

# CALCOLO DEL VALORE ATTUALE



**Dr. Emilio Tomasini & Associates**

Professore a contratto di Finanza Aziendale Università di Bologna

2

[www.emiliotomasini.it](http://www.emiliotomasini.it)

<http://www.unibo.it/docenti/emilio.tomasini>

## ARGOMENTI TRATTATI

1. Calcolo del valore attuale e del valore attuale netto
2. Calcolo del tasso di rendimento di un investimento (da affiancare a VAN)
3. Scorciatoie per il calcolo del valore attuale
4. Interesse composto e interesse semplice
5. Tasso di interesse reale e tasso di interesse nominale
6. Valutazione di una obbligazione (o azione o immobile)
7. Capitalizzazione semplice e capitalizzazione composta
8. Cosa succede quando i tassi cambiano: duration



## 1) CALCOLO DEL VALORE ATTUALE NETTO

Valore attuale = fattore di attualizzazione  $\times C_1$

Fattore di attualizzazione =  $1/(1 + r)^t$  in cui il tasso di attualizzazione corrisponde al costo opportunità del capitale.

Il fattore di attualizzazione può essere utilizzato per calcolare il valore attuale di qualsiasi flusso di cassa.

$$VA = FA_t \times C_t = \frac{C_t}{(1 + r)^t}$$



## CALCOLO DEL VALORE ATTUALE NETTO

Valore attuale netto = VAN

$$\text{VAN} = \text{VA} - \text{Investimento}$$

richiesto

$$\text{VAN} = C_0 + \frac{C_1}{(1 + r)}$$

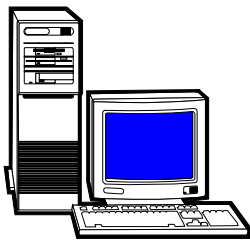


# CALCOLO DEL VALORE ATTUALE

## □ Esempio

- Avete appena comprato un computer per € 3 000. Il contratto prevede il pagamento fra due anni a tasso zero. Se potete guadagnare l'8% sul vostro denaro, quanto denaro dovrete mettere da parte oggi per pagare l'importo dovuto alla scadenza dei due anni?

$$VA = \frac{3000}{(1.08)^2} = \text{€ } 2\,572.02$$



# CALCOLO DEL VALORE ATTUALE

## □ Esempio

- Siete certi di ricevere dunque, senza alcun rischio € 200 tra due anni. Se il tasso di interesse sui titoli di Stato dunque, senza rischio fosse pari a 7.7%, quale sarebbe il valore attuale della somma di denaro futura?

$$VA = \frac{200}{(1.077)^2} = \text{€ } 172.42$$



## CALCOLO DEL VALORE ATTUALE

- I valori attuali possono essere sommati tra loro per valutare una serie di flussi di cassa.

$$VA = \frac{C_1}{(1+r_1)^1} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2} + \dots$$

- Esempio
  - Dati due euro — uno ricevuto fra un anno e l'altro fra due anni — il valore di ciascuno è comunemente definito fattore di attualizzazione. Assumete che  $r_1 = 7\%$  e  $r_2 = 7.7\%$ .

## CALCOLO DEL VALORE ATTUALE

$$FA_1 = \frac{1,00}{(1+0.07)^1} = 0.93$$

$$FA_2 = \frac{1,00}{(1+0.07)^2} = 0.86$$

$$\begin{aligned} VA &= FA_1 \times CF_1 + FA_2 \times CF_2 \\ &= 0.93 \times 1 + 0.86 \times 1 = 1.79 \end{aligned}$$





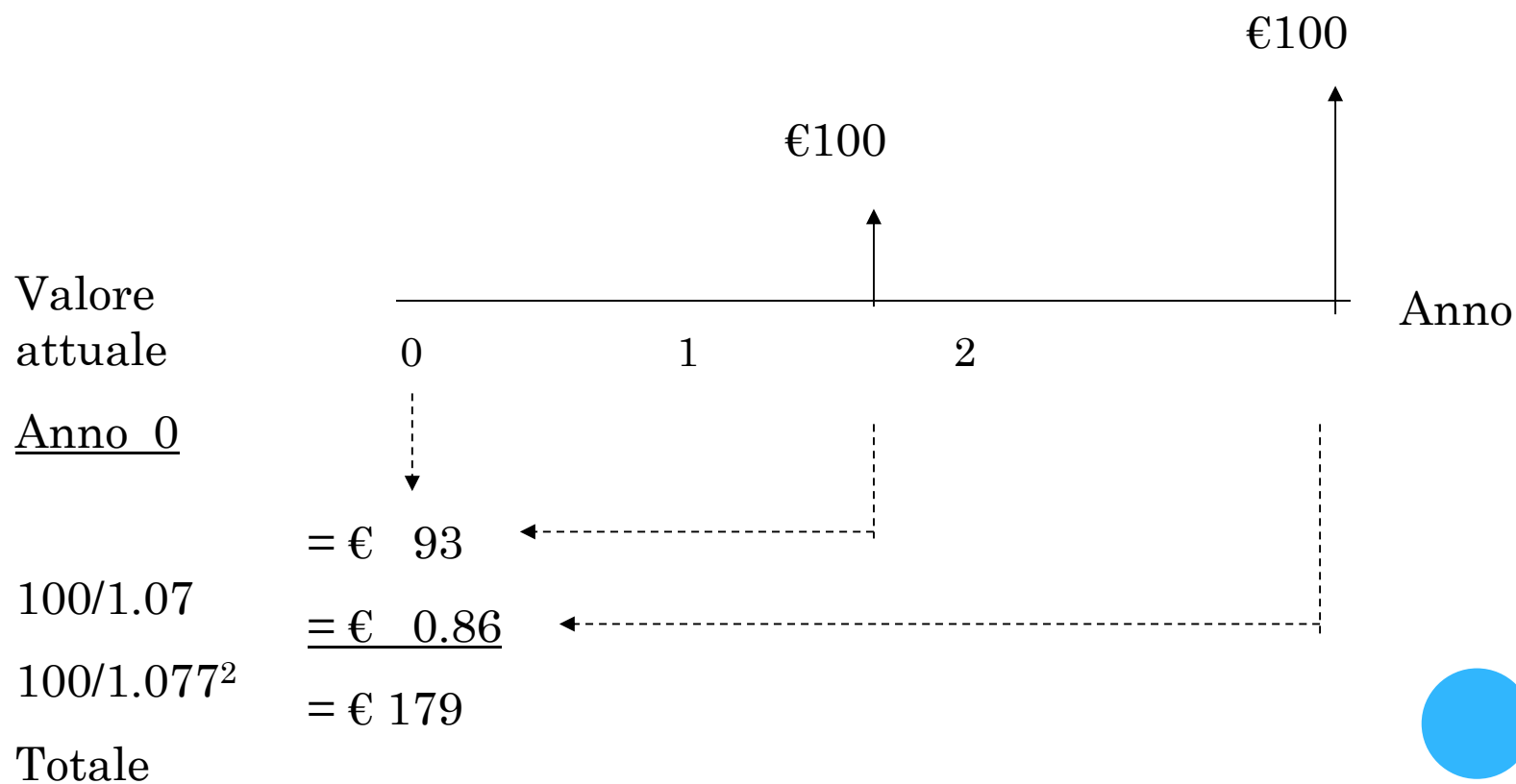
## IL NOSTRO LAVORO E' OCCUPARCI DI TEMPO E INCERTEZZA E DEI LORO EFFETTI SUL LAVORO

- Dobbiamo occuparci di come si modifica il valore attuale netto al variare del tempo in cui sono percepiti i cash flow
- Dobbiamo occuparci di come si modifica il valore attuale netto al variare del rischio (incertezza) con cui questi valori sono percepiti in futuro, se il rischio aumenta ovviamente diminuisce il valore netto



## CALCOLO DEL VALORE ATTUALE: SOLO TEMPO

- Valore attuale di un investimento che genera flussi di cassa di € 100 all'anno per due anni.



## DISCOUNTED CASH FLOW (DCF) SOLO TEMPO

$$VA = \frac{C_1}{1+r_1} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2} + \frac{C_3}{(1+r_3)^3} + \dots$$

$$VAN = C_0 + VA = C_0 + \sum \frac{C_t}{(1+r_t)^t}$$



# ESEMPIO EFFETTI SOLO DEL TEMPO

## □ Valutazione di un immobile a uso uffici

- Fase 1: Previsione dei flussi di cassa

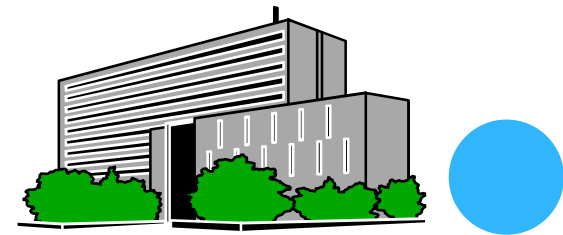
Costo dell'immobile =  $C_0 = 350$

Prezzo di vendita nell'anno 1 =  $C_1 = 400$

- Fase 2: Stima del costo opportunità del capitale

Se investimenti in titoli di stato a uguale grado di rischio nel mercato dei capitali offrono un rendimento del 7%, allora:

Costo del capitale =  $r = 7\%$



## ESEMPIO

### □ Valutazione di un immobile a uso uffici

- Fase 3: Sconto dei futuri flussi di cassa

$$VA = \frac{C_1}{1+r} = \frac{400}{1+0.07} = 374$$

- Fase 4: Se il valore attuale del flusso di cassa futuro supera l'investimento, proseguite.

$$VAN = C_0 + \frac{C_1}{1+r} = -350 + 374 = 24$$



## LE MACCHINE DA SOLDI

Se io presto 1000 euro alla banca a 2 anni e so che per il primo anno ricevo un rendimento del 20% so che alla fine del secondo anno avrò **ALMENO** il 20% (l'ipotesi peggiore è che il secondo anno percepirò 0%, non mi importa comunque saperlo). Quindi alla fine del secondo anno avrò 1200 euro. Se il tasso a cui prendo a prestito è il 7% allora chiedo alla banca di darmi **ORA** il valore attuale di 1200 ovvero 1048 euro e realizzo un profitto di 48 euro in un secondo. Se ripeto l'operazione 147 volte guadagnando 48 euro ogni volta divento milionario ovvero

$$1000 \times (1.04813)^{147} = 1.000.000$$

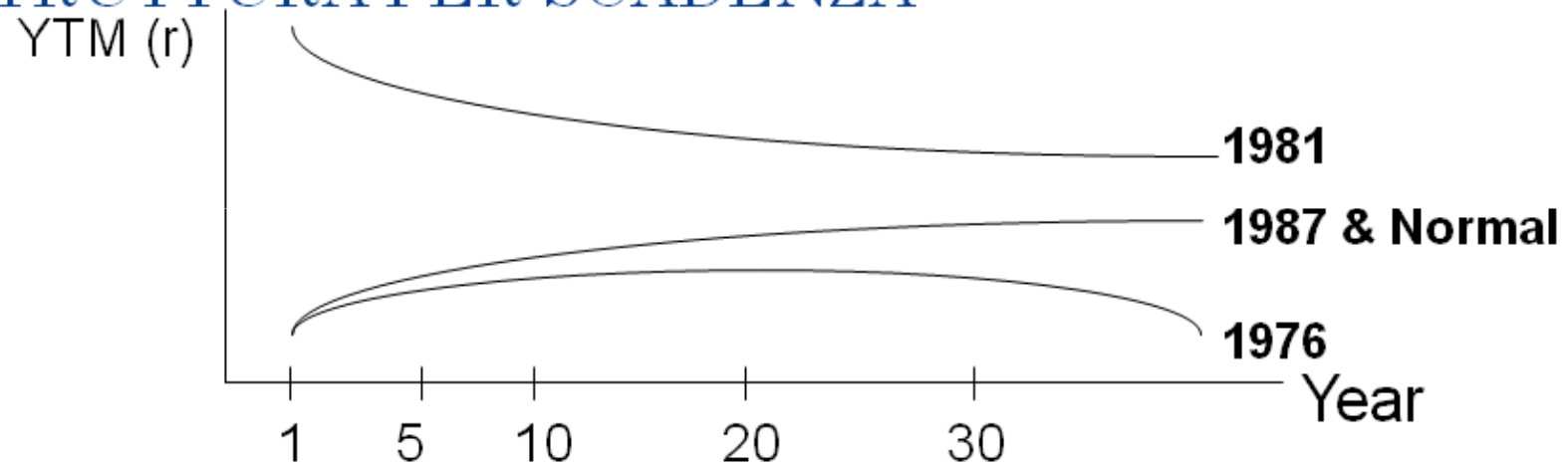

# PREZZO UNICO, ARBITRAGGIO E CURVA PER SCADENZA DEI TASSI DI INTERESSE

- **Prezzo unico:** tutti i beni uguali sono prezzati uguale
- **Arbitraggio:** se sono prezzati uguali li arbitraggio
- **Curva dei tassi:** un euro oggi è meno di un euro domani che è meno di un euro dopodomani ovvero all'aumentare del tempo i tassi aumentano. Ma le curve dei tassi in situazioni abnormali possono essere invertite (backwardation) piuttosto che crescenti (contango). Noi per semplificare assumeremo una curva dei tassi per scadenza PIATTA.



# LA CURVA A SCADENZA DEI TASSI DI INTERESSE

## STRUTTURA PER SCADENZA





# TASSO A PRONTI/CORSI PER OPERAZIONE A TERMINE

Calcolo dei corsi per operazione a termine

$$(1 + r_n)^n = (1 + r_1)(1 + f_2)(1 + f_3) \dots (1 + f_n)$$



## EFFETTI SOLO DEL RISCHIO SUL VA

- ❑ Progetti di investimento a rischio più elevato richiedono un più elevato tasso di rendimento (azioni immobiliari in borsa).
- ❑ Richieste di tassi di rendimento più elevati generano un valore attuale inferiore.

VA di  $C_1 = €400$  al 7%

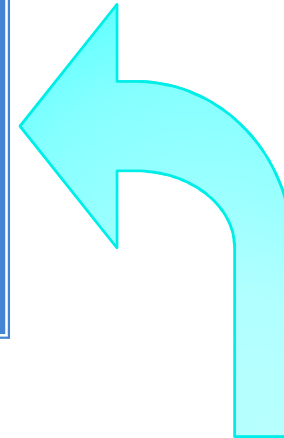
$$VA = \frac{400}{1 + 0.07} = 374$$



## RISCHIO E VA

VA di  $C_1 = €400$  al 12%

$$VA = \frac{400}{1 + 0.12} = 357$$



VA di  $C_1 = €400$  al 7%

$$VA = \frac{400}{1 + 0.07} = 374$$



## REGOLA DEL VALORE ATTUALE NETTO

- ❑ Accettare gli investimenti che hanno un valore attuale netto positivo.

### Esempio

Supponiamo di investire 50 dollari oggi e di riceverne 60 fra un anno. Considerato il rendimento atteso del 10%, dovremmo fare l'investimento?

$$VAN = -50 + \frac{60}{1+10\%} = \text{€ } 4.55$$

## 2) REGOLA DEL TASSO DI RENDIMENTO

- Accettare investimenti che offrono un tasso di rendimento maggiore del loro costo opportunità del capitale.

### Esempio

Nel progetto di seguito illustrato, il costo opportunità del capitale ammonta al 12%. È opportuno effettuare l'investimento?

$$\begin{aligned}\text{Rendimento} &= \frac{\text{profitto}}{\text{investimento}} = \\ &= \frac{400\,000 - 350\,000}{350\,000} = 0.143 \text{ o } 14.3\%\end{aligned}$$

## CONFLITTO TRA LE DUE REGOLE DEL TASSO DI RENDIMENTO E DEL VALORE ATTUALE NETTO

- Se si considerano più flussi di cassa su più anni allora le due regole possono andare in conflitto
- Segnaliamo il problema ma lo rinviamo alle lezioni successive



## ESEMPIO COSTO OPPORTUNITÀ DEL CAPITALE 1/3

Oggi avete la possibilità di investire €100 000. A seconda dello stato dell'economia, i flussi di cassa attesi sono i seguenti?

Stato dell'economia	Recessione	Normale	Crescita
Ritorno (€)	80 000	110 000	140 000

$$\text{Ritorno atteso} = C_1 = \frac{80\,000 + 110\,000 + 140\,000}{3} = €110\,000$$

## ESEMPIO COSTO OPPORTUNITÀ DEL CAPITALE 2/3

Un'azione con lo stesso rischio dell'investimento quota a € 95.65 oggi. Il prezzo previsto per l'anno prossimo, assumendo un'economia in condizioni normali, è di €110.

Dal risultato atteso per dell'azione deriva un rendimento atteso.

$$\text{Rendimento atteso} = \frac{\text{risultato atteso}}{\text{investimento}} = \frac{110 - 95.65}{95.65} = 0.15 \text{ o } 15\%$$

Scontando il risultato atteso del progetto al rendimento atteso dell'azione (a parità di rischio) si determina il VA del progetto

$$VA = \frac{110\ 000}{1 + 0.15} = €\ 95\ 650$$





## RISULTATO ESEMPIO 3/3

- La regola del VAN che cosa dice ?
- E che cosa dice la regola del rendimento ?



### 3) SCORCIATOIE PER IL CALCOLO DEL VALORE ATTUALE

- ❑ Talvolta esistono dei metodi rapidi che rendono più agevole il calcolo del VA di un'attività che fornisce flussi di cassa in periodi differenti.
- ❑ Tali strumenti consentono di accelerare notevolmente il processo di calcolo.



## SCORCIATOIE PER IL CALCOLO DEL VA

- Rendita perpetua costante.
  - Flusso di cassa costante all'infinito.

$$\text{Rendimento} = \frac{\text{flusso di cassa}}{\text{valore attuale}}$$

$$r = \frac{C}{VA}$$

$$\Rightarrow VA = \frac{C}{r}$$



# EMILIO TOMASINI, ANNI 5 ...



## RENDITA ITALIANA 1935

Titoli del *debito pubblico irredimibile*, emessi nel 1935 per 42 miliardi, allo scopo di finanziare lo sforzo bellico in Etiopia e gli effetti della Quota 90 (prestito del Littorio).

Acquistabile a 95 lire per ogni 100 di valore nominale, con un interesse annuo pari al 5% (peraltro insufficiente a coprire il tasso di inflazione) corrisposto semestralmente il 1° gennaio e il 1° luglio, la *rendita italiana* si dimostrò poco competitiva (fallimentare ?) con altre forme di investimento.

La irredimibilità della *rendita italiana* è stata in parte annullata dalla L. 30-3-1981 che ha previsto il rimborso *alla pari* dei titoli con taglio inferiore alle 100.000 lire.

A partire dal 1° gennaio 1998 sono rimborsabili alla pari e cessano di fruttare interessi tutti i titoli.



## UNA APPROSSIMAZIONE POTENTISSIMA !

La formula della rendita perpetua contiene un piccolo trucco: in termini di matematica finanziaria **la differenza tra il valore attuale di una rendita perpetua e il valore attuale di una rendita annua con orizzonte temporale di 25-30 anni è minima.**

Quindi per calcolare il valore di un immobile è facile approssimare (affitto annuo / tasso di rendimento di quella categoria di immobili) oppure il valore di una azienda (EBITDA / costo opportunità di quel settore aziendale)



# SCORCIATOIE PER IL CALCOLO DEL VA

- Flusso di cassa di durata limitata (rendita annua)
  - Attività che paga una somma fissa ogni anno per un certo numero di anni.

Attività	Anno di Pagamento	Valore Attuale
Rendita perpetua (primo pagamento anno 1)	1    2.....t    t + 1	$\frac{C}{r}$
Rendita perpetua (primo pagamento anno t+1)	→	$\left(\frac{C}{r}\right) \frac{1}{(1+r)^t}$
Rendita perpetua dall'anno 1 all'anno t	→	$\left(\frac{C}{r}\right) - \left(\frac{C}{r}\right) \left(\frac{1}{(1+r)^t}\right)$

## SCORCIATOIE PER IL CALCOLO DEL VA

- Rendita annua da 1 a t
  - Attività che paga una somma fissa ogni anno per un certo numero di anni dall'anno 1 all'anno t

$$\text{VA della rendita annua} = C \times \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^t} \right]$$





□ Rendita perpetua da t in poi

- Attività che paga una somma fissa ogni anno per un certo numero di anni dall'anno t in poi

$$\text{VA della rendita annua} = \frac{C}{r} \frac{1}{(1+r)^t}$$



## SCORCIATOIE PER IL CALCOLO DEL VA

### □ Esempio.

- Prendete un'auto in leasing per 4 anni a € 300 al mese. Non vi è richiesto di pagare alcuna somma in anticipo né alla scadenza del contratto. Se il vostro costo opportunità del capitale è di 0.5% al mese, qual è il costo dell'operazione di leasing?

$$\text{Costo del leasing} = 300 \times \left[ \frac{1}{0.005} - \frac{1}{0.005 (1 + 0.005)^{48}} \right]$$

Costo = € 12 774. 10 **e non 14.400**  
**ovvero 300 X 48**



## SCORCIATOIE PER IL CALCOLO DEL VA

- Rendita perpetua crescente.
  - Flusso di cassa crescente ad un tasso costante  $g$ .

$$VA_0 = \frac{C_1}{r - g}$$

La formula può essere utilizzata in ogni tempo futuro  $t$ :

$$VA_t = \frac{C_{t+1}}{r - g}$$



# CONSEGUENZE DELLA RENDITA PERPETUA CRESCENTE

- La rendita perpetua crescente può sembrare una inutile complicazione ma si dimostrerà un ottimo modello di approssimazione del fair price di una azienda quando andremo ad inserire appunto la variabile  $g$  che è il tasso di crescita degli utili e verificheremo che  $g = (1-b) * ROE \dots$  ma per il momento soprassediamo



## SCORCIATOIE PER IL CALCOLO DEL VA

### □ Esempio.

- Qual è il valore attuale di un milione di euro pagato alla fine di ogni anno se il tasso di crescita annua di tale somma è 4% ed il tasso di attualizzazione è 10%?

$$\begin{aligned}VA_0 &= \frac{1}{0.10 - 0.04} \\ &= \text{€}16.67 \text{ milioni}\end{aligned}$$



## TUTTE LE RENDITE SE NON SPECIFICATO SONO POSTICIPATE

- Per passare alla rendita anticipata basta dividere per  $1 / (1+r)$



## 4) INTERESSE COMPOSTO VS INTERESSE SEMPLICE

### CAPITALIZZAZIONE SEMPLICE

$$M_{t+1} = M_t + iM_0 = M_t + iC$$

$$M_1 = M_0 + iC = C + iC$$

$$M_2 = M_1 + iC = C + iC + iC = C + 2iC$$

$$M_t = M_{t-1} + iC = C + (t-1)iC + iC = C + tiC = C(1 + ti)$$

### CAPITALIZZAZIONE COMPOSTA

$$M(1) = C(1 + i)$$

$$M(2) = M(1)(1 + i) = C(1 + i)^2$$

$$M(n) = C(1 + i)^n$$



# INTERESSE COMPOSTO VS INTERESSE SEMPLICE

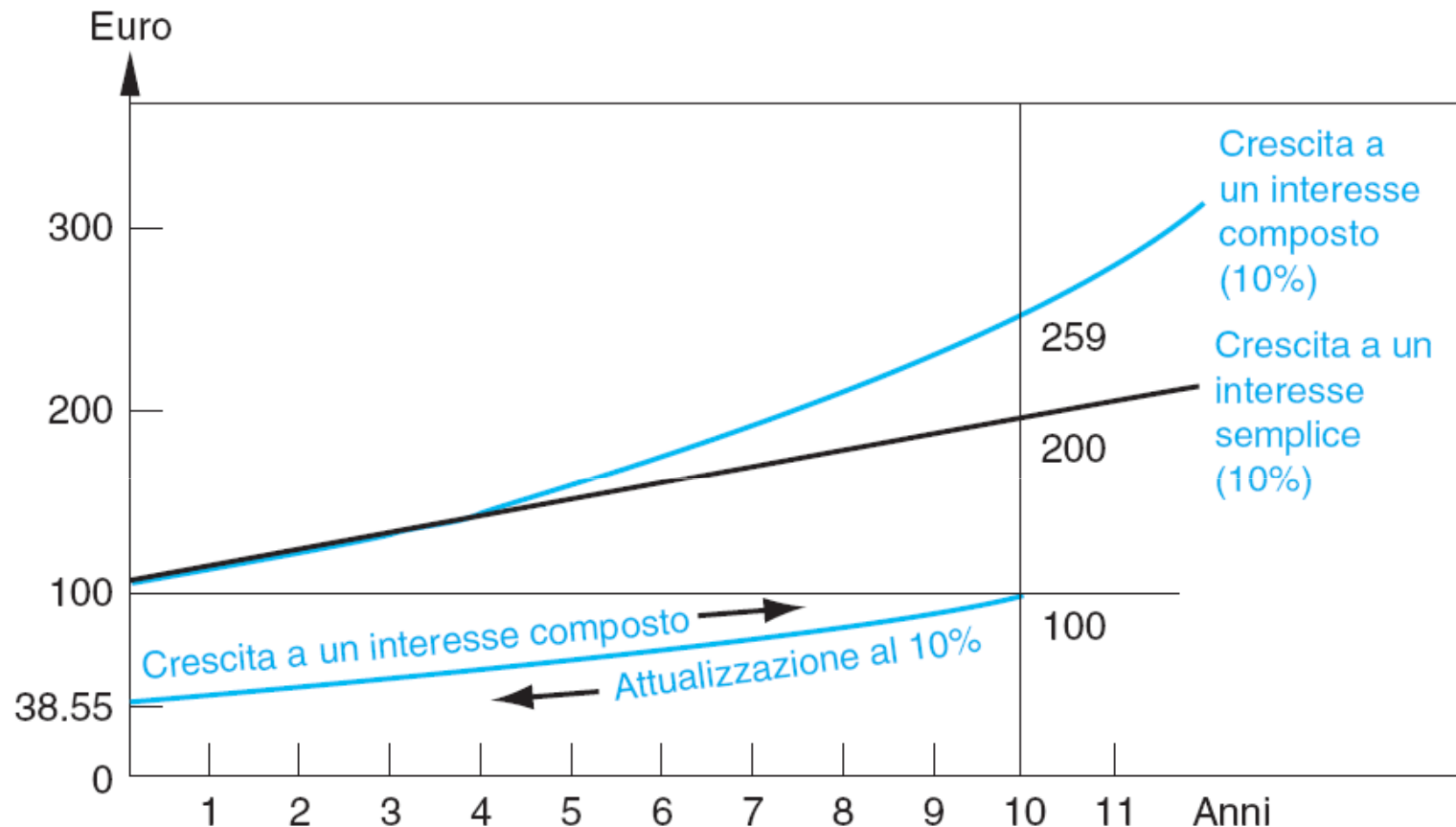
Valore di € 100 investiti al tasso di interesse del 10% semplice e composto

Anno	Interesse semplice					Interesse composto				
	Valore iniziale	+	Interesse	=	Valore finale	Valore iniziale	+	Interesse	=	Valore finale
1	100	+	10	=	110	100	+	10	=	110
2	110	+	10	=	120	110	+	11	=	121
3	120	+	10	=	130	121	+	12.1	=	133.1
4	130	+	10	=	140	133.1	+	13.3	=	146.4
10	190	+	10	=	200	236	+	24	=	259
20	290	+	10	=	300	612	+	61	=	673
50	590	+	10	=	600	10 672	+	1067	=	11739
100	1090	+	10	=	1100	1252 783	+	125 278	=	1378 061
200	2090	+	10	=	2100	17 264 116 042	+	1726 411 604	=	18 990 527 646
230	2240	+	10	=	2400	30 124 850 5631	+	30 124 850 563	=	33 137 335 6194



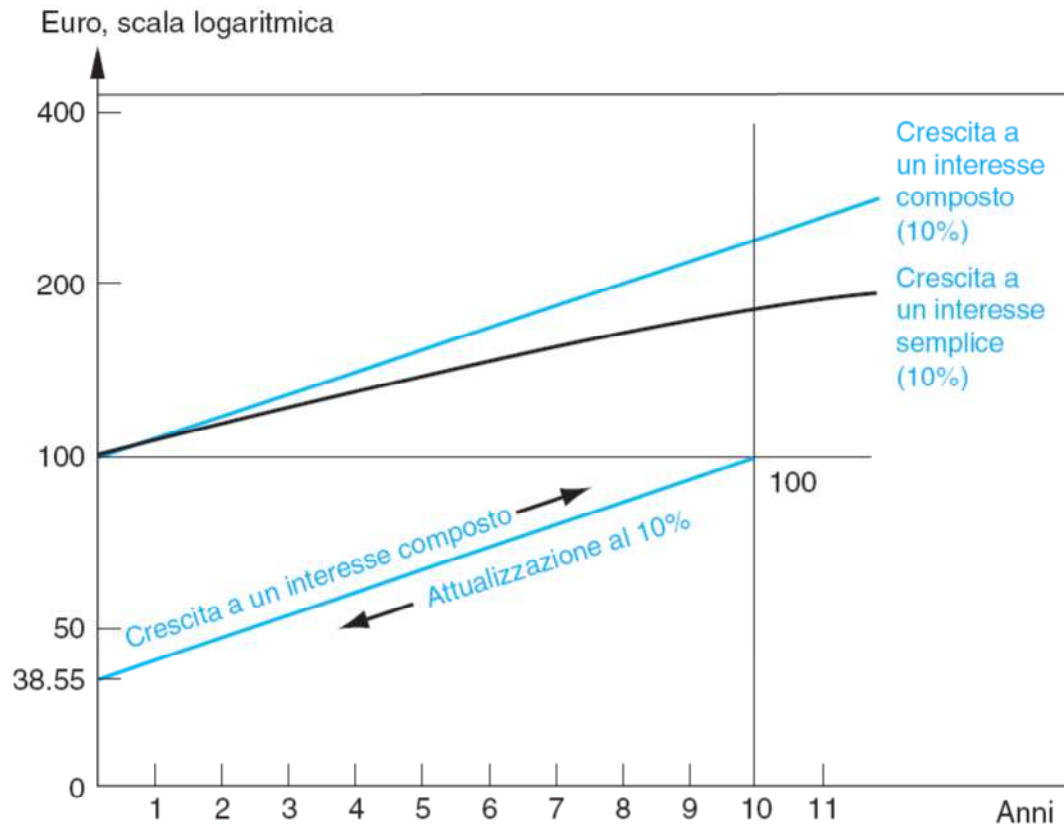


# INTERESSE COMPOSTO VS INTERESSE SEMPLICE SU SCALA ARITMETICA



Interesse composto rispetto a interesse semplice. Le due curve ascendenti mostrano l'aumento di valore di € 100 investiti a un tasso di interesse semplice e composto. Più a lungo sono investiti i fondi, maggiori sono i vantaggi dell'interesse composto. La curva in basso mostra che per ottenere € 100 tra 10 periodi devono essere investiti € 38.55 oggi. Leggendo la curva in senso opposto, si ricava che il valore attuale di € 100 dariceversi tra 10 anni è € 38.55.

# INTERESSE COMPOSTO VS INTERESSE SEMPLICE SU SCALA SEMILOGARITMICA



Lo stesso concetto della figura precedente; in questo caso, però, la scala verticale è semilogaritmica. Un tasso di crescita composto costante implica una retta ascendente. La figura rende evidente che il tasso di crescita di un capitale investito a un interesse semplice è decrescente al passare del tempo.



## PERIODO DI CAPITALIZZAZIONE

- Un investimento di un euro a un tasso  $r$  annuo composto  $m$  volte ammonta a fine anno a  $(1+(r/m))^m$

ESEMPIO: un tasso annuale del 12% non corrisponde ad un tasso mensile dell'1% bensì a  $(1,01)^{12} = 12,68$



## 5) TASSI DI INTERESSE NOMINALI E REALI

- ❑ Tasso di interesse nominale: tasso di crescita del valore di un investimento.
- ❑ Tasso di interesse reale: tasso di crescita del potere di acquisto di un investimento.

$$1 + \text{tasso di interesse reale} = \frac{1 + \text{tasso di interesse nominale}}{1 + \text{tasso di inflazione}}$$

$$\text{tasso di interesse reale} \approx \text{tasso di interesse reale} - \text{tasso di inflazione}$$



# INFLAZIONE

## □ Esempio.

- Se il tasso di interesse di un titolo di stato a un anno è 5.9% e il tasso di inflazione è 3.3%, qual è il tasso di interesse reale?

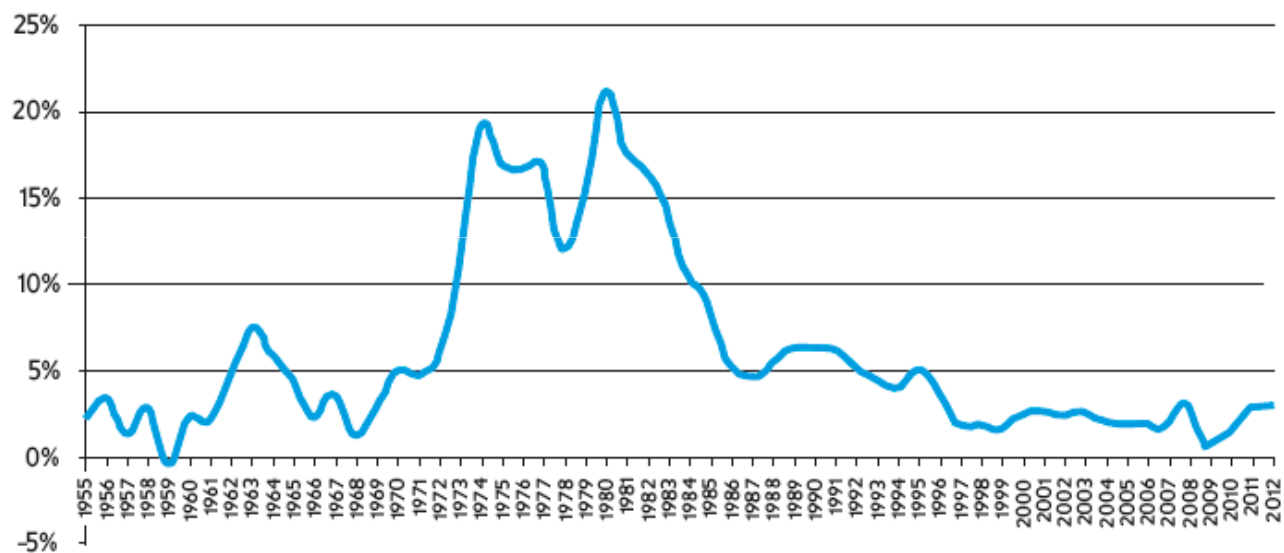
$$1 + \text{tasso di interesse reale} = (1 + 0.059) / (1 + 0.033)$$

$$\rightarrow \text{Tasso di interesse reale} = 0.025 \text{ o } 2.5 \%$$

$$\text{Approssimazione} = 0.059 - 0.033 = 0.026 \text{ o } 2.6 \%$$



# TASSO DI INFLAZIONE IN ITALIA



Tasso di inflazione  
medio annuo in Italia,  
1955-2012.

Fonte: ISTAT.



## 6) VALUTAZIONE DI UN'OBBLIGAZIONE

$$VA = \frac{C_1}{(1+r)^1} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{1.000 + C_N}{(1+r)^N}$$

Ma la stessa formula potrebbe essere utilizzata per una azione, i flussi di cassi si chiamerebbero dividendi invece che cedole. Nel caso dell'azione il problema maggiore sarebbe di valutare il "valore terminale" ovvero  $C_N$  che nel caso dell'obbligazione invece è presumibilmente certo (salvo il fallimento dell'emittente)



# VALUTAZIONE DI UN'OBLIGAZIONE

## Esempio

Se oggi ci troviamo a ottobre 2002, qual è il valore della seguente obbligazione? Un'obbligazione IBM paga \$115 ogni settembre per una durata di 5 anni. A settembre 2007 la società paga \$1000 addizionali e ritira il titolo. L'azione è classificata AAA (rendimento alla maturità WSJ AAA = 7,5% che è il nostro costo opportunità).

$$VA = \frac{115}{1,075} + \frac{115}{(1,075)^2} + \frac{115}{(1,075)^3} + \frac{115}{(1,075)^4} + \frac{1,115}{(1,075)^5}$$
$$= \$1.161,84$$

Il prezzo di una obbligazione è in percentuale sul valore attuale e quindi 116,18





## YIELD TO MATURITY / RENDIMENTO A SCADENZA DI UNA OBBLIGAZIONE

Qual è il rendimento che gli investitori si aspettano dato un prezzo dell'obbligazione? Rispetto all'esempio precedente la variabile nota (costo opportunità) diventa quella incognita

Notiamo come in questo caso, che è risolvibile con procedimenti iterativi, stiamo calcolando un rendimento di mercato (prezzo di mercato) mentre nell'esempio precedente stiamo STIMANDO un prezzo del bond partendo da una ipotesi (quella del costo di opportunità del capitale)

$$116,18 = \frac{115}{1+r} + \frac{115}{(1+r)^2} + \frac{115}{(1+r)^3} + \frac{115}{(1+r)^4} + \frac{1,115}{(1+r)^5}$$



## 7) COSA SUCCEDA QUANDO I TASSI DI INTERESSE CAMBIANO ?

- a parità di altre condizioni più lunga è la scadenza dell'obbligazione più sensibile è il prezzo della obbligazione alle variazioni dei tassi di interesse.
- A parità di altre condizioni minore il flusso cedolare maggiore la sensibilità del prezzo della obbligazioni alle variazioni dei tassi di interesse
- In altre parole a parità di altre condizioni le obbligazioni più lunghe e quelle che pagano i flussi di cassa minori sono più rischiose.



# COME SI CALCOLA LA DURATION ?

L'ipotesi alla base di questo esempio è che la curva dei tassi di interesse pari scadenza dei titoli di stato è 2,80 e il valore attuale della obbligazione è 1066,79 (in percentuale 106,68%)

Calcolo della duration dell'obbligazione con tasso cedolare 4.25%, durata 5 anni, tasso di rendimento alla scadenza 2.80%

Anni	Cedole	VA(Cedole)	VA(Cedole) x Anni
1	42.50	41.34	41.34
2	42.50	40.22	80.43
3	42.50	39.12	117.36
4	42.50	38.06	152.22
5	1042.50	908.05	4540.26
		Somma =	4931.62
		Duration =	4.62

Duration:  $4931,62 / 1066,79 = 4,62$  che è inferiore a 5 anni e sarà tanto minore quanto maggiore sarà la cedola



# DURATION MODIFICATA OVVERO LA “VERA” DURATION PER I “VERI” CALCOLI

Il calcolo della duration modificata è

Variazione % di prezzo = - (duration / (1+r)) X variazione dei tassi

Nel caso precedente la duration modificata è 4,50 invece di 4,62 e se il tasso di interesse aumenta da 2,8% a 3,8% avremo:

Variazione % di prezzo = -4,50 X 1% = -4,50%

La duration offre un modo molto rapido per calcolare la variazione del prezzo ma è una approssimazione e questo non deve essere dimenticato. Per conoscere la “vera” duration occorre procedere con la “discrete duration” e l’errore di approssimazione si riduce drasticamente.



## FINORA ABBIAMO EVITATO IL CALCOLO DEL RISCHIO E COME IMPATTA SUI PREZZI E SUI RENDIMENTI

Classi di rating. Le obbligazioni con rating superiore a BAA/BBB rientrano nella categoria dell'investment grade

Investment-grade bond		Junk bond	
Moody's	Standard & Poor's and Fitch	Moody's	Standard & Poor's and Fitch
Aaa	AAA	Ba	BB
Aa	AA	B	B
A	A	Caa	CCC
Baa	BBB	Ca	CC
		C	C

L'impatto del rischio oltre che del tempo fa sì che obbligazioni con pari durata ma rischio diverso abbiano prezzi e rendimenti diversi. Ma questo argomento esula per il momento dal nostro percorso.

