de la région de base du transistor PNP. Cette modulation entraîne la diminution du champ électrique dans cette région, champ initialement intense dû à l'état bloqué du transistor.

Cela permet d'avoir une faible chute de tension aux bornes de l'IGBT, à l'état passant. Les trous transitant dans la région de base sont aspirés par la jonction N<sup>-</sup>P<sup>+</sup> polarisée en inverse, ce qui constitue le courant du PNP. Le courant conduit dans le transistor est donc issu d'un flux d'électrons dû à la partie MOS et d'un flux de trous dû à la partie bipolaire.

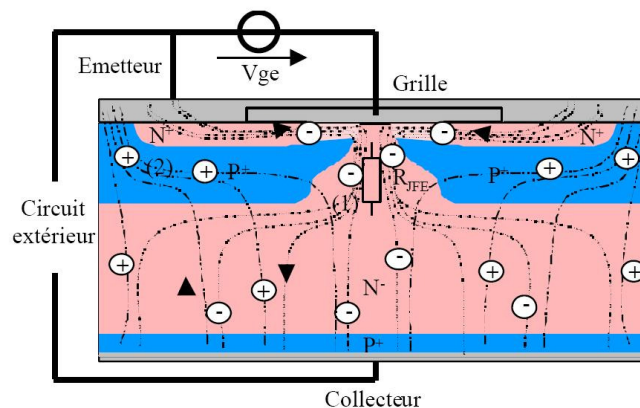


Fig 17. Etat passant de l'IGBT

### 3.5.2.2. Blocage d'un IGBT

Une fois le transistor passant, si on applique une tension nulle ou négative entre la grille et l'émetteur, le canal N formé dans la région P+ se referme très rapidement (effet MOS) et donc le flux d'électrons injecté dans la base du bipolaire PNP est stoppé suite à cette fermeture, la région de base du bipolaire se retrouve en l'air avec une quantité de charges stockées importante.

Ces charges stockées agissent toujours sur la base N<sup>-</sup> et donc maintiennent le PNP en conduction. Pour que le transistor IGBT se bloque, il faut annuler la quantité de charges stockées dans la région de base. Cette annulation peut se faire par recombinaison naturelle des porteurs dans la zone N<sup>-</sup> (dépendante de la durée de vie de ces dits porteurs dans cette zone et

de la quantité de charges initialement présente) et par évacuation de charges via la jonction  $P^+N^-$ .

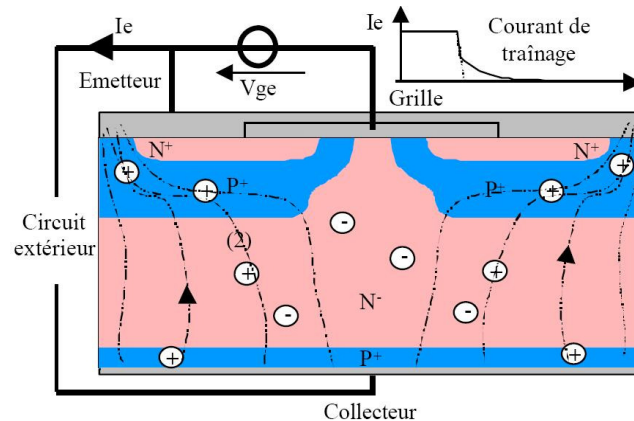


Fig 18. Etat bloqué de l'IGBT

Le fonctionnement en commutation d'une puce IGBT ayant été présenté, nous nous intéresserons maintenant aux principaux modes de dégradation visibles dans les modules IGBT utilisés dans les applications de forte puissance telles que le domaine ferroviaires.

### 3.6. Les mécanismes de dégradation et modes de défaillance des modules IGBT

Les modules IGBT utilisés en traction ferroviaire tels que les boîtiers 3,3 kV que nous utilisons pour notre étude sont sujets à différents mécanismes de dégradation. Ils représentent les conséquences du dépassement de l'aire de sécurité qui leur est associée et qui sera présentée au paragraphe suivant ou des phénomènes de vieillissement dus au stress engendrés par les commutations et notamment les phénomènes de surtension et de vitesse de commutation trop importantes.

#### 3.6.1. Le cyclage thermique

Pour les composants de moyenne et forte puissance utilisés en traction (entraînement ferroviaire, véhicule électriques,...), le cyclage thermique est la principale cause de défaillance.

Ces cyclages thermiques résultent de l'application de cycles de marche et d'arrêt et des variations de fréquence du signal envoyé aux modules. Ces variations de températures internes du modules, couplées aux disparités au niveau des coefficients de dilatation thermique (CTE) et des épaisseurs entre les couches en contact engendrent des contraintes de cisaillement aux interfaces.

En ce qui concerne les différences de CTE, les écarts les plus importants se situent entre l'aluminium des fils de bonding et le silicium de la puce, entre le substrat et la semelle (en particulier le couplage  $Al_2O_3$  et cuivre) et entre la puce silicium et le substrat céramique (en particulier avec un substrat en  $Al_2O_3$ ).

### 3.6.1.1. La fatigue des fils de bonding

Un module IGBT de forte puissance contient plus de 800 bonding dont la moitié est utilisée dans la zone active des semi-conducteurs. Ces fils sont exposés aux élévations de température provoquées à la fois par la dissipation de la puissance à travers le silicium et également par son propre échauffement ohmique. Un fil de bonding fait entre 300 à 500  $\mu\text{m}$  de diamètre. Il est constitué d'aluminium auquel s'ajoute quelques composants tels que le magnésium, le nickel ou le silicium afin de le rendre plus solide et moins sensible à la corrosion.

La capacité du fil de bonding à faire circuler un courant est inversement proportionnel à sa longueur alors qu'elle ne dépend que peu de la température du substrat. En conditions normales, le courant parcouru par un fil de bonding n'excède pas 10 A et la dissipation de puissance se situe entre 100 et 400 mW suivant le diamètre du fil.

#### 3.6.1.1.1. Décollement des fils de bonding

Ce phénomène affecte les fils de bonding présents sur les puces IGBT et diode. Le décollement des fils de bonding est dû à l'apparition de microfissures entre l'extrémité du fil et la métallisation sur laquelle il est soudé. Ce phénomène arrive après plusieurs cycles de croissance et décroissance de la température qui engendre des efforts mécaniques sur la soudure du bonding. Les simulations par éléments finis de [Ramminger, 98] permettent de déterminer l'amplitude de ces efforts et ainsi le nombre de cycles admissibles avant décollement. La figure 20 illustre ce phénomène :

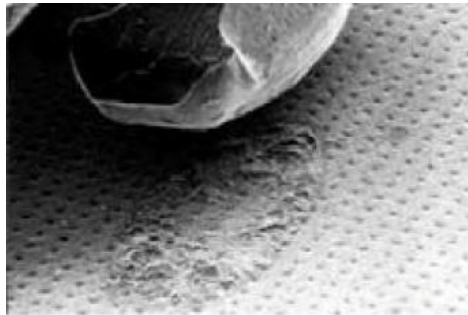


Fig 19. Décollement d'un fil de bonding [Ciappa, 02]

Des techniques permettent également de mesurer l'effet de ce décollement, par exemple la mesure de la chute de tension de la puce à l'état passant [Farokhzad, 96], et ainsi donner une indication sur la fiabilité du module vis-à-vis de ce mode de défaillance.

Aujourd'hui, deux techniques permettent de contrer ce problème. La première solution consiste à ajouter une fine couche de molybdène-aluminium sur la puce IGBT et la diode. Ceci permet de répartir la différence de CTE présente entre l'aluminium et le silicium à travers cette fine couche [Hamidi, 99]. La seconde méthode consiste en une simple action corrective. En effet, l'application d'un enrobage polymère (coating) juste après la soudure des fils par ultrason permet une meilleure solidité et ainsi, évite le décollement des fils. En revanche, des solutions comme le refroidissement direct de la puce se sont révélées peu convaincantes [Ciappa, 02].

### 3.6.1.1.2. Fissuration des fils de bonding

Les fissurations de fils de bonding arrivent peu sur les modules récents mais peuvent cependant apparaître après de longs tests d'endurance en particulier dans le cas où le process (soudure par ultrason) n'est pas optimisé. Ce phénomène est dû à la fatigue en flexion engendrée par les cycles de température. Pour le cas classique d'un fil de 1 cm subissant des différences de température de 50°C, le déplacement de la boucle est de 10 µm ce qui provoque une variation d'angle entre le fil et la métallisation d'environ 0,05°. A cette contrainte s'ajoute le déplacement rapide du fil (par exemple lors de l'amorçage de l'IGBT) dans le gel silicone considéré comme un fluide visqueux. La figure 21 illustre ce phénomène :



Fig 20. Fissuration au pied d'un fil de bonding [Ciappa, 02]

Certains modèles permettant de calculer le nombre de cycles admissibles avant la fissuration du pied de bonding. Nous pouvons citer ici les modèles de Shafft [Ciappa, 02] [Schafft, 72] et un autre modèle basé sur le calcul de la contrainte mécanique générée lors du cyclage sur le bonding [Mehrotra, 99].

$$N_f = A \varepsilon_f^n \quad (1.1)$$

Avec A et n constantes pour un matériaux donné, dans la littérature [Garry, 90], on trouve fréquemment des valeurs respectives pour A et n de  $3,9 \cdot 10^{-10}$  et -5,13 dans le cas des application en microélectronique de fils de bonding en aluminium dont le diamètre est inférieur à 100µm.

$\varepsilon_f$  est l'effort dans le fil calculé par la relation suivante :

$$\varepsilon_f = \frac{r}{\rho_0} \left( \frac{\arccos((\cos \psi_0)(1 - \Delta\alpha\Delta T))}{\psi_0} - 1 \right) \quad (1.2)$$

Avec :

$\Delta\alpha$  la différence de CTE entre l'aluminium et le silicium,

$\psi_0$ ,  $\rho_0$  et r sont des paramètres géométriques définies sur la figure 22.

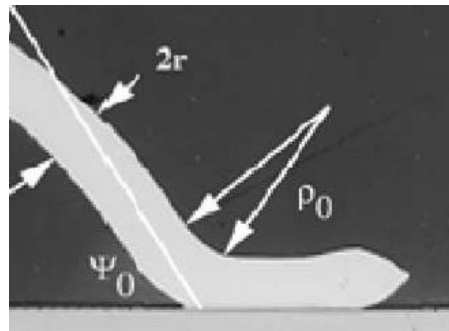


Fig 21. Définition des paramètres de bonding pour le modèle de durée de vie

Un autre modèle basé sur le calcul de la contrainte mécanique générée lors du cyclage sur le bonding [Mehrotra, 99] permet de calculer ce nombre de cycles.

### 3.6.1.2. Déformation des métallisations en surface des puces

Lors des cyclages thermiques, la couche de métallisation située à la surface de la puce silicium subit des efforts de traction et compression. Ces efforts sont causés par la différence de CTE entre l'aluminium de la métallisation et le silicium de la puce. Les contraintes engendrées dépassent la limite élastique admissible par le contact métallisation/silicium. Au moment de la relaxation du phénomène, on peut alors assister au fluage de la métallisation, au glissement des grains au niveau du contact ou à la dislocation de la métallisation.

L'apparition de ces différents phénomènes dépend de la température des puces. En fonction de la texture de la métallisation, ce phénomène engendre l'extrusion ou la cavitation des grains d'aluminium au niveau de la métallisation. La figure 23 illustre ce phénomène :

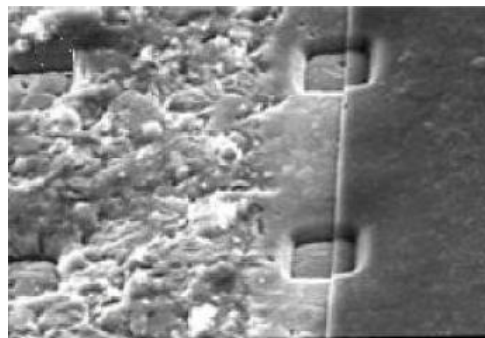


Fig 22. Déformation de la surface d'une métallisation [Ciappa, 02]

La déformation des métallisations aluminium en surface des puces a pour conséquence de réduire la section effective de la métallisation et de faire augmenter sa résistance. Ceci contribue à l'évolution linéaire du  $V_{CE}$  en fonction du nombre de cycles observés pendant les tests de cyclage actif [Ciappa, 02]. Ces déformations sont plus évidentes sur les métallisations situées au centre de la puce, où la variation de température est maximale. En revanche on peut montrer par thermographie infrarouge [Ciappa, 96] que les zones périphériques des puces ne sont pas soumises à ce phénomène, la température de jonction maximale ne dépassant pas  $110^{\circ}\text{C}$ .

### 3.6.1.3. Cassures au niveau des substrats et des puces

La céramique des substrats isolant et le silicium des puces sont les matériaux les plus cassant utilisés dans la conception des modules IGBT. Les microfissures présentes dans ces matériaux peuvent croître, par effet du cyclage thermique et des contraintes engendrées, jusqu'à la rupture. La figure 24 montre une fissure dans un substrat :

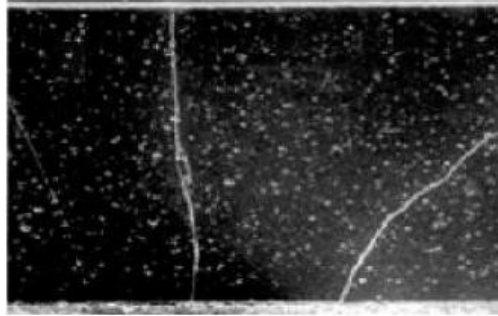


Fig 23. Rupture du substrat d'un module IGBT [Ciappa, 02]

Un substrat céramique fissuré n'assurera plus sa fonction diélectrique et peut provoquer la mise en court-circuit de la puce. La rupture d'une puce quant à elle peut être causée par un dommage initial induit par la soudure par ultrason des fils de bonding.

### 3.6.1.4. Fatigue des brasures, délaminage des puces et du substrat

Le vieillissement et le délaminage des brasures constituent le mode de défaillance le plus courant pour les modules IGBT de puissance soumis à du cyclage thermique. Les brasures les plus fréquemment rencontrées dans les modules IGBT sont constituées d'un alliage étain-argent ou étain-plomb. Lorsque le cuivre est brasé avec un mélange étain-plomb, une réaction a lieu et forme une fine couche de  $Cu_5Sn_6$  près de la semelle cuivre. Durant la solidification, deux couches se forment, l'une d'étain et l'autre de cuivre. Cette couche de cuivre est très friable et lors des cyclages thermomécaniques il y a un risque de délaminage. D'autre part, les cavités présentes dans la brasure augmentent le pic de température et ainsi accélèrent les phénomènes de défaillance tel que le décollement des bondings ou le délaminage de la brasure. La figure 25 montre le délaminage d'une puce silicium :

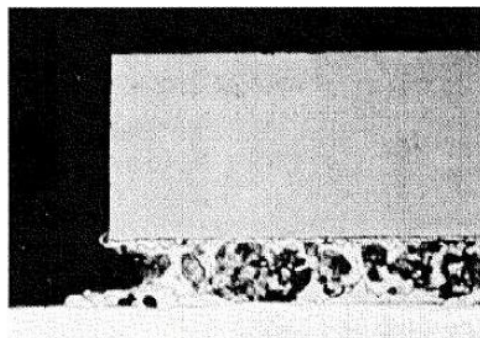


Fig 24. Délaminage d'une puce IGBT [Ciappa, 02]



Le délaminage du substrat commence au bord de la brasure, où le cisaillement est maximal, et se propage vers le centre de la brasure.

Le nombre de cycles admissible par une brasure avant délaminage est donné par la loi de Coffin-Mansson [Ciappa, 02].

$$N_f = 0,5 \left( \frac{L \Delta \alpha \Delta T}{\gamma} \right)^{\frac{1}{c}} \quad (1.3)$$

Avec :  $N_f$ , le nombre de cycles avant la défaillance,

$L$ , la dimension latérale de la brasure,

$\Delta \alpha$ , la différence de CTE entre les faces supérieures et inférieures,

$\Delta T$ , la chute de température,

$\gamma$ , épaisseur de la brasure,

$\chi$ , facteur de ductilité de la brasure,

$c$ , constante ; pour une brasure In70% Pb30%, Sn40% Pb60% ou Sn10% Pb90%, cette constante vaut  $c=-0,49$  [Ciappa, 94] [Tech, 90].

Il existe plusieurs moyens pour déterminer l'état de fatigue des brasures : l'utilisation de la microscopie acoustique permet de voir les cavités [Herr, 97], la mesure de la résistance thermique du module ou encore les test de type « effort de décollement du substrat » (DIN 41850) [Mitic, 99].

### 3.6.2. La corrosion

Dans un module IGBT, le phénomène de corrosion touche principalement les fils de bonding. Lorsque l'aluminium pur de ces fils se trouve en contact avec l'oxygène de l'atmosphère, une couche d' $Al_2O_3$  se forme ce qui provoque la passivation du métal. Cette passivation s'opère également en présence d'eau pure. L'oxyde d'aluminium se transforme alors en une couche très soluble d'hydroxyde d'aluminium ( $Al(OH)_3$ ). En présence d'une autre solution, cet hydroxyde d'aluminium est dissous par des acides forts (par exemple acide hydrochlorique) et des bases fortes (par exemple hydroxyde de potassium). En présence d'un électrolyte, l'aluminium est corrodé [Ciappa, 02]. La figure 26 est un exemple de conséquence de la corrosion sur le pied d'un fil de bonding.

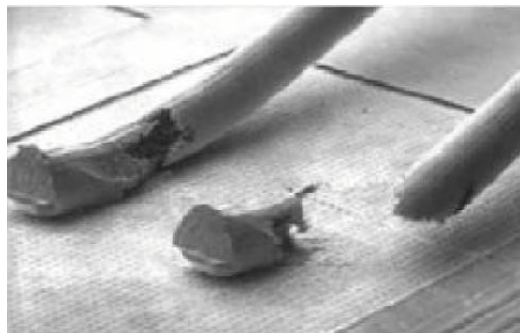


Fig 25. Rupture d'un bonding due à la corrosion [Ciappa, 02]



L'immunité de l'aluminium dépend à la fois du pH de l'électrolyte et de la tension appliquée à cet électrolyte [Vallon, 03]. La corrosion touche l'anode et la cathode du composant. La corrosion anodique se produit en présence d'halogénure (chlorure et bromure) issue des résidus laissés par les processus de fabrication de ces modules, en particulier lors de l'étape permettant d'augmenter la mouillabilité des surfaces des puces avant soudure. En effet, de l'halogénure est utilisée pour augmenter cette mouillabilité. La corrosion cathodique affecte les composants utilisant des verres phosphosilicate comme passivation ou en tant que couche isolante. En effet, le phosphore sert de dopant aux puces. Si ce phosphore excède 5%, il peut alors être transformé en acide phosphorique et corroder les métallisations [Vallon, 03]. La corrosion des fils de bonding est fortement corrélée au stress mécanique dû aux cyclages thermomécaniques ou aux déformations résiduelles dans le fil. [Ciappa, 02]

### 3.6.3. L'électromigration

L'électromigration est un phénomène observé sur les composants de microélectronique. Cependant, [Vallon, 03] fait remarquer qu'en électronique de puissance, toutes les conditions sont réunies pour voir apparaître ce phénomène. L'électromigration est le déplacement d'atomes, dans un conducteur, sous l'effet du passage d'un courant électrique. Ce phénomène est connu dans le cas des circuits intégrés lorsque la densité de courant est supérieure à  $0,5 \cdot 10^6$  A/cm<sup>2</sup>. Lorsqu'un courant traverse un conducteur, une certaine quantité de mouvement des électrons est transférée aux atomes du conducteur provoquant un déplacement de ces atomes dans la direction du flux d'électrons [Jensen, 95]. L'atome se déplaçant crée alors un vide qui peut se développer et donner naissance à une craquelure entraînant une augmentation de la résistance de la métallisation. La quantité d'aluminium étant conservée, la présence d'un vide à un endroit implique la présence d'une accumulation d'atomes d'aluminium ailleurs. Ces accumulations peuvent créer des contacts entre les métallisations ou causer la rupture d'un diélectrique.

Un autre type d'électromigration concerne la puce silicium et les métallisations aluminium dont elle est dotée. Des atomes d'aluminium migrent dans le silicium et créent des « spikes » d'aluminium qui se développent de plus en plus profondément dans le silicium jusqu'à former un court circuit. On peut également assister à une rupture de la métallisation due à la migration des atomes d'aluminium. L'application de barrières de diffusion en Tungstène freine l'évolution de ce phénomène.

### 3.6.4. Les décharges partielles

Les décharges partielles concernent tous les matériaux isolants soumis à un champ électrique et contenant des inclusions gazeuses. Dans le cas du module IGBT, les décharges partielles concernent le substrat céramique. On parle de décharge partielle lorsque des micro-décharges ont lieu dans les inclusions, le gaz contenu dans ces inclusions ayant une rigidité diélectrique inférieure à celle d'un matériau isolant [Petraça, 99]. Ce phénomène participe à la dégradation locale du diélectrique et à l'agrandissement de ces inclusions gazeuses qui peuvent à long terme perforer l'isolant. La norme [IEC270, 81] présente les techniques normalisées de mesure de ces décharges. De plus [Breit, 02] propose dans sa thèse une technique de mesure à tension plus faible par application d'une tension sinusoïdale. Pour parer à ce phénomène, le fabricant allemand d'IGBT Eupec, utilise de l'AlN en lieu et place de l' $Al_2O_3$ , depuis 1996 [Schütze, 98].

### 3.6.5. Le rayonnement cosmique

Le rayonnement cosmique est le flux de particules hautement énergétique (plusieurs Krad), issue de l'espace et du soleil, reçues quotidiennement sur Terre. Les aurores boréales au niveau des pôles sont la plus belle illustration de ce phénomène. Sur les composants électriques tel que les modules IGBT, ce rayonnement génère des charges par collision dans les oxydes de grille et dans le corps du composant. La conséquence de la présence de cette nouvelle charge est d'abaisser la tension seuil du composant ce qui le rend plus sensible aux perturbations. L'indicateur d'une dégradation des puces est une augmentation du courant de fuite de ces puces à l'état bloqué [Vallon, 03]. La collecte d'information concernant ce mode de défaillance est très longue. Il existe cependant des techniques pour accélérer ce phénomène comme par exemple le bombardement des composant avec un canon à neutron (800 MeV) ou les essais à haute altitude pour augmenter le flux de particules reçue [Findeisen, 98].

### 3.6.6. Le vieillissement des oxydes de grille

L'oxyde de grille est la partie isolante située entre la métallisation de la commande (la grille) et le silicium. L'oxyde de grille est le siège de deux causes de défaillance, l'une concerne les interfaces silicium/oxyde et oxyde/métallisation ; et l'autre touche la couche d'oxyde elle-même.

#### 3.6.6.1. Effet aux interfaces

Les avancées technologiques actuelles ont permis de diminuer l'épaisseur de cette couche (quelques dizaines de nanomètres sur les IGBT actuels). En revanche la tension d'alimentation est quant à elle restée la même, ce qui engendre une augmentation des champs électriques appliqués à ces oxydes qui atteignent aujourd'hui 2 MV/cm<sup>2</sup>. Ce champ électrique participe à l'injection de charge à travers les interfaces silicium/oxyde et oxyde/métallisation. Les deux mécanismes physiques d'injection de charges sont l'injection thermoélectronique (Shottkey) et l'effet tunnel (Fowler-Nordheim) [Vallon, 03]. Le résultat de cette injection est une dégradation des performances du composant, se traduisant par une augmentation de la tension de seuil et une diminution du gain du transistor [Jensen, 95].

#### 3.6.6.2. Dégradation de l'oxyde de grille

La physique liée au vieillissement des oxydes de grille est très complexe. On peut dire d'une manière générale que ce vieillissement se traduit par l'insertion de défauts dans la couche d'oxyde. La défaillance d'un oxyde se traduisant par un fort courant local traversant la couche et formant un court-circuit.

### 3.6.7. Récapitulatif des mécanismes de dégradation

Le tableau 3 résume ces différents mécanismes de dégradations et présente pour chacune de ces causes, les conséquences, modes de défaillance et indicateurs associés [Vallon, 03].

| Causes                    | Conséquences physiques  | Conséquences électriques/thermiques   | Mode de défaillance   | Indicateur   |
|---------------------------|---|---|---|--|
| Cyclage thermique         | Décollement des bondings<br>Dégradations des bondings<br>Dégradation des métallisations<br>Fissures des puces et des substrats<br>Délaminage des brasures | Augmentation locale de la température.<br>Augmentation du $V_{cesat}$ et de la résistance thermique jonction/boîtier. | Puces en circuit ouvert ou en court circuit selon le mode de dégradation. | Chute de tension, Résistance thermique jonction/semelle      |
| Corrosion                 | Attaque chimique des bondings et des métallisations.  | Déconnexion des faisceaux de bonding.   | Puce en circuit ouvert.   | Chute de tension.  |
| Electro-migration         | Infiltration d'aluminium dans les puces silicium.   | Diminution de la résistance de contact Si/métallisation.  | Puce en court- circuit.   | Courant de fuite.  |
| Décharges partielles      | Agrandissement des microcavités dans le substrat isolant, création d'un canal conducteur dans le substrat.  | Pertes d'isolation entre collecteur et radiateur pour une puce.<br>Court-circuit.                                     | Puce en court- circuit.   | Mesures spécifiques (quantité de charges lors des décharges) |
| Rayonnement cosmique      | Génération de charges dans les oxydes de grille.<br>Dégradation physique des puces silicium.  | Rupture diélectrique de l'oxyde de grille.<br>Court-circuit de la puce.   | Commande en court circuit.<br>Puce en court-circuit.                      | Tension de seuil.<br>Courant de fuite.                       |
| Vieillessement de l'oxyde | Injection et piégeage de charges dans l'oxyde.<br>Dégradation de la qualité de l'oxyde.   | Rupture diélectrique de l'oxyde de grille.  | Commande en court-circuit.<br>Puce en court-circuit.                      | Tension de seuil.  |

Table 3 Récapitulatif des mécanismes de dégradation

Aux mécanismes de dégradation associés à l'utilisation des modules, s'ajoute les limites de fonctionnement que nous allons maintenant détailler.

### 3.7. Contraintes limites

Dans le champ des contraintes que l'on peut appliquer aux composants de puissance, il existe une frontière entre régime de fonctionnement normal et régime extrême. Cette frontière est définie par les contraintes limites applicables au composant [Vallon, 03].

Ces contraintes limites peuvent être liées au packaging ou aux puces semi-conductrices (IGBT et diode).

En ce qui concerne le packaging, ces limites sont d'ordre :

- *Thermique* : en effet l'assemblage d'un module IGBT (bonding / puces / brasures / substrat / semelle) est très sensible au cyclage thermique. La durée de vie de cet assemblage dépend de l'amplitude de ce cyclage.
- *Electrique* : les puces étant soumises à des potentiels élevés, il est nécessaire d'avoir une bonne isolation entre les puces ainsi qu'entre ces puces et l'environnement extérieur. Le substrat AlN ainsi que le gel silicone joue ce rôle ; cependant une tension trop importante peut provoquer un défaut d'isolement.
- *Environnementale* : le boîtier du composant protège les puces contre les agressions liées à l'environnement du module (humidité, attaques chimiques...). Un environnement trop sévère peut altérer le fonctionnement du composant (corrosion).

Il y a ensuite les contraintes électriques limites applicables aux puces semi-conductrices. Ces limites forment la frontière entre le régime de fonctionnement normal et les différents régimes extrêmes.

Les passages entre le régime normal et les régimes extrêmes peuvent être de deux types :

- Contraintes statiques trop importantes (tension à l'état bloqué, courant à l'état passant, température des puces),
- Contraintes dynamiques trop élevées (vitesses de commutation à l'amorçage et au blocage).

Ces contraintes trop élevées appliquées à une puce peuvent provenir soit de l'extérieur de la cellule de commutation (surtension sur le bus continu...) soit de la cellule en elle-même (court-circuit au sein de la cellule,...).

Nous allons maintenant lister les différents régimes extrêmes que peuvent subir les puces diodes et IGBT au sein d'une cellule de commutation.

### 3.7.1. Limites thermiques locales

La température critique en fonctionnement normal peut être définie comme une des quatre températures ci-dessous :

- La valeur spécifiée par les constructeurs de modules IGBT est égale à 125°C en fonctionnement continu et 150°C en régime de surcharge de courte durée.
- La température de fusion des brasures se situe entre 180°C et 200°C. Elle dépend du mélange étain-plomb utilisé. [Thebaud, 00]
- La température intrinsèque du silicium non traité se situe entre 200°C et 300°C. Cette température dépend de la quantité de dopant [Duong, 97] en particulier de la base. La règle couramment admise est que la limite en température est atteinte lorsque le nombre d'électrons intrinsèque est égal au nombre de porteurs lié au dopage [Baliga, 87]. A titre d'exemple, nous pouvons citer les boîtiers IGBT 3300 V tels que ceux utilisés dans cette étude, disposant d'un dopage  $n_i=2.10^{13}/\text{cm}^3$  et dont la température limite de fonctionnement se situe à 149°C. Au-delà de cette température, les propriétés du silicium sont considérablement dégradées. La résistivité de la puce décroît très rapidement ce qui génère un échauffement fatal pour le module IGBT.

- La température de fusion des métallisations se situe à 600°C pour les métallisations en aluminium.

La première température citée ci-dessus ne présente pas une limite en soi. Il est en effet possible de faire fonctionner certaines puces IGBT à une température moyenne de 150°C [Vallon, 03]. La deuxième température peut, quant à elle, être considérée comme étant une limite de même que la troisième à ne pas dépasser sous peine de perte de contrôle du composant. De plus les limites physiques des composant sont modifiées à haute température [Wondrak, 99].

### 3.7.2. Avalanche électronique

Lorsque le champ électrique est élevé ( $>10^5$  V/cm), les porteurs libres peuvent acquérir, entre collisions successives sur le réseau cristallin, une énergie cinétique suffisante pour briser une liaison de covalence, c'est-à-dire pour créer une paire électron-trou. Les porteurs ainsi générés peuvent à leur tour provoquer la création d'autres paires en un processus d'avalanche [Leturcq, 99].

Ce phénomène qualifié d'avalanche électronique se traduit par une augmentation brutale du courant inverse. Au-delà d'un certain seuil, le processus est autonome et entraîne le claquage de la puce. Si le courant d'avalanche n'est pas maîtrisé, l'énergie dissipée au sein du composant peut devenir très importante, entraînant sa destruction par dépassement de la température de fusion du silicium [Vallon, 03].

La tension de claquage par avalanche électronique dans le silicium représente une limite à ne pas atteindre, en statique comme en dynamique. Cette valeur dépend de la quantité de dopant, de la température et est rarement atteinte. Elle correspond à une valeur idéale pour une jonction semi-infinie. La tenue en tension de la terminaison de jonction peut faire chuter cette valeur de 10 à 20 % selon la technologie choisie (terminaison plane diffusée, anneau flottant, puce biseautée...) [Baliga, 87].

### 3.7.3. Retournement ou latch-up

Le latch up est lié à la formation d'une structure NPNP parasite résultant de la proximité de deux transistors bipolaires (réels ou parasites) l'un NPN l'autre PNP.

Le retournement dit statique se produit lorsque ce transistor parasite intrinsèque à l'IGBT entre en conduction. Cette mise en conduction est due à un fort courant parcourant la résistance parasite de la couche P<sup>+</sup> prise entre les couches N<sup>-</sup> et N<sup>+</sup>. Dans ce cas la grille de l'IGBT ne peut plus bloquer le composant et ce défaut irréversible provoque la destruction du composant de puissance. Le latch-up est sensible à la température par l'intermédiaire de la mobilité des trous de la couche P<sup>+</sup>. Sur les composants actuels, ce retournement se produit lorsque l'IGBT conduit de forts courants.

Le retournement dynamique se produit quant à lui lorsque l'IGBT est soumis à un transitoire de forte puissance correspondant à la présence simultanée d'un fort courant et d'une forte tension localisés dans la couche vitale du composant. Ce retournement peut se produire lors de la commutation ou lors d'un court-circuit. Le champ électrique dans la région

de base N dépend du dopage et du nombre des porteurs qui y transite. Si la densité de courant est importante ( $300\text{A}/\text{cm}^2$ ), elle peut modifier la répartition du champ électrique [Baudesson, 00]. D'une manière générale, la valeur de courant pour laquelle se produit le latch-up dynamique est inférieure à celle du latch-up statique [Baliga, 87].

#### 3.7.4. Claquage de la grille

Une tension entre grille et émetteur trop importante induit un champ électrique important dans l'oxyde de silicium. Au-delà d'une certaine valeur (100V en statique et 50V à 20kHz) la grille entre en avalanche électronique entraînant la destruction de l'oxyde et l'impossibilité de commander le composant. Avec un champ de rupture de  $10^7\text{V}/\text{cm}$ , et une épaisseur de 100nm, la tension de rupture est supérieure à 100V. Pour une épaisseur de 50nm, cette tension est inférieure à 50V [Baliga, 87].

#### 3.7.5. Cas particulier de la diode

La limite de la diode en commutation est définie à travers une aire de sécurité appelée RRSOA (Reverse Recovery Safe Operating Area). Cette aire de sécurité de la diode est définie par les fournisseurs de module par rapport à la puissance instantanée dissipée lors de la commutation.

Une dynamique trop importante sur le courant à la fermeture de l'IGBT peut causer la défaillance de la diode de roue libre au blocage. Ce phénomène est d'autant plus important que les diodes de puissance utilisées dans les applications de type onduleur sont rapides. Ce phénomène survient lorsque le courant de recouvrement est trop élevé. La dynamique du recouvrement est alors augmentée ce qui génère une surtension inverse aux bornes de la diode. Le cas le plus critique est obtenu lorsque le recouvrement du courant s'effectue brutalement (snap off). La forte augmentation du  $di/dt$  entraîne alors une très forte surtension aux bornes de l'interrupteur pouvant provoquer la défaillance (court-circuit) de la diode ou de l'IGBT en parallèle.

Un autre mode de défaut possible pour une diode de roue libre est sa mise en avalanche dynamique. Ce phénomène apparaît lorsque les conditions de fort courant, forte tension, haute température et  $di/dt$  important sont réunies [Shammas, 95].

#### 3.7.6. Résumé des limites de fonctionnement

La figure 19 représente les différentes limites de fonctionnement et les risques associés autour de l'aire de sécurité appelée RBSOA (Reverse Bias Safe Operating Area). En pratique, cette aire de sécurité est établie par le fabricant et fournie dans la fiche technique du composant.

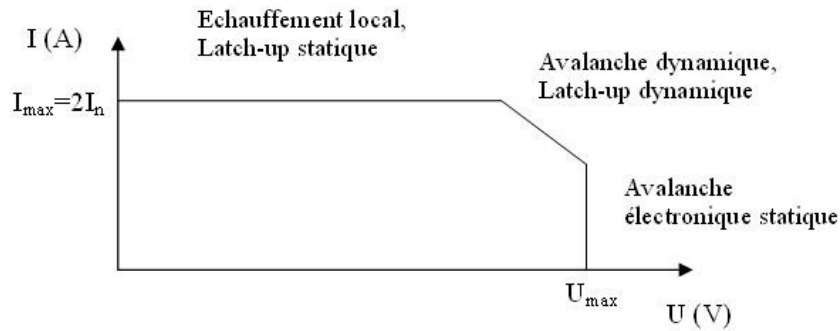


Fig 26. Aire de sécurité pour un composant de puissance

La tension maximale admissible  $U_{\max}$  correspond au calibre en tension des puces IGBT incluses dans le module (1700V, 3300V, 6500V par exemple), la limite en courant  $I_{\max}$  équivaut généralement au double du courant nominal, fourni par le fabricant dans la fiche technique du composant. Le fournisseur garanti le respect de la RBSOA pas un essai au point maximal sur 100% des pièces. Cependant, la détermination de cette aire est effectuée dans des conditions de fonctionnement ne correspondant pas forcément aux conditions que rencontreront les modules lors de leur utilisation. On constate donc ici une première zone de flou concernant la notion de RBSOA pour les utilisateurs de modules IGBT.

L'autre zone floue qui concerne la RBSOA vient du fait que les marges comprises entre cette aire de sécurité et la casse du composant sont inconnues même de façon qualitative et variable d'une famille de composant à l'autre.

Le retour d'expérience sur les modules IGBT utilisés en traction tend à montrer que les défaillances rencontrées au sein de la chaîne de traction sont essentiellement dues à des problèmes de robustesse en commutation des IGBT. De ce constat est né l'idée d'investiguer sur la notion d'aire de sécurité des modules IGBT et d'approfondir la connaissance du comportement de ces modules au sein de cette aire.

L'idéal pour tout utilisateur de module IGBT est de connaître son comportement dans l'ensemble de son aire de fonctionnement et jusqu'à la casse du composant en fonction de l'ensemble des différents paramètres, liés à l'utilisation, qui influent sur le comportement des modules. Cette connaissance permettrait au bureau d'études de définir des règles de conception afin de répondre plus précisément aux demandes des clients et d'assurer une meilleure fiabilité de ses produits.

Aujourd'hui, la validation des modules IGBT est effectuée seulement aux points jugés les plus critiques par les experts, le nombre d'essais étant rédhibitoire si on veut couvrir l'ensemble du domaine d'utilisation du module IGBT. Ainsi, aucun outil ne permet de connaître l'effet de la variation d'un facteur tel que la tension ou la température sur le comportement des modules IGBT et d'assurer, lors de l'utilisation, le non franchissement des limites de fonctionnement des modules IGBT. A fortiori, la présence d'interactions entre différents facteurs est totalement inconnue.

Pour étudier le comportement d'un module IGBT, tenter d'optimiser le positionnement de son point de fonctionnement par rapport à ses limites et mieux anticiper les distributions statistiques des paramètres caractéristiques de son fonctionnement, il est nécessaire

d'identifier des performances clés qui présentent un seuil de fonctionnement qu'il est important de ne pas dépasser.

Il est admis que les modules IGBT sont plus tolérants en courant et que le stress du composant est surtout dû à la tension commutée [Azzopardi, 03]. Les performances sur lesquelles notre attention se portera seront donc associées à cette tension.

Un pic de tension, appelé surtension, a lieu lors du blocage des IGBT. Cette surtension génère un champ électrique responsable d'un stress important sur le composant IGBT. De plus, les fabricants des modules donnent une limite de vitesse de commutation au blocage, appelée  $dV/dt$ , ce qui laisse à penser à la présence d'un risque en cas de commutation trop rapide. On sait notamment que la vitesse de commutation influe sur la dissipation, dans le composant, du champ électrique, générateur de stress à l'intérieur des puces semi-conductrices. A l'amorçage du composant, le stress engendré par une vitesse de commutation élevée est ressenti par la diode anti-parallèle, plus résistante que l'IGBT, ce qui rend le phénomène moins dangereux pour le module.

Nous nous pencherons donc, dans ce travail, sur la surtension et la vitesse de commutation ayant lieu au blocage de l'IGBT.

Le respect de cette aire de sécurité lors du fonctionnement des modules IGBT doit permettre de ralentir les phénomènes de vieillissement qui se traduisent par les mécanismes de dégradation développés ci-après.

Après avoir présenté la structure, le fonctionnement, les mécanismes de dégradation et les limites que présentent les IGBT, nous consacrerons la dernière partie de ce chapitre à la modélisation de ces modules.

### **3.8. Modélisation des transistors IGBT**

Il existe plusieurs familles de modèles inspirés soit par une analyse de la physique du semi-conducteur, soit par une observation comportementale. On peut définir cinq groupes principaux :

- *Les modèles mathématiques* ; ils sont basés sur l'analyse des principes physiques du semi-conducteur. Les différences d'une version à l'autre résident essentiellement dans les simplifications apportées en vue de réduire le temps de calcul. [Hefner, 94] a développé le premier modèle unidimensionnel complet avec contrôle de la charge donnant lieu à d'excellents résultats en commutation dure (figure 27). Cependant les simplifications apportées à l'expression de la conductivité de la base conduisent à de mauvais résultats en commutation à tension nulle ou à courant nul.



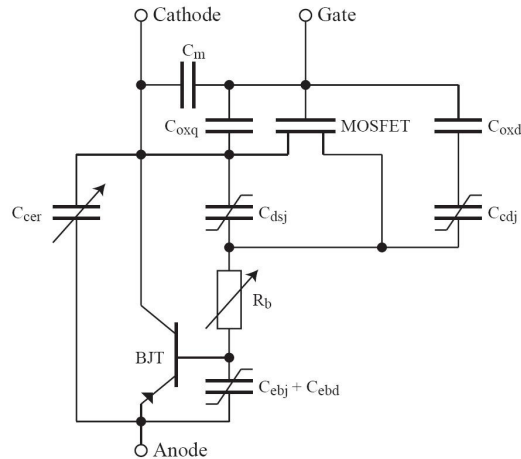


Fig 27. Circuit équivalent d'un transistor IGBT selon A.R. Hefner [Hefner, 94]

L'expression de la conductivité en régime statique a été améliorée par [Sheng, 96] en considérant une analyse bidimensionnelle de la modulation de la base. Ce modèle donne de très bons résultats mais nécessite l'extraction d'une centaine de paramètres et sa gestion est difficile.

- *Les modèles semi mathématiques* ; ils combinent des modèles existants avec des équations basées sur la physique des semi-conducteurs. Ils sont en général composés de modèles de transistors MOSFET et bipolaires simples augmentés d'un ou plusieurs éléments permettant une meilleure description de certains effets. L'accent est en général donné vers une meilleure représentation des capacités non linéaires grille-emetteur et grille-collecteur du transistor MOSFET [Protiwa, 96] ou de la queue de courant au déclenchement, comme dans le modèle développé par [Musumeci, 96] pour le logiciel PSpice et dont le circuit équivalent est fourni en figure 28.

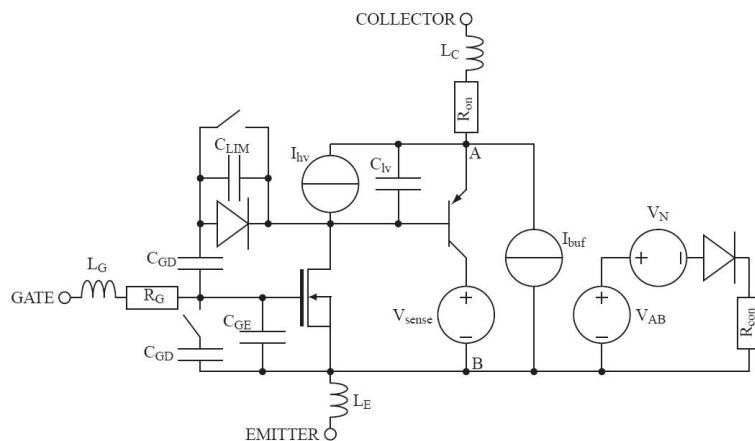


Fig 28. Circuit équivalent d'un transistor IGBT selon S. Musumeci [Musumeci, 96]

- *Les modèles comportementaux* ; des éléments simples tels que des résistances, des sources de courants, et des capacités sont adaptés à partir d'une base de données contenant des valeurs de paramètres pour divers points de fonctionnement

[Tzou, 93] ou à partir d'extrapolation mathématiques [Hsu, 96]. On remarquera que l'interrupteur idéal fait partie de cette catégorie.

- *Les modèles numériques* ; les dopages sont représentés en deux ou trois dimensions et traités par un simulateur dédié utilisant les équations de base de la physique des semi-conducteurs sur un certain nombre de nœuds (éléments finis).
- *Les modèles semi numériques* ; ils contiennent une représentation par éléments finis de la base alors que les autres parties de l'éléments sont simulé par d'autres méthodes.

Dans [Sheng, 00], on retrouve un état de l'art des modèles d'IGBT développé entre 1985 et 1998, leur nature (mathématique, semi-numérique...), leur complexité, le simulateur utilisé et quelques commentaires associés.

Dans ce travail de recherche, nous souhaitons améliorer la connaissance du comportement dynamique des modules IGBT dans leur aire de sécurité. Nous voulons pour cela établir des modèles comportementaux traduisant la surtension et la vitesse de commutation au blocage de l'IGBT, performances jugées critiques pour le module.

N'ayant pas suivi un parcours orienté vers l'électronique et a fortiori vers l'électronique de puissance, nous avons opté pour une méthode de modélisation basée sur l'expérimentation et plus précisément sur la méthode des plans d'expériences. L'application de cette méthode permet d'établir des modèles quadratiques qui, de l'avis des experts IGBT d'ALSTOM Transport, permettront de traduire correctement les performances étudiées.

L'objectif visé par ce travail est donc la mise en place de modèles quadratiques de surtension et de vitesse de commutation par application des méthodes de plans d'expériences.

## 4. Conclusion du chapitre I

Nous avons commencé ce premier chapitre en présentant les deux principaux représentants de la famille des transistors avant d'aborder l'IGBT, Transistor Bipolaire à Grille Isolée sur lequel porte notre étude. Le blocage de l'IGBT est plus précisément ce qui nous intéresse ici ainsi que les limites de fonctionnements définies par une aire de sécurité appelée RBSOA (Reverse Bias Safe Operating Area). Outre les phénomènes rencontrés en cas de dépassement de cette aire de sécurité, les mécanismes de dégradation, résultant du stress subi par le module lors de son fonctionnement ont également été répertoriés dans ce chapitre. Enfin, les différentes natures de modèle d'IGBT existant ont été présentées.

La problématique de cette thèse réside dans l'amélioration de la connaissance du comportement d'un module IGBT utilisé en traction ferroviaire au sein de son aire de sécurité (RBSOA). C'est sur cette aire de sécurité que se base la conception des onduleurs de traction fabriqués par Alstom Transport. Pour améliorer cette connaissance, nous chercherons à établir des modèles comportementaux de modules IGBT 3,3kV, utilisés en traction ferroviaire, à l'intérieur de leur aire de sécurité. L'objectif recherché derrière le développement de la connaissance du comportement dynamique des modules réside dans l'amélioration de leur robustesse en commutation, cause principale des défaillances observées sur les onduleurs.

Plus précisément, ce sont la surtension et la vitesse de commutation au blocage de l'IGBT qui ont été choisies pour symboliser les performances du module présentant un seuil critique pouvant l'affecter. Ces deux performances sont associées à la tension, principal contributeur du stress subi par le composant lors de son fonctionnement. Ce sont donc ces performances que nous allons modéliser.

L'hypothèse retenue concernant ces modèles est qu'une forme quadratique permettra de traduire correctement ces performances. L'obtention de ces modèles se fera par l'application des méthodes de plans d'expériences. Ces méthodes, pouvant être décrites comme un ensemble raisonné d'essais permettent, par l'analyse de résultats d'expérimentation, d'obtenir des modèles polynomiaux du second degré. Les facteurs utilisés dans les modèles seront ceux jugés influents parmi les paramètres présents lors de la conception de l'onduleur comme présenté dans le deuxième chapitre dédié aux plans d'expériences utilisés pour les études de criblage.

## Références du chapitre I

- [Aloïsi, 01] J. Aloïsi, *“Les semiconducteurs de puissance – De la physique du solide aux applications”*, Ellipses, 2001.
- [Azzopardi, 03] S. Azzopardi, E. Woïgard, J.-M. Vinassa, O. Briat, C. Zardini, *“IGBT power modules thermal characterization: what is the optimum between a low current - high voltage or a high current - low voltage test condition for the same electrical power?”*, *Microelectronics Reliability* 43, p.1901-1906, 2003.
- [Baliga, 84] B.J. Baliga, M.S. Adler, R.P. Love, P.V. Gray, M.S. Zommer, *“The insulated gate transistor, a new three-terminal-MOS-controlled bipolar power device”*, *IEEE Trans. Electron. Devices*, vol. 31, pp. 821-828, 1984.
- [Baliga, 87] B.J. Baliga, *“Modern power devices”*, New York, John Wiley & Sons, 1987.
- [Baudesson, 00] Philippe Baudesson, *“Sûreté de fonctionnement, reconfiguration et marches dégradées des onduleurs multiniveaux à IGBT”*, thèse de l'INPT, 2000.
- [Blot, 95] J. Blot, *“Les transistors–Eléments d'intégration des circuits analogiques”*, Dunod, 1995.
- [Breit, 02] F. Breit, E. Dutarde, J. Saiz, T. Lebey, D. Malec, S. Dinculescu, *“Partial discharge detection in power modules”*, *IEEE PESC*, 2002.
- [Cand, 86] M. Cand, E. Demoulin, J.-L. Laroy, D. Senn, *“Conception des circuits intégrés MOS”*, Eyrolles & CNET-ENST, 1986.
- [Carubelli, 03] S. Carubelli, *“Contribution à l'identification et à l'estimation des contraintes de fatigue thermique des convertisseurs intégrés pour la traction électrique”*, thèse de l'UHPN, 2003.

- [Chatelain, 79] J.D. Chatelain, "Dispositifs à semiconducteurs", Dunod, 1979.
- [Ciappa, 02] M. Ciappa, "Selected failure mechanisms of modern power modules", Microelectronics Reliability 42, p. 653-667, 2002.
- [Ciappa, 94] M. Ciappa, "Package reliability in microelectronics : a review", Proceeding of International Workshop on Electronics and Detector Cooling, WELDEC, Vol. 1, pp 133-149, 1994.
- [Ciappa, 96] M. Ciappa, P. Malberti, "Plastic Strain of aluminium interconnection during pulsed operation of IGBT multichip modules", Qual. Reliab Eng Int, Vol 12, pp. 297-303, 1996.
- [Duong, 97] Viet-Son Duong, "Etude de l'intégration d'une protection par fusible dans les convertisseurs à IGBT", Thèse de l'INPG, Grenoble, 1997.
- [Farokhzad, 96] B. Farokhzad, P. Türkes, E. Wolfgang, K. Goser, "Reliability indicator for lift-off of bond wires in IGBT power modules", Microelectronics reliability, Vol 36, N° 11/12, pp. 1863-1866, 1996.
- [Findeisen, 98] C. Findeisen, E. Herr, M. Schenkel, H.R. Zeller, "Extrapolation of cosmic ray induced failures from test to field conditions for IGBT modules", ESREF 98: Copenhagen, Vol 38, N° 6-8, pp. 1335-1339, 1998.
- [Garry, 90] W.J. Garry, R.H. Seilh, T.A. Jennings, "Reliability analysis/assessment of advanced technologies", Final Technical report, 1990.
- [Hamidi, 99] A. Hamidi, N. Beck, K. Thomas, E. Herr, "Reliability and lifetime evaluation of different wire bonding technologies for high power IGBT modules", Microelectronics Reliability 39, pp.1153-1158, 1999.
- [Hefner, 94] A.R. Hefner, "An experimentally verified IGBT model implemented in the Saber circuit simulator", IEEE transaction on Power Electronics, 1994.
- [Herr, 97] E. Herr, T. Frey, R. Schlegel, A. Struck, R. Zehringer, "Substrate-to-substrate solder joint reliability in high power IGBT modules", Microelectronics reliability, Vol 37, N° 10/11, pp. 1719-1722, 1997.
- [Hsu, 96] T.S. Hsu, "Behavioural modeling of the IGBT using the Hammerstein configuration", IEEE transaction on Power Electronics, 1996.
- [IEC270, 81] "Partial discharge measurements", Norme IEC, 1981.
- [Iwamoto, 99] H. Iwamoto, M. Tabata, H. Takahashi, N. Wheeler, E. Thal, "A new 1200V PT IGBT Module using Trench Gate structure and Local Life Time Control", EPE, Lausanne, 1999.
- [Iwamoto, 01] H. Iwamoto, H. Kondo, Y. Yu, A. Kawakami, M. Nakaoka, "Turn-off behaviour of epitaxial planar and trench gate IGBTs and nonepitaxial planar gate IGBT under hard and soft switchings" IEE Proceedings Electric Power Applications, vol. 148, N°5, 2001.

- [Jensen, 95] F. Jensen, “*Electronic component reliability*”, Wiley, 1995.
- [Lefebvre, 04] S. Lefebvre, F. Miserey, “*Composants à semi-conducteur pour l’électronique de puissance*”, Tech & Doc, 2004.
- [Leturcq, 99] P. Leturcq, “*Physique des semi-conducteurs de puissance, propriétés électroniques du silicium*”, Techniques de l’ingénieur, D 3102, 1999.
- [Lilienfeld, 33] Brevet U.S. 1900018, 7 mars 1933.
- [Mathieu, 01] H. Mathieu, “*Physique des semi-conducteurs et des composants électroniques*”, Dunod, 2001.
- [Mehrotra, 99] Mehrotra, V.; Jun He; Dadkhah, M.S.; Rugg, K.; Shaw, M.C., “*Wirebond reliability in IGBT-power modules: application of high resolution strain and temperature mapping*”, Power Semiconductor Devices and ICs, 1999. ISPSD '99. Proceedings., The 11th International Symposium, pp. 113 – 116, 1999.
- [Mitic, 99] G. Mitic, R. Beinert, P. Klofac, H.J. Schultz, G. Lefranc, “*Reliability of AlN substrates and their solder joints in IGBT power module*”, Microelectronics reliability, Vol. 39, pp. 1159-1164, 1999.
- [Musumeci, 96] S. Musumeci, “*PT-IGBT model with new parameters extraction for lifetime and Epy dependent behaviour simulation*”, 27th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1996.
- [Petraça, 99] C. Petrarca, B. Cascone, L. Fratelli, M. Vitelli, “*Partial discharge diagnostics on 3.3 kV, 1.2 kA IGBT modules*”, High Voltage Engineering, Eleventh International Symposium on, Vol 4, pp. 324 – 327, 1999.
- [Protiwa, 96] F.F. Protiwa, “*New IGBT model for PSpice*”, Electronics Letters, Vol 32 N° 25, 1996.
- [Rammingner, 98] S. Rammingner, P. Türkes and G. Wachutka, “*Crack mechanism in wire bonding joints*”, Microelectronics Reliability, Volume 38, Issues 6-8, pp. 1301-1305, 1998.
- [Russel, 95] J.P. Russel, “*The COMFET – A new high conductance MOS-gated device*”, IEEE Electronic Device Lett, vol. 38, N°3, pp. 561-566, 1995.
- [Schafft, 72] Schafft H., “*Testing and fabrication of wire bonds electrical connections – A comprehensive survey*”, National Bureau of Standards, Technical Note, Vol. 726, pp. 106-109, 1972.
- [Schütze, 98] T. Schütze, H. Berg, M. Hierholzer, “*Further improvement in the reliability of IGBT module*”, IEEE IAS, 1998.
- [Shammas, 95] N.Y.A. Shammas, Munaf Rahimo, P.T. Hoban, “*Effects of temperature, forward current, and commutating di/dt on the reverse recovery behaviour of fast power diodes*”, EPE'95, Seville, Vol 1, pp. 1577-1582, 1995.

- [Sheng, 96] K. Sheng, “*A new analytical IGBT model with Improved Electrical Characteristics*” IEEE transaction on Power Electronics and Application, 1996.
- [Sheng, 00] K. Sheng, B.W. Williams, S.J. Finney, “*A review of IGBT models*”, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol 15, Issue 6, pp 1250-1266, 2000.
- [Thebaud, 00] J.-M. Thebaud, E. Woirgard, C. Zardini, K.-H. Sommer, “*Thermal fatigue resistance evaluation of solder joints in IGBT power modules for traction applications*”, PESC Record - IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference, pp. 1285 – 1290, 2000.
- [Tzou, 93] J.T. Tzou, “*Practical Spice macro model for IGBT*”, IECON Proceeding, 1993.
- [Vallon, 03] J. Vallon, “*Introduction à l’étude de la fiabilité des cellules de commutation à IGBT sous fortes contraintes*”, these de l’INPT, 2003.
- [Wondrak, 99] W. Wondrak, “*Physical limits and lifetime limitations of semi conductor devices at high temperature*”, Microelectronic Reliability, Vol 39, issue 6-7, pp.1113-1120, 1999.

## Chapitre II : Les plans d'expériences, Etude de criblage





## 1. Introduction à la méthode des plans d'expériences

Le premier chapitre de cette thèse a permis de présenter l'IGBT, transistor sur lequel porte ce travail de recherche. L'objectif exposé dans ce premier chapitre réside dans la modélisation de deux performances ayant lieu lors du blocage d'un IGBT utilisé en traction ferroviaire. Ces deux performances sont la surtension et la vitesse de commutation. Pour effectuer cette modélisation nous avons opté pour une méthode empirique, celle des plans d'expériences. Les second et troisième chapitres traiteront de cette méthode et présenteront leur application à notre cas d'étude.

La méthode des plans d'expériences (MPE) cherche à déterminer une relation entre 2 types de grandeurs :

- La réponse : qui correspond à la grandeur physique étudiée ;
- Les facteurs : qui correspondent aux grandeurs physiques modifiables par l'expérimentateur et sensées influencer sur les variations de la réponse.

La construction d'un plan d'expériences consiste à extraire du domaine expérimental, un nombre suffisant  $N$  de combinaisons particulières afin d'estimer, avec une incertitude à la fois minimale mais aussi homogène, les  $p$  inconnues du modèle (additif ou polynomial) tout en respectant au mieux les contraintes techniques et économiques de l'étude.

La méthode des plans d'expériences peut être utilisée dans deux types d'investigations :

- Les études de criblage ou screening,
- Les études de surface de réponse (MSR).

La technique du screening permet de déterminer, parmi les facteurs recensés par l'expérimentateur, ceux qui ont une influence statistiquement non négligeable sur les variations de la réponse. On procède ainsi implicitement à une simplification du problème. On recherche *pourquoi* la réponse varie (en fonction de quels facteurs). En plus des facteurs influents il est également possible d'identifier les interactions de facteurs qui auront une influence significative sur la réponse. Ce sera l'objet de ce second chapitre.

Dans une application de la méthodologie de surface de réponse (MSR), les variations de la réponse sont calculées en fonction des facteurs et interactions précédemment jugés influents. Cette étude est davantage quantitative, le but étant de déterminer *comment* la réponse varie. La présentation et l'application de cette méthode se feront dans le troisième chapitre.

Une dépendance fondamentale existe entre l'objectif recherché (screening ou MSR) et la définition du plan d'expériences. Cependant, dans les deux cas, les étapes de la démarche se déroulent dans un ordre similaire à savoir :

- Définition des objectifs et des réponses,
- Choix d'une stratégie expérimentale,
- Définition des facteurs,
- Définition du domaine expérimental,

- Définition du modèle empirique,
- Construction du plan d'expériences,
- Expérimentation,
- Analyse globale des résultats d'essais,
- Analyse mathématique des résultats d'essais,
- Analyse statistique du modèle,
- Analyse graphique du modèle,
- Validation du modèle et des informations obtenues.

Nous cherchons dans ce travail à traduire la surtension et la vitesse de commutation présentes au blocage des IGBT à travers des modèles quadratiques. Pour cela nous utiliserons la méthode des plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses qui nous permettra d'obtenir des modèles de la forme suivante [Goupy, 99] :

$$\eta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i + \sum_{i=1}^k \alpha_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \alpha_{ij} x_i x_j \quad (2.1)$$

Dans lequel,  $\alpha$  représente les coefficients du modèle à identifier ( $\alpha_0$  la constante,  $\alpha_i$  les coefficients associés aux facteurs,  $\alpha_{ii}$  les coefficients associés aux termes quadratiques et  $\alpha_{ij}$  les coefficients associés aux interactions d'ordre 1),  $k$  désigne le nombre de facteurs  $x_i$  pris en considération dans le modèle.

Comme nous le verrons au chapitre III consacré aux plans pour l'étude des surfaces de réponse, ces plans nécessitent un nombre important d'essais. Ce nombre d'essais doit être au moins égale au nombre  $p$  de coefficients à déterminer dans le modèle. Cependant, ce nombre  $p$  est étroitement lié au nombre  $k$  de facteurs présent dans le modèle comme nous l'indique la formule du calcul de  $p$  dans le cas d'un modèle d'ordre 2 :

$$p = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \quad (2.2)$$

Rappelons que dans le contexte industriel qui englobe cette thèse en contrat CIFRE au sein de la société Alstom Transport de Tarbes, il est important de minimiser les dépenses et donc dans notre cas, le nombre d'essais sans pour autant perdre en efficacité.

On comprend alors mieux la nécessité d'identifier les facteurs ayant une influence statistiquement significative sur nos réponses avant de chercher à établir ces modèles. Les études de criblage répondent à ce besoin et font l'objet de ce deuxième chapitre.

Ce second chapitre sera construit de la manière suivante : un rapide historique reviendra sur l'évolution au cours du temps des méthodes de plans d'expériences pour étude de criblage. Une deuxième partie décrira ensuite de manière théorique le contenu des 12 étapes présentes dans une étude de criblage par plans d'expériences. Enfin, les 12 étapes de cette méthode seront appliquées à notre étude des modules IGBT.

Un certain nombre de termes de vocabulaire couramment utilisés dans une étude par plan d'expériences [ISO 3534-3, 98] est donné en annexe 1.

## 2. Historique des plans de criblage

On peut représenter l'évolution des méthodes de plan d'expériences pour l'étude des effets des facteurs (études de criblage) par la figure 1 :

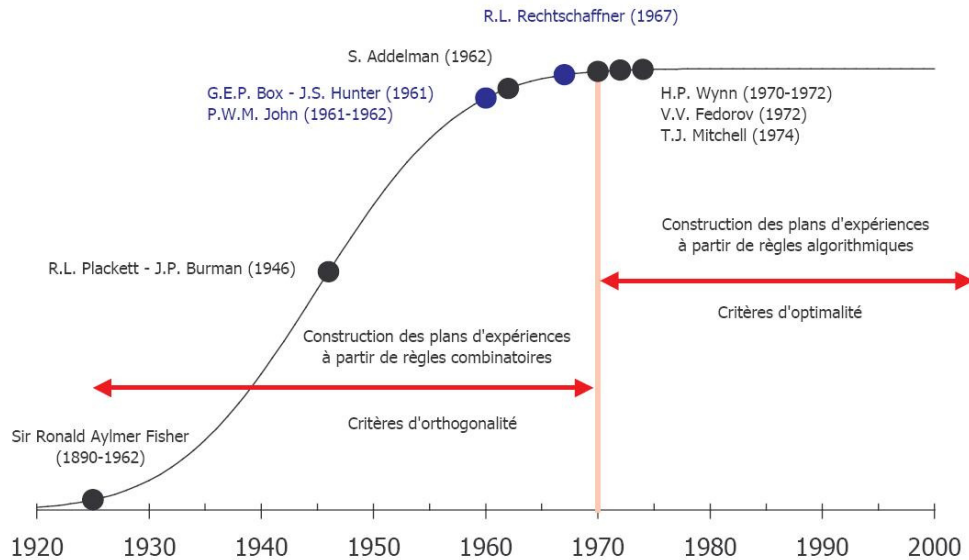


Fig 1. Evolution des techniques de criblage [Louvet, 06]

Le père fondateur des plans d'expériences est le britannique Sir Ronald Aylmer Fisher (1890-1962). Les dispositifs d'expérimentations qu'il proposa permettent hélas de ne prendre en considération que peu de facteurs qui, de plus, doivent posséder un même nombre de modalité [Fisher, 25], [Fisher, 35]. La taille du plan d'expériences correspond alors au carré du nombre de modalités et le modèle sous-jacent est un modèle additif sans interactions. Ces plans sont les plans en carré gréco-latin. On peut citer par exemple le plan en carré gréco-latin destiné à l'étude des effets de 4 facteurs à 3 modalités nécessitant 9 essais.

Sir Ronald Aylmer Fisher, professeur de mathématiques, développa et utilisa les plans en carré gréco-latin à la station agronomique de Rothamsted, près de Londres, dès 1924. Il fut rejoint un peu plus tard par Franck Yates (1902-1994), plus connu pour les notations qu'il proposa pour l'étude des plans factoriels.

Le nombre de dispositifs expérimentaux proposés par Fisher est faible, cependant il a introduit des notions fondamentales dans l'organisation d'une expérimentation, afin de minimiser les incertitudes. Il s'agit des techniques de création de blocs homogènes, de randomisation à l'intérieur des blocs et de répétitions.

C'est en 1946 qu'une nouvelle famille de plans d'expériences apparaît. Ces nouveaux plans permettent l'étude d'un grand nombre de facteurs auxquelles on affecte 2 modalités et respectent les règles d'orthogonalité ce qui facilite l'analyse des résultats d'essais. Il s'agit des plans proposés par R.L. Plackett et J.P. Burman auxquels on associe immédiatement les problèmes de criblage [Plackett, 46]. La taille des plans de ce type est égale au multiple de 4 directement supérieur au nombre d'inconnues du modèle additif sans interactions.

En 1961, G.E.P. Box et J.S. Hunter montrent qu'il est possible de préciser l'effet d'un facteur à l'aide d'interactions en ne réalisant qu'une fraction régulière du plan factoriel complet. Ils créent ainsi les méthodes de construction et d'analyse des plans factorielles fractionnaires, notés  $2^{k-p}$  dans [Box, 62].

Toutefois, une fraction d'un plan complet reste encore une puissance de 2 et peut occasionner un grand nombre d'essais à réaliser. En 1962, pour estimer les interactions en présence de 4 facteurs, P.J.M. John propose de ne réaliser que les  $\frac{3}{4}$  du plan complet soit 12 essais [John, 62]. Malheureusement cette méthode n'est pas suffisamment généralisable.

Les dispositifs expérimentaux cités ci-dessus sont tous symétriques. C'est en 1962 que S. Addelman [Addelman, 62] a proposé des dispositifs asymétriques respectant des règles d'orthogonalité, marquant ainsi la fin des grands développements associés à la construction des plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs à partir de règles combinatoires.

En 1967, R.L. Rechtschaffner propose dans son article [Rechtschaffner, 67] une méthode de construction de matrices d'expériences par permutation circulaire, permettant d'estimer les interactions à partir d'un nombre d'expériences distinctes rigoureusement identique au nombre d'inconnues du modèle empirique (plan saturé).

Enfin, il n'est pas envisageable de parler des plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs sans évoquer Genichi Taguchi. Les dispositifs expérimentaux proposés par Taguchi ne sont pas originaux, ils reprennent les travaux antérieurs en les présentant de façon pragmatique [Taguchi, 87]. Mais Taguchi va plus au-delà de simples matrices d'expériences rendues prêtes à l'emploi, en proposant une méthode qui donnera naissance à l'ingénierie robuste. Pour Taguchi, la mise en œuvre d'un plan d'expériences doit permettre la minimisation du coût de la non-qualité, traduite par le ratio Signal/Bruit, notion introduite en 1962.

Les dernières évolutions des plans d'expériences concernent les plans optimaux. Les méthodes d'optimisation permettent aux expérimentateurs de construire une matrice d'expériences « à la carte ». Cette technique permet d'outrepasser les limites des plans traditionnels, en particulier en laissant la possibilité d'affecter à chaque facteur un nombre spécifique de modalités et en permettant de ne choisir que certaines interactions à mettre dans le modèle additif.

Les plans optimaux doivent beaucoup au progrès de l'informatique qui a permis un interfaçage convivial des algorithmes d'échange proposés dans les années 70. Ces algorithmes optimisent des critères algébriques définis quelques 10 années auparavant par J. Kiefer et J. Wolfowitz [Kiefer, 59].

### **3. Méthode de criblage ou Screening**

La première famille de problèmes auxquels les plans d'expériences peuvent apporter une aide concerne les plans dits de criblage ou screening. Ces plans concernent la compréhension de l'effet des facteurs qui affectent le processus.

Pour illustrer la technique du screening, nous pouvons nous référer à [Srinivasaiah, 04] dans lequel l'auteur utilise un plan en 28 essais, proposé par Plackett et Burman et identifie 10 facteurs ayant une influence significative sur le comportement du CMOS (Complementary

Metal Oxide Semi-conductor) étudié parmi un ensemble de 21 facteurs potentiellement influents. Le but de cette phase d'identification est, tout comme dans notre cas, de limiter le nombre de facteur en vue d'une étude de surface de réponse.

Nous allons maintenant revenir sur le contenu des 12 étapes citées dans le premier paragraphe dans le cas d'une étude de criblage avant de les appliquer à notre cas.

### **3.1. Définition de l'objectif et de la/des réponse(s)**

Nous avons vu dans l'introduction de ce chapitre que les plans d'expériences peuvent répondre à deux sortes de problèmes et que la construction du plan dépend étroitement de l'objectif visé. Il est donc capital de définir l'objectif de l'étude ainsi que la réponse observée de façon précise.

#### **3.1.1. Définition de l'objectif de l'étude**

Il s'agit ici de la première étape de la démarche méthodologique qui consiste à bien décrire le problème et en particulier à clairement préciser ce qu'on attend de la campagne expérimentale.

Voici quelques voies d'investigation pour lesquelles les plans d'expériences de criblage peuvent s'appliquer :

- Hiérarchiser les conséquences des changements de modalité des facteurs sur une variable réponse et identifier ainsi les facteurs ayant une influence significative sur cette réponse, comme ce sera le cas dans notre étude.
- Estimer les effets moyens des facteurs avec une incertitude minimale.
- Préciser les effets moyens des facteurs par des interactions.
- Proposer une orientation de réglage pour un processus.
- Mettre en œuvre l'ingénierie robuste.

Il est également nécessaire de définir la/les réponses observées lors de l'expérimentation.

#### **3.1.2. Définition de la/les réponse(s) caractérisant l'objectif**

L'estimation et la comparaison des effets des facteurs s'appuient sur l'analyse de résultats d'essais qui représentent les valeurs particulières de grandeurs que la terminologie des plans d'expériences appelle des réponses. Les modifications des réglages de tout processus conduisent à l'observation des variations d'une ou plusieurs réponses.

Les réponses d'une étude correspondent à des traductions métrologiques des besoins industriels. Il est important de mener une réflexion approfondie sur le choix, la définition et les méthodes d'obtention des réponses.

Les réponses doivent être de nature quantitative afin de permettre l'utilisation de méthodes d'analyses statistiques telles que l'analyse de la variance ou de régression dont les hypothèses sont généralement admises lors de la mise en œuvre d'un plan d'expériences.

Les réponses quantitatives peuvent être de deux types :

- Discrètes, si la valeur de la réponse appartient à l'ensemble des entiers naturels. C'est le cas par exemple pour une étude portant sur le nombre de soufflures observées suite à une soudure laser présentée dans [Louvet, 06].
- Continue, si la valeur de la réponse appartient à l'ensemble des nombres réels. C'est le cas de la majorité des études basées sur les méthodes de plan d'expériences. Pour un réglage donné des facteurs, les valeurs de la réponse obéissent à une variable aléatoire dont il n'est pas nécessaire de connaître systématiquement la distribution.

Dans notre application, nous observerons deux réponses de type continu sur lesquelles nous reviendrons dans la partie applicative de ce chapitre.

### **3.2. Choix d'une stratégie expérimentale**

Choisir une stratégie expérimentale consiste à évoquer la/les méthodes à mettre en œuvre afin d'apporter des éléments de réponse aux questions que se posent les expérimentateurs.

Parmi les différentes solutions envisageables, il est possible d'évoquer l'analyse de données existantes, l'étude d'un facteur à la fois et le recours à un modèle empirique pour la recherche d'éléments d'information. Notre choix se tournera naturellement vers cette dernière option et l'utilisation d'un plan de criblage pour y parvenir.

Les plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs constituent la méthode qui semble s'imposer, dès lors qu'il est impossible, pour des raisons souvent matérielles, de réaliser un plan complet c'est-à-dire l'ensemble des combinaisons des modalités des facteurs.

Lorsqu'on décide d'estimer et de comparer les effets des facteurs, il faut rendre les comparaisons les plus équitables possible de façon à uniformiser et à minimiser les incertitudes qui affectent les inconnues du problème.

Quand le nombre de facteurs et de modalités augmente, il n'est plus possible de concevoir de manière intuitive, une stratégie expérimentale qui permette d'atteindre de façon rationnelle les objectifs fixés. Il faut alors remplacer la stratégie qui consiste à ne faire varier qu'un seul facteur à la fois par un plan d'expériences pour l'étude des effets des facteurs. On choisit dans ce cas de s'appuyer sur un modèle additif avec ou sans interactions pour traduire la/les réponse(s) observée(s).

### **3.3. Définition des facteurs**

Après avoir précisé les objectifs d'une étude et les réponses les caractérisant, il est nécessaire de définir les facteurs, c'est-à-dire les variables sur lesquelles l'expérimentateur va agir de manière à créer une variation de la/les réponse(s), qui sera restituée au travers d'un modèle.

Un diagramme d'Ishikawa [Ishikawa, 96] ou un P-Diagramme permet de compiler l'ensemble des facteurs présents dans une étude et de les présenter dans un même graphique. Il peut également être utile de préciser pour chaque facteur les difficultés que représente le

changement de son niveau. En effet, lors du choix de la matrice d'expériences cela permettra d'éviter d'avoir à modifier à chaque expérimentation, un facteur difficilement modifiable.

Une étude par plan d'expériences peut mettre en jeu des facteurs de toute nature (qualitative, quantitative, temporelle). Cependant, lorsque l'objectif d'une étude est d'estimer puis de comparer les effets des facteurs, la stratégie expérimentale conduit à postuler à un modèle additif, préalablement à la construction d'un plan d'expériences adapté à l'objectif. En conséquence de quoi et d'après la définition de l'effet d'un facteur, tous les paramètres de réglage mis en œuvre au cours du plan d'expériences seront considérés comme étant des variables quantitatives, auxquelles on associe au moins deux états distincts appelés modalités.

Le nombre de facteurs indépendants utilisé dans l'étude est noté  $k$  et le nombre de modalité est noté  $m_i$  pour chaque facteur qualitatif  $i$ .

Le passage du plan d'expérimentation, composé des valeurs utilisées pour les différents facteurs lors des essais, à la matrice d'expérience  $\xi_N$ , composée des diverses modalités des facteurs s'illustre avec l'exemple d'une table  $L_4$  à trois facteurs (plan en carré gréco-latin) présenté dans la table 1 :

| Plan d'expérimentation |             |          |        |
|------------------------|-------------|----------|--------|
| essais                 | Température | Pression | Couple |
| 1                      | 25°C        | 1 MPa    | 5 Nm   |
| 2                      | 25°C        | 3 MPa    | 10 Nm  |
| 3                      | 70°C        | 1 MPa    | 10 Nm  |
| 4                      | 70°C        | 3 MPa    | 5 Nm   |

| Matrice d'expériences $\xi_N$ |    |    |    |
|-------------------------------|----|----|----|
| essais                        | X1 | X2 | X3 |
| 1                             | A  | A  | A  |
| 2                             | A  | B  | B  |
| 3                             | B  | A  | B  |
| 4                             | B  | B  | A  |

Table 1 Passage du plan d'expérimentation à la matrice d'expériences

Il ne s'agit là que de remplacer les valeurs réelles des niveaux des facteurs par les modalités A, B, ... Il est également courant de voir les modalités A, B de la matrice d'expériences remplacées par les modalités +/- notamment dans les plans du type Rechtschaffner [Rechtschaffner, 67] utilisés pour l'étude des interactions lorsque les facteurs ne prennent que 2 modalités.

Comme nous le montre l'exemple de la table 1, la matrice d'expérience ( $\xi_N$ ) est une entité mathématique présentée sous forme de tableau comportant autant de colonnes que de facteurs ( $k$  ici égal à 3) et autant de lignes que de combinaisons ( $N$  ici égal à 4) de modalités retenues dans le plan d'expériences.

Il est maintenant nécessaire de passer de la matrice d'expérience ( $\xi_N$ ) à la matrice du modèle. La matrice du modèle est notée  $X$ , c'est une matrice comportant autant de colonnes que d'inconnues dans le modèle ( $p$ ) et autant de lignes que la matrice d'expériences ( $N$ ). La matrice du modèle permet la construction de nombreuses matrices dont les invariants ou les éléments permettent d'estimer la qualité de la matrice d'expérience retenue. On citera par exemple la matrice d'information définie par :

$$\text{Matrice d'information} = ({}^tXX) \tag{2.3}$$

Pour passer de la matrice d'expériences à la matrice du modèle, un codage des modalités des facteurs est nécessaire.

Peu d'ouvrages présentent les relations de codage utilisées dans les logiciels dédiés à la construction des plans d'expériences pour les études de criblage. Dans [Louvet, 06], on trouve explicitées les 2 relations de codage utilisées pour les études de criblage qui sont définies dans les paragraphes 3.3.1 et 3.3.2.

### 3.3.1. Codage associé aux modèles additifs sans interaction

Pour cette première relation de codage, le nombre de colonnes du tableau disjonctif complet est égal à la somme du nombre de modalités affectées à chacun des facteurs. Cette relation est utilisée et commentée dans [Dagnelie, 97].

$$\text{Nombre de colonnes du tableau disjonctif complet} = \sum_{i=1}^k m_i \quad (2.4)$$

Rappelons que  $k$  est le nombre de facteurs et  $m_i$  le nombre de modalités associées au facteur  $i$ .

On illustre cette relation avec le plan proposé par Ronald Aylmer Fisher et repris par Genichi Taguchi sous la notation  $L_9(3^4)$  dans la table 2 :

|   | A  | B  | C  | D  |
|---|----|----|----|----|
| 1 | A1 | B1 | C1 | D1 |
| 2 | A1 | B2 | C2 | D2 |
| 3 | A1 | B3 | C3 | D3 |
| 4 | A2 | B1 | C2 | D3 |
| 5 | A2 | B2 | C3 | D1 |
| 6 | A2 | B3 | C1 | D2 |
| 7 | A3 | B1 | C3 | D2 |
| 8 | A3 | B2 | C1 | D3 |
| 9 | A3 | B3 | C2 | D1 |

Table 2 Table  $L_9(3^4)$  non codée

On attribue une colonne à chacune des modalités de chacun des facteurs. Cette matrice d'expérience donne après codage la table 3 :

|   | A1 | A2 | A3 | B1 | B2 | B3 | C1 | C2 | C3 | D1 | D2 | D3 |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  |
| 2 | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  |
| 3 | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  |
| 4 | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  |
| 5 | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  |
| 6 | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  |
| 7 | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  |
| 8 | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  |
| 9 | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 1  | 0  | 0  |

Table 3 Table  $L_9(3^4)$  codée

On définit alors un état de référence, c'est-à-dire une combinaison particulière des modalités des facteurs. Cet état de référence est souvent défini arbitrairement dans les



logiciels comme la combinaison des dernières modalités de chacun des facteurs. Dans le cas présent, l'état de référence serait donc défini à partir de la combinaison :

$$\text{Etat de référence} = A_3B_3C_3D_3 \quad (2.5)$$

La matrice du modèle se compose d'une première colonne composée exclusivement de 1. Cette colonne servira au calcul de la constante du modèle. Les colonnes suivantes proviennent de la table codée, en supprimant dans ce dernier les colonnes correspondant aux modalités de références. On obtient ainsi les  $p$  colonnes de la matrice du modèle associée chacune à une inconnue du modèle.

Dans l'exemple de la table  $L_9(3^4)$ , on obtient la matrice de la table 4 issue de la table codée présentée en table 3 à laquelle on ôte les colonnes relatives aux modalités A3, B3, C3 et D3, associés à l'état de référence et on ajoute une première colonne composée exclusivement de 1 :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Table 4 Matrice du modèle

### 3.3.2. Codage associé aux modèles additifs avec ou sans interactions

Il existe une deuxième relation de codage, définie par [Eriksson, 00], qui offre l'avantage d'être facilement applicable au problème d'estimation des interactions d'ordre 1. Cette relation consiste à coder chaque colonne de la matrice d'expériences en  $(m_i-1)$  colonnes comme le montre la table 5 :

|                | Facteur A |
|----------------|-----------|
| m <sub>1</sub> | A1        |
| m <sub>2</sub> | A2        |
| m <sub>3</sub> | A3        |

|                | x(A2) | x(A3) |
|----------------|-------|-------|
| m <sub>1</sub> | -1    | -1    |
| m <sub>2</sub> | 1     | 0     |
| m <sub>3</sub> | 0     | 1     |

Table 5 Codage d'un facteur A

En reprenant l'exemple du plan en carré gréco-latin  $L_9(3^4)$  de la table 2, ce codage donne les résultats de la table 6 :

|   | x(A2) | x(A3) | x(B2) | x(B3) | x(C2) | x(C3) | x(D2) | x(D3) |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | -1    | -1    | -1    | -1    | -1    | -1    | -1    | -1    |
| 2 | -1    | -1    | 1     | 0     | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 3 | -1    | -1    | 0     | 1     | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 4 | 1     | 0     | -1    | -1    | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 5 | 1     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | -1    | -1    |
| 6 | 1     | 0     | 0     | 1     | -1    | -1    | 1     | 0     |
| 7 | 0     | 1     | -1    | -1    | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 8 | 0     | 1     | 1     | 0     | -1    | -1    | 0     | 1     |
| 9 | 0     | 1     | 0     | 1     | 1     | 0     | -1    | -1    |

Table 6 Table  $L_9(3^4)$  codée

La matrice du modèle s'écrit alors en ajoutant à la table 7 une colonne contenant exclusivement la valeur 1, correspondant au calcul de la constante du modèle, soit la matrice de la table 8 :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Table 7 Matrice du modèle

Cette relation permet notamment de retrouver la notation +1/-1 souvent rencontrée lors de l'utilisation des plans d'expériences mettant en jeu 2 modalités par facteurs, comme le montre l'exemple de la table 8 :

| essais | A  | B  | C  |
|--------|----|----|----|
| 1      | A1 | B1 | C1 |
| 2      | A2 | B1 | C2 |
| 3      | A1 | B2 | C2 |
| 4      | A2 | B2 | C1 |

(a) Table non codée

| essais | x(A2) | x(B2) | x(C2) |
|--------|-------|-------|-------|
| 1      | -1    | -1    | -1    |
| 2      | 1     | -1    | 1     |
| 3      | -1    | 1     | 1     |
| 4      | 1     | 1     | -1    |

(b) Table codée

Table 8 Exemple de codage

Lorsqu'on décide de préciser l'effet moyen d'un premier facteur en fonction des modalités d'un second facteur (interaction d'ordre 1), la matrice du modèle est complétée par une ou plusieurs colonnes résultat du produit des colonnes relatives aux facteurs concernés. Voyons dans la table 9 comment s'effectue ce calcul d'interactions avec cet exemple d'un plan complet mettant en jeu un facteur A à 2 modalités et un facteur B à 3 modalités.

| Essais | x(A) | x(B2) | x(B3) | x(A)*x(B2) | x(A)*x(B3) |
|--------|------|-------|-------|------------|------------|
| 1      | -1   | -1    | -1    | 1          | 1          |
| 2      | -1   | 1     | 0     | -1         | 0          |
| 3      | -1   | 0     | 1     | 0          | -1         |
| 4      | 1    | -1    | -1    | -1         | -1         |
| 5      | 1    | 1     | 0     | 1          | 0          |
| 6      | 1    | 0     | 1     | 0          | 1          |

Table 9 Illustration du calcul d'interaction

C'est ce type de codage que nous utiliserons dans notre application présentée dans le 4<sup>ème</sup> paragraphe de ce chapitre.

### 3.4. Définition du domaine expérimental

La définition du domaine expérimental découle directement de l'étape précédente, à savoir de la définition des facteurs et de leurs modalités. En effet le domaine est défini comme étant l'ensemble des combinaisons réalisables à partir des modalités des facteurs.

Lorsque tous les facteurs ont le même nombre de modalités, le domaine est dit symétrique, dans le cas contraire, il est asymétrique. Par exemple pour 3 facteurs à 4 modalités, 2 facteurs à 3 modalités et 1 facteur à 2 modalités, le domaine expérimental est asymétrique et se compose de  $4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 = 1152$  combinaisons possibles.

La partie applicative de ce chapitre présentera deux études de criblage, l'une utilisant un domaine expérimental symétrique au paragraphe 4.3 et l'autre un domaine asymétrique au paragraphe 4.4.

La visualisation du domaine expérimental paraît délicate au-delà de trois facteurs. Toutefois des techniques de représentation en perspective ou de projection particulière permettent d'obtenir une cartographie plane du domaine expérimental dans un espace multidimensionnel. La figure 2 présente un exemple de représentation du domaine expérimental pour une étude faisant intervenir 3 facteurs à 3 modalités (A, B et C) et 1 facteur à 2 modalités (D).

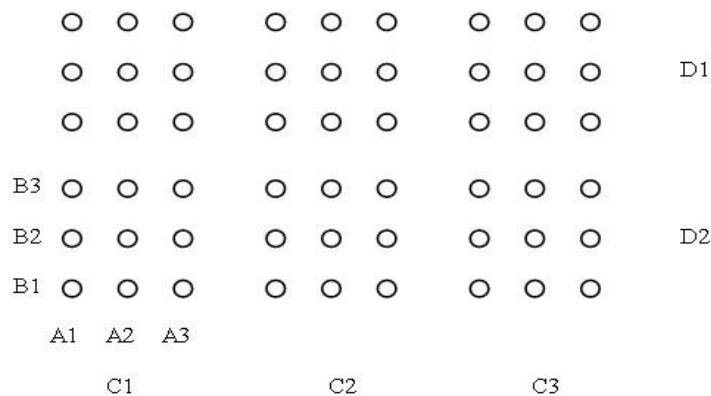


Fig 2. Exemple de représentation graphique d'un domaine expérimental

### 3.5. Définition du modèle empirique

Cette étape revient à choisir une forme de modèle adaptée aux objectifs de l'étude et à estimer le nombre d'inconnues  $p$  associées au modèle :

- Adopter un modèle additif sans couplage pour estimer et comparer les effets moyens des facteurs :

$$Y = C^{te} + \sum_{i=1}^k W_i \text{ et } p = 1 + \sum_{i=1}^k (m_i - 1) \quad (2.6)$$

- Adopter un modèle additif avec interactions pour préciser les effets moyens des facteurs par des interactions (généralement limités au 1<sup>er</sup> ordre) comme ce sera le cas dans notre application :

$$Y = C^{te} + \sum_{i=1}^k W_i + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k C_{ij} \text{ et } p = 1 + \sum_{i=1}^k (m_i - 1) + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (m_i - 1)(m_j - 1) \quad (2.7)$$

Dans les relations 2.6 et 2.7 :

$m_i$  désigne le nombre de modalités du facteur  $i$ ,

$k$  désigne le nombre de facteurs considérés,

$W_i$  désigne le poids du facteur  $i$

$C_{ij}$  désigne le poids de l'interaction entre les facteurs  $i$  et  $j$ .

### 3.6. Construction du plan d'expériences

La construction d'un plan d'expériences pour l'étude des effets des facteurs peut s'appuyer sur deux grandes familles de critères :

- Les critères d'orthogonalité, la construction des plans se fait à partir de règles combinatoires.
- Les critères d'optimalité, la construction des plans se fait à partir de règles algorithmiques.

Parmi les plans construits à partir des règles d'orthogonalité, les plus souvent rencontrés sont les plans en carré gréco-latin de Fisher [Fisher, 49], les plans de Plackett et Burman [Plackett, 46] ou les plans de Box et Hunter [Box-Hunter, 62]. Le but de ces plans est d'extraire du domaine expérimental, généralement symétrique, tout ou une partie des combinaisons des modalités des facteurs, à partir de règles basées sur des permutations circulaires, de manière à estimer avec une incertitude minimale les inconnues du modèle et les informations recherchées en terme d'effet des facteurs.

Les plans optimaux cherchent quant à eux à extraire du domaine expérimental, généralement asymétrique, un sous-ensemble des combinaisons des modalités des facteurs, à partir de règles algorithmiques, de manière à estimer avec une incertitude minimale les inconnues du modèle et les informations recherchées en terme d'effet des facteurs. Ce type de plan nécessite l'utilisation d'un logiciel adapté.

L'utilisation des uns ou des autres de ces critères étant indépendant de l'objectif recherché par l'étude, nous détaillerons dans ce chapitre la notion de critères d'orthogonalité tandis que le chapitre suivant, portant sur la méthode de surface de réponse, présentera les critères d'optimalité et l'utilisation des algorithmes d'échange.

Historiquement, le premier critère utilisé pour la réalisation d'une matrice d'expérience fut le critère d'orthogonalité et ce pour plusieurs raisons exposées dans [Louvet, 06] :

- Un dispositif expérimental orthogonal est facile à construire à partir de simples règles de permutation circulaire.
- Un dispositif expérimental orthogonal offre une incertitude minimale pour l'estimation des inconnues d'un problème, en particulier parce que les combinaisons retenues dans sa structure sont parfaitement équilibrées. Toutes les modalités apparaissent un même nombre de fois pour chacun des facteurs.
- L'analyse des résultats d'essais provenant d'un dispositif expérimental orthogonal est facile à mettre en œuvre ; elle ne requiert pas systématiquement d'explicitier le modèle mathématique. La construction du tracé des effets moyens et la représentation graphique des couplages peuvent s'effectuer à partir du calcul de simples moyennes arithmétiques.

D'après la norme [ISO 3534-3, 98], un arrangement orthogonal est un ensemble de combinaisons de traitements tels que pour chaque paire de facteurs, chaque combinaison de traitement survient un même nombre de fois pour tous les niveaux possibles de facteurs.

Pour vérifier l'orthogonalité d'un arrangement, il suffit de réaliser autant de tableaux de contingence qu'il y a de paires de facteurs. On complète ensuite chacun des tableaux en dénombrant, dans la matrice d'expériences, le nombre de combinaisons observées correspondant au croisement des lignes et des colonnes de chaque tableau de contingence. Si pour chacun des tableaux, la valeur des cellules est constante, la matrice d'expérience est alors orthogonale.

L'exemple de la table 10, d'un plan de Plackett et Burman mettant en jeu trois facteurs à deux modalités illustre cette notion d'orthogonalité :

|   |    |    |    |
|---|----|----|----|
|   | A  | B  | C  |
| 1 | A2 | B2 | C1 |
| 2 | A1 | B2 | C2 |
| 3 | A2 | B1 | C2 |
| 4 | A1 | B1 | C1 |

|    |    |    |
|----|----|----|
|    | A1 | A2 |
| B1 | 1  | 1  |
| B2 | 1  | 1  |

|    |    |    |
|----|----|----|
|    | A1 | A2 |
| C1 | 1  | 1  |
| C2 | 1  | 1  |

|    |    |    |
|----|----|----|
|    | B1 | B2 |
| C1 | 1  | 1  |
| C2 | 1  | 1  |

Table 10 matrice d'expérience et tableaux de contingence associés

Cette matrice est bien orthogonale, chaque tableau de contingence est rempli d'une même valeur (ici 1) dans chacune de ces cases. En effet, dans cette table, l'association A1-B1 par exemple n'apparaît qu'une seule fois (lors de l'essai 4). De plus ici, le fait que chaque facteur

soit doté d'un même nombre de modalités engendre le fait que cette valeur est la même dans chacun des tableaux de contingence.

On peut citer parmi les plans basés sur ce critère d'orthogonalité les plans en carré gréco-latin et hyper gréco-latin et les plans de Plackett et Burman sans oublier les plans Taguchi qui pour l'essentiel reprennent les tables citées précédemment.

### 3.7. Expérimentation

Avant l'expérimentation, il convient de préparer pour chacun des essais, une fiche indiquant les modalités des facteurs à respecter. De plus, il est préférable d'effectuer une randomisation des essais si cela est possible. Cette randomisation permet de limiter l'éventuelle influence perturbatrice de facteurs non contrôlés.

Cependant cette randomisation peut s'avérer coûteuse lorsque la modification de la modalité d'un ou plusieurs facteurs nécessite de lourdes manipulations. Ce sera le cas dans notre étude où la modification de modalité de certains facteurs s'est avérée très contraignante.

### 3.8. Analyse globale des résultats d'essais

Avant de mettre en œuvre des outils mathématiques pour estimer les  $p$  inconnues du modèle et visualiser ensuite les effets moyens des facteurs et les éventuelles interactions, il est important de porter un jugement global sur l'ensemble des résultats d'essais.

L'analyse globale des résultats d'essais permet notamment :

- D'apprécier la variation des réponses observées au cours du plan d'expériences (c'est-à-dire de s'assurer d'un écart significatif entre les valeurs minimales et maximales de la réponse observée),
- De détecter des valeurs suspectes et procéder à une reproduction d'expérience le cas échéant,
- De repérer une combinaison des modalités des facteurs dont les résultats peuvent se révéler industriellement intéressants, indépendamment de l'estimation et de la comparaison des effets des facteurs.

Pour effectuer cette analyse, on fera appel à des constructions graphiques sous forme de nuages de point ou de « boîtes à moustaches » lorsque les traitements du plan d'expériences donnent lieu à des répétitions.

La représentation de « boîtes à moustaches » (Box and Whiskers Plot) est une technique récente de statistique descriptive pour résumer des distributions unidimensionnelles de données.

Ce mode de visualisation graphique a été initialement proposé par John W. Tukey (1915-2000) en 1977 [Tukey, 97]. Il connaît de nombreuses variantes développées par différents auteurs. L'objectif consiste à représenter sur un même graphique les caractéristiques suivantes :

- La caractéristique de tendance centrale choisie comme étant la valeur médiane de la distribution est représentée par un trait horizontal à l'intérieur de la boîte.
- La caractéristique de dispersion autour de la tendance centrale est représentée par l'intervalle interquartile défini par la différence entre le 3<sup>ème</sup> et le 1<sup>er</sup> quartile. Cet intervalle constitue la boîte.
- L'étendue de la distribution est signalé par la longueur des moustaches, traits verticaux reliant les extrémités de la boîte aux valeurs minimales et maximales observées.
- L'asymétrie de la distribution peut être mise en évidence par l'écart entre la moyenne arithmétique, matérialisée par un cercle plein, et la médiane matérialisée par un trait.

### 3.9. Analyse mathématique des résultats d'essais

L'analyse mathématique des résultats d'essais a pour objectif de calculer les coefficients du modèle et par la suite les résidus qu'engendre ce modèle.

#### 3.9.1. Grille de dépouillement

Cette méthode a été proposée en 1990, par Robert H. Lochner et Joseph E. Matar dans un ouvrage intitulé *designing for quality* [Lochner, 90]. Elle répond parfaitement à un besoin d'analyse rapide et manuelle des résultats d'essais.

Si aujourd'hui le déploiement des outils informatiques dédiés à la construction et l'analyse de plans d'expériences ou encore une programmation simple de feuille de calcul à l'aide de tableur informatique permet d'éviter cette opération, cette présentation reste néanmoins utile pour bien comprendre le principe d'analyse des résultats d'essais.

Chaque grille de dépouillement comporte 3 zones :

- La zone destinée au report des valeurs de la réponse à analyser correspond à la colonne Y de la grille de dépouillement. En présence de répétitions, on remplira cette colonne par les moyennes observées en chaque point d'essai.
- La zone des facteurs contient autant de blocs qu'il y a de facteurs. Le nombre de colonnes de chacun des blocs correspond au nombre de modalités affectées à chacun des facteurs présent dans le plan d'expériences. Pour chacune des lignes, on complète les cellules vides par la valeur de la réponse à analyser.
- La zone de calcul et d'affichage des résultats permet d'établir, pour chacune des modalités des facteurs, la moyenne arithmétique caractérisant la modalité étudiée.

Nous retrouvons ces trois zones sur dans la table 11 :

| Traitement | Y | Facteur A |    |    | Facteur B |    |    | Facteur C |    |    | Facteur D |    |    |
|------------|---|-----------|----|----|-----------|----|----|-----------|----|----|-----------|----|----|
|            |   | A1        | A2 | A3 | B1        | B2 | B3 | C1        | C2 | C3 | D1        | D2 | D3 |
| 1          |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| 2          |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| 3          |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| 4          |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| 5          |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| 6          |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| 7          |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| 8          |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| 9          |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| Total      |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |
| Nombre     | 9 | 3         | 3  | 3  | 3         | 3  | 3  | 3         | 3  | 3  | 3         | 3  | 3  |
| Moyenne    |   |           |    |    |           |    |    |           |    |    |           |    |    |

Table 11 Grille de dépouillement associé à un arrangement  $L_9(3^4)$

La structure des cellules vides correspond aux combinaisons particulières des modalités des facteurs retenues dans le plan d'expériences. Cette présentation facilite ainsi le calcul des moyennes propres à chacune des modalités des différents facteurs.

### 3.9.2. Calcul des coefficients du modèle additif

Le plan d'expériences peut se retranscrire sous la forme :

$$\{Y\} = (X)\{Coefficients\} + \{E\} \quad (2.8)$$

Avec :

$\{Y\}$  le vecteur des résultats d'essais,

$(X)$  la matrice du modèle,

$\{Coefficients\}$  le vecteur des estimations des coefficients.

$\{E\}$  le vecteur d'erreur.

La matrice  $(X)$  n'étant pas souvent une matrice carrée, nous avons recourt pour résoudre ce problème à l'écriture matricielle de la méthode des moindres carrés [Dodge, 99] [Goupy, 06] dont l'équation est :

$$\{Coefficients\} = ({}^tXX)^{-1}({}^tX)\{Y\} \quad (2.9)$$

Cette équation fait appel au calcul de la pseudo inverse de la matrice du modèle  $(X)$ . La matrice  $(X)$  étant de rang plein en colonne (le nombre de colonnes indépendantes est inférieur au nombre de lignes), cette pseudo inverse se calcule de la façon suivante [Rotella, 95] :

$$(X^+) = ({}^tXX)^{-1}({}^tX) \quad (2.10)$$

Voici quelques propriétés de la méthode des moindres carrés :

- L'estimation des coefficients s'effectue à partir de la recherche d'un critère d'optimisation qui consiste à minimiser la somme des carrés des résidus. La



méthode des moindres carrés offre ainsi le meilleur ajustement des résultats par le modèle mathématique.

- La somme des résidus est nulle, ce qui implique que la moyenne des résultats observés est égale à la moyenne des résultats calculés à partir du modèle. Il s'agit d'un critère de vérification lorsqu'on met en œuvre la méthode des moindres carrés à l'aide d'un tableur.
- La méthode des moindres carrés suppose que les résidus sont distribués suivant une loi normale d'espérance mathématique nulle, la dispersion des résidus autour de la moyenne servant à estimer un écart type résiduel, utilisé dans la mise en œuvre des tests statistiques quand on ne dispose pas d'informations sur la variabilité naturelle des résultats.

### 3.9.3. Calcul des résidus

Connaissant une estimation des coefficients du modèle, il est possible d'utiliser ce dernier afin de calculer une estimation de la réponse pour chacun des traitements du plan d'expériences. Il suffit pour cela d'utiliser le produit scalaire entre le vecteur des estimations des coefficients et le vecteur représentant la fonction du modèle, pour une combinaison  $x_0$  des modalités des facteurs donnée [Draper, 81] :

$$\hat{y}(x_0) = f(x_0) \{Coefficients\} \quad (2.11)$$

Pour une combinaison  $x_0$  donnée du plan d'expériences, le résidu est défini à partir de la relation suivante :

$$Résidu = y(x_0) - \hat{y}(x_0) \quad (2.12)$$

La méthode des moindres carrés, utilisée dans le calcul des coefficients du modèle, est basée sur la minimisation de la somme des carrés de ces résidus.

## 3.10. Analyse statistique du modèle

L'analyse statistique du modèle est l'étape principale de l'analyse des résultats. Elle se base dans certains cas sur les données de l'analyse mathématique comme pour l'application de la méthode de Daniel ou de Lenth. Son objectif est d'identifier les facteurs statistiquement influents sur la/les réponse(s) observée(s).

### 3.10.1. Méthode de Daniel

Le graphe de Daniel [Daniel, 59] permet de tester graphiquement la normalité de la répartition des valeurs des effets [Goupy, 96] [Droesbeke, 97].

Cette méthode d'analyse repose sur la construction d'un graphique. On ordonne dans un premier temps la valeur absolue des effets moyens dans un ordre croissant, ce qui permet d'obtenir le rang  $i$  de chacune de ces valeurs absolues ( $i=1, \dots, k$ ).

La valeur des effets moyens constitue l'axe des abscisses du graphe de Daniel. On calcul alors la fréquence correspondante à partir de la relation :

$$P = \frac{i - 0,5}{k} \quad (2.13)$$

L'application de l'inverse de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite noté  $F^{-1}$  permet d'obtenir les ordonnées du graphique, appelé fractiles théoriques semi-normaux notés :

$$F^{-1}\left(\frac{P+1}{2}\right) \quad (2.14)$$

Si tous les effets moyens étaient nuls, le nuage de point s'alignerait alors sur une droite passant par l'origine du graphique, la dispersion des points autour de cette droite étant due à la variabilité naturelle des résultats d'essais. Dès qu'il n'y a plus d'alignement, les points qui se détachent de la droite traduisent des facteurs aux effets moyens probablement actifs.

### 3.10.2. Méthode de Lenth

La méthode de Lenth [Lenth, 89] consiste à estimer une pseudo erreur-type, pour mettre en œuvre un test statistique dont le résultat se traduit sous forme graphique semblable à une carte de contrôle.

La première étape de l'application de cette méthode consiste à classer les valeurs absolues des coefficients  $a_j$  du modèle obtenu dans l'ordre croissant. On définit ensuite la grandeur  $s_0$  à partir de la médiane de ces valeurs absolues :

$$s_0 = 1,5 \times \text{médiane} |a_j| \quad (2.15)$$

On élimine les coefficients dont la valeur absolue est supérieure à  $2,5 s_0$ . En appliquant la même démarche aux coefficients restants, on estime à nouveau  $s_0$ .

Il n'y a plus de coefficients à éliminer. On a atteint ainsi la valeur d'une pseudo erreur-type, désignant l'écart-type sur l'estimation d'un coefficient :

$$PSE = 1,5 \text{médiane}_{|a_j| < 2,5 s_0} |a_j| \quad (2.16)$$

Ce dernier résultat est utilisé de façon classique pour construire un intervalle bilatéral de confiance associé aux coefficients dont les limites sont définies par :

$$ME = \pm t_d^{1-\alpha/2} PSE \quad (2.17)$$

La valeur du facteur d'élargissement  $t$  dépend d'une part du niveau de signification  $\alpha$  choisi, généralement égal à 5%, et d'autre part du nombre de degrés de liberté  $d$  que R.V.

Lenth définit de façon empirique par le tiers du nombre  $m$  de coefficients restants [Lenth, 89]. La valeur du coefficient  $t$  est définie à partir de la loi de Student.

Par ailleurs, R.V. Lenth propose la construction d'autres limites à partir d'une probabilité  $\gamma$  définie par :

$$\gamma = \frac{(1 + 0,95^{\frac{1}{m}})}{2} \quad (2.18)$$

On obtient alors :

$$ME = \pm t'_d PSE \quad (2.19)$$

La valeur du coefficient  $t$  est ici aussi définie à partir de la loi de Student.

Les coefficients  $a_j$  dont les valeurs estimées sont situées à l'extérieur des limites définies par la valeur de  $ME$  correspondent à des effets actifs. Inversement, les coefficients  $a_j$  dont les valeurs estimées sont situées à l'intérieur des limites définies par la valeur de  $ME$  correspondent à des effets non actifs.

L'application de cette méthode peut amener parfois à ne considérer aucun facteur comme actif. Ce n'est pas pour autant que les résultats de l'analyse mathématique ne sont pas exploitables. Il est alors préférable d'analyser ces résultats à l'aide d'une autre méthode comme la méthode de Daniel ou l'analyse de la variance et d'associer à cette analyse les connaissances du groupe de travail.

*Remarque : la méthode de Daniel tout comme celle de Lenth repose sur l'hypothèse qui stipule que 20% seulement des facteurs expliquent 80% de la variation de la réponse. En cas de non respect de cette hypothèse il sera plus hasardeux de différencier les facteurs influents des non influents.*

### 3.10.3. Analyse de la variance

L'analyse de la variance est appelé « *Analysis of Variance* » dans la littérature anglo-saxonne ; son appellation est couramment abrégée en *ANOVA*.

Contrairement à ce que laisse penser son nom, l'analyse de variance n'étudie pas les différences de variances entre populations mais les différences de moyenne. Cette méthode doit son nom au fait qu'elle utilise des mesures de variance afin de juger du caractère significatif ou non, c'est-à-dire de la significativité des différences de moyenne mesurées entre populations.

Il s'agit d'une généralisation à  $p$  populations du classique test de comparaison de deux échantillons, le célèbre test de  $t$  de Student.

D'une façon générale, en matière de régression, le principe de l'analyse de la variance est de subdiviser la variation totale en une composante factorielle relative à l'équation de régression ou au modèle utilisé, et une composante résiduelle, la première devant être testée

par rapport à la deuxième [Droesbeke, 97]. Les composantes factorielle et résiduelle seront mathématiquement représentées par des *carrés moyens*, c'est-à-dire des variances.

En définitive, l'intérêt de l'analyse de la variance est de pouvoir tester de manière absolue l'influence des facteurs sur les variations d'une réponse donnée [Vivier, 02].

### 3.10.3.1. Calcul du carré moyen des facteurs et des interactions

La variance des facteurs s'obtient en calculant la *somme des carrés des écarts (SCE)* que l'on divise par le nombre de *degré de liberté (ddl)* associés au facteur  $f$  considéré.

- Pour les facteurs :

Le nombre de *ddl* associés à un facteur  $f$  correspond à son nombre de modalité (nombre de valeurs distinctes que l'on prend lors de la réalisation du plan) minoré de 1, soit :

$$ddl_f = Nn_f - 1 \quad (2.20)$$

Avec  $Nn_f$  le nombre de modalité du facteur  $f$ .

La somme des carrés des écarts associés au facteur  $f$  vaut :

$$SCE_f = \gamma_f \sum_{i=1}^{Nn_f} (E_f|_{f=i})^2 = \gamma_f \sum_{i=1}^{Nn_f} (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \quad (2.21)$$

Avec :

$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$  la moyenne des réponses,

$\gamma_f = \frac{N}{Nn_f}$  le nombre d'expériences pour lesquelles le facteur  $f$  prend un de ses  $Nn_f$

niveaux,

$\bar{y}_i$  la moyenne des réponses observées pour les expériences où le facteur  $f$  prend son  $i^{\text{ème}}$  niveau.

- Pour les interactions :

Le nombre de *ddl* associés à une interaction de facteur correspond au produit des *ddl* des facteurs mis en jeu dans cette interaction, soit :

$$ddl_{fg\dots l} = ddl_f \times ddl_g \times \dots \times ddl_l \quad (2.22)$$

Pour les interactions mettant en jeu 2 facteurs  $f$  et  $g$ , la somme des carrés des écarts vaut :

$$SCE_{fg} = \delta_{fg} \sum_{i=1}^{Nn_i} \sum_{j=1}^{Nn_j} (\overline{y_{ij}} - \overline{y_i} - \overline{y_j} + \overline{y})^2 \quad (2.23)$$

Avec :

$\delta_{fg} = \frac{N}{Nn_f \cdot Nn_g}$  le nombre d'expériences pour lesquelles le facteur  $f$  prend un de ces  $Nn_f$  niveaux et lorsque le facteur  $g$  adopte un de ces  $Nn_g$  niveaux,  
 $\overline{y_{ij}}$  la moyenne des réponses observées pour les expériences où le facteur  $f$  prend son  $i^{\text{ème}}$  niveau et où le facteur  $g$  prend son  $j^{\text{ème}}$  niveau,

La généralisation aux interactions d'ordre supérieur se fait de la même façon. Par exemple pour une interaction d'ordre 3 mettant en jeu les facteurs  $f$ ,  $g$  et  $l$ , on aura :

$$SCE_{fgl} = \phi_{fgl} \sum_{i=1}^{Nn_i} \sum_{j=1}^{Nn_j} \sum_{k=1}^{Nn_k} (\overline{y_{ijk}} + \overline{y_i} + \overline{y_j} + \overline{y_l} - \overline{y_{ij}} - \overline{y_{il}} - \overline{y_{jl}} - \overline{y})^2 \quad (2.24)$$

On déduit alors la valeur des carrés moyens, associés au facteur ou à l'interaction considéré(e)  $x$ , comme étant :

$$CM_x = \frac{SCE_x}{ddl_x} \quad (2.25)$$

### 3.10.3.2. Calcul de la variance résiduelle

Pour 2 facteurs on peut écrire la décomposition suivante :

$$y_{ij} - \overline{y} = (\overline{y_i} - \overline{y}) + (\overline{y_j} - \overline{y}) + (\overline{y_{ij}} - \overline{y_i} - \overline{y_j} + \overline{y}) \quad (2.26)$$

On réalise alors une somme sur  $i$  et  $j$ , des deux cotés de l'égalité mis préalablement au carré. La somme se fait ainsi sur les niveaux de tous les facteurs. On aboutit alors à l'équation de variance, démontrant l'additivité des sommes des carrés des écarts (membres de droite) :

$$SCE_t = \sum_{i=1}^{Nn_i} \sum_{j=1}^{Nn_j} (y_{ij} - \overline{y})^2 = \sum SCE_x \quad (2.27)$$

Avec :

$SCE_t$  la somme totale des carrés des écarts ;

$SCE_x$  la somme factorielle des carrés ( $x$  désignant un facteur ou une interaction).

Enfin notons la relation donnant entre autre la valeur de  $ddl_t$  (le nombre total de degrés de liberté) :

$$ddl_t = \sum_{\text{facteur}} ddl_i + \sum_{\text{interaction}} ddl_{ij} \quad (2.28)$$

On a donc également additivité des degrés de liberté.

Lorsqu'il existe une erreur expérimentale non nulle, l'équation de variance fait apparaître un nouveau terme appelé communément variance résiduelle ( $SCE_r$ ) :

$$SCE_r = \sum SCE_x + SCE_r \quad (2.29)$$

C'est à cette variance résiduelle  $SCE_r$ , que les  $SCE_x$  sont comparés afin de déterminer les caractères significatifs des facteurs et des interactions  $x$ . La variance résiduelle est un point de comparaison. Elle doit traduire une variation des valeurs de réponse, dont l'amplitude est arbitrairement considérée comme faible. Tout facteur influent doit donc posséder des caractéristiques fortement différenciées de celles de cette composante.

Dans le cas des expérimentations réelles, la variation résiduelle est prise comme étant un estimateur de la variance expérimentale, qui traduit la variabilité inhérente des résultats sur plusieurs réalisations d'expériences identiques. L'utilisation d'expériences virtuelles exclut donc cette possibilité [Vivier, 02].

La variance résiduelle est le plus souvent calculée comme étant la somme des carrés des résidus, i.e. des écart entre les réponses mesurées ( $y$ ) et les réponses correspondantes, calculées grâce au modèle ( $y_{mod}$ ) [Pillet, 94] [Schimmerling, 98].

$$SCE_r = \sum_{i=1}^N (y(i_x) - y_{mod}(i_x))^2 \quad (2.30)$$

Avec  $i_x$  le vecteur des coordonnées du  $i^{ème}$  point d'expérience du plan.

Le nombre de degrés de liberté  $ddl_r$ , associé vaut  $N-p$ . On comprend en effet que les résidus n'existent que grâce aux  $N-p$  ( $>0$ ) expériences réalisées en plus des  $p$  simulations absolument nécessaires au calcul des  $p$  coefficients du modèle.

On calcul alors un carré moyen résiduel tel que :

$$CM_r = \frac{SCE_r}{ddl_r} = \frac{1}{N-p} \sum_{i=1}^N (y(i_x) - y_{mod}(i_x))^2 \quad (2.31)$$

Calculer le  $SCE_r$  de cette façon permet, en définitive, de tester le caractère significatif des facteurs et des interactions et dans le même temps d'évaluer la qualité du modèle utilisé ( $y_{mod}$ ) [Vivier, 02].

Cette solution n'est pas applicable dans le cas de plans saturés. Dans ces cas précis, certains auteurs ([Goupy, 96], [Droesbeke, 97], [Sapora, 90]) proposent la construction de la variance résiduelle à partir des interactions dont les variances (carrés moyens) sont les plus faibles ; leurs valeurs devant être du même ordre de grandeur.

### 3.10.3.3. Test de Fisher-Snedecor

Le test de Fisher-Snedecor permet de comparer 2 variances, par l'utilisation de la loi statistique de Fisher (loi  $F$ ) [NF X 06-063, 87]. Celle-ci travaille sur le quotient de variance et

prend en compte le nombre de degrés de liberté de chacune d'elles. Les variances concernées doivent être celles de variables aléatoires suivant une distribution normale et à variance constante.

Pour effectuer ce test on calcule le ratio suivant pour le terme du modèle considéré (facteur ou interaction) :

$$F_{obs} = \frac{CM_x}{CM_r} \quad (2.32)$$

On compare ensuite cette valeur à une valeur critique  $F_{crit}$  extraite de la table de la loi  $F$ . Si la valeur de  $F_{obs}$  est inférieure à celle de  $F_{crit}$ , on considère la variance associée au facteur ou à l'interaction ( $CM_x$ ) comme égale à la variance résiduelle ( $CM_r$ ). On définit ainsi l'hypothèse  $H_0$ , selon laquelle l'affirmation précédente est vraie. Si c'est le cas,  $F_{obs}$  est alors une valeur observée d'une variable  $F$  de Fisher-Snedecor, à  $ddl_f$  et  $ddl_r$  degrés de liberté.

Il est courant de résumer les calculs réalisés dans un tableau d'analyse de variance dont la structure est donnée dans la table 12

| Source de variation  | ddl        | Somme des carrés des écarts | Carrés moyens                   | $F_{obs}$        | $F_{crit}$                      | Conclusion                                   |
|----------------------|------------|-----------------------------|---------------------------------|------------------|---------------------------------|--|
| Facteur 1            | $ddl_1$    | $SCE_1$                     | $CM_1 = SCE_1 / ddl_1$          | $CM_1 / CM_r$    | $F_{1-\alpha/2}(ddl_x ; ddl_r)$ | Source influente ?<br>$F_{obs} > F_{crit}$ ? |
| ...                  | ...        | ...                         | ...                             | ...              |                                 |  |
| Facteur k            | $ddl_k$    | $SCE_k$                     | $CM_k = SCE_k / ddl_k$          | $CM_k / CM_r$    |                                 |  |
| Interaction fg...    | $ddl_{fg}$ | $SCE_{fg}$                  | $CM_{fg} = SCE_{fg} / ddl_{fg}$ | $CM_{fg} / CM_r$ |                                 |  |
| Variation résiduelle | $ddl_r$    | $SCE_r$                     | $CM_r = SCE_r / ddl_r$          |                  |                                 |  |
| Totaux               | $ddl_t$    | $SCE_t$                     |                                 |                  |                                 |  |

Table 12 Tableau d'analyse de variance

Ce tableau d'analyse de variance est fréquemment complété d'une colonne indiquant pour chaque élément du modèle (facteurs et interactions) la probabilité  $P$  de rejeter à tort l'hypothèse  $H_0$  qui qualifie de non significatif l'élément qui lui est associé.

Ces résultats permettent donc de déterminer la significativité des facteurs et des interactions. Dans le cas de non significativité, les termes concernés peuvent être exclus du modèle. Il est alors préférable de refaire une analyse de variance afin de s'assurer que tous les éléments restants sont bien significatifs. En effet, il est à noter qu'en supprimant des termes du modèle, on augmente la variance résiduelle ce qui peut avoir pour conséquence le rejet d'autres termes.

Cette opération est très importante dans une étude de screening car en diminuant le nombre de dimensions du problème, elle autorise l'utilisation de démarches coûteuses et généralement dépendantes du nombre de facteurs : il s'agit principalement d'applications de la méthode des surfaces de réponses et des optimisations par plans d'expériences [Vivier, 02].

Les modèles obtenus peuvent Le tableau d'analyse de régression permet d'établir immédiatement le coefficient de détermination à partir de la relation 3.38 [Eriksson, 00] :

$$R^2 = \frac{SCM}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT} \quad (3.38)$$

Ce coefficient traduit la contribution du modèle dans la restitution de la variation de la réponse observée. Par définition, le coefficient de détermination appartient à l'intervalle [0 ; 1].

En présence de plusieurs variables explicatives, ce qui est généralement le cas dans l'analyse des résultats d'essais provenant d'un plan d'expériences, il faut impérativement éviter l'utilisation du coefficient de détermination  $R^2$  pour comparer la qualité descriptive de différents modèles. Il faut recourir à l'utilisation du coefficient de détermination ajusté  $R^2_{ajusté}$ . Ce coefficient tient compte du nombre de coefficients présents dans un modèle et se calcul à partir de la relation (3.39) :

$$R^2_{ajusté} = 1 - \frac{\frac{SCE}{N-p}}{\frac{SCT}{N-1}} \quad (3.39)$$

Plus la valeur du coefficient de détermination est proche de 1 et plus les réponses calculées par le modèle sont proches de celles mesurées lors de l'expérimentation.

### 3.11. Analyse graphique du modèle

L'analyse graphique des résultats d'essais permet une restitution plus visuelle des résultats d'essais et de leur analyse.

#### 3.11.1. Tracé des effets moyens

L'effet moyen d'un facteur est définie comme étant la variation de la réponse observée ou modélisée lorsque le facteur change de modalité [Droesbeke, 97]. Le tracé des effets moyens des facteurs, comme présenté sur la figure 3, consiste à reporter les valeurs calculées à la dernière ligne de la grille de dépouillement en regard de chacune des modalités des facteurs. Pour chacun des facteurs, on relie par un trait les moyennes des résultats d'essais correspondant à chacune des modalités.



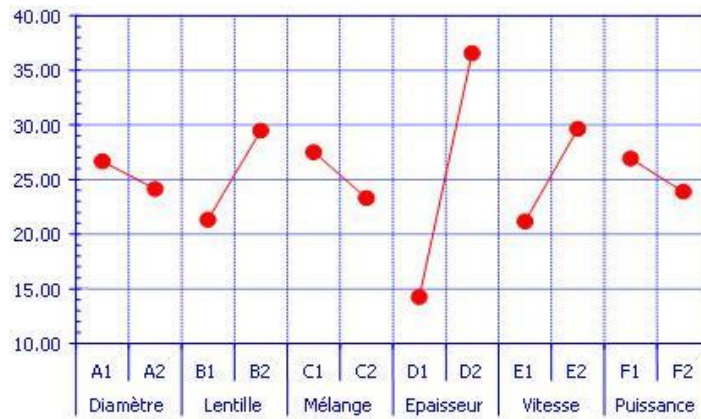


Fig 3. Exemple de tracé des effets moyens

La représentation des effets par un segment de droite permettant de juger du signe et de l'amplitude de ces derniers est conventionnellement admise dans la littérature et dans la majorité des logiciels. Il ne faut en aucun cas que cette représentation laisse suggérer une quelconque interpolation entre les modalités des facteurs, que ces derniers soit quantitatifs ou qualitatifs.

L'effet moyen d'un facteur est défini à partir de la différence observée ou modélisée d'une variable de réponse, lorsque ce facteur subit un changement de modalité. La grille de dépouillement et le tracé des effets moyens facilitent l'estimation et la visualisation des effets moyens. Le tracé des effets moyens facilite la restitution de l'information. C'est un atout incontestable de la démarche méthodologique associée aux plans d'expériences.

### 3.11.2. Tracé des interactions

Dans un système complexe, les paramètres sont souvent couplés. La connaissance des effets de chaque paramètre n'est pas suffisante pour pouvoir estimer une réponse. Il faut donc une information sur l'influence de la variation de chacun des facteurs sur l'effet des autres facteurs. Cette notion, appelée interaction, est représentée graphiquement par la figure 4 :

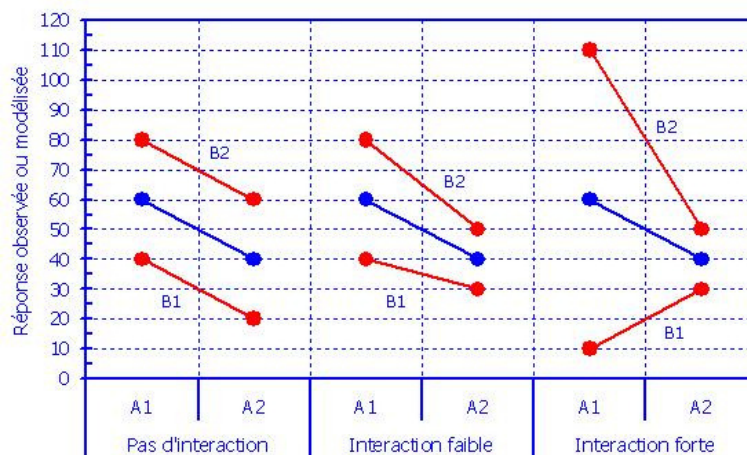


Fig 4. Exemple de tracé des interactions

Dans le premier compartiment de la figure 4, le remplacement de la modalité A1 par la modalité A2 occasionne une diminution de la réponse observée, ceci indépendamment de la modalité retenue pour le facteur B. D'un point de vue graphique, les effets réels sont matérialisés par des droites parallèles. L'effet moyen est égal aux effets réels : il y a absence d'interaction.

Dans le deuxième compartiment de la figure 4, le remplacement de la modalité A1 par la modalité A2 occasionne une diminution de la réponse observée, mais l'amplitude des effets réels dépend de la modalité retenue pour le facteur B. Ainsi, en adoptant la modalité B1, on observe un effet égal à -10, tandis qu'avec la modalité B2 on observe un effet égal à -30. On constate que la moyenne des effets réels correspond à la valeur de l'effet moyen. On est en présence d'une interaction faible qui d'un point de vue graphique, se traduit par des droites faiblement non parallèles. En pratique, la présence d'interaction faible perturbe peu l'additivité des effets moyens.

Dans le troisième compartiment de la figure 4, l'effet moyen du facteur A n'est pas représentatif du signe et de l'amplitude des effets réels. En adoptant la modalité B1, on observe un effet égal à +20, tandis qu'avec la modalité B2 on observe un effet égal à -60. On constate que la moyenne des effets réels correspond à la valeur de l'effet moyen, mais la seule interprétation de ce dernier représenterait une source d'erreur pour les expérimentateurs. On est en présence d'une interaction forte qui, d'un point de vue graphique, se traduit par des droites fortement non parallèles. Les interactions fortes perturbent de manière importante l'additivité des effets moyens.

### 3.11.3. Diagramme de Pareto

Il est possible de décomposer la variation d'une réponse à partir des contributions apportées par chacun des facteurs dans un modèle à partir de la relation suivante :

$$CTR_j = \frac{a_j^2}{\sum_{j=1}^k a_j^2} \quad (2.34)$$

Avec :

$CTR_j$  la contribution du facteur  $j$  à la variation de la réponse.

$a_j$  le coefficient du modèle associé au facteur  $j$ ,

$k$  le nombre de facteurs de l'étude.

Les contributions des facteurs sont alors ordonnées par ordre croissant puis représentées sous forme de diagramme en bâtons associé à une représentation cumulative tel que représentée figure 5 :

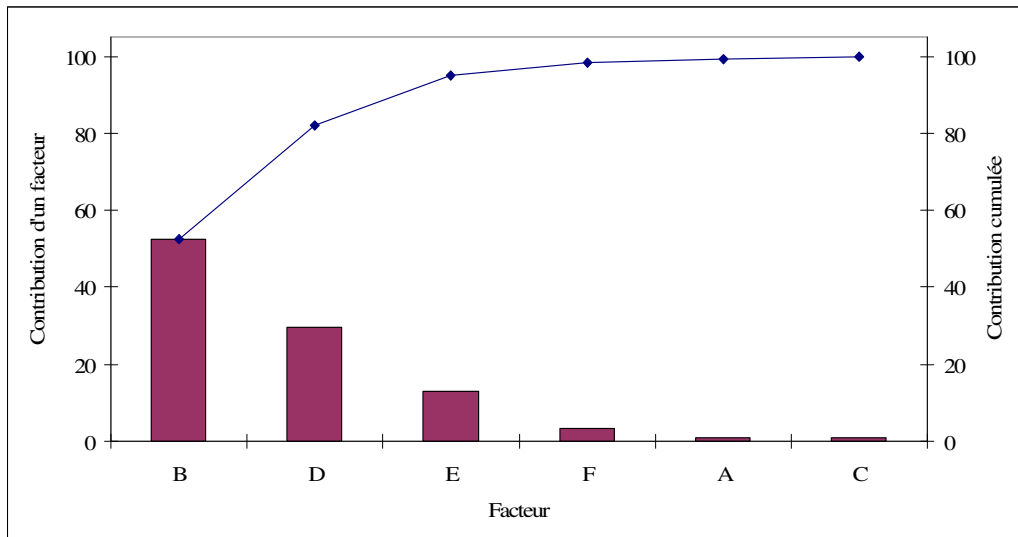


Fig 5. Exemple de diagramme de Pareto

Dans cet exemple, nous voyons que l'effet des facteurs B, D et E est important et contribue à eux trois à expliquer près de 90% des variations de la réponse. En revanche, les facteurs A et C ne semblent pas significatifs. Il est alors nécessaire de vérifier que ces facteurs ne sont pas impliqués dans une interaction, si cela n'est pas le cas, ces facteurs peuvent être supprimés de l'étude.

#### 3.11.4. Graphe d'adéquation du modèle

La construction du graphe d'adéquation du modèle repose sur un nuage de points qui matérialise en abscisse la variation de la réponse mesurée et en ordonnée la variation de la réponse calculée à partir du modèle obtenu.

La représentation de la première bissectrice permet de porter visuellement un jugement sur l'alignement des points : plus le nuage est proche de cette première bissectrice, plus le modèle décrit convenablement la variation des résultats d'essais. Le graphe d'adéquation permet alors de traduire graphiquement la qualité descriptive  $R^2_{\text{ajusté}}$  du modèle.

#### 3.11.5. Diagramme des coefficients

Le diagramme des coefficients est obtenu directement à partir des résultats de l'analyse mathématique des résultats d'essais. Les estimations des coefficients des monômes du premier degré traduisent les effets moyens des facteurs. Les estimations des coefficients des monômes du second degré présents dans le modèle sont représentatives de la nature des interactions.

On utilise un histogramme comme celui de la figure 6 pour représenter ces estimations.

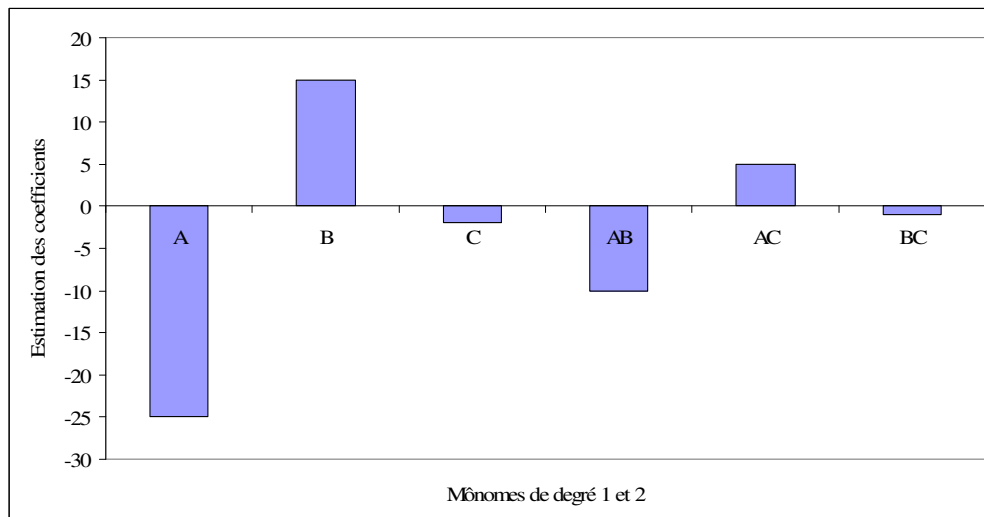


Fig 6. Exemple de diagramme des coefficients pour un plan à 3 facteurs à 2 modalités

L'axe horizontal précise les différents termes du modèle polynomial en distinguant les monômes de degré 1 et les monômes de degré 2, respectivement représentatifs des effets moyens et de la nature des interactions. L'axe vertical indique la valeur des estimations des coefficients. On distingue alors immédiatement les effets moyens et les interactions importants.

Dans cet exemple on remarque que les facteurs A et B semblent avoir un effet important, en ce qui concerne les interactions, on peut suggérer que les interactions A\*B et A\*C sont importantes.

### 3.12. Validation du modèle et des informations obtenues

Enfin, la dernière étape d'une étude de screening concerne la validation du modèle qui est primordiale afin de capitaliser, par la suite, les résultats et les conclusions du plan d'expériences.

La mise en œuvre de la démarche a conduit à effectuer deux hypothèses qu'il convient maintenant de vérifier :

- La première hypothèse porte sur le recours à un modèle empirique dont l'interprétation doit permettre à l'utilisateur d'apporter des éléments de réponse aux questions posées.
- La deuxième hypothèse porte sur l'écriture particulière du modèle mathématique sous forme additive.

Une validation expérimentale des hypothèses doit toujours venir compléter et enrichir une analyse mathématique et statistique du modèle.

Cette validation passe par la définition de nouveaux traitements expérimentaux. Ces derniers contribueront à conforter l'interprétation industrielle des premiers résultats.

## 4. Application des méthodes de criblage

Nous avons, dans le paragraphe précédent, présenté de manière théorique la démarche à suivre lors d'une étude de criblage par plan d'expériences. Cette démarche par étape va maintenant être appliquée à notre étude afin de limiter le nombre de facteurs à prendre en compte dans la modélisation des performances observées.

On utilise pour cette étude des modules IGBT du fabricant allemand Eupec fréquemment utilisés dans les onduleurs de tractions fabriqués par Alstom. La figure 7 présente un IGBT utilisé pour cette étude :

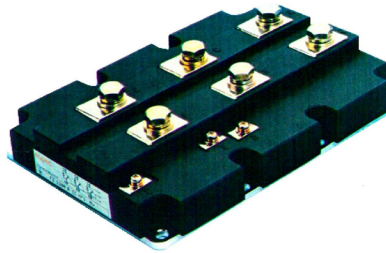


Fig 7. IGBT 3,3 kV Eupec

Ces modules sont de technologie NPT (Non Punch Through) de calibre 3,3 kV et dont le courant nominal est de 1200 A. On retrouve ces modules dans les onduleurs des RER, loco Fret, et TGV première génération à IGBT.

### 4.1. Définition des objectifs et des réponses

Le but de cette première étude est d'estimer l'effet des facteurs identifiés comme potentiellement influent par les experts IGBT d'Alstom et d'identifier ceux ayant une influence statistiquement significative sur les performances observées. Les interactions seront également observées afin de compléter l'estimation des effets moyens des facteurs.

Comme nous l'avons précisé dans le premier chapitre, les réponses observées dans ce travail sont :

- La surtension  $\Delta V$ , considérée comme la valeur maximale de tension obtenue lors du blocage de l'IGBT mesurée en V,
- La vitesse de commutation  $dV/dt$  mesurée en  $kV/\mu s$ .

Ces performances sont observées lors du deuxième blocage d'un test double impulsion, test couramment utilisé par les fabricants et les utilisateurs d'IGBT. Pour effectuer ce type de test, le signal envoyé par la commande est programmé pour avoir une forme telle que celle présenté sur la figure 8 :

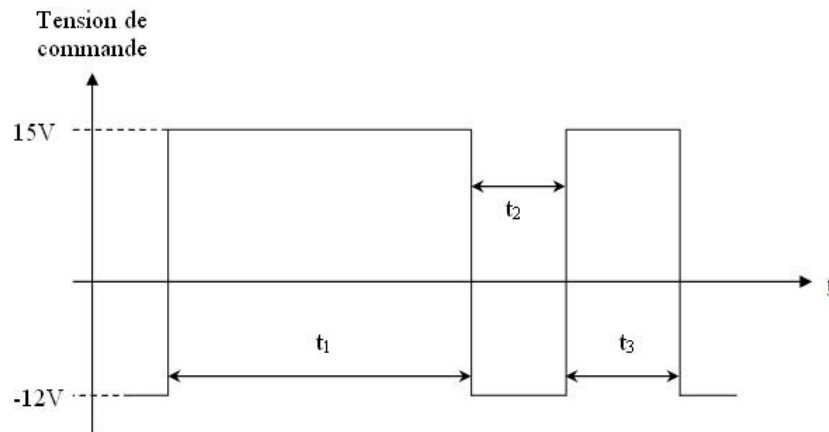


Fig 8. Signal envoyé par la commande à la grille du module IGBT

L'évolution de la tension et du courant aux bornes du module IGBT pendant ce test est schématisée par la figure 9 :

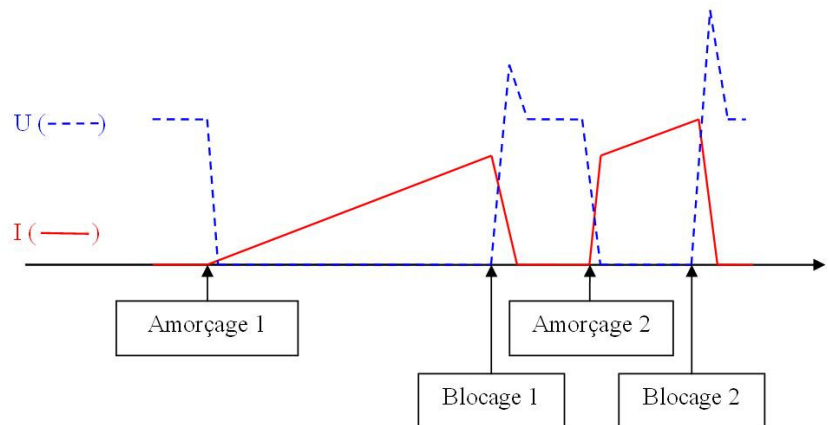


Fig 9. Schématisation des formes d'onde du courant et de la tension pendant l'essai

Initialement, le signal envoyé par la commande à la grille du module IGBT est de -12V. Pendant le premier pulse, d'une durée  $t_1$ , la commande envoie un signal de +15 V, l'IGBT se ferme (Amorçage 1) et le courant se charge dans une inductance  $L_{load}$ . Au bout du temps  $t_1$ , le signal de commande repasse au niveau bas (-12 V), l'IGBT est bloqué, le courant devient nul et la tension passe de 0 V au niveau de tension délivrée par l'alimentation, c'est le premier blocage (Blocage 1). Lorsque le signal de commande repasse au niveau haut (+15 V) après un temps  $t_2$  resté à -12 V, on assiste au deuxième amorçage (Amorçage 2), la tension chute et le courant retrouve quasiment la valeur qu'il avait au moment du premier blocage. Ce courant va alors continuer à charger l'inductance pendant un temps  $t_3$ , jusqu'au deuxième blocage (Blocage 2). C'est lors de ce deuxième blocage que les réponses sont observées. Le courant est alors au niveau souhaité pour l'observation des performances. Ce courant repasse alors à 0 A alors que la tension jusqu'ici nulle atteint la valeur délivrée par l'alimentation à une vitesse  $dV/dt$  et en passant par une surtension  $\Delta V$ . Les temps  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$  dépendent du couple tension-courant désiré.

La figure 10 montre le blocage d'un module IGBT sur lequel sont précisées les performances observées, surtension et vitesse de commutation :

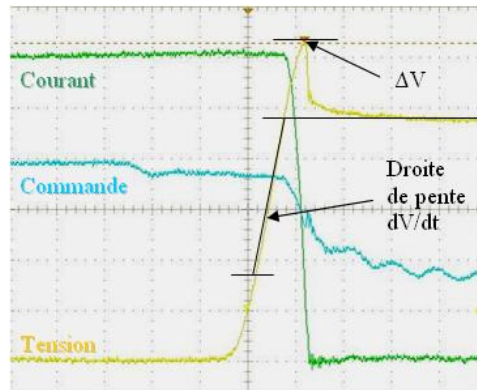


Fig 10. Blocage du module IGBT

La surtension est considérée ici comme le pic de tension maximal atteint lors de la commutation et la vitesse de commutation se mesure entre 60% et 100% de la tension commutée. Cette mesure du  $dV/dt$  est définie par le fournisseur et tend à maximiser la vitesse de commutation.

## 4.2. Définition des facteurs

L'étape de définition des facteurs, réalisée à l'aide des experts IGBT d'Alstom transport de Séméac, a permis d'identifier 10 facteurs potentiellement influents sur les réponses observées. On retrouve ces facteurs sur le schéma électrique du montage donné figure 11 :

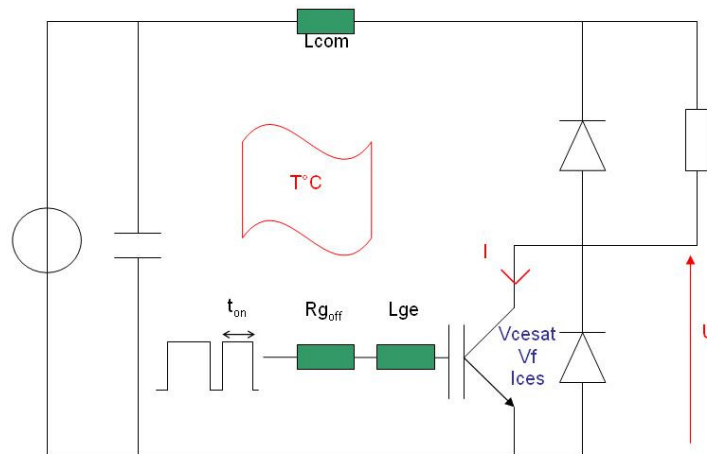


Fig 11. Schéma électrique du montage

Des facteurs de 3 natures différentes ont été identifiés :

- Les facteurs liés aux conditions de fonctionnement :
  - La tension commutée  $U$ ,
  - Le courant commuté  $I$ ,
  - La température de fonctionnement  $T^{\circ}C$ .
- Les facteurs liés au module IGBT (caractéristiques intrinsèques) :
  - La chute de tension aux bornes de l'IGBT  $V_{cesat}$ ,
  - La chute de tension aux bornes de la diode  $V_f$ ,

- Le courant de fuite Ices.
- Les facteurs liés aux paramètres de conception :
  - L'inductance de boucle  $L_{com}$  due à la connectique entre la capacité et le module IGBT,
  - L'inductance grille-emetteur  $L_{ge}$ , due à la connectique entre le module IGBT et l'allumeur,
  - La résistance  $R_{g_{off}}$  présente sur l'allumeur.
  - Le temps  $t_{on}$  pendant lequel l'IGBT est passant avant son blocage.

Le choix a été fait, dans un premier temps, de dissocier ces 10 facteurs en deux groupes. Un premier groupe concerne les facteurs liés aux conditions de fonctionnement et au module IGBT (ces caractéristiques intrinsèques). Un second groupe de facteur se compose des paramètres liés aux paramètres de conception.

Une étude de criblage est effectuée indépendamment sur ces deux groupes de facteurs. Ceci nous permet d'éviter les contraintes relationnelles présentes entre certains facteurs de ces deux groupes comme par exemple entre la tension, le courant et l'inductance  $L_{com}$ . Ces contraintes seront définies dans le chapitre 3 lors de la définition du domaine expérimental.

En ce qui concerne les facteurs liés aux conditions de fonctionnement (tension et courant commutés, température de fonctionnement), l'avis des experts, a priori, est qu'ils sont tous les trois influents sur les réponses mais ne savent pas en quelle mesure ni s'il existe des interactions entre certains de ces facteurs. De plus, la définition donnée à la surtension dans notre étude tend à supposer un effet prépondérant de la tension sur cette dernière. En ce qui concerne les caractéristiques statiques intrinsèques à chacun des modules IGBT, il est intéressant de connaître leurs effets, s'ils existent, sur les performances dynamiques des modules. Un premier plan de criblage concernera donc ces 6 facteurs (3 conditions de fonctionnement et 3 caractéristiques statiques).

En ce qui concerne les facteurs liés aux paramètres de conception, l'objectif est classiquement d'identifier les facteurs et les interactions influentes sur les réponses. Un second plan de criblage concernera ces quatre facteurs.

Dans un premier temps l'étude de criblage portant sur les facteurs liés aux conditions de fonctionnement et les caractéristiques statiques sera présentée. Ensuite les étapes seront redéfinies à partir de ce point en s'intéressant au plan de criblage utilisant les facteurs liés aux paramètres de conception.

### 4.3. Plan 1 (U, I, T, caractéristiques statiques)

L'objectif est ici d'identifier les facteurs ayant une influence statistiquement significative sur les réponses observées afin d'éliminer les autres et minimiser ainsi le nombre de coefficients à identifier dans les modèles traduisant ces réponses.

Cette première étude de criblage cherche mesurer les effets des facteurs et des interactions sur la surtension et la vitesse de commutation en considérant les 6 facteurs suivants :

- Tension commutée (U),
- Courant commuté (I),



- Température de fonctionnement ( $T^{\circ}\text{C}$ ),
- Caractéristiques statiques :
  - Chute de tension aux bornes de l'IGBT ( $V_{\text{cesat}}$ ),
  - Chute de tension aux bornes de la diode ( $V_f$ ),
  - Courant de fuite ( $I_{\text{ces}}$ ).

S'il est relativement aisé de faire varier les niveaux de U, I ou  $T^{\circ}\text{C}$ , il est plus compliqué de faire varier les caractéristiques statiques des modules testés. En effet, ces caractéristiques étant intrinsèques à chacun des modules, le seul moyen de les faire varier est d'utiliser différents modules.

Le choix des modules fera suite à une analyse succincte des distributions statistiques des caractéristiques statiques  $V_{\text{cesat}}$ ,  $V_f$  et  $I_{\text{ces}}$  intrinsèques à chacun des modules.

#### 4.3.1. Etude des étendues statistiques des caractéristiques statiques

L'objectif de cette étude est d'observer les distributions statistiques des caractéristiques statiques intrinsèques aux modules IGBT afin de choisir les modules sur lesquelles réaliser le premier plan de criblage. Il est d'autant plus facile de mesurer l'effet d'un paramètre lorsque les modalités qu'il prend sont distinctes. Nous nous intéresserons donc plus particulièrement aux bornes de ces distributions et aux modules possédant ces caractéristiques extrêmes.

Pour cela, nous disposons des mesures du fabricant réalisées à  $25^{\circ}\text{C}$  et  $125^{\circ}\text{C}$  sur un échantillon de 223 modules. Les étendues des distributions statistiques sont résumées dans la table 13 :

|         | A $25^{\circ}\text{C}$ |           |                       | A $125^{\circ}\text{C}$ |           |                       |
|---------|------------------------|-----------|-----------------------|-------------------------|-----------|-----------------------|
|         | $V_{\text{cesat}}$ (V) | $V_f$ (V) | $I_{\text{ces}}$ (mA) | $V_{\text{cesat}}$ (V)  | $V_f$ (V) | $I_{\text{ces}}$ (mA) |
| Minimum | 3,484                  | 2,485     | 0,003                 | 4,285                   | 2,569     | 4                     |
| Maximum | 3,661                  | 3,091     | 0,296                 | 4,579                   | 2,993     | 49,34                 |

Table 13 Bornes des distributions des caractéristiques statiques de 223 modules IGBT

Ne disposant pas de ces 223 modules mais de 30 seulement, nous avons observé ces mêmes caractéristiques sur notre échantillon ce qui donne les résultats fournis dans la table 14 :

|         | A $25^{\circ}\text{C}$ |              |                       | A $125^{\circ}\text{C}$ |              |                       |
|---------|------------------------|--------------|-----------------------|-------------------------|--------------|-----------------------|
|         | $V_{\text{cesat}}$ (V) | $V_f$ (V)    | $I_{\text{ces}}$ (mA) | $V_{\text{cesat}}$ (V)  | $V_f$ (V)    | $I_{\text{ces}}$ (mA) |
| Minimum | 3,484                  | <b>2,779</b> | 0,005                 | 4,285                   | <b>2,778</b> | 4                     |
| Maximum | 3,661                  | 3,091        | <b>0,081</b>          | 4,579                   | 2,993        | <b>34</b>             |

Table 14 Bornes des distributions des caractéristiques statiques des 30 modules IGBT

Nous constatons donc que, malgré un léger manque au niveau des faibles valeurs de  $V_f$  et des valeurs élevées d' $I_{\text{ces}}$ , notre échantillon représente convenablement la population de ces modules IGBT du point de vue des bornes des distributions. Nous pourrions donc choisir les modules à tester parmi ces 30 packs.

Afin de mesurer l'effet des caractéristiques statiques sur les réponses observées dans notre étude, il est nécessaire de disposer de modules possédant des caractéristiques statiques proches de ces bornes. Mathématiquement, cela nécessite un lot de 6 modules à tester (2 modules pour chacune des trois caractéristiques). Cependant, la présence de corrélations entre certaines de ces caractéristiques pourrait limiter ce nombre.

Nous nous sommes donc intéressés à la présence possible de corrélations entre les caractéristiques statiques des modules IGBT. La seule corrélation ayant un sens physique est celle pouvant être au niveau de l'IGBT entre la chute de tension  $V_{cesat}$  et le courant de fuite  $I_{ces}$ , les autres corrélations n'ayant pas de sens physique (par exemple, une corrélation entre les chute de tension aux bornes de IGBT et des diode ne peut pas être réelle).

En utilisant le  $r$  de Pearson défini ci-dessous, nous avons observé les corrélations aux deux températures fournies par le fournisseur.

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \quad (2.36)$$

Où :

$s_{xy}$  désigne la covariance entre les variables  $x$  et  $y$ ,  
 $s_x$  et  $s_y$  désignent les écart-types des variables  $x$  et  $y$ .

Ces tests fournis en annexe 2 nous ont permis d'identifier une corrélation à 125°C entre la chute de tension ( $V_{cesat}$ ) et le courant de fuite ( $I_{ces}$ ) aux bornes de l'IGBT.

Cette corrélation peut s'expliquer grâce à la physique du composant. En effet ces deux caractéristiques dépendent d'un même élément à savoir la couche  $N^-$  de la puce silicium. De plus cette dépendance est accentuée à haute température c'est pourquoi cette observation se fait à 125°C et non à 25°C.

Six modules IGBT ont donc été sélectionnés pour leurs caractéristiques statiques à 25°C et quatre modules pour leurs caractéristiques à 125°C. Ces paramètres intrinsèques à chacun de ces modules sont donnés dans les tables 15 et 16. Les caractéristiques déterminantes pour le choix de ces modules sont soulignées dans les tables, il s'agit des bornes des distributions statistiques de ces paramètres.

| IGBT.  | $V_{cesat}$    | $V_f$          | $I_{ces}$       |
|--------|----------------|----------------|-----------------|
| 1-25°C | <u>3,484 V</u> | 3,008V         | 0,024 mA        |
| 2-25°C | <u>3,661 V</u> | 3,077 V        | 0,027 mA        |
| 3-25°C | 3,565 V        | <u>2,779 V</u> | 0,025 mA        |
| 4-25°C | 3,620 V        | <u>3,091 V</u> | 0,016 mA        |
| 5-25°C | 3,598 V        | 2,932 V        | <u>0,005 mA</u> |
| 6-25°C | 3,573 V        | 2,989 V        | <u>0,081 mA</u> |

Table 15 Modules IGBT utilisés à 25°C

| IGBT    | Vcesat         | Vf             | Ices         |
|---------|----------------|----------------|--------------|
| 1-125°C | <u>4,285 V</u> | 2,914 V        | <u>4 mA</u>  |
| 2-125°C | <u>4,579 V</u> | 2,951 V        | <u>34 mA</u> |
| 3-125°C | 4,409 V        | <u>2,778 V</u> | 10 mA        |
| 4-125°C | 4,475 V        | <u>2,993 V</u> | 19 mA        |

Table 16 Modules IGBT utilisés à 125°C

Nous verrons par la suite que les niveaux de températures utilisés dans ce plan sont -40°C, 25°C et 125°C. Si les valeurs des caractéristiques statiques sont connues à 25°C et 125°C, elles ne le sont pas à -40°C et leur mesure nous est impossible avec les moyens dont nous disposons.

En observant les valeurs des caractéristiques statiques à 125°C en fonction de celles à 25°C, nous pouvons supposer la présence d'un effet homogène, ou non, de la température sur ces paramètres. Ces diagrammes sont donnés en figure 12, 13 et 14 :

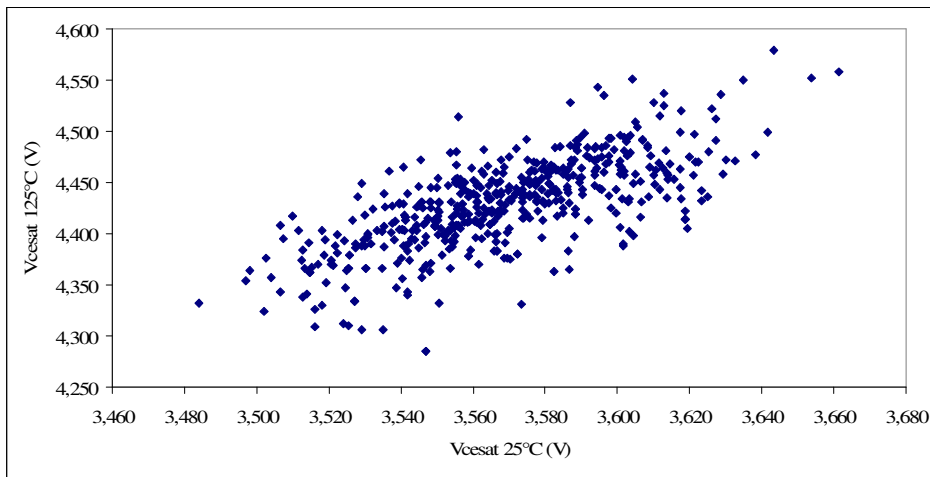


Fig 12. Effet de la température sur Vcesat

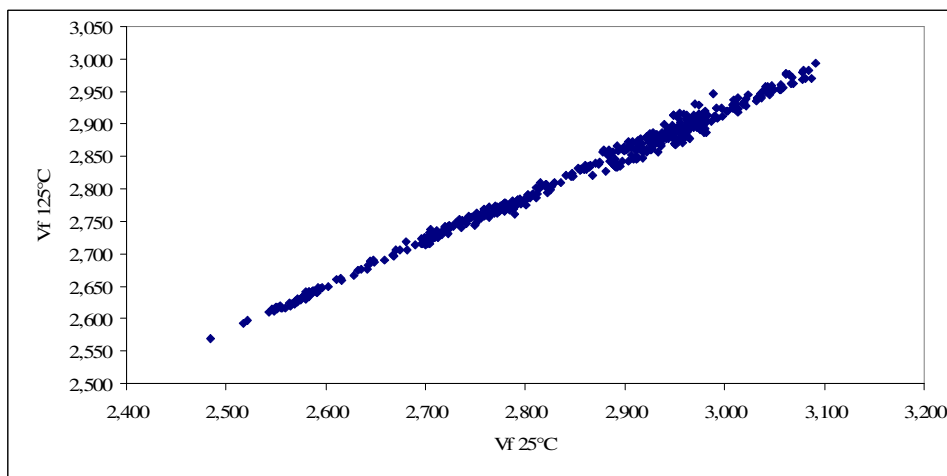


Fig 13. Effet de la température sur Vf

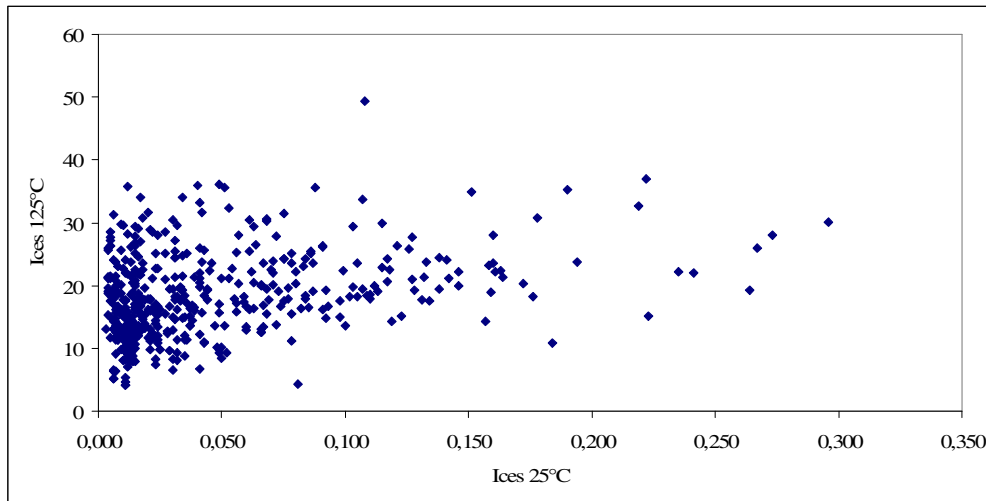


Fig 14. Effet de la température sur Ices

Aux vues des résultats fournis en figure 12 et 13, il semble que la température ait un effet homogène sur la chute de tension aux bornes de l'IGBT ( $V_{cesat}$ ) et de la diode ( $V_f$ ). En revanche, en ce qui concerne le courant de fuite, la température a une influence différente selon les modules comme nous le montre la figure 14.

De ce constat, nous pouvons donc émettre l'hypothèse qu'à  $-40^\circ\text{C}$ , les modules possédant des valeurs limites de  $V_{cesat}$  ou  $V_f$  sont les mêmes que ceux en possédant à  $25^\circ\text{C}$ . Les modules IGBT testés à  $-40^\circ\text{C}$  sont donc les mêmes que ceux utilisés pour les tests à  $25^\circ\text{C}$  possédant des valeurs extrêmes de  $V_{cesat}$  et  $V_f$ . En revanche, aucune hypothèse n'est faite concernant les module possédant des valeur extrême de courant de fuite Ices à  $-40^\circ\text{C}$ .

Nous avons donc identifié un lot de 4 modules pour les essais à  $-40^\circ\text{C}$ , un lot de 6 modules pour les essais à  $25^\circ\text{C}$  et un lot de 4 modules pour les tests à  $125^\circ\text{C}$ .

#### 4.3.2. Définition du domaine expérimental

Le domaine expérimental est constitué de l'ensemble des combinaisons de facteurs qu'il est possible de réaliser. Dans notre cas, nous étudions 6 facteurs pourvus d'un nombre différent de modalités. La table 17 résume les différentes modalités des facteurs. Dans un souci de simplification, les 3 caractéristiques statiques sont réunies en un même facteur nommé IGBT.

| Facteurs        | Modalités  |
|-----------------|--|
| Tension U       | 500V ; 2400V   |
| Courant I       | 600A ; 1200A ; 2400A   |
| Température T°C | $-40^\circ\text{C}$ ; $25^\circ\text{C}$ ; $125^\circ\text{C}$ |
| IGBT            | 4 à 6 modules suivant la température                           |

Table 17 Facteurs et modalités associées

Le domaine expérimental peut être représenté à travers la schématisation de la figure 15, il est composé de 84 traitements expérimentaux :

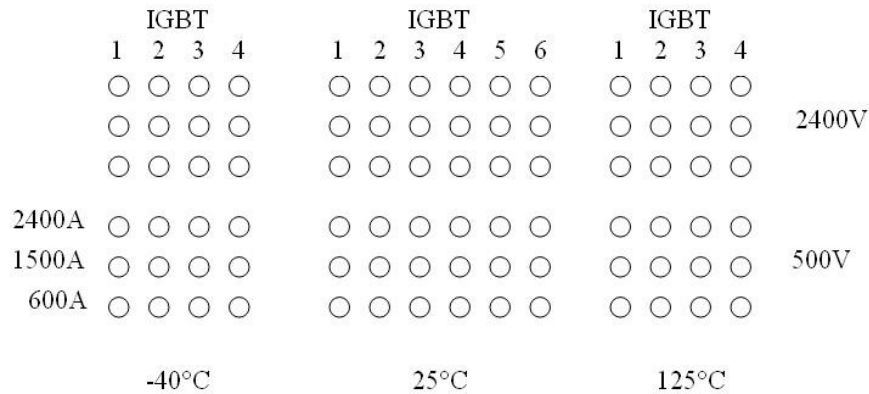


Fig 15. Illustration du domaine expérimental

### 4.3.3. Définition du modèle empirique

Nous avons vu dans la partie théorique de ce chapitre que les modèles associés aux études de criblage sont des modèles additifs. Nous souhaitons affiner la connaissance des effets moyens des facteurs pris en considération par le calcul des interactions présentes entre ces facteurs et éviter ainsi le phénomène d'alias. En ne considérant pas les interactions dans les modèles, les effets calculés pour chaque facteur seraient en réalité la combinaison de ce dernier et de certaines interactions. Par exemple, en considérant un modèle sans interaction, l'effet calculé pour la tension regrouperait en réalité l'effet de la tension et l'effet de l'interaction entre le courant et la température. On dit alors que la tension est aliasée à l'interaction courant-température.

Les modèles que nous recherchons sont donc de la forme :

$$Y = cst + W_U + W_I + W_T + W_{UI} + W_{UT} + W_{IT} \quad (2.37)$$

Dans lesquels :

$Y$  représente la réponse observée (surtension ou vitesse de commutation),

$W_i$  est le poids du facteur  $i$ ,

$W_{ij}$  est le poids de l'interaction entre les facteurs  $i$  et  $j$ .

On remarque dans ces modèles l'absence des caractéristiques statiques intrinsèques aux modules. En effet, l'observation de l'effet de ces paramètres et des interactions les mettant en jeu devra se faire graphiquement dans un premier temps. Pour cela, les résultats en chaque point seront observés en fonction des valeurs des caractéristiques  $V_{cesat}$ ,  $V_f$  et  $I_{ces}$  des modules utilisés. Si une tendance est observée, une étude plus approfondie sera effectuée afin d'estimer avec précision l'effet de la/les caractéristique(s) statique(s) présentant une influence sur la/les réponse(s).

Les facteurs courant (I) et température (T°C) possèdent chacun trois modalités alors que la tension n'en possède que deux. Le nombre total d'inconnues du modèle est donc :

$$p = 1 + \sum_{i=1}^k (m_i - 1) + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (m_i - 1)(m_j - 1) = 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 4 = 14 \quad (2.38)$$

$m_i$  désigne ici le nombre de modalité du facteur  $i$  et  $k$  le nombre de facteurs.

Le modèle possède 14 inconnues à déterminer. Ces 14 coefficients permettent de connaître l'effet de la tension, du courant, de la température et des interactions entre ces facteurs sur la surtension et la vitesse de commutation. L'effet des caractéristiques statique sera identifié graphiquement.

#### 4.3.4. Construction du plan d'expériences

Nos modèles possèdent 14 inconnues et nécessitent donc au moins 14 traitements expérimentaux. Nous avons choisi de réaliser les 18 (=3x3x2) expériences du plan complet pour déterminer les coefficients des modèles. Ces 18 traitements expérimentaux seront réalisés sur les groupes de 4 à 6 IGBT afin de visualiser les effets des caractéristiques statiques.

La matrice d'expériences est donc celle fournie dans la table 18 :

| Essai | U    | I    | T°C |
|-------|------|------|-----|
| 1     | 500  | 600  | -40 |
| 2     | 2400 | 600  | -40 |
| 3     | 500  | 1200 | -40 |
| 4     | 2400 | 1200 | -40 |
| 5     | 500  | 2400 | -40 |
| 6     | 2400 | 2400 | -40 |
| 7     | 500  | 600  | 25  |
| 8     | 2400 | 600  | 25  |
| 9     | 500  | 1200 | 25  |
| 10    | 2400 | 1200 | 25  |
| 11    | 500  | 2400 | 25  |
| 12    | 2400 | 2400 | 25  |
| 13    | 500  | 600  | 125 |
| 14    | 2400 | 600  | 125 |
| 15    | 500  | 1200 | 125 |
| 16    | 2400 | 1200 | 125 |
| 17    | 500  | 2400 | 125 |
| 18    | 2400 | 2400 | 125 |

Table 18 Matrice d'expérience  $\xi$

Le codage de cette matrice se fait grâce à la relation de codage donnée en 3.3.2 et donne la matrice du modèle X de la table 19 :

| Essai | $X_0$ | U  | $I_1$ | $I_2$ | $T_1$ | $T_2$ | $U*I_1$ | $U*I_2$ | $U*T_1$ | $U*T_2$ | $I_1*T_1$ | $I_1*T_2$ | $I_2*T_1$ | $I_2*T_2$ |
|-------|-------|----|-------|-------|-------|-------|---------|---------|---------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1     | 1     | -1 | -1    | -1    | -1    | -1    | 1       | 1       | 1       | 1       | 1         | 1         | 1         | 1         |
| 2     | 1     | 1  | -1    | -1    | -1    | -1    | -1      | -1      | -1      | -1      | 1         | 1         | 1         | 1         |
| 3     | 1     | -1 | 1     | 0     | -1    | -1    | -1      | 0       | 1       | 1       | -1        | -1        | 0         | 0         |
| 4     | 1     | 1  | 1     | 0     | -1    | -1    | 1       | 0       | -1      | -1      | -1        | -1        | 0         | 0         |
| 5     | 1     | -1 | 0     | 1     | -1    | -1    | 0       | -1      | 1       | 1       | 0         | 0         | -1        | -1        |
| 6     | 1     | 1  | 0     | 1     | -1    | -1    | 0       | 1       | -1      | -1      | 0         | 0         | -1        | -1        |
| 7     | 1     | -1 | -1    | -1    | 1     | 0     | 1       | 1       | -1      | 0       | -1        | 0         | -1        | 0         |
| 8     | 1     | 1  | -1    | -1    | 1     | 0     | -1      | -1      | 1       | 0       | -1        | 0         | -1        | 0         |
| 9     | 1     | -1 | 1     | 0     | 1     | 0     | -1      | 0       | -1      | 0       | 1         | 0         | 0         | 0         |
| 10    | 1     | 1  | 1     | 0     | 1     | 0     | 1       | 0       | 1       | 0       | 1         | 0         | 0         | 0         |
| 11    | 1     | -1 | 0     | 1     | 1     | 0     | 0       | -1      | -1      | 0       | 0         | 0         | 1         | 0         |
| 12    | 1     | 1  | 0     | 1     | 1     | 0     | 0       | 1       | 1       | 0       | 0         | 0         | 1         | 0         |
| 13    | 1     | -1 | -1    | -1    | 0     | 1     | 1       | 1       | 0       | -1      | 0         | -1        | 0         | -1        |
| 14    | 1     | 1  | -1    | -1    | 0     | 1     | -1      | -1      | 0       | 1       | 0         | -1        | 0         | -1        |
| 15    | 1     | -1 | 1     | 0     | 0     | 1     | -1      | 0       | 0       | -1      | 0         | 1         | 0         | 0         |
| 16    | 1     | 1  | 1     | 0     | 0     | 1     | 1       | 0       | 0       | 1       | 0         | 1         | 0         | 0         |
| 17    | 1     | -1 | 0     | 1     | 0     | 1     | 0       | -1      | 0       | -1      | 0         | 0         | 0         | 1         |
| 18    | 1     | 1  | 0     | 1     | 0     | 1     | 0       | 1       | 0       | 1       | 0         | 0         | 0         | 1         |

Table 19 Matrice du modèle X

On retrouve dans cette matrice la colonne  $X_0$  attribué à la constante du modèle et composée exclusivement de 1, les 5 colonnes associées aux facteurs et les 8 colonnes associées aux interactions entre les facteurs. On obtient les colonnes associées aux interactions en multipliant les colonnes des facteurs utilisés dans l'interaction. La matrice comporte donc 14 colonnes associées aux 14 inconnues du modèle.

#### 4.3.5. Expérimentation

La température pour les essais 1 à 6 est fixée à  $-40^{\circ}\text{C}$ , ces essais sont réalisés sur 4 modules IGBT. Pour obtenir cette température sans recourir à une étuve, non disponible lors de cette étude de criblage, nous avons utilisé une centrale à air. Les modules IGBT sont alors fixés sur une semelle usinée sur laquelle est branché la centrale à air et qui permet un refroidissement des modules par une lame d'air qui vient lécher la semelle AISiC des modules IGBT testés. La semelle utilisée est présentée en figure 16 :

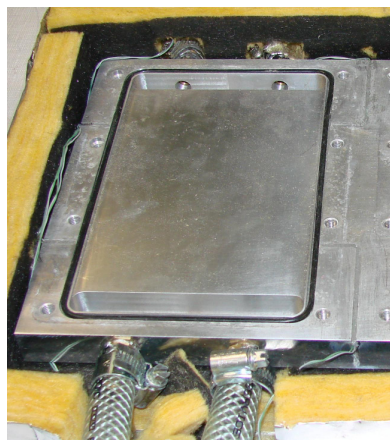


Fig 16. Semelle usinée pour essais à froid

Les essais à 25°C sont réalisés sur 6 modules IGBT et les essais à 125°C sur un lot de 4 modules IGBT. On utilise une plaque chauffante pour les essais à 125°C.

Pour les essais réalisés à -40°C et 125°C, un temps de mise en température de 2h a été respecté. Le dispositif expérimental est présenté en figure 17 :

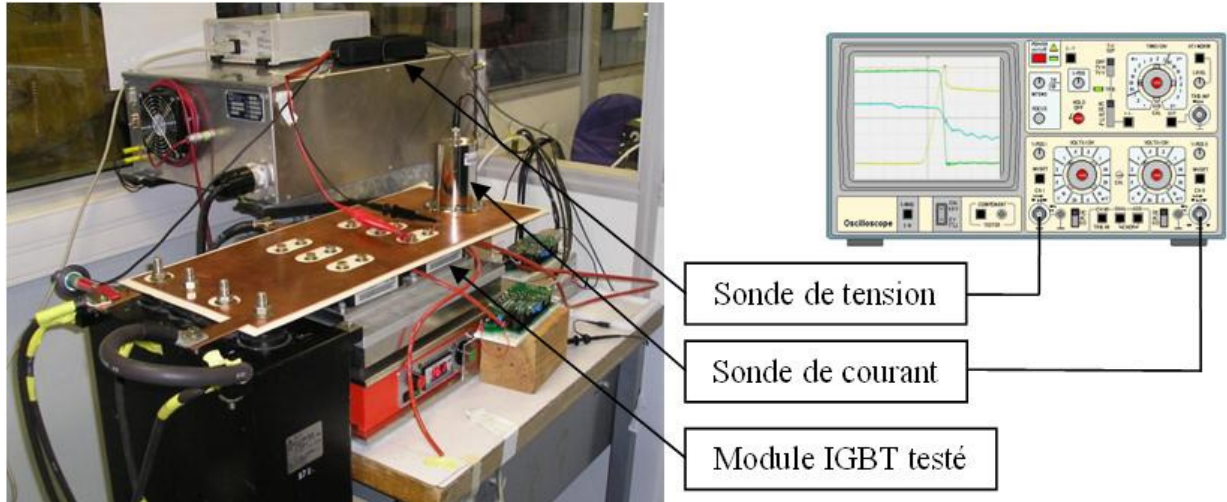


Fig 17. Banc de test utilisé

Lors des essais, il existe trois sources d'erreurs :

- Le dispositif de prise de mesure, soit ici l'oscilloscope TDS 5054B et la sonde de tension P5210 tous deux de la marque Tektronix,
- L'expérimentateur,
- Les conditions d'essai (comme par exemple la température).

Le dispositif de mesure reste inchangé tout comme l'expérimentateur, en revanche, en ce qui concerne les conditions d'essais, celles-ci varient de façon volontaire. L'erreur de mesure va donc changer selon l'essai réalisé.

Pour palier à ce phénomène et avoir une idée des dispersions des résultats en chacun des points d'essai, chacune des expériences du plan complet à été répétée trois fois pour chaque module IGBT. L'écart observé entre les valeurs maximale et minimale obtenues lors de ces trois répétitions est associé au dispositif de mesure.

#### 4.3.6. Analyse globale des résultats d'essais

Les résultats d'essais pour la surtension et la vitesse de commutation sont présentés respectivement dans les tables 20 et 21.

L'analyse de ces résultats va permettre de calculer les coefficients des modèles recherchés et surtout d'identifier les facteurs ne présentant pas d'influence significative sur les réponses mesurées et qui, par conséquent, pourront être supprimés de notre étude.



| Essai | U    | I    | T°C | Vcesat faible | Vcesat fort | Vf faible | Vf fort | Ices faible | Ices fort   |
|-------|------|------|-----|---------------|-------------|-----------|---------|-------------|-------------|
| 1     | 500  | 600  | -40 | 765           | 773         | 770       | 758     |             |             |
| 2     | 2400 | 600  | -40 | 2754          | 2753        | 2762      | 2768    |             |             |
| 3     | 500  | 1200 | -40 | 901           | 893         | 896       | 893     |             |             |
| 4     | 2400 | 1200 | -40 | 2922          | 2927        | 2921      | 2907    |             |             |
| 5     | 500  | 2400 | -40 | 1007          | 1014        | 1018      | 1018    |             |             |
| 6     | 2400 | 2400 | -40 | 3087          | 3063        | 3053      | 3061    |             |             |
| 7     | 500  | 600  | 25  | 770           | 766         | 769       | 755     | 766         | 768         |
| 8     | 2400 | 600  | 25  | 2776          | 2781        | 2780      | 2780    | 2781        | 2776        |
| 9     | 500  | 1200 | 25  | 880           | 885         | 888       | 883     | 889         | 883         |
| 10    | 2400 | 1200 | 25  | 2959          | 2967        | 2962      | 2948    | 2949        | 2943        |
| 11    | 500  | 2400 | 25  | 1013          | 1008        | 1026      | 1016    | 1019        | 1025        |
| 12    | 2400 | 2400 | 25  | 3107          | 3098        | 3100      | 3093    | 3109        | 3082        |
| 13    | 500  | 600  | 125 | <b>716</b>    | <b>723</b>  | 714       | 716     | <b>716</b>  | <b>723</b>  |
| 14    | 2400 | 600  | 125 | <b>2827</b>   | <b>2802</b> | 2808      | 2808    | <b>2827</b> | <b>2802</b> |
| 15    | 500  | 1200 | 125 | <b>823</b>    | <b>834</b>  | 819       | 825     | <b>823</b>  | <b>834</b>  |
| 16    | 2400 | 1200 | 125 | <b>3000</b>   | <b>3033</b> | 3001      | 3020    | <b>3000</b> | <b>3033</b> |
| 17    | 500  | 2400 | 125 | <b>954</b>    | <b>944</b>  | 933       | 942     | <b>954</b>  | <b>944</b>  |
| 18    | 2400 | 2400 | 125 | <b>3160</b>   | <b>3147</b> | 3135      | 3141    | <b>3160</b> | <b>3147</b> |

Table 20 Résultats obtenus en surtension

| Essai | U    | I    | T°C | Vcesat faible | Vcesat fort  | Vf faible | Vf fort | Ices faible  | Ices fort    |
|-------|------|------|-----|---------------|--------------|-----------|---------|--------------|--------------|
| 1     | 500  | 600  | -40 | 1,387         | 1,450        | 1,409     | 1,412   |              |              |
| 2     | 2400 | 600  | -40 | 2,954         | 2,998        | 2,961     | 3,020   |              |              |
| 3     | 500  | 1200 | -40 | 1,389         | 1,388        | 1,430     | 1,473   |              |              |
| 4     | 2400 | 1200 | -40 | 2,994         | 3,070        | 3,041     | 3,083   |              |              |
| 5     | 500  | 2400 | -40 | 1,340         | 1,378        | 1,373     | 1,383   |              |              |
| 6     | 2400 | 2400 | -40 | 3,185         | 3,267        | 3,259     | 3,280   |              |              |
| 7     | 500  | 600  | 25  | 1,321         | 1,318        | 1,367     | 1,279   | 1,339        | 1,334        |
| 8     | 2400 | 600  | 25  | 2,853         | 2,911        | 2,902     | 2,904   | 2,949        | 2,924        |
| 9     | 500  | 1200 | 25  | 1,294         | 1,298        | 1,316     | 1,343   | 1,367        | 1,286        |
| 10    | 2400 | 1200 | 25  | 2,941         | 2,997        | 2,962     | 2,993   | 3,009        | 3,029        |
| 11    | 500  | 2400 | 25  | 1,215         | 1,269        | 1,269     | 1,313   | 1,295        | 1,320        |
| 12    | 2400 | 2400 | 25  | 3,080         | 3,112        | 3,105     | 3,116   | 3,144        | 3,085        |
| 13    | 500  | 600  | 125 | <b>1,092</b>  | <b>1,221</b> | 1,125     | 1,144   | <b>1,092</b> | <b>1,221</b> |
| 14    | 2400 | 600  | 125 | <b>2,728</b>  | <b>2,732</b> | 2,750     | 2,736   | <b>2,728</b> | <b>2,732</b> |
| 15    | 500  | 1200 | 125 | <b>1,114</b>  | <b>1,225</b> | 1,189     | 1,195   | <b>1,114</b> | <b>1,225</b> |
| 16    | 2400 | 1200 | 125 | <b>2,816</b>  | <b>2,817</b> | 2,830     | 2,796   | <b>2,816</b> | <b>2,817</b> |
| 17    | 500  | 2400 | 125 | <b>1,190</b>  | <b>1,217</b> | 1,174     | 1,180   | <b>1,190</b> | <b>1,217</b> |
| 18    | 2400 | 2400 | 125 | <b>2,837</b>  | <b>2,859</b> | 2,796     | 2,871   | <b>2,837</b> | <b>2,859</b> |

Table 21 Résultats obtenus en vitesse de commutation

On remarque dans ces tableaux que les résultats obtenus à 125°C pour les valeurs faibles et fortes d'Ices sont les mêmes que celles obtenues pour les valeurs faibles et fortes de Vcesat. En effet nous avons vu au paragraphe 4.3.1 qu'une corrélation a lieu entre ces deux caractéristiques à 125°C. En réalité, seulement 4 modules ont été testés.

Il est alors possible pour chacun des essais d'observer les résultats en fonction de la valeur des caractéristiques statiques des modules utilisés. Par exemple, les résultats de l'essai 10 en fonction de la chute de tension aux bornes de la diode (Vf) donne le tableau 22 :

| Essai 10                          |                        | IGBT           | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |
|-----------------------------------|------------------------|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                                   |                        | Vf             | 2,779V | 2,932V | 2,989V | 3,008V | 3,077V | 3,091V |
| Tension<br>Courant<br>Température | 2400V<br>1200A<br>25°C | Surtension (V) | 2962   | 2949   | 2943   | 2967   | 2959   | 2948   |
|                                   |                        | dV/dt (kV/μs)  | 2,962  | 3,009  | 3,029  | 2,941  | 2,997  | 2,993  |

Table 22 Résultats de l'essai 10 pour différentes valeurs de Vf

L'essai 10, utilisé pour cet exemple est réalisé à 25°C, 6 modules IGBT sont donc testés et chacun de ces modules possède sa propre valeur de chute de tension aux bornes de la diode Vf. Nous pouvons donc observer graphiquement sur la figure 18 l'effet de la chute de tension aux bornes de la diode sur la surtension et la vitesse de commutation.

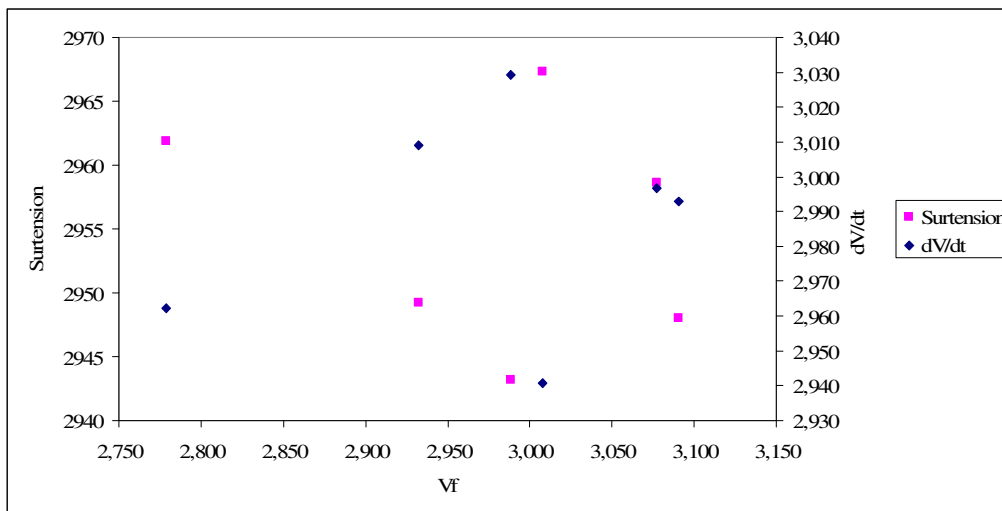


Fig 18. Réponses obtenues pour différentes valeurs de Vf

A première vue on ne remarque aucune tendance indiquant une quelconque influence de la chute de tension aux bornes de la diode sur l'une ou l'autre des réponses observées.

On note la faible disparité des résultats, inférieur à 1% pour la surtension et à 3% pour la vitesse de commutation. Ces écarts peuvent être associés à l'erreur expérimentale liée au dispositif de mesure.

Ce constat étant général à l'ensemble des points et sur les trois caractéristiques statiques, comme peut le voir le lecteur en se référant à l'annexe 3, nous avons conclu à l'absence d'effet des caractéristiques statiques sur la surtension ou la vitesse de commutation. Ces 3 facteurs peuvent d'ores et déjà être supprimé de l'étude.

La suite de l'analyse sera donc réalisée sur les résultats obtenus pour les 4 à 6 répétitions suivant la température (4 répétitions à -40°C et 125°C, 6 répétitions à 25°C).

#### 4.3.7. Analyse mathématique des résultats d'essais

La méthode des moindres carrés permet d'obtenir les coefficients des modèles fournis dans la table 23 :

|                    | Surtension       | dV/dt          |
|--------------------|------------------|----------------|
| Cste               | <b>1909,8305</b> | <b>2,1294</b>  |
| W <sub>U</sub>     | <b>1039,7746</b> | 0,835          |
| W <sub>I1</sub>    | 5,7322           | -0,0011        |
| W <sub>I2</sub>    | 137,6975         | 0,0439         |
| W <sub>T1</sub>    | 6,7672           | 0,0272         |
| W <sub>T2</sub>    | -0,4727          | -0,1444        |
| W <sub>U*I1</sub>  | 7,173            | -0,0133        |
| W <sub>U*I2</sub>  | 15,9173          | 0,0583         |
| W <sub>U*T1</sub>  | -12,5087         | 0,0117         |
| W <sub>U*T2</sub>  | 40,9818          | -0,0233        |
| W <sub>I1*T1</sub> | -2,6405          | <b>-0,0006</b> |
| W <sub>I1*T2</sub> | 4,3792           | <b>0,0111</b>  |
| W <sub>I2*T1</sub> | 3,629            | <b>-0,0056</b> |
| W <sub>I2*T2</sub> | -2,5655          | <b>-0,0139</b> |

Table 23 Poids des éléments des modèles

La constante du modèle représente la valeur moyenne des résultats mesurés. On remarque l'importance du poids de la tension dans le modèle de surtension ce qui était prévisible étant donné la définition donnée ici à la surtension. Le poids de certains termes des modèles est faible, par exemple le poids des termes liés à l'interaction entre le courant et la température sur la vitesse de commutation. Pour statuer quant au caractère significatif des termes dans ces deux modèles, une analyse statistique est nécessaire.

#### 4.3.8. Analyse statistique du modèle,

Une analyse de variance effectuée sur les résultats d'essais permet d'identifier les éléments statistiquement significatifs dans les modèles. L'effet des caractéristiques intrinsèques aux modules IGBT n'étant pas significatif sur les réponses observées, nous considérons pour l'analyse des modèles 4 répétitions pour les essais réalisés à -40°C et 125°C et 6 répétitions pour ceux réalisés à 25°C. Ces répétitions étant associées aux différents modules utilisés aux différentes températures. Dans ces conditions nous obtenons pour la surtension, l'analyse de variance présentée dans la table 24 :

|        | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion          | P          |
|--------|------------------|-----|-----------------|--|--|---------------------|------------|
| U      | 90503146         | 1   | 90503146        | <b>903699,20</b>                                   | 5,25   | <b>influent</b>     | 1,242E-143 |
| I      | 1112857,5        | 2   | 556428,73       | <b>5556,10</b>                                     | 3,89   | <b>influent</b>     | 7,585E-76  |
| T°C    | 2526,4           | 2   | 1263,21         | <b>12,61</b>                                       | 3,89   | <b>influent</b>     | 0,002      |
| U*I    | 22645,6          | 2   | 11322,78        | <b>113,06</b>                                      | 3,89   | <b>influent</b>     | 1,193E-20  |
| U*T°C  | 65130,2          | 2   | 32565,08        | <b>325,17</b>                                      | 3,89   | <b>influent</b>     | 3,669E-34  |
| I*T°C  | 569,8            | 4   | 142,45          | <b>1,42</b>  | 2,97   | <b>non influent</b> | 23,56      |
| Résidu | 7010,3           | 70  | 100,15          |  |  |                     |            |
| Total  | 91713886         | 83  |                 |  |  |                     |            |

Table 24 Analyse de variance sur la surtension

D'après cette analyse de variance, l'effet de l'interaction entre le courant I et la température T°C n'est pas significatif. On vérifie, à travers la table 25, qu'en supprimant cet élément du modèle on ne trouve que des éléments influents :

|        | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion      | P          |
|--------|------------------|-----|-----------------|--|--|-----------------|------------|
| U      | 90503146,3       | 1   | 90503146,35     | <b>883525,50</b>                                   | 5,23   | <b>influent</b> | 1,306E-150 |
| I      | 1112857,5        | 2   | 556428,73       | <b>5432,06</b>                                     | 3,88   | <b>influent</b> | 5,256E-79  |
| T°C    | 2526,4           | 2   | 1263,21         | <b>12,33</b>                                       | 3,88   | <b>influent</b> | 0,00238    |
| U*I    | 22645,6          | 2   | 11322,78        | <b>110,54</b>                                      | 3,88   | <b>influent</b> | 5,944E-21  |
| U*T°C  | 65130,2          | 2   | 32565,08        | <b>317,91</b>                                      | 3,88   | <b>influent</b> | 4,666E-35  |
| Résidu | 7580,1           | 74  | 102,43          |  |  |                 |            |
| Total  | 91713886,1       | 83  |                 |  |  |                 |            |

Table 25 Vérification de l'analyse de variance sur la surtension

Les éléments influents dans le modèle de surtension sont donc la tension U, le courant I, la température T°C, l'interaction entre U et I ainsi que celle entre U et T°C.

Le modèle additif faisant intervenir le poids des facteurs et des interactions influentes s'écrit donc :

$$U_{\max} = 1910 + 1039,77U + 5,73I_1 + 137,7I_2 + 6,77T_1 - 0,47T_2 + 7,17U * I_1 + 15,92U * I_2 - 12,51U * T_1 + 40,98U * T_2 \quad (2.39)$$

On retrouve dans ce modèle les éléments jugés influents sur les variations de la surtension ainsi que leur coefficient associé, calculés par la méthode des moindres carrés au paragraphe 4.3.7. Les valeurs des éléments influents utilisés dans ce modèle (U, I<sub>1</sub>, ..., U\*T<sub>2</sub>) proviennent de la matrice du modèle, ce sont donc des valeurs codées et centrées réduites.

Le coefficient de détermination  $R^2_{ajusté}$  indique le pourcentage de variation de la réponse expliqué par le modèle. La qualité descriptive associée à ce modèle est indiquée en (2.40).

$$R^2_{ajusté} = 99,918 \% \quad (2.40)$$

La même démarche réalisée sur la vitesse de commutation fournie en annexe 4 nous amène à considérer l'interaction entre le courant et la température comme non influente et à obtenir le modèle suivant :

$$dV/dt = 2,129 + 0,835U - 0,001I_1 + 0,044I_2 + 0,027T_1 - 0,144T_2 - 0,013U * I_1 + 0,058U * I_2 + 0,012U * T_1 - 0,023U * T_2 \quad (2.41)$$

La qualité descriptive associée à ce modèle est :

$$R^2_{ajusté} = 99,79 \% \quad (2.42)$$

Les valeurs de  $R^2_{ajusté}$  sont proche de 100% et traduisent donc la bonne qualité descriptive des modèles.

*Remarque : Pour cette étude nous nous contenterons des résultats de l'analyse statistique par analyse de variance. En effet, la quasi-totalité des éléments des modèles étant influents, l'hypothèse sur laquelle repose l'analyse par la droite de Daniel ou la méthode de Lenth qui stipule que 80% des variations de la réponse est attribué à 20% des facteurs n'est pas respectée.*

#### 4.3.9. Analyse graphique des résultats

Les effets des facteurs U, I et T°C sur la surtension peuvent être représentés de manière graphique comme sur la figure 19 :

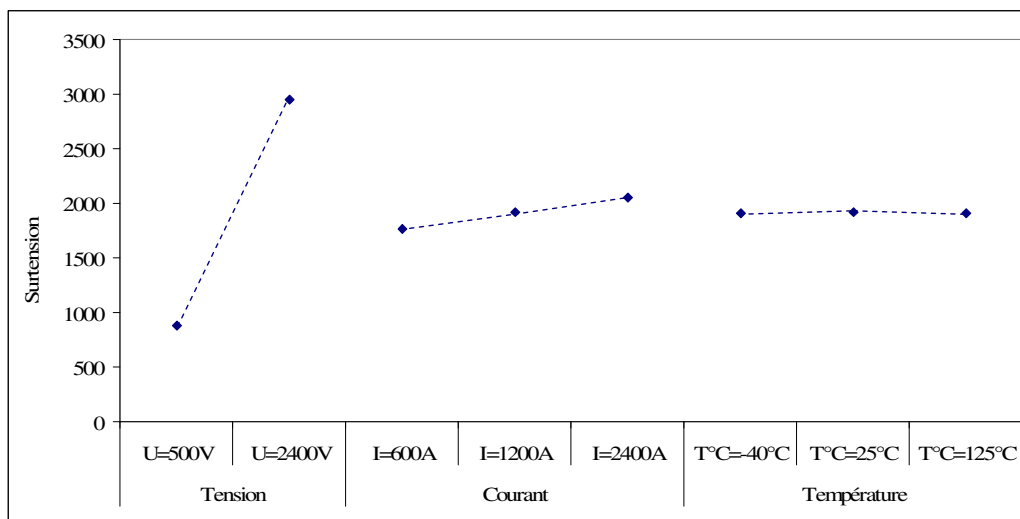


Fig 19. Effet des facteurs U, I et T°C sur la surtension

Rappelons que les pointillés entre les points de mesure ne supposent en aucun cas une évolution linéaire de la réponse entre les différentes modalités mais servent uniquement à faciliter la lecture du graphique.

La tension est le facteur ayant le plus d'influence sur la surtension comme le montre la figure 19. Ce phénomène se comprend aisément puisque la surtension observée dans cette étude est définie comme la tension maximale atteinte lors de la commutation. Il est donc normal que la valeur de la tension commutée ait sur elle un effet prépondérant. La température semble ne pas avoir d'influence sur cette visualisation graphique des effets des facteurs sur la surtension, cependant, l'analyse de variance effectuée au paragraphe 4.3.8 a permis de juger ce facteur comme influent. L'analyse graphique des résultats ne semble donc pas être la plus adéquate pour juger de l'influence d'un facteur.

Les effets des facteurs U, I et T°C sur la vitesse de commutation sont représentés de manière graphique sur la figure 20 :

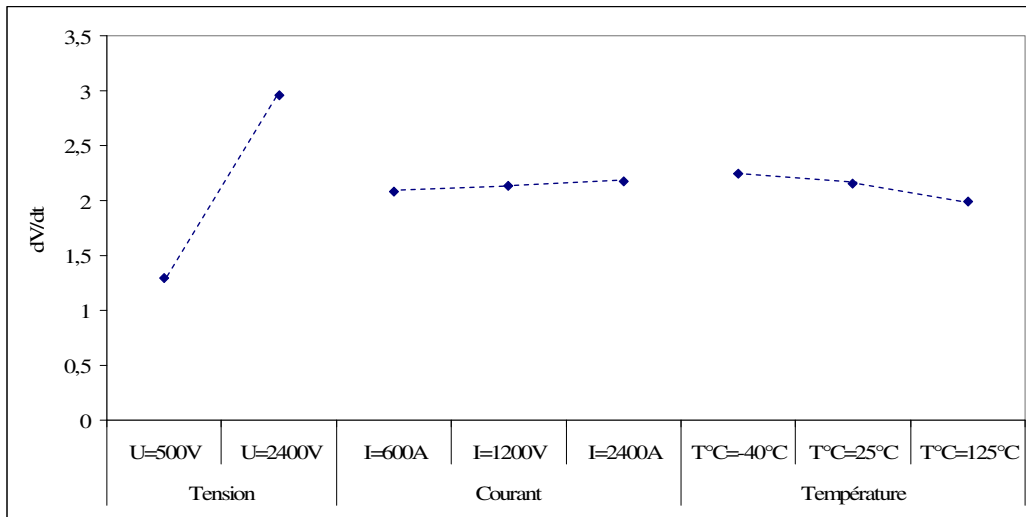


Fig 20. Effet des facteurs  $U$ ,  $I$  et  $T^{\circ}C$  sur la vitesse de commutation

La tension est également le facteur ayant le plus d'influence sur la vitesse de commutation. Ce phénomène est d'autant plus marqué sur le diagramme de Pareto de la figure 21 :

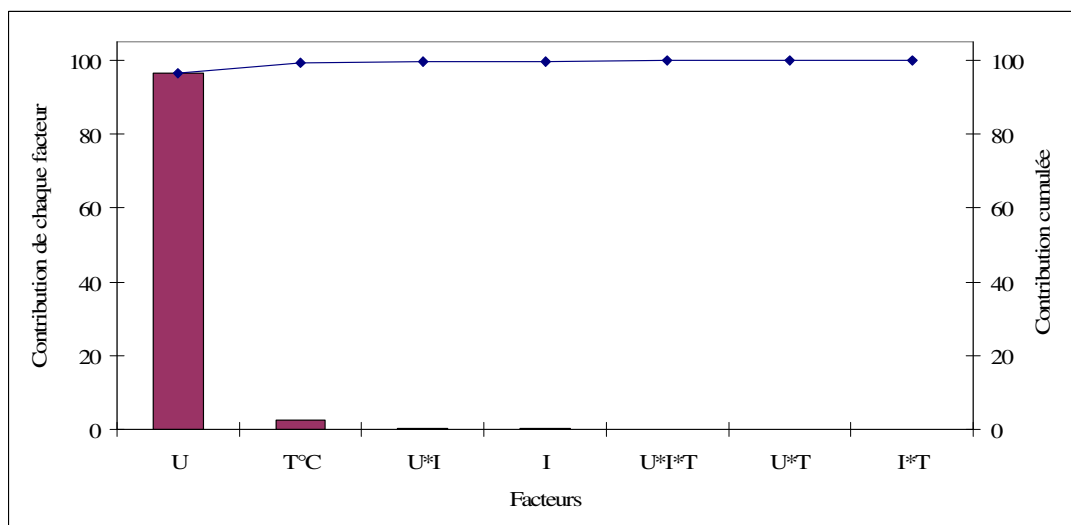


Fig 21. Diagramme de Pareto pour la vitesse de commutation

D'après l'analyse de variance, l'interaction entre  $U$  et  $T^{\circ}C$  est celle dont l'effet est le plus important sur la surtension car elle possède la valeur de  $F_{obs}$  la plus élevée. Graphiquement elle se représente par la figure 22 :

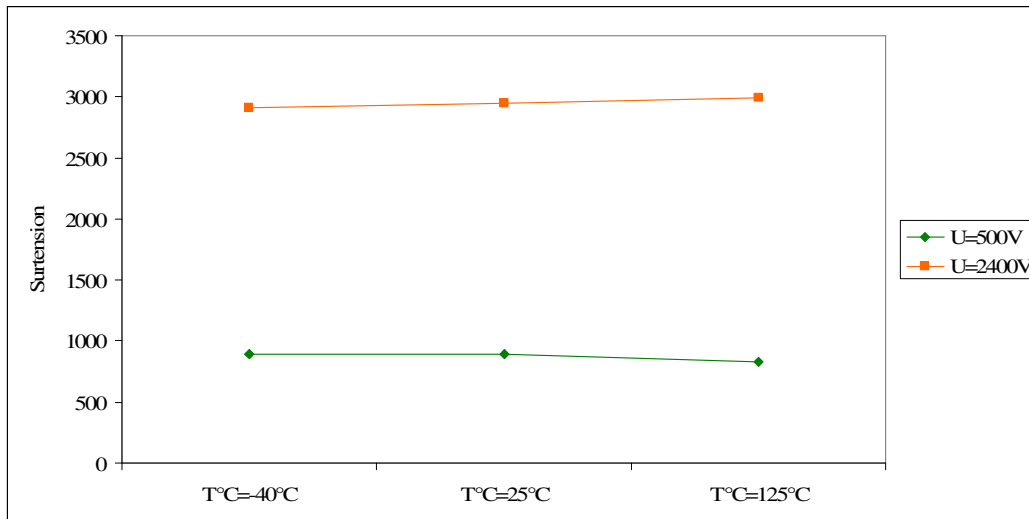


Fig 22. Interaction entre U et T°C sur la surtension

L'interaction est faible mais son poids a cependant été jugé significatif par l'analyse de variance.

L'interaction présente entre U et I est celle jugée la plus influente sur la vitesse de commutation, sa représentation graphique est donnée en figure 23 :

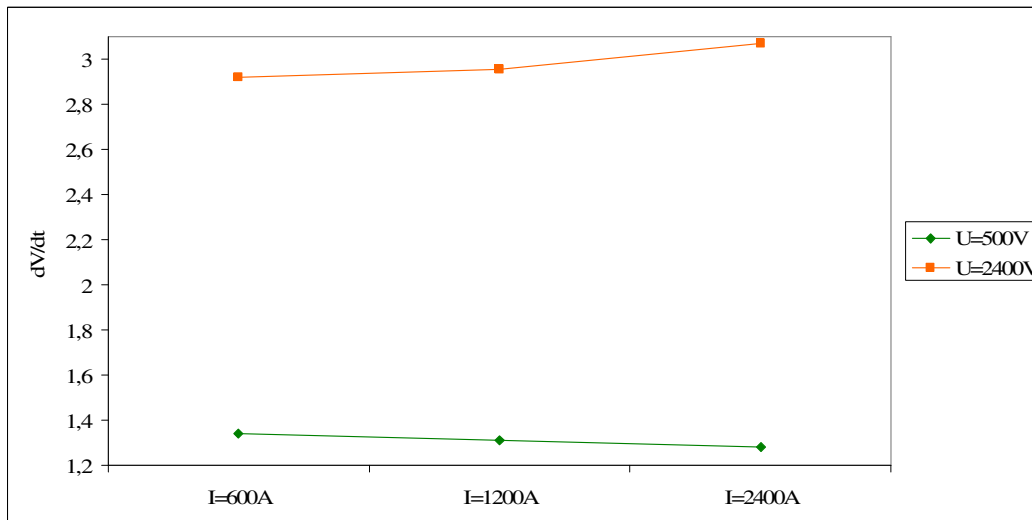


Fig 23. Interaction entre U et I sur la vitesse de commutation

L'analyse graphique permet d'observer les tendances sur les réponses observées. Cependant il est dangereux de conclure à la significativité des éléments du modèle à partir de ces tendances. En effet, comme c'est le cas ici, certains facteurs ou interactions semblent ne pas avoir d'effet sur la réponse d'un point de vue graphique mais sont jugés influents par une analyse de variance.

#### 4.3.10. Résultats du plan 1

Dans cette étude nous avons pris en considération 6 facteurs, soit dans la construction d'un plan factoriel complet soit dans la répétition de ce plan sur plusieurs produits. Ceci nous a permis d'identifier les facteurs influents et surtout d'éliminer les facteurs ne présentant pas un effet statistiquement significatif sur les réponses observées.

La prise en compte des interactions au sein des modèles a permis d'éviter le phénomène d'alias. Ce phénomène fausse le jugement apporté par l'analyse statistique sur le caractère significatif ou non d'un facteur et peut amener à supprimer un facteur influent sur les variations de la réponse.

Les facteurs tension, courant et température ont donc été jugés influents et seront donc présents dans la construction du plan d'expériences visant à modéliser la surtension et la vitesse de commutation au chapitre suivant. En revanche, les caractéristiques statiques, intrinsèques à chaque module IGBT ne présentent pas un effet significatif sur les performances dynamiques observées dans cette étude.

Afin de compléter la liste des facteurs influents présents dans la mise en place du plan d'expériences pour l'étude de surface de réponse, qui sera présenté dans le chapitre suivant, une étude de criblage portant sur les 4 facteurs relatifs aux paramètres de conception a été réalisée et est exposée dans le paragraphe 4.4.

#### 4.4. Plan 2 (Lcom, Lge, Rgoff, t<sub>on</sub>)

L'objectif est de nouveau d'identifier les facteurs ayant une influence statistiquement significative sur les réponses observées afin d'éliminer les autres et ainsi minimiser le nombre de coefficients à déterminer dans les modèles traduisant ces réponses.

Ce deuxième plan de criblage cherche à identifier les éléments influents parmi 4 facteurs. Ces 4 facteurs, liés aux paramètres de conception de l'onduleur, sont :

- L'inductance de boucle Lcom due à la connectique entre la capacité et le module IGBT,
- L'inductance présente entre la grille et l'émetteur Lge, due au câble reliant la grille du module IGBT à l'allumeur,
- La résistance Rg<sub>off</sub> présente sur l'allumeur.
- Le temps t<sub>on</sub> pendant lequel l'IGBT est passant avant son blocage.

La figure 24 présente le montage utilisé sur lequel nous retrouvons les éléments associés aux 4 facteurs pris en compte dans ce plan de criblage.



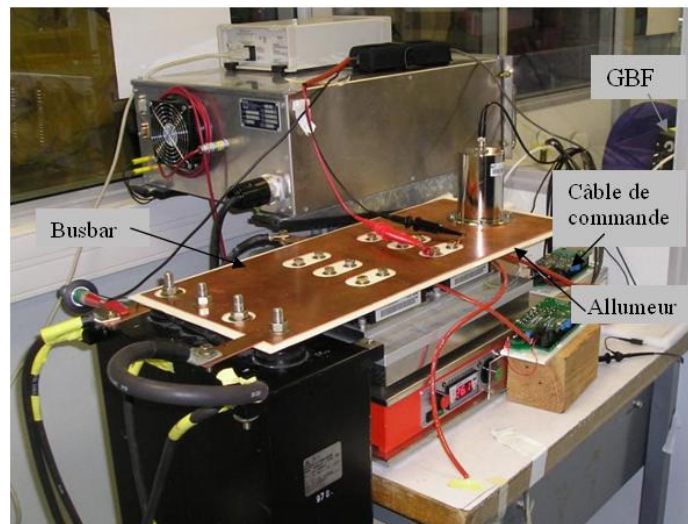


Fig 24. Montage utilisé pour le second plan de criblage

La connectique de type busbar est associée à l'inductance de boucle du montage appelé  $L_{com}$ . Pour faire augmenter sa valeur nous insérons des pâtes de cuivre, telles que celle présenté sur la figure 25, entre la capacité et le busbar.



Fig 25. Pâtes de cuivre utilisées pour augmenter l'inductance  $L_{com}$

La longueur du câble de commande reliant l'allumeur à la commande du module IGBT est liée à l'inductance entre la grille et l'émetteur  $L_{ge}$ . Pour observer son effet sur la surtension et la vitesse de commutation nous avons utilisé les deux câbles, de longueur différente, présentés en figure 26.

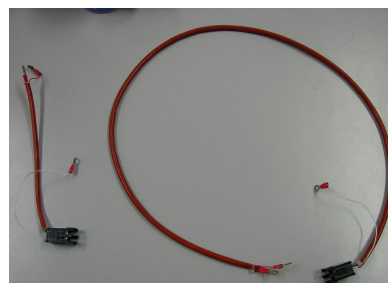


Fig 26. Câbles de commande utilisés

La résistance de grille  $R_{g_{off}}$  est intégrée à l'allumeur. Différents allumeurs possédant des résistances  $R_{g_{off}}$  de différentes valeurs ont été utilisés dans cette étude.

Le temps  $t_{on}$  est obtenu par réglage du générateur basse fréquence (GBF) utilisé pour générer les impulsions de commande.

#### 4.4.1. Définition du domaine expérimental

Chacun des 4 facteurs utilisés pour cette étude de criblage est dotés de 2 modalités correspondantes aux bornes minimales et maximales rencontrées en application. Ces niveaux sont donnés dans la table 26 :

|                   | Mini             | Maxi            |
|-------------------|------------------|-----------------|
| Lcom              | 60 nH            | 160 nH          |
| Lge               | câble court (cc) | câble long (cl) |
| Rg <sub>off</sub> | 3,7 Ω            | 6,8 Ω           |
| t <sub>on</sub>   | 10 μs            | 100 μs          |

Table 26 Modalités utilisées pour chacun des facteurs

Chacun des 4 facteurs possédant 2 modalités, l'ensemble des 16 points candidats peut être représenté par la figure 27 :

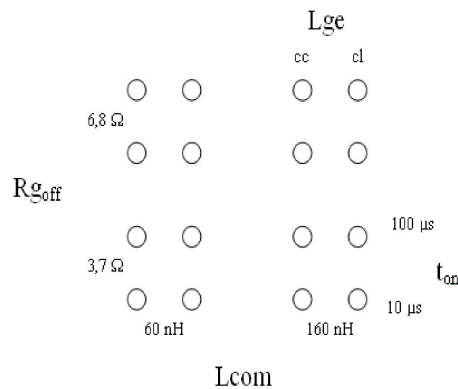


Fig 27. Ensemble des points candidats

#### 4.4.2. Définition du modèle empirique

Tout comme lors de la précédente étude, le modèle recherché est un modèle additif faisant intervenir les interactions afin d'éviter le phénomène d'alias. Il se présente donc sous la forme :

$$Y = cst + W_{Lcom} + W_{Lge} + W_{Rg_{off}} + W_{t_{on}} + W_{Lcom / Lge} + W_{Lcom / Rg_{off}} + W_{Lcom / t_{on}} + W_{Lge / Rg_{off}} + W_{Lge / t_{on}} + W_{Rg_{off} / t_{on}} \quad (2.43)$$

Dans ce modèle :

$Y$  représente la réponse observée (surtension ou vitesse de commutation),

$W_i$  désigne le poids du facteur  $i$ ,

$W_{ij}$  est le poids de l'interaction entre les facteurs  $i$  et  $j$ .

Ce modèle possède 11 inconnues à déterminer. Pour cela, nous avons utilisé une matrice d'expériences de taille supérieure ou égale à 11 dont l'analyse des résultats permettra de calculer la valeur de ces 11 inconnues.

#### 4.4.3. Construction du plan d'expériences

Ne disposant pas de matrice fractionnaire permettant l'étude de 4 facteurs à 2 modalités et de leurs interactions, nous avons opté pour le plan complet composé des 16 points du domaine expérimental. Rappelons que le nombre minimale d'expériences est dans ce cas de 11 ce qui est déjà proche du plan complet.

La relation de codage décrite dans le paragraphe 3.3.2 permet d'obtenir la matrice du modèle X présentée dans la table 27 :

| Cst | Lcom | Lge | Rg <sub>off</sub> | t <sub>on</sub> | Lcom/Lge | Lcom/Rg <sub>off</sub> | Lcom/t <sub>on</sub> | Lge/Rg <sub>off</sub> | Lge/t <sub>on</sub> | Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> |
|-----|------|-----|-------------------|-----------------|----------|------------------------|----------------------|-----------------------|---------------------|------------------------------------|
| 1   | -1   | -1  | -1                | -1              | 1        | 1                      | 1                    | 1                     | 1                   | 1                                  |
| 1   | 1    | -1  | -1                | -1              | -1       | -1                     | -1                   | 1                     | 1                   | 1                                  |
| 1   | -1   | 1   | -1                | -1              | -1       | 1                      | 1                    | -1                    | -1                  | 1                                  |
| 1   | 1    | 1   | -1                | -1              | 1        | -1                     | -1                   | -1                    | -1                  | 1                                  |
| 1   | -1   | -1  | 1                 | -1              | 1        | -1                     | 1                    | -1                    | 1                   | -1                                 |
| 1   | 1    | -1  | 1                 | -1              | -1       | 1                      | -1                   | -1                    | 1                   | -1                                 |
| 1   | -1   | 1   | 1                 | -1              | -1       | -1                     | 1                    | 1                     | -1                  | -1                                 |
| 1   | 1    | 1   | 1                 | -1              | 1        | 1                      | -1                   | 1                     | -1                  | -1                                 |
| 1   | -1   | -1  | -1                | 1               | 1        | 1                      | -1                   | 1                     | -1                  | -1                                 |
| 1   | 1    | -1  | -1                | 1               | -1       | -1                     | 1                    | 1                     | -1                  | -1                                 |
| 1   | -1   | 1   | -1                | 1               | -1       | 1                      | -1                   | -1                    | 1                   | -1                                 |
| 1   | 1    | 1   | -1                | 1               | 1        | -1                     | 1                    | -1                    | 1                   | -1                                 |
| 1   | -1   | -1  | 1                 | 1               | 1        | -1                     | -1                   | -1                    | -1                  | 1                                  |
| 1   | 1    | -1  | 1                 | 1               | -1       | 1                      | 1                    | -1                    | -1                  | 1                                  |
| 1   | -1   | 1   | 1                 | 1               | -1       | -1                     | -1                   | 1                     | 1                   | 1                                  |
| 1   | 1    | 1   | 1                 | 1               | 1        | 1                      | 1                    | 1                     | 1                   | 1                                  |

Table 27 Matrice du modèle X

On retrouve dans cette matrice la première colonne consacrée au calcul de la constante du modèle, les 4 colonnes dédiées à l'étude des facteurs et les 6 colonnes utilisées pour le calcul des interactions.

#### 4.4.4. Expérimentation

Le plan d'expériences choisi permet d'affiner l'estimation des effets moyens des 4 facteurs pris en compte en calculant les interactions présentes eux. En revanche, les interactions entre ces facteurs liés et les facteurs associés aux conditions d'utilisation (tension, courant, température) ne peuvent pas être calculer directement. Pour palier à ce problème, les 16 points de la matrice d'expériences ont été réalisés en 3 points de fonctionnement (tension-courant). Si un facteur est jugé non influent aux trois points de fonctionnement, nous vérifierons l'absence d'interaction avec la température avant de le supprimer. En effet, en

présence d'interaction, un facteur peut sembler ne pas avoir d'effet sur les réponses alors qu'en réalité ce n'est vrai qu'à cette température.

Les réglages en tension et courant des trois points de fonctionnement auxquels les tests ont été effectués sont fournis par la table 28 :

|   | Tension | Courant |
|---|---------|---------|
| a | 500 V   | 600 A   |
| b | 1200 V  | 1000 A  |
| c | 2000 V  | 1500 A  |

Table 28 Points de fonctionnement

Ces trois points de fonctionnement ont été choisis de façon à éviter la casse du module pendant l'essai.

#### 4.4.5. Analyse globale des résultats d'essais

Les résultats obtenus pour chacune des 2 réponses en chacun des 3 points de fonctionnement sont résumés dans la table 29 :

| Lcom | Lge | Rg <sub>off</sub> | t <sub>on</sub> | point a    |       | point b    |       | point c    |       |
|------|-----|-------------------|-----------------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|
|      |     |                   |                 | Surtension | dV/dt | Surtension | dV/dt | Surtension | dV/dt |
| -1   | -1  | -1                | -1              | 792        | 2,2   | 1720       | 3,5   | 2740       | 4,222 |
| -1   | -1  | -1                | 1               | 760        | 1,543 | 1620       | 2,667 | 2500       | 3,417 |
| -1   | -1  | 1                 | -1              | 760        | 1,3   | 1640       | 2,182 | 2560       | 3     |
| -1   | -1  | 1                 | 1               | 736        | 1,12  | 1600       | 1,846 | 2520       | 2,438 |
| -1   | 1   | -1                | -1              | 784        | 2,16  | 1700       | 3,286 | 2720       | 4     |
| -1   | 1   | -1                | 1               | 752        | 1,657 | 1620       | 2,778 | 2500       | 3,545 |
| -1   | 1   | 1                 | -1              | 728        | 1,35  | 1640       | 2,2   | 2580       | 2,923 |
| -1   | 1   | 1                 | 1               | 736        | 1,111 | 1600       | 2     | 2520       | 2,471 |
| 1    | -1  | -1                | -1              | 1024       | 2,08  | 2040       | 3,429 | 3040       | 4,111 |
| 1    | -1  | -1                | 1               | 912        | 1,533 | 1880       | 2,778 | 2720       | 3,5   |
| 1    | -1  | 1                 | -1              | 936        | 1,35  | 1900       | 2,773 | 2960       | 2,786 |
| 1    | -1  | 1                 | 1               | 888        | 1,08  | 1820       | 2     | 2780       | 2,5   |
| 1    | 1   | -1                | -1              | 1008       | 2,16  | 2020       | 3,667 | 3020       | 4     |
| 1    | 1   | -1                | 1               | 904        | 1,6   | 1860       | 2,667 | 2720       | 3,455 |
| 1    | 1   | 1                 | -1              | 928        | 1,35  | 1900       | 2,182 | 2860       | 2,786 |
| 1    | 1   | 1                 | 1               | 888        | 1,04  | 1820       | 2     | 2780       | 2,563 |

Table 29 Résultat du plan d'expériences

Le point de fonctionnement joue un rôle déterminant dans le résultat des essais que ce soit pour la surtension ou pour la vitesse de commutation. On remarque également l'importance de l'effet de l'inductance Lcom sur la surtension et du couplage Rg<sub>off</sub>/t<sub>on</sub> sur la vitesse de commutation. Une analyse plus précise permet de confirmer ces premiers constats.

#### 4.4.6. Analyse mathématique des résultats d'essais

On obtient les coefficients associés à chacune des variables du modèle grâce à la table 30 utilisant l'exemple de la surtension au point de fonctionnement noté a :

| Essais | Cste | Lcom | Lge | Rg <sub>off</sub> | t <sub>on</sub> | Lcom/<br>Lge | Lcom/<br>Rg <sub>off</sub> | Lcom/<br>t <sub>on</sub> | Lge/<br>Rg <sub>off</sub> | Lge/<br>t <sub>on</sub> | Rg <sub>off</sub> /<br>t <sub>on</sub> | point a |
|--------|------|------|-----|-------------------|-----------------|--------------|----------------------------|--------------------------|---------------------------|-------------------------|--|---------|
| 1      | 1    | -1   | -1  | -1                | -1              | 1            | 1                          | 1                        | 1                         | 1                       | 1                                      | 792     |
| 2      | 1    | -1   | -1  | -1                | 1               | 1            | 1                          | -1                       | 1                         | -1                      | -1                                     | 760     |
| 3      | 1    | -1   | -1  | 1                 | -1              | 1            | -1                         | 1                        | -1                        | 1                       | -1                                     | 760     |
| 4      | 1    | -1   | -1  | 1                 | 1               | 1            | -1                         | -1                       | -1                        | -1                      | 1                                      | 736     |
| 5      | 1    | -1   | 1   | -1                | -1              | -1           | 1                          | 1                        | -1                        | -1                      | 1                                      | 784     |
| 6      | 1    | -1   | 1   | -1                | 1               | -1           | 1                          | -1                       | -1                        | 1                       | -1                                     | 752     |
| 7      | 1    | -1   | 1   | 1                 | -1              | -1           | -1                         | 1                        | 1                         | -1                      | -1                                     | 728     |
| 8      | 1    | -1   | 1   | 1                 | 1               | -1           | -1                         | -1                       | 1                         | 1                       | 1                                      | 736     |
| 9      | 1    | 1    | -1  | -1                | -1              | -1           | -1                         | -1                       | 1                         | 1                       | 1                                      | 1024    |
| 10     | 1    | 1    | -1  | -1                | 1               | -1           | -1                         | 1                        | 1                         | -1                      | -1                                     | 912     |
| 11     | 1    | 1    | -1  | 1                 | -1              | -1           | 1                          | -1                       | -1                        | 1                       | -1                                     | 936     |
| 12     | 1    | 1    | -1  | 1                 | 1               | -1           | 1                          | 1                        | -1                        | -1                      | 1                                      | 888     |
| 13     | 1    | 1    | 1   | -1                | -1              | 1            | -1                         | -1                       | -1                        | -1                      | 1                                      | 1008    |
| 14     | 1    | 1    | 1   | -1                | 1               | 1            | -1                         | 1                        | -1                        | 1                       | -1                                     | 904     |
| 15     | 1    | 1    | 1   | 1                 | -1              | 1            | 1                          | -1                       | 1                         | -1                      | -1                                     | 928     |
| 16     | 1    | 1    | 1   | 1                 | 1               | 1            | 1                          | 1                        | 1                         | 1                       | 1                                      | 888     |
| Coeff. | 846  | 90   | -5  | -21               | -24             | 1            | -5                         | -14                      | 0                         | 3                       | 11                                     |         |

Table 30 Calcul des coefficients du modèle de surtension au point a

La matrice fournie dans la table 30 reprend les 11 colonnes de la matrice du modèle (X) et la colonne de résultats. Dans le cas, comme ici, où nous sommes en présence de facteurs ne possédant que deux modalités, il est possible de calculer le coefficient associé à la variable de la colonne j de la façon suivante :

$$C_j = \frac{\sum X_{ij} Y_i}{N} \quad (2.44)$$

Avec :

$X_{ij}$  issu de la  $i^{\text{ème}}$  ligne de la  $j^{\text{ème}}$  colonne de la matrice du modèle X.

$Y_i$  la réponse mesurée lors de l'essai  $i$ ,

$N$  le nombre total d'essais de la matrice d'expériences.

En calculant les coefficients de chaque modèle, on obtient les résultats fournis par la table 31 :

| Coefficients     | Point a    |        | Point b    |        | Point c    |        |
|------------------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|
|                  | Surtension | dV/dt  | Surtension | dV/dt  | Surtension | dV/dt  |
| Cste             | 846        | 1,540  | 1773,75    | 2,622  | 2720       | 3,232  |
| $W_{Lcom}$       | 90         | -0,016 | 131,25     | 0,065  | 140        | -0,020 |
| $W_{Lge}$        | -5         | 0,014  | -3,75      | -0,025 | -7,5       | -0,014 |
| $W_{Rgoff}$      | -21        | -0,327 | -33,75     | -0,474 | -25        | -0,549 |
| $W_{ton}$        | -24        | -0,204 | -46,25     | -0,280 | -90        | -0,246 |
| $W_{Lcom/Lge}$   | 1          | -0,001 | -1,25      | -0,033 | -7,5       | 0,003  |
| $W_{Lcom/Rgoff}$ | -5         | 0,008  | -11,25     | 0,026  | 10         | -0,005 |
| $W_{Lcom/ton}$   | -14        | -0,007 | -13,75     | -0,046 | -20        | 0,038  |
| $W_{Lge/Rgoff}$  | 0          | -0,014 | 3,75       | -0,028 | -2,5       | 0,017  |
| $W_{Lge/ton}$    | 3          | 0,003  | 1,25       | 0,044  | 7,5        | 0,037  |
| $W_{Rgoff/ton}$  | 11         | 0,079  | 16,25      | 0,094  | 45         | 0,056  |

Table 31 Coefficients des modèles de surtension et de vitesse de commutation

Comme pressentie lors de l'analyse globale des résultats d'essais, nous pouvons observer, dans la table 31, l'importance des coefficients attribués à l'inductance  $L_{com}$  sur la surtension et aux facteurs  $R_{goff}$  et  $t_{on}$  sur la vitesse de commutation.

La pertinence des effets des facteurs va maintenant être jugée par le biais d'une analyse statistique.

#### 4.4.7. Analyse statistique du modèle

Le but de cette analyse est d'identifier les facteurs et interactions ayant une influence statistiquement significative sur les réponses observées afin d'éliminer les autres. Dans le paragraphe 3.10, consacré à ces méthodes d'analyses, 3 méthodes d'analyses sont décrites. L'application de ces méthodes est présentée ici.

##### 4.4.7.1. Application de la méthode de Daniel

L'application de la méthode de Daniel aux résultats obtenus en terme de vitesse de commutation au point de fonctionnement *a*, c'est-à-dire 500V et 600A, donne le graphique de la figure 28 :

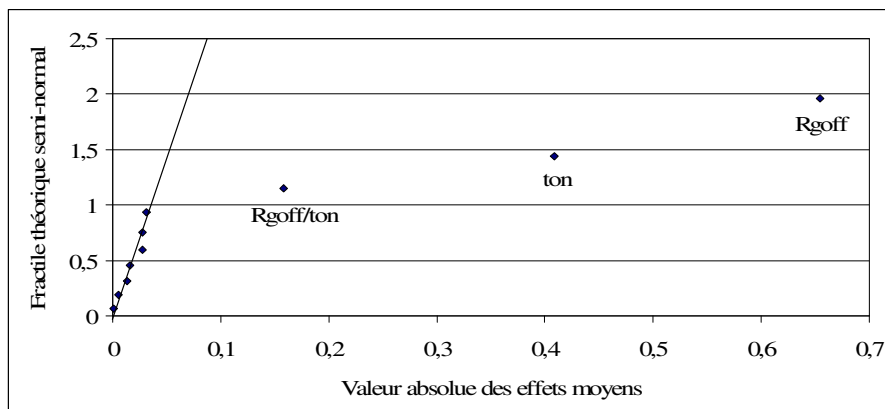


Fig 28. Graphe de Daniel pour la vitesse de commutation au point *a*

Les points alignés sur la droite passant par l'origine représentent les variables non statistiquement influentes. Au contraire, le positionnement sur le graphique des points associés à la résistance de grille, au temps de commutation et à leur interaction tend à montrer que ces variables seraient statistiquement significatives sur la variance globale du modèle.

L'ensemble des graphiques issus de l'application de la méthode de Daniel pour l'identification des facteurs influents sur les réponses observées est fourni en annexe 5.1.

L'application de cette méthode aux autres points de fonctionnement nous montre que les variables influentes sur la vitesse de commutation semblent être la résistance de grille  $R_{g\text{off}}$ , le temps de commutation  $t_{\text{on}}$  ainsi que l'interaction entre ces deux facteurs.

Sur la surtension, l'application de la méthode de Daniel tend à montrer que les variables influentes seraient l'inductance de boucle  $L_{\text{com}}$ , la résistance de grille  $R_{g\text{off}}$ , le temps de commutation  $t_{\text{on}}$  ainsi que les 3 interactions issues des combinaison de ces facteurs.

L'inconvénient majeur rencontré dans l'application de cette méthode réside dans le tracé de la droite, ce dernier étant subjectif et laissé à la libre appréciation de l'utilisateur. Il arrive alors dans certains cas, que le tracé de 2 droites, paraissant pourtant toutes les deux correctes, engendre des conclusions différentes.

#### 4.4.7.2. Application de la méthode de Lenth

L'application de la méthode de Lenth à ce même modèle de vitesse de commutation au point de fonctionnement *a* donne le résultat présenté par la figure 29:

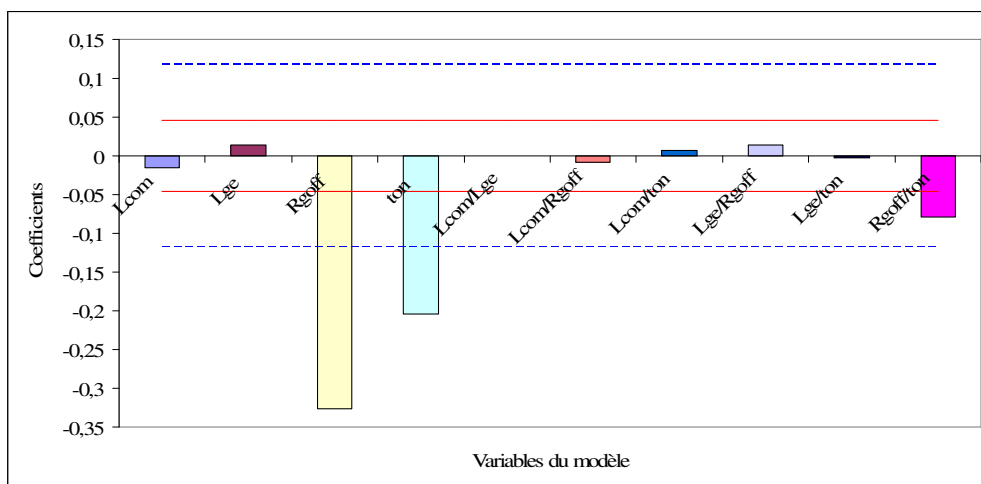


Fig 29. Méthode de Lenth appliquée au modèle de  $dV/dt$  au point *a*

Sur ce graphique sont représentés les coefficients associés à chacune des variables du modèle ainsi que les limites définies à partir des probabilités de  $1-\alpha/2$  pour un niveau de signification  $\alpha = 5\%$  (en traits pleins) et de  $\gamma$  ici d'une valeur de 0,996 (en pointillés) calculée comme indiqué dans le paragraphe 3.10.2.

La limite définie à partir du seuil de signification  $\alpha = 5\%$  nous donne des résultats similaires à ceux donnés par la méthode de Daniel à savoir une influence jugée significative

pour la résistance de grille  $R_{g_{off}}$ , le temps de commutation  $t_{on}$  et l'interaction entre ces deux facteurs  $R_{g_{off}}/t_{on}$ . En revanche, pour une probabilité  $\gamma$ , la limite est beaucoup plus restrictive et ne laisse apparaître comme significatif que les facteurs  $R_{g_{off}}$  et  $t_{on}$ . Les graphiques issus de l'ensemble de ces applications sont fournis en annexe 5.2.

D'une manière générale, la méthode de Lenth, appliquée aux 6 modèles obtenus dans cette étude, est plus restrictive que la méthode de Daniel.

#### 4.4.7.3. Analyse de la variance

L'analyse de la variance est sans doute la plus rigoureuse des méthodes d'analyse statistique utilisées lors de ce travail. Son application sur ces mêmes résultats obtenus dans le cas de la vitesse de commutation au point de fonctionnement  $a$  donne le tableau d'analyse de variance fourni dans la table 32 :

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)</sub> (ddl <sub>i</sub> ;ddl <sub>r</sub> ) | Conclusion   | P      |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|---|--------------|--------|
| Lcom                               | 0,004            | 1   | 0,004           | <b>1,675</b>                                       | 10,007  | non influent | 25,216 |
| Lge                                | 0,003            | 1   | 0,003           | <b>1,342</b>                                       | 10,007  | non influent | 29,899 |
| Rg <sub>off</sub>                  | 1,711            | 1   | 1,711           | <b>745,426</b>                                     | 10,007  | influent     | 0,0001 |
| t <sub>on</sub>                    | 0,667            | 1   | 0,667           | <b>290,470</b>                                     | 10,007  | influent     | 0,0013 |
| Lcom/Lge                           | 0,000            | 1   | 0,000           | <b>0,002</b>                                       | 10,007  | non influent | 96,832 |
| Lcom/Rg <sub>off</sub>             | 0,001            | 1   | 0,001           | <b>0,432</b>                                       | 10,007  | non influent | 53,991 |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 0,001            | 1   | 0,001           | <b>0,318</b>                                       | 10,007  | non influent | 59,737 |
| Lge/Rg <sub>off</sub>              | 0,003            | 1   | 0,003           | <b>1,318</b>                                       | 10,007  | non influent | 30,29  |
| Lge/t <sub>on</sub>                | 0,000            | 1   | 0,000           | <b>0,048</b>                                       | 10,007  | non influent | 83,518 |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 0,100            | 1   | 0,100           | <b>43,783</b>                                      | 10,007  | influent     | 0,1186 |
| Résidu                             | 0,011            | 5   | <b>0,002</b>    |  |   |              |        |
| Total                              | 2,501            | 15  |                 |  |   |              |        |

Table 32 Tableau d'analyse de variance pour  $dV/dt$  au point  $a$

Les facteurs  $R_{g_{off}}$ ,  $t_{on}$  et leur interaction  $R_{g_{off}}/t_{on}$  semblent être influents sur la vitesse de commutation. Leur caractère influent est confirmé par une nouvelle analyse de variance, présentée dans la table 33, réalisé seulement à partir de ces variables, jugées influentes dans la table 32.

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)</sub> (ddl <sub>i</sub> ;ddl <sub>r</sub> ) | Conclusion | P      |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|---|------------|--------|
| Rg <sub>off</sub>                  | 1,711            | 1   | 1,711           | <b>882,628</b>                                     | 6,550   | influent   | 1E-10  |
| t <sub>on</sub>                    | 0,667            | 1   | 0,667           | <b>343,934</b>                                     | 6,550   | influent   | 3E-08  |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 0,100            | 1   | 0,100           | <b>51,842</b>                                      | 6,550   | influent   | 0,0011 |
| Résidu                             | 0,023            | 12  | <b>0,002</b>    |  |   |            |        |
| Total                              | 2,501            | 15  |                 |  |   |            |        |

Table 33 Vérification du caractère significatif des variables

On retrouve bien les conclusions trouvées précédemment avec les méthodes de Daniel et de Lenth à savoir l'influence statistiquement significative des facteurs  $R_{g_{off}}$ ,  $t_{on}$  et de leur interaction  $R_{g_{off}}/t_{on}$ .



L'ensemble des analyses de variance réalisées sur chacune des deux réponses aux trois points de fonctionnement est présenté en annexe 5.3.

#### 4.4.7.4. Conclusion sur l'analyse statistique des modèles

La table 34 résume les résultats obtenus par les trois méthodes d'analyse statistiques utilisées sur la surtension et la vitesse de commutation.

| Y          | méthode |       | Point a  | Point b  | Point c  |
|------------|---------|-------|--|--|--|
| $\Delta V$ | Daniel  |       | Lcom, Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> ,<br>Lcom/t <sub>on</sub> , Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | Lcom, Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> ,<br>Lcom/Rg <sub>off</sub> , Lcom/t <sub>on</sub> ,<br>Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | Lcom, Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> ,<br>Lcom/t <sub>on</sub> , Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> |
|            | Lenth   | 0,975 | Lcom, t <sub>on</sub>  | Lcom   | Lcom, t <sub>on</sub>  |
|            |         | 0,996 | Lcom   | Lcom   | Lcom   |
|            | ANOVA   |       | Lcom, Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> ,<br>Lcom/t <sub>on</sub> , Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | Lcom, Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> ,<br>Lcom/Rg <sub>off</sub> , Lcom/t <sub>on</sub> ,<br>Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | Lcom, Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> ,<br>Lcom/t <sub>on</sub> , Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> |
| dV/dt      | Daniel  |       | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> , Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub>                                 | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> , Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub>   | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub>  |
|            | Lenth   | 0,975 | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> , Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub>                                 | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub>  | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub>  |
|            |         | 0,996 | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub>  | -  | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub>  |
|            | ANOVA   |       | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub> , Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub>                                 | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub>  | Rg <sub>off</sub> , t <sub>on</sub>  |

Table 34 Tableau récapitulatif des résultats d'analyses statistiques

Quelques différences apparaissent suivant la méthode d'analyse statistique utilisée. De manière générale on constate que la méthode de Daniel et l'analyse de variance donnent des résultats similaires. En revanche, comme il est indiqué plus tôt, la méthode de Lenth est plus restrictive en particulier lorsque de nombreux facteurs ont une influence importante comme c'est le cas avec les modèles de surtension. Il est à noter que cette méthode est d'autant plus pertinente que le nombre de variables influentes reste faible par rapport au nombre total de variables du modèle.

Les différences observées sur les variables influentes aux différents points de fonctionnement laissent présumer la présence d'interactions entre les paramètres tension, courant et certains des facteurs utilisés ici. La présence de ces interactions sera vérifiée dans la modélisation des réponses par l'application de la méthode des plans d'expériences pour l'étude de surfaces de réponses présentée dans le chapitre 3.

On retiendra dans les modèles additifs les variables jugées influentes par l'analyse de la variance, cette méthode étant la plus précise. Les modèles obtenus sont donc les suivants :

Au point a :

$$Surtension = 846 + 90Lcom - 21Rg_{off} - 24t_{on} - 14Lcom * t_{on} + 11Rg_{off} * t_{on} \quad (2.45)$$

$$dV / dt = 1,54 - 0,327Rg_{off} - 0,204t_{on} + 0,079Rg_{off} * t_{on} \quad (2.46)$$

Au point b :

$$\begin{aligned} \text{Surtension} = & 1773,75 + 131,25Lcom - 33,75Rg_{off} - 46,25t_{on} - 11,25Lcom * Rg_{off} \\ & - 13,75Lcom * t_{on} + 16,25Rg_{off} * t_{on} \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$dV / dt = 2,62 - 0,474Rg_{off} - 0,28t_{on} \quad (2.48)$$

Au point c :

$$\text{Surtension} = 2720 + 140Lcom - 25Rg_{off} - 90t_{on} - 20Lcom * t_{on} + 45Rg_{off} * t_{on} \quad (2.49)$$

$$dV / dt = 3,23 - 0,549Rg_{off} - 0,246t_{on} \quad (2.50)$$

Les indicateurs issus de l'analyse de régression de chacun des modèles sont restitués par la table 35 :

|                                  | Point a    |       | Point b    |       | Point c    |       |
|----------------------------------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|
|                                  | Surtension | dV/dt | Surtension | dV/dt | Surtension | dV/dt |
| R <sup>2</sup>                   | 98,97      | 99,07 | 99,76      | 90,61 | 98,56      | 97,72 |
| R <sup>2</sup> <sub>ajusté</sub> | 98,46      | 98,84 | 99,59      | 89,17 | 97,84      | 97,37 |

Table 35 Indicateurs d'analyse de régression des modèles

Les indicateurs reflètent la qualité descriptive des modèles qui semblent bien traduire les valeurs mesurées de surtension et de vitesse de commutation. Une analyse graphique des résultats et plus précisément un graphe d'adéquation permettra d'observer cette qualité.

#### 4.4.8. Analyse graphique du modèle

Il est possible d'observer la qualité descriptive grâce à un graphique d'adéquation du modèle comme le montre la figure 30 dans le cas de la surtension au point b. Le tracé de la première bissectrice favorise la visualisation, elle représente le cas où le modèle décrit exactement la réalité.

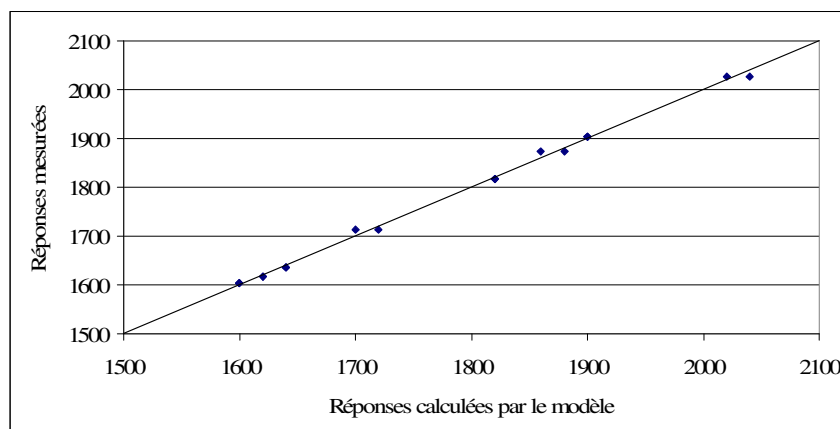


Fig 30. Graphe d'adéquation du modèle de surtension au point b

Ce graphique montre bien que les réponses calculées par le modèle traduisent bien la réalité et par le fait, que les conclusions déduites des analyses statistiques sont correctes.

Le graphique d'adéquation attribué à chacun des 6 modèles est disponible en annexe 6.

#### 4.4.9. Résultats du plan 2

L'objectif de cette étude de criblage réside dans l'identification des facteurs statistiquement influents sur la surtension et la vitesse de commutation parmi 4 facteurs liés aux paramètres de conception des onduleurs de traction.

L'inductance liée au câble reliant l'allumeur à la commande de l'IGBT, notée Lge dans cette étude, n'a pas été retenue dans les modèles additifs présentés dans l'analyse statistique des résultats. En effet son influence sur les réponses n'a été jugée influente en aucun des trois points de fonctionnement. Avant d'éliminer définitivement ce facteur de l'étude, nous nous avons vérifié qu'il ne présentait pas d'interaction avec la température. Cette vérification est donnée en annexe 7.

Cette étude traitant des 4 facteurs liés aux paramètres de fonctionnement a permis d'éliminer le facteur Lge, jugé non influent sur l'une et l'autre des réponses observées.

## 5. Conclusion

Ce deuxième chapitre a traité de l'application de la méthode des plans d'expériences dans une étude de criblage. Ce type d'étude vise à estimer l'effet des facteurs, et au besoin, comme c'est le cas ici, des interactions d'ordre 1, sur la réponse observée afin d'identifier parmi eux les éléments statistiquement influents.

Ce type d'étude est une étape quasi obligatoire dans la modélisation d'une réponse par l'utilisation des plans d'expériences. En effet, les plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse étant très gourmand en essais, et le nombre d'essais étant étroitement liés au nombre de facteurs de l'étude, il est nécessaire de les aborder en ne prenant en considération que les facteurs dont l'influence sur la réponse a été préalablement vérifiée.

Dans notre application, nous avons opté pour la réalisation de deux études de criblage successives afin d'éviter dans un premier temps les problèmes posés par la présence de contraintes relationnelles présentes entre les différents facteurs. La première étude utilisait 6 facteurs parmi lesquels 3 ont été jugés statistiquement significatifs sur la surtension et la vitesse de commutation. La deuxième étude, quant à elle, a permis d'identifier 3 facteurs influents dans un ensemble initial de 4.

Parmi les 10 facteurs potentiellement influents identifiés avec l'aide des experts IGBT d'Alstom Transport de Tarbes, nous avons donc identifié 6 facteurs présentant une influence significative sur la surtension et la vitesse de commutation.

L'équation (2.2) permet de calculer le nombre de coefficients présent dans un modèle quadratique en fonction du nombre de facteurs considérés. Ce nombre d'éléments présent

dans le modèle correspond au nombre minimal d'expériences à réaliser pour effectuer la modélisation et donc à la taille minimale de la matrice du modèle dans une étude de surface de réponse. Initialement, 10 facteurs ont été pris en considération et identifiés comme potentiellement influents. Pour une telle quantité de facteurs, l'application de la formule (2.2) permet de calculer un nombre de coefficients à déterminer qui s'élève alors à 66. Suite aux deux études de criblage présentées dans ce second chapitre, 4 facteurs ont été supprimés de l'étude après avoir été jugés non statistiquement influents sur les réponses. Le nombre de facteurs influents, présents dans les modèles, est donc seulement de 6. Le nombre de coefficients présent dans un modèle quadratique pour 6 facteurs considérés est seulement de 28.

Par cette phase de criblage, nous avons donc diminué de plus de moitié le nombre minimal de lignes nécessaire dans la matrice du modèle  $X$  qui servira à la modélisation des réponses, présentée dans le chapitre suivant.

La modélisation par application de la méthode des plans d'expériences pour l'étude de surface de réponse présentée dans le chapitre 3 utilisera ces 6 facteurs influents à savoir la tension, le courant, la température, l'inductance de boucle  $L_{com}$ , la résistance de grille  $R_{goff}$  et le temps  $t_{on}$ .

## Références du chapitre II

- [Addelmann, 62] S. Addelmann, "Orthogonal main effect plans for asymmetrical factorial experiment", Technometrics, 1962.
- [Box, 62] G.E.P. Box, J.S. Hunter, "The  $2k-p$  fractional factorial plans", Technometrics, Vol 4, 1962.
- [Dagnelie, 97] P. Dagnelie, "La planification des expériences et l'analyse de variance : une introduction extrait de Plan d'expériences, Applications à l'entreprise", Technip, Ed Paris, 1997.
- [Daniel, 59] C. Daniel, "Use of half-normal plots in interpreting factorial two-level experiment", Technometrics, Vol.1, N°4, 311-341, 1959.
- [Dodge, 99] Y. Dodge, "Analyse de régression appliquée", Ed. Paris, 1999.
- [Draper, 81] N. Draper H. Smith, Wiley, "Applied regression analysis", Ed New-York, 1981.
- [Droesbeke, 97] J.J. Droesbeke J. Fine G. Saporta, "Plan d'expériences – Application à l'entreprise", Ed. Technip, 1997.
- [Eriksson, 00] L. Eriksson, E. Johansson, N. Kettaneh-Wold, C. Wilkström, S. Wold, "Design of experiments, Principles and applications", Umetrics, Ed. Umeå, 2000.
- [Fisher, 25] R.A. Fisher, "Statistical methods for research workers", Oliver and Boyd, Ed. Edinburgh, 1925.

- [Fisher, 35] R.A. Fisher, "*The design of experiments*", Oliver and Boyd, Ed. Edinburgh, 1935.
- [Goupy, 96] J. Goupy, "*La méthode des plans d'expériences – Optimisation du choix des essais et de l'interprétation des résultats*", Ed. Dunod, 1996.
- [Goupy, 06] J. Goupy, "*Tutorial, Les Plans d'Expériences*", Revus Modulad, N° 34, 2006.
- [Ishikawa, 96] K. Hishikawa, "*La gestion de la qualité, outils et applications pratiques*", Dunod, Ed Paris, 1996.
- [ISO 3534-3, 98] "*Statistique, Vocabulaire et Symboles, Partie 3 : plans d'expériences*", Norme ISO 3534-3, 1998.
- [John, 62] P.W.M. John, "*Three quarter replicates of  $2n$* ", Biometrics, Vol 18, 1962.
- [Kiefer, 59] J. Kiefer, "*Optimum experimental designs*", J.R. Statist. Soc. B, Vol 21, 1959.
- [Lenth, 89] R. V. Lenth, "*Quick and easy analysis of unreplicated factorials*", Technometrics, Vol. 31, N°4, 469-473, 1989.
- [Lochner, 90] R.H. Lochner, J.E. Matar, "*Designing for quality, an introduction to the best of Taguchi and western methods and statistical experimental design*", Productivity press, ed. Portland, Oregon, 1990.
- [Louvet, 06] F. Louvet L. Delplanque, "*Design of experiments : the French touch / Les plans d'expériences : une approche pragmatique et illustrée*", témoignage de l'association Expérimentique, 2006.
- [NF X 06-063, 87] "*Application de la statistique, comparaison du rapport de deux variances (deux écart-types) à une valeur donnée*", Afnor, Ed Paris, 1987.
- [Pillet, 94] M. Pillet, "*Introduction aux plans d'expériences par la méthode Taguchi*", Les Editions d'Organisation Université, 1994.
- [Plackett, 46] R.L. Plackett J.P. Burman, "*The design of optimum multifactorial experiments*", Biometrika, 1946.
- [Rechtschaffner, 67] R.L. Rechtschaffner, "*Saturated fractions of  $2n$  and  $3n$  factorial designs*", Technometrics, Vol 9, 1967.
- [Rotella, 95] F. Rotella et P. Borne, "*Théorie et pratique du calcul matriciel*", éditions Technip, 1995.
- [Sapora, 90] G. Sapora, "*Probabilité, analyse des données statistiques*", Eds Technip, 1990.

- [Schimmerling, 98] P. Schimmerling, J.C. Sisson, A. Zaidi, "Pratique des plans d'expériences", Ed Lavoisier Tec & Doc, 1998.
- [Srinivasaiah, 04] H.C. Srinivasaiah, N. Bhat, "Characterization of sub-100nm CMOS process using screening experiment technique", Proceedings 17th International Conference on VLSI Design, pages 285 -290, Mumbai, India, 2004.
- [Taguchi, 87] G. Taguchi, S. Konishi, "Taguchi methods, Orthogonal arrays and linear graphs, tools for quality", ASI Press, Ed. Allen Park, 1987.
- [Tukey, 97] J.W. Tukey, "Exploratory data analysis", Reading Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, 1997.
- [Vivier, 02] S. Vivier, "Stratégie d'optimisation par la méthode des plans d'expériences et application aux dispositifs électrotechniques modélisés par éléments finis", thèse, 2002.

# Chapitre III : Les plans d'expériences, Etude de surface de réponse





## 1. Introduction

Les premiers plans d'expériences diffusés dans la littérature ont été destinés à l'estimation des effets des facteurs. Cependant, du point de vue industriel, tous les problèmes rencontrés ne consistent pas uniquement à estimer puis à comparer les effets des facteurs. De nombreuses études consistent à trouver, s'il existe, un optimum dans un domaine d'étude appelé domaine expérimental. Pour ce faire, on utilise la méthodologie des plans d'expériences pour surfaces de réponse, traitée dans ce chapitre.

La méthodologie des surfaces de réponses (*MSR*) constitue donc le second volet de la méthode des plans d'expériences. Cette technique vise à déterminer d'une façon quantitative les variations de la réponse vis-à-vis des facteurs d'influence significative, identifiés si besoin lors d'une première étude de screening [Goupy, 99] [Box, 87]. Aussi après avoir répondu, dans le second chapitre, à la question « Pourquoi la réponse varie-t-elle ? » nous cherchons à savoir « Comment la réponse varie-t-elle ? ».

Ce troisième et dernier chapitre sera construit de manière identique au second. Tout d'abord, un rapide historique reviendra sur l'évolution des plans pour l'étude de surfaces de réponse au cours du temps. Ensuite, une partie théorique présentera les éléments nécessaires au bon déroulement d'une étude basée sur ce type de plans. Enfin, nous appliquerons ces principes théoriques à notre étude afin d'obtenir les modèles de surtension et de vitesse de commutation recherchés.

Dans le second chapitre, deux études de criblage ont permis d'identifier six facteurs ayant une influence statistiquement significative sur la surtension et la vitesse de commutation observées au blocage des modules IGBT. Nous avons ainsi limité le nombre de facteurs à prendre en considération dans la modélisation des réponses. Le principal intérêt de cette réduction du nombre de facteurs présents dans cette étude réside dans la minimisation du nombre d'expérimentations à effectuer. Une fois validés, les modèles obtenus permettront de calculer la surtension et la vitesse de commutation des modules IGBT en fonction de l'ensemble des paramètres présents dans un onduleur et ainsi d'améliorer la connaissance du comportement des modules IGBT en fonctionnement.

## 2. Historique des plans de surface de réponse

Les plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses sont apparus dans la seconde moitié du XX<sup>ème</sup> siècle. Il s'agit de dispositifs expérimentaux plus onéreux que ceux destinés à l'étude des effets des facteurs car nécessitant davantage d'essais, mais permettant de répondre à un objectif spécifique qui correspond à la recherche d'un optimum. Le modèle sous-jacent à la construction de ce type de plan est de forme polynomiale du second degré. Les plans mis en place avant 1970 sont utilisables dans des domaines isotropes. En présence d'une ou plusieurs contraintes rationnelles, il faut alors avoir recours à la recherche d'un plan optimal basée sur l'utilisation d'un algorithme d'échange dont la technique est apparue après 1970, comme l'indique la figure 1. Dans tous les cas, l'analyse des résultats d'essais, passant par le calcul des coefficients du modèle, nécessite la mise en œuvre de la méthode des moindres carrés.

L'évolution des plans d'expériences pour l'étude de surfaces de réponse peut se schématiser comme l'indique la figure 1 :

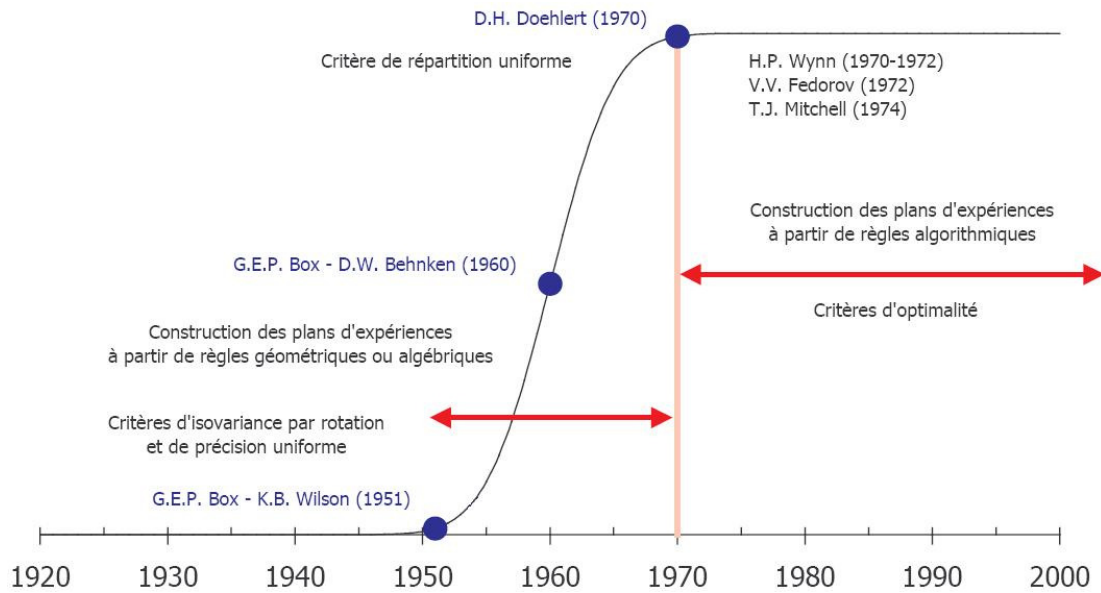


Fig 1. Evolution des techniques de surfaces de réponse [Louvret, 06]

L'évolution des plans d'expérience pour l'étude des surfaces de réponse s'est faite dans une période plus courte que celle des plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs. En effet, l'évolution des plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse s'étend de 1950 à 1970 alors qu'au cours du second chapitre, nous avons vu que l'évolution des plans pour l'étude des effets des facteurs a débuté dès 1925 pour s'achever également vers 1970.

Si l'on fait exception des plans pour l'étude de mélange, cette période s'articule autour de trois travaux :

- Les plans composites centrés proposés par G.E.P. Box et K.B. Wilson en 1951 [Box, 51].
- Les plans proposés par G.E.P. Box et D.W. Behnken en 1960 [Box, 60].
- Les réseaux uniformes proposés par D.H. Doehlert en 1970 [Doehlert, 70].

Il est possible de calculer le nombre de traitements expérimentaux  $N$  de manière générale pour les plans composites centrés et les réseaux de Doehlert. En revanche pour les plans proposés par Box et Behnken, le nombre  $N$  de traitement ne peut être calculé de manière générale.

Pour les plans composites centrés on obtient pour  $k$  facteurs :

$$N = 2^k + 2k + 1 \quad (3.1)$$

Et pour les réseaux de Doehlert on a pour  $k$  facteurs :

$$N = k^2 + k + 1 \quad (3.2)$$

Bien qu'il y ait eu d'autres développements méthodologiques, proposant parfois des matrices d'expériences d'excellente qualité, ce sont ces trois dispositifs expérimentaux que l'on cite le plus régulièrement et que l'on rencontre le plus fréquemment dans les logiciels.

En ce qui concerne les plans optimaux pour l'étude de surfaces de réponse en présence d'un domaine anisotrope comme ce sera le cas dans cette étude, ils reposent sur l'utilisation d'un algorithme d'échange. Cet algorithme cherche les essais à intégrer dans la matrice d'expériences, qui optimisent un critère d'efficacité parmi un ensemble de points candidats. Les critères d'efficacité les plus fréquemment utilisés par les méthodes de plans d'expériences pour l'étude de surfaces de réponses seront présentés dans le paragraphe 3.6.3.2.

### 3. Méthode de surface de réponse

Nous avons vu dans le second chapitre qu'une étude de criblage permet, à travers l'obtention d'un modèle additif, d'identifier les éléments ayant une influence significative sur une réponse parmi une liste de facteurs. Une étude de surface de réponse quant à elle permet, à travers un modèle polynomiale le plus souvent, de traduire les variations d'une réponse dans un domaine expérimental.

Les étapes à suivre dans le cas d'une étude de surface de réponse sont les mêmes que celles réalisées lors d'une étude de criblage. Cependant, leur contenu est différent. En effet, le modèle à établir lors d'une étude de surface de réponse n'a pas la même forme que celui recherché dans une étude de criblage. Or, le contenu des étapes à suivre lorsqu'on mène une étude par plan d'expériences est étroitement lié à la forme du modèle recherché.

Les étapes d'une étude par plan d'expériences sont rappelées ici :

- Définition des objectifs et des réponses,
- Choix d'une stratégie expérimentale,
- Définition des facteurs,
- Définition du domaine expérimental,
- Définition du modèle empirique,
- Construction du plan d'expériences,
- Expérimentation,
- Analyse globale des résultats d'essais,
- Analyse mathématique des résultats d'essais,
- Analyse statistique du modèle,
- Analyse graphique du modèle,
- Validation du modèle et des informations obtenues.

Nous allons maintenant décrire de manière théorique le contenu de chacune de ces étapes dans le cas d'une étude basée sur la méthode des plans d'expériences pour l'étude de surface de réponse avant de les appliquer à notre étude.

### **3.1. Définition des l'objectifs et de la/les réponse(s)**

#### **3.1.1. Définition du ou des objectif(s) de l'étude**

Un grand nombre de problèmes industriels se pose souvent spontanément en terme d'optimisation. En effet, on associe à la recherche d'une performance donnée, la minimisation des coûts.

L'objectif visé lors d'une étude de surface de réponse peut être de différentes natures [Goupy, 99] :

- Optimiser (maximiser/minimiser) une ou plusieurs variables de réponse,
- Trouver un compromis satisfaisant entre plusieurs variables de réponse,
- Construire une cartographie de la variation d'une réponse dans un plan, comme ce sera le cas pour nous,
- Rechercher dans quelles proportions on peut mélanger des constituants préalablement choisis.

La recherche d'un optimum nécessite généralement d'avoir délimité, au préalable, une zone probable d'appartenance d'une solution au problème. C'est pourquoi, une étude préliminaire des effets des facteurs (criblage) s'impose souvent et permet parfois d'apporter des premiers éléments de réponse à ce type de problématique. N'oublions pas non plus qu'une telle étude préliminaire s'impose dès que le nombre de facteurs pris en compte est trop important afin d'éviter un plan matériellement irréalisable, comme ça a été le cas dans cette application.

#### **3.1.2. Définition de la/les réponse(s) caractérisant l'objectif**

La modélisation d'une surface de réponse à partir d'un polynôme approprié nécessite de disposer de réponses sous forme de grandeurs quantitatives à variation si possible continue. Le nombre de réponses est spécifique à chaque étude, on parle d'optimisation multicritères dès que l'on caractérise les objectifs d'un problème à partir d'au moins deux réponses [Goupy, 99].

Les grandeurs traduites par les réponses étant le plus souvent de nature différente, il convient, dans le cas d'une optimisation, de procéder à une transformation avant de rechercher le meilleur réglage des facteurs permettant d'atteindre un compromis. Différentes méthodes ont été décrites dans la littérature, on peut citer la méthode utilisant la transformation des réponse à partir des fonctions de désirabilité, initialement développé par E.C. Harrington en 1965 [Harrington, 65], puis adapté par R. Derringer et R. Suich en 1980 [Derringer, 80]. La désirabilité traduit le degré de satisfaction des expérimentateurs, en fonction du niveau de la réponse observée ou modélisée.

### **3.2. Choix d'une stratégie expérimentale**

Dès lors que les objectifs et les réponses ont bien été définis, il convient d'adopter une démarche pour atteindre le ou les objectifs fixés de la manière la plus efficace possible.

Lorsqu'on est confronté à un problème d'optimisation, deux grandes approches expérimentales peuvent être appliquées :

- Les méthodes directes consistent à converger séquentiellement vers un optimum local sans faire appel à une forme particulière de modélisation. Il s'agit par exemple de la méthode du simplexe et de ses différentes variantes proposées par [Walters, 91] [Nelder, 65] [Spendley, 62]. Les règles de progression séquentielle reposent sur le classement des résultats d'essais et sur des principes purement géométriques. On cherche à chaque étape de s'éloigner du plus mauvais résultat. Ces méthodes ne demandent pas à délimiter a priori un domaine expérimental et restent applicables en présence de réponses qualitatives. Des facteurs peuvent être ajoutés ou supprimés à tout instant. La limitation de ces méthodes est due à la nécessité de pouvoir obtenir rapidement la valeur des résultats d'essais, sous peine d'un temps très long de mise en œuvre.
- Les méthodes indirectes consistent à postuler a priori un modèle, pour explorer un domaine expérimental dont les limites ont été fixées, au préalable, à partir de la plage de variation des facteurs. C'est l'interprétation du modèle sous forme numérique et/ou graphique qui permet d'obtenir des propositions de réglages permettant d'atteindre un optimum. Comme le nombre de coefficients à estimer ( $p$ ) croît rapidement avec le nombre de facteurs ( $k$ ), il est nécessaire de limiter le domaine d'étude.

Lorsque l'objectif visé n'est pas une optimisation mais plutôt d'observer les variations d'une ou plusieurs réponses dans un domaine expérimental, comme c'est le cas ici, il convient d'utiliser les méthodes indirectes et de traduire ces variations à travers un modèle.

### 3.3. Définition des facteurs et des niveaux

La liste des facteurs potentiels à introduire dans un problème d'optimisation doit être initialement la plus exhaustive possible afin d'éviter un plan trop lourd. Cependant, d'après les auteurs de [Louvet, 06], limiter volontairement la liste des facteurs sous prétexte d'un coût expérimental trop élevé représente un risque d'oubli d'une variable prépondérante pour l'optimisation. Il est vrai que les plans d'expériences pour l'étude de surfaces de réponse nécessitent un nombre important d'essais à réaliser. La pratique industrielle de tels dispositifs restreint, d'un point de vue pratique, leur application à des domaines expérimentaux définis à partir de la variation d'un nombre de facteurs généralement inférieur ou égal à 5 [Droesbeke, 97]. Le choix des facteurs peut provenir d'un premier plan de criblage, destiné à identifier, parmi de nombreux facteurs, ceux dont l'effet sur la réponse est réel, comme cela a été le cas dans le chapitre II.

Pour ce type d'études, les facteurs doivent être quantitatifs à variation continue de par la nature polynomiale du modèle utilisé pour l'exploration du domaine expérimental.

#### 3.3.1. Définition des niveaux

Dans l'approche traditionnelle des plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse, les niveaux sont fixés par la méthode de construction du plan, au sein d'un domaine dont les bornes sont définies par l'utilisateur.

La présence d'un optimum au sein d'un domaine expérimental se traduit par des dérivées partielles de la surface de réponse nulles. La recherche de réglages particuliers pour lesquels les dérivées partielles du modèle polynomial sont nulles impose le choix d'un modèle du deuxième degré au minimum. La construction d'un plan pour l'étude de surface de réponse nécessite donc 3 niveaux au minimum pour chacun des facteurs. Toutefois pour respecter des critères de qualité en terme de prédiction d'une réponse, certains dispositifs expérimentaux, comme les réseaux de Doehlert [Doehlert, 70] par exemple, imposent parfois plus de trois niveaux aux facteurs. Il est donc intéressant d'intégrer les difficultés de modification des réglages des facteurs lors du choix d'un dispositif expérimental particulier.

Tout comme dans le cas des plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs, les plans destinés à l'étude de surfaces de réponse utilisent une relation de codage.

### 3.3.2. Codage de la matrice d'expériences

Les paramètres de réglage d'un processus traduisent le plus souvent des grandeurs différentes.

Il convient donc de standardiser les variations de ces paramètres pour avoir accès aux outils généraux de construction des plans d'expériences. Pour cela on utilise une relation de codage unique définie à partir de la transformation bijective définissant la valeur  $x_i$  à partir de la relation (3.3) que l'on peut retrouver dans l'ensemble des ouvrages traitant des plans pour étude de surface de réponses comme par exemple [Goupy, 99] :

$$x_i = \frac{u_i - \left( \frac{u_{\max i} + u_{\min i}}{2} \right)}{\left( \frac{u_{\max i} - u_{\min i}}{2} \right)} \quad (3.3)$$

$u_{\max i}$  et  $u_{\min i}$  étant les bornes définies par l'utilisateur et  $u_i$  le niveau réel donné au facteur  $i$  lors de l'expérimentation.

Il s'agit d'une relation de centrage et de réduction de la variable  $u$ . Le numérateur de la relation précédente traduit un centrage par rapport au milieu de l'intervalle de variation des facteurs. Le dénominateur traduit une réduction par rapport à la moitié de l'étendue de ce même intervalle.

Le facteur codé  $x$ , transformé du facteur  $u$ , est sans dimension et ses valeurs sont comprises dans l'intervalle borné [-1 ; 1].

### 3.4. Définition du domaine expérimental

La définition du domaine expérimental [Goupy, 99] découle directement de l'étape précédente, à savoir de la définition des facteurs et de leurs niveaux et des contraintes relationnelles pouvant éventuellement exister entre les niveaux des facteurs.

La nature quantitative continue des facteurs induit un nombre de combinaisons infini pour le domaine expérimental, chacun des facteurs pouvant prendre un nombre infini de niveaux

particuliers, dans la plage de variation qui leur est associée [Droesbeke, 97]. Nous nous intéressons donc, dans le cas d'un plan pour l'étude de surface de réponse, à l'enveloppe du domaine expérimental qui, suite à la relation de codage présentée ci-dessus peut présenter deux géométries :

- Un domaine isotrope : lorsqu'il n'existe pas de contraintes relationnelles définies entre tout ou partie des  $k$  facteurs indépendants, le domaine expérimental est limité par un hyper-cube, chacun des facteurs variant dans l'intervalle  $[-1 ; 1]$  d'après la relation de codage. On parle alors de domaine expérimental isotrope. La géométrie régulière d'un tel domaine facilitera la distribution uniforme des expériences en son sein.
- Un domaine anisotrope : lorsqu'il existe une ou plusieurs contraintes relationnelles définies entre tout ou partie des  $k$  facteurs indépendants, la géométrie du domaine expérimental perd sa régularité. On parle alors de domaine expérimental anisotrope. Nous serons en présence de ce type de domaine dans notre étude. En présence d'une telle géométrie, il n'est plus possible d'établir une méthode généraliste produisant une distribution uniforme des expériences au sein du domaine. Il faut alors procéder à un maillage du domaine et extraire des combinaisons particulières à partir d'un algorithme d'échange. Les logiciels proposent généralement un maillage bâti à partir des sommets du domaine, des milieux des arêtes et des centres géométriques des différentes faces du domaine.

La figure 2 illustre la notion de contrainte relationnelle entre 2 facteurs indépendants :

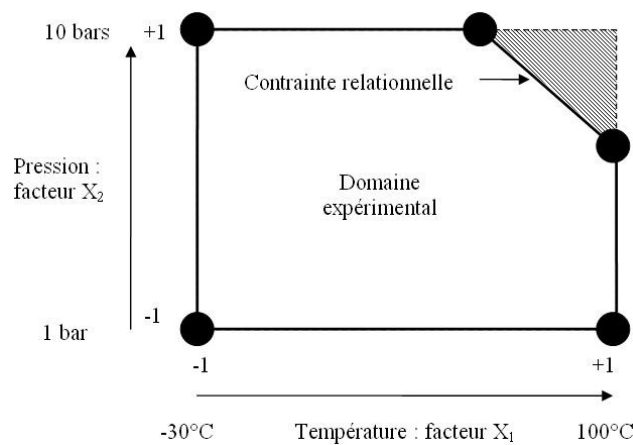


Fig 2. Illustration de la notion de contrainte dans un domaine expérimental

Dans cet exemple les facteurs température et pression ne peuvent pas prendre leur valeur maximale en même temps. On définit donc une aire dans laquelle aucun traitement expérimental ne doit se trouver (zone hachurée sur la figure 2).

Pour le cas particulier des plans de mélange, une contrainte s'impose. En effet dans ce cas la somme des composantes du modèle (pourcentages respectifs des différents composants) doit naturellement être égale à 1.

### 3.5. Définition du modèle empirique

On veut ici choisir une forme de modèle qui définit correctement les variations de la réponse. Il est aujourd'hui couramment admis qu'une forme quadratique satisfait cette exigence dans un grand nombre de cas [Khuri, 96], [Droesbeke, 97], [Myers, 95]. Cette hypothèse sera vérifiée a posteriori grâce à une analyse statistique du modèle obtenu, afin de vérifier que la surface de régression donne une interprétation utilisable du phénomène réel. Dans notre application, cette vérification sera présentée dans le paragraphe 4.10.1.

Le choix de modèle du second degré repose sur le fait que la recherche d'un optimum nécessite la présence d'une dérivée nulle et qu'il est toujours possible de définir au voisinage d'un point un développement en série de Taylor-McLaurin pour toute fonction [Goupy, 99], [Faucher, 06].

On recherche donc classiquement un modèle de la forme :

$$\eta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i + \sum_{i=1}^k \alpha_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \alpha_{ij} x_i x_j \quad (3.4)$$

Dans lequel,  $\alpha$  représente les coefficients du modèle à identifier ( $\alpha_0$  la constante,  $\alpha_i$  les coefficients associés aux facteurs,  $\alpha_{ii}$  les coefficients associés aux termes quadratiques et  $\alpha_{ij}$  les coefficients associés aux interactions d'ordre 1),  $k$  désigne le nombre de facteurs  $x_i$  pris en considération dans le modèle.

Le nombre d'inconnues  $p$  à déterminer dans un modèle polynomial du second ordre se calcule, pour un nombre de facteurs noté  $k$ , à partir de la relation (3.5) :

$$p = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \quad (3.5)$$

Dans le cas de problème de mélange, un modèle quadratique classique ne peut pas être appliqué [Goupy, 00]. En effet en raison des contraintes particulière que présente un plan de mélange (ex : somme des constituants = 1) les modèles quadratiques tels que ceux présentés en (3.4), ne peuvent pas décrire les variations de la réponse. On utilise alors généralement un modèle de forme canonique du second ordre de la forme :

$$\eta = \sum_{i=1}^q \beta_i x_i + \sum_{i < j}^q \beta_{ij} x_i x_j \quad (3.6)$$

Dans lequel

$q$  est le nombre de constituants,  
 $\beta_i$  et  $\beta_{ij}$  sont définis de la manière suivante :

$$\beta_i = \alpha_0 + \alpha_i + \alpha_{ii} \quad (3.7)$$

$$\beta_{ij} = \alpha_{ij} - \alpha_{ii} - \alpha_{jj} \quad (3.8)$$

Dans lesquels  $\alpha_i$  est le coefficient associé au constituant  $i$  et  $\alpha_{ij}$  est associé à l'interaction entre les facteurs  $i$  et  $j$ .



Dans tous les cas, la matrice d'expériences doit posséder au moins autant de lignes ( $N$ ) que le modèle a de coefficients ( $p$ ).

Notre étude ne traitant pas d'un problème de mélange, nous aurons, pour notre part, recours à un modèle polynomiale du second degré de la forme donnée en (3.4).

### 3.6. Construction du plan d'expériences

La qualité des  $p$  estimateurs des coefficients du modèle est étroitement lié au choix des  $N$  lignes de la matrice du modèle [Goupy, 99]. La construction du plan d'expériences consiste donc à sélectionner les  $N$  expériences qui composent cette matrice de façon à obtenir les meilleurs résultats de l'analyse des réponses mesurées. On parle pour cela de matrice optimale.

La théorie de l'optimalité en plan d'expériences se fonde historiquement dans le cadre du modèle linéaire – régression et analyse de la variance – et débute avec les travaux de Kiefer [Kiefer 59, 61, 74], Kiefer et Wolfowitz [Kiefer, 59, 60], Fedorov [Fedorov, 72], Wynn [Wynn, 70], sans oublier l'article pionnier et particulièrement pédagogique de Box et Lucas [Box<sup>2</sup>, 59].

Une matrice optimale peut être obtenue à l'aide de deux type de constructions :

- Les constructions historiques, basées sur des règles algébriques,
- Les constructions algorithmiques.

Les constructions historiques répondent en générale à un problème se présentant dans un domaine isotrope alors que les domaines anisotropes, comme c'est le cas dans cette étude, nécessitent une recherche algorithmique de la matrice optimale du modèle.

#### 3.6.1. Les constructions historiques

Ce type de construction revient à positionner au sein du domaine expérimental et parfois à l'extérieur de ce dernier, des combinaisons particulières des modalités des facteurs, à partir de règles algébriques ou géométriques, de manière à minimiser et uniformiser les incertitudes sur les prédictions de la réponse à partir du modèle.

Ces plans sont ceux cités dans l'historique présent au début de ce chapitre à savoir pour les plus connus :

- Les plans composites centrés de G.E.P. Box et K.B. Wilson [Box, 51] : la construction des plans composites centrés consiste à rajouter des points en étoile à partir d'un plan factoriel complet. L'éloignement des points en étoile par rapport au centre du domaine ainsi que le nombre de répétitions au point central obéit à certains critères algébriques.
- Les plans de Box et Behnken [Box, 60] : les matrices d'expériences associées à ces plans ne font appel qu'à trois niveaux par facteur. Ceci est intéressant lorsque le changement de niveau des facteurs est long et délicat.

- Les réseaux de Doehlert [Doehlert, 70] : les matrices d'expérience associées à ces plans sont construites de manière séquentielle à partir d'un simplexe. Il est ainsi possible de faire glisser le domaine expérimental dans l'espace des facteurs, en récupérant un nombre important d'expériences déjà réalisées. En contrepartie, tous les facteurs n'ont pas le même nombre de niveaux. Cette dissymétrie dans le nombre de niveaux est à prendre en compte, en particulier lorsque le réglage des facteurs est délicat.

On peut également citer les plans hybrides mis au point par [Roquemore, 76], les plans de [Mozzo, 90] ou les plans de [Rechtschaffner, 67] pour le second degré.

Les critères majoritairement utilisés pour la construction de ces matrices sont l'isovariance par rotation et le critère de précision uniforme. Nous allons maintenant préciser ces notions.

### 3.6.1.1. Notion d'isovariance par rotation

Le fascicule de documentation [FD X 06-080, 89] précise qu'un dispositif expérimental présente des propriétés d'isovariance par rotation quand la fonction de variance ne dépend que de la distance au centre du domaine expérimental. Ainsi aucune direction n'est privilégiée.

La construction des réseaux de Doehlert [Doehlert, 70] et des plans composites-centrés de Box et Wilson [Box, 51] se base sur cette propriété.

Les niveaux des facteurs sont des valeurs particulières de variables aléatoires définies pour chacun des traitements d'un plan d'expériences. Par voie de conséquence, les estimateurs des différents coefficients du modèle mathématique choisi pour la description des variations de la réponse dans le domaine expérimental sont également des valeurs particulières de variables aléatoires. En effet, les estimateurs des coefficients sont obtenus à partir des combinaisons linéaires appropriées des résultats d'essais. Les prévisions faites à partir du modèle sont donc également des valeurs particulières d'une variable aléatoire. Pour quantifier leur dispersion autour de leur tendance centrale, on utilise la relation (3.9) :

$$\text{Var}\left[\hat{y}(x_0)\right] = \sigma^2 \left[ {}^t f(x_0) ({}^t XX)^{-1} f(x_0) \right] \quad (3.9)$$

Dans cette expression :

$\sigma^2$  est la variance expérimentale,

$f(x_0)$  représente sous forme de vecteur la fonction du modèle pour chaque combinaison des niveaux des facteurs notée  $x_0$

$X$  est la matrice du modèle.

On définit ensuite la fonction de variance à partir de la relation (3.10) :

$$d(\xi_N, x_0) = \frac{\text{Var}\left[\hat{y}(x_0)\right]}{\sigma^2} = {}^t f(x_0) ({}^t XX)^{-1} f(x_0) \quad (3.10)$$

Dans [Louvet, 06], les auteurs démontrent que la condition d'isovariance par rotation est satisfaite pour une valeur de la distance des points en étoile au point central  $\alpha$  définie comme étant :

$$\alpha = \sqrt[4]{2^k} \quad (3.11)$$

Où  $k$  est le nombre de facteurs.

La condition d'isovariance par rotation s'exprime donc de manière simple ; elle est indépendante du nombre  $n_0$  de répétitions au centre du domaine expérimental.

### 3.6.1.2. Notion de précision uniforme

Le fascicule [FD X 06-080, 89] stipule qu'un dispositif expérimental présente des propriétés de précision uniforme si la fonction de variance est constante à l'intérieur d'une sphère ayant le même centre que le domaine expérimental. Elle ne peut être obtenue que si l'isovariance par rotation est déjà assurée.

Dans [Louvet, 06], les auteurs démontrent que la condition de précision uniforme est satisfaite pour un nombre de répétitions  $n_0$  au centre du domaine définie comme :

$$n_0 \approx \gamma(\sqrt{2^k} + 2)^2 - 2 - 2k \quad (3.12)$$

Avec  $k$  le nombre de facteurs pris en compte et :

$$\gamma = \frac{(k+3) + \sqrt{9k^2 + 14k - 7}}{4(k+2)} \quad (3.13)$$

Les plans dont la construction est basée sur ces critères couvrent un domaine expérimental isotrope. En présence d'une ou plusieurs contraintes relationnelles entre différents facteurs, c'est-à-dire dans le cas d'un domaine anisotrope comme cela est le cas dans notre application, ces plans ne conviennent plus. En effet, certains points exigés par ces plans se trouvant en dehors du domaine expérimental ne peuvent pas être réalisés. On a alors recours à la construction algorithmique d'une matrice d'expériences optimale.

### 3.6.2. Les constructions algorithmiques

Les contraintes expérimentales ne permettent pas toujours d'être dans les conditions idéales des plans d'expériences précédemment décrits. Par exemple, les réglages de l'appareil ne permettent pas d'atteindre le niveau préconisé par la théorie ou des combinaisons de niveaux peuvent se révéler dangereuses (réaction explosive pour les chimistes, concentrations toxique pour les médecins,...). Dans cette situation, l'obtention d'un plan optimal passe par une construction algorithmique.

La construction d'un plan optimal consiste à extraire du domaine expérimental un certain nombre de combinaisons permettant de satisfaire différents critères algébriques [Atkinson, 92]

[Gauchi, 05]. Il existe aujourd'hui de nombreux critères d'optimalité. L'objectif ici n'est pas de les lister de façon exhaustive mais plutôt de présenter les critères les plus utilisés ainsi que leurs formules de calcul pour une application concrète. Pour une description plus détaillée, le lecteur pourra de se reporter à [Gauchi, 97].

### 3.6.2.1. Les critères d'optimalité

Pour quantifier l'optimalité d'une matrice d'expériences, différents critères algébriques ont été créés [Silvey, 80] [Gauchi, 05]. Parmi les critères le plus fréquemment utilisés, on peut citer les critères de D-Optimalité, A-Optimalité, et G-Optimalité. Selon les publications, ces critères d'optimalité pourront être appelé critères d'efficacité.

On distingue majoritairement 3 classes de critère :

- Les critères pour l'estimation de paramètres et de leurs fonctions,
- Les critères dans l'espace des observations,
- Les critères d'erreur quadratique moyenne.

#### 3.6.2.1.1. Les critères pour l'estimation de paramètres et de leurs fonctions

### Critère de D-optimalité

Un plan d'expériences D-Optimal (D comme déterminant) à  $N$  expériences minimise le déterminant de la matrice de variance ou de façon équivalente maximise le déterminant de la matrice d'information ( ${}^tXX$ ), ce qui est numériquement plus léger.

Ainsi, plus le déterminant de la matrice d'information sera grand et plus la précision sur les coefficients du modèle sera fine. En effet, un plan D-optimal minimise le carré du volume de l'ellipsoïde de confiance des coefficients du modèle.

Il est possible de calculer la D-efficacité d'un plan d'expérience grâce à la formule définie dans [Gauchi, 05] par :

$$D_{eff} = 100 \times \left[ \frac{\det({}^tXX)}{\det({}^tX_{(\pi_D)}X_{(\pi_D)})} \right]^{\frac{1}{p}} \quad (3.14)$$

Avec  $\pi_D$  la matrice d'information d'un plan D-optimal à mesure continue. Cette efficacité présente un grand intérêt dès lors que l'on est en mesure de calculer un plan D-optimal à mesure continue. La notion de plan D-optimal à mesure continue est une idée majeure et originale due à [Kiefer, 59]. Il considère le plan d'expériences comme une mesure de probabilité continue sur un domaine expérimental compact, on parle alors de plan à mesure continue.

Cependant, il n'est pas toujours possible de calculer cette matrice  $\pi_D$ , pour calculer l'efficacité D d'une matrice, on peut utiliser alors la formule donnée dans [Chomtee, 03] utilisant la matrice des moments élevé à la puissance  $1/p$  :

$$D_{eff} = 100 \times \frac{\det({}^t XX)^{\frac{1}{p}}}{N} \quad (3.15)$$

### Critère de A-optimalité

Ce critère cherche à minimiser la trace de la matrice de dispersion, c'est-à-dire la somme des variances des coefficients. Minimiser la trace de la matrice de dispersion revient à minimiser la somme des variances des estimateurs.

On peut calculer la A-efficacité (A comme « average optimal ») d'une matrice d'expériences à l'aide de la relation fournie par [Chomtee, 03] :

$$A_{eff} = 100 \times \frac{p}{\text{trace}\left[N({}^t XX)^{-1}\right]} \quad (3.16)$$

Numériquement, le calcul d'un plan A-optimal est plus coûteux que celui d'un plan D-optimal puisqu'il nécessite l'inversion de la matrice d'information afin d'obtenir la matrice de dispersion. Enfin, un plan A-optimal dépend des unités des variables explicatives, ce qui est un handicap supplémentaire à l'utilisation de ce critère [Gauchi, 97].

### Critère de E-optimalité

Soit  $\lambda_1, \dots, \lambda_p$  les valeurs propres de la matrice d'information. Les valeurs propres de la matrice de dispersion sont  $1/\lambda_1, \dots, 1/\lambda_p$ . Un plan E-optimal (E comme « eigen value ») à  $N$  expériences vise à minimiser la valeur propre maximale de la matrice de dispersion. En d'autres termes, un plan E-optimal minimise la longueur du plus grand axe de l'ellipsoïde de confiance. Il est possible de suivre l'évolution de la E-optimalité pour des matrices du modèle de taille différentes en calculant pour chacune :

$$E_{eff} = \min\left[\lambda({}^t XX)\right] \quad (3.17)$$

Avec  $\lambda({}^t XX)$  les valeurs propres de la matrice d'information.

D'après l'ouvrage de Galil et Kiefer [Galil, 77] la E-optimalité traduit l'étalement des expériences au sein du domaine expérimental, ce qui s'approche aux réseaux uniformes, contrairement à la D-optimalité.

La détermination d'un plan E-optimal est une tâche mathématiquement lourde puisqu'elle nécessite le calcul répété des valeurs propres de la matrice de dispersion. Ceci peut être une raison de sa faible utilisation.

### Critère de MV-optimalité

Ce critère, proche du critère de E-optimalité, est un critère de type min-max qui vise à minimiser la variance maximale des estimateurs.

### Critère de Turing

Ce critère est dû à Sutton et McGregor [Sutton, 77]. Il traduit la sphéricité des régions de confiance. Il s'écrit :

$$Tu_{eff} = \sqrt{\frac{1}{p} \{trace ({}^t XX)^{-1} \times trace ({}^t XX)\}} \quad (3.18)$$

Il vaut 1 si la région de confiance est une hypersphère, il est supérieur à 1 si la région est ellipsoïdale. Plus la région de confiance est sphérique, plus l'homogénéité des variances des estimateurs est grande.

#### 3.6.2.1.2. Les critères dans l'espace des observations

### Critère de G-efficacité

Le critère de G-efficacité ou G-optimalité (G comme « general variance ») ne travaille pas directement sur la variance des coefficients comme le font les critères de D et A-optimalité, mais plutôt sur la minimisation du maximum de la fonction de variance des valeurs prédites par le modèle dans l'ensemble du domaine expérimental, en assurant ainsi une précision maximale sur les prévisions.

Lorsqu'une matrice d'expériences est G-optimale, le maximum de la fonction de variance standardisée est égal à p, nombre d'inconnues associées à la forme générale du modèle.

On définit ainsi un critère, appelé G-efficacité, à partir de la relation suivante [Louvet, 06] :

$$G - \text{efficacité} = \frac{p}{\max\{d(\xi_N, x_0)\}} \quad (3.19)$$

Avec

$$d(\xi_N, x_0) = N \{ {}^t f(x_0) ({}^t XX)^{-1} f(x_0) \} \quad (3.20)$$

Il est alors aisé de comparer les matrices d'expériences proposées par un algorithme d'échange en observant leur G-efficacité. C'est ce critère que nous utiliserons dans notre étude.

### 3.6.2.1.3. Les critères d'erreur quadratique moyenne

#### **Critère de J-optimalité**

Le critère J également appelé IMSE pour « Integrated Mean Square Error » est connu en français sous le nom de critère de « variance+biais ». Il a été proposé par Box et Draper dans [Box<sup>1</sup>, 59]. On le trouvera largement explicité dans [Khuri, 87].

L'originalité de ce critère réside dans le fait qu'il prend en compte à la fois la variance de la prédiction de la réponse et le biais induit sur les estimateurs du modèle postulé quand celui-ci n'est pas forcément le modèle idéal. En général, le modèle idéal est un sur-modèle, c'est-à-dire un modèle englobant le modèle postulé et qui contient des termes supplémentaires. On cherche à se protéger contre ce sur-modèle en minimisant l'impact de l'omission des termes supplémentaires sur la qualité des estimateurs obtenus avec le modèle postulé.

La formulation et la décomposition de ce critère se trouve dans [Gauchi, 97] et [Gauchi, 05].

#### 3.6.2.2. Algorithme d'échange

Il existe de nombreux algorithmes d'échanges. Ces différents algorithmes ne sont pas utilisés dans les mêmes conditions et dépendent souvent de la nature du modèle recherché et des facteurs utilisés. On citera par exemple dans le cas de la construction d'un plan D-optimal discret, les algorithmes de [Fedorov, 72] et de [Mitchell, 74] et dans le cas d'une construction d'un plan D-Optimal continu, l'algorithme proposé par [Torsney, 88] complété de la proposition de [Pronzato, 04].

Cependant, à notre connaissance, tous les algorithmes d'échange rencontrés dans les logiciels de plan d'expériences utilisent le critère de D-optimalité et cherche donc à maximiser le déterminant de la matrice d'information. Ce choix est dû à l'efficacité de cet outil et à la rapidité du calcul nécessaire. En effet, à chaque itération, s'il est très rapide de calculer le déterminant d'une matrice, il est en revanche assez long de calculer par exemple la fonction de variance (3.10) en chacun des points candidats nécessaire au calcul de la G-efficacité ou les valeurs propre de la matrice d'information (E-efficacité). Nous nous concentrerons donc par la suite sur les algorithmes d'échanges basés sur le principe de D-optimalité.

La minimisation des temps de calculs autorise aujourd'hui de nombreuses simulations numériques, facilitant la convergence vers un ensemble de matrices optimales. Il est alors possible de calculer les critères d'optimalité tels que la A- ou la G-efficacité de ces matrices D-optimales et de choisir la meilleure. En observant graphiquement les variations des indicateurs algébriques en fonction du nombre d'essais, il est possible de choisir de manière raisonnée la meilleure matrice d'expériences permettant de répondre au problème. C'est cette démarche que nous avons appliquée.

### 3.6.2.2.1. Principe d'un algorithme d'échange

Pour converger vers une matrice optimale, il faut établir une matrice de départ. Les logiciels de plans d'expériences utilisent généralement un générateur de nombres aléatoires, pour extraire du domaine expérimental une première matrice d'expériences de taille N donnée.

Le principe de l'algorithme d'échange consiste alors à chercher, parmi les traitements restants dans le domaine expérimental, celui qui fera croître le plus le déterminant de la matrice d'information. Pour conserver des stratégies expérimentales de même taille, il convient de retirer ensuite de la matrice d'expériences, le traitement dont l'extraction fait décroître le moins le déterminant de la matrice d'information. On réitère cette opération tant que les échanges provoquent une hausse significative de la valeur du déterminant.

Lorsqu'on a atteint une solution, il est recommandé de recommencer la démarche à partir d'une nouvelle matrice initiale, plusieurs matrices optimales de qualités voisines ou identiques pouvant être générées au sein d'un même domaine expérimental. Les temps de calculs étant de plus en plus courts, il ne faut pas hésiter à effectuer un grand nombre de tirages aléatoires.

Lorsqu'on dispose d'une ou plusieurs matrices optimales de taille N, on reproduit la démarche en faisant croître la taille du plan d'expériences. Les différentes matrices optimales seront ensuite comparées à partir du déterminant normé de la matrice des moments, afin de distinguer le meilleur rapport qualité/prix en matière de matrice d'expériences.

On peut se demander comment trouver très rapidement l'expérience à rajouter, pour faire croître au maximum le déterminant de la matrice d'information. Pour répondre à cette question, on utilisera la fonction de variance standardisée.

### 3.6.2.2.2. Utilisation de la fonction de variance standardisée

Les coefficients du modèle étant affectés d'une incertitude, il en va de même pour les prévisions que l'on pourra faire à partir de ce modèle, pour toute combinaison des modalités des facteurs, notée symboliquement  $x_0$ . La variance de prévision de la réponse pour toute combinaison du domaine expérimental donnée en (3.9) et rappelée ici s'écrit sous la forme :

$$\text{Var}\left[\hat{y}(x_0)\right] = \sigma^2 \left\{ f(x_0) ({}^tXX)^{-1} f(x_0) \right\} \quad (3.21)$$

Cette dernière se traduit sous forme du produit entre la variance expérimentale  $\sigma^2$  et un scalaire, obtenu par un produit matriciel faisant intervenir la matrice de dispersion  $({}^tXX)^{-1}$  et la fonction du modèle pour la combinaison des modalités considérée  $f(x_0)$ . La matrice de dispersion étant définie à partir d'une matrice d'expériences donnée, et pour une variance expérimentale supposée constante au sein du domaine expérimental, la variance de prévision de la réponse ne dépend que de la nature de la combinaison des modalités des facteurs.

Il est alors possible de détecter la combinaison pour laquelle la variance de prévision est la plus grande et c'est naturellement cette combinaison que l'on va introduire comme expérience complémentaire dans la matrice d'expériences.



Pour ce faire on définit la fonction de variance standardisée à partir de la relation (3.22) :

$$d(\xi_N, x_0) = \frac{NVar[\hat{y}(x_0)]}{\sigma^2} = N\{f(x_0)({}^tXX)^{-1}f(x_0)\} \quad (3.22)$$

Cette fonction est calculée systématiquement pour chacune des combinaisons du domaine expérimental non retenue dans une matrice d'expérience, afin d'identifier celle pour laquelle cette fonction présente un maximum. Si plusieurs combinaisons présentent une valeur maximale pour la fonction de variance standardisée, on en retient une au hasard, pour l'introduire dans la matrice d'expériences.

Il existe un lien entre le déterminant de la matrice d'information de taille  $N$  et le déterminant de la matrice d'information de taille  $(N+1)$ , provenant du rajout d'une expérience :

$$\det({}^tX_{N+1}X_{N+1}) = \det({}^tX_NX_N) \left[ 1 + \frac{d(\xi_N, x_0)}{N} \right] \quad (3.23)$$

### 3.6.2.3. Notion de points leviers

Avant de passer à la phase d'expérimentation et à la réalisation des essais, il est important de vérifier l'absence de point levier parmi les traitements du plan d'expériences mis en place. Par définition les points leviers sont des points du design qui déterminent très fortement le modèle [Johnstone, 98], [Toutenburg, 02]. Pour identifier un point levier, il faut calculer les termes diagonaux de la matrice  $H$  définie par :

$$H = X(X^tX)^{-1}X^t \quad (3.24)$$

La matrice  $H$  est donc une matrice  $N \times N$  dans laquelle chacun des termes diagonaux  $H_{ii}$  est associé au  $i^{\text{ème}}$  traitement du plan d'expériences. La trace de la matrice  $H$  est égale à  $p$  donc la valeur moyenne des  $H_{ii}$  est  $p/N$ . En pratique, un tracé de  $H_{ii}$  est effectué et l'on cherche les points leviers dont le  $H_{ii}$  est supérieur à  $3p/N$  ou  $2p/N$  ou alors qui semblent très différents des autres.

En présence d'un ou plusieurs points leviers, il est possible de choisir un autre plan d'expériences ne présentant pas de points leviers ou de réaliser les essais en portant une attention particulière à la valeur de la réponse en ce(s) point(s).

## 3.7. Expérimentation

Cette phase se déroule de la même façon que lors d'une étude des effets des facteurs. Les recommandations sont donc les mêmes que celles établies dans le second chapitre.

Avant l'expérimentation, il convient de préparer pour chacun des essais, une fiche indiquant les modalités des facteurs à respecter. De plus, il est préférable d'effectuer une randomisation des essais si cela est possible. Cette randomisation permet de limiter

l'éventuelle influence perturbatrice de facteurs non contrôlés. Cependant cette randomisation n'est parfois pas possible à cause des difficultés engendrées par la modification des modalités des facteurs.

### 3.8. Analyse globale des résultats d'essais

Avant de mettre en œuvre des outils mathématiques pour estimer les  $p$  inconnues du modèle et réaliser la surface de réponse correspondante, il est important de porter un jugement global sur l'ensemble des résultats d'essais.

L'analyse globale des résultats d'essais permet notamment :

- D'apprécier la variation des réponses observées au cours du plan d'expériences ; s'assurer d'un écart significatif entre les valeurs minimales et maximales de la réponse observée.
- De détecter des valeurs suspectes et procéder à une reproduction d'expériences le cas échéant.
- De repérer une combinaison des modalités des facteurs dont les résultats peuvent se révéler industriellement intéressants.

### 3.9. Analyse mathématique des résultats d'essais

L'analyse mathématique consiste à estimer, grâce à la méthode des moindres carrés, les  $p$  coefficients du modèle et les  $N$  résidus, à savoir les écarts entre les valeurs observées et les valeurs prévues par le modèle pour chacun des  $N$  traitements du plan d'expériences. La méthode des moindres carrés garantit une estimation non-biaisée des coefficients du modèle.

#### 3.9.1. Calcul des coefficients du modèle additif

Le plan d'expériences peut se retranscrire sous la forme :

$$\{Y\} = (X)\{Coefficients\} + \{E\} \quad (3.25)$$

Avec :

- ( $Y$ ) le vecteur des résultats d'essais,
- ( $X$ ) la matrice du modèle,
- ( $Coefficients$ ) le vecteur des estimations des coefficients.
- ( $E$ ) la matrice d'erreur.

La matrice ( $X$ ) n'étant pas souvent une matrice carrée, nous avons recourt pour résoudre ce problème à l'écriture matricielle de la méthode des moindres carrés [Dodge, 99] [Goupy, 06] présentée dans le chapitre précédent et rappelée ici, dont l'équation est :

$$\{Coefficients\} = ({}^tXX)^{-1}({}^tX)\{Y\} \quad (3.26)$$

Cette équation fait appel au calcul de la pseudo inverse de la matrice du modèle ( $X$ ). La matrice ( $X$ ) étant de rang plein en colonnes (le nombre de colonnes indépendantes est

inférieur au nombre de lignes), cette pseudo inverse se calcule à partir de la relation (3.27) [Rotella, 95] :

$$(X^+) = ({}^tXX)^{-1}({}^tX) \quad (3.27)$$

### 3.9.2. Calcul des résidus

Connaissant une estimation des coefficients du modèle, il est possible d'utiliser ce dernier afin de prévoir la réponse pour chacun des traitements du plan d'expériences. Il suffit pour cela d'utiliser le produit scalaire entre le vecteur des estimations des coefficients et le vecteur représentant la fonction du modèle, pour une combinaison donnée,  $x_0$ , des modalités des facteurs [Draper, 81] :

$$\hat{y}(x_0) = {}^t f(x_0) \{Coefficients\} \quad (3.28)$$

Pour une combinaison donnée,  $x_0$ , du plan d'expériences, le résidu  $e_i$  est défini à partir de la relation (3.29) :

$$e_i = y(x_0) - \hat{y}(x_0) \quad (3.29)$$

La méthode des moindres carrés utilisée pour calculer les coefficients des modèles repose en partie sur l'hypothèse de normalité des résidus, il sera donc nécessaire lors de l'analyse statistique des résultats de vérifier cette normalité comme nous le verrons au paragraphe 3.10.3.

## 3.10. Analyse statistique du modèle

L'équation du modèle empirique n'est qu'une approximation de la réalité. L'estimation des coefficients du modèle polynomial du second degré s'appuie sur des résultats d'essais qui sont, pour chacun des traitements du plan d'expérience, des valeurs particulières d'une variable aléatoire.

La mise en œuvre de tests statistiques doit permettre de porter un jugement sur les résultats obtenus à savoir :

- Un modèle décrivant la variation de la réponse dans le domaine expérimental.
- Des estimations des coefficients associés aux différents monômes du modèle.
- Des résidus traduisant les écarts entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées.

### 3.10.1. L'analyse du modèle dans sa globalité

Cette première étape de l'analyse statistique aboutit à la construction du tableau d'analyse de régression et à la détermination de la qualité descriptive du modèle [Eriksson, 00], [Droesbeke, 97].

L'analyse de régression consiste à expliquer la variation totale de la réponse à partir de la somme des carrés des écarts entre les résultats d'essais et leur moyenne :

$$SCT = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (3.30)$$

Cette quantité est indépendante du modèle postulé. On décompose ensuite cette somme de carrés en une somme de deux termes SCM et SCE.

Le premier terme traduit la variation des réponses calculées autour de leur moyenne, soit encore :

$$SCM = \sum_{i=1}^N \left( \hat{y}_i - \bar{y} \right)^2 \quad (3.31)$$

On rappelle que l'application de la méthode des moindres carrés utilisée pour la détermination des coefficients du modèle, induit la relation (3.32) :

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{y}_i \quad (3.32)$$

Le second terme traduit la somme des carrés des résidus, dont on sait qu'elle est minimale grâce à l'utilisation de la méthode des moindres carrés :

$$SCE = \sum_{i=1}^N \left( y_i - \hat{y}_i \right)^2 \quad (3.33)$$

On vérifie immédiatement la relation suivante, encore appelée équation d'analyse de variance ou équation d'analyse de régression :

$$SCT = SCM + SCE \quad (3.34)$$

L'analyse statistique du modèle dans sa globalité se poursuit par la construction d'un test statistique, visant à affecter une probabilité à l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) qui dit que le modèle ne permet pas de décrire la variation des résultats d'essais.

Il s'agit du test de comparaison du rapport de deux variances à une valeur donnée [NF X 06-063, 87]. On définit pour cela la statistique, notée  $F_{obs}$  à partir de la relation (3.35) :

$$F_{obs} = \frac{\frac{SCM}{p-1}}{\frac{SCE}{N-p}} \quad (3.35)$$

Les quantités  $(p-1)$  et  $(N-p)$  correspondent respectivement au nombre de degrés de liberté affectés à la somme des carrés associée au modèle ( $SCM$ ) et à la somme des carrés associés aux résidus ( $SCE$ ). Le rapport  $F_{obs}$  exprime donc le rapport entre 2 variances. Pour le  $i^{\text{ème}}$  traitement du plan d'expériences, la valeur observée  $y_i$  du résultat d'essai représente une

valeur particulière de la variable aléatoire caractérisant la réponse pour ce traitement. Par voie de conséquence, la statistique  $F_{obs}$  est elle-même une variable aléatoire dont les valeurs suivent une fonction de répartition théorique, appelée loi de  $F$  ou loi de Snedecor.

On utilise cette loi pour savoir à partir de quelle valeur particulière, appelée valeur critique, le numérateur de la quantité  $F_{obs}$  est significativement supérieur au dénominateur.

On peut également à partir de cette même fonction de répartition affecter une probabilité  $P$  de rejeter à tort l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) énoncée ci-dessus. En comparant cette probabilité au seuil de significativité choisi on peut conclure quant à la véracité de l'hypothèse ( $H_0$ ).

Un tableau d'analyse de régression, tel que celui présenté en table 1, permet de regrouper les différentes étapes permettant d'aboutir au calcul de cette probabilité.

| Source  | Somme des carrés | Degrés de liberté | Carré moyen | $F_{obs}$ | Probabilité |
|---------|------------------|-------------------|-------------|-----------|-------------|
| Modèle  | $SCM$            | $p-1$             | $SCM/(p-1)$ | $F_{obs}$ | $P$         |
| Résidus | $SCE$            | $N-p$             | $SCE/(N-p)$ |           |             |
| Total   | $SCT$            | $N$               |             |           |             |

Table 1 Tableau d'analyse de régression

Dans le chapitre II, nous avons vu comment calculer la qualité descriptive d'un modèle à partir du coefficient de régression ajusté :

$$R_{ajusté}^2 = 1 - \frac{\frac{SCE}{N-p}}{\frac{SCT}{N-1}} \quad (3.36)$$

Plus la valeur du coefficient de régression est proche de 1 et plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante.

Il est également possible de traduire la qualité prédictive d'un modèle à partir du coefficient de corrélation prédictif  $Q^2$  calculé grâce à la formule (3.37) [Chin, 98] :

$$Q^2 = 1 - \frac{PRESS}{SCT} \quad (3.37)$$

Dans lequel :

$$PRESS = \sum_{i=1}^N \frac{y_i - \hat{y}_i}{1 - h_{ii}} \quad (3.38)$$

Avec :

- $y_i$  la réponse mesurée au point  $i$ ,
- $\hat{y}_i$  la réponse calculée par le modèle au point  $i$ ,
- $h_{ii}$  le  $i^{\text{ème}}$  terme diagonal de la matrice H définie comme :

$$H = X(X'X)^{-1}X' \quad (3.39)$$

Les valeurs de  $h_{ii}$  sont donc les valeurs de la fonction de variance au point  $i$ .

On conçoit qu'un modèle sera d'autant plus prédictif que l'erreur de prédiction sera faible pour chacun des traitements expérimentaux du plan. Dans la relation (3.38), *PRESS* est l'acronyme de la locution anglaise *PRediction Error Sum of Square*. Plus la valeur de *PRESS* est faible, plus le modèle est prédictif.

### 3.10.2. Analyse statistiques des coefficients du modèle

Une autre étape de l'analyse statistique du modèle concerne l'analyse statistique des coefficients basée sur l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) qui affirme que le coefficients  $a_i$  associé à l'élément  $X_i$  du modèle (constante, facteur, terme quadratique ou interaction) est nul. La probabilité associée à cette hypothèse est obtenue à partir du test statistique de comparaison à la valeur 0.

Pour cela, on établit pour chaque coefficient la statistique, notée  $t_{obs}$ , à partir de la relation (3.40) :

$$t_{obs} = \frac{|a_i - 0|}{s(a_i)} = \frac{|a_i|}{s(a_i)} \quad (3.40)$$

La valeur de l'estimateur  $a_i$  est une valeur particulière d'une variable aléatoire qui dépend en effet directement des résultats d'essais et du modèle postulé. L'incertitude associée à sa détermination est définie par le dénominateur  $s(a_i)$  qui traduit l'erreur-type, à savoir l'écart-type d'un estimateur.

L'erreur-type est définie à partir de la relation (3.41) :

$$s(a_i) = \sqrt{\text{var}(a_i)} = \sqrt{c_{ii}\sigma^2} \quad (3.41)$$

Le coefficient de variance  $c_{ii}$  correspond au terme diagonal de rang  $i$  de la matrice de dispersion notée  $(XX')^{-1}$  dans la méthode des moindres carrés. La variance expérimentale est notée  $\sigma^2$  dans l'expression de l'erreur-type.

Lorsque la variance expérimentale est difficilement calculable ainsi que dans les logiciels, on adopte comme estimation de la variance expérimentale, la variance résiduelle définie à partir de la relation générale :

$$\sigma_r^2 = \frac{SCE}{\nu_E} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - p} \quad (3.42)$$

Le tableau d'analyse de régression permet d'effectuer rapidement une estimation de l'écart-type résiduel, qui s'écrit :

$$s_r = \sqrt{\sigma_r^2} \quad (3.43)$$

La statistique  $t_{obs}$  peut alors être exprimée sous la forme :

$$t_{obs} = \frac{|a_i|}{s_r \sqrt{c_{ii}}} \quad (3.44)$$

Cette statistique est une variable aléatoire dont les valeurs suivent une fonction de répartition théorique, appelée loi de  $t$  ou encore loi de Student. On utilise cette fonction de répartition pour savoir à partir de quelle valeur particulière, appelée valeur critique, le numérateur de la quantité  $t_{obs}$  est significativement différent de 0 pour une probabilité  $\alpha$ .

$$t_{critique} = t_{(1-\alpha/2, v_E)} \quad (3.45)$$

On peut également, à partir de cette même fonction de répartition, affecter une probabilité de rejeter à tort l'hypothèse nulle ( $H_0$ ).

Les résultats de l'analyse des coefficients sont généralement regroupés dans un tableau.

| Facteur | Coefficients | Erreur-type | $t_{obs}$                                   | Probabilité |
|---------|--------------|-------------|---|-------------|
| $X_i$   | $a_i$        | $s(a_i)$    | $t_{obs} = \frac{ a_i }{s_r \sqrt{c_{ii}}}$ | $P$         |

Table 2 Tableau d'analyse statistique des coefficients

En comparant la probabilité associée à chaque coefficient, il est possible de conclure quant à la pertinence de la présence de ces coefficients dans le modèle. Il est alors intéressant d'observer l'influence de la suppression de ces éléments sur les coefficients  $R^2_{ajusté}$  et  $Q^2$ .

### 3.10.3. Analyse statistique des résidus

L'analyse des résidus  $e_i$  complète l'analyse statistique du modèle et l'analyse statistique des coefficients. Bien que les écarts entre les valeurs observées et les valeurs calculées par le modèle aient été minimisés par le choix de la méthode des moindres carrés, il faut s'assurer que localement, les résidus ne soient pas anormalement importants [Drafer, 81].

La normalité de la distribution des résidus est une hypothèse importante de la méthode des moindres carrés. Compte tenu du nombre  $N$  d'essais on utilise généralement la méthode graphique de la droite d'Henry.

On détermine tout d'abord le rang  $r$  des résidus, ces derniers étant ordonnés de manière non décroissante. On affecte ensuite à chacun des résidus une fréquence dont la définition respecte la relation (3.46) :

$$P = \frac{r - 3/8}{N - 1/4} \quad (3.46)$$

L'application de l'inverse noté  $F^{-1}$  de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite, permet d'obtenir enfin les ordonnées correspondantes du graphique de Henry ; il s'agit des fractiles de la loi normale réduite  $F^{-1}(P)$ .

Si le nuage de point est approximativement aligné le long d'une droite, on conclut que les résidus sont normalement distribués. Seules des causes aléatoires sont alors à l'origine de la dispersion des résidus autour de leur moyenne.

Les tests de normalité classique comme celui d'Anderson-Darling [Anderson, 52], ou de Shapiro-Wilk [Shapiro, 65] peuvent également être utilisés à cette étape. Le test proposé par T.W. Anderson et D.A. Darling en 1952 par exemple calcule une probabilité  $P$  de rejeter à tort l'hypothèse  $H_0$  qui stipule que la population testée suit une loi normale.

### 3.11. Analyse graphique du modèle

Différents graphiques sont disponibles pour restituer de manière interprétable l'équation du modèle empirique. Dans le contexte des plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse, cette restitution s'effectue essentiellement sous deux formes de surfaces de réponse et de courbes iso-réponse.

Toutefois, avant de se livrer à la représentation de la surface de réponse et des courbes iso-réponses, il est important de porter un jugement sur la qualité descriptive du modèle empirique ; la construction d'un graphe d'adéquation permet d'atteindre cet objectif.

#### 3.11.1. Graphe d'adéquation du modèle

La construction du graphe d'adéquation du modèle repose sur un nuage de points qui matérialise en abscisse la variation de la réponse mesurée et en ordonnée la variation de la réponse calculée à partir du modèle obtenu.

La représentation de la première bissectrice permet de porter visuellement un jugement sur l'alignement des points plus le nuage est proche de cette première bissectrice, plus le modèle décrit convenablement la variation des résultats d'essais. La construction d'un graphique d'adéquation permet donc une représentation graphique de la qualité descriptive  $R^2_{ajusté}$  du modèle.

#### 3.11.2. Surfaces de réponse

La surface de réponse, comme celle présentée en figure 3, matérialise la surface de régression à partir d'un graphique dans un espace à trois dimensions. Le plan horizontal de la figure matérialise le domaine de variation de 2 facteurs ; l'axe vertical matérialise la variation de la réponse à partir du modèle.

Au-delà de 2 facteurs, il est nécessaire de maintenir à un niveau constant les facteurs dont les variations ne sont pas décrites dans le plan horizontal.



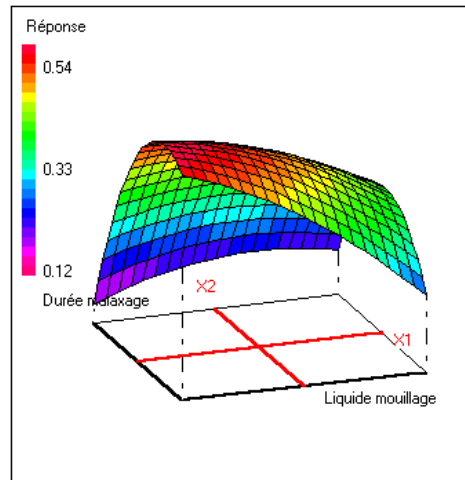


Fig 3. Exemple de surface de réponse

### 3.11.3. Courbes iso-réponse

Les courbes iso-réponses, comme celle présentée en figure 4, constituent une projection de la surface de réponse dans le plan horizontal. Elles s'interprètent comme les courbes de niveaux, dessinées sur une carte topographique. Tout comme pour les surfaces de réponse, cette représentation ne fait intervenir que 2 facteurs à la fois, les autres devant être fixés à un niveau constant.

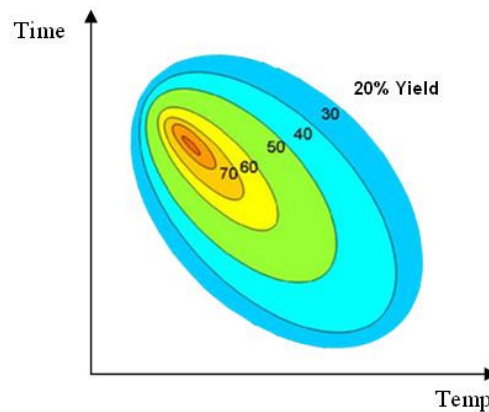


Fig 4. Exemple de courbes iso-réponse

## 3.12. Validation du modèle et des informations obtenues

La validation du modèle est primordiale afin de capitaliser, par la suite, les résultats et les conclusions du plan d'expériences.

La mise en œuvre de la démarche conduit à effectuer deux hypothèses qu'il convient maintenant de vérifier :

- La première hypothèse porte sur le recours à un modèle empirique dont l'interprétation doit permettre à l'utilisateur d'apporter des éléments de réponse aux questions posés.
- La deuxième hypothèse porte sur l'écriture particulière du modèle mathématique sous forme polynomiale.

Une validation expérimentale des hypothèses doit toujours venir compléter et enrichir une analyse mathématique et statistique du modèle. Cette validation passe par la définition de nouveaux traitements expérimentaux. Ces derniers contribueront à conforter l'interprétation industrielle des premiers résultats. C'est cette validation expérimentale qui permettra de vérifier les deux hypothèses exposées précédemment en comparant les réponses mesurées par l'expérimentation à celles fournies par le modèle.

On définit un intervalle de confiance autour des prédictions :

$$CI = \sqrt{h_i} \times S_r \times t(1 - \alpha/2; DF_r) \quad (3.47)$$

Dans lequel :

$h_i$  est la valeur de la variance prédictive au point considéré dont le calcul est donné en (3.10),

$S_r$  est l'estimation de la variance expérimentale, lorsque celle-ci n'est pas calculable, donnée en (3.43),

$t(1 - \alpha/2; DF_r)$  est la valeur du  $t$  de Student pour une valeur de seuil de  $1 - \alpha/2$  et le degré de liberté du résidu.

Le modèle sera validé si les réponses mesurées pour les expériences de validation sont comprises dans l'intervalle de tolérance prédit par le modèle au point considéré.

## 4. Application de la méthode de surface de réponse

L'application des techniques de criblage effectuée dans le second chapitre a permis d'identifier les facteurs ayant une influence statistiquement significative sur la surtension et la vitesse de commutation. Cette limitation du nombre de facteurs à considérer a pour conséquence directe la réduction du nombre de coefficients à déterminer dans les modèles et, par le fait, le nombre d'expériences à réaliser. Ces modélisations de la surtension et de la vitesse de commutation au blocage des modules IGBT en fonction des facteurs identifiés au cours du second chapitre vont maintenant vous être présentées.

Nous allons pour cela reprendre les différentes étapes de la méthode des plans d'expériences pour l'étude de surface de réponse présentées dans le paragraphe 3 et les mettre en pratique dans le cas de notre application industrielle.

### 4.1. Définition des objectifs et des réponses

Comme nous l'avons précisé au cours du premier chapitre, nous cherchons à travers ce travail à améliorer la connaissance du comportement d'un module IGBT utilisé en traction ferroviaire. Pour cela, l'objectif visé est la mise en place de modèles polynomiaux traduisant la surtension et la vitesse de commutation du module IGBT.

La figure 5 rappelle ces deux performances mesurées lors du blocage de ces modules.

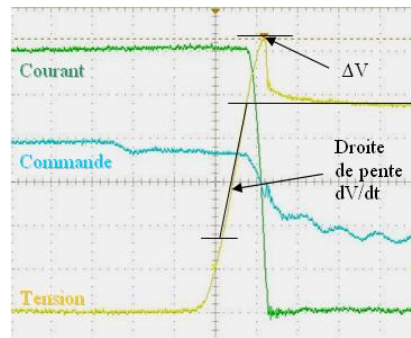


Fig 5. Blocage du module IGBT

Nous cherchons, à travers cette étude, à établir une cartographie des variations de ces deux performances dynamiques en fonction de paramètres liés aux conditions de fonctionnement, identifiées dans le second chapitre et rappelées dans le paragraphe 4.3.

## 4.2. Choix d'une stratégie expérimentale

Nous avons vu dans le paragraphe 3.2 qu'un optimum peut être atteint par une méthode directe comme la technique du simplexe ou indirecte comme la définition d'un modèle.

Dans cette étude, l'objectif n'est pas tant d'atteindre un réglage optimum des facteurs considérés que de traduire les réponses pour chacune des combinaisons de facteurs qu'il est possible de rencontrer en application.

Nous supposons donc un modèle a priori dont le nombre d'inconnues dépendra du nombre de facteurs pris en considération.

## 4.3. Définition des facteurs

Les deux études de criblage présentées au chapitre II ont permis d'identifier 6 facteurs ayant une influence statistiquement significative sur l'une et/ou l'autre des réponses observées. Ces facteurs sont résumés dans le schéma électrique de la figure 6 :

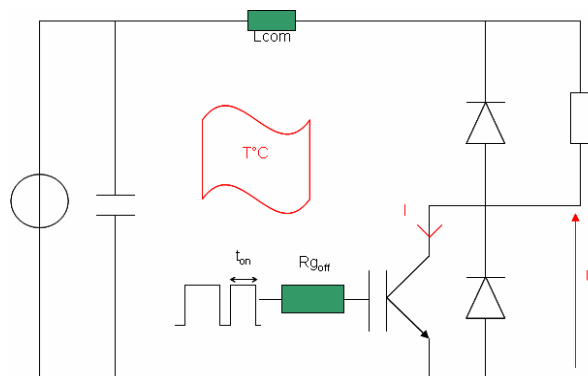


Fig 6. Schéma électrique du montage expérimental

Ces 6 facteurs sont :

- 3 facteurs liés aux conditions de fonctionnement :
  - La tension commutée  $U$ ,
  - Le courant commuté  $I$ ,
  - La température de fonctionnement  $T^{\circ}\text{C}$ .
- 3 facteurs liés aux paramètres de conception :
  - L'inductance de boucle  $L_{\text{com}}$  due à la connectique entre la capacité et le module IGBT,
  - La résistance  $R_{\text{goff}}$  présente sur l'allumeur.
  - Le temps  $t_{\text{on}}$  pendant lequel l'IGBT est passant avant son second blocage.

La modélisation de la surtension et de la vitesse de commutation du module IGBT sera donc effectuée en fonction de ces 6 facteurs.

#### 4.4. Définition du domaine expérimental

Nous avons vu au paragraphe 3.5 que le modèle recherché lorsqu'on utilise la méthode des plans d'expériences pour l'étude de surface de réponse est un polynôme du second degré et que, par conséquent, chacun des facteurs doit être doté d'au moins 3 modalités.

Les bornes utilisées pour chacun des facteurs sont identiques à celles utilisées lors des études de criblage du chapitre II. Ces bornes sont rappelées dans la table 3 :

| Facteurs                          | Min | Max  |
|-----------------------------------|-----|------|
| $U$ (V)                           | 500 | 2400 |
| $I$ (A)                           | 600 | 2400 |
| $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )        | -40 | 125  |
| $L_{\text{com}}$ (nH)             | 60  | 200  |
| $R_{\text{goff}}$ ( $\Omega$ )    | 3,7 | 6,8  |
| $t_{\text{on}}$ ( $\mu\text{s}$ ) | 10  | 100  |

Table 3 Bornes des facteurs utilisés pour la surface de réponse

Les facteurs température, inductance de boucle et résistance de grille sont difficilement modifiables, nous n'avons donc utilisé que 3 modalités pour chacun de ces facteurs ce qui correspond au nombre minimal de modalité pour un modèle du second degré. Les niveaux choisis sont alors les valeurs extrêmes et une valeur centrale pour ces trois facteurs. En revanche, la tension, le courant et le temps de commutation sont des facteurs facilement modifiables, le maillage peut donc être plus fin sur ces facteurs.

Pour éviter la casse du module IGBT lors des tests de commutation, il est nécessaire de contraindre le domaine expérimental. La mise en place de ces contraintes vise à limiter la tension maximale que voit l'IGBT lors de la commutation, c'est-à-dire la surtension. L'objectif n'étant pas ici de tester les limites de fonctionnement de l'IGBT, nous avons choisi de fixer cette valeur maximale à 3,1 kV, le calibre de nos modules étant de 3,3 kV soit une marge de sécurité de 200 V. Cette marge permettra de compenser les dispersions présentes entre les différents modules et de s'assurer qu'aucun module ne cassera pendant les essais. Une casse lors d'un essai et donc l'absence de mesure en un point du plan d'expériences aurait des conséquences néfastes sur l'analyse des résultats et la détermination des modèles.

La modification de la température étant contraignante et n'ayant pas un effet très important sur la surtension comme nous l'avons observé dans le second chapitre, les niveaux de contraintes ont été identifiés à 25°C. La marge de sécurité permettra de prendre en considération ce choix et d'assurer le bon fonctionnement des modules quelle que soit la température.

Les limites du domaine ont alors été fixées en identifiant d'une part la valeur maximale de tension admissible lorsque le courant est à sa valeur maximale (2400 A) dans chacune des configurations  $L_{com}/R_{g_{off}}/t_{on}$  puis d'autre part, la valeur maximale de courant admissible dans ces mêmes conditions lorsque la tension est à sa valeur maximale (2400V).

La table 4 présente les résultats obtenus et donc les limites du domaine expérimental au niveau des tensions et courants commutés :

| Lcom (nH) | Rg <sub>off</sub> (Ω) | t <sub>on</sub> (μs) | I si U=2400V | U si I=2400A |
|-----------|-----------------------|----------------------|--------------|--------------|
| 200       | 3,7                   | 10                   | 600 A        | 1300 V       |
|           |                       | 55                   | 900 A        | 1700 V       |
|           |                       | 100                  | 1000 A       | 1800 V       |
|           | 5,2                   | 10                   | 600 A        | 1400 V       |
|           |                       | 55                   | 900 A        | 1700 V       |
|           |                       | 100                  | 900 A        | 1800 V       |
|           | 6,8                   | 10                   | 600 A        | 1500 V       |
|           |                       | 55                   | 1100 A       | 1700 V       |
|           |                       | 100                  | 1100 A       | 1800 V       |
| 120       | 3,7                   | 10                   | 900 A        | 1800 V       |
|           |                       | 55                   | 1400 A       | 2100 V       |
|           |                       | 100                  | 1400 A       | 2200 V       |
|           | 5,2                   | 10                   | 800 A        | 1900 V       |
|           |                       | 55                   | 1000 A       | 2000 V       |
|           |                       | 100                  | 1200 A       | 2000 V       |
|           | 6,8                   | 10                   | 1000 A       | 1900 V       |
|           |                       | 55                   | 1300 A       | 2000 V       |
|           |                       | 100                  | 1500 A       | 2000 V       |
| 60        | 3,7                   | 10                   | 1400 A       | 2000 V       |
|           |                       | 55                   | 2400 A       | 2400 V       |
|           |                       | 100                  | 2400 A       | 2400 V       |
|           | 5,2                   | 10                   | 1700 A       | 2100 V       |
|           |                       | 55                   | 2400 A       | 2400 V       |
|           |                       | 100                  | 2400 A       | 2400 V       |
|           | 6,8                   | 10                   | 2000 A       | 2200 V       |
|           |                       | 55                   | 2400 A       | 2400 V       |
|           |                       | 100                  | 2400 A       | 2400 V       |

Table 4 Niveaux maximaux de tension et courant dans le domaine expérimental

L'objectif de l'identification de ces seuils critiques est d'éviter la casse du composant durant l'expérimentation. Le but n'étant pas d'atteindre la valeur exacte de 3100 V, le pas de tension et de courant a été fixé à 100 V et 100 A, ce qui explique que les valeurs fournies dans la table 4 soit des multiples de 100 et non les valeurs exactes permettant d'atteindre 3100 V de surtension au moment du blocage du module IGBT.

On résume les modalités des différents facteurs dans la table 5 :

| Facteurs                                | Modalités  |
|---|--|
| Tension U                               | Maillage fin respectant les contraintes à partir de 500 V. |
| Courant I                               | Maillage fin respectant les contraintes à partir de 600 A. |
| Température T                           | -40°C ; 42°C ; 125°C.                                      |
| Inductance L <sub>com</sub>             | 60nH ; 120nH ; 200nH.                                      |
| Résistance R <sub>g<sub>off</sub></sub> | 3,7Ω ; 4,2Ω ; 6,8Ω.  |
| Temps t <sub>on</sub>                   | Maillage fin entre 10μs et 100μs.                          |

Table 5 Modalités utilisées dans le domaine expérimental

Après intégration des contraintes, le domaine expérimental se trouve constitué de 1311 points candidats. La construction de la matrice du modèle consistera donc à choisir parmi ces 1311 points, ceux permettant de déterminer la valeur des coefficients des modèles avec la plus grande précision.

#### 4.5. Définition du modèle empirique

Nous avons vu dans le paragraphe 3.5 que le modèle recherché en appliquant la méthode des plans d'expériences pour l'étude de surface de réponse est du second degré. N'étant pas dans le cas d'une étude de mélange, les modèles recherchés sont des modèles polynomiaux tels que ceux définis par l'équation (3.4) du paragraphe 3.5 et rappelés ici :

$$\eta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \alpha_i x_i + \sum_{i=1}^k \alpha_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \alpha_{ij} x_i x_j \quad (3.48)$$

Les deux études de criblage présentées dans le second chapitre ont permis d'identifier 6 facteurs ayant une influence statistiquement significative sur les réponses observées. Dans ce contexte il est aisé de calculer le nombre de coefficients à identifier dans chacun des modèles à partir de la formule (3.5) rappelée ici :

$$p = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \quad (3.49)$$

L'application de cette formule lorsque  $k=6$  facteurs donne un total de 28 coefficients à déterminer.

Le plan d'expériences devra donc être constitué d'au minimum 28 expériences. Il s'agit alors d'identifier parmi les 1311 points candidats, les 28 traitements permettant d'obtenir la meilleure matrice possible puis d'augmenter sa taille afin d'observer si la qualité de la matrice ainsi obtenue justifie le surcoût engendré par l'ajout d'un traitement supplémentaire. Ce travail constitue l'étape de construction du plan d'expériences.

#### 4.6. Construction du plan d'expériences

Le domaine expérimental étant fortement contraint, le choix s'est porté sur une construction algorithmique de la matrice d'expériences et l'utilisation d'un algorithme d'échange.

#### 4.6.1. Utilisation du K-algorithme de MODDE

Une construction algorithmique d'une matrice d'expérience nécessite un logiciel adapté. Le logiciel que nous utilisons est le logiciel MODDE, pour MOdeling DEsign, distribué par Umetrix. L'algorithme d'échange utilisé par MODDE est le K-algorithme de Johnson et Nachtsheim [Johnson, 83] implémenté d'une modification Bayésienne telle que décrit par [Dumouchel, 94]. Il s'agit d'un compromis entre l'algorithme de Wynn [Wynn, 70] où  $K=1$  et celui de Fedorov [Fedorov, 72] dans lequel  $K=N$ . Dans l'algorithme utilisé par MODDE  $K=3$ .

À chaque itération l'algorithme identifie les 3 points du design possédant la plus petite variance prédictive et les remplace par des points du domaine expérimental choisis aléatoirement. Si un, ou plusieurs, de ces échanges fait croître le déterminant de la matrice d'information ( $X'X$ ) de façon significative, le ou les points sont échangés. Cet algorithme se base donc sur le critère de D-optimalité.

Malgré l'utilisation d'un algorithme d'échange basé sur la D-optimalité, nous avons choisi pour cette étude d'utiliser le critère de G-efficacité. Les modèles obtenus étant utilisés dans un but de prédiction dans l'ensemble du domaine expérimental, il est important de garantir une incertitude minimale dans l'ensemble du domaine, ce sur quoi traite la G-efficacité. En effet contrairement à d'autres critères plus fréquemment utilisés comme la D- ou la A-efficacité qui se concentre sur la précision des coefficients, la G-efficacité va plus loin en proposant de traiter l'ensemble du domaine expérimental.

Pour un nombre  $N$  défini, le logiciel MODDE permet de réaliser 200 tirages aléatoires dans le domaine expérimental et l'algorithme d'échange fait converger chacun de ces tirages vers un optimum local. Il est alors possible de classer les 200 matrices résultantes en fonction de leur G-efficacité.

Pour augmenter la chance de trouver parmi ces optimums locaux l'optimum global, ces 200 tirages sont répétés plusieurs fois et la meilleure matrice est retenue. De plus, un lien existe entre G- et D-optimalité. Il y a même équivalence entre G- et D-optimalité continues [Gauchi, 05]. Cette similitude se base sur le théorème d'équivalence générale de [Kiefer, 60]. Nous pouvons donc dire que si une matrice D-optimale n'est pas toujours G-optimale, elle possède, malgré tout, une bonne G-efficacité.

Le but de cet algorithme est d'identifier les  $N$  expérimentations parmi les 1311 points candidats qui donnent les meilleurs résultats en terme d'efficacité. Le nombre de coefficients  $p$  à déterminer étant de 28, le nombre  $N$  d'expérimentations, constituant la matrice d'expériences, doit être au moins 28. Pour des raisons matérielles, la taille maximale de la matrice  $X$  a été limitée à 50 expériences.

L'évolution de la G-efficacité en fonction de la taille  $N$  de la matrice d'expérience est donnée par la figure 7 :

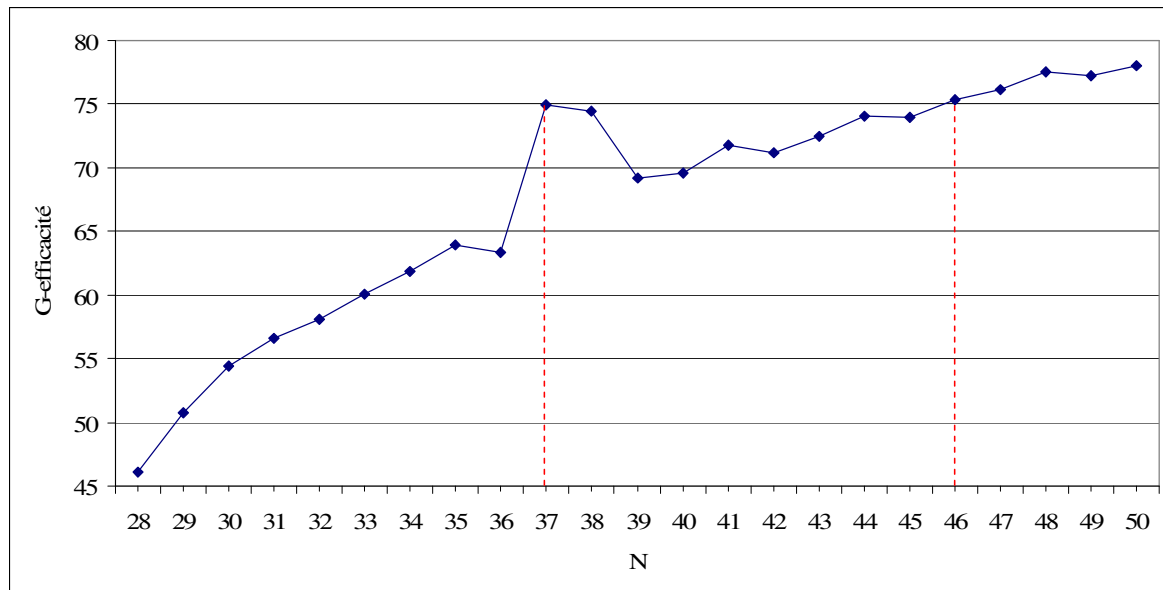


Fig 7. Evolution de la G-efficacité en fonction de la taille N de la matrice d'expériences

L'analyse de l'évolution de la G-efficacité permet d'identifier un premier plan optimal intéressant en 37 expériences, il faudrait atteindre 46 traitements pour retrouver un niveau identique d'efficacité.

On constate donc que rien ne sert d'accroître la taille de la matrice d'expériences puisqu'on ne minimise pas pour autant la variance de prédiction sur la réponse, au moins localement dans le domaine expérimental. Il est vrai qu'à partir de 47 expérimentations, la G-efficacité de la matrice obtenue est supérieure à celle calculée pour 37 traitement, cependant il faut réaliser 10 expériences supplémentaires.

L'augmentation de G-efficacité obtenue pour 47 expériences et plus ne justifiant pas les moyens à mettre en œuvre pour réaliser les expériences supplémentaires, nous retiendrons dans cette étude un plan optimal défini à partir de 37 combinaisons particulières de modalités des facteurs. Cette matrice nous assure un niveau maximal d'incertitude de prédiction dans le domaine expérimental le plus petit possible.

Comme nous le voyons sur les figures 8 et 9, cette matrice satisfait également le critère de D-optimalité. En revanche, la matrice du modèle n'est pas A-optimal, la somme des erreurs sur les coefficients n'est donc pas minimale ce qui ne l'empêche pas de garantir une précision maximale sur ses prévisions (G-optimalité).



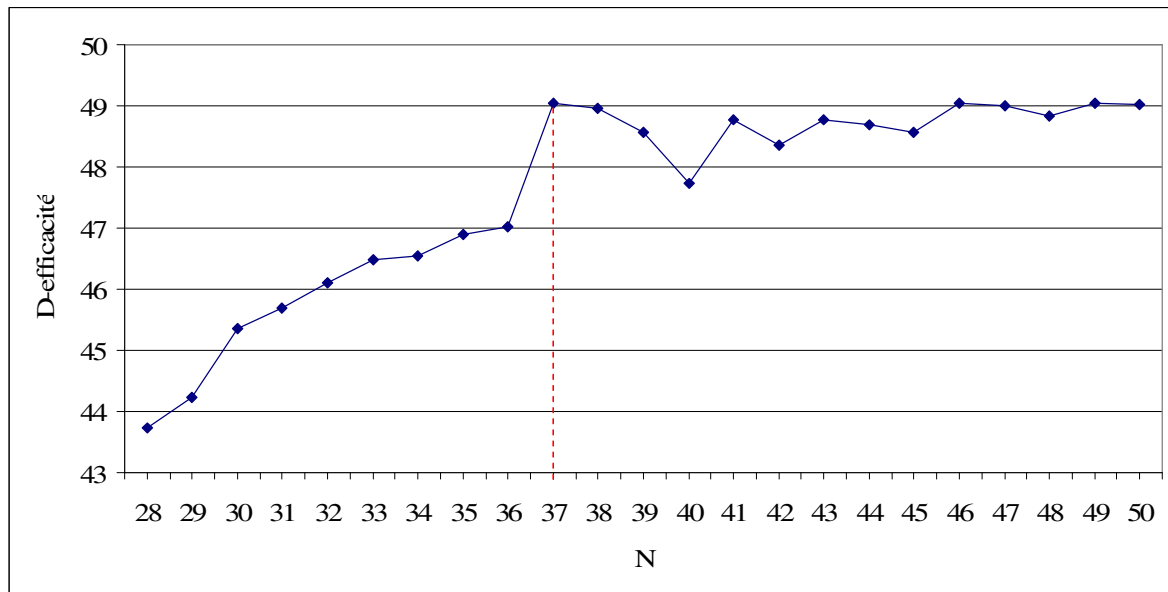


Fig 8. Evolution de la D-efficacité en fonction de la taille  $N$  de la matrice d'expériences

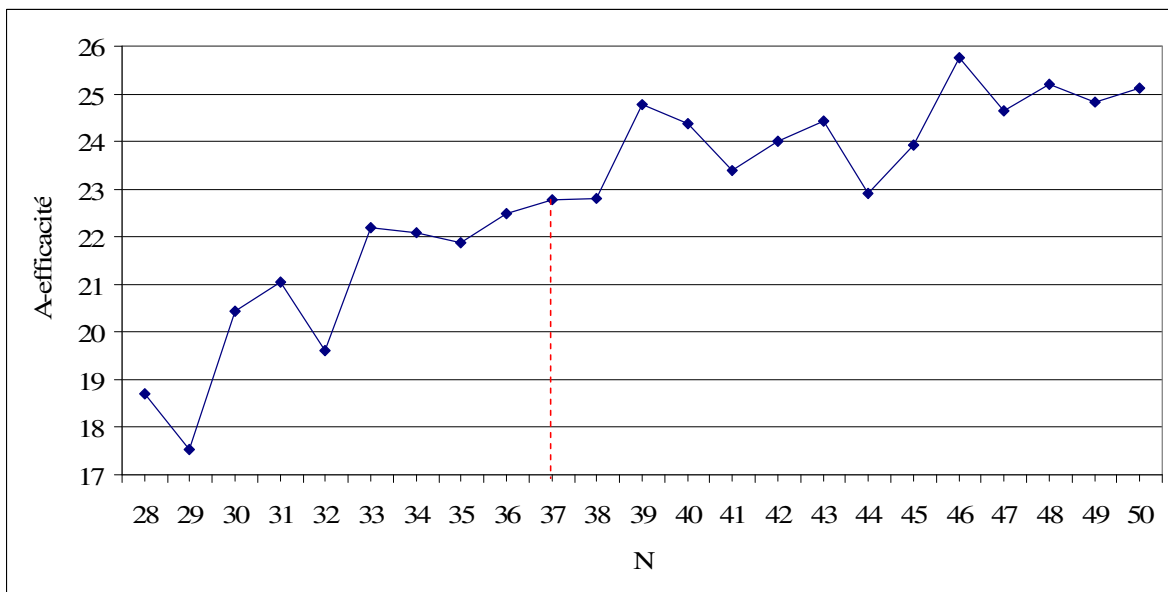


Fig 9. Evolution de la A-efficacité en fonction de la taille  $N$  de la matrice d'expériences

La matrice d'expériences optimale constituée de ces 37 expériences obtenues grâce au K-algorithme d'échange présent dans MODDE est donnée dans la table 6 :

| Point | U (V) | I (A) | T (°C) | Lcom (nH) | Rg <sub>off</sub> (Ω) | t <sub>on</sub> (μs) |
|-------|-------|-------|--------|-----------|-----------------------|----------------------|
| 1     | 2400  | 600   | -40    | 200       | 3,7                   | 10                   |
| 2     | 500   | 2400  | -40    | 200       | 3,7                   | 10                   |
| 3     | 1800  | 2400  | -40    | 200       | 3,7                   | 100                  |
| 4     | 500   | 600   | -40    | 200       | 6,8                   | 10                   |
| 5     | 2400  | 1100  | -40    | 200       | 6,8                   | 55                   |
| 6     | 500   | 2400  | -40    | 200       | 6,8                   | 100                  |
| 7     | 1500  | 600   | -40    | 200       | 5,2                   | 100                  |
| 8     | 1900  | 2400  | -40    | 120       | 5,2                   | 10                   |
| 9     | 500   | 1500  | -40    | 120       | 3,7                   | 100                  |
| 10    | 500   | 600   | -40    | 60        | 6,8                   | 100                  |
| 11    | 2400  | 600   | -40    | 60        | 6,8                   | 10                   |
| 12    | 500   | 2400  | -40    | 60        | 6,8                   | 10                   |
| 13    | 2400  | 2400  | -40    | 60        | 6,8                   | 100                  |
| 14    | 500   | 600   | -40    | 60        | 3,7                   | 10                   |
| 15    | 1500  | 2400  | -40    | 60        | 3,7                   | 55                   |
| 16    | 2400  | 600   | -40    | 60        | 3,7                   | 100                  |
| 17    | 2400  | 1400  | 42     | 60        | 3,7                   | 10                   |
| 18    | 500   | 2400  | 42     | 60        | 5,2                   | 100                  |
| 19    | 2400  | 600   | 42     | 120       | 6,8                   | 100                  |
| 20    | 1500  | 2400  | 42     | 200       | 6,8                   | 10                   |
| 21    | 500   | 600   | 42     | 200       | 3,7                   | 55                   |
| 22    | 500   | 600   | 125    | 60        | 3,7                   | 100                  |
| 23    | 500   | 2400  | 125    | 60        | 3,7                   | 10                   |
| 24    | 2400  | 2400  | 125    | 60        | 3,7                   | 100                  |
| 25    | 2400  | 600   | 125    | 60        | 5,2                   | 55                   |
| 26    | 500   | 600   | 125    | 60        | 6,8                   | 10                   |
| 27    | 1500  | 1500  | 125    | 60        | 6,8                   | 100                  |
| 28    | 2200  | 2400  | 125    | 60        | 6,8                   | 10                   |
| 29    | 500   | 2400  | 125    | 120       | 6,8                   | 55                   |
| 30    | 1500  | 600   | 125    | 120       | 3,7                   | 10                   |
| 31    | 500   | 2400  | 125    | 200       | 3,7                   | 100                  |
| 32    | 2400  | 600   | 125    | 200       | 3,7                   | 100                  |
| 33    | 1700  | 2400  | 125    | 200       | 3,7                   | 55                   |
| 34    | 500   | 1500  | 125    | 200       | 5,2                   | 10                   |
| 35    | 500   | 600   | 125    | 200       | 6,8                   | 100                  |
| 36    | 2400  | 600   | 125    | 200       | 6,8                   | 10                   |
| 37    | 1800  | 2400  | 125    | 200       | 6,8                   | 100                  |

Table 6 Matrice d'expériences G-Optimale

Cette matrice nous assure un intervalle de tolérance optimal autour des prédictions effectuées à partir des modèles qui en résulteront. En effet le critère de G-efficacité retenu permet de minimiser la valeur maximale prise par cet intervalle dans le domaine expérimental.

On remarque que cette matrice d'expériences est composée de points situés pour la plupart sur l'extérieur du domaine, c'est-à-dire aux valeurs extrêmes des niveaux des facteurs et de quelques points utilisant les valeurs centrales des niveaux des facteurs (120 nH, 55 μs, 4,2 Ω,...). Ceci rappelle les formes géométriques utilisées dans les constructions historiques citées au paragraphe 3.6.1. Les réseaux de Doehlert [Doehlert, 70] par exemple cherchent à couvrir le domaine expérimental de plus uniformément possible et se rapproche alors d'une figure géométrique en étoile.

Avant de réaliser les 37 expériences de cette matrice G-optimale dans de bonnes conditions il est nécessaire de s'assurer de l'absence de points leviers parmi les traitements.

#### 4.6.2. Identification des points leviers dans la matrice G-optimale

Nous avons vu au paragraphe 3.6.2.3 que les points leviers représentent des traitements expérimentaux pour lesquels la réponse mesurée tient une place prépondérante dans le calcul final des coefficients du modèle. La présence de points leviers n'est pas souhaitée et nécessite une certitude absolue de la valeur de la réponse mesurée en ces points.

Le calcul des leviers de notre matrice d'expériences donne la figure 10 :

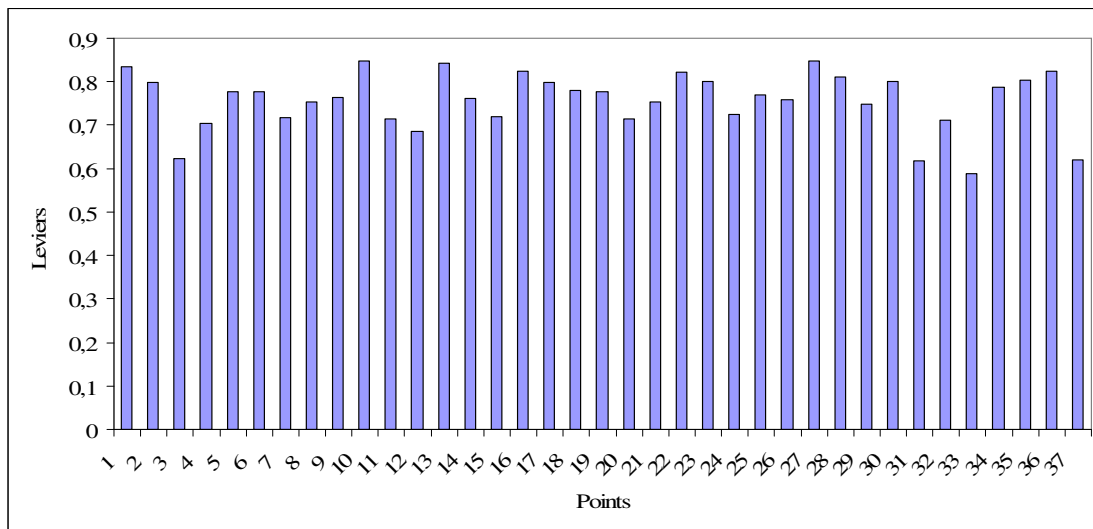


Fig 10. Graphe des leviers de la matrice G-optimale

La présence d'un point levier se traduit par une valeur du terme diagonal de la matrice  $H$  qui lui est associé supérieur à  $2p/N$  ou très différent des autres. Dans notre cas  $2p/N$  est supérieur à 1,5 et aucun des termes diagonaux n'est très supérieur aux autres.

Nous pouvons donc conclure à l'absence de points leviers dans notre matrice d'expériences. Les essais seront donc tous réalisés avec la même rigueur et aucune des réponses mesurées aux différents points ne pèsera plus que les autres sur les calculs des coefficients des modèles.

#### 4.7. Expérimentation

Les essais à  $-40^{\circ}\text{C}$  et  $42^{\circ}\text{C}$  ont été réalisés en étuve. Les essais à  $125^{\circ}\text{C}$  quant à eux ont été effectués sur plaque chauffante. Les allumeurs ne résistant qu'à  $70^{\circ}\text{C}$ , il était impossible de pratiquer ces essais en étuve dans une atmosphère à  $125^{\circ}\text{C}$ . Le montage en étuve est présenté en figure 11 :



Fig 11. Montage en étuve pour les essais à  $-40^{\circ}\text{C}$  et  $42^{\circ}\text{C}$

Le montage pour les essais à  $125^{\circ}\text{C}$  est le même que celui utilisé lors des études de criblages et présenté dans le second chapitre excepté pour la mesure du courant. En effet lors des études de criblage, le courant était mesuré à l'aide d'un shunt or dans cette étude et notamment lors des essais dans une atmosphère à  $-40^{\circ}\text{C}$  nous n'avons pas pu utiliser ce même shunt sans risquer de le détruire. Nous avons donc mesuré le courant à l'aide d'un tore lors de cette étude.

#### 4.8. Analyse globale des résultats d'essais

Chacun des essais a été réalisé 5 fois. Les valeurs relevées lors des mesures étant des valeurs particulières de variables aléatoires, la répétition des mesures a permis de s'assurer de ne pas être en présence d'une valeur extrême lors de l'expérimentation. En présence d'une valeur suspecte, l'essai est réalisé de nouveau et la valeur suspecte est écartée. Les résultats des 37 essais de la matrice d'expériences sont présentés dans la table 7, ils sont les valeurs moyennes des 5 essais réalisés :

| Essais | $\Delta V$  | dV/dt       |
|--------|-------------|-------------|
| 1      | 2980        | 4,42        |
| 2      | 2100        | 2,63        |
| 3      | 2940        | 3,74        |
| 4      | 1057,6      | 1,44        |
| 5      | <b>3072</b> | 2,77        |
| 6      | 1680        | 1,17        |
| 7      | 2124        | 2,78        |
| 8      | 3000        | 3,44        |
| 9      | 1318,4      | 1,84        |
| 10     | 753,6       | 1,31        |
| 11     | 2772        | 2,88        |
| 12     | 1099,2      | 1,40        |
| 13     | 3048        | 2,88        |
| 14     | 884         | 2,22        |
| 15     | 2320        | 3,69        |
| 16     | 2644        | 4,23        |
| 17     | <b>3072</b> | <b>4,44</b> |
| 18     | 1129,6      | 1,09        |
| 19     | 2816        | 2,54        |

| essais | $\Delta V$ | dV/dt       |
|--------|------------|-------------|
| 20     | 2748       | 2,45        |
| 21     | 1046,4     | 1,63        |
| 22     | <b>752</b> | 1,27        |
| 23     | 1176       | 2,40        |
| 24     | 2960       | 3,00        |
| 25     | 2700       | 2,80        |
| 26     | 760        | 1,25        |
| 27     | 2020       | 1,86        |
| 28     | 2836       | 2,52        |
| 29     | 1304       | 0,92        |
| 30     | 2080       | 3,67        |
| 31     | 1840       | 1,22        |
| 32     | 2780       | 3,23        |
| 33     | 2920       | 3,09        |
| 34     | 1520       | 1,59        |
| 35     | 944        | <b>0,91</b> |
| 36     | 3040       | 2,65        |
| 37     | 2968       | 2,26        |

Table 7 Résultats d'essais

L'amplitude des variations des réponses est importante. Nous pouvons donc supposer que les effets des facteurs sont supérieurs à l'erreur expérimentale. Dans ce cas seulement les résultats peuvent être analysés correctement.

L'analyse mathématique de ces 37 expériences va permettre dans un premier temps de calculer les 28 coefficients des modèles de surtension et de vitesse de commutation.

#### 4.9. Analyse mathématique des résultats d'essais

L'analyse mathématique consiste essentiellement à identifier les  $p$  coefficients des modèles à partir des résultats des  $N$  expériences réalisées.

L'application de la méthode des moindres carrés sur les résultats d'essais a permis d'obtenir les 28 coefficients de chacun des modèles, fournis en table 8 :

| Variables                            | $\Delta V$ | $dV/dt$ | Variables                          | $\Delta V$     | $dV/dt$ |
|--------------------------------------|------------|---------|------------------------------------|----------------|---------|
| Constante                            | 2259,6519  | 2,4479  | U*T                                | 15,5969        | -0,0807 |
| U                                    | 931,6315   | 0,8664  | U*Lcom                             | -39,9246       | -0,0193 |
| I                                    | 257,2571   | -0,0052 | U*Rg <sub>off</sub>                | 38,2548        | -0,1546 |
| T                                    | -21,4481   | -0,236  | U*t <sub>on</sub>                  | -18,5017       | 0,0245  |
| Lcom                                 | 199,1021   | -0,0109 | I*T                                | -14,881        | -0,0363 |
| Rg <sub>off</sub>                    | -37,6301   | -0,529  | I*Lcom                             | 85,981         | -0,0007 |
| t <sub>on</sub>                      | -56,4683   | -0,2605 | I*Rg <sub>off</sub>                | -25,7037       | -0,0366 |
| U*U                                  | -65,0035   | -0,4312 | I*t <sub>on</sub>                  | <b>-0,3223</b> | -0,0478 |
| I*I                                  | -58,2435   | 0,0066  | T*Lcom                             | 10,3284        | 0,0131  |
| T*T                                  | 13,252     | 0,0451  | T*Rg <sub>off</sub>                | 10,9419        | 0,038   |
| Lcom*Lcom                            | -41,8027   | 0,0103  | T*t <sub>on</sub>                  | 4,5457         | -0,1156 |
| Rg <sub>off</sub> *Rg <sub>off</sub> | -24,7858   | 0,2119  | Lcom*Rg <sub>off</sub>             | -2,7184        | 0,0303  |
| t <sub>on</sub> *t <sub>on</sub>     | 50,946     | 0,1536  | Lcom*t <sub>on</sub>               | -17,9197       | -0,0096 |
| U*I                                  | -21,0477   | -0,0466 | Rg <sub>off</sub> *t <sub>on</sub> | 24,7506        | 0,1289  |

Table 8 Coefficients des modèles complets

On note que dans ces modèles certains coefficients comme par exemple le coefficient associé à l'interaction entre le courant I et le temps t<sub>on</sub> dans le modèle de surtension ont une valeur très faible (-0,3223). On peut donc supposer que ces coefficients ne sont pas influents. Une analyse statistique des éléments des modèles, qui sera présentée au paragraphe 4.10.2, permettra de répondre à cette question.

#### 4.10. Analyse statistique du modèle

L'analyse statistique a été réalisée en trois parties. Tout d'abord les modèles ont été analysés dans leur globalité afin de vérifier si l'hypothèse choisie en retenant des modèles de forme quadratique a bien été validée. Ensuite une analyse statistique des éléments des modèles a été menée dans le but d'identifier le meilleur sous modèle pour chacune des

réponses. Enfin, nous avons vérifié la normalité de la distribution des résidus pour les modèles retenus.

#### 4.10.1. Analyse statistique globale des modèles

Cette première étape de l'analyse statistique permet de calculer la probabilité  $P$  de refuser à tort l'hypothèse nulle  $H_0$  qui est dans notre cas : « Des modèles de forme quadratiques ne permettent pas de décrire les variations de la surtension et de la vitesse de commutation ».

Cette analyse donne les résultats présentés en table 9 et 10 :

| Source  | Somme des carrés | Degrés de liberté | Carré moyen | F <sub>obs</sub> | Probabilité $P$   |
|---------|------------------|-------------------|-------------|------------------|-------------------|
| Modèle  | 26234959,751     | 27                | 971665,176  | 195,253          | <b>1,3597E-09</b> |
| Résidus | 44788,035        | 9                 | 4976,448    |                  |                   |
| Total   | 26279747,390     | 36                |             |                  |                   |

Table 9 Analyse de variance du modèle de surtension

| Source  | Somme des carrés | Degrés de liberté | Carré moyen | F <sub>obs</sub> | Probabilité $P$   |
|---------|------------------|-------------------|-------------|------------------|-------------------|
| Modèle  | 36,952           | 27                | 1,369       | 107,563          | <b>1,9488E-08</b> |
| Résidus | 0,115            | 9                 | 0,013       |                  |                   |
| Total   | 37,067           | 36                |             |                  |                   |

Table 10 Analyse de variance du modèle de vitesse de commutation

Nous obtenons pour nos deux réponses une valeur très faible de  $P$  ce qui conforte l'hypothèse de l'utilisation des modèles quadratiques pour modéliser les réponses.

Les qualités descriptives ( $R^2_{ajusté}$ ) et prédictives ( $Q^2$ ) ont été calculées pour ces modèles et sont fournis en table 11 :

|                | $\Delta V$ | $dV/dt$ |
|----------------|------------|---------|
| $R^2_{ajusté}$ | 0,9932     | 0,9876  |
| $Q^2$          | 0,9711     | 0,9472  |

Table 11 Qualité descriptive et prédictive des modèles

Ces coefficients sont élevés et devraient augmenter grâce à l'analyse statistique des coefficients des modèles qui permettra d'éliminer certains facteurs non influents.

#### 4.10.2. Analyse statistique des éléments des modèles

Pour cette analyse, nous avons mené en parallèle une analyse de variance et un calcul des coefficients  $R^2_{ajusté}$  et  $Q^2$  associés à chacun des sous modèles obtenus.

A chaque itération, l'analyse de variance permet d'identifier l'élément du modèle dont l'influence est la moins importante c'est-à-dire pour lequel  $P$  est le plus élevé. Il est alors possible d'éliminer ce terme du modèle (d'où l'apparition d'un signe « - » devant les

éléments du modèle dans les figures 12 et 13) et de calculer les coefficients  $R^2_{ajusté}$  et  $Q^2$  associés à ce sous modèle. On réalise ensuite une nouvelle analyse de variance sur ce sous modèle, on calcule  $R^2_{ajusté}$  et de  $Q^2$  et ainsi de suite jusqu'à ce que chacun des éléments présents dans les sous modèles soient jugés influents.

Cette méthode a permis d'observer l'évolution de  $R^2_{ajusté}$  et de  $Q^2$  en fonction des éléments présents dans le modèle. Ces évolutions sont données en figure 12 et 13 :

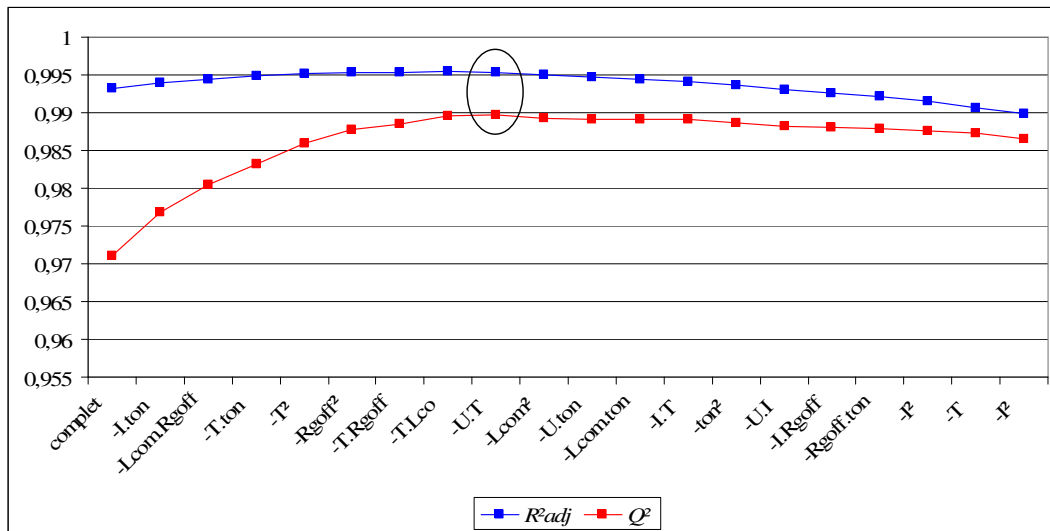


Fig 12. Evolution des coefficients d'ajustement des modèles de surtension

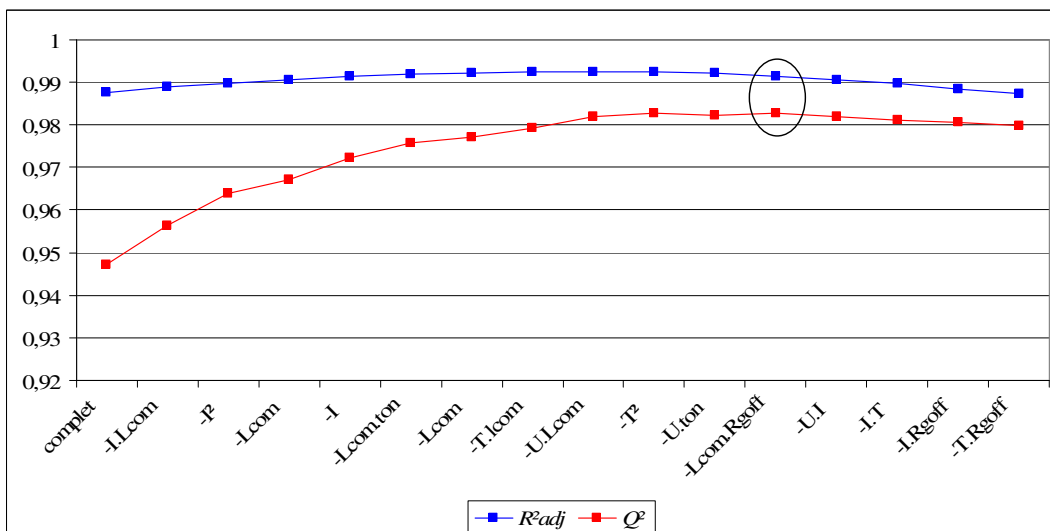


Fig 13. Evolution des coefficients d'ajustement des modèles de vitesse de commutation

Nous pouvons voir que, pour chacune des deux réponses, l'évolution des deux coefficients  $R^2_{ajusté}$  et de  $Q^2$  se fait en deux étapes. Dans un premier temps, le coefficient augmente et atteint un maximum puis diminue dans un deuxième temps.

Nous avons donc sélectionné pour chaque réponse le modèle possédant les meilleures qualités descriptives ( $R^2_{ajusté}$ ) et prédictives ( $Q^2$ ).

Dans le cas où l'optimum de  $R^2_{ajusté}$  et de  $Q^2$  n'est pas atteint pour le même modèle, nous avons choisi de privilégier la qualité prédictive  $Q^2$  puisque l'utilisation de ces modèles sera faite avant tout dans un but de prédiction. Ces modèles correspondent à ceux dont les qualités descriptives et prédictives sont entourées sur les figures 12 et 13.

Les coefficients constituant les modèles résultant de cette analyse sont fournis en table 12 :

| Variabes                           | $\Delta V$ |
|------------------------------------|------------|
| Constante                          | 2252,750   |
| U                                  | 929,972    |
| I                                  | 256,235    |
| T                                  | -22,890    |
| Lcom                               | 199,067    |
| Rg <sub>off</sub>                  | -37,440    |
| t <sub>on</sub>                    | -56,682    |
| U*U                                | -73,873    |
| I*I                                | -57,258    |
| Lcom*Lcom                          | -41,234    |
| t <sub>on</sub> *t <sub>on</sub>   | 53,292     |
| U*I                                | -22,886    |
| U*Lcom                             | -40,558    |
| U*Rg <sub>off</sub>                | 37,016     |
| U*t <sub>on</sub>                  | -17,849    |
| I*T                                | -16,901    |
| I*Lcom                             | 85,354     |
| I*Rg <sub>off</sub>                | -25,050    |
| Lcom*t <sub>on</sub>               | -17,996    |
| Rg <sub>off</sub> *t <sub>on</sub> | 23,863     |

(a)

| Variabes                             | dV/dt   |
|--------------------------------------|---------|
| Constante                            | 2,4878  |
| U                                    | 0,8747  |
| T                                    | -0,2361 |
| Rg <sub>off</sub>                    | -0,5318 |
| t <sub>on</sub>                      | -0,2619 |
| U*U                                  | -0,4082 |
| Rg <sub>off</sub> *Rg <sub>off</sub> | 0,209   |
| t <sub>on</sub> *t <sub>on</sub>     | 0,1557  |
| U*I                                  | -0,0337 |
| U*T                                  | -0,0788 |
| U*Rg <sub>off</sub>                  | -0,1594 |
| I*T                                  | -0,0345 |
| I*Rg <sub>off</sub>                  | -0,0383 |
| I*t <sub>on</sub>                    | -0,0494 |
| T*Rg <sub>off</sub>                  | 0,0375  |
| T*t <sub>on</sub>                    | -0,1153 |
| Rg <sub>off</sub> *t <sub>on</sub>   | 0,1306  |

(b)

Table 12 Coefficients des modèles de surtension (a) et de vitesse de commutation (b)

Les qualités descriptives ( $R^2_{ajusté}$ ) et prédictives ( $Q^2$ ) de ces modèles sont fournies en table 13 :

|                | $\Delta V$ | dV/dt  |
|----------------|------------|--------|
| $R^2_{ajusté}$ | 0,9953     | 0,9914 |
| $Q^2$          | 0,9896     | 0,9827 |

Table 13 Qualité descriptives et prédictive des modèles

Ces valeurs proches de 1 témoignent de la bonne qualité de nos modèles. Nous disposons donc d'un modèle de surtension et d'un modèle de vitesse de commutation, il nous faut maintenant vérifier la normalité de la distribution des résidus avant d'effectuer la validation de ces modèles.



### 4.10.3. Analyse statistique des résidus

Bien que les résidus aient été minimisés grâce à l'utilisation de la méthode des moindres carrés, il est important de s'assurer que ces résidus ne sont pas anormalement importants en certains points.

Pour cela, nous avons utilisé la méthode graphique d'Henry présenté en figures 14 et 15 :

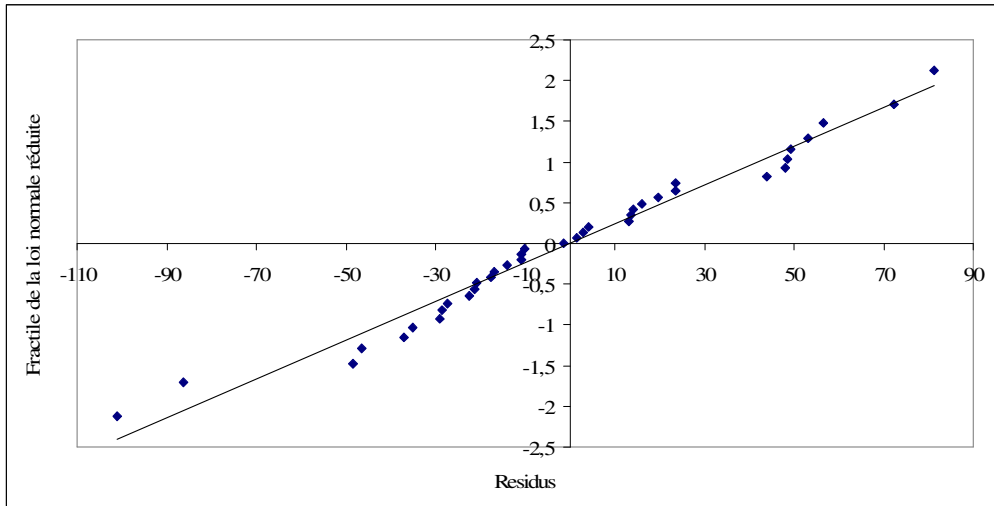


Fig 14. Droite d'Henry des résidus du modèle de surtension

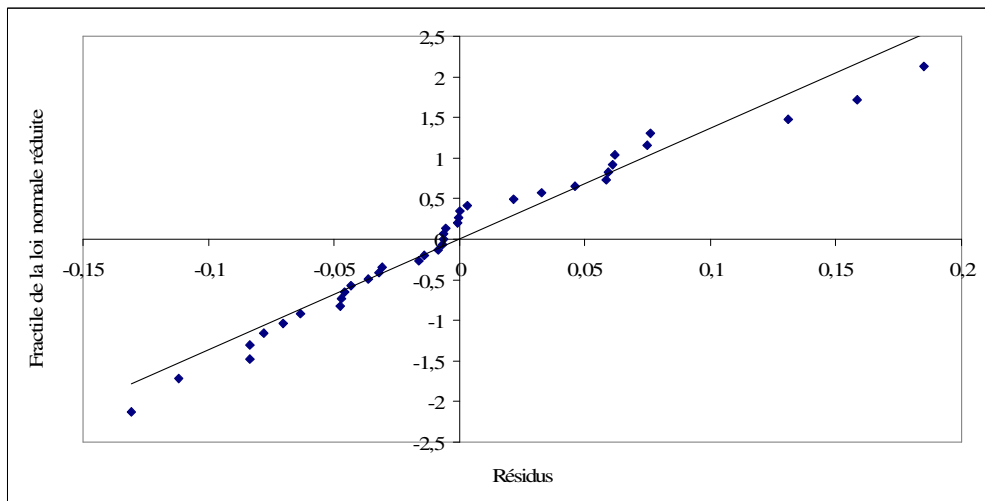


Fig 15. Droite d'Henry du modèle de vitesse de commutation

La construction des droites d'Henry donne des nuages de points dont l'alignement est proche d'une droite. Un test d'Anderson-Darling réalisé sur ces populations donne une valeur de  $P$  pour la surtension et la vitesse de commutation de respectivement 0,504 et 0,146. La condition de normalité des résidus est donc bien respectée pour chacun des deux modèles à un seuil  $\alpha$  supérieur à 14% pour la vitesse de commutation et 50% pour la surtension. En effet la valeur  $P$  calculée par ce test correspond à la probabilité de rejeter à tort l'hypothèse « la distribution de la population testée ne suit pas une loi normale ».

## 4.11. Analyse graphique du modèle

Avant de visualiser les surfaces de réponse traduites par les modèles, nous allons observer de manière graphique la bonne qualité descriptive de nos modèles à travers leur graphique d'adéquation associé.

### 4.11.1. Graphiques d'adéquation des modèles

La valeur élevée du coefficient de régression  $R^2_{\text{ajusté}}$  associée aux modèles de surtension et de vitesse de commutation se traduit par des graphiques d'adéquation, fournis en figure 16 et 17, sur lesquels l'alignement des nuages de points est très proche de la première bissectrice (représentée en pointillé).

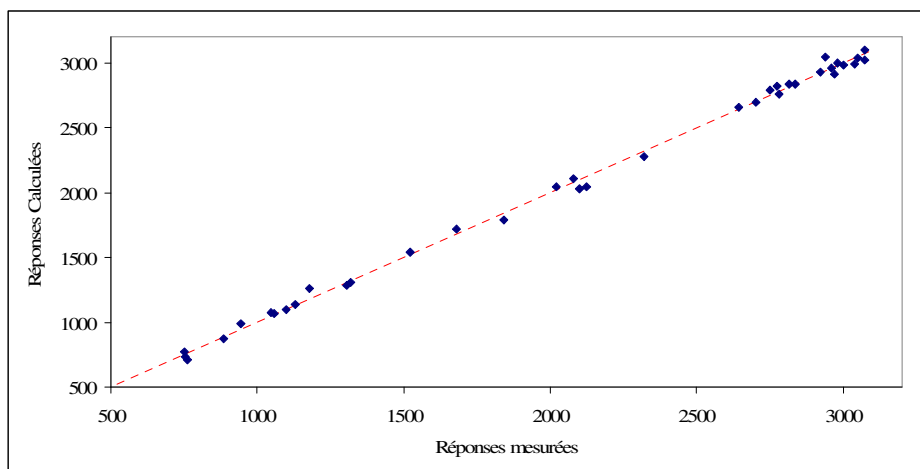


Fig 16. Graphe d'adéquation du modèle de surtension

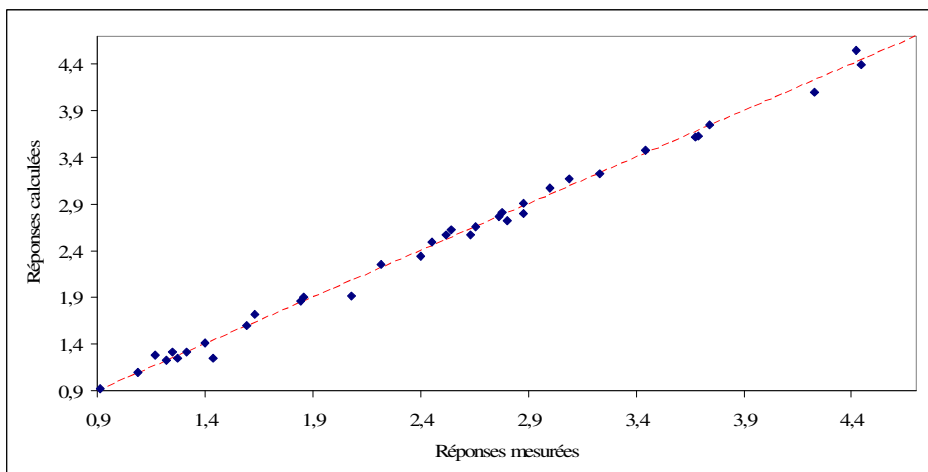


Fig 17. Graphe d'adéquation du modèle de vitesse de commutation

Il est également à noter que les réponses obtenues pour les 37 essais réalisés couvrent l'ensemble de la plage de variation des réponses sans laisser d'importantes zones de vide.

#### 4.11.2. Représentation graphique des surfaces de réponses

Les surfaces de réponses peuvent présenter les variations des réponses en fonction de seulement 2 facteurs à la fois, les autres facteurs étant réglés sur une valeur fixe. Les figures 18 et 19 représentent les surfaces de réponses associées aux modèles de surtension et de vitesse de commutation. Nous avons choisi de présenter la variation de surtension en fonction de l'inductance  $L_{com}$  et du temps  $t_{on}$  et la variation de vitesse de commutation en fonction de la tension  $U$  et du temps  $t_{on}$ , les autres facteurs étant fixés à des valeurs respectant le domaine expérimental.

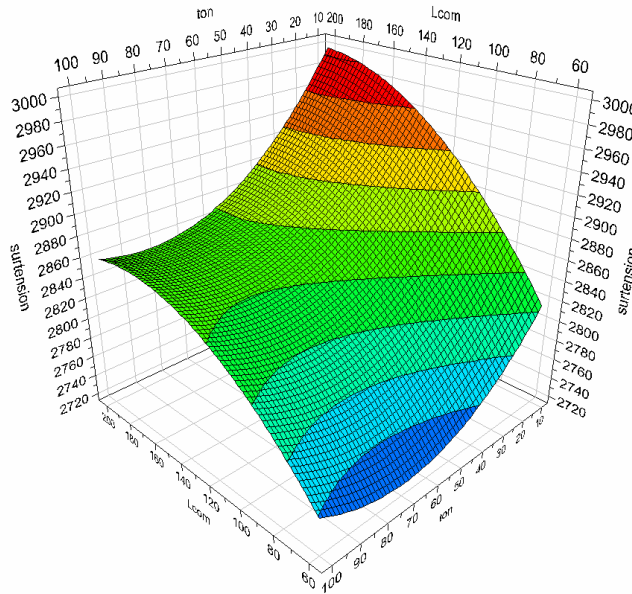


Fig 18. Surface de réponse matérialisant les variations de surtension

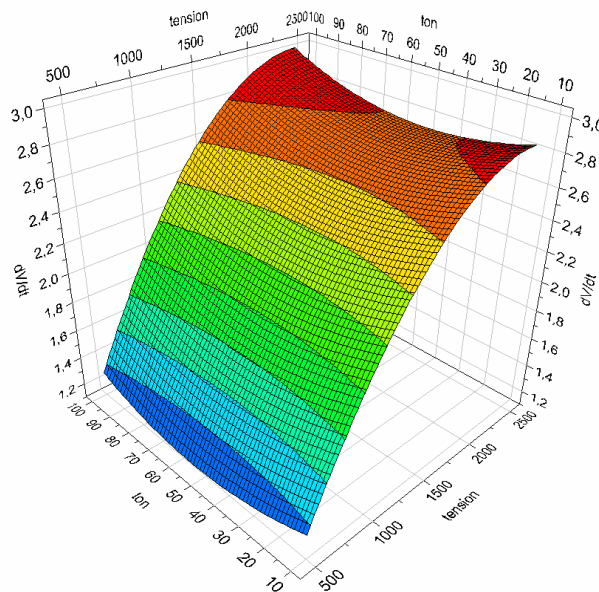


Fig 19. Surface de réponse matérialisant les variations de vitesse de commutation

Les modèles obtenus permettent d'obtenir ces surfaces de réponses pour tout réglage appartenant au domaine expérimental.

#### 4.12. Validation du modèle et des informations obtenues

Les graphiques d'adéquation des modèles fournis au paragraphe 4.11.1 dans les figures 16 et 17 ont permis de constater que les modèles retenus modélisent correctement les réponses aux points présents dans la matrice d'expériences.

Pour valider entièrement les modèles, nous avons effectué de nouvelles expérimentations dans le domaine expérimental en des points non testés par le plan d'expériences et utilisant si possible des niveaux de facteurs non utilisés. La table 14 présente les points de validation et les résultats obtenus d'une part par l'expérimentation et d'autre part par l'utilisation des modèles.

| Point | U (V) | I (A) | T (°C) | Lcom (nH) | Rg <sub>off</sub> (Ω) | t <sub>on</sub> (μs) | dV/dt (kV/μs) |         | ΔV (V) |         |
|-------|-------|-------|--------|-----------|-----------------------|----------------------|---------------|---------|--------|---------|
|       |       |       |        |           |                       |                      | Mesuré        | Calculé | Mesuré | Calculé |
| 1     | 1400  | 1500  | 25     | 120       | 5,2                   | 55                   | 2,54          | 2,51    | 2188   | 2180,14 |
| 2     | 1800  | 1000  | 25     | 120       | 3,7                   | 30                   | 3,75          | 3,84    | 2536   | 2485,80 |
| 3     | 1000  | 800   | 25     | 200       | 5,2                   | 80                   | 2,06          | 1,96    | 1700   | 1646,40 |
| 4     | 800   | 1100  | 80     | 200       | 5,2                   | 90                   | 1,55          | 1,49    | 1616   | 1575,10 |
| 5     | 1800  | 1550  | 80     | 200       | 5,2                   | 40                   | 2,73          | 2,78    | 2852   | 2769,81 |
| 6     | 2000  | 1280  | 80     | 120       | 6,8                   | 75                   | 2,29          | 2,30    | 2700   | 2654,71 |
| 7     | 1200  | 800   | 25     | 120       | 6,8                   | 30                   | 2,06          | 2,09    | 1724   | 1747,98 |
| 8     | 1000  | 1000  | 25     | 120       | 5,2                   | 90                   | 2,00          | 1,95    | 1596   | 1604,68 |
| 9     | 1500  | 1270  | 70     | 120       | 5,2                   | 65                   | 2,40          | 2,42    | 2232   | 2191,69 |
| 10    | 900   | 1490  | 70     | 120       | 5,2                   | 35                   | 1,89          | 1,96    | 1688   | 1678,73 |
| 11    | 1500  | 1475  | 70     | 120       | 3,7                   | 85                   | 2,98          | 2,97    | 2340   | 2264,12 |
| 12    | 1500  | 2000  | 35     | 60        | 5,2                   | 30                   | 2,78          | 2,78    | 2232   | 2183,34 |
| 13    | 1000  | 1000  | 25     | 60        | 4,5                   | 40                   | 2,48          | 2,38    | 1484   | 1460,10 |

Table 14 Points et résultats de validation

La formule (3.47) du paragraphe 3.12 permet de calculer l'intervalle de confiance en chacun des points du domaine expérimental.

Rappelons que l'utilisation du critère de G-efficacité lors de la construction algorithmique de la matrice d'expérience a eu pour objectif de minimiser la valeur maximale que prend l'intervalle de confiance dans le domaine expérimental.

Les figures 20 et 21 représentent les points de validation, l'intervalle de confiance associé à chacun de ces points et les valeurs obtenues lors de l'expérimentation.

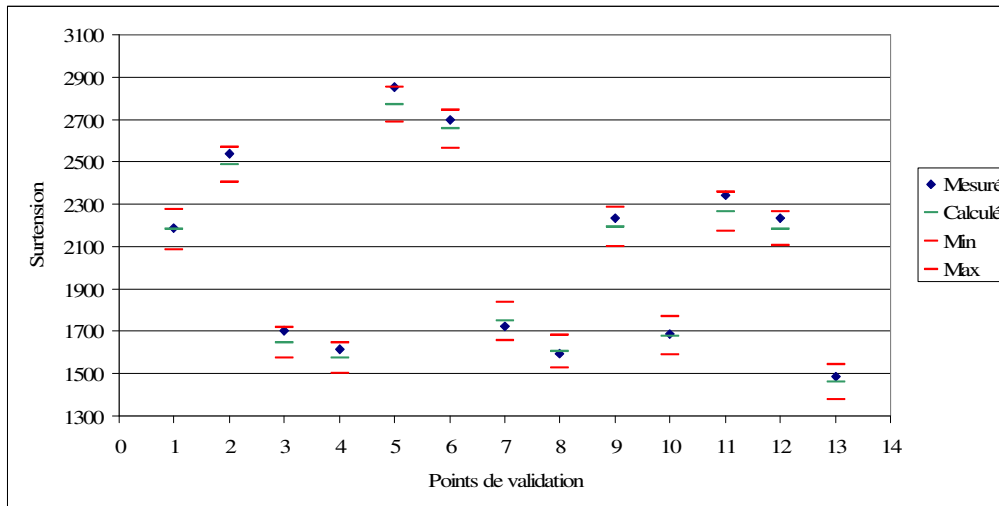


Fig 20. Validation du modèle de surtension

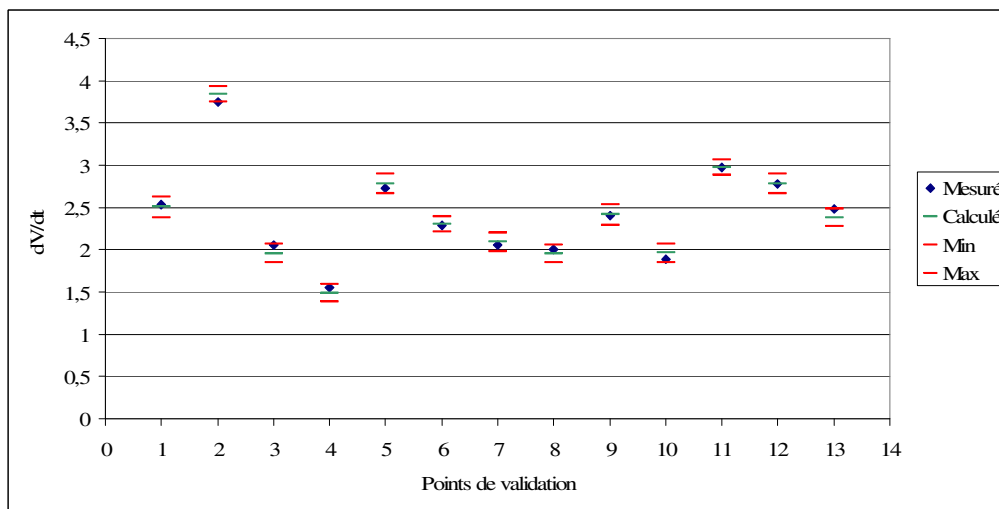


Fig 21. Validation du modèle de vitesse de commutation

Bien que parfois proche des bornes de l'intervalle de confiance comme dans le cas de la vitesse de commutation au point de validation n° 2, l'ensemble des points de validation se situe à l'intérieur de l'intervalle de tolérance. Les modèles de surtension et de vitesse de commutation des modules IGBT remplissent donc l'ensemble des conditions pour être validés.

## 5. Conclusion

A travers les deux études de criblages présentées dans le second chapitre, 6 facteurs ont été identifiés comme ayant une influence statistiquement significative sur la surtension et la vitesse de commutation. Un modèle polynomial du second degré prenant en considération 6 facteurs se compose de 28 coefficients.

La présence de nombreuses contraintes relationnelles au sein du domaine expérimental a orienté notre travail vers une construction algorithmique du plan d'expériences. Pour cette construction nous avons eu recours à l'utilisation du K-algorithme d'échange présent dans le logiciel MODDE. Cet algorithme nous a permis de construire une matrice basée sur le critère de G-efficacité et de garantir ainsi une précision optimale des prédictions effectuées par les modèles dans l'ensemble du domaine expérimental.

La matrice G-optimale utilisée se compose de 37 expériences. Les analyses mathématiques puis statistiques des 37 valeurs mesurées pour chacune des réponses ont permis de calculer dans un premier temps les 28 coefficients des modèles et dans un deuxième temps d'affiner ces modèles en maximisant leurs qualités descriptive et surtout prédictive. Au final, les modèles de surtension et de vitesse de commutation ne se composent plus que de respectivement 20 et 17 éléments et vous sont présentés par les équations (3.50) et (3.51).

$$\begin{aligned} \Delta U = & 2253 + 930x_U + 256x_I - 23x_{T^{\circ}C} + 199x_{Lcom} - 37x_{Rgoff} - 57x_{ton} - 74x_{U*U} - 57x_{I*I} - 41x_{Lcom*Lcom} \\ & + 53x_{ton*ton} - 23x_{U*I} - 41x_{U*Lcom} + 37x_{U*Rgoff} - 18x_{U*ton} - 17x_{I*T^{\circ}C} + 85x_{I*Lcom} - 25x_{I*Rgoff} - 18x_{Lcom*ton} \\ & + 24x_{Rgoff*ton} \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} dV/dt = & 2,48 + 0,87x_U - 0,24x_{T^{\circ}C} - 0,53x_{Rgoff} - 0,26x_{ton} - 0,41x_{U*U} + 0,21x_{Rgoff*Rgoff} + 0,16x_{ton*ton} - 0,03x_{U*I} \\ & - 0,08x_{U*T^{\circ}C} - 0,16x_{U*Rgoff} - 0,03x_{I*T} - 0,04x_{I*Rgoff} - 0,05x_{I*ton} + 0,04x_{T*Rgoff} - 0,12x_{T*ton} + 0,13x_{Rgoff*ton} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Ces modèles, possédant des indicateurs de qualité descriptive et prédictive supérieur à 98%, ont été validés et traduisent donc correctement la surtension et la vitesse de commutation dans l'aire définie par le domaine expérimental.

Ces modèles permettront d'obtenir, pour chaque application, à partir des valeurs des paramètres de conception, un nuage de point représentant les valeurs de surtension et de vitesse de commutation en fonction de l'ensemble des paramètres influents et de leurs variations connues pour l'application traitée.

## Références du chapitre III

- [Atkinson, 92] A.C. Atkinson, A.N. Donev, "Optimum experimental design", Clarendon Press, Ed. Oxford, 1992.
- [Anderson, 52] T.W. Anderson, D.A. Darling, "Asymptotic theory of certain "goodness-of-fit" criteria based on stochastic processes", Annals of Mathematical Statistics, Vol. 23, pp. 193-212, 1952.
- [Box, 60] G.E.P. Box, D.W. Behnken, "Some new three level designs for study of quantitative variables", Technometrics, Vol 2, N°4, 1960.
- [Box<sup>2</sup>, 59] G.E.P. Box, N.R. Lucas, "Design of experiments in nonlinear situations", Biometrika, vol 46, 1959.
- [Box, 51] G.E.P. Box, K.B. Behnken, "On the experimental attainment of optimum conditions", Journal of the Royal Statistical Society, serie B, Vol 13, 1951.

- [Box<sup>1</sup>, 59] G.E.P. Box, N.R. Draper, “*A basis for selection of a response surface design*”, Journal of the ASA, 54, 1959.
- [Box, 87] G.E.P. Box, N.R. Draper, “*Empirical model-building and response surfaces*”, Ed John Wiley & Sons, 1987.
- [Chin, 98] W.W. Chin, “*The partial least square approach to structural equation modelling*”, Modern methods for business research, G.A. Marcoulides. Mahwah/NJ/USA, 1998.
- [Chomtee, 03] B. Chomtee, “*Comparison of Design Optimality Criteria of Reduced Models for Response Surface Designs in a Spherical Design Region*”, Phd Work, Montana States University, 2003.
- [Derringer, 80] R. Derringer, R. Suich, “*Simultaneous optimization of several response variables*”, Journal of Quality Technology, Vol 12, 1980.
- [Dodge, 99] Y. Dodge, “*Analyse de régression appliquée*”, Ed. Paris, 1999.
- [Doehlert, 70] D.H. Doehlert, “*Uniform shell designs*”, Journal of the Royal Statistical Society, serie C, N° 19, 1970.
- [Draper, 81] N. Draper, H. Smith, “*Applied regression analysis*”, Wiley, Ed New-York, 1981.
- [Droesbeke, 97] J.J. Droesbeke, J. Fine, G. Saporta, “*Plans d'expériences, Application à l'entreprise*”, Technip, Ed Paris, 1997.
- [Dumouchel, 94] W. Dumouchel, B. Jones, “*A simple Bayesian modification of D-optimal designs to reduce dependence on an assumed model*”, Technometrics, 1994.
- [Eriksson, 00] L. Eriksson, E. Johansson, N. Kettaneh-Wold, C. Wilkstrom, S. Wold, “*Design of experiments, Principles and application*”, Umetrics Academy, 2000.
- [Faucher, 06] J. Faucher, “*Les plans d'expériences pour le réglage de commandes à base de logique floue*”, Thèse de l'INPT, 2006.
- [FD X 06-080, 89] “*Application de la statistique, Plan d'expériences, Vocabulaire et indications générales*”, Afnor, Ed Paris, 1989.
- [Fedorov, 72] V.V. Fedorov, “*Theory of optimal experiments*”, Academic Press, Ed. New-York, 1972.
- [Galil, 77] Z. Galil, J. Kiefer, “*Comparison of simplex designs for quadratic mixture model*”, Technometrics, vol 19, 1977.

- [Gauchi, 97] J.P. Gauchi, "*Plan d'expériences optimaux pour modèles linéaires, in : Plans d'expériences, Application à l'entreprise*", Technip, Ed Paris, 1997.
- [Gauchi, 05] J.P. Gauchi, "*Plan d'expériences optimaux : un exposé didactique*", revue Modulad, n° 33, 2005.
- [Goupy, 99] J. Goupy, "*Plan d'expériences pour surface de réponse*", Dunod, 1999.
- [Goupy, 00] J. Goupy, "*Plan d'expériences : les mélanges*" Dunod, 2000.
- [Goupy, 06] J. Goupy, "*Tutorial, Les Plans d'Expériences*", Revue Modulad, N° 34, 2006.
- [Harrington, 65] E.C. Harrington, "*The desirability function*", Industrial Quality Control, Vol 21, 1965.
- [Johnson, 83] M.E. Johnson, C.J. Nachtsheim, "*Some guidelines for constructing exact D-optimal designs on convex design spaces*", Technometrics, Vol. 25, n°3, pp.271-277, 1983.
- [Johnstone, 98] P.D. Johnstone, "*Planning and Managing Agricultural and Ecological Experiments*", Routledge, 1998.
- [Khuri, 87] A.I. Khuri, J.A. Cornell, "*Response surfaces: designs and analysis*", Marcel Dekker, 1987.
- [Khuri, 96] A.I. Khuri, J.A. Cornell, "*Response surfaces: designs and analysis*", Marcel Dekker, seconde édition, 1996.
- [Kiefer, 59] J. Kiefer, "*Optimum experimental designs*", J.R. Statist. Soc. B, vol 21, 1959.
- [Kiefer, 61] J. Kiefer, "*Optimum designs in regression problems II*", Annals Of Math. Stat., vol 32, 1961.
- [Kiefer, 74] J. Kiefer, "*General equivalence theory for optimum designs (approximate theory)*", Annals of Statist., vol 2, 1974.
- [Kiefer, 59] J. Kiefer, J. Wolfowitz, "*Optimum designs in regression problems*", Ann. of Math. Statist., vol 30, 1959.
- [Kiefer, 60] J. Kiefer, J. Wolfowitz, "*The equivalence of two extremum problems*", Canad. J. Math., vol 12, 1960.
- [Louvet, 06] F. Louvet, L. Delplanque, "*Design of experiments : the French touch / Les plans d'expériences : une approche pragmatique et illustrée*", témoignage de l'association Expérimentique, 2006.



- [Mitchell, 74] T.J. Mitchell, "An algorithm for the construction of D-Optimal experimental designs", *Technometrics*, vol 16, 1974.
- [Mozzo, 90] G. Mozzo, "Plan quadratique Gigogne", *Revue de statistique appliquée*, Vol. 38, pp. 23-34, 1990.
- [Myers, 95] R. Myers, D. Montgomery, "Response Surface Methodology, Process and product Optimization Using designed Experiments", Wiley, 1995.
- [Nelder, 65] J.A. Nelder R. Mead, "A simplex method for function minimization", *Computer Journal*, Vol. 7 1965.
- [NF X 06-063, 87] "Application de la statistique, comparaison du rapport de deux variances (deux écart-types) à une valeur donnée", Afnor, Ed Paris, 1987.
- [Pronzato, 04] L. Pronzato, "A minmax equivalence theorem for optimum bounded design measure", *Statistics & Probability Letters*, 68, 2004.
- [Rechtschaffner, 67] R.L. Rechtschaffner, "Saturated fractions of  $2n$  and 3 factorial designs", *Technometrics*, Vol. 9, pp. 569-575, 1967.
- [Roquemore, 76] K.G. Roquemore, "Hybrid designs for quadratic response surfaces", *Technometrics*, Vol. 18, pp. 419-423, 1976.
- [Rotella, 95] F. Rotella, P. Borne, "Théorie et pratique du calcul matriciel", éditions Technip, 1995.
- [Shapiro, 65] S.S. Shapiro, M.B. Wilk, "An analysis of variance test for normality (complete samples)", *Biometrika*, Vol. 52, pp. 591-611, 1965.
- [Silvey, 80] S.D. Silvey, "Optimal designs: an introduction to the theory for parameters estimation", London : Chapman and Hall, 1980.
- [Sutton, 77] T.L. Sutton, J.F. McGregor, "The analysis and design of binary vapour-liquid experiments, part II: The design", *The Canadian journal of chemical engineering*, vol 55, 1977.
- [Spendley, 62] W. Spendley, G.R. Hext, F.M. Himsforth, "Sequential application of simplex designs in optimization and evolutionary operation", *Technometrics*, Vol 4, 1962.
- [Torsney, 88] B. Torsney, "Computing optimizing distributions with applications in design, estimation and image processing, in *Optimal design and ANalysis of experiments*", Dodge, Fedorov and Wynn Eds, 1988.
- [Toutenburg, 02] H. Toutenburg, "Statistical Analysis of Designed Experiments", Springer, seconde édition, 2002.

- [Walters, 91] F.H. Walter, R. Lloyd, J.R. Parker, S. Morgan, S. Deming, "*Sequential Simplex Optimisation, A Technique for Improving Quality and Productibility in Research, Development and Manufacturing*", CRC Press, Ed. Boca Raton, 1991.
- [Wynn, 70] H.P. Wynn, "*The sequential generation of D-optimum experimental designs*", Ann. of Math. Stat., vol 41, 1970.

# Conclusion et perspectives

Ce travail de thèse a été réalisé dans le but d'approfondir la notion d'aire de sécurité d'un module IGBT de forte puissance utilisé en traction ferroviaire. C'est dans cette optique que nous avons modélisé deux performances considérées comme critiques pour l'IGBT lors de son fonctionnement, à savoir la surtension et la vitesse de commutation. L'application des méthodes de plan d'expériences a permis de traduire ces deux performances dynamiques au travers de modèles quadratiques.

Deux études de criblage ont permis d'éliminer les facteurs ne présentant pas une influence statistiquement significative sur les réponses. La réduction du nombre de facteurs à prendre en compte dans la modélisation a ainsi permis de minimiser le nombre de coefficients à identifier dans les modèles et par conséquent le nombre minimal d'expériences à effectuer pour cette modélisation. Au final, sur un ensemble de 10 paramètres considérés comme potentiellement influents, six facteurs ont été identifiés comme présentant une influence significative sur les réponses observées. Le nombre de coefficients présents dans les modèles quadratiques s'élève alors à 28.

Le domaine expérimental étant fortement contraint, la construction du plan d'expériences s'est basée sur l'utilisation d'un algorithme d'échange. Cet algorithme cherche ici à minimiser l'incertitude maximale obtenue sur les prévisions dans l'ensemble du domaine de validité des modèles en maximisant la G-efficacité de la matrice du modèle  $X$  utilisée. La matrice G-optimale ainsi obtenue se compose de 37 expérimentations permettant de déterminer les 28 coefficients des modèles.

Suite à une analyse statistique des résultats, les modèles ont été affinés afin d'optimiser leurs qualités descriptive et prédictive. Ces modèles ont ensuite été testés dans des régions du domaine expérimental non explorées par le plan d'expériences. Les prédictions données par les modèles ont alors été comparées aux résultats réels obtenus par expérimentation en ces mêmes points ce qui a permis de les valider.

Pour chacune des applications des onduleurs de traction utilisant les modules IGBT étudiés, il est possible de connaître les valeurs, fixes ou variables, des paramètres présents dans les modèles. Ces derniers permettent désormais de visualiser la surtension et la vitesse de commutation au travers d'un nuage de points correspondant aux conditions d'utilisation pour chaque application. Le point de fonctionnement le plus critique est ensuite identifié et une combinaison optimale des facteurs peut être trouvée.

Pour compléter cette étude et obtenir une idée précise des marges réelles de sécurité il paraît judicieux d'effectuer des tests à la casse en fonction des différents paramètres de fonctionnement au point identifié comme étant le plus critique pour l'application. Les ingénieurs d'Alstom disposeraient alors d'une définition exacte de l'aire de sécurité et pourrait ajuster certains paramètres de fonctionnement dans le but d'assurer une qualité et une fiabilité optimale de leurs onduleurs.

En ce qui concerne les plans d'expériences et plus précisément les algorithmes d'échange utilisés dans la construction de matrices optimales, le développement d'un algorithme basé sur le critère de G-efficacité semble intéressant. Ce travail a été entamé. En effet, nous avons développé un algorithme basé sur ce critère dont le principe reprend celui de Fedorov adapté à la G-optimalité. Cet algorithme extrait aléatoirement une matrice  $X$  à partir d'un ensemble de points candidats, puis, à chaque itération, réalise l'inversion entre la ligne de la matrice  $X$  et la ligne de l'ensemble des points candidats restant qui maximise l'augmentation de la G-efficacité de la matrice  $X$ . L'algorithme s'arrête lorsque la G-efficacité de  $X$  a atteint un optimum.

Cet algorithme nécessitant un temps de calcul très long, nous avons cherché à l'optimiser. Le calcul de la G-efficacité nécessite en effet un calcul lourd en chacun des points candidats du domaine expérimental. En revanche, le critère de D-optimalité, utilisé dans les algorithmes d'échange des logiciels tels que MODDE, ne calcul que le déterminant d'une matrice  $p \times p$ ,  $p$  étant, rappelons-le, le nombre de coefficients du modèle recherché, ce qui est mathématiquement plus léger. Nous avons alors cherché à associer la puissance de la G-efficacité à la rapidité de calcul de la D-efficacité. Pour cela, nous avons réalisé un algorithme composé de deux parties. La première partie utilise un algorithme semblable à celui de Fedorov basé sur la D-optimalité pour identifier une matrice D-optimale. Le programme calcule ensuite la G-efficacité de cette matrice et une deuxième partie de l'algorithme, basée cette fois sur la G-efficacité des matrices, utilisant toujours la même technique d'optimisation que celle développée par Fedorov et décrite ci-dessus cherche à augmenter ce critère jusqu'à identifier une matrice G-optimale.

# Références

- [Aloïsi, 01] J. Aloïsi, “Les semiconducteurs de puissance – De la physique du solide aux applications”, Ellipses, 2001.
- [Addelmann, 62] S. Addelmann, “Orthogonal main effect plans for asymmetrical factorial experiment”, *Technometrics*, 1962.
- [Anderson, 52] T.W. Anderson, D.A. Darling, “Asymptotic theory of certain "goodness-of-fit" criteria based on stochastic processes”, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 23, pp. 193-212, 1952.
- [Atkinson, 92] A.C. Atkinson, A.N. Donev, “Optimum experimental design”, Clarendon Press, Ed. Oxford, 1992.
- [Azzopardi, 03] S. Azzopardi, E. Woïrgard, J.-M. Vinassa, O. Briat, C. Zardini, “IGBT power modules thermal characterization: what is the optimum between a low current - high voltage or a high current - low voltage test condition for the same electrical power?”, *Microelectronics Reliability* 43, p.1901-1906, 2003."
- [Baliga, 84] B.J. Baliga, M.S. Adler, R.P. Love, P.V. Gray, M.S. Zommer, “The insulated gate transistor, a new three-terminal-MOS-controlled bipolar power device”, *IEEE Trans. Electron. Devices*, vol. 31, pp. 821-828, 1984.
- [Baliga, 87] B.J. Baliga, “Modern power devices”, New York, John Wiley & Sons, 1987.
- [Baudesson, 00] Philippe Baudesson, “Sûreté de fonctionnement, reconfiguration et marches dégradées des onduleurs multiniveaux à IGBT”, thèse de l’INPT, 2000.
- [Blot, 95] J. Blot, “Les transistors–Eléments d’intégration des circuits analogiques”, Dunod, 1995.
- [Box, 51] G.E.P. Box, K.B. Behnken, “On the experimental attainment of optimum conditions”, *Journal of the Royal Statistical Society, serie B*, Vol 13, 1951.
- [Box<sup>1</sup>, 59] G.E.P. Box, N.R. Draper, “A basis for selection of a response surface design”, *Journal of the ASA*, 54, 1959.
- [Box<sup>2</sup>, 59] G.E.P. Box, N.R. Lucas, “Design of experiments in nonlinear situations”, *Biometrika*, vol 46, 1959.

## Références

- [Box, 60] G.E.P. Box, D.W. Behnken, “Some new three level designs for study of quantitative variables”, *Technometrics*, Vol 2, N°4, 1960.
- [Box, 62] G.E.P. Box J.S. Hunter, “The 2k-p fractional factorial plans”, *Technometrics*, Vol 4, 1962.
- [Box, 87] G.E.P. Box, N.R. Draper, “Empirical model-building and response surfaces”, Ed John Wiley & Sons, 1987.
- [Breit, 02] F. Breit, E. Dutarde, J. Saiz, T. Lebey, D. Malec, S. Dinculescu, “Partial discharge detection in power modules”, *IEEE PESC*, 2002.
- [Cand, 86] M. Cand, E. Demoulin, J.-L. Laroy, D. Senn, “Conception des circuits intégrés MOS”, Eyrolles & CNET-ENST, 1986.
- [Carubelli, 03] S. Carubelli, “Contribution à l’identification et à l’estimation des contraintes de fatigue thermique des convertisseurs intégrés pour la traction électrique”, thèse de l’UHPN, 2003.
- [Chatelain, 79] J.D. Chatelain, “Dispositifs à semiconducteurs”, Dunod, 1979.
- [Chin, 98] W.W. Chin, “The partial least square approach to structural equation modelling”, *Modern methods for business research*, G.A. Marcoulides. Mahwah/NJ/USA, 1998.
- [Chomtee, 03] B. Chomtee, “Comparison of Design Optimality Criteria of Reduced Models for Response Surface Designs in a Spherical Design Region”, *Phd Work*, Montana States University, 2003.
- [Ciappa, 02] M. Ciappa, “Selected failure mechanisms of modern power modules”, *Microelectronics Reliability* 42, p. 653-667, 2002.
- [Ciappa, 94] M. Ciappa, “Package reliability in microelectronics : a review”, *Proceeding of International Workshop on Electronics and Detector Cooling, WELDEC*, Vol. 1, pp 133-149, 1994.
- [Ciappa, 96] M. Ciappa, P. Malberti, “Plastic Strain of aluminium interconnection during pulsed operation of IGBT multichip modules”, *Qual. Reliab Eng Int*, Vol 12, pp. 297-303, 1996.
- [Dagnelie, 97] P. Dagnelie, “La planification des expériences et l’analyse de variance : une introduction extrait de Plan d’expériences, Applications à l’entreprise”, Technip, Ed Paris, 1997.
- [Daniel, 59] C. Daniel, “Use of half-normal plots in interpreting factorial two-level experiment”, *Technometrics*, Vol.1, N°4, 311-341, 1959.
- [Derringer, 80] R. Derringer, R. Suich, “Simultaneous optimization of several response variables”, *Journal of Quality Technology*, Vol 12, 1980.
- [Dodge, 99] Y. Dodge, “Analyse de régression appliquée”, Ed. Paris, 1999.

## Références

- [Doehlert, 70] D.H. Doehlert, "Uniform shell designs", Journal of the Royal Statistical Society, serie C, N° 19, 1970.
- [Draper, 81] N. Draper, H. Smith, "Applied regression analysis", Wiley, Ed New-York, 1981.
- [Droesbeke, 97] J.J. Droesbeke, J. Fine, G. Saporta, "Plans d'expériences, Application à l'entreprise", Technip, Ed Paris, 1997.
- [Dumouchel, 94] W. Dumouchel, B. Jones, "A simple Bayesian modification of D-optimal designs to reduce dependence on an assumed model", Technometrics, 1994.
- [Duong, 97] Viet-Son Duong, "Etude de l'intégration d'une protection par fusible dans les convertisseurs à IGBT", Thèse de l'INPG, Grenoble, 1997.
- [Eriksson, 00] L. Eriksson, E. Johansson, N. Kettaneh-Wold, C. Wilkstrom, S. Wold, "Design of experiments, Principles and application", Umetrics Academy, 2000.
- [Farokhzad, 96] B. Farokhzad, P. Türkes, E. Wolfgang, K. Goser, "Reliability indicator for lift-off of bond wires in IGBT power modules", Microelectronics reliability, Vol 36, N° 11/12, pp. 1863-1866, 1996.
- [Faucher, 06] J. Faucher, "Les plans d'expériences pour le réglage de commandes à base de logique floue", Thèse de l'INPT, 2006.
- [FD X 06-080, 89] "Application de la statistique, Plan d'expériences, Vocabulaire et indications générales", Afnor, Ed Paris, 1989.
- [Fedorov, 72] V.V. Fedorov, "Theory of optimal experiments", Academic Press, Ed. New-York, 1972.
- [Findeisen, 98] C. Findeisen, E. Herr, M. Schenkel, H.R. Zeller, "Extrapolation of cosmic ray induced failures from test to field conditions for IGBT modules", ESREF 98: Copenhagen, Vol 38, N° 6-8, pp. 1335-1339, 1998.
- [Fisher, 25] R.A. Fisher, "Statistical methods for research workers", Oliver and Boyd, Ed. Edinburgh, 1925.
- [Fisher, 35] R.A. Fisher, "The design of experiments", Oliver and Boyd, Ed. Edinburgh, 1935.
- [Galil, 77] Z. Galil, J. Kiefer, "Comparison of simplex designs for quadratic mixture model", Technometrics, vol 19, 1977.
- [Garry, 90] W.J. Garry, R.H. Seilh, T.A. Jennings, "Reliability analysis/assessment of advanced technologies", Final Technical report, 1990.

## Références

- [Gauchi, 05] J.P. Gauchi, “Plan d’expériences optimaux : un exposé didactique”, revue Modulad, n° 33, 2005.
- [Gauchi, 97] J.P. Gauchi, “Plan d’expériences optimaux pour modèles linéaires, in : Plans d’expériences, Application à l’entreprise”, Technip, Ed Paris, 1997.
- [Goupy, 06] J. Goupy, “Tutorial, Les Plans d’Expériences”, Revus Modulad, N° 34, 2006.
- [Goupy, 00] J. Goupy, “*Plan d’expériences : les mélanges*” Dunod, 2000.
- [Goupy, 96] J. Goupy, “La méthode des plans d’expériences – Optimisation du choix des essais et de l’interprétation des résultats”, Ed. Dunod, 1996.
- [Goupy, 99] J. Goupy, “Plan d’expériences pour surface de réponse”, Dunod, 1999.
- [Hamidi, 99] A. Hamidi, N. Beck, K. Thomas, E. Herr, “Reliability and lifetime evaluation of different wire bonding technologies for high power IGBT modules”, *Microelectronics Reliability* 39, pp.1153-1158, 1999.
- [Harrington, 65] E.C. Harrington, “The desirability function”, *Industrial Quality Control*, Vol 21, 1965.
- [Hefner, 94] A.R. Hefner, “An experimentally verified IGBT model implemented in the Saber circuit simulator”, *IEEE transaction on Power Electronics*, 1994.
- [Herr, 97] E. Herr, T. Frey, R. Schlegel, A. Struck, R. Zehringer, “Substrate-to-substrate solder joint reliability in high power IGBT modules”, *Microelectronics reliability*, Vol 37, N° 10/11, pp. 1719-1722, 1997.
- [Hsu, 96] T.S. Hsu, “Behavioural modeling of the IGBT using the Hammerstein configuration”, *IEEE transaction on Power Electronics*, 1996.
- [IEC270, 81] “Partial discharge measurements”, Norme IEC, 1981.
- [Ishikawa, 96] K. Hishikawa, “La gestion de la qualité, outils et applications pratiques”, Dunod, Ed Paris, 1996.
- [ISO 3534-3, 98] “Statistique, Vocabulaire et Symboles, Partie 3 : plans d’expériences”, Norme ISO 3534-3, 1998.
- [Iwamoto, 01] H. Iwamoto, H. Kondo, Y. Yu, A. Kawakami, M. Nakaoka, “Turn-off behaviour of epitaxial planar and trench gate IGBTs and nonepitaxial planar gate IGBT under hard and soft switchings” *IEE Proceedings Electric Power Applications*, vol. 148, N°5, 2001.



## Références

- [Iwamoto, 99] H. Iwamoto, M. Tabata, H. Takahashi, N. Wheeler, E. Thal, "A new 1200V PT IGBT Module using Trench Gate structure and Local Life Time Control", EPE, Lausanne, 1999.
- [Jensen, 95] F. Jensen, "Electronic component reliability", Wiley, 1995.
- [John, 62] P.W.M. John, "Three quarter replicates of  $2n$ ", Biometrics, Vol 18, 1962.
- [Johnson, 83] M.E. Johnson, C.J. Nachtsheim, "Some guidelines for constructing exact D-optimal designs on convex design spaces", Technometrics, Vol. 25, n°3, pp.271-277, 1983.
- [Johnstone, 98] P.D. Johnstone, "Planning and Managing Agricultural and Ecological Experiments", Routledge, 1998.
- [Khuri, 87] A.I. Khuri, J.A. Cornell, "Response surfaces: designs and analysis", Marcel Dekker, 1987.
- [Khuri, 96] A.I. Khuri, J.A. Cornell, "Response surfaces: designs and analysis", Marcel Dekker, seconde edition, 1996.
- [Kiefer, 59] J. Kiefer, "Optimum experimental designs", J.R. Statist. Soc. B, Vol 21, 1959.
- [Kiefer, 61] J. Kiefer, "Optimum designs in regression problems II", Annals Of Math. Stat., vol 32, 1961.
- [Kiefer, 74] J. Kiefer, "General equivalence theory for optimum designs (approximate theory)", Annals of Statist., vol 2, 1974.
- [Kiefer, 59] J. Kiefer, J. Wolfowitz, "Optimum designs in regression problems", Ann. of Math. Statist., vol 30, 1959.
- [Kiefer, 60] J. Kiefer, J. Wolfowitz, "The equivalence of two extremum problems", Canad. J. Math., vol 12, 1960.
- [Lefebvre, 04] S. Lefebvre, F. Miserey, "Composants à semi-conducteur pour l'électronique de puissance", Tech & Doc, 2004.
- [Lenth, 89] R. V. Lenth, "Quick and easy analysis of unreplicated factorials", Technometrics, Vol. 31, N°4, 469-473, 1989.
- [Leturcq, 99] P. Leturcq, "Physique des semi-conducteurs de puissance, propriétés électroniques du silicium", Techniques de l'ingénieur, D 3102, 1999.
- [Lilienfeld, 33] Brevet U.S. 1900018, 7 mars 1933.
- [Lochner, 90] R.H. Lochner, J.E. Matar, "Designing for quality, an introduction to the best of Taguchi and western methods and statistical experimental design", Productivity press, ed. Portland, Oregon, 1990.

## Références

- [Louvet, 06] F. Louvet, L. Delplanque, “Design of experiments : the French touch / Les plans d’expériences : une approche pragmatique et illustrée”, témoignage de l’association Expérimentique, 2006.
- [Mathieu, 01] H. Mathieu, “Physique des semi-conducteurs et des composants électroniques”, Dunod, 2001.
- [Mehrotra, 99] Mehrotra, V.; Jun He; Dadkhah, M.S.; Rugg, K.; Shaw, M.C., “Wirebond reliability in IGBT-power modules: application of high resolution strain and temperature mapping”, Power Semiconductor Devices and ICs, 1999. ISPSD '99. Proceedings., The 11th International Symposium, pp. 113 – 116, 1999.
- [Mitchell, 74] T.J. Mitchell, “An algorithm for the construction of D-Optimal experimental designs”, *Technometrics*, vol 16, 1974.
- [Mitic, 99] G. Mitic, R. Beinert, P. Klofac, H.J. Schultz, G. Lefranc, “Reliability of AlN substrates and their solder joints in IGBT power module”, *Microelectronics reliability*, Vol. 39, pp. 1159-1164, 1999.
- [Mozzo, 90] G. Mozzo, “Plan quadratique Gigogne”, *Revue de statistique appliquée*, Vol. 38, pp. 23-34, 1990.
- [Musumeci, 96] S. Musumeci, “PT-IGBT model with new parameters extraction for life-time and Epy dependent behaviour simulation”, 27th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1996.
- [Myers, 95] R. Myers, D. Montgomery, “Response Surface Methodology, Process and product Optimization Using designed Experiments”, Wiley, 1995.
- [Nelder, 65] J.A. Nelder R. Mead, “A simplex method for function minimization”, *Computer Journal*, Vol. 7 1965.
- [NF X 06-063, 87] “Application de la statistique, comparaison du rapport de deux variances (deux écart-types) à une valeur donnée”, Afnor, Ed Paris, 1987.
- [Petaraca, 99] C. Petrarca, B. Cascone, L. Fratelli, M. Vitelli, “Partial discharge diagnostics on 3.3 kV, 1.2 kA IGBT modules”, *High Voltage Engineering*, Eleventh International Symposium on, Vol 4, pp. 324 – 327, 1999.
- [Pillet, 94] M. Pillet, “Introduction aux plans d’expériences par la méthode Taguchi”, Les Editions d’Organisation Université, 1994.
- [Plackett, 46] R.L. Plackett J.P. Burman, “The design of optimum multifactorial experiments”, *Biometrika*, 1946.
- [Pronzato, 04] L. Pronzato, “A minmax equivalence theorem for optimum bounded design measure”, *Statistics & Probability Letters*, 68, 2004.

## Références

- [Protiwa, 96] F.F. Protiwa, "New IGBT model for PSpice", *Electronics Letters*, Vol 32 N° 25, 1996.
- [Rammingner, 98] S. Rammingner, P. Türkes and G. Wachutka, "Crack mechanism in wire bonding joints", *Microelectronics Reliability*, Volume 38, Issues 6-8, pp. 1301-1305, 1998.
- [Rechtschaffner, 67] R.L. Rechtschaffner, "Saturated fractions of 2n and 3 factorial designs", *Technometrics*, Vol. 9, pp. 569-575, 1967.
- [Roquemore, 76] K.G. Roquemore, "Hybrid designs for quadratic response surfaces", *Technometrics*, Vol. 18, pp. 419-423, 1976.
- [Rotella, 95] F. Rotella et P. Borne, "Théorie et pratique du calcul matriciel", éditions Technip, 1995.
- [Russel, 95] J.P. Russel, "The COMFET – A new high conductance MOS-gated device", *IEEE Electronic Device Lett*, vol. 38, N°3, pp. 561-566, 1995.
- [Sapora, 90] G. Sapora, "Probabilité, analyse des données statistiques", Eds Technip, 1990.
- [Schafft, 72] Schafft H., "Testing and fabrication of wire bonds electrical connections – A comprehensive survey", *National Bureau of Standards, Technical Note*, Vol. 726, pp. 106-109, 1972.
- [Schimmerling, 98] P. Schimmerling J.C. Sisson A. Zaidi, "Pratique des plans d'expériences", Ed Lavoisier Tec & Doc, 1998.
- [Schütze, 98] T. Schütze, H. Berg, M. Hierholzer, "Further improvement in the reliability of IGBT module", *IEEE IAS*, 1998.
- [Shammas, 95] N.Y.A. Shammas, Munaf Rahimo, P.T. Hoban, "Effects of temperature, forward current, and commutating di/dt on the reverse recovery behaviour of fast power diodes", *EPE'95*, Seville, Vol 1, pp. 1577-1582, 1995.
- [Shapiro, 65] S.S. Shapiro, M.B. Wilk, "An analysis of variance test for normality (complete samples)", *Biometrika*, Vol. 52, pp. 591-611, 1965.
- [Sheng, 00] K. Sheng, B.W. Williams, S.J. Finney, "A review of IGBT models", *IEEE Transactions on Power Electronics*, Volume 15, Issue 6, pp 1250-1266, 2000.
- [Sheng, 96] K. Sheng, "A new analytical IGBT model with Improved Electrical Characteristics" *IEEE transaction on Power Electronics and Application*, 1996.
- [Silvey, 80] S.D. Silvey, "Optimal designs: an introduction to the theory for parameters estimation", London : Chapman and Hall, 1980.

## Références

- [Spendley, 62] W. Spendley, G.R. Hext, F.M. Himsforth, “Sequential application of simplex designs in optimization and evolutionary operation”, *Technometrics*, Vol 4, 1962.
- [Srinivasaiah, 04] H.C. Srinivasaiah, N. Bhat, “Characterization of sub-100nm CMOS process using screening experiment technique”, *Proceedings 17th International Conference on VLSI Design*, pages 285 -290, Mumbai, India, 2004.
- [Sutton, 77] T.L. Sutton, J.F. McGregor, “The analysis and design of binary vapour-liquid experiments, part II: The design”, *The Canadian journal of chemical engineering*, vol 55, 1977.
- [Taguchi, 87] G. Taguchi S. Konishi, “Taguchi methods, Orthogonal arrays and linear graphs, tools for quality”, ASI Press, Ed. Allen Park, 1987.
- [Thebaud, 00] J.-M. Thebaud, E. Woirgard, C. Zardini, K.-H. Sommer, “Thermal fatigue resistance evaluation of solder joints in IGBT power modules for traction applications”, *PESC Record - IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference*, pp. 1285 – 1290, 2000.
- [Torsney, 88] B. Torsney, “Computing optimizing distributions with applications in design, estimation and image processing, in *Optimal design and ANalysis of experiments*”, Dodge, Fedorov and Wynn Eds, 1988.
- [Toutenburg, 02] H. Toutenburg, “*Statistical Analysis of Designed Experiments*”, Springer, seconde édition, 2002.
- [Tzou, 93] J.T. Tzou, “Practical Spice macro model for IGBT”, *IECON Proceeding*, 1993.
- [Tukey, 97] J.W. Tukey, “*Exploratory data analysis*”, Reading Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, 1997.
- [Vallon, 03] J. Vallon, “Introduction à l’étude de la fiabilité des cellules de commutation à IGBT sous fortes contraintes”, these de l’INPT, 2003.
- [Vivier, 02] S. Vivier, “Stratégie d’optimisation par la méthode des plans d’expériences et application aux dispositifs électrotechniques modélisés par éléments finis”, thèse, 2002.
- [Walters, 91] F.H. Walter, R. Lloyd, J.R. Parker, S. Morgan, S. Deming, “*Sequential Simplex Optimisation, A Technique for Improving Quality and Productibility in Research, Development and Manufacturing*”, CRC Press, Ed. Boca Raton, 1991.
- [Wondrak, 99] W. Wondrak, “Physical limits and lifetime limitations of semiconductor devices at high temperature”, *Microelectronic Reliability*, Vol 39, issue 6-7, pp.1113-1120, 1999.
- [Wynn, 70] H.P. Wynn, “The sequential generation of D-optimum experimental designs”, *Ann. of Math. Stat.*, vol 41, 1970.

# Annexes



Table des matières des annexes :

|  |            |
|--|------------|
| Annexe 1 :_Vocabulaire employé lors d'une étude par plan d'expériences .....         | <b>185</b> |
| Annexe 2 :Tests de corrélations sur caractéristiques statiques .....                 | <b>189</b> |
| Annexe 3 :Influence des caractéristiques statiques .....                             | <b>193</b> |
| Annexe 4 :_Plan 1 ; Analyse de variance sur dV/dt.....                               | <b>213</b> |
| Annexe 5 : Plan 2 ; Analyse statistique des résultats .....                          | <b>217</b> |
| Annexe 5.1 : Méthode de Daniel.....  | 219        |
| Annexe 5.2 : Méthode de Lenth .....  | 221        |
| Annexe 5.3 : Analyse de Variance .....   | 223        |
| Annexe 6 : Plan 2 ; Analyse graphique des résultats .....                            | <b>229</b> |
| Annexe 7 : Etude de l'interaction entre l'inductance Lge et la température T°C ..... | <b>233</b> |





**Annexe 1 :**  
**Vocabulaire employé lors d'une étude  
par plan d'expériences**



**Algorithme d'échanges** : procédure mathématique itérative permettant d'extraire d'un domaine expérimental un ensemble d'essais à réaliser, afin d'estimer de la meilleure façon possible, les coefficients d'un modèle.

**Analyse de régression** : ensemble de tests statistiques permettant de prendre une décision sur un modèle dans sa globalité (test F de Fisher), sur chacun des coefficients (test t de Student) et sur les résidus (test de la normalité des résidus...).

**Analyse de variance** (ANOVA ou ANAVAR) : test statistique (test F de Fisher) permettant de décomposer la variation d'une réponse à partir des changements des modalités des facteurs et du modèle postulé.

**Arrangement orthogonal** : selon la norme [ISO 3534-3, 98], un arrangement orthogonal est un ensemble de combinaisons de traitements tel que pour chaque paire de facteurs, chaque combinaison de traitement survient un même nombre de fois pour tous les niveaux possibles des facteurs. Cette notion fait notamment appel à l'utilisation des tableaux de contingence définis au paragraphe 4.6.1. traitant des critères d'orthogonalité utilisés pour la construction de la matrice du modèle.

**Bloc** : groupement judicieux d'essais permettant de prendre en compte des difficultés de mise en œuvre du plan d'expériences de façon à perturber le moins possible l'information recherchée. La capacité d'un four par exemple impose un nombre maximal d'expérimentation pouvant être réalisées en même temps.

**Coefficients** : valeur numérique à estimer dans l'équation du modèle.

**Désirabilité** : indice de satisfaction appartenant à l'intervalle [0 ; 1] caractérisant le niveau d'une réponse par rapport à un objectif fixé.

**Domaine expérimental** : espace défini par les variations des facteurs quantitatifs et/ou par les combinaisons des modalités des facteurs qualitatifs. Le modèle n'est pas valide à l'extérieur du domaine expérimental. Le domaine expérimental peut être de différentes natures :

- **Symétrique** : adjectif désignant un plan d'expériences ou un domaine expérimental pour lequel tous les facteurs présentent le même nombre de modalités.
- **Asymétrique** : adjectif désignant un plan d'expériences ou un domaine expérimental pour lequel tous les facteurs ne présentent pas le même nombre de modalités.
- **Isotrope** : adjectif désignant un domaine expérimental pour lequel les niveaux des facteurs indépendants ne sont pas soumis à des contraintes relationnelles.
- **Anisotrope** : adjectif désignant un domaine expérimental pour lequel les niveaux des facteurs indépendants sont soumis à des contraintes relationnelles.

**Effet moyen d'un facteur** : variation de la réponse observée ou modélisée lorsque le facteur change de modalité.

**Estimation** : approximation d'une valeur vraie par une valeur calculée à partir d'une analyse appropriée des résultats d'essais.

**Facteur** : variable quantitative ou qualitative sur laquelle on agit au cours du plan d'expériences.

**Fonction de variance** : expression mathématique permettant de traduire l'incertitude sur la prévision ou la prédiction d'une réponse obtenue à partir d'un modèle.

**Interaction ou couplage** : modification de l'effet d'un facteur en fonction de la modalité d'un autre facteur.

**Iso variance par rotation** : critère propre aux plans d'expérience pour l'étude des surfaces de réponse traduisant le fait que la fonction de variance ne dépende que de la distance au centre du modèle.

**Matrice d'information** : matrice définie à partir de la matrice du modèle (X), dont le déterminant permet d'apprécier la qualité de l'information que l'on peut obtenir grâce à un plan d'expérience. Cette matrice se calcule à l'aide de la formule ( $X^T X$ ).

**Méthode des moindres carrés** : méthode mathématique permettant d'obtenir une estimation non biaisée des coefficients par minimisation de la somme des carrés des résidus.

**Modalités** : états distincts que l'on attribue à un facteur au cours du plan d'expériences.

**Modèle** : expression de la relation de cause à effet entre la variation d'une réponse et les variations des facteurs. Ce modèle permet des représentations graphiques et des prédictions dans le domaine expérimental. Il peut être de 2 types :

- **Modèle additif** : modèle utilisé pour estimer les effets des facteurs.
- **Modèle polynomial** : modèle utilisé pour estimer une surface de réponse.

**Niveau** : valeur numérique définie au sein de l'intervalle de variation d'un facteur quantitatif.

**Optimisation** : procédure permettant de fixer les niveaux des facteurs pour atteindre une désirabilité.

**Plan d'expériences** : organisation raisonnée d'essai [ISO 3534-3, 98].

**Plan de criblage** : plan d'expériences visant à hiérarchiser les effets moyens d'un grand nombre de facteurs.

**Plan optimal** : plan d'expériences dont les valeurs des niveaux des facteurs ou les combinaisons des modalités de ces derniers sont déterminés afin d'optimiser un critère algébrique particulier, associé à la mise en œuvre matricielle de la méthode des moindres carrés.

**Plan pour l'étude des surfaces de réponse** : plan d'expériences destiné à optimiser une ou plusieurs réponses.

**Précision uniforme** : critère propre aux plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponse traduisant le fait que la fonction de variance reste quasi constante à l'intérieur d'une sphère ayant le même centre que le domaine expérimental.

**Prédiction** : valeur de la réponse estimée par le modèle en tout point du domaine expérimental.

**Q<sup>2</sup>** : indicateur permettant de préciser la qualité prédictive d'un modèle.

**R<sup>2</sup>** : indicateur permettant de préciser la qualité descriptive d'un modèle sans tenir compte de sa complexité.

**R<sup>2</sup>ajusté** : indicateur permettant de préciser la qualité descriptive d'un modèle en tenant compte de sa complexité.

**Randomisation** : affectation d'un ordre aléatoire à la réalisation des essais afin de neutraliser l'éventuelle influence perturbatrice de facteurs non contrôlés.

**Réponse** : caractéristique mesurable d'un produit ou d'un processus dont on analyse l'évolution en fonction des variations des facteurs. Il convient que la réponse soit représentative du phénomène observé.

**Résidu** : écart entre la valeur observée d'une réponse et sa prévision par le modèle.

**Significativité** : traite du caractère significatif d'un facteur ou d'une interaction sur une réponse.

**Surface de réponse** : représentation graphique de la relation liant une réponse quantitative à 2 facteurs quantitatifs continus selon le modèle d'exploration choisi et paramétré à partir des réponses mesurées.

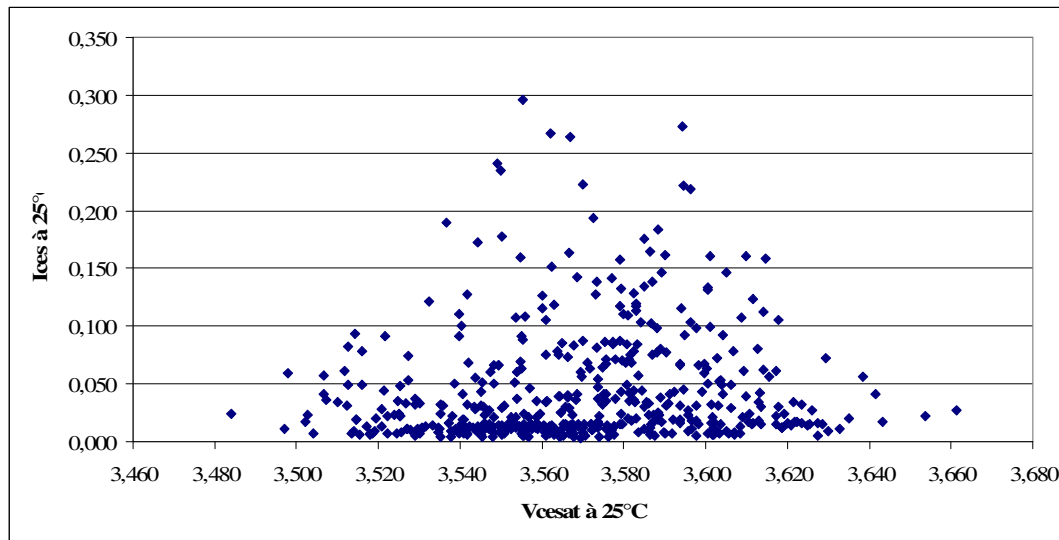
**Test statistique** : procédure permettant d'affecter une probabilité à une hypothèse. Dans le cadre des plans d'expériences, les tests statistiques les plus utilisés sont le test F de Fisher, pour l'analyse de variance et le test t de Student, pour l'analyse de régression.

**Validation** : vérification de l'adéquation du modèle paramétré par l'intermédiaire des réponses du plan d'expériences, en utilisant de nouveaux essais dans le domaine expérimental.

## Annexe 2 : Tests de corrélations sur caractéristiques statiques



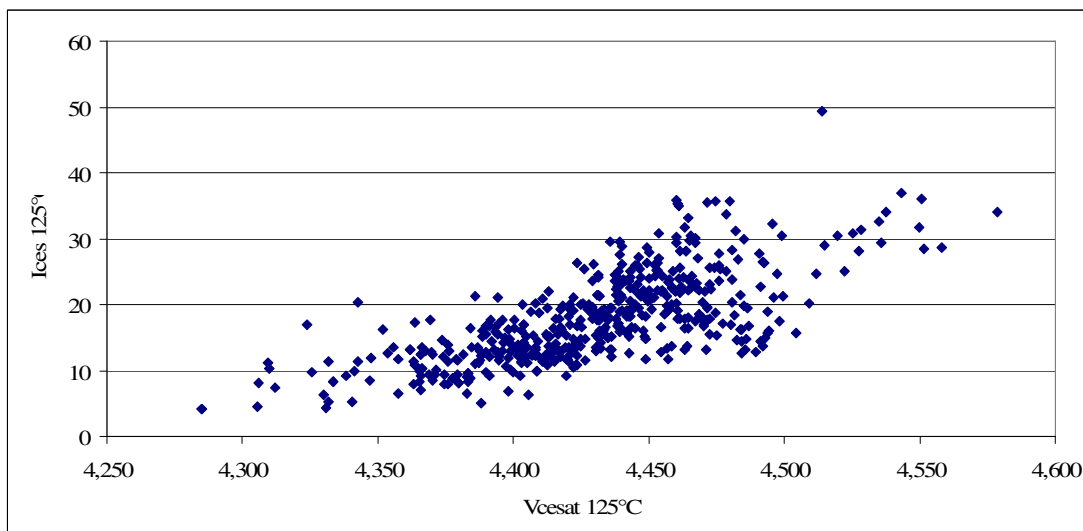
Corrélation entre la chute de tension  $V_{cesat}$  et le courant de fuite  $I_{ces}$  aux bornes de l'IGBT à 25°C :



Test de corrélation entre  $V_{cesat}$  et  $I_{ces}$  à 25°C

La valeur de  $r$  calculé est de 0,113 ce qui n'est pas significatif comme le laisse supposer la représentation graphique.

Corrélation entre la chute de tension  $V_{cesat}$  et le courant de fuite  $I_{ces}$  aux bornes de l'IGBT à 125°C :



Test de corrélation entre  $V_{cesat}$  et  $I_{ces}$  à 125°C

La valeur de  $r$  calculé est de 0,714 ce qui est significatif, il existe donc une corrélation entre la chute de tension  $V_{cesat}$  et le courant de fuite  $I_{ces}$  aux bornes de l'IGBT.





## Annexe 3 : Influence des caractéristiques statiques



*Annexe 3 : Influence des caractéristiques statiques*

Les 18 réglages testés dans ce premier plan d'expériences sont les suivants :

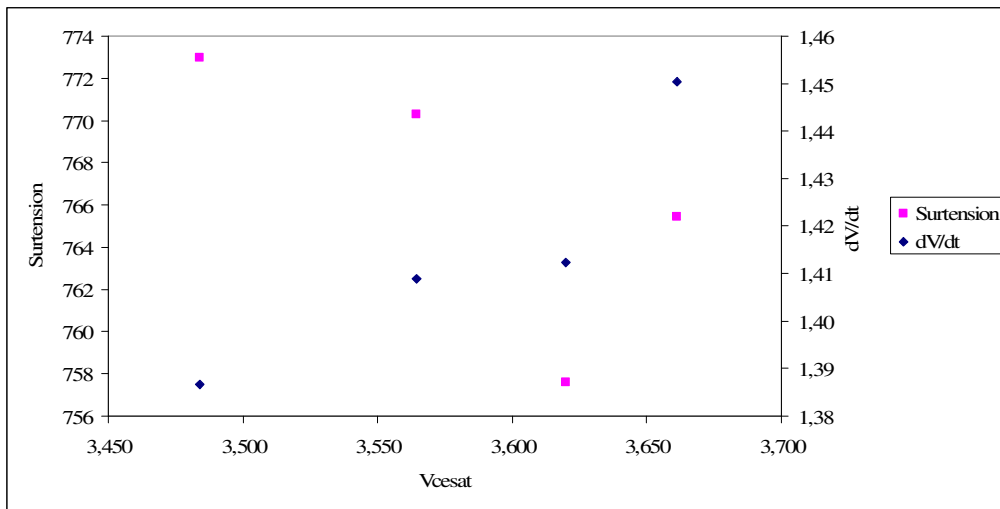
| Essai | U (V) | I (A) | T (°C) |
|-------|-------|-------|--------|
| 1     | 500   | 600   | -40    |
| 2     | 2400  | 600   | -40    |
| 3     | 500   | 1200  | -40    |
| 4     | 2400  | 1200  | -40    |
| 5     | 500   | 2400  | -40    |
| 6     | 2400  | 2400  | -40    |
| 7     | 500   | 600   | 25     |
| 8     | 2400  | 600   | 25     |
| 9     | 500   | 1200  | 25     |
| 10    | 2400  | 1200  | 25     |
| 11    | 500   | 2400  | 25     |
| 12    | 2400  | 2400  | 25     |
| 13    | 500   | 600   | 125    |
| 14    | 2400  | 600   | 125    |
| 15    | 500   | 1200  | 125    |
| 16    | 2400  | 1200  | 125    |
| 17    | 500   | 2400  | 125    |
| 18    | 2400  | 2400  | 125    |

Les résultats de surtension et de vitesse de commutation sont présentés en fonction de chacune des caractéristiques intrinsèques aux modules en chacun de ces 18 points de mesure.

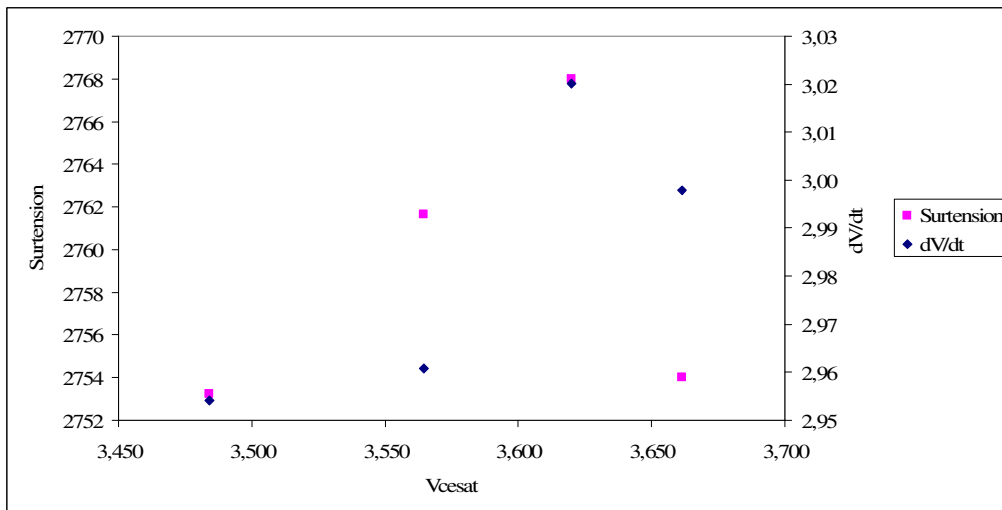
Annexe 3 : Influence des caractéristiques statiques

Evolution des performances dynamiques, surtension et vitesse de commutation, en fonction de la chute de tension aux bornes de l'IGBT,  $V_{cesat}$  :

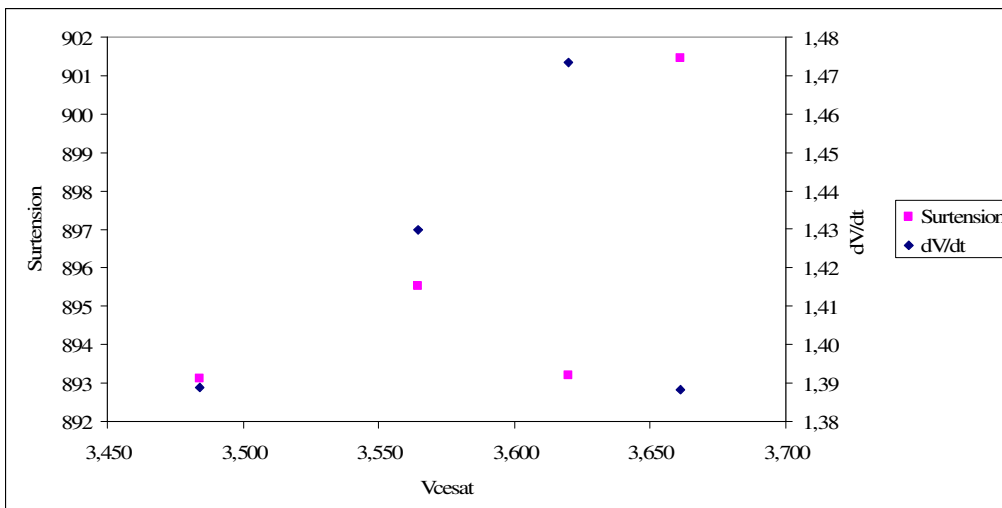
Point 1 :



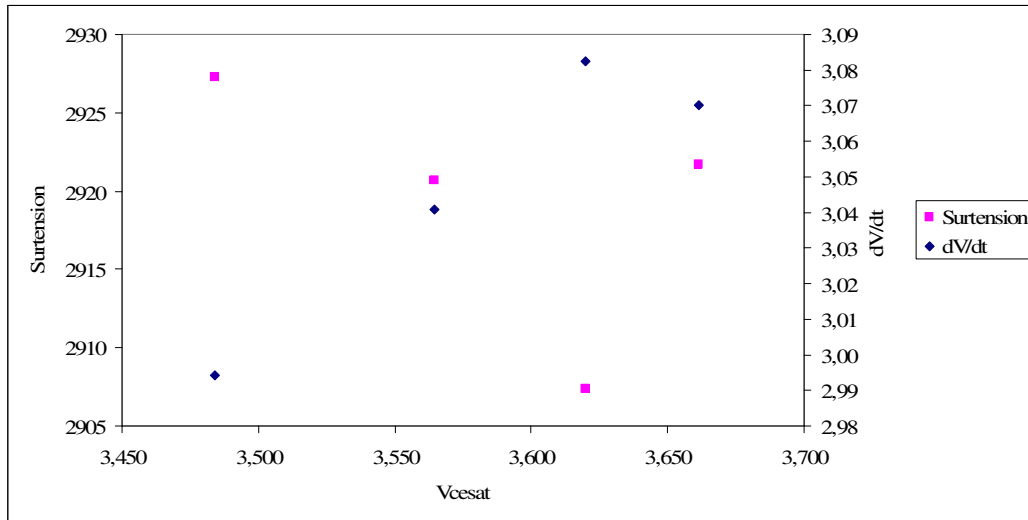
Point 2 :



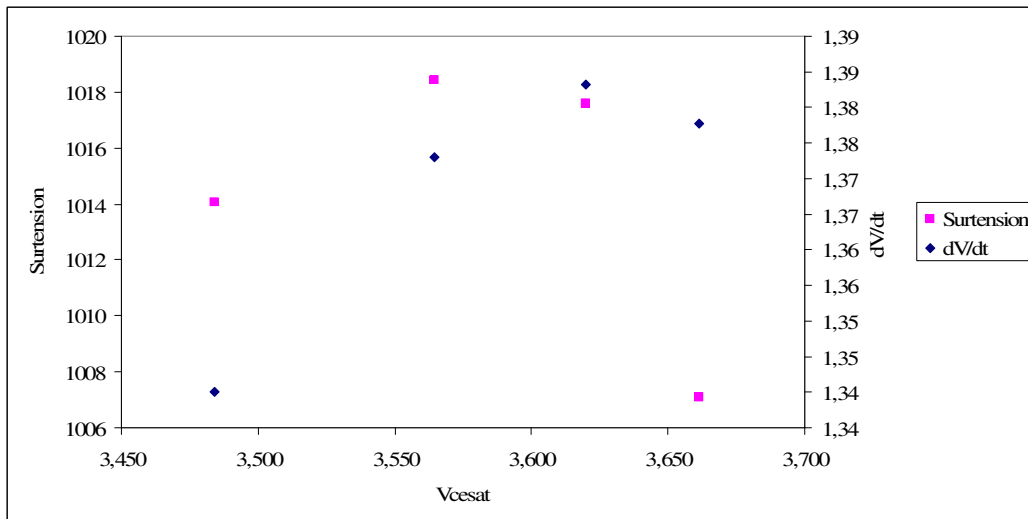
Point 3 :



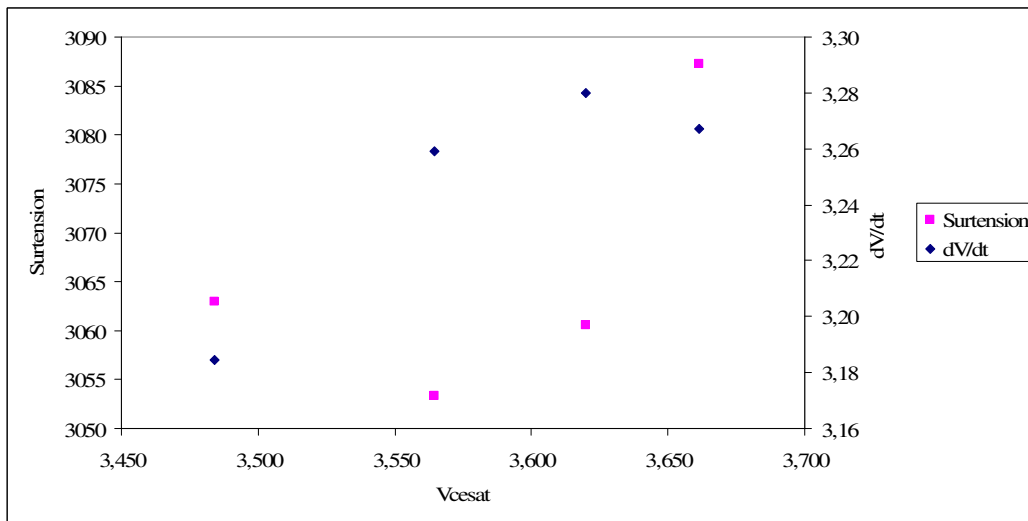
Point 4 :



Point 5 :

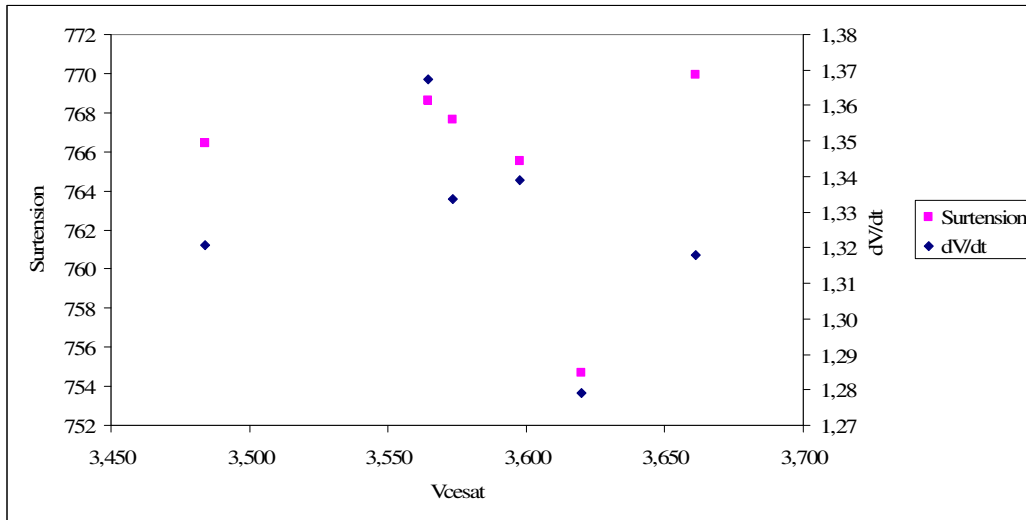


Point 6 :

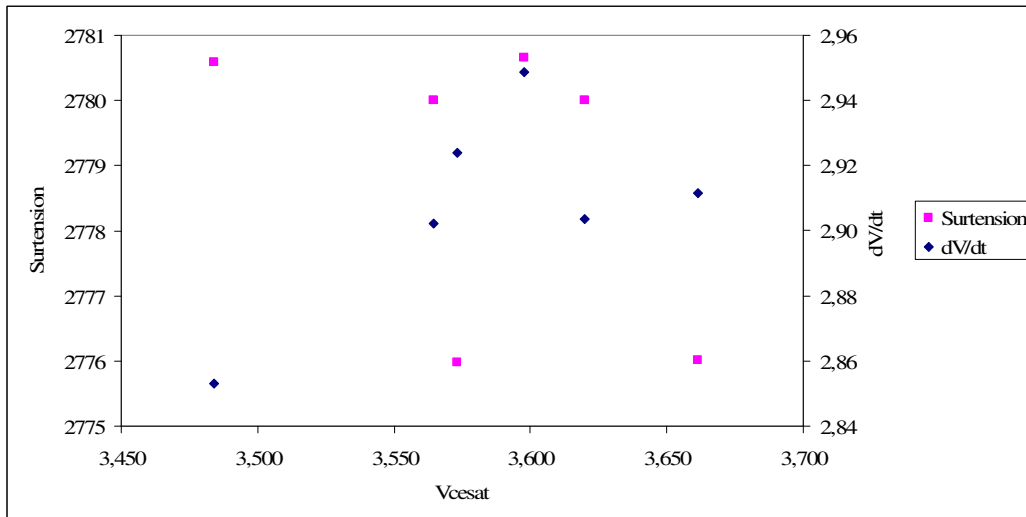


Annexe 3 : Influence des caractéristiques statiques

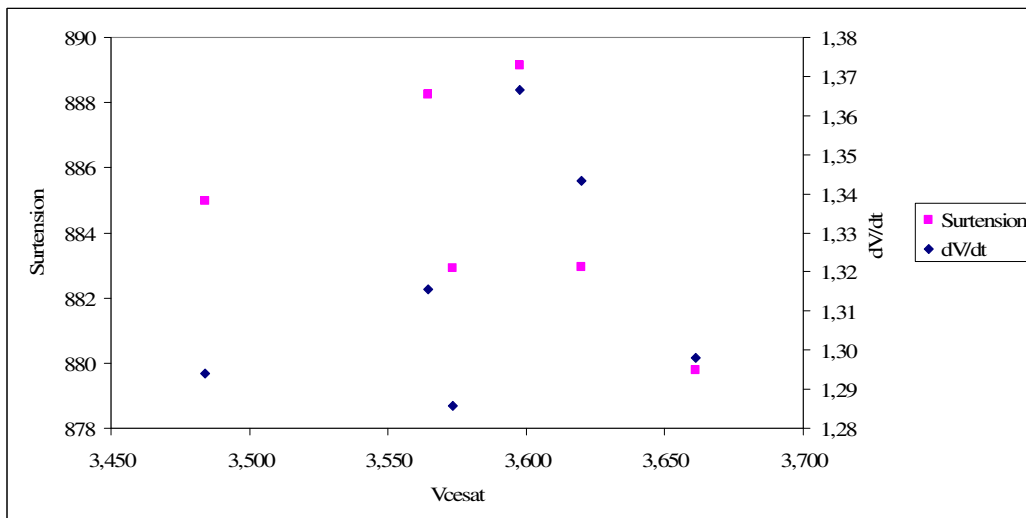
Point 7 :



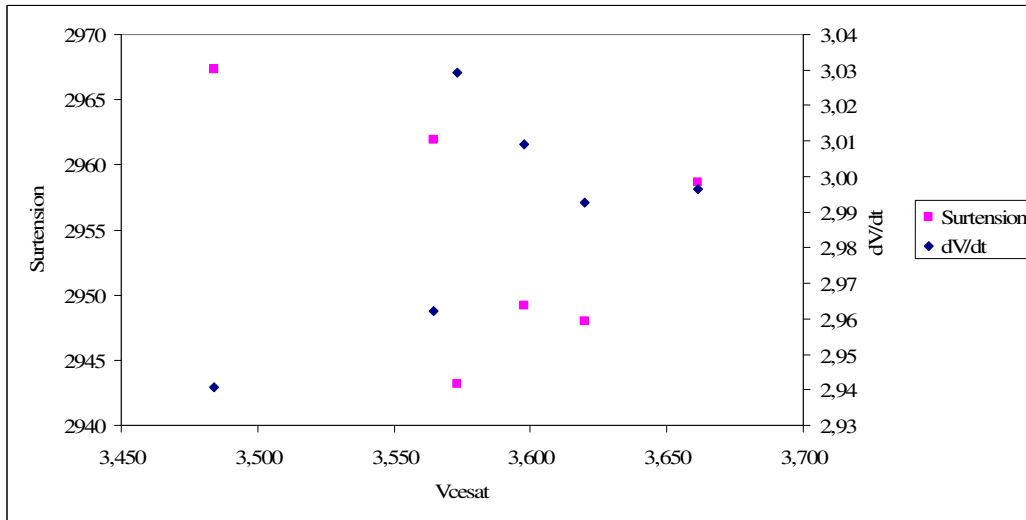
Point 8 :



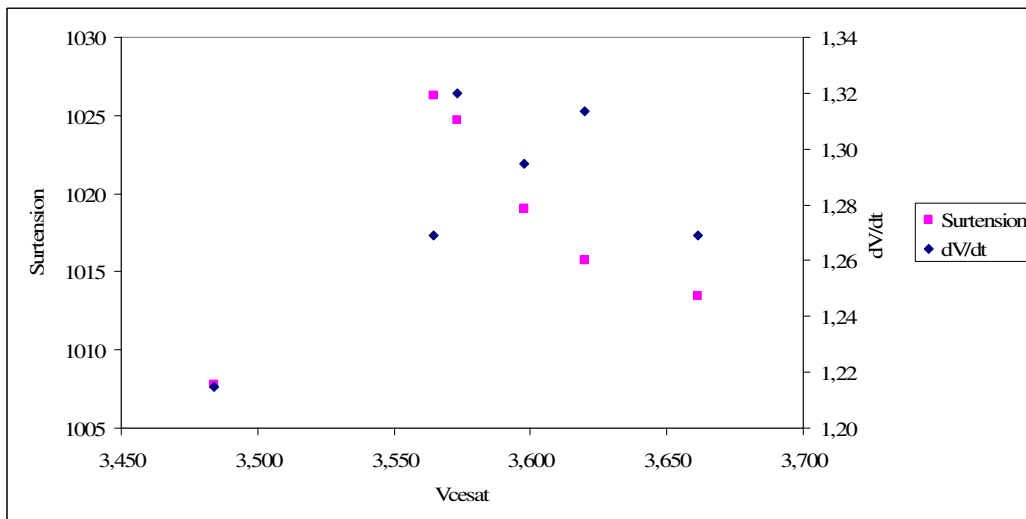
Point 9 :



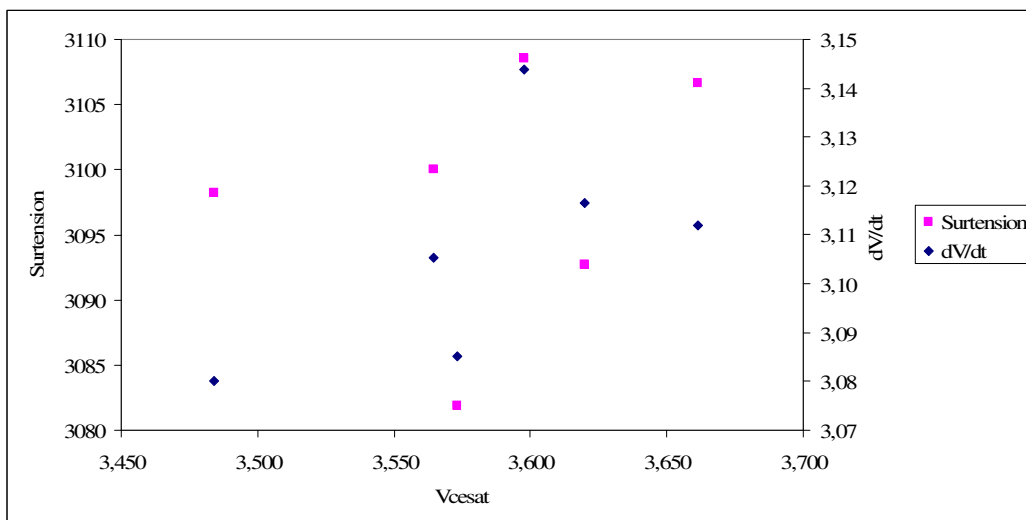
Point 10 :



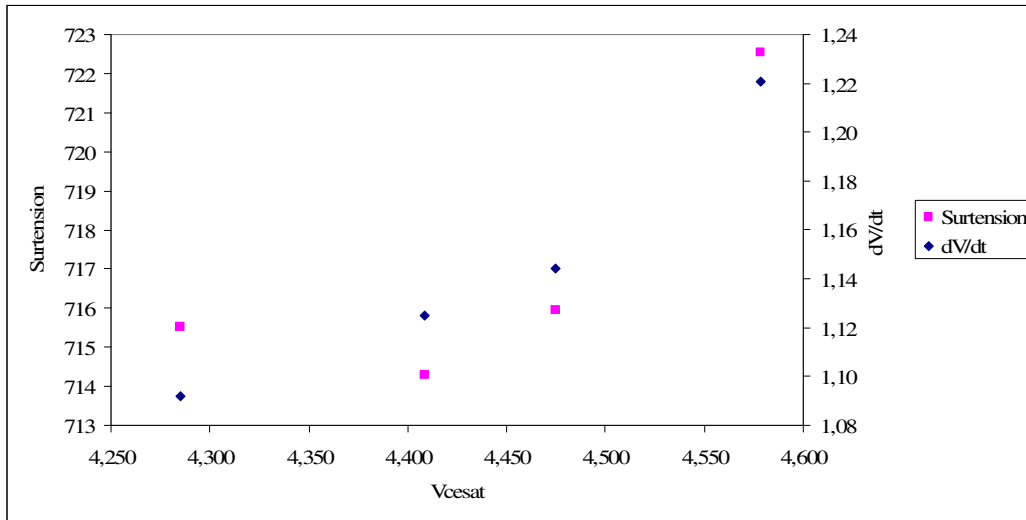
Point 11 :



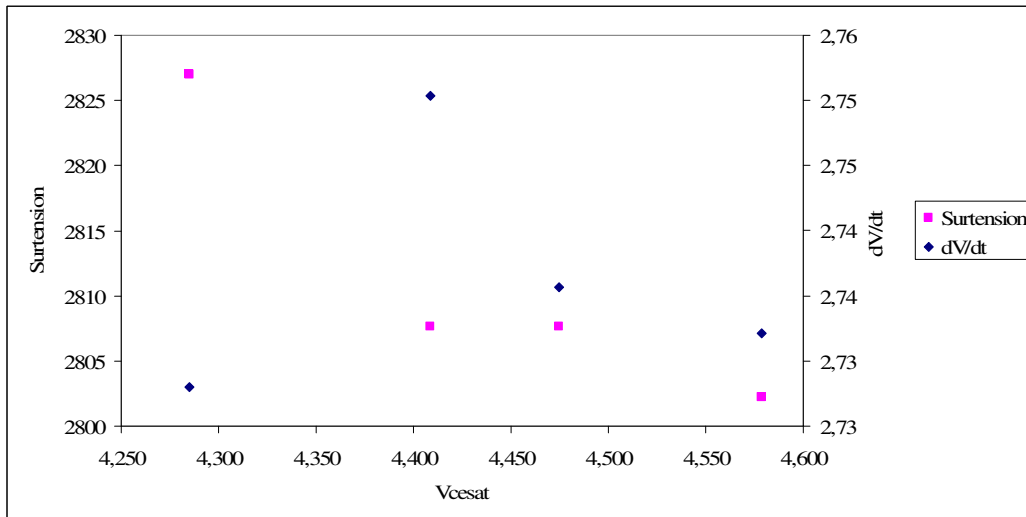
Point 12 :



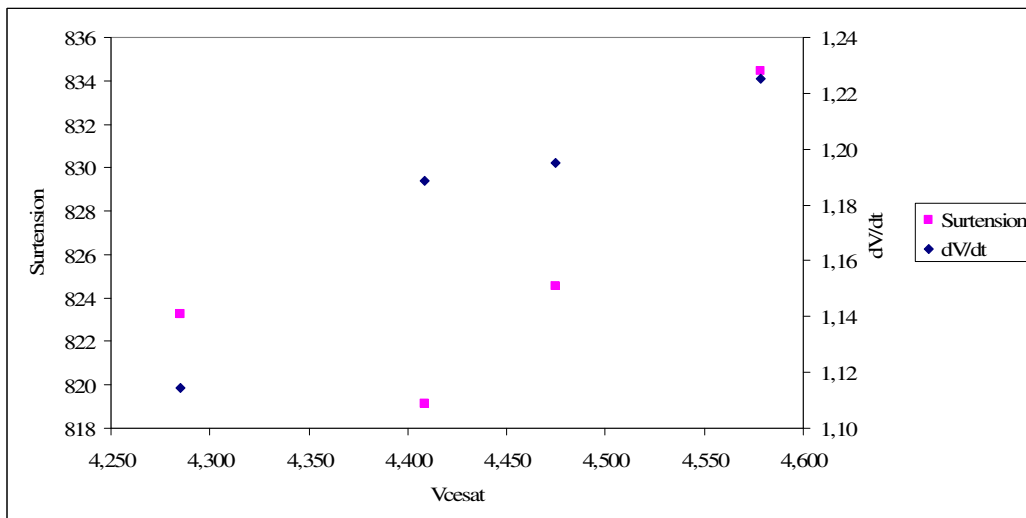
Point 13 :



Point 14 :



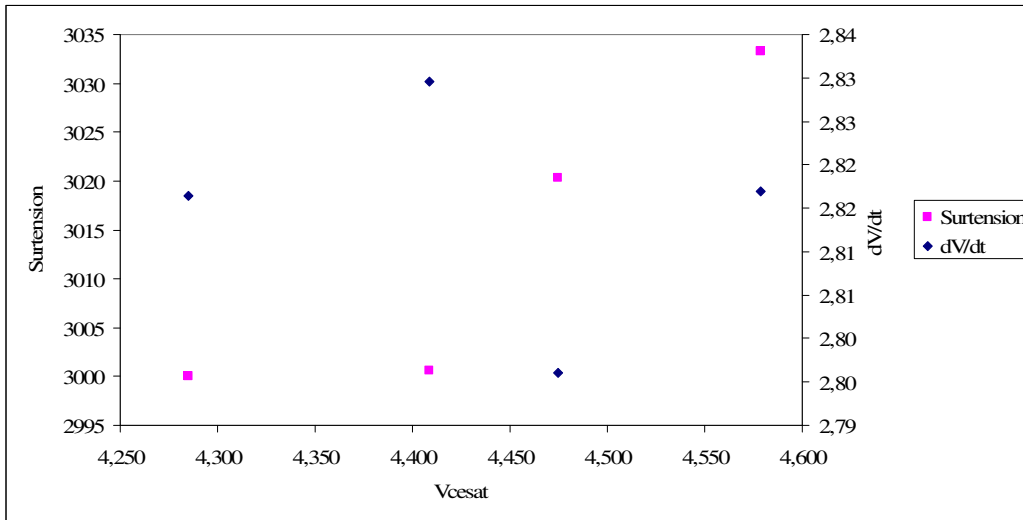
Point 15 :



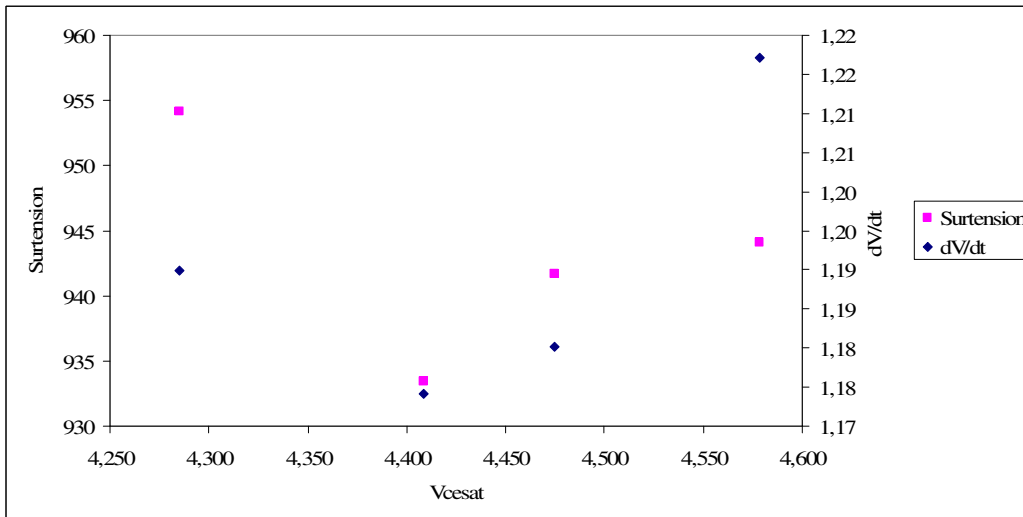


Annexe 3 : Influence des caractéristiques statiques

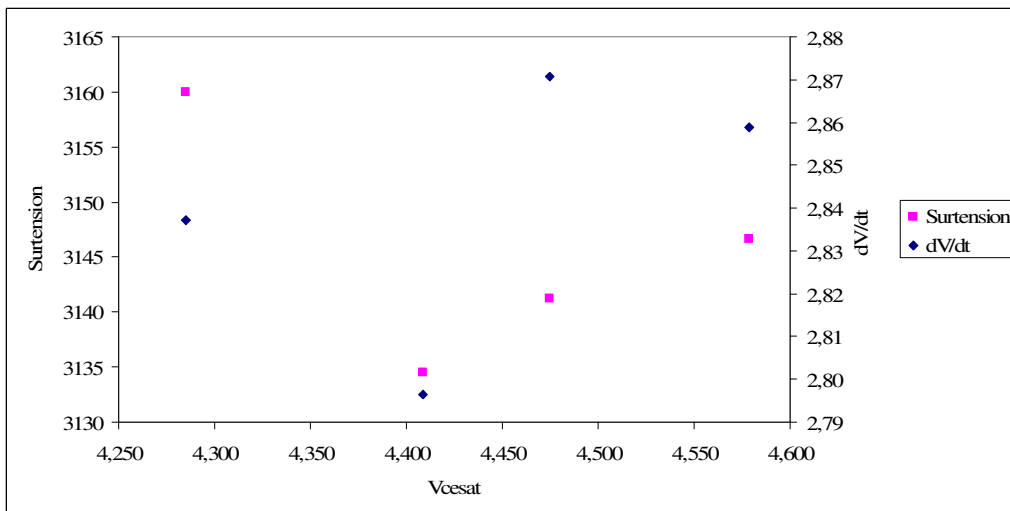
Point 16 :



Point 17 :



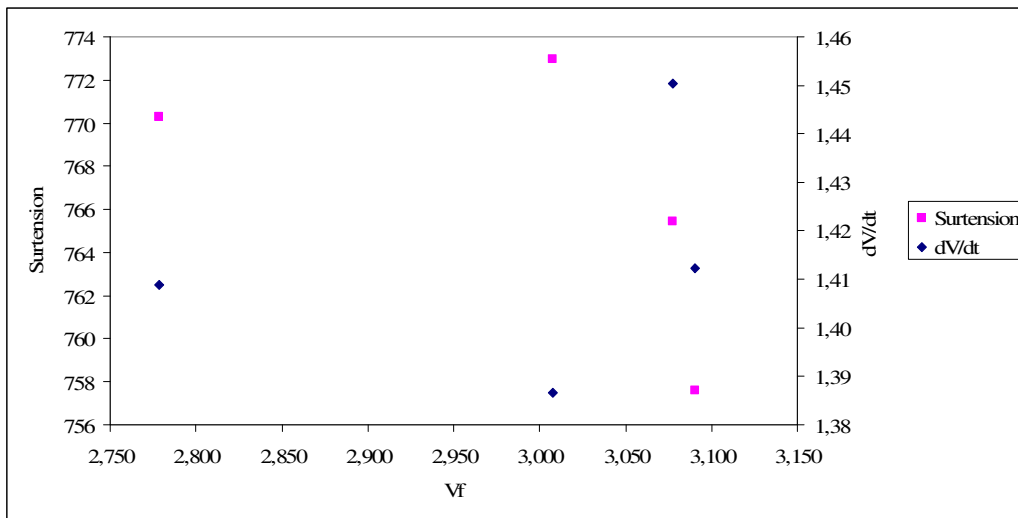
Point 18 :



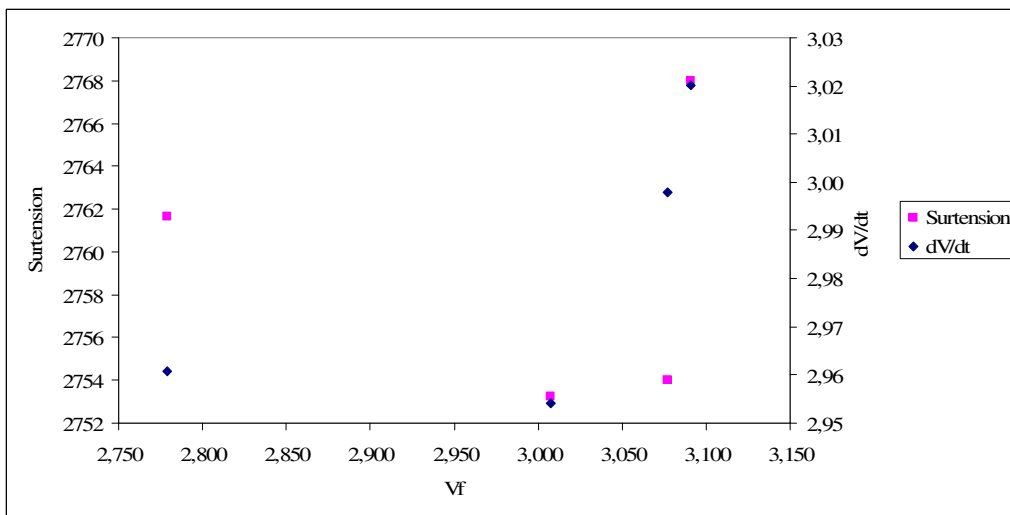
Annexe 3 : Influence des caractéristiques statiques

Evolution des performances dynamiques, surtension et vitesse de commutation, en fonction de la chute de tension aux bornes de la diode,  $V_f$  :

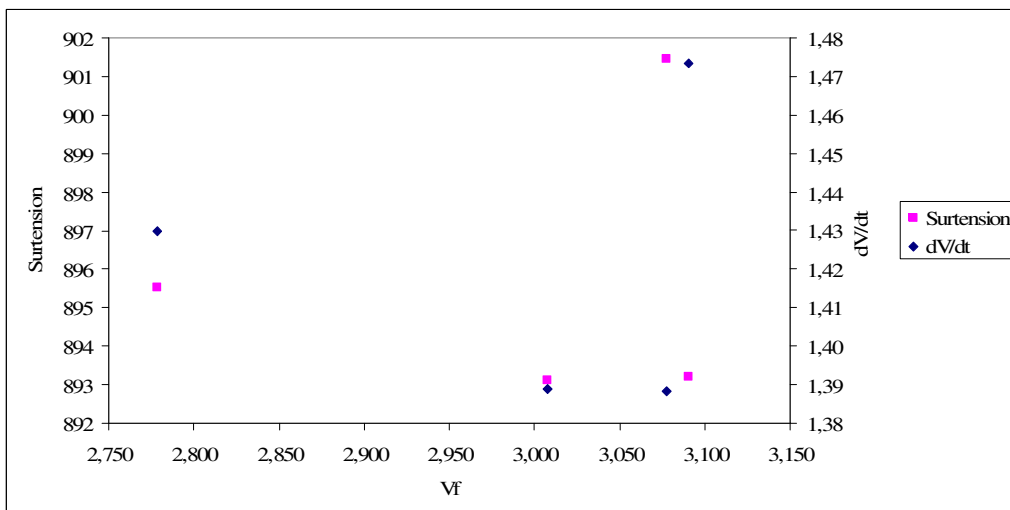
Point 1 :



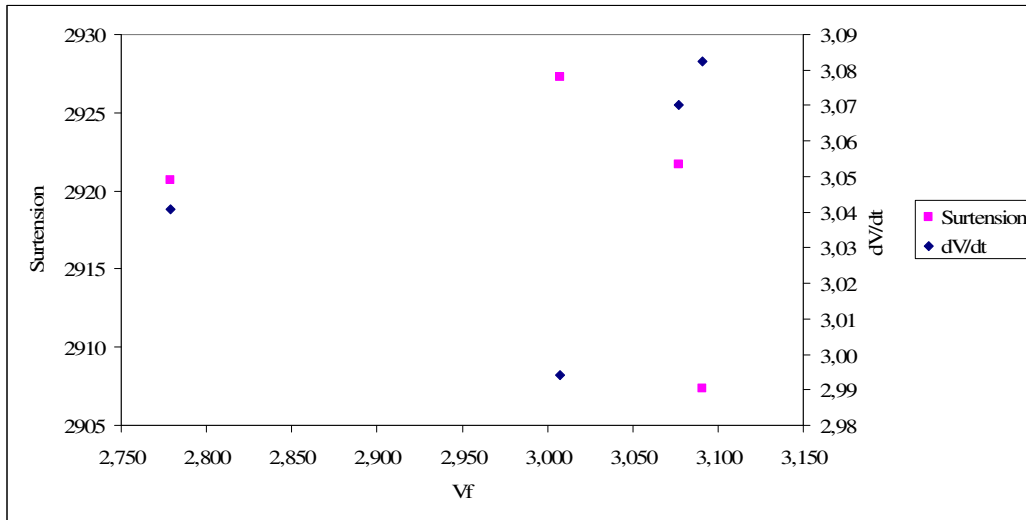
Point 2 :



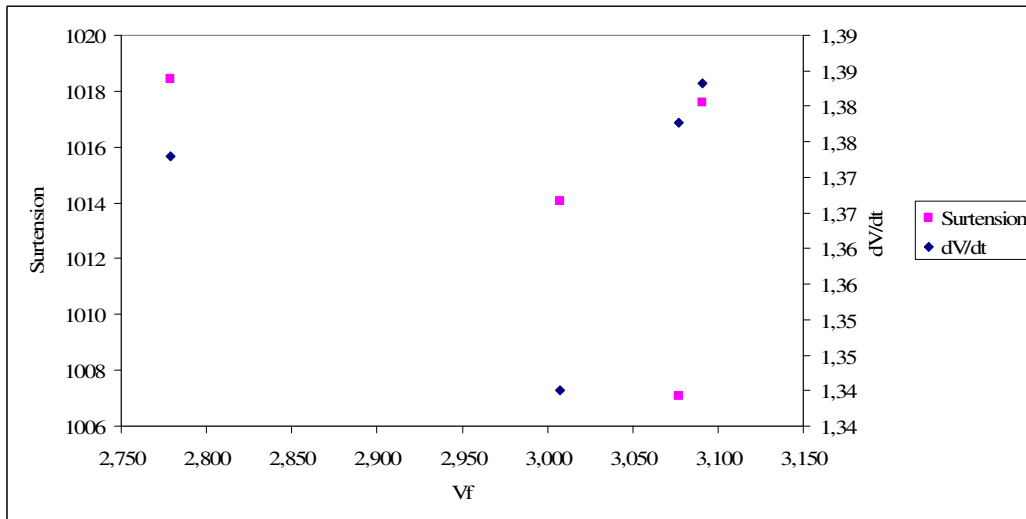
Point 3 :



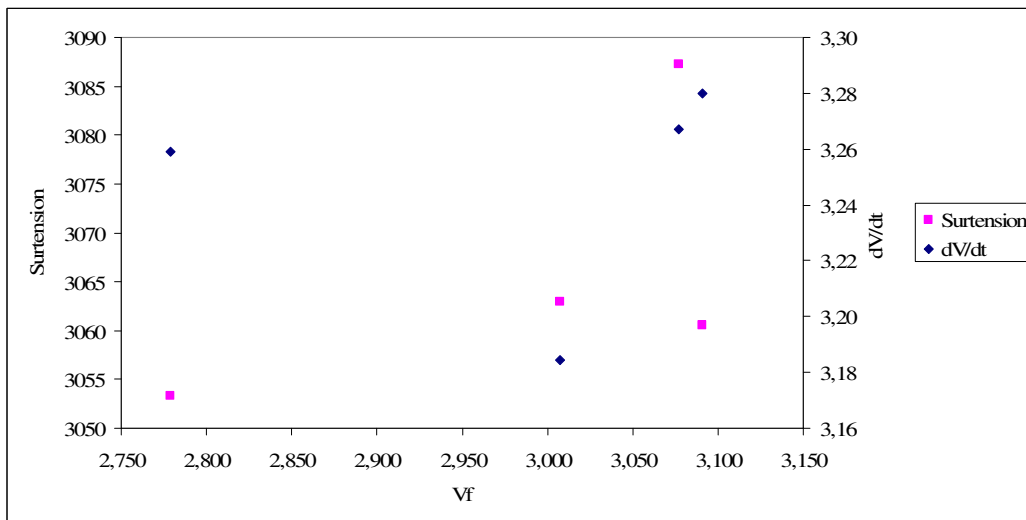
Point 4 :



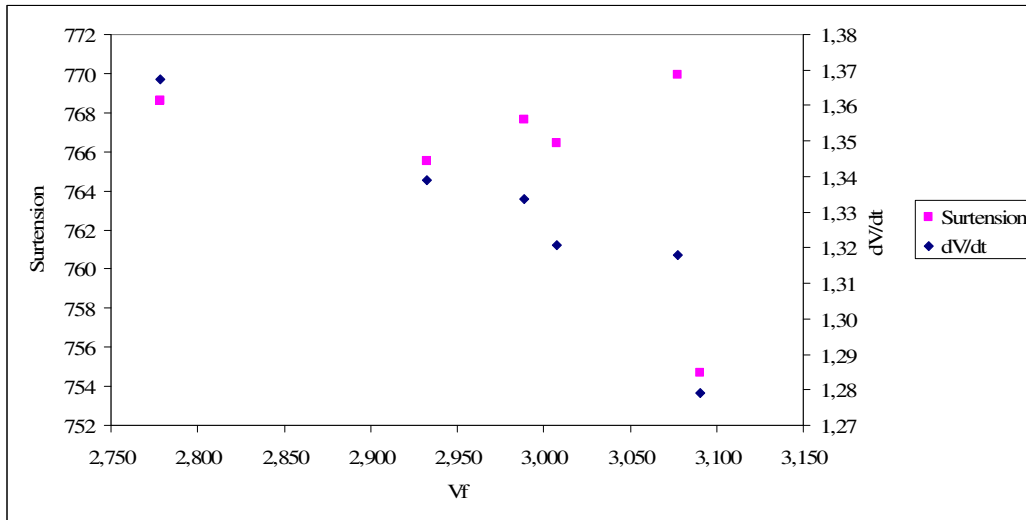
Point 5 :



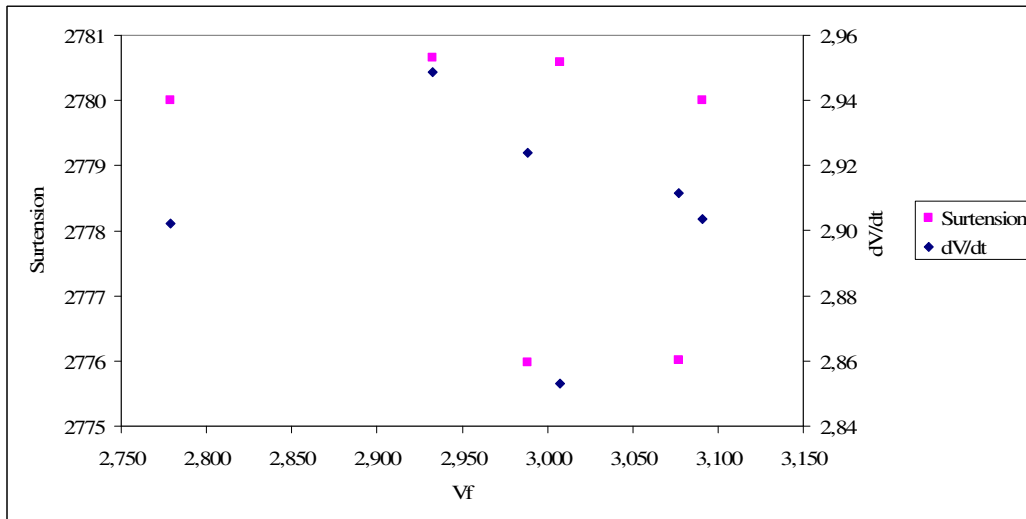
Point 6 :



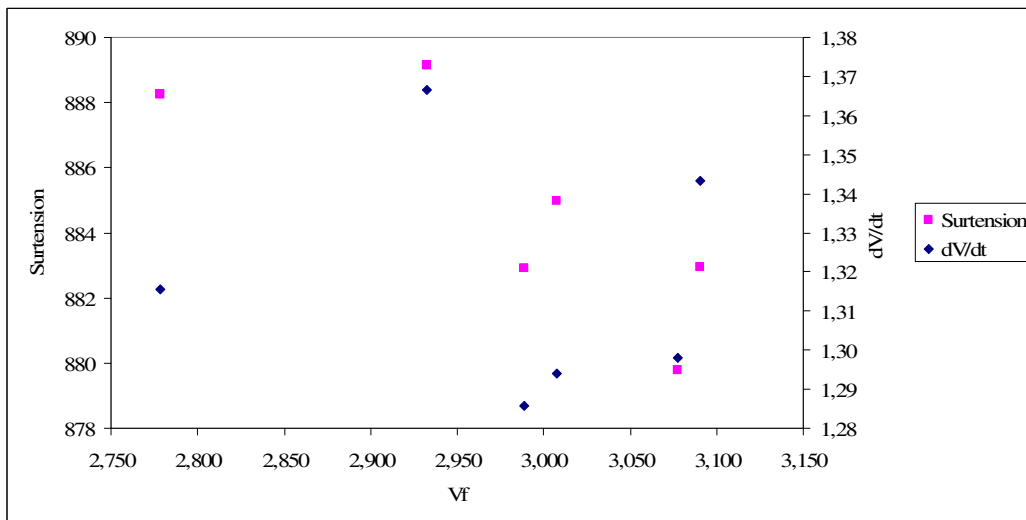
Point 7 :



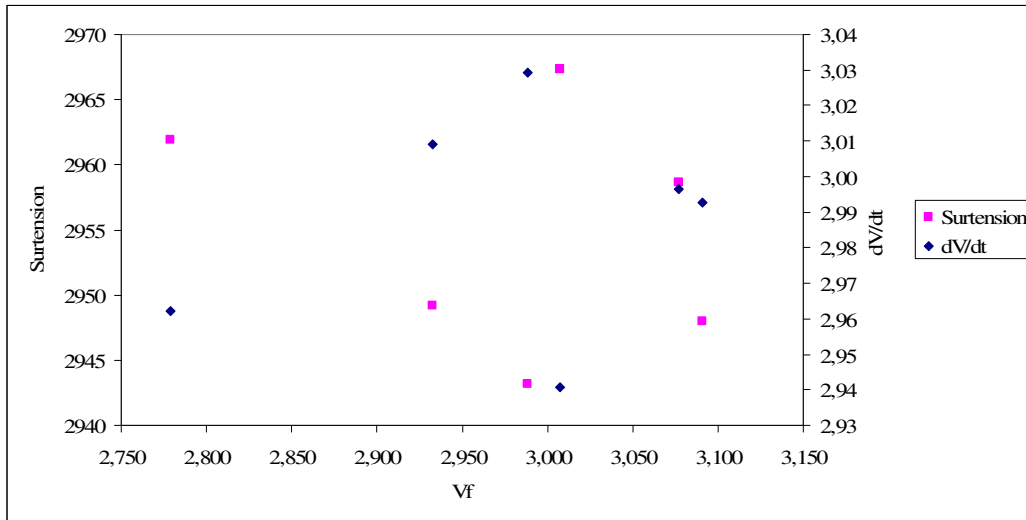
Point 8 :



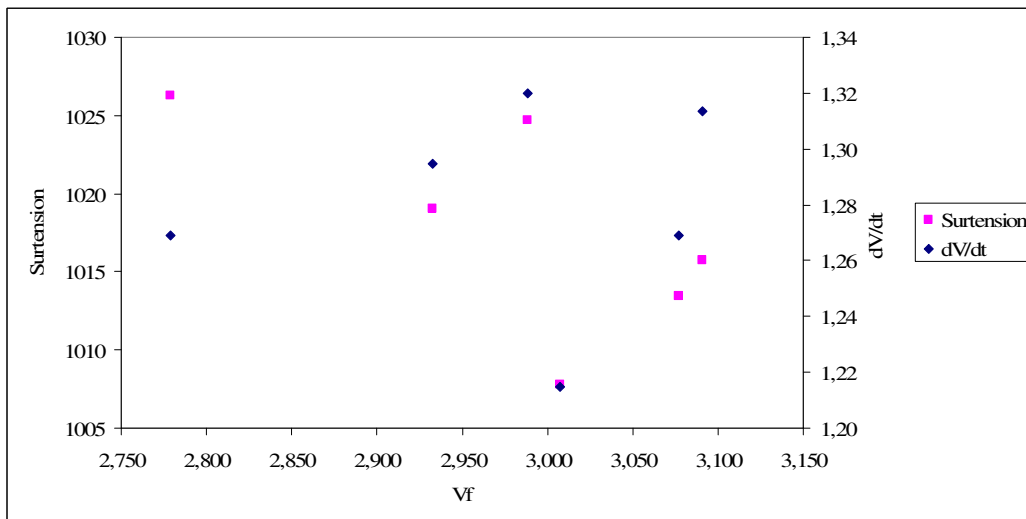
Point 9 :



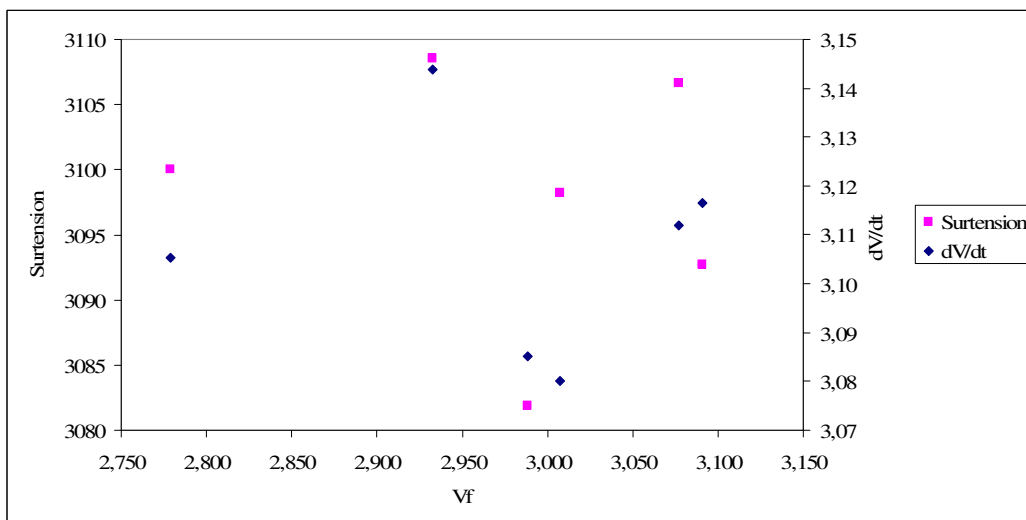
Point 10 :



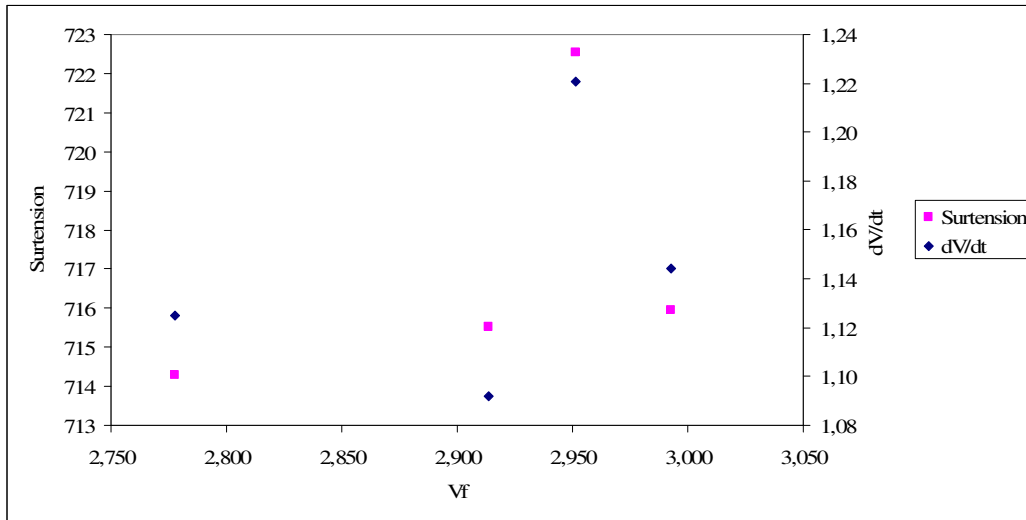
Point 11:



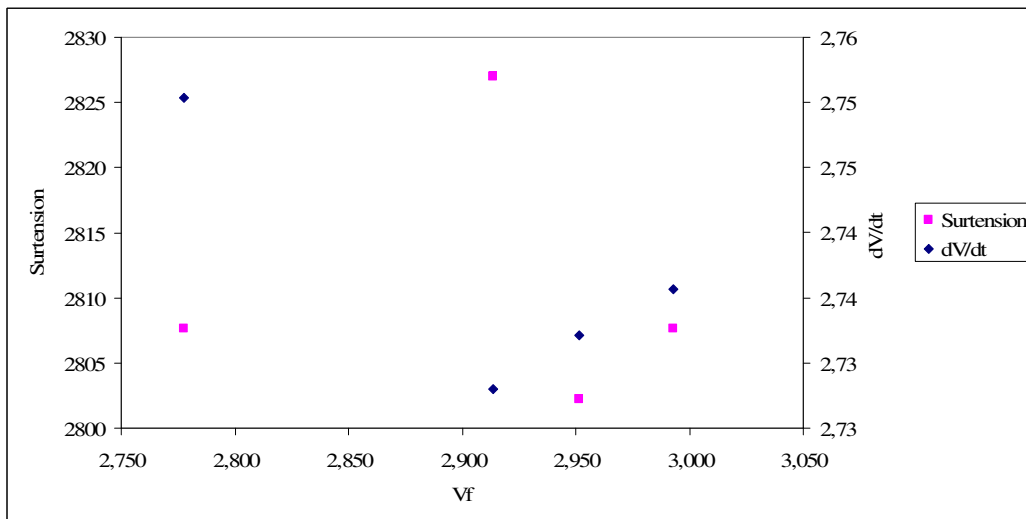
Point 12 :



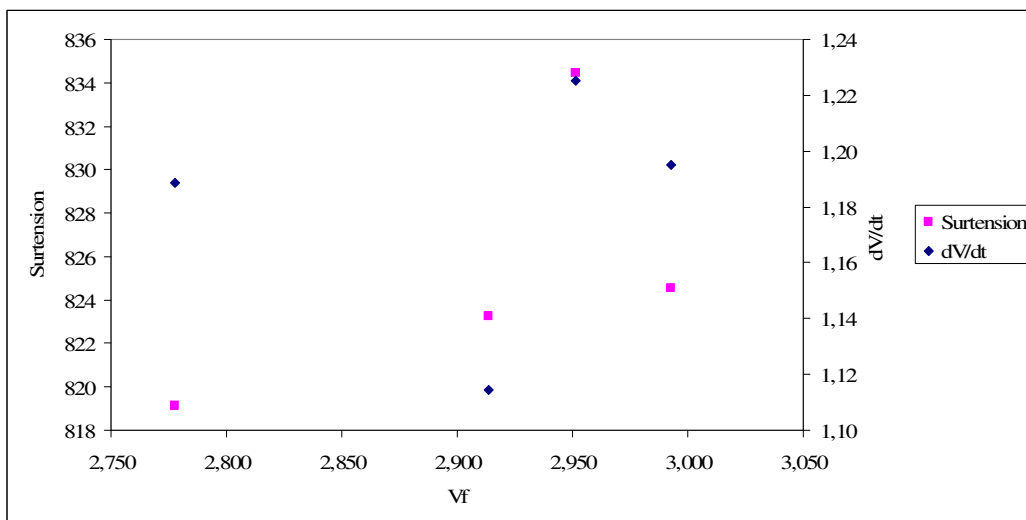
Point 13 :



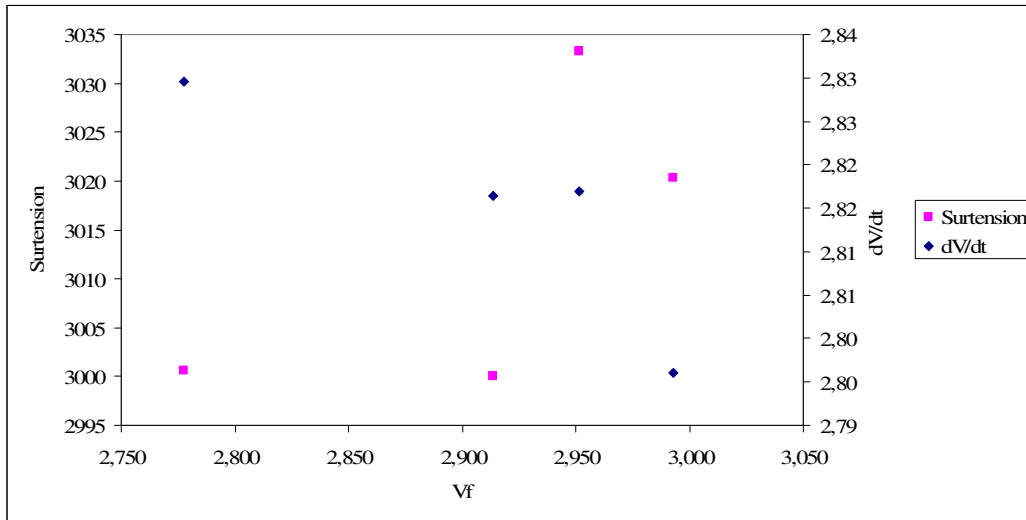
Point 14 :



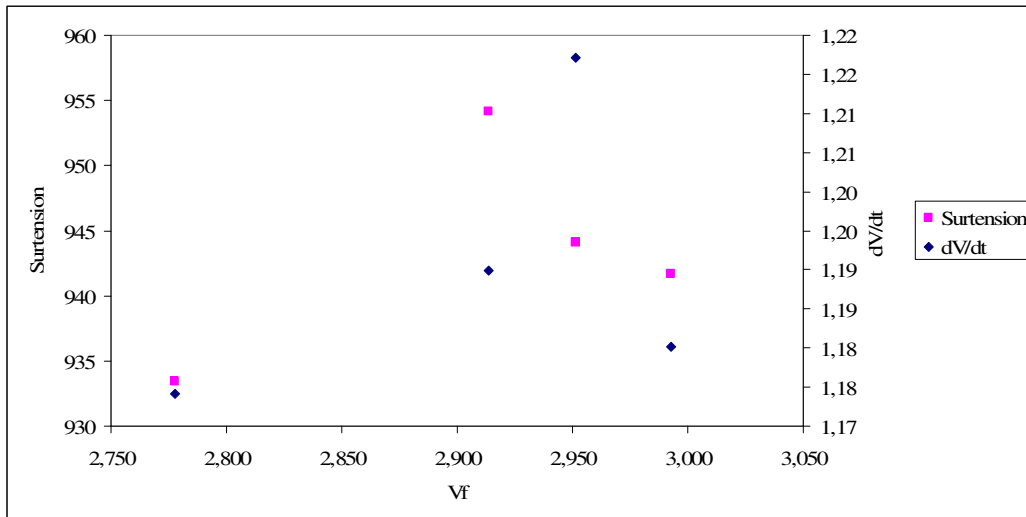
Point 15 :



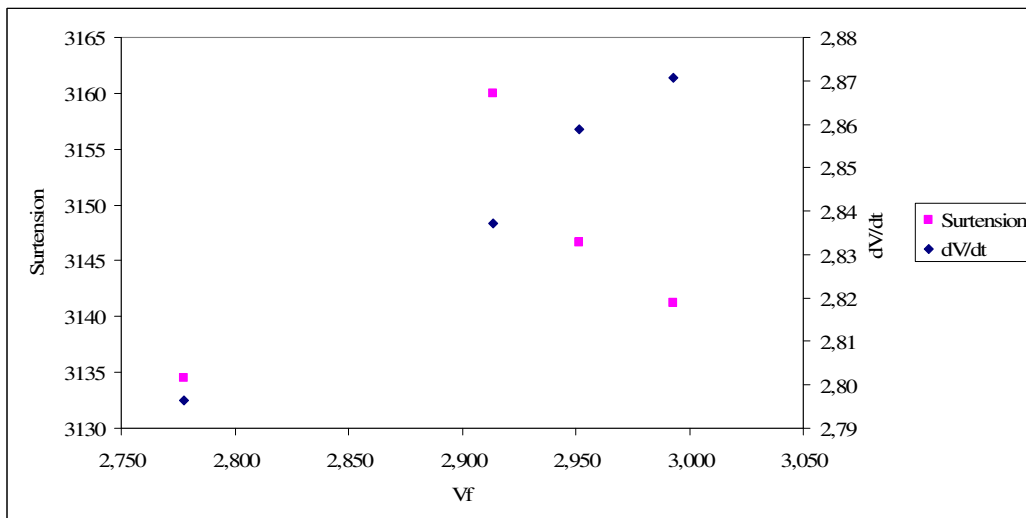
Point 16 :



Point 17 :



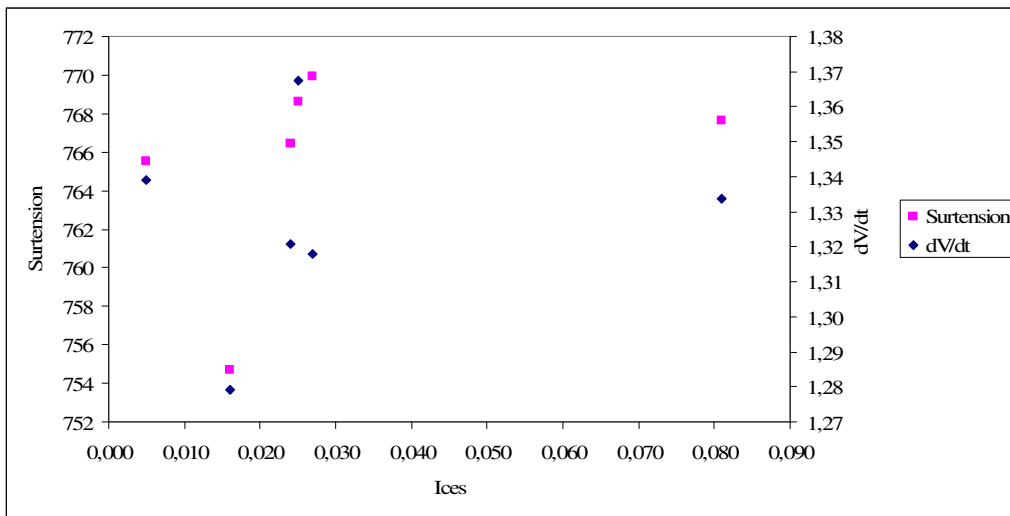
Point 18 :



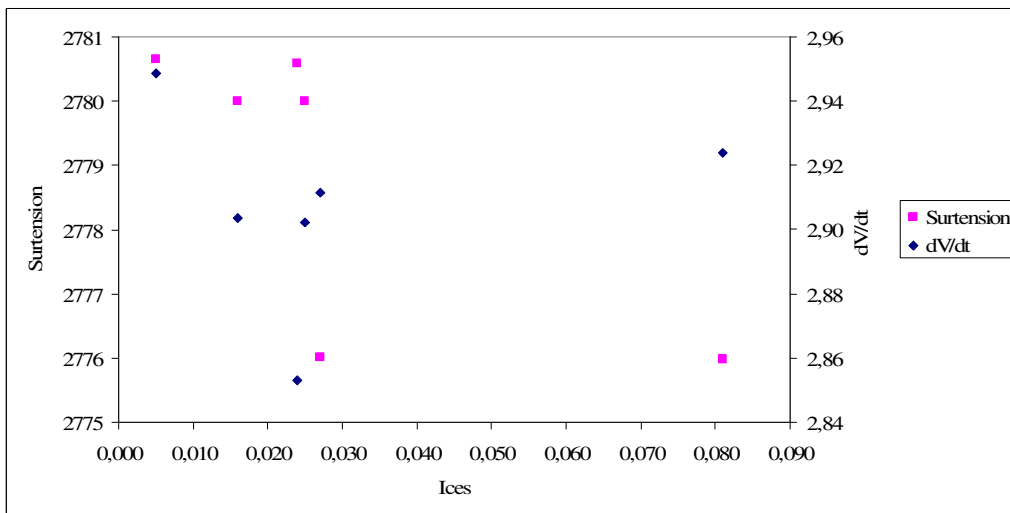
Annexe 3 : Influence des caractéristiques statiques

Evolution des performances dynamiques, surtension et vitesse de commutation, en fonction du courant de fuite,  $I_{ces}$  :

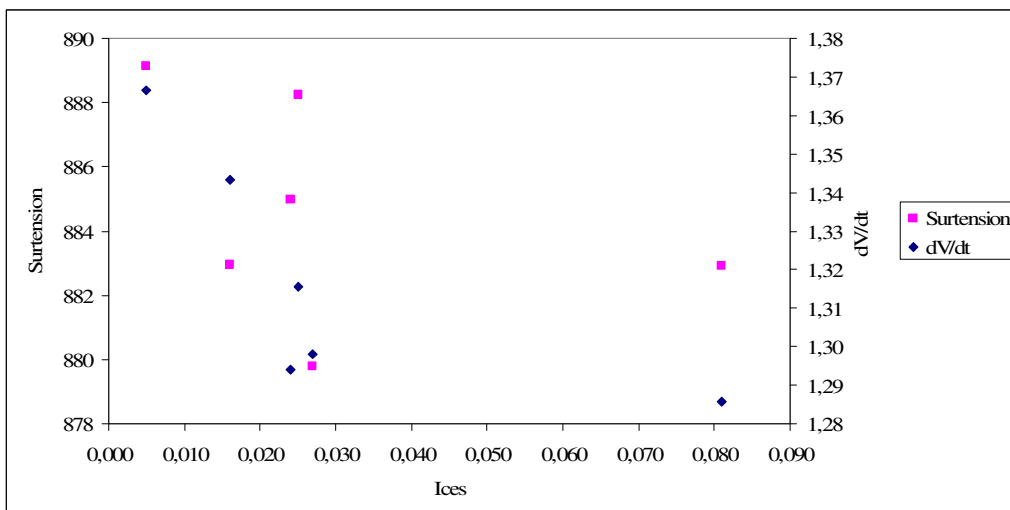
Point 7 :



Point 8 :

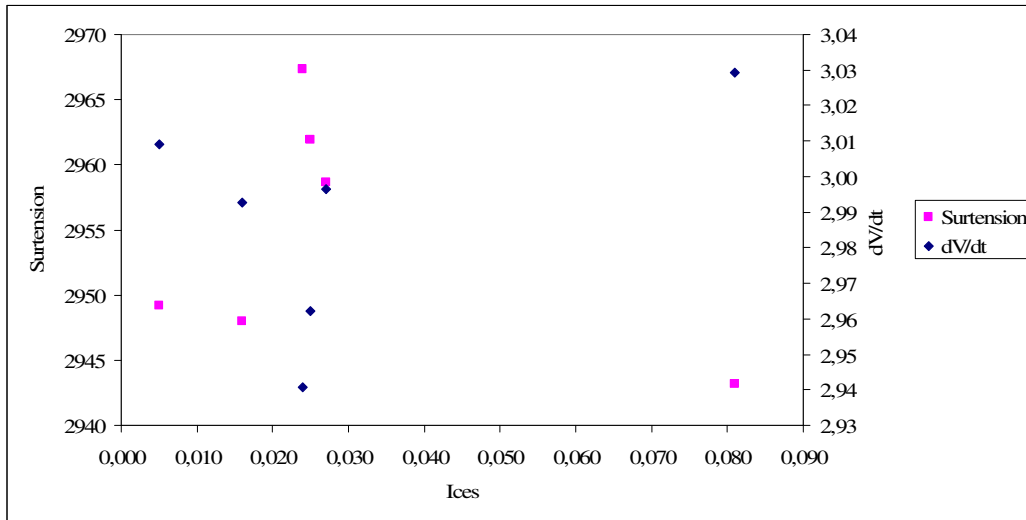


Point 9 :

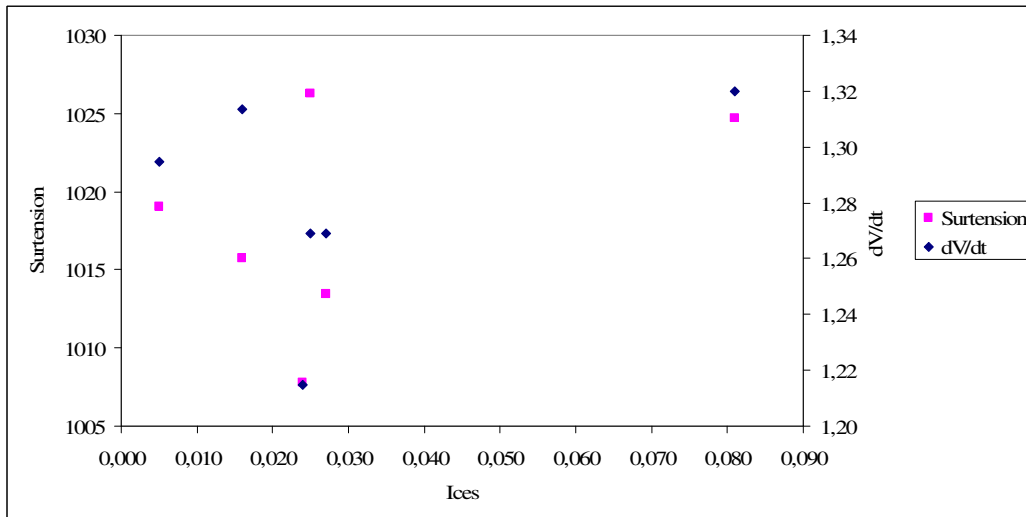




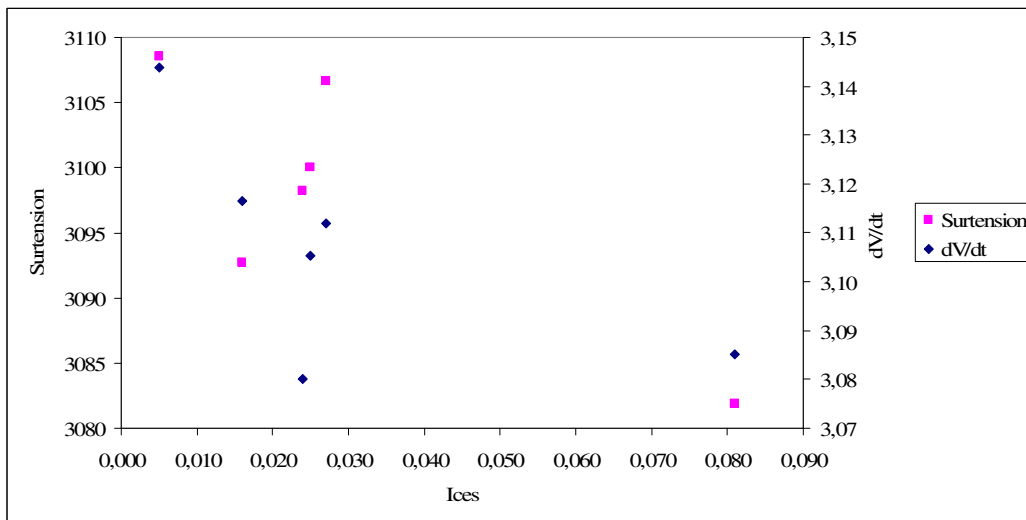
Point 10 :



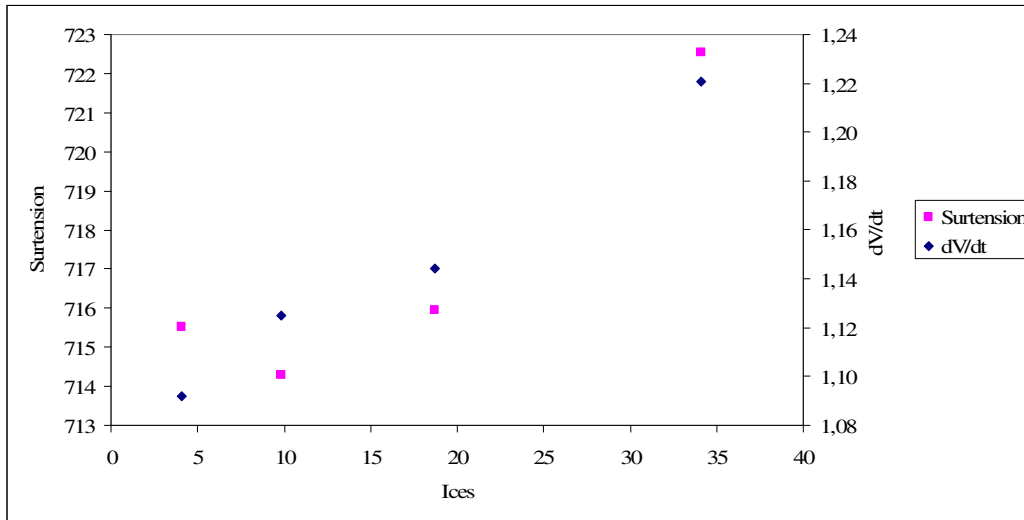
Point 11 :



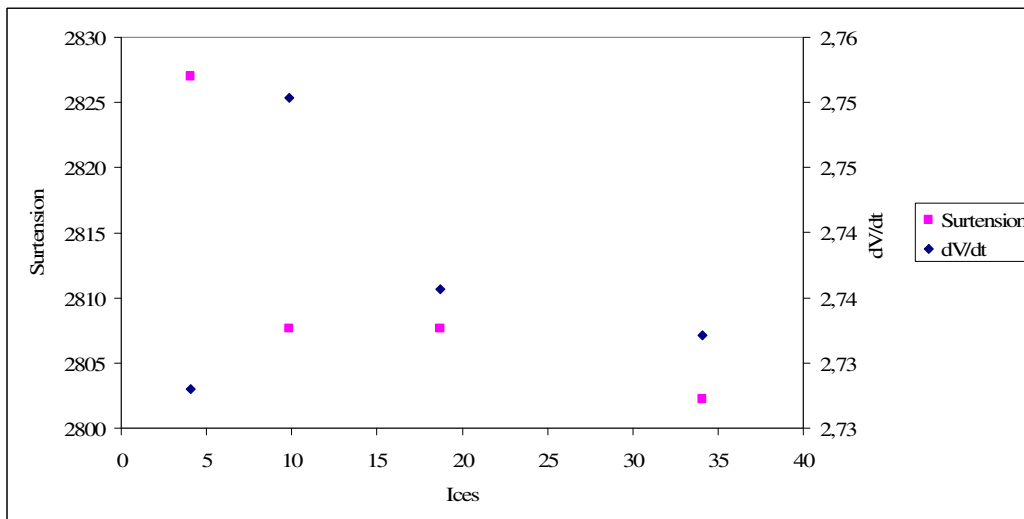
Point 12 :



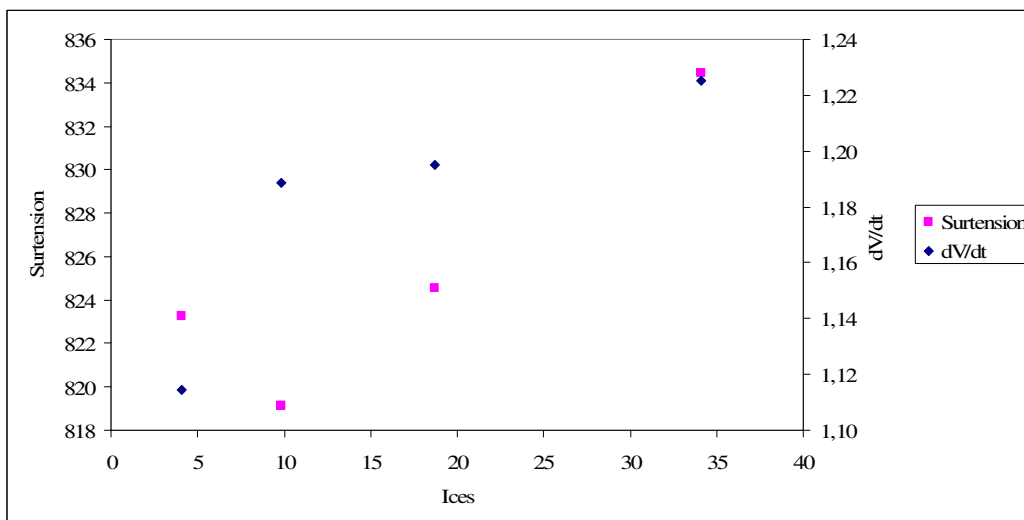
Point 13 :



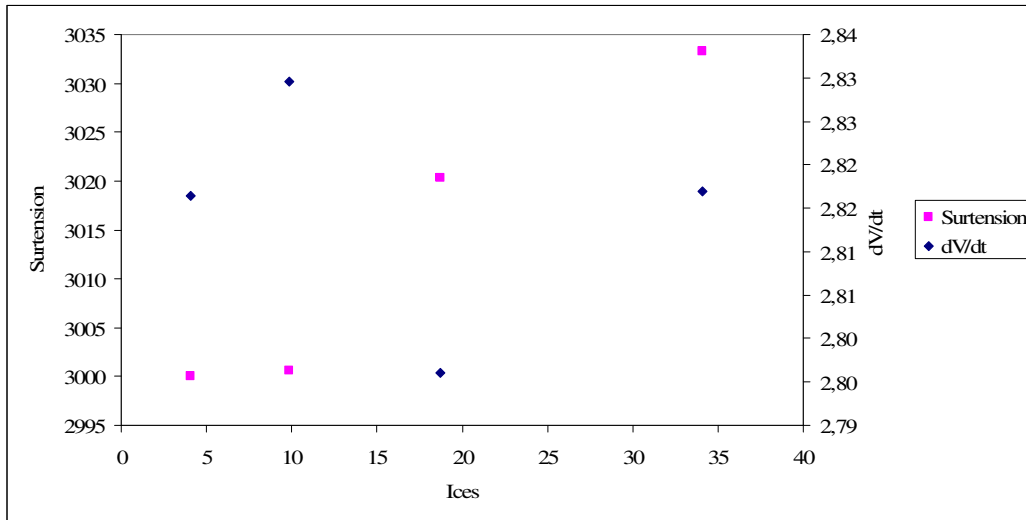
Point 14 :



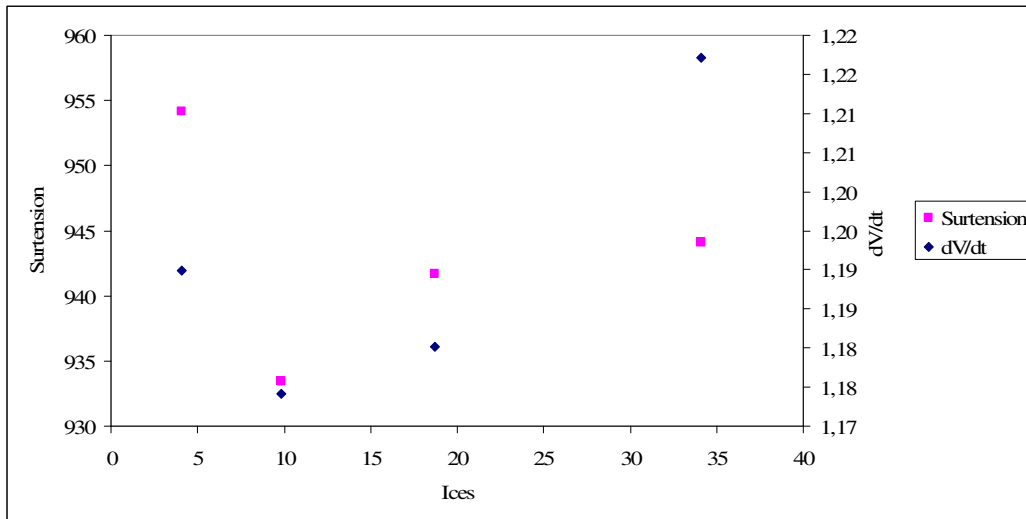
Point 15 :



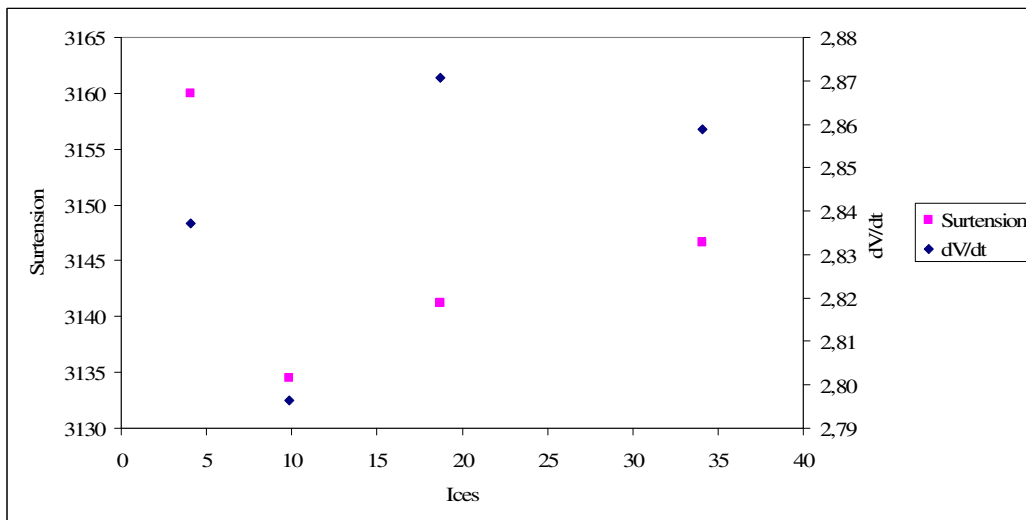
Point 16 :



Point 17 :



Point 18 :





**Annexe 4 :**  
**Plan 1 ; Analyse de variance sur dV/dt**



Annexe 4 : Plan 1, analyse de variance sur  $dV/dt$

Les résultats de vitesse de commutation mesurés ont fait l'objet d'une analyse de variance. Cette analyse permet d'identifier les facteurs et interactions ayant une influence statistiquement significative sur les variations de la vitesse de commutation.

|        | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion   | P          |
|--------|------------------|-----|-----------------|--|--|--------------|------------|
| U      | 58,7940          | 1   | 58,7940         | 35974,5297   | 5,2470   | influent     | 1,1676E-94 |
| I      | 0,1022           | 2   | 0,0511          | 31,2794  | 3,8903   | influent     | 1,9685E-08 |
| T°C    | 0,8548           | 2   | 0,4274          | 261,5209   | 3,8903   | influent     | 3,3147E-31 |
| U*I    | 0,1627           | 2   | 0,0814          | 49,7836  | 3,8903   | influent     | 3,5602E-12 |
| U*T°C  | 0,0194           | 2   | 0,0097          | 5,9355   | 3,8903   | influent     | 0,4158     |
| I*T°C  | 0,0073           | 4   | 0,0018          | 1,1223   | 2,9748   | non influent | 35,3063    |
| Résidu | 0,1144           | 70  | 0,0016          |  |  |              |            |
| Total  | 60,0550          | 83  |                 |  |  |              |            |

Après suppression des éléments jugés non influents, la significativité des éléments restant est vérifiée.

|        | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion | P          |
|--------|------------------|-----|-----------------|--|--|------------|------------|
| U      | 58,7940          | 1   | 58,7940         | 35738,3400   | 5,2346   | influent   | 4,253E-99  |
| I      | 0,1022           | 2   | 0,0511          | 31,0741  | 3,8790   | influent   | 1,5964E-08 |
| T°C    | 0,8548           | 2   | 0,4274          | 259,8039   | 3,8790   | influent   | 3,4841E-32 |
| U*I    | 0,1627           | 2   | 0,0814          | 49,4567  | 3,8790   | influent   | 2,301E-12  |
| U*T°C  | 0,0194           | 2   | 0,0097          | 5,8965   | 3,8790   | influent   | 0,4206     |
| Résidu | 0,1217           | 74  | 0,0016          |  |  |            |            |
| Total  | 60,0550          | 83  |                 |  |  |            |            |

Les trois facteurs étudiés et les interactions entre la tension et le courant et entre la tension et la température ont une influence statistiquement significative sur la vitesse de commutation des modules.





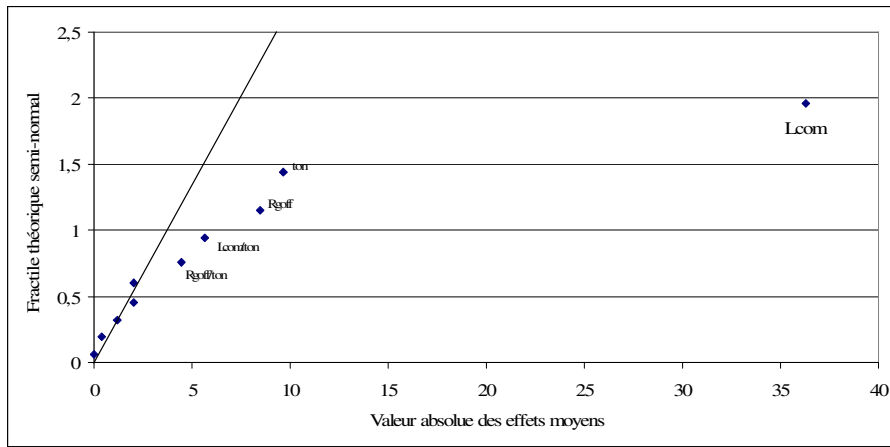
# Annexe 5 : Plan 2 ; Analyse statistique des résultats



## Annexe 5.1 : Méthode de Daniel

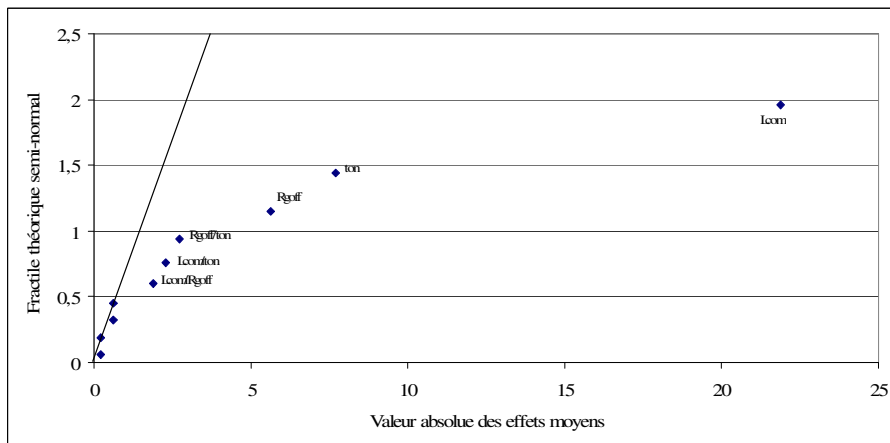
Surtension :

Au point *a* (500 V ; 600 A) :



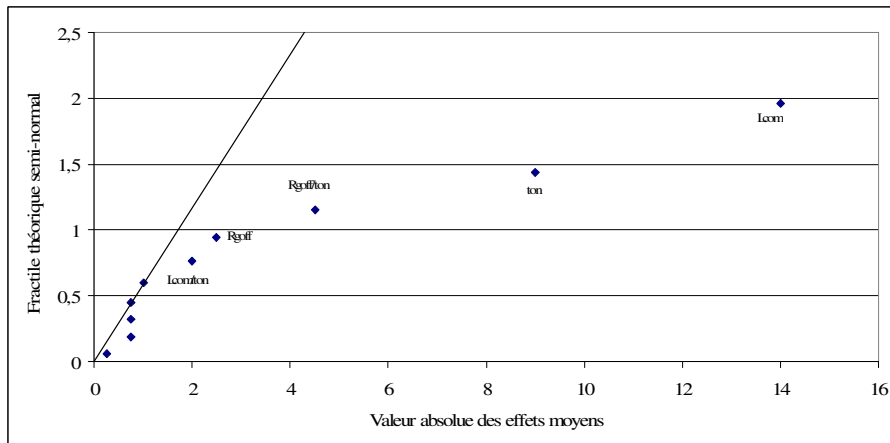
*Droite de Daniel pour la surtension au point a*

Au point *b* (1200 V ; 1000 A) :



*Droite de Daniel pour la surtension au point b*

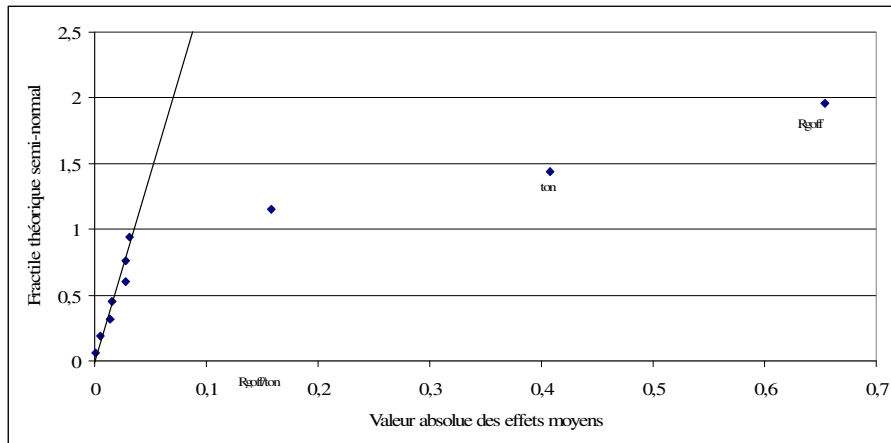
Au point *c* (2000 V ; 1500 A) :



*Droite de Daniel pour la surtension au point c*

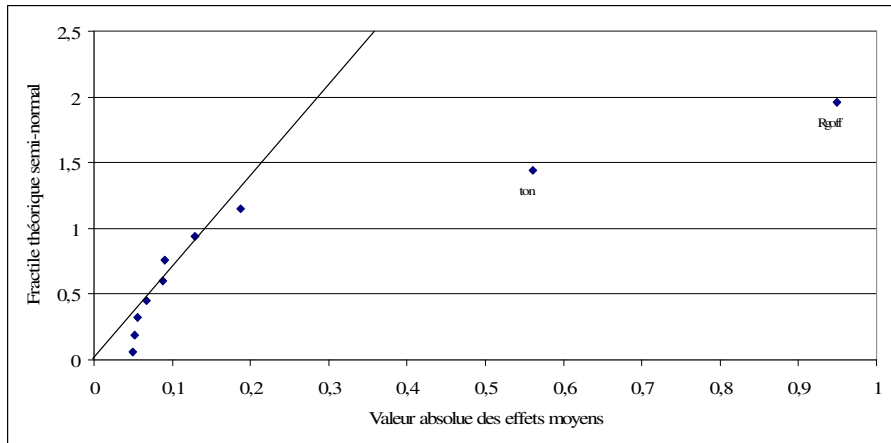
Vitesse de commutation :

Au point *a* (500 V ; 600 A) :



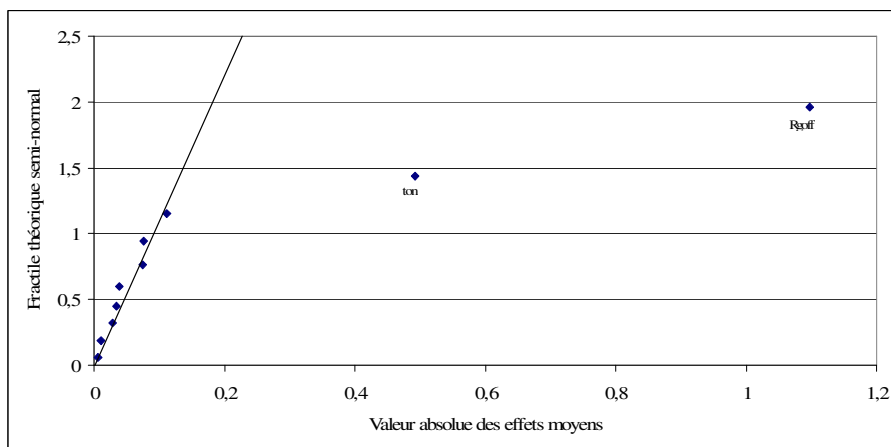
*Droite de Daniel pour la vitesse de commutation au point a*

Au point *b* (1200 V ; 1000 A) :



*Droite de Daniel pour la vitesse de commutation au point b*

Au point *c* (2000 V ; 1500 A) :

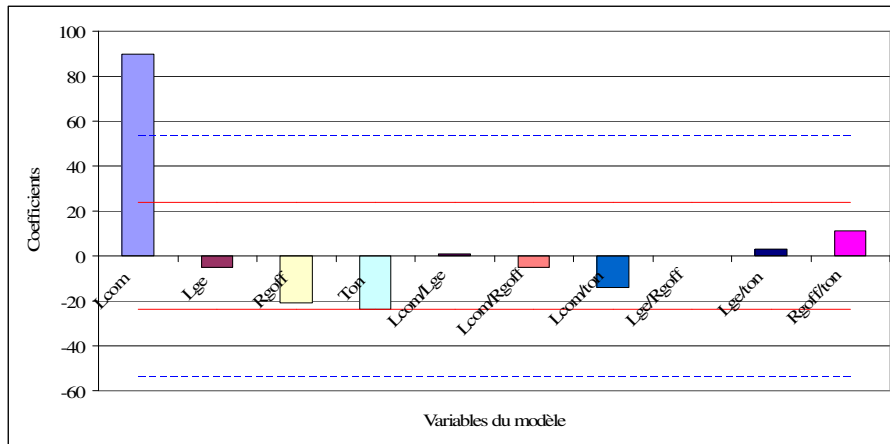


*Droite de Daniel pour la vitesse de commutation au point c*

## Annexe 5.2 : Méthode de Lenth

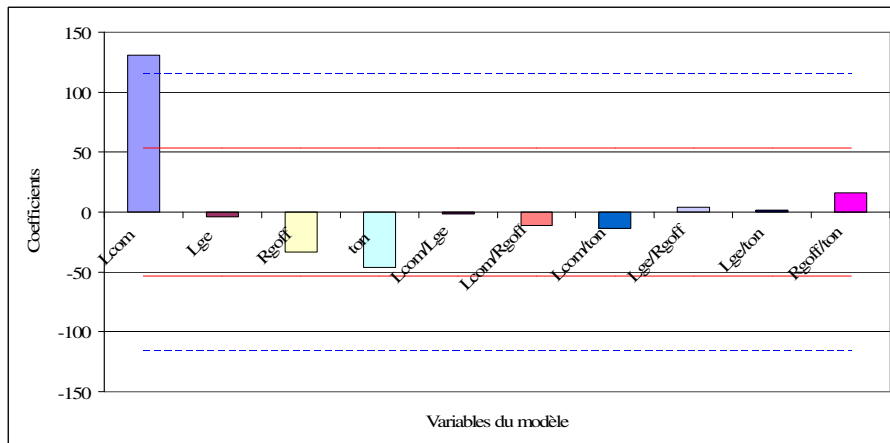
Surtension :

Au point *a* (500 V ; 600 A) :



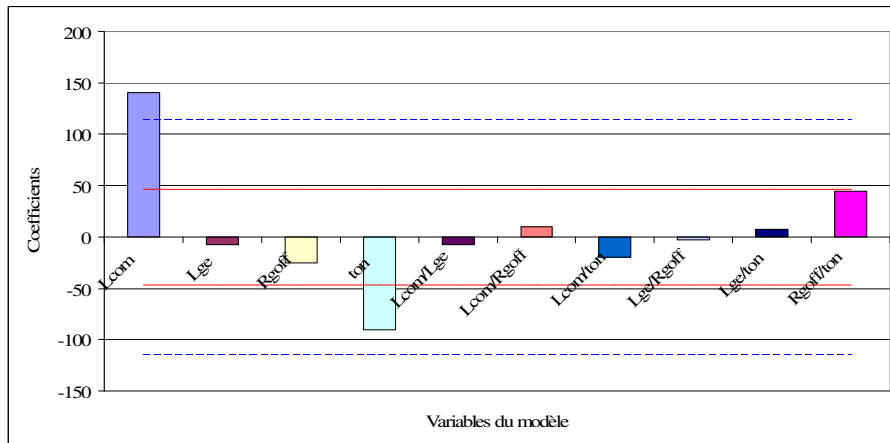
*Méthode de Lenth pour la surtension au point a*

Au point *b* (1200 V ; 1000 A) :



*Méthode de Lenth pour la surtension au point b*

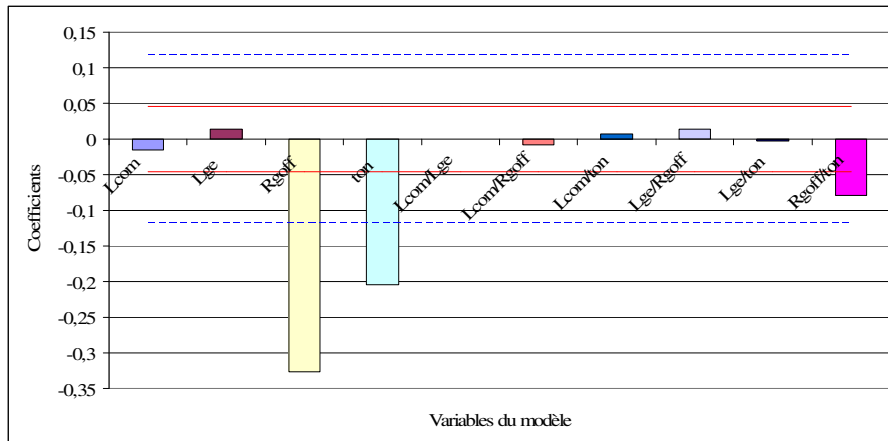
Au point *c* (2000 V ; 1500 A) :



*Méthode de Lenth pour la surtension au point c*

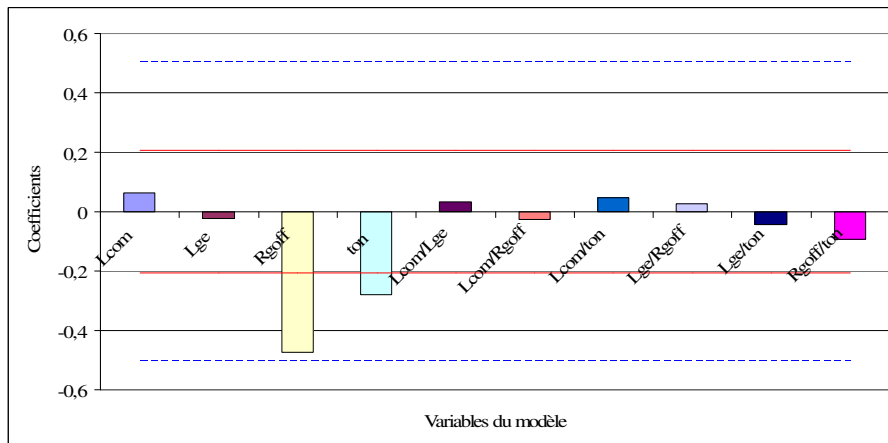
Vitesse de commutation :

Au point *a* (500 V ; 600 A) :



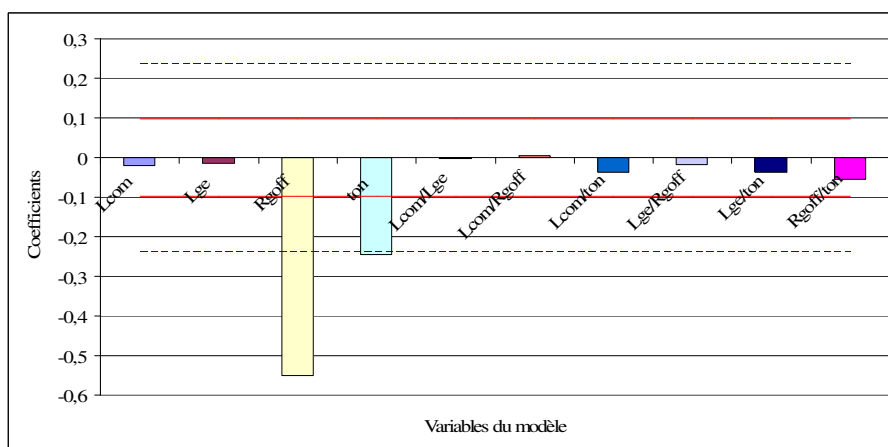
*Méthode de Lenth pour la vitesse de commutation au point a*

Au point *b* (1200 V ; 1000 A) :



*Méthode de Lenth pour la vitesse de commutation au point b*

Au point *c* (2000 V ; 1500 A) :



*Méthode de Lenth pour la vitesse de commutation au point c*

### Annexe 5.3 : Analyse de Variance

Surtension :

Au point *a* (500 V ; 600 A) :

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)</sub> (ddl <sub>i</sub> ;ddl <sub>r</sub> ) | Conclusion          | P           |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|---|---------------------|-------------|
| Lcom                               | 129600           | 1   | 129600          | 1065,7895  | 10,007  | <b>influent</b>     | 5,06721E-07 |
| Lge                                | 400              | 1   | 400             | 3,2895   | 10,007  | <b>non influent</b> | 0,1295      |
| Rg <sub>off</sub>                  | 7056             | 1   | 7056            | 58,0263  | 10,007  | <b>influent</b>     | 0,0006      |
| t <sub>on</sub>                    | 9216             | 1   | 9216            | 75,7895  | 10,007  | <b>influent</b>     | 0,0003      |
| Lcom/Lge                           | 16               | 1   | 16              | 0,1316   | 10,007  | <b>non influent</b> | 0,7316      |
| Lcom/Rg <sub>off</sub>             | 400              | 1   | 400             | 3,2895   | 10,007  | <b>non influent</b> | 0,1295      |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 3136             | 1   | 3136            | 25,7895  | 10,007  | <b>influent</b>     | 0,0038      |
| Lge/Rg <sub>off</sub>              | 0                | 1   | 0               | 0,0000   | 10,007  | <b>non influent</b> | 1           |
| Lge/t <sub>on</sub>                | 144              | 1   | 144             | 1,1842   | 10,007  | <b>non influent</b> | 0,3262      |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 1936             | 1   | 1936            | 15,9211  | 10,007  | <b>influent</b>     | 0,0104      |
| Résidu                             | 608              | 5   | 121,6           |  |   |                     |             |
| Total                              | 152512           | 15  |                 |  |   |                     |             |

ANOVA sur la surtension au point *a*

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)</sub> (ddl <sub>i</sub> ;ddl <sub>r</sub> ) | Conclusion      | P         |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|---|-----------------|-----------|
| Lcom                               | 129600           | 1   | 129600          | 826,53   | 6,937   | <b>influent</b> | 6,037E-11 |
| Rg <sub>off</sub>                  | 7056             | 1   | 7056            | 45,00  | 6,937   | <b>influent</b> | 5,310E-05 |
| t <sub>on</sub>                    | 9216             | 1   | 9216            | 58,78  | 6,937   | <b>influent</b> | 1,706E-05 |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 3136             | 1   | 3136            | 20,00  | 6,937   | <b>influent</b> | 0,0012    |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 1936             | 1   | 1936            | 12,35  | 6,937   | <b>influent</b> | 0,0056    |
| Résidu                             | 1568             | 10  | 156,8           |  |   |                 |           |
| Total                              | 152512           | 15  |                 |  |   |                 |           |

Vérification du caractère significatif des variables sur la surtension au point *a*

Au point *b* (1200 V ; 1000 A) :

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion          | P           |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|---------------------|-------------|
| Lcom                               | 275625           | 1   | 275625          | 4240,3846  | 10,007   | <b>influent</b>     | 1,61694E-08 |
| Lge                                | 225              | 1   | 225             | 3,4615   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,1219      |
| Rg <sub>off</sub>                  | 18225            | 1   | 18225           | 280,3846   | 10,007   | <b>influent</b>     | 1,38824E-05 |
| t <sub>on</sub>                    | 34225            | 1   | 34225           | 526,5385   | 10,007   | <b>influent</b>     | 2,92369E-06 |
| Lcom/Lge                           | 25               | 1   | 25              | 0,3846   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,5623      |
| Lcom/Rg <sub>off</sub>             | 2025             | 1   | 2025            | 31,1538  | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0025      |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 3025             | 1   | 3025            | 46,5385  | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0010      |
| Lge/Rg <sub>off</sub>              | 225              | 1   | 225             | 3,4615   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,1219      |
| Lge/t <sub>on</sub>                | 25               | 1   | 25              | 0,3846   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,5623      |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 4225             | 1   | 4225            | 65   | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0005      |
| Résidu                             | 325              | 5   | 65              |  |  |                     |             |
| Total                              | 338175           | 15  |                 |  |  |                     |             |

ANOVA sur la surtension au point *b*

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion      | P           |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|-----------------|-------------|
| Lcom                               | 275625           | 1   | 275625          | 3006,82  | 7,209  | <b>influent</b> | 1,12222E-12 |
| Rg <sub>off</sub>                  | 18225            | 1   | 18225           | 198,82   | 7,209  | <b>influent</b> | 1,92813E-07 |
| t <sub>on</sub>                    | 34225            | 1   | 34225           | 373,36   | 7,209  | <b>influent</b> | 1,23013E-08 |
| Lcom/Rg <sub>off</sub>             | 2025             | 1   | 2025            | 22,09  | 7,209  | <b>influent</b> | 0,001120018 |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 3025             | 1   | 3025            | 33,00  | 7,209  | <b>influent</b> | 0,000278196 |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 4225             | 1   | 4225            | 46,09  | 7,209  | <b>influent</b> | 8,00382E-05 |
| Résidu                             | 825              | 9   | 91,67           |  |  |                 |             |
| Total                              | 338175           | 15  |                 |  |  |                 |             |

Vérification du caractère significatif des variables sur la surtension au point *b*



Au point c (2000 V ; 1500 A) :

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion          | P          |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|---------------------|------------|
| Lcom                               | 313600           | 1   | 313600          | 560,0000   | 10,007   | <b>influent</b>     | 2,5093E-06 |
| Lge                                | 900              | 1   | 900             | 1,6071   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,2607     |
| Rg <sub>off</sub>                  | 10000            | 1   | 10000           | 17,8571  | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0083     |
| t <sub>on</sub>                    | 129600           | 1   | 129600          | 231,4286   | 10,007   | <b>influent</b>     | 2,2252E-05 |
| Lcom/Lge                           | 900              | 1   | 900             | 1,6071   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,2607     |
| Lcom/Rg <sub>off</sub>             | 1600             | 1   | 1600            | 2,8571   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,1518     |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 6400             | 1   | 6400            | 11,4286  | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0197     |
| Lge/Rg <sub>off</sub>              | 100              | 1   | 100             | 0,1786   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,6902     |
| Lge/t <sub>on</sub>                | 900              | 1   | 900             | 1,6071   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,2607     |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 32400            | 1   | 32400           | 57,8571  | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0006     |
| Résidu                             | 2800             | 5   | 560             |  |  |                     |            |
| Total                              | 499200           | 15  |                 |  |  |                     |            |

ANOVA sur la surtension au point c

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion      | P          |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|-----------------|------------|
| Lcom                               | 313600           | 1   | 313600          | 435,56   | 6,937  | <b>influent</b> | 1,4148E-09 |
| Rg <sub>off</sub>                  | 10000            | 1   | 10000           | 13,89  | 6,937  | <b>influent</b> | 0,0039     |
| t <sub>on</sub>                    | 129600           | 1   | 129600          | 180  | 6,937  | <b>influent</b> | 1,0164E-07 |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 6400             | 1   | 6400            | 8,89   | 6,937  | <b>influent</b> | 0,0138     |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 32400            | 1   | 32400           | 45   | 6,937  | <b>influent</b> | 5,31E-05   |
| Résidu                             | 7200             | 10  | 720             |  |  |                 |            |
| Total                              | 499200           | 15  |                 |  |  |                 |            |

Vérification du caractère significatif des variables sur la surtension au point c

Vitesse de commutation :

Au point *a* (500 V ; 600 A) :

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion          | P         |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|---------------------|-----------|
| Lcom                               | 0,0038           | 1   | 0,0038          | 1,6748   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,2522    |
| Lge                                | 0,0031           | 1   | 0,0031          | 1,3421   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,299     |
| Rg <sub>off</sub>                  | 1,7109           | 1   | 1,7109          | 745,4258   | 10,007   | <b>influent</b>     | 1,233E-06 |
| t <sub>on</sub>                    | 0,6667           | 1   | 0,6667          | 290,47   | 10,007   | <b>influent</b>     | 1,273E-05 |
| Lcom/Lge                           | 4E-06            | 1   | 4E-06           | 0,0017   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,9683    |
| Lcom/Rg <sub>off</sub>             | 0,001            | 1   | 0,001           | 0,4323   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,5399    |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 0,0007           | 1   | 0,0007          | 0,3176   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,5974    |
| Lge/Rg <sub>off</sub>              | 0,003            | 1   | 0,003           | 1,318  | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,3029    |
| Lge/t <sub>on</sub>                | 0,0001           | 1   | 0,0001          | 0,048  | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,8352    |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 0,1005           | 1   | 0,1005          | 43,7832  | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0012    |
| Résidu                             | 0,0115           | 5   | 0,002           |  |  |                     |           |
| Total                              | 2,5013           | 15  |                 |  |  |                     |           |

ANOVA sur la vitesse de commutation au point *a*

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion      | P         |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|-----------------|-----------|
| Rg <sub>off</sub>                  | 1,7109           | 1   | 1,7109          | 882,6280   | 6,55   | <b>influent</b> | 1,321E-12 |
| t <sub>on</sub>                    | 0,6667           | 1   | 0,6667          | 343,9336   | 6,55   | <b>influent</b> | 3,362E-10 |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 0,1005           | 1   | 0,1005          | 51,8419  | 6,55   | <b>influent</b> | 1,087E-05 |
| Résidu                             | 0,0233           | 12  | 0,0019          |  |  |                 |           |
| Total                              | 2,5013           | 15  |                 |  |  |                 |           |

Vérification du caractère significatif des variables sur la vitesse de commutation au point *a*

Au point *b* (1200 V ; 1000 A) :

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion          | P      |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|---------------------|--------|
| Lcom                               | 0,0672           | 1   | 0,0672          | 1,8640   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,2304 |
| Lge                                | 0,0098           | 1   | 0,0098          | 0,2705   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,6252 |
| Rg <sub>off</sub>                  | 3,5996           | 1   | 3,5996          | 99,8306  | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0002 |
| t <sub>on</sub>                    | 1,2561           | 1   | 1,2561          | 34,8363  | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0020 |
| Lcom/Lge                           | 0,0178           | 1   | 0,0178          | 0,4924   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,5142 |
| Lcom/Rg <sub>off</sub>             | 0,0109           | 1   | 0,0109          | 0,3014   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,6066 |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 0,0332           | 1   | 0,0332          | 0,9212   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,3812 |
| Lge/Rg <sub>off</sub>              | 0,0123           | 1   | 0,0123          | 0,3402   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,5850 |
| Lge/t <sub>on</sub>                | 0,0309           | 1   | 0,0309          | 0,8567   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,3972 |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 0,1408           | 1   | 0,1408          | 3,9053   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,1051 |
| Résidu                             | 0,1803           | 5   | 0,036           |  |  |                     |        |
| Total                              | 5,3587           | 15  |                 |  |  |                     |        |

*ANOVA sur la vitesse de commutation au point b*

|                   | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion      | P         |
|-------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|-----------------|-----------|
| Rg <sub>off</sub> | 3,5996           | 1   | 3,5996          | 93,021   | 6,41   | <b>influent</b> | 2,733E-07 |
| t <sub>on</sub>   | 1,2561           | 1   | 1,2561          | 32,4601  | 6,41   | <b>influent</b> | 7,325E-05 |
| Résidu            | 0,5031           | 13  | 0,0387          |  |  |                 |           |
| Total             | 5,3587           | 15  |                 |  |  |                 |           |

*Vérification du caractère significatif des variables sur la vitesse de commutation au point b*

Au point *c* (2000 V ; 1500 A) :

|                                    | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion          | P      |
|------------------------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|---------------------|--------|
| Lcom                               | 0,0062           | 1   | 0,0062          | 1,1980   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,3236 |
| Lge                                | 0,0033           | 1   | 0,0033          | 0,6442   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,4586 |
| Rg <sub>off</sub>                  | 4,8213           | 1   | 4,8213          | 931,3385   | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0000 |
| t <sub>on</sub>                    | 0,9697           | 1   | 0,9697          | 187,3241   | 10,007   | <b>influent</b>     | 0,0000 |
| Lcom/Lge                           | 0,0001           | 1   | 0,0001          | 0,0244   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,8819 |
| Lcom/Rg <sub>off</sub>             | 0,0004           | 1   | 0,0004          | 0,0753   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,7947 |
| Lcom/t <sub>on</sub>               | 0,0232           | 1   | 0,0232          | 4,4777   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,0879 |
| Lge/Rg <sub>off</sub>              | 0,0045           | 1   | 0,0045          | 0,8736   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,3929 |
| Lge/t <sub>on</sub>                | 0,0217           | 1   | 0,0217          | 4,1884   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,0961 |
| Rg <sub>off</sub> /t <sub>on</sub> | 0,0498           | 1   | 0,0498          | 9,6277   | 10,007   | <b>non influent</b> | 0,0268 |
| Résidu                             | 0,0259           | 5   | 0,005           |  |  |                     |        |
| Total                              | 5,9262           | 15  |                 |  |  |                     |        |

ANOVA sur la vitesse de commutation au point *c*

|                   | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)(ddl<sub>i</sub>;ddl<sub>r</sub>)</sub> | Conclusion      | P         |
|-------------------|------------------|-----|-----------------|--|--|-----------------|-----------|
| Rg <sub>off</sub> | 4,8213           | 1   | 4,8213          | 463,7158   | 6,41   | <b>influent</b> | 1,492E-11 |
| t <sub>on</sub>   | 0,9697           | 1   | 0,9697          | 93,2692  | 6,41   | <b>influent</b> | 2,691E-07 |
| Résidu            | 0,1352           | 13  | 0,0104          |  |  |                 |           |
| Total             | 5,9262           | 15  |                 |  |  |                 |           |

Vérification du caractère significatif des variables sur la vitesse de commutation au point *c*

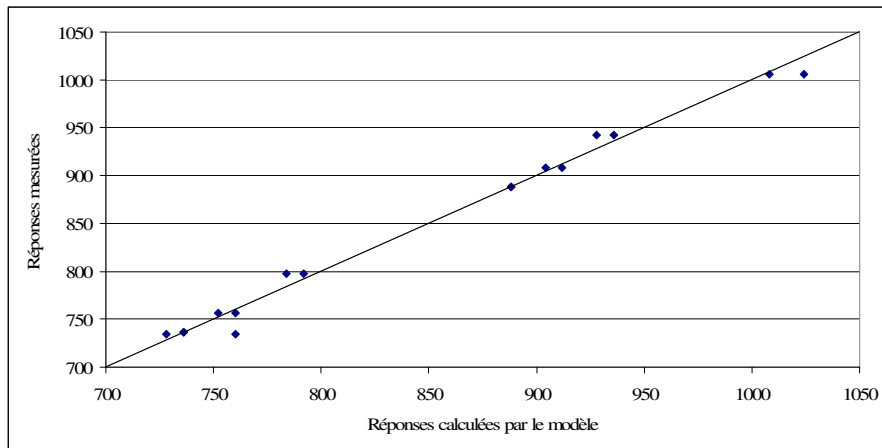
# Annexe 6 : Plan 2 ; Analyse graphique des résultats



Les graphiques d'adéquation de chacun des 6 modèles sont fournis ici.

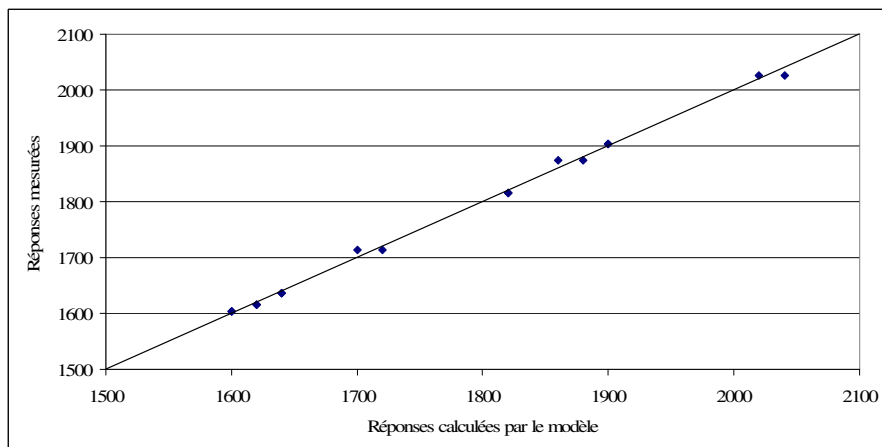
Surtension :

Point *a* (500 V ; 600 A) :



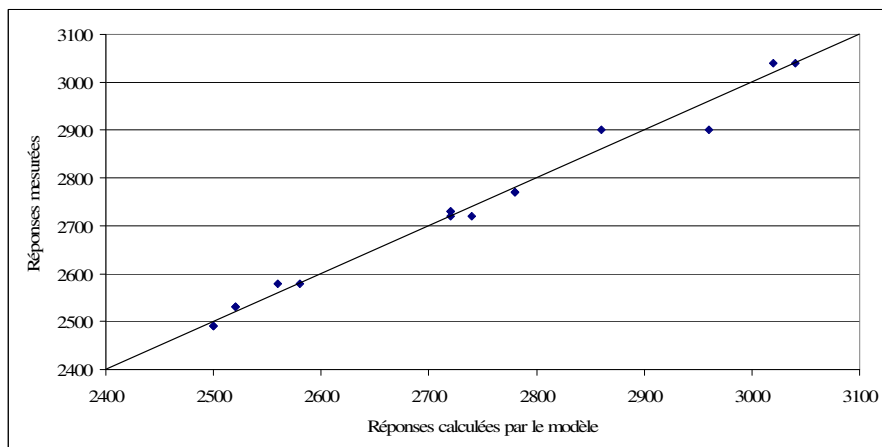
*Graphique d'adéquation du modèle de surtension au point a*

Point *b* (1200 V ; 1000 A) :



*Graphique d'adéquation du modèle de surtension au point b*

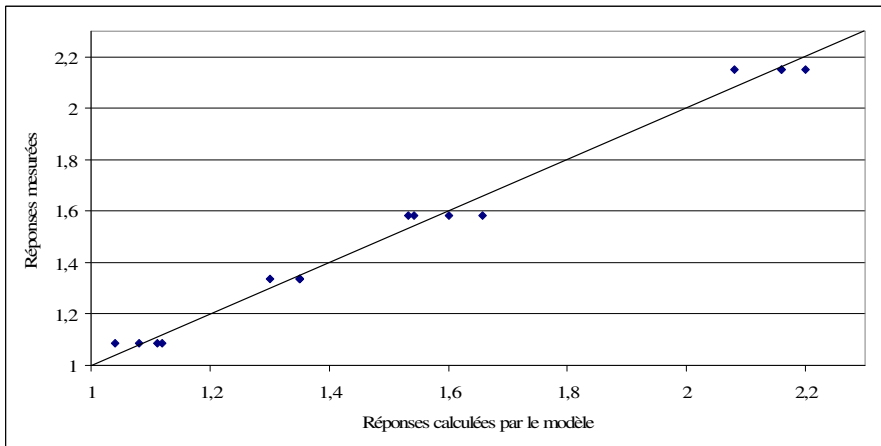
Point *c* (2000 V ; 1500 A) :



*Graphique d'adéquation du modèle de surtension au point c*

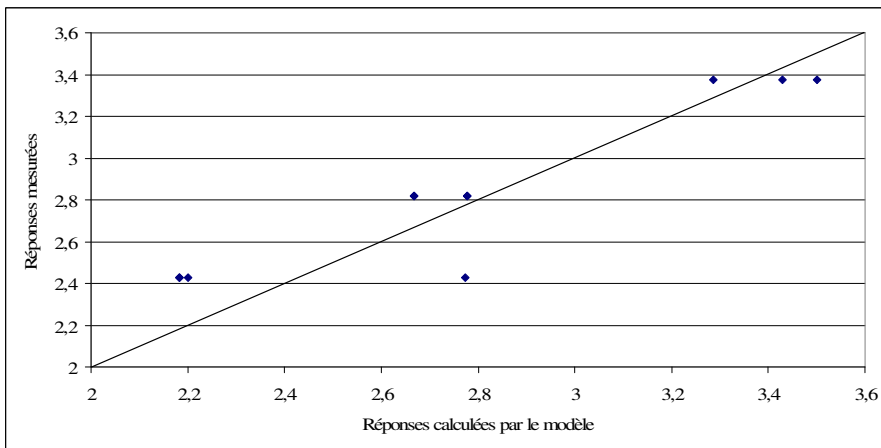
Vitesse de commutation

Point a (500 V ; 600 A) :



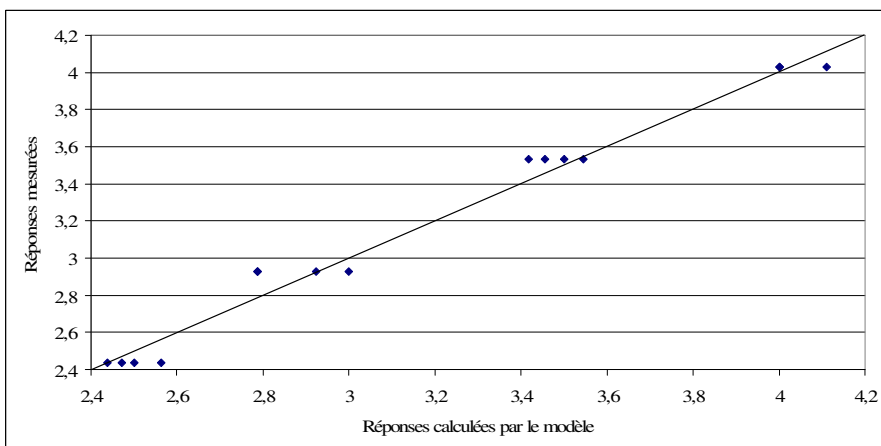
Graphique d'adéquation du modèle de vitesse de commutation au point a

Point b (1200 V ; 1000 A) :



Graphique d'adéquation du modèle de vitesse de commutation au point b

Point c (2000 V ; 1500 A) :



Graphique d'adéquation du modèle de vitesse de commutation au point c



**Annexe 7 :**  
**Etude de l'interaction entre l'inductance**  
**Lge et la température T°C**



Annexe 7 : Etude de l'interaction entre Lge et T°C

Pour vérifier l'absence d'interaction entre l'inductance Lge, liée à la longueur du câble reliant l'allumeur à la commande de l'IGBT, et la température de fonctionnement T°C, nous avons réalisé un plan complet de 4 expériences.

Chacun des deux facteurs est doté de deux modalités :

|   | Lge              | T°C   |
|---|------------------|-------|
| A | Câble court (cc) | 25°C  |
| B | Câble long (cl)  | 125°C |

Les résultats obtenus pour les 4 essais sont résumés dans le tableau suivant :

| Lge | T°C   | dV/dt (kV/μs) | Surtension (V) |
|-----|-------|---------------|----------------|
| cc  | 25°C  | 2,714         | 2340           |
| cc  | 125°C | 2,5           | 2380           |
| cl  | 25°C  | 2,692         | 2320           |
| cl  | 125°C | 2,571         | 2380           |

Comme pour les autres essais, 5 répétitions ont été réalisés. Une analyse de variance permet d'identifier les facteurs ayant une influence statistiquement significative sur les réponses observées.

L'analyse de variance sur la vitesse de commutation donne les résultats suivants :

|         | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)</sub> (ddl <sub>i</sub> ;ddl <sub>r</sub> ) | Conclusion   | P          |
|---------|------------------|-----|-----------------|--|---|--------------|------------|
| Lge     | 0,0002           | 1   | 0,0002          | 0,0303   | 6,11512713  | non influent | 86,4023823 |
| T°C     | 0,0515           | 1   | 0,0515          | 7,4187   | 6,11512713  | influent     | 1,50233768 |
| Lge/T°C | 0,0024           | 1   | 0,0024          | 0,3547   | 6,11512713  | non influent | 55,9800166 |
| Résidus | 0,1110           | 16  | 0,0069          |  |   |              |            |
| Total   | 0,1652           | 19  |                 |  |   |              |            |

Après suppression des élément non influents :

|         | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)</sub> (ddl <sub>i</sub> ;ddl <sub>r</sub> ) | Conclusion | P      |
|---------|------------------|-----|-----------------|--|---|------------|--------|
| T°C     | 0,0515           | 1   | 0,0515          | 8,1499   | 5,9780  | influent   | 1,0522 |
| Résidus | 0,1137           | 18  | 0,0063          |  |   |            |        |
| Total   | 0,1652           | 19  |                 |  |   |            |        |

Annexe 7 : Etude de l'interaction entre Lge et T°C

L'analyse de variance sur la surtension donne les résultats suivants :

|         | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)</sub> (ddl <sub>i</sub> ;ddl <sub>r</sub> ) | Conclusion   | P      |
|---------|------------------|-----|-----------------|--|---|--------------|--------|
| Lge     | 100              | 1   | 100             | 0,05015674   | 6,11512713  | non influent | 82,562 |
| T°C     | 15000            | 1   | 15000           | 7,52351097   | 6,11512713  | influent     | 1,4443 |
| Lge/T°C | 100              | 1   | 100             | 0,05015674   | 6,11512713  | non influent | 82,562 |
| Résidus | 31900            | 16  | 1993,75         |  |   |              |        |
| Total   | 47100            | 19  |                 |  |   |              |        |

Après suppression des élément non influents :

|         | SCE <sub>i</sub> | ddl | Cm <sub>i</sub> | F <sub>obs</sub> =Cm <sub>i</sub> /Cm <sub>r</sub> | F <sub>crit</sub> =F <sub>(0,975)</sub> (ddl <sub>i</sub> ;ddl <sub>r</sub> ) | Conclusion | P      |
|---------|------------------|-----|-----------------|--|---|------------|--------|
| T°C     | 15000            | 1   | 15000           | 8,4112   | 5,9780  | influent   | 0,9541 |
| Résidus | 32100            | 18  | 1783,33         |  |   |            |        |
| Total   | 47100            | 19  |                 |  |   |            |        |

Nous constatons donc que l'interaction entre l'inductance Lge et la température T°C n'est pas statistiquement significative sur l'un ni l'autre des réponses mesurées.





## **Résumé**

La conception des onduleurs de traction ferroviaire développés par Alstom Transport se base sur l'aire de sécurité de ces modules. La surtension et la vitesse de commutation des modules IGBT de forte puissance tels que ceux utilisés en traction ferroviaire peuvent être considérés comme des performances critiques dans la définition de cette aire de sécurité. La modélisation de ces performances, effectuée dans ce travail de recherche, repose sur l'utilisation des méthodes de plan d'expériences. Ces méthodes, définies comme un agencement raisonné d'essais et considérées comme l'un des outils statistiques le plus puissant développé au 20<sup>ème</sup> siècle, ont permis d'obtenir des modèles de façon empirique en n'effectuant qu'un nombre minimal d'expérimentations. Ces modèles, de forme quadratique, prennent en compte l'ensemble des facteurs préalablement jugés influents sur les performances observées et améliorent la connaissance du comportement dynamique des modules IGBT dans chacune de leurs applications.

## **Mots clés :**

Plan d'expériences, Criblage, Surface de réponse, Critère d'optimalité, IGBT, Surtension, Vitesse de commutation.

## **Summary**

Design of the IGBT power converter developed by Alstom Transport is based on the safety area of these modules. Overvoltage and commutation speed of high power IGBT modules as these used in railway traction can be considered as critical performances in the safety area definition for these modules. In this PhD work, modelling of these performances is made using design of experiments methods. These methods can be defined as reasoned organisation of array and considered as one of the most powerful statistical tool developed during the 20<sup>th</sup> century. Design of experiments allows to obtain empirical models using a minimal number of experiments. These quadratic models take into account all the influential factors on the observed performances previously identified and increase the knowledge of the dynamical behaviour of IGBTs modules in each one of its applications.

## **Key-words :**

Design of experiments, Screening, Response surface method, Optimality criteria, IGBT, Overvoltage, Commutation speed.