

2000RP-09

Appels d'Offres et Enchères Ouvertes : Enjeux de Design et Propositions

*Yves Richelle, Jacques Robert,
Robert Gérin-Lajoie*

Rapport de Projet
Project report

Montréal
Septembre 2000



CIRANO
Centre interuniversitaire de recherche
en analyse des organisations

CIRANO

Le CIRANO est un organisme sans but lucratif constitué en vertu de la Loi des compagnies du Québec. Le financement de son infrastructure et de ses activités de recherche provient des cotisations de ses organisations-membres, d'une subvention d'infrastructure du ministère de la Recherche, de la Science et de la Technologie, de même que des subventions et mandats obtenus par ses équipes de recherche.

CIRANO is a private non-profit organization incorporated under the Québec Companies Act. Its infrastructure and research activities are funded through fees paid by member organizations, an infrastructure grant from the Ministère de la Recherche, de la Science et de la Technologie, and grants and research mandates obtained by its research teams.

Les organisations-partenaires / The Partner Organizations

- École des Hautes Études Commerciales
- École Polytechnique de Montréal
- Université Concordia
- Université de Montréal
- Université du Québec à Montréal
- Université Laval
- Université McGill
- Ministère des Finances du Québec
- MRST
- Alcan inc.
- AXA Canada
- Banque du Canada
- Banque Laurentienne du Canada
- Banque Nationale du Canada
- Banque Royale du Canada
- Bell Canada
- Bombardier
- Bourse de Montréal
- Développement des ressources humaines Canada (DRHC)
- Fédération des caisses Desjardins du Québec
- Hydro-Québec
- Industrie Canada
- Pratt & Whitney Canada Inc.
- Raymond Chabot Grant Thornton
- Ville de Montréal

© 2000 Yves Richelle, Jacques Robert et Robert Gérin-Lajoie. Tous droits réservés. *All rights reserved.*
Reproduction partielle permise avec citation du document source, incluant la notice ©.
Short sections may be quoted without explicit permission, if full credit, including © notice, is given to the source.

Appels d'Offres et Enchères Ouvertes : Enjeux de Design et Propositions

Yves Richelle^{}, Jacques Robert[†] et Robert Gérin-Lajoie[‡]*

Résumé

Ce rapport présente une analyse approfondie des procédures utilisées par le Gouvernement du Québec pour réaliser des appels de soumissions et des appels de services. On y trouvera une proposition visant à modifier de manière substantielle la méthode d'évaluation des offres de services qui cherche à combiner l'aspect «qualité» et l'aspect «prix» d'une offre de services. Nous présentons aussi des propositions relatives à l'introduction de mécanismes d'enchères renversées et ouvertes pour réaliser ces appels de soumissions ainsi que les appels d'offres de services. La base sur laquelle reposent ces propositions est ce que l'on appelle les «enchères cadencées». Ce format d'enchère permet en effet de tenir compte de la qualité ainsi que du prix d'une offre soumise. Nous construisons quatre types d'enchères cadencées, à savoir, l'enchère cadencée pour contrat simple, l'enchère cadencée avec évaluation des offres de services selon le Règlement adopté par le Gouvernement du Québec, l'enchère cadencée avec évaluation des offres de services selon un fonction de score et enfin, l'enchère cadencée synchronisée. La première permet de réaliser des appels de soumissions mais peut aussi être utilisée pour adjuger des contrats avec bordereau de prix. Les deux enchères cadencées suivantes permettent de réaliser des appels d'offres de services où la qualité des offres joue un rôle important. La dernière enchère permet de réaliser simultanément des appels d'offres pour plusieurs produits présentant des complémentarités importantes. Pour chaque type d'enchères, nous discuterons les avantages procurés par son utilisation en remplacement de la procédure actuelle.

Mots-Clés : Enchères renversées, appels d'offres, enchères cadencées, Conseil du Trésor, e-procurement, auctions, clock auctions

Keywords: reverse auctions, competitive bidding, simultaneous auctions, Conseil du Trésor, e-procurement, clock auctions

^{*} Économiste senior, CIRANO

[†] Professeur, HEC Montréal et Vice-président Commerce Électronique, CIRANO

[‡] Directeur de projet, CIRANO

Table des Matières

Sommaire	1
1 Chorégraphie d'une enchère et objectifs poursuivis	3
1.1 Chorégraphie d'une enchère	3
1.2 Objectifs poursuivis	10
1.2.1 Efficacité allocative et minimisation du coût du contrat	10
1.2.2 Coûts de participation des fournisseurs	14
2 Appel d'offres pour un contrat simple	16
2.1 Procédure du Gouvernement du Québec	16
2.1.1 Description sommaire	16
2.1.2 Rencontre des objectifs poursuivis	17
2.2 Enchère cadencée pour un contrat simple	20
2.2.1 Description sommaire	20
2.2.2 Description formelle	21
2.2.3 Adéquation de l'enchère cadencée et des objectifs poursuivis	26
2.2.4 Application illustrative : contrat avec bordereau de prix	32
3 Appel d'offres pour un contrat avec arbitrage prix-qualité	35
3.1 Le Nouveau Règlement: description sommaire et analyse	35
3.1.1 Adéquation de la procédure d'appel d'offres aux objectifs poursuivis	37
3.1.2 Évaluation des offres de services	39
3.2 Enchère cadencée avec évaluation des offres selon le Nouveau Règlement	43
3.2.1 Description sommaire	43

3.2.2	Description formelle	44
3.2.3	Rencontre des objectifs poursuivis	57
3.3	Enchère cadencée et évaluation des offres à l'aide d'une fonction de score	60
3.3.1	Évaluation des offres de services: Fonctions de score	61
3.3.2	Enchère cadencée avec scores: description formelle	68
3.3.3	Adéquation de l'enchère cadencée avec fonction de score et des objectifs poursuivis	72
4	Enchère cadencée pour l'adjudication simultanée de plusieurs contrats	76
4.1	Description sommaire	79
4.2	Description formelle	80
4.3	Rencontre des objectifs poursuivis	87
4.3.1	Efficacité allocative	87
4.3.2	Coûts de participation encourus par les fournisseurs	89
	Conclusions	90
	Bibilographie	95
	Documents connexes	96

Sommaire

L'objectif de ce rapport est de présenter au Conseil du Trésor des formes d'enchères dont les performances sont supérieures à celles obtenues par le type d'enchère utilisé actuellement. Mentionnons immédiatement que, dans la terminologie usuelle, une enchère est une procédure qui permet à un vendeur d'un objet de mettre en concurrence plusieurs acheteurs. Lorsque l'enchère met en présence un acheteur et plusieurs vendeurs, comme c'est généralement le cas dans les appels d'offres, cette enchère est habituellement appelée une enchère renversée. Comme, dans ce rapport, nous n'examinons que les situations où le Gouvernement du Québec fait face à des vendeurs, nous allégerons le texte en utilisant le terme enchère à la place de celui d'enchère renversée.

Nous commencerons, dans le Chapitre 1, par donner un cadre général qui permet de décrire de manière systématique une enchère et par expliciter les objectifs que nous pensons devoir être poursuivis par le Gouvernement du Québec en ce qui a trait au choix des caractéristiques d'une enchère. Dans le Chapitre 2, nous examinerons les appels d'offres pour un contrat simple, c'est-à-dire, un contrat qui ne fait pas apparaître de dimension de qualité, sauf, éventuellement, l'imposition d'une qualité minimale¹. Pour ce type de contrats, nous montrerons, d'une part, que l'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec ne répond pas aux objectifs décrits au Chapitre 1 et, d'autre part, qu'il est possible de rencontrer ces objectifs en utilisant une enchère cadencée. Nous nous tournerons ensuite, dans le Chapitre 3, aux appels d'offres pour des contrats qui comportent une dimension qualité. Nous commencerons par examiner la procédure exposée dans le Nouveau Règlement sur les contrats d'approvisionnement, de construction et de services des ministères et organismes publics. Nous montrerons que cette procédure n'atteint pas les objectifs fixés. Nous proposerons deux manières de mieux rencontrer ces objectifs. D'une part, nous construirons une enchère cadencée qui utilise la méthode d'évaluation des offres de services décrite dans le Nou-

¹Dans la terminologie du Nouveau Règlement, les appels d'offres pour contrat simple sont donc des appels de soumissions.

veau Règlement. D'autre part, nous montrerons que cette méthode d'évaluation pose elle-même des problèmes et qu'il est possible de surmonter ces problèmes en utilisant une fonction de score. Une enchère cadencée se basant sur une telle méthode d'évaluation des offres est ensuite construite, permettant ainsi d'améliorer la performance des appels d'offres pour ce type de contrats. Enfin, dans le Chapitre 4, nous discuterons de la problématique d'appels d'offres cherchant à adjudger plusieurs contrats de manière simultanée.

1 Chorégraphie d'une enchère et objectifs poursuivis

Les enchères sont des mécanismes très pratiques pour organiser des transactions entre plusieurs vendeurs et un acheteur ou, inversement, entre plusieurs acheteurs et un vendeur. Leur utilisation est donc tout à fait appropriée dans le contexte des échanges entre le gouvernement et un ensemble de fournisseurs. Il n'est dès lors pas étonnant que la majorité des gouvernements les utilisent pour procéder à l'adjudication de contrats de toutes sortes.

Un des aspects attrayants des enchères est qu'elles peuvent prendre des formes très différentes. Ceci permet d'ajuster les caractéristiques d'une enchère en fonction des objectifs poursuivis par son initiateur. Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord passer en revue les différentes composantes d'une enchère et illustrer la grande variété d'enchères possibles à l'aide de quelques exemples. Nous nous pencherons ensuite sur les objectifs qui nous guideront dans le choix des caractéristiques des enchères que nous allons proposer dans la suite du rapport. À partir de ces objectifs, nous pourrions aussi comparer les enchères que nous proposons avec le type d'enchère utilisé actuellement par le gouvernement.

1.1 Chorégraphie d'une enchère

De manière générale, une enchère se caractérise par un ensemble de règles qui spécifient notamment les actions qui peuvent être prises par les participants, les informations dont ces participants disposent ainsi que la manière dont le contrat est adjugé. Nous allons introduire un cadre général qui permettra, d'une part, de mieux identifier les différentes composantes d'une enchère et, d'autre part, de mieux comprendre l'importance de certaines règles sur le résultat final de l'enchère. Cependant, nous sommes conscients que ce cadre sera parfois trop lourd à manipuler et, à certaines occasions, nous nous permettrons de ne pas spécifier les aspects de l'enchère qui ne sont pas pertinents pour notre propos. Toutefois, il faut souligner que ce cadre permet de faire le pont entre les aspects économiques et les aspects informatiques du design d'une enchère. C'est pourquoi on

retrouvera certaines distinctions entre des éléments d'une enchère qui ne sont pas nécessairement pertinents pour la discussion des propriétés économiques de celle-ci, mais qui prennent leur importance dans la mise en oeuvre informatique de l'enchère.

Dans cette perspective, nous allons considérer que les *participants* à une enchère sont d'une part les *fournisseurs* et, d'autre part, l'*annonceur* de l'appel d'offres, c'est-à-dire le donneur d'ordre. En plus de ces participants, nous introduirons un autre agent que nous appellerons l'*encanteur*. Le rôle de celui-ci est de fournir certaines informations ou de contrôler l'application de certaines règles durant le déroulement de l'enchère. Cet encanteur représente, dans l'enchère présentement utilisée par le gouvernement, les personnes qui sont chargées d'appliquer les règlements régissant les appels d'offres. Il n'est toutefois pas nécessaire qu'il s'agisse d'une personne physique. Dans un processus d'enchères électroniques, le rôle de l'encanteur est joué par le logiciel.

Une enchère se compose de trois éléments, à savoir, les rondes, les phases et les règles d'adjudication. Comme le montre le schéma de la page suivante, une **ronde** débute par la publication de l'état du marché. Celui-ci est constitué de deux types d'informations: les informations internes et les informations externes. Les informations externes sont celles qui sont transmises aux participants tandis que les informations internes sont des informations qui sont nécessaires au bon déroulement de l'enchère mais qui ne sont pas divulguées aux participants. Notons aussi que les informations transmises peuvent être différentes d'un participant à l'autre. Par exemple, une enchère peut spécifier que certains fournisseurs peuvent être exclus de l'enchère suite à des décisions qu'ils ont prises lors des rondes précédentes. Dans ce cas, chaque participant est informé de sa situation (exclu ou non) et cette situation peut évidemment varier d'un fournisseur à l'autre. De même, lorsque les offres des fournisseurs diffèrent par une dimension de qualité, comme ce sera le cas dans le chapitre 3, l'information transmise à chaque fournisseur est un prix à battre, et ce prix à battre est différent pour deux fournisseurs ayant soumis des offres de qualités différentes. Suite à la transmission des informations externes de l'état du marché aux participants, la ronde se poursuit par la réception des mises des participants, c'est-à-dire, les décisions prises par les participants en réponse aux informations qu'ils reçoivent. Ces décisions peuvent être très variées. Cela peut être un prix auquel le fournisseur est prêt à exécuter le contrat, l'acceptation d'un prix proposé, ou encore la décision de ne rien faire lorsqu'on permet aux participants de ne pas miser à chaque ronde.

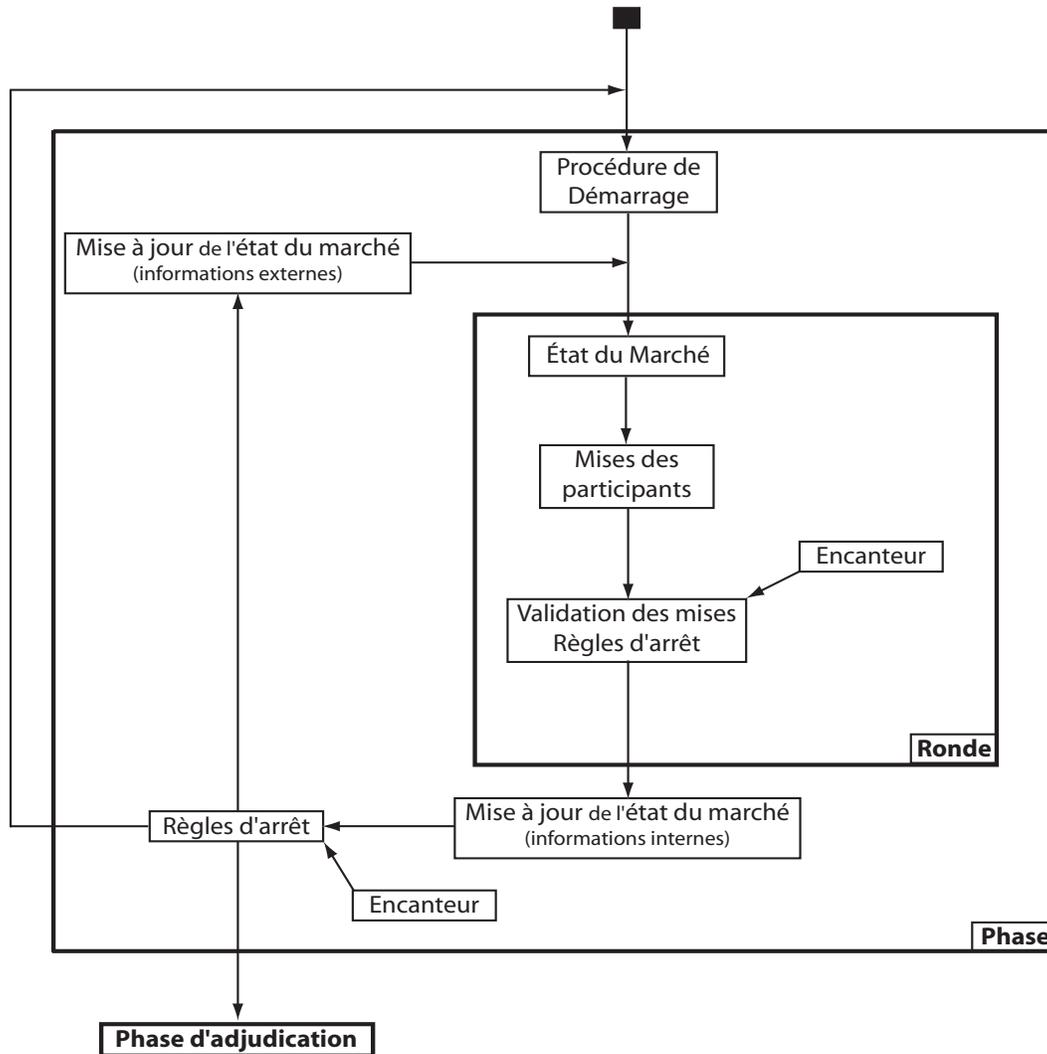


Schéma 1: Chorégraphie d'une enchère

La ronde se termine par la validation des mises et l'application de règles d'arrêt de ronde. Les règles d'arrêt spécifient les critères qui mettent fin à une ronde. Ces critères peuvent être basés sur les décisions des participants ou sur des informations fournies par l'encanteur. Par exemple, une ronde peut prendre fin dès qu'un participant soumet une mise, ou l'enchère peut spécifier qu'une ronde se termine après trois minutes quelles que soient les décisions des participants. Dans ce dernier cas, le critère est basé sur l'information du temps écoulé délivrée par l'encanteur.

La validation des mises est un processus qui permet de vérifier si les mises soumises sont conformes aux règles spécifiées dans l'enchère. Par exemple, dans certaines enchères, les participants n'ont pas le droit de soumettre un prix supérieur au prix qu'ils avaient soumis à la ronde précédente.

Dans toutes les enchères, il faut prévoir une procédure qui s'applique lorsqu'une mise n'est pas valide ou lorsqu'aucune mise n'est transmise par un fournisseur.

Comme indiqué sur le schéma, une **phase** contient quatre éléments, à savoir, une procédure de démarrage, un ensemble de rondes, des règles d'arrêt de phase et une mise à jour des informations internes et externes de l'état du marché¹. Chaque phase débute par une procédure de démarrage qui permet, à partir notamment des informations obtenues durant les phases antérieures², de construire l'état du marché de la ronde initiale. Lorsqu'une ronde prend fin, les informations recueillies durant cette ronde sont utilisées pour mettre à jour les informations internes de l'état du marché. On applique ensuite un ensemble de règles d'arrêt de phase. Celles-ci peuvent être basées sur les informations internes de l'état du marché ou sur les informations transmises par l'encanteur. Par exemple, une phase peut se terminer parce qu'aucune mise n'a été enregistrée durant les trois dernières rondes. On peut aussi penser qu'une phase se termine lorsque le nombre de ronde dépasse un certain nombre. Dans ce cas, la règle d'arrêt de phase repose sur l'information délivrée par l'encanteur. En appliquant ces règles d'arrêt, on peut arriver soit au passage à la phase suivante, soit à la continuation de la phase actuelle. Dans ce dernier cas, on effectue une mise à jour des informations externes de l'état du marché. Cette mise à jour consiste en un ensemble de règles qui permettent, à partir des informations recueillies lors des rondes effectuées, d'actualiser les informations qui seront transmises aux participants lors de la prochaine ronde. Cette mise à jour peut, par exemple, consister en un nouveau prix proposé qui serait le prix proposé à la ronde précédente diminué d'un décrétement donné.

Chaque enchère se termine par une **phase d'adjudication**. À partir des informations recueillies durant les phases précédentes, l'encanteur met en oeuvre la procédure de démarrage de cette phase en appliquant un ensemble de règles d'adjudication afin de déterminer un fournisseur gagnant et un prix d'adjudication proposé. Ces deux informations constituent l'état du marché de l'unique ronde de cette phase. Face à cet état du marché, l'annonceur réagit en acceptant ou en refusant. Si l'annonceur accepte alors le contrat est adjudgé au fournisseur gagnant et le prix d'adjudication est le prix d'adjudication proposé. Si l'annonceur refuse, alors le contrat n'est pas adjudgé.

¹Cette distinction entre informations internes et externes n'est pas nécessaire pour comprendre les propriétés économiques d'une enchère. Toutefois, du point de vue de l'architecture informatique du logiciel d'enchère, cette distinction est importante. C'est pourquoi nous l'introduisons explicitement ici.

²Ces informations font techniquement partie des informations internes de l'état du marché.

Examinons immédiatement un certain nombre d'exemples qui permettent de mieux apprécier l'utilité de cette décomposition d'une enchère³.

Exemple 1 : La première série d'illustrations a trait aux enchères ne comportant, en plus de la phase d'adjudication, qu'une seule phase ne comportant qu'une ronde. Notons immédiatement que, dans ce cas, la règle d'arrêt de ronde n'est pas basée sur les mises des participants mais sur l'information transmise par l'encanteur. Notons également que l'état du marché contient simplement l'ensemble des informations disponibles dans l'appel d'offres. Une mise pour un fournisseur⁴ consiste en une enveloppe contenant un certain nombre de renseignements sur le fournisseur et, éventuellement, sur la nature de son offre, ainsi qu'une offre de prix. La règle d'arrêt de phase est simplement basée sur les informations quant au jour et à l'heure avant lesquels les enveloppes doivent parvenir à une adresse spécifiée; la phase s'arrête lorsque cette date limite est arrivée. Il n'y a pas de mise à jour des informations externes de l'état du marché. Par contre, les informations internes de l'état du marché consistent en l'ensemble des mises des fournisseurs. Finalement, la phase d'adjudication procède comme suit. Dans la procédure de démarrage, l'encanteur commence par vérifier, sur la base des informations fournies, si les offres des fournisseurs satisfont les critères d'admissibilité et de conformité prévus dans l'appel d'offres. Ensuite, parmi les offres admissibles et conformes, l'encanteur sélectionne l'offre dont l'offre de prix est la plus basse. Le fournisseur gagnant est celui qui a soumis la plus basse offre de prix et le prix d'adjudication proposé est l'offre de prix la plus basse⁵.

Exemple 1 – Variante 1: Le seul changement par rapport à l'Exemple 1 concerne les règles d'adjudication. Dans cette variante, l'encanteur commence par sélectionner les offres admissibles et conformes et, pour ces offres, il procède à un classement des offres de prix par ordre décroissant. Le fournisseur gagnant est celui ayant présenté l'offre dont l'offre de prix est la plus basse, comme dans l'Exemple 1, mais le prix d'adjudication proposé correspond à l'avant-dernière offre de prix

³Nous ne présenterons qu'une description sommaire de ces enchères. Par exemple, nous n'évoquerons pas la manière dont le contrat est adjudgé advenant que l'enchère se termine sur une égalité entre deux fournisseurs.

⁴L'initiateur est passif dans cette enchère.

⁵Nous nous dispenserons de spécifier que ces informations constituent l'état du marché et que l'annonceur réagit à cet état du marché en acceptant ou en refusant car cet énoncé est identique pour la phase d'adjudication de chaque enchère. Dans les exemples qui suivent on se contentera donc d'explicitier les règles d'adjudication qui peuvent différer d'une enchère à l'autre.

dans le classement.

Exemple 1 – Variante 2: Cette variante diffère de l'enchère présentée dans l'Exemple 1 par les mises possibles des fournisseurs ainsi que par l'adjudication. On permet aux fournisseurs de soumettre une offre qui contient soit une offre de prix ferme, c'est-à-dire, le prix auquel le fournisseur est prêt à exécuter le contrat, soit une offre de prix limite, c'est-à-dire, le prix le plus bas auquel il est prêt à exécuter le contrat. Dans la phase d'adjudication, l'encanteur sélectionne d'abord les offres admissibles et conformes. Ensuite, il classe les offres de prix ferme et de prix limite par ordre décroissant. Le fournisseur gagnant est celui ayant soumis l'offre de prix se trouvant à la dernière place dans ce classement. Le prix d'adjudication proposé est donné par l'avant-dernière offre de prix dans le classement.

On voit bien, à travers cet exemple, que la décomposition en phases et en rondes permet de situer précisément quelles sont les différences entre deux enchères. Comme on le verra par la suite, ceci permettra aussi de mieux comprendre la différence et la ressemblance entre les résultats obtenus en utilisant différentes formes d'enchères. Continuons notre illustration avec la description d'une enchère légèrement plus sophistiquée.

Exemple 2 : Cette enchère comporte, en plus de la phase d'adjudication, une seule phase durant laquelle plusieurs rondes peuvent être effectuées⁶. L'enchère s'arrête à une heure précise, ce qui se traduit par le fait que la règle d'arrêt de phase utilise uniquement l'information donnée par l'encanteur. L'état du marché de chaque ronde consiste en un prix à battre. Chaque fournisseur peut décider soit de soumettre un prix, soit de ne rien faire. Le critère d'arrêt de ronde est basé sur les mises des fournisseurs: une ronde s'arrête dès qu'un fournisseur soumet un prix inférieur au prix affiché par l'état du marché de cette ronde. Si l'heure de fin de l'enchère n'est pas dépassée, la mise à jour de l'état du marché consiste à substituer l'ancien prix à battre par le prix de la ronde qui vient de se terminer. Enfin, le fournisseur gagnant est celui ayant soumis le prix lors de la dernière ronde et le prix d'adjudication proposé est le prix à la dernière ronde.

Exemple 2 – Variante 1: Dans cette variante, la règle d'arrêt de la phase compétitive (c'est-à-

⁶Cet exemple est inspiré de l'enchère utilisée par e-Bay pour vendre différents objets par l'entremise d'internet.

dire, la phase où les fournisseurs soumettent une mise), la règle d'arrêt de ronde et la mise à jour de l'état du marché sont modifiées. Une ronde se termine soit si un fournisseur a soumis un prix inférieur au prix à battre, soit si le temps écoulé depuis le début de la ronde est égal à trois minutes. La règle d'arrêt de la phase compétitive stipule que la phase prend fin si, durant les trois dernières rondes, aucun fournisseur n'a soumis un prix plus bas que le prix à battre. Enfin, la mise à jour de l'état du marché se fait comme dans l'Exemple 2 si un prix a été soumis lors de la dernière ronde réalisée et l'état du marché reste inchangé si la dernière ronde effectuée se termine sans qu'aucun prix ne soit soumis.

Exemple 2 – Variante 2: Dans cette variante, l'état du marché est un prix proposé ainsi qu'un nombre de fournisseurs actifs à la ronde. Les fournisseurs sont invités à accepter ou refuser ce prix. Une ronde se termine lorsque le temps écoulé est égal à trois minutes. La mise à jour de l'état du marché spécifie, d'une part, que si un fournisseur n'a pas soumis de mise durant la ronde qui vient de se terminer, il est exclu des rondes suivantes et, d'autre part, que le prix proposé est le prix proposé à la ronde précédente diminué d'un certain décrement. La phase compétitive se termine lorsqu'un seul fournisseur a accepté le prix proposé lors de la dernière ronde. Enfin, le fournisseur gagnant est celui ayant décidé d'accepter lors de la dernière ronde et le prix d'adjudication proposé est le prix proposé dans cette ronde.

Ces enchères présentent déjà beaucoup plus de souplesse du fait de la possibilité d'effectuer plusieurs rondes. Il est toutefois possible d'ajuster encore plus une enchère par rapport aux objectifs de son initiateur en introduisant plusieurs phases. Deux phases se distinguent par le fait qu'elles spécifient des règles de déroulement pour les rondes, ou une mise à jour de l'état du marché, ou des règles d'arrêt différentes. Nous ne donnerons qu'un seul exemple qui permet d'illustrer le bénéfice potentiel d'une procédure à plusieurs phases.

Exemple 3 : Cette enchère comporte trois phases, une phase d'initialisation, une phase compétitive et une phase d'adjudication. La phase d'initialisation se termine à une date et une heure précise (règle d'arrêt de phase basée sur des informations transmises par l'encanteur). Il n'y a qu'une seule ronde durant cette phase (la règle d'arrêt de ronde durant cette phase est basée sur les informations en provenance de l'encanteur). Au début de la ronde, l'état du marché consiste en un

prix de réserve qui est établi par l'annonceur de l'appel d'offres. Les fournisseurs réagissent en soumettant un prix. Seuls les fournisseurs qui ont soumis un prix plus bas que le prix de réserve peuvent participer à la phase suivante. La phase compétitive ainsi que la phase d'adjudication sont décrites dans l'Exemple 2 – Variante 1 où le prix à battre de la première ronde est le deuxième plus bas prix soumis par les fournisseurs lors de la première phase (procédure de démarrage de la phase compétitive).

Dans cet exemple, l'avantage de la première phase est, d'une part, de permettre d'éliminer immédiatement les fournisseurs qui ne sont de toute façon pas prêt à exécuter le contrat à un prix raisonnable et, d'autre part, de réduire la durée de la deuxième phase en partant d'un prix à battre plus proche du prix qui déterminera le gagnant.

1.2 Objectifs poursuivis

Comme il est possible de construire autant de formes d'enchère que l'on veut (la seule limite est l'imagination), l'initiateur d'une enchère est obligé de définir ses objectifs afin d'effectuer un choix. Nous allons présenter et discuter dans cette section quelques objectifs pertinents pour la construction d'une enchère en nous plaçant du point de vue d'un gouvernement.

1.2.1 Efficacité allocative et minimisation du coût du contrat

La raison d'être de la mise en place de mécanismes d'appels d'offres est sans aucun doute le désir de faire exécuter le contrat au prix le plus bas possible. Comme économiste, on pense que le choix d'un mécanisme d'appel d'offres devrait aussi poursuivre un deuxième objectif, à savoir, l'efficacité allocative. Dans un contexte simple, où la qualité avec laquelle les tâches spécifiées dans le contrat ne diffère pas entre les fournisseurs⁷, un mécanisme d'appels d'offres satisfait le critère d'efficacité allocative si ce mécanisme assure que le contrat est toujours adjugé au fournisseur dont le coût d'exécuter le contrat est le plus faible.

À priori, on pourrait penser que ces deux objectifs concordent. En effet, si une forme d'enchère alloue toujours le contrat au fournisseur ayant le coût d'exécution du contrat le plus bas (efficacité allocative), on pourrait penser que cela implique automatiquement que le prix auquel le contrat sera

⁷Nous verrons dans le Chapitre 3 comment redéfinir le concept d'efficacité allocative pour tenir compte de la qualité.

exécuté est lui aussi le plus faible possible (minimisation du coût du contrat). L'analyse théorique des enchères a toutefois montré que cela n'était généralement pas le cas. En effet, un résultat central dans la théorie des enchères peut se réécrire de la manière suivante⁸ :

Résultat 1. *Supposons que les fournisseurs soient neutres vis-à-vis du risque. Si deux enchères garantissent que le contrat est adjugé au fournisseur ayant le coût le plus bas, alors le prix d'adjudication espéré sera le même dans ces deux enchères.*

Ce théorème implique donc, d'une part, que peu importe la forme précise des enchères, si celles-ci garantissent l'efficacité allocative alors elles génèreront le même coût espéré pour le donneur d'ordre, et, d'autre part, que si le donneur d'ordre cherche à utiliser une enchère qui lui permet d'avoir un coût espéré plus bas que celui généré par une enchère garantissant l'efficacité allocative, alors il doit accepter que le contrat ne soit pas toujours adjugé au fournisseur ayant le coût le plus bas.

Remarquons immédiatement que la validité de la conclusion énoncée dans ce théorème repose sur l'hypothèse de neutralité des fournisseurs vis-à-vis du risque. Il est hors de notre propos de discuter si cette hypothèse est une bonne approximation de l'attitude vis-à-vis du risque des fournisseurs participant aux appels d'offres du Gouvernement du Québec⁹. En effet, les analyses et conclusions présentées ultérieurement dans ce rapport ne feront jamais appel à la neutralité des fournisseurs vis-à-vis du risque. Par contre, comme le montre le résultat énoncé ci-dessus, cette hypothèse permet de clarifier grandement la relation entre les propriétés d'efficacité allocative et de minimisation du coût du contrat d'une enchère.

Dans ce rapport, nous allons privilégier l'objectif d'efficacité allocative. Ainsi, les enchères que nous allons proposer cherchent à ce que le résultat obtenu par la mise en oeuvre de ces enchères soient aussi proche que possible du résultat efficace du point de vue allocatif. Dans les paragraphes qui suivent, nous exposons brièvement les raisons qui justifient ce choix.

L'utilisation d'une enchère dont le résultat est inefficace peut être une arme à double tranchants,

⁸Ce résultat, connu sous le nom de théorème de l'équivalence du revenu, a été démontré pour la première fois par Vickrey en 1961 dans un contexte spécifique et a été ensuite établi pour des environnements très généraux dans Myerson (1981) et Riley et Samuelson (1981).

⁹Mentionnons néanmoins que cette hypothèse décrit assez bien l'attitude des fournisseurs vis-à-vis du risque lorsque ceux-ci participent à des appels d'offres qui visent l'adjudication d'un contrat dont le montant ne représente qu'une fraction assez faible de leur chiffre d'affaire.

en ce sens que, dans certains types d'environnement, cette enchère génère effectivement un coût espéré moindre pour le donneur d'ordre mais, pour d'autres types d'environnement, elle conduit à un coût espéré plus élevé. Par exemple, il est connu, depuis le travail de Vickrey (1961), que l'enchère à enveloppes scellées où le prix d'adjudication est l'offre de prix la plus basse, décrite dans l'Exemple 1, n'est généralement pas efficace lorsque les fournisseurs sont asymétriques¹⁰, alors que l'enchère à enveloppes scellées où le prix d'adjudication est donné par la deuxième plus basse offre de prix garantit un résultat efficace dans ce type de situation. L'enchère à enveloppes scellées avec un prix d'adjudication égal à l'offre de prix la plus basse peut donc, *a priori*, conduire à un prix d'adjudication espéré plus faible que celui généré par l'utilisation d'une enchère à enveloppes scellées avec un prix d'adjudication égal à la deuxième plus basse offre de prix. Toutefois, comme l'a montré Vickrey (1961) ainsi que d'autres auteurs par la suite, la différence entre les prix d'adjudication espérés dépend de la forme de l'asymétrie entre les fournisseurs: pour certaines formes d'asymétrie, le prix d'adjudication espéré en utilisant une enchère à enveloppes scellées avec un prix d'adjudication égal à l'offre de prix la plus basse est effectivement inférieur à celui obtenu par l'utilisation de l'enchère à enveloppes scellées avec un prix d'adjudication donné par la deuxième plus basse offre de prix, mais ce résultat est inversé pour d'autres formes d'asymétrie.

L'utilisation d'une enchère qui ne garantit pas l'efficacité allocative peut freiner la mise en oeuvre d'investissements qui réduisent les coûts d'exécution du contrat des fournisseurs, et peut donc être non-profitable à plus long terme. Cette possibilité a été formellement démontrée dans Thomas (1997) pour le cas d'une enchère à enveloppes scellées avec un prix d'adjudication égal à l'offre de prix la plus basse. L'idée sous-jacente à ce résultat est que la réduction du coût obtenue par un fournisseur va, dans ce type d'enchère, induire les autres fournisseurs à devenir plus agressifs en soumettant des offres de prix plus basse. Mais cette réaction agressive est néfaste pour le fournisseur qui a investi, car celui-ci doit réagir en soumettant lui aussi une offre de prix plus basse. Comme démontré par cet auteur, cet effet néfaste peut être suffisamment puissant pour empêcher le fournisseur d'investir à un point tel que, dans certains cas, un fournisseur ne réduira pas son coût même si cette réduction peut être obtenue gratuitement. Ce problème n'apparaît pas dans une enchère à enveloppes scellées où le prix d'adjudication est donné par la deuxième plus basse offre de prix. Au contraire, dans ce type d'enchère chaque fournisseur a intérêt à réduire son

¹⁰Nous discuterons dans le chapitre suivant le sens précis qui est donné à l'asymétrie entre fournisseurs.

coût ce qui conduira, à moyen et long terme, à un prix d'adjudication espéré plus faible que celui obtenu en utilisant une enchère à enveloppes scellées avec un prix d'adjudication égal à la plus basse offre de prix.

On peut généralement diminuer le prix d'adjudication espéré en utilisant un prix de réserve. Par exemple, le prix d'adjudication espéré peut être plus faible si l'on introduit un prix de réserve dans l'enchère à enveloppes scellées avec un prix d'adjudication donné par la deuxième offre de prix. Mais pour cela, il faut que le prix de réserve soit tel que cette enchère ne garantisse plus que le contrat soit adjugé au fournisseur ayant le coût le plus bas. Pour ce faire, comme démontré dans Riley et Samuelson (1981), il faut que le prix de réserve soit inférieur au montant maximal que l'initiateur de l'enchère était prêt à payer pour l'exécution du contrat, impliquant ainsi que l'initiateur accepte de prendre le risque que le contrat ne soit pas exécuté même si un fournisseur était prêt à exécuter le contrat pour un prix moindre que ce montant maximal. Ceci pose un sérieux problème de crédibilité. Il faut en effet, pour que l'introduction d'un prix de réserve diminue le prix d'adjudication espéré, que l'initiateur de l'enchère puisse se commettre de manière crédible à ne pas organiser une autre enchère dans l'éventualité où le contrat n'est pas exécuté. Il est très peu probable que cette condition soit remplie dans le cadre d'appels d'offres organisée par le Gouvernement du Québec. On imagine mal le Gouvernement du Québec annoncer que l'achat d'ordinateur ne sera pas réalisé même si un fournisseur était prêt à fournir ces ordinateurs pour un prix inférieur au budget prévu pour cet achat par le gouvernement.

L'introduction d'un prix de réserve, même si elle conduit effectivement à une diminution du prix d'adjudication espéré, n'est cependant pas la meilleure chose à faire. Il a été en effet démontré par Bulow et Klemperer (1996) qu'en général, le prix d'adjudication espéré est plus bas dans une enchère à enveloppes scellées avec un prix d'adjudication donné par la deuxième plus basse offre de prix qui met en concurrence $N + 1$ fournisseurs que dans n'importe quelle autre forme d'enchères avec un prix de réserve qui met en concurrence N fournisseurs. Ceci indique clairement la voie à suivre pour diminuer le prix d'adjudication espéré dans une enchère qui garantit l'efficacité allocative: diminuer le coût de participation des fournisseurs afin que le plus grand nombre possible de fournisseurs prennent part activement à l'appel d'offres. Ce sera le deuxième objectif poursuivi dans la construction d'enchères alternatives à l'enchère présentement utilisée par le Gouvernement du Québec.

1.2.2 Coûts de participation des fournisseurs

Dans son évaluation des performances d'une enchère, le Gouvernement du Québec devrait tenir compte des coûts de participation que cette enchère engendre pour les fournisseurs. Quatre types de coûts peuvent être identifiés.

Le premier type de coûts est engendré par le temps que les fournisseurs doivent passer à construire un plan d'action qui, étant donné leur caractéristiques, maximisera leur utilité espérée dans l'enchère, c'est-à-dire à élaborer une stratégie gagnante. Notons immédiatement que ces coûts peuvent être très substantiels même si, comme dans l'enchère à enveloppes scellées, la stratégie gagnante est simplement un prix. Ces coûts dépendent en effet de la complexité du *choix* d'une stratégie et non pas de la complexité de la stratégie choisie. La simplicité du choix d'une stratégie repose sur les besoins d'anticiper les stratégies utilisées par les autres fournisseurs: moins le choix d'un fournisseur entre différentes stratégies repose sur l'anticipation qu'il se fait des stratégies mises en oeuvre par les autres fournisseurs, plus le choix est simple, c'est-à-dire, plus la stratégie gagnante est simple à construire. La simplicité la plus grande est donc obtenue lorsque le choix d'une stratégie ne requiert aucune anticipation, ce qui sera le cas lorsqu'il existe une stratégie qui maximise l'utilité espérée d'un fournisseur quelles que soient les stratégies utilisées par les autres fournisseurs. Ce type de stratégie est ce que l'on appelle une stratégie dominante. *Les enchères qui minimisent le coût d'élaboration d'une stratégie gagnante pour les fournisseurs sont donc celles pour lesquelles il existe une stratégie dominante pour chaque fournisseur.*

Le deuxième type de coûts supportés par les fournisseurs provient de la recherche d'informations relatives aux conditions dans lesquelles se déroulera l'enchère. Pour rendre la discussion concrète, illustrons directement le problème. Dans certaines formes d'enchères, la construction de stratégies gagnantes peut requérir de connaître le nombre de fournisseurs qui participent à l'enchère. C'est le cas en particulier de l'enchère à enveloppes scellées où le prix d'adjudication est donné par l'offre de prix la plus basse telle que décrite dans l'Exemple 1. Hors, le nombre de fournisseurs soumettant une offre de services est généralement inconnu lorsque les fournisseurs rédigent leur offre. Les fournisseurs devront donc construire leur stratégie en se basant sur une anticipation de ce nombre. Ceci leur impose un coût soit pour rechercher des informations qui leur permettent de se faire l'idée la plus précise possible concernant ce nombre, soit en utilisant une stratégie basée sur une estimation grossière de ce nombre ce qui réduit leur utilité espérée dans

l'enchère.

Notons immédiatement qu'il est possible d'éviter ces deux types de coûts en choisissant un type d'enchère approprié. En effet, une des propriétés bien connue de l'enchère à enveloppes scellées avec un prix d'adjudication donné par la deuxième meilleure offre de prix (Exemple 1 - Variante 1) est que les fournisseurs disposent d'une stratégie dominante, et, de plus, cette stratégie dominante ne requiert pas la connaissance du nombre de fournisseurs ayant soumis une offre de services. Il faut aussi remarquer que ces coûts diminuent avec l'expérience des fournisseurs, ce qui signifie que ces coûts sont des coûts d'entrée. Par conséquent, comme mentionné auparavant, une réduction de ceux-ci à travers le choix d'une enchère appropriée est profitable pour le donneur d'ordre puisque cela devrait permettre à de nouveaux fournisseurs de prendre part aux appels d'offres.

Le troisième type de coûts est engendré par le temps consacré par les fournisseurs à mettre en oeuvre leur stratégie gagnante, ce qui dépendra de la complexité de celles-ci. Ces coûts varieront donc d'une forme d'enchère à l'autre. Par exemple, dans une enchère à enveloppes scellées (Exemple 1), une stratégie gagnante est la plus simple possible puisqu'elle consiste uniquement à soumettre un prix. Dans une enchère dont la phase compétitive comporte plusieurs rondes (Exemple 2), une stratégie consiste à soumettre un prix en réaction à un prix à battre et prendra donc plus de temps à mettre en oeuvre que celle utilisée dans l'enchère à enveloppes scellées.

Le dernier type de coûts est engendré par le temps que les fournisseurs consacrent à la rédaction de leur offre, c'est-à-dire, à fournir les renseignements demandés dans l'appel d'offres. Ces coûts ne dépendront pas de la forme d'enchère utilisée et sont mentionnés dans le seul but d'être exhaustif.

2 Appel d’offres pour un contrat simple

Nous allons examiner dans ce chapitre deux procédures d’appel d’offres pour des contrats simples, à savoir, la procédure du Gouvernement du Québec et notre proposition. Par contrats simples, on entend ici des contrats pour lesquels les offres ne diffèrent que par leur offre de prix. En particulier, l’évaluation des offres soumises pour l’obtention de ces contrats n’utilise pas de critère de qualité, à l’exception possiblement d’une exigence de qualité minimale.

2.1 Procédure du Gouvernement du Québec

Les appels d’offres pour ce type de contrat sont actuellement régis par un ensemble de règlements. Il est toutefois hors de propos de considérer le détail des différentes procédures utilisées. Nous allons nous contenter d’une description sommaire des règlements principaux, ce qui sera suffisant pour examiner si le type de procédure utilisé rencontre les objectifs énoncés dans le premier chapitre de ce rapport.

2.1.1 Description sommaire

Le type de procédure utilisé peut se décrire sommairement par une enchère constituée d’une seule phase compétitive en plus de la phase d’adjudication. Cette phase compétitive ne comporte qu’une seule ronde durant laquelle les fournisseurs soumettent une offre en réponse à un appel d’offres. Ces offres prennent la forme d’une enveloppe scellée qui contient, d’une part, un ensemble d’informations qui permettent de vérifier si cette offre satisfait les critères d’admissibilité et de conformité, et, d’autre part, une offre de prix. Les règles d’adjudication sont simples: Le fournisseur gagnant est celui ayant soumis une offre admissible et conforme dont l’offre de prix est la plus basse parmi l’ensemble des offres de prix des offres de services conformes et admissibles. Le prix d’adjudication proposé est l’offre de prix du fournisseur à qui le contrat a été adjugé.

2.1.2 Rencontre des objectifs poursuivis

Bien que ce type d'enchère comprend un ensemble minimal de règles, les stratégies gagnantes, c'est-à-dire les stratégies d'équilibre, sont assez complexes à construire même dans des situations simples. L'analyse économique de ce type d'enchère est très développée et un ensemble de résultats sont bien établis dans la littérature¹. Nous commencerons par examiner l'état des connaissances en ce qui a trait à l'efficacité allocative. Nous discuterons ensuite des coûts encourus par les fournisseurs pour construire leur stratégie gagnante.

Efficacité allocative

Le résultat central en ce qui a trait à l'efficacité allocative de ce type d'enchère est que *même dans les contextes les plus simples, ce type d'enchère n'alloue pas nécessairement le contrat au fournisseur qui a le coût d'exécution le plus faible*. Autrement dit, ce type d'enchère ne garantit pas, sauf dans des cas exceptionnels, l'efficacité allocative.

Pour comprendre ce résultat, il faut bien réaliser que, dans ce type d'enchère, la mise d'un fournisseur détermine à la fois sa probabilité d'obtenir le contrat et le gain qu'il réalisera s'il obtient le contrat. Bien évidemment, la probabilité de gagner d'un fournisseur décroît avec sa mise, c'est-à-dire, son offre de prix, alors que le gain que ce fournisseur réalise s'il gagne augmente avec sa mise. La mise qu'il soumettra résultera donc d'un arbitrage entre augmenter sa probabilité de gagner en soumettant une mise faible et augmenter son gain s'il gagne en soumettant une mise élevée. C'est cet arbitrage qui est responsable de la première source d'inefficacité. En effet, supposons que l'enchère mette en présence deux fournisseurs. Supposons² que le fournisseur 1 connaisse son coût c_1^v mais qu'il ne connait pas parfaitement le coût de son concurrent. De manière précise, supposons que la connaissance du fournisseur 1 sur le coût du fournisseur 2, c_2 , est que (i) c_2 est compris dans l'intervalle $[\alpha_2, \omega]$ et (ii) la probabilité que c_2 soit plus petit ou égal à une valeur c est donnée par une distribution $F_2(c)$. De la même manière, supposons que le fournisseur 2 connait son coût c_2^v et que la connaissance du fournisseur 2 sur le coût du fournisseur 1, c_1 , est que celui-ci appartient à l'intervalle $[\alpha_1, \omega]$ avec une distribution de probabilité donnée par $F_1(c)$.

¹L'analyse rigoureuse de ce type d'enchère commence avec le travail de Vickrey (1961). Comme on peut s'en rendre compte à l'aide du survol de la littérature de Klemperer (2000), elle s'est beaucoup développée par la suite.

²Techniquement, on supposera aussi que toutes les informations qui suivent sont de connaissance commune, c'est-à-dire, que les deux joueurs connaissent l'information dont leur concurrent dispose, qu'ils connaissent aussi qu'ils connaissent l'information dont leur concurrent dispose, et ainsi de suite *ad infinitum*.

Supposons enfin que $\alpha_1 < \alpha_2$ et que c_1^v est strictement plus petit mais relativement proche de α_2 alors que c_2^v est égal à α_2 . Dans une telle situation, l'efficacité allocative requiert que le contrat soit adjugé au fournisseur 1. Comme différents auteurs l'ont montré³, les stratégies d'équilibre dans l'enchère décrite plus haut sont, pour le fournisseur 2, de soumettre une offre de prix égale à son coût α_2 et, pour le fournisseur 1, de soumettre une offre de prix légèrement supérieure à α_2 . Dans ce cas, le contrat sera adjugé au fournisseur 2 et le résultat de l'enchère est inefficace. La raison pour laquelle le fournisseur 1 agit de la sorte est que, de son point de vue, il y a une certaine probabilité pour que le fournisseur 2 ait un coût strictement supérieur à α_2 et qu'en conséquence le fournisseur 2 soumette une offre de prix strictement supérieure à α_2 . Donc, de son point de vue, en soumettant une offre de prix légèrement supérieure à α_2 il diminue légèrement sa probabilité de gagner mais il augmente son gain s'il gagne. L'arbitrage entre ces deux intérêts l'amène alors à accepter de ne pas gagner avec certitude ce qui conduit à la possible inefficacité de l'enchère du point de vue allocatif. Il faut noter que ce type de résultat peut aussi apparaître lorsque $\alpha_1 = \alpha_2$ mais $F_1(c) \neq F_2(c)$. Le seul contexte pour lequel l'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec garantit l'efficacité allocative est celui où les fournisseurs sont *symétriques* dans le sens où les intervalles de coûts, $[\alpha, \omega]$, ainsi que les distributions de probabilité, $F(c)$, sont les mêmes pour tous les fournisseurs. Dès qu'il est de connaissance commune que le coût d'un fournisseur peut être inférieur au plus bas coût possible pour les autres⁴, ou que la probabilité qu'un fournisseur ait un coût inférieur à un certain niveau c^0 est supérieure à la probabilité que le coût soit inférieure à cette même valeur pour les autres fournisseurs, c'est-à-dire, dès que les fournisseurs sont *asymétriques*, l'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec ne garantit plus l'efficacité allocative.

Une deuxième raison pour laquelle l'enchère décrite plus haut peut allouer le contrat de manière inefficace est qu'elle ne permet pas aux fournisseurs d'obtenir de l'information par l'observation des mises de leur concurrents. Cette caractéristique pose problème dans un environnement où, d'une part, les fournisseurs observent imparfaitement leur coût et, d'autre part, les coûts des fournisseurs ont une composante commune. Un exemple simple de ce genre de contexte est celui où la réalisation du contrat nécessite l'achat de certains produits auprès de grossistes. Si les différents

³Voir à ce propos les exemples donnés dans Vickrey (1961), Maskin et Riley (1985) et Dasgupta et Maskin (2000).

⁴Notons que cette situation est formellement équivalente à la situation où il est de connaissance commune que le coût d'un fournisseur peut être supérieur au plus haut coût possible pour les autres.

fournisseurs s'approvisionnent auprès des mêmes grossistes, leur coût d'exécuter le contrat contient une composante commune. De plus, si les prix de ces produits ne sont pas connus au moment de l'appel d'offres et si les fournisseurs ont certaines informations privées au sujet de ces prix, alors ces fournisseurs ne connaissent pas leur coût avec certitude mais chacun observe un signal lié à la valeur que prendront leur coût. Dans ce contexte, il faudrait idéalement que le processus d'appel d'offres permette à chaque fournisseur d'inférer l'information détenue par ses concurrents à travers les mises de ceux-ci. Cela permettrait aux fournisseurs ayant reçu des informations qui les poussent à un pessimisme excessif ainsi qu'aux fournisseurs ayant reçu des informations les conduisant à un optimisme excessif de réviser leur anticipations de coût au fur et à mesure du déroulement de l'appel d'offres. Comme, dans l'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec, les mises ne sont jamais observées par les fournisseurs avant l'adjudication du contrat, cette transmission d'information ne peut pas avoir lieu. Ceci peut entraîner que le fournisseur gagnant soit le fournisseur le plus optimiste et non pas le fournisseur ayant effectivement le coût le plus bas, d'où la possibilité d'une inefficacité allocative. Une autre conséquence néfaste possible est que le fournisseur qui a obtenu le contrat se trouve en fait incapable de le réaliser sans faire des pertes excessives ce qui impliquera probablement soit la renégotiation des termes du contrat pour permettre de réduire les pertes du fournisseurs ou la non-exécution pure et simple du contrat. Dans les deux cas, le donneur d'ordre subit un coût non négligeable.

Coûts de participation encourus par les fournisseurs

Le type d'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec n'impose pas de coût de mise en oeuvre des stratégies puisqu'une fois les enveloppes contenant les offres déposées, les fournisseurs sont complètement passifs. Par contre, cette enchère impose des coûts de construction des stratégies gagnantes et des coûts de recherche d'informations très importants. En effet, il est bien connu que ce type d'enchère ne possède pas de stratégie dominante, ce qui signifie que chaque fournisseur doit construire ses stratégies sur la base d'anticipations relatives aux stratégies utilisées par ses concurrents. Par ailleurs, chaque fournisseur doit, pour construire ses stratégies gagnantes, anticiper les conditions dans lesquelles l'enchère se déroulera. Il faudra, par exemple, qu'un fournisseur anticipe le nombre d'offres qui seront soumises et qui seront conformes et admissibles. Ceci requiert non seulement une connaissance du nombre de fournisseurs potentiels mais aussi, dans le cas où

une qualité minimale est exigée, du nombre d'offres soumises qui seront jugées admissibles. De plus, chaque fournisseur doit se faire une idée assez précise sur l'intervalle dans lequel se trouve le coût d'un concurrent, et cela pour chaque concurrent. On voit donc sans peine que les coûts encourus par les participants sont très substantiels mais aussi que ces coûts constituent une barrière à l'entrée de nouveaux fournisseurs dans la procédure d'appel d'offres. En effet, les fournisseurs qui participent de longue date à des appels d'offres ont déjà payé une large part de ces coûts de recherche d'informations et ont acquis une certaine expérience quant aux stratégies utilisées par leur concurrents. Par contre, ces coûts doivent être supportés par tout nouveau fournisseur qui cherche à répondre à un appel d'offres tel qu'organisé par le Gouvernement du Québec avec une certaine chance de succès. Les nouveaux venus seront donc clairement pénalisés.

2.2 Enchère cadencée pour un contrat simple

2.2.1 Description sommaire

Une manière simple d'aborder l'enchère cadencée est de la séparer en deux étapes. L'enchère cadencée proprement dite se déroule dans la deuxième étape. L'objectif dans la première étape est de rechercher l'information nécessaire pour initialiser l'enchère cadencée afin que celle-ci prenne le moins de temps possible avant d'arriver à déterminer le fournisseur gagnant.

Commençons par décrire l'enchère cadencée proprement dite. Le principe de base de cette enchère est qu'à chaque ronde un prix est proposé aux fournisseurs actifs à cette ronde. Ceux-ci réagissent à cette proposition en soumettant une mise. Une mise pour un fournisseur actif peut prendre deux formes: accepter le prix proposé ou soumettre une offre de prix finale. Cette offre de prix finale est un prix qui est inférieur ou égal au dernier prix accepté par le fournisseur et strictement supérieur au prix proposé. Seuls les fournisseurs qui ont accepté le prix proposé sont considérés actifs à la ronde suivante. À la ronde suivante, on diminue d'un décrement le prix proposé et on informe chaque fournisseur actif du nombre de fournisseurs actifs à cette ronde. Face à ces informations, les fournisseurs actifs réagissent de nouveau en soumettant une mise. Ce processus de descente de prix continue jusqu'à ce que le prix proposé ne soit plus accepté que par au plus un fournisseur.

Avant de compléter la description de cette enchère cadencée en spécifiant les règles d'adjudication, il est bon de noter immédiatement deux implications de la règle d'activité adoptée. La

première implication est qu'une offre de prix soumise par un fournisseur est finale car elle constitue la dernière mise de ce fournisseur. En effet, si, à une ronde donnée, un fournisseur soumet une offre de prix, il sera considéré inactif à toutes les rondes subséquentes. La deuxième implication de la règle d'activité, est qu'à l'exception de la ronde initiale, le dernier prix accepté par un fournisseur actif à une ronde est le prix proposé à la ronde précédente. À la ronde initiale, tous les fournisseurs ayant soumis une offre admissible et conforme sont considérés actifs et leur dernier prix accepté est leur prix de départ proposé.

Une fois terminé le processus de descente du prix, on applique les règles d'adjudication. Celles-ci distinguent deux cas de figures. Dans le premier cas, un fournisseur a accepté le prix proposé à la dernière ronde alors que les autres fournisseurs actifs à cette ronde ont soumis une offre de prix finale. Le contrat est alors adjugé au fournisseur ayant accepté le prix proposé et le prix d'adjudication est donné par la plus basse offre de prix finale soumise à la dernière ronde. Dans le deuxième cas, tous les fournisseurs actifs à la dernière ronde ont soumis une offre de prix finale. On classe alors les offres de prix finales en ordre croissant. Le contrat est alors adjugé au fournisseur ayant soumis l'offre de prix finale la plus basse, c'est-à-dire, celle se trouvant à la première place dans le classement, et le prix d'adjudication est donné par la deuxième plus basse offre de prix finale, c'est-à-dire, celle se trouvant à la deuxième place dans le classement.

L'étape d'initialisation doit permettre d'obtenir un prix de départ ainsi qu'un nombre de fournisseurs actifs à la première ronde de l'enchère cadencée. Dans cette étape, qui contient deux phases, on demande aux fournisseurs de réagir à la publication de l'appel d'offres en soumettant une offre de services. Cette offre de services contient un prix de départ proposé. L'ensemble des fournisseurs actifs est l'ensemble des fournisseurs ayant soumis une offre conforme et admissible. Pour rester cohérent avec les règles d'adjudication, le prix de départ est le deuxième plus bas prix de départ proposé.

Nous passons maintenant à une description plus formelle de cette enchère. Nous analyserons ensuite les propriétés de cette forme d'enchère.

2.2.2 Description formelle

L'enchère cadencée que nous proposons pour les contrats simples contient quatre phases. Les deux premières phases sont en fait des phases préliminaires à la mise en oeuvre de l'enchère cadencée

proprement dite, c'est-à-dire des phases d'initialisation. L'enchère cadencée se déroulera donc à la Phase III⁵. Celle-ci permettra d'obtenir les informations nécessaires pour procéder à l'adjudication du contrat qui prendra place à la quatrième phase.

Notons que, pour mettre en oeuvre cette enchère, il faudra au préalable déterminer deux paramètres, à savoir, un décrétement, Δ , et un nombre de minutes après lequel une ronde se termine, t . Nous proposons que le décrétement soit le prix de départ multiplié par un certain pourcentage⁶, ce pourcentage étant typiquement compris entre 1% et 5%. D'autre part, le nombre de minutes, t , devrait typiquement se situer entre 1 et 2 minutes. Nous comprendrons mieux les enjeux du choix de ces paramètres lorsque nous discuterons les propriétés de l'enchère cadencée dans la section suivante.

Phase I : Initialisation (fournisseurs)

Cette phase commence à une date et une heure précise par la publication de l'appel d'offres par le donneur d'ordre et consiste en une seule ronde. Les informations transmises par le donneur d'ordre définissent l'état du marché à cette ronde. Les fournisseurs réagissent à la publication de l'état du marché en soumettant une offre de services qui contient, d'une part, les informations nécessaires pour vérifier l'admissibilité et la conformité de leur offre et, d'autre part, un prix que le participant considère comme le meilleur prix de départ de la troisième phase. Nous noterons par \tilde{p}_i le prix de départ proposé du fournisseur i . La ronde se termine à une date et une heure précise. On effectue la mise à jour des informations internes de l'état du marché qui contiendra les caractéristiques de l'ensemble des offres de services.

Phase I : Initialisation (annonceur)

Cette phase comporte une seule ronde. L'état du marché consiste en l'ensemble des offres soumises à la phase précédente. L'annonceur réagit à cet état du marché en déterminant l'ensemble des offres qui sont admissibles et conformes. Nous noterons par N l'ensemble des fournisseurs qui

⁵La description qui est présentée suit de très près le schéma d'une enchère proposé dans le chapitre précédent même si cela entraîne une certaine lourdeur. Le lecteur est invité à consulter le Schéma 1 pour mieux situer les différentes composantes les unes par rapport aux autres.

⁶Ce décrétement peut éventuellement être arrondi à l'unité choisie par le donneur d'ordre (centaine ou millier de dollars) selon les règles usuelles.

ont soumis une offre conforme et admissible⁷.

Phase III : Compétition

La troisième phase commence à une date et une heure précise. Cette phase comporte plusieurs rondes. Nous utiliserons l'indice supérieur r pour indiquer une ronde particulière. Puisqu'il y a plusieurs rondes, cette phase spécifiera, en plus des règles d'arrêt de phase, une mise à jour de l'état du marché et une procédure de démarrage. De manière précise, les différents éléments constitutifs de cette phase sont décrit de la manière suivante.

A. DÉMARRAGE

L'objectif de la procédure de démarrage est de construire l'état du marché de la ronde initiale à partir des informations obtenues durant les phases précédentes. L'encanteur commence par déclarer actif à la ronde initiale tout fournisseur ayant soumis une offre admissible et conforme. Nous noterons par A^0 l'ensemble des fournisseurs actifs à la ronde initiale et nous aurons donc $A^0 = N$. Ensuite, l'encanteur calcule le prix de départ qui sera utilisé à la ronde initiale de la Phase III. Pour ce faire, l'encanteur commence par classer en ordre croissant tous les prix de départ proposés des fournisseurs appartenant à N . Le prix départ, dénoté p^0 , est le prix de départ proposé se situant à la deuxième position dans ce classement⁸.

B. RONDE

- État du marché: L'état du marché à une ronde r consiste en un ensemble de fournisseurs actifs A^r ; un nombre de fournisseurs actifs, $n^r = |A^r|$ et un prix proposé p^r . À la ronde initiale, c'est-à-dire, lorsque $r = 0$, le prix proposé est le prix de départ, p^0 . Le vecteur (p^r, n^r) est transmis à tous les fournisseurs actifs.
- Mise des fournisseurs: À chaque ronde r , si un fournisseur i est actif à cette ronde, c'est-à-dire, si $i \in A^r$, alors ce fournisseur a le choix entre *accepter* et *soumettre une offre de prix finale*. Pour être valide, une offre de prix finale soumise par le fournisseur i à la ronde r , dénotée p_i^f , doit être plus petite ou égale au dernier prix accepté par ce fournisseur et

⁷On supposera que $N \geq 2$. Dans le cas où une seule offre est conforme et admissible, l'enchère s'arrête et la procédure prévue par le Gouvernement du Québec pour une telle situation est appliquée.

⁸Notons que ce prix de départ peut être égal au prix de départ proposé le plus bas lorsque le prix le plus bas est proposé par au moins deux fournisseurs.

strictement supérieure au prix proposé à la ronde r , p^r . À la ronde initiale, c'est-à-dire, lorsque $r = 0$, le dernier prix accepté par le fournisseur i est son prix de départ proposé, \tilde{p}_i . À chaque ronde $r \geq 1$, le dernier prix accepté par un fournisseur actif à la ronde r est le prix proposé à la ronde précédente, p^{r-1} , car, comme nous le verrons plus loin, un fournisseur est déclaré actif à la ronde r si ce fournisseur a accepté le prix proposé à la ronde $r - 1$ ⁹.

Pour chaque fournisseur i actif à la ronde r , on notera par m_i^r la mise de ce fournisseur. On aura donc que m_i^r est égal soit à *accepter*, soit à p_i^f avec p_i^f appartenant à l'intervalle $]p^r, p^{r-1}]$ si $r \geq 1$ ou à l'intervalle $]p^0, \tilde{p}_i]$ si $r = 0$. Remarquons que, par construction, il existe au moins deux fournisseurs pour lesquels le prix qui leur est proposé à la ronde initiale, p^0 , est supérieur ou égal à leur prix de départ proposé, \tilde{p}_i . Pour ces fournisseurs, il n'existe donc aucun prix inférieur ou égal à leur prix de départ proposé et strictement supérieur au prix qui leur est proposé à la ronde initiale, c'est-à-dire, aucune offre de prix finale valide. Ceci implique qu'à la ronde initiale, ces fournisseurs n'ont pas d'autre choix que d'accepter. De ce fait, le nombre de fournisseurs actifs à la ronde 1 de l'enchère est toujours supérieur ou égal à deux¹⁰.

- Règle d'arrêt de ronde: Une ronde s'arrête soit lorsqu'il s'est écoulé plus de t minutes depuis la publication de l'état du marché, soit lorsque tous les fournisseurs actifs ont envoyé leur mise. Si, à la fin d'une ronde r , aucune mise n'est reçue de la part d'un fournisseur actif à cette ronde, alors l'enchère est suspendue pendant le temps nécessaire pour prendre contact avec ce fournisseur et vérifier avec lui la raison pour laquelle aucune mise n'a été reçue de sa part. Si des problèmes techniques sont découverts, l'encanteur suspend l'enchère le temps qu'il faut pour leur trouver une solution. L'encanteur reste en communication avec le

⁹Remarquons immédiatement que cette règle d'activité implique qu'un fournisseur qui soumet une offre de prix à la ronde r sera déclaré inactif dans les rondes suivantes. Une offre de prix soumise par un fournisseur est donc finale.

¹⁰Observons aussi qu'à partir de la ronde 1, une offre de prix finale, soumise par n'importe lequel des fournisseurs actifs, n'est valide que si elle appartient à l'intervalle défini par le prix proposé à la ronde présente et le prix proposé à la ronde précédente. Cet intervalle ne fait donc plus intervenir directement le prix de départ proposé par un fournisseur à la Phase I, ce qui implique qu'à partir de la ronde 1, le fournisseur ayant soumis le prix de départ proposé le plus bas peut soumettre une offre de prix finale supérieure à ce prix de départ proposé. Cette caractéristique ne joue absolument aucun rôle dans le déroulement de l'enchère à l'exception près que le fournisseur ayant soumis le prix de départ proposé le plus bas est obligé de soumettre une mise à partir de la première ronde de la Phase III de l'enchère et ne peut donc se servir du prix de départ proposé comme d'*un prix limite* spécifiant le prix le plus bas auquel ce fournisseur est prêt à exécuter le contrat, quoi que les autres fournisseurs fassent durant l'enchère.

fournisseur et lui demande de transmettre sa mise pour la ronde r . Si, de nouveau, aucune mise n'est reçue, alors ce fournisseur est supposé avoir soumis une offre de prix finale égale au dernier prix qu'il a accepté, ce qui implique qu'il sera considéré inactif lors des rondes subséquentes.

C. MISE À JOUR DU MARCHÉ

- Suite à la réception des mises, on commence par définir l'ensemble des fournisseurs ayant choisit d'accepter à la ronde r que l'on notera par Y^r . On aura donc $Y^r = \{i \in A^r \mid m_i^r = \text{accepter}\}$. L'ensemble des fournisseurs qui seront considérés actifs à la ronde $r + 1$, A^{r+1} , sont ceux qui ont accepté à la ronde précédente, c'est-à-dire, $A^{r+1} = Y^r$.
- Le nombre de fournisseurs actifs à la ronde $r + 1$, n^{r+1} , est le nombre d'éléments de A^{r+1} , c'est-à-dire, $|A^{r+1}|$.
- Le prix proposé à la ronde $r + 1$, p^{r+1} , est donné par $p^{r+1} = p^r - \Delta$ où Δ est le décrément.

D. RÈGLE D'ARRÊT DE PHASE

La phase s'arrête après la ronde R si et seulement si au plus un fournisseur actif à la ronde R a décidé d'accepter le prix proposé, c'est-à-dire, si et seulement si $|Y^R| \leq 1$.

Phase IV : Adjudication.

Cette phase comporte une seule ronde et démarre avec la détermination, par l'encanteur, d'un fournisseur gagnant et d'un prix d'adjudication proposé. Ces deux informations constitueront l'état du marché de la ronde et sont obtenues de la manière suivante.

À la dernière ronde de la Phase III, soit un fournisseur a accepté le prix proposé à cette ronde et les autres fournisseurs actifs à cette ronde ont soumis une offre de prix finale, soit tous les fournisseurs ont soumis une offre de prix finale. Lorsque le prix proposé à la dernière ronde de la Phase III a été accepté par un fournisseur, celui-ci est déclaré le fournisseur gagnant et le prix d'adjudication proposé est la plus basse offre de prix soumise. Lorsque tous les fournisseurs ont soumis une offre de prix finale à la dernière ronde de la Phase III, on classe ces offres de prix finales par ordre croissant. Le fournisseur gagnant est celui ayant soumis la meilleure offre de prix finale,

c'est-à-dire, celle se trouvant à la première position dans ce classement¹¹. Le prix d'adjudication proposé est la deuxième meilleure offre de prix finale, c'est-à-dire, celle se trouvant à la deuxième place dans le classement des offres de prix finales¹².

Face à ces informations, l'annonceur réagit en acceptant ou en refusant. Si l'annonceur accepte alors le contrat est adjugé au fournisseur gagnant et le prix d'adjudication est le prix d'adjudication proposé. Si l'annonceur refuse, le contrat n'est pas adjugé.

2.2.3 Adéquation de l'enchère cadencée et des objectifs poursuivis

Nous allons maintenant montrer que cette enchère permet de rencontrer les objectifs définis au Chapitre 1. Pour ce faire, nous commencerons par analyser les stratégies gagnantes des fournisseurs¹³. Nous pourrions alors mieux nous rendre compte que ce type d'enchère, d'une part, garantit l'efficacité allocative dans un grand nombre de contextes, et, d'autre part, réduit considérablement les coûts encourus par les fournisseurs.

Préliminaires

Pour comprendre le type de stratégies gagnantes dans une telle enchère, nous commencerons immédiatement par un exemple.

Exemple 1. Le prix proposé à la ronde r est 90\$. À cette ronde, le fournisseur 1 est un des fournisseurs actifs. Le coût pour ce fournisseur d'exécuter le contrat est de 92\$.

Montrons que, dans cette situation, la meilleure décision pour le fournisseur 1 est de soumettre une offre de prix finale égale à son coût, 92\$, *quelles que soient les décisions prises par les autres fournisseurs actifs à la ronde r .*

Considérons tout d'abord le cas où au moins un des autres fournisseurs actifs décide d'accepter le prix proposé à la ronde r , c'est-à-dire, 90\$. Dans ce cas, le fournisseur 1 n'obtiendra pas le

¹¹Dans le cas où l'offre de prix finale la plus basse a été soumise par plusieurs fournisseurs, le fournisseur gagnant est tiré au hasard parmi ceux-ci.

¹²Lorsque plusieurs fournisseurs ont soumis une offre de prix finale égale à l'offre de prix finale la plus basse, le prix d'adjudication proposé est alors égal à l'offre de prix finale la plus basse. Notons enfin que, si désiré, le prix d'adjudication proposé peut être arrondi à l'unité *supérieure* définie par le Gouvernement du Québec (centaine ou millier de dollars).

¹³Dans les discussions qui suivent, nous supposons que l'annonceur accepte la proposition de l'encanteur lors de la phase d'adjudication. Le contrat sera donc adjugé au fournisseur gagnant et le prix d'adjudication est le prix d'adjudication proposé.

contrat s'il soumet une offre de prix finale, peu importe la valeur de celle-ci. Par contre, s'il accepte le prix proposé alors l'enchère ne se terminera pas avant la ronde $r + 1$ puisqu'à cette ronde, au moins deux fournisseurs seront actifs (le fournisseur 1 et au moins un de ses concurrents). Le prix d'adjudication sera alors nécessairement inférieur ou égal à 90\$. En effet, le prix d'adjudication ne pourra être plus élevé que la plus grande offre de prix finale soumise à la ronde $r + 1$. Or, pour être valide, toute offre de prix finale doit être inférieure ou égale au dernier prix accepté par les fournisseurs actifs à cette ronde, c'est-à-dire, au prix proposé à la ronde r , 90\$. Ainsi, dans le meilleur des cas, le prix d'adjudication sera égal à 90\$. Ceci implique que, si le fournisseur 1 accepte le prix proposé, il conserve une chance d'obtenir le contrat mais à un prix inférieur ou égal à 90\$, c'est-à-dire, à un prix inférieur ou égal à son coût. En d'autres termes, si le fournisseur 1 accepte le prix proposé à la ronde r , alors soit il obtient le contrat à une ronde ultérieure et réalise une perte d'au moins 2\$, soit il n'obtient pas le contrat. On en conclut donc que soumettre une offre de prix, peu importe sa valeur, est la meilleure décision du fournisseur 1 lorsqu'au moins un de ses concurrents accepte le prix proposé à la ronde r .

Considérons ensuite la situation où tous les concurrents du fournisseur 1 soumettent une offre de prix finale. Pour faciliter la discussion, on notera par \hat{p}^f la plus basse offre de prix parmi les offres de prix soumises par les concurrents du fournisseur 1, c'est-à-dire,

$$\hat{p}^f = \min\{p_i^f \mid i \in A^r \setminus \{1\}\}.$$

Si le fournisseur 1 soumet lui aussi une offre de prix finale, p_1^f , cela conduit à une des trois situations suivantes:

- $\hat{p}^f > p_1^f$ et le fournisseur 1 obtient le contrat à un prix égal à \hat{p}^f ce qui lui procure un profit égal à $\hat{p}^f - 92\$$;
- $\hat{p}^f = p_1^f$ et le fournisseur 1 a une certaine chance d'obtenir le contrat à un prix égal à \hat{p}^f ;
- $\hat{p}^f < p_1^f$ et le fournisseur 1 n'obtient pas le contrat.

Il est alors assez simple de voir que la meilleure offre de prix finale à soumettre est 92\$. En effet, si le fournisseur 1 soumet une offre de prix égale à 92\$, alors il obtiendra un profit égal à $\hat{p}^f - 92\$$ lorsque $\hat{p}^f > 92\$$ et un profit nul si $\hat{p}^f \leq 92\$$. Il est donc assuré, en soumettant une telle offre,

de ne jamais faire de perte. Par ailleurs, si le fournisseur 1 soumettait une offre de prix inférieure à 92\$, disons 91\$, alors il obtiendrait le même profit qu'en soumettant une offre de prix égale à 92\$ lorsque \hat{p}^f est soit supérieur ou égal à 92\$, soit strictement inférieur à 91\$. Par contre, pour \hat{p}^f compris entre 92\$ et 91\$, il obtiendrait le contrat et ferait des pertes égale à $\hat{p}^f - 92\$$ s'il soumettait une offre égale à 91\$ alors qu'il n'obtiendrait pas le contrat s'il soumettait une offre de 92\$. Par conséquent, il est préférable, pour le fournisseur 1, de soumettre une offre de prix égale à 92\$ plutôt qu'une offre de prix inférieure à 92\$. D'un autre côté, si le fournisseur 1 soumettait une offre de prix supérieure à 92\$, disons 93\$, alors il obtiendrait le même profit qu'en soumettant une offre égale à 92\$ lorsque \hat{p}^f est soit supérieur à 93\$, soit inférieur à 92\$. Pour \hat{p}^f compris entre 93\$ et 92\$, par contre, le fournisseur 1 n'obtient pas le contrat s'il soumet une offre de 93\$ alors que, s'il soumettait une offre égale à 92\$, il obtiendrait le contrat en réalisant un profit strictement positif. Il est donc préférable pour le fournisseur 1 de soumettre une offre de prix finale égale à 92\$ plutôt que de soumettre une offre de prix finale supérieure à 92\$. Enfin, si le fournisseur 1 acceptait le contrat plutôt que de soumettre une offre de prix égale à 92\$, il est certain d'obtenir le contrat à un prix égal à \hat{p}^f . Toutefois, cela lui procurerait le même profit qu'en soumettant une offre de prix égale à 92\$ lorsque \hat{p}^f est supérieur ou égal à 92\$ mais lui ferait encourir des pertes lorsque \hat{p}^f est inférieur à 92\$. Il est donc préférable, pour le fournisseur 1, de soumettre une offre de prix égale à 92\$ plutôt que d'accepter le prix proposé. Par conséquent, si tous les concurrents du fournisseur 1 soumettent une offre de prix finale, la meilleure décision du fournisseur 1 est de soumettre une offre de prix égale à son coût, 92\$.

Nous avons donc établi que, dans le contexte de l'Exemple 1, la meilleure décision, pour le fournisseur 1, est de soumettre une offre de prix finale égale à son coût, 92\$, peu importe les décisions prises par ses concurrents. Comme le montre la discussion ci-dessus, la seule particularité spécifique à l'Exemple 1 est que le prix proposé à la ronde r est inférieur au coût du fournisseur 1 d'exécuter le contrat. Par un raisonnement similaire, il est donc très aisé d'arriver à la conclusion que, si le prix proposé à une ronde r est inférieur au coût d'un fournisseur actif à cette ronde, alors la meilleure décision que ce fournisseur peut prendre à cette ronde est de soumettre une offre de prix égale à son coût quelles que soient les décisions prises par ses concurrents.

Nous allons maintenant examiner la situation où le prix proposé à une ronde est supérieur au coût d'un fournisseur en nous servant de l'exemple suivant:

Exemple 2: Le décrement, Δ , est 5\$. Le prix proposé à la ronde r est 95\$. À cette ronde, le fournisseur 1 est un des fournisseurs actifs. Le coût d'exécuter le contrat pour ce fournisseur est de 92\$.

Nous allons montrer que, *quelles que soient les décisions prises par les autres fournisseurs actifs à la ronde r* , la meilleure décision pour le fournisseur 1 est d'accepter le prix proposé.

Considérons, en premier lieu, la situation où tous les concurrents du fournisseur 1 ont soumis une offre de prix finale. Comme précédemment, nous noterons par \hat{p}^f la plus basse offre de prix parmi les offres de prix soumises par les concurrents du fournisseur 1. Si le fournisseur 1 accepte le prix proposé alors il obtiendra avec certitude le contrat à un prix égal à \hat{p}^f et réalisera donc un profit égal à $\hat{p}^f - 92\$$. Ce profit est strictement positif puisque les offres de prix soumises à la ronde r doivent être strictement supérieures au prix proposé à cette ronde, c'est-à-dire, à 95\$. Si le fournisseur soumet lui aussi une offre de prix finale, p_1^f , alors soit $\hat{p}^f > p_1^f$ et il obtient le contrat à un prix \hat{p}^f , soit $\hat{p}^f = p_1^f$ et il a une certaine probabilité d'obtenir le contrat à un prix \hat{p}^f , soit $\hat{p}^f < p_1^f$ et il n'obtient pas le contrat. On voit donc qu'en soumettant une offre de prix le fournisseur 1, d'une part, prend le risque de ne pas obtenir le contrat mais, d'autre part, réalise un profit égal à celui qu'il obtiendrait s'il avait accepté le prix proposé, $\hat{p}^f - 92\$$, s'il obtient le contrat. Accepter le prix proposé est donc la meilleure décision que le fournisseur 1 peut prendre si tous les autres fournisseurs soumettent une offre de prix finale.

Considérons ensuite la situation où au moins un des concurrents du fournisseur 1 accepte le prix proposé à la ronde r . Ceci implique automatiquement que si le fournisseur 1 soumet une offre de prix finale, alors il est certain de ne pas obtenir le contrat. Par contre, s'il accepte le prix proposé alors il reste actif à la ronde $r + 1$. À cette ronde, le prix proposé sera 90\$ puisque le décrement est de 5\$. À la ronde $r + 1$, le fournisseur 1 se retrouve alors dans la situation décrite dans l'Exemple 1 puisque le prix proposé devient inférieur à son coût. Nous avons vu que dans ce cas, sa meilleure décision était de soumettre une offre de prix égale à son coût ce qui lui assurait, d'une part, d'obtenir le contrat avec une certaine probabilité à un prix qui lui permet de faire des profits positifs et, d'autre part, de ne jamais faire de pertes. Si au moins un des concurrents du fournisseur 1 accepte le prix proposé, la meilleure décision pour le fournisseur 1 est donc d'accepter le prix proposé.

La seule caractéristique spécifique à l'Exemple 2 est que le prix proposé à la ronde r est supérieur au coût du fournisseur 1. En raisonnant de la même manière, il est donc facile de vérifier que, si le prix proposé à une ronde est supérieur ou égal au coût d'un fournisseur actif à cette ronde, alors la meilleure décision pour ce fournisseur est d'accepter le prix proposé peu importe les décisions prises par les autres fournisseurs.

L'analyse de ces deux exemples nous amène donc à la conclusion suivante:

Conclusion 2.1. *Dans l'enchère décrite à la Section 2.2.2, chaque fournisseur possède une stratégie gagnante qui ne dépend pas des stratégies utilisées par ses concurrents, c'est-à-dire, chaque fournisseur dispose d'une stratégie dominante. Celle-ci spécifie qu'un fournisseur accepte à chaque ronde pour laquelle le prix proposé est supérieur ou égal à son coût d'exécuter le contrat et soumet une offre de prix finale égale à son coût si le prix proposé est inférieur à son coût.*

Nous pouvons maintenant examiner dans quels contextes ce type d'enchère garantit l'efficacité allocative.

Efficacité allocative

L'enchère cadencée se termine lorsque soit tous les fournisseurs actifs soumettent une offre de prix finale, soit lorsqu'un seul des fournisseurs actifs accepte le prix proposé. À partir de la Conclusion 2.1, il est clair, d'une part, que le dernier fournisseur qui accepte le prix proposé est le fournisseur qui a le coût le plus bas et, d'autre part, que si tous les fournisseurs ont soumis une offre de prix finale à la dernière ronde de l'enchère cadencée, le fournisseur qui soumet l'offre de prix la plus basse est celui qui a le coût le plus faible. Le contrat sera donc adjugé au fournisseur qui a le coût d'exécuter le contrat le plus faible puisque les règles d'adjudication stipulent que le contrat est adjugé au fournisseur qui, à la dernière ronde de l'enchère cadencée, est celui qui a accepté le prix proposé ou, si aucun fournisseur n'a accepté le prix proposé, celui qui a soumis l'offre de prix la plus basse.

La simplicité de ce raisonnement montre que l'enchère cadencée garantit l'efficacité allocative du résultat dans un grand nombre de contextes. En particulier, le résultat de l'enchère cadencée sera efficace du point de vue allocatif même si les fournisseurs sont asymétriques (voir la Section 2.1.2 pour une définition précise de la notion d'asymétrie entre fournisseurs) du fait que la stratégie gagnante de chaque fournisseur dans l'enchère cadencée ne dépend pas des informations dont

dispose un fournisseur sur le coût de ses concurrents. Ceci constitue donc un premier avantage de l'enchère cadencée par rapport à l'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec puisque, comme nous l'avons montré à la Section 2.1.2, celle-ci ne garantit plus l'efficacité allocative du résultat dès que les fournisseurs sont asymétriques.

Tout comme l'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec, l'enchère cadencée n'assure pas l'efficacité allocative du résultat dans les situations où les coûts des fournisseurs ont une composante commune qui n'est pas connue avec certitude par les fournisseurs, car le contrat risque d'être adjugé au fournisseur qui est le plus optimiste et non pas celui qui a effectivement le coût le plus bas. Toutefois, dans ce type de situations, la performance de l'enchère cadencée sera meilleure que celle obtenue par l'enchère du Gouvernement du Québec. En effet, dans l'enchère du Gouvernement du Québec, les fournisseurs soumettent des enveloppes scellées ce qui les empêche d'obtenir de l'information à travers les mises de leurs concurrents. Par contre, dans l'enchère cadencée, les fournisseurs observent le nombre de fournisseurs qui acceptent à chaque ronde. De ce fait, un fournisseur peut réviser ses anticipations quant à son coût au fur et à mesure du déroulement de l'enchère en observant combien de fournisseurs sont prêts à exécuter le contrat à un prix proposé ce qui contribuera à diminuer le risque d'allouer le contrat au fournisseur le plus optimiste plutôt qu'à celui qui a effectivement le coût le plus bas¹⁴.

Cette analyse nous permet donc d'affirmer que:

Conclusion 2.2. *L'enchère cadencée conduit à un résultat efficace du point de vue allocatif même lorsque l'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec conduit à un résultat inefficace.*

Du point de vue de l'efficacité allocative, l'utilisation de l'enchère cadencée en remplacement de l'enchère du Gouvernement du Québec est donc tout à fait justifiée. Nous allons maintenant considérer si ce remplacement se justifie aussi du point de vue des fournisseurs.

Coûts de participation des fournisseurs.

À partir de la Conclusion 2.1, on réalise immédiatement que:

¹⁴Pour que ce processus de révision prenne effectivement place, il faut que les fournisseurs disposent d'un nombre d'observations suffisant. Ceci implique que, dans ce genre de contextes, il faut porter une attention particulière au choix du décrétement car celui-ci influencera de manière importante le nombre de rondes qui seront effectuées dans l'enchère et, donc, le nombre d'observations dont disposeront les fournisseurs.

Conclusion 2.3. *L'enchère cadencée minimise les coûts encourus par les fournisseurs pour construire leur stratégie gagnante et pour rechercher l'ensemble des informations pertinentes sur leur environnement.*

En effet, pour chaque fournisseur, la stratégie gagnante ne dépend ni des anticipations sur les stratégies utilisées par ses concurrents ni d'informations inconnues. La seule chose sur laquelle un fournisseur doit se pencher est son coût de réaliser le contrat.

Par contre, le coût de mettre en oeuvre une stratégie est plus important que celui supporté dans l'enchère à enveloppes fermées utilisée par le Gouvernement du Québec puisque, dans l'enchère cadencée, les fournisseurs doivent, à chaque ronde, soumettre une mise ce qui prendra un certain temps. Toutefois, ces coûts de mise en oeuvre seront relativement faibles. En effet, le nombre de rondes qui seront effectuées, et donc la durée de l'enchère cadencée, devrait être assez réduit du fait d'un choix approprié, d'une part, du prix de départ et, d'autre part, du décrement. Comme nous l'avons déjà discuté plus haut, l'étape d'initialisation (Phase I) permet aux fournisseurs de soumettre un prix de départ pas trop éloigné de leur coûts, ce qui assure que l'enchère cadencée utilise un prix de départ qui ne sera pas trop éloigné du prix d'adjudication. Par ailleurs, ces coûts sont aussi diminués par l'utilisation de l'informatique qui permet aux fournisseurs de ne pas se déplacer à l'endroit physique où l'enchère se déroulera.

Il est donc raisonnable de penser que l'utilisation de l'enchère cadencée à la place de l'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec conduira à une réduction globale des coûts encourus par les fournisseurs et se justifie donc pleinement du point de vue des fournisseurs.

2.2.4 Application illustrative : contrat avec bordereau de prix

Nous avons montré que la performance d'une enchère cadencée pour contrat simple dépasse celle de la procédure utilisée actuellement par le Gouvernement du Québec. Nous allons illustrer à l'aide d'un exemple la grande flexibilité de ce type d'enchère. Cette flexibilité montre que l'enchère cadencée pour contrat simple peut être utilisée pour une très vaste catégorie de contrats à adjudger.

Considérons un contrat qui porte sur un ensemble de produits. Le donneur d'ordre spécifie une quantité, ferme ou estimée, de chacun des produits qui devra être livrée par le fournisseur à qui le contrat sera adjudgé. L'offre d'un fournisseur doit préciser un prix pour chacun de ces produits. Pour chacune des offres, un montant global est calculé. Pour ce faire, on multiplie,

pour chacun des produits, le prix spécifié dans l'offre du fournisseur par la quantité spécifiée dans l'appel d'offres. Le montant global est la somme du résultat de ces multiplications. Le contrat est adjugé au fournisseur qui a soumis l'offre de prix dont le montant global est le plus bas.

On pourrait à priori penser que ces contrats avec bordereau de prix peuvent être difficilement adjugés à l'aide d'une enchère cadencée du fait de la nature dynamique de cette enchère. Mais cela n'est pas le cas. En effet, il suffit de modifier la Phase I et la Phase IV de l'enchère cadencée présentée à la section 2.2.2 de la manière suivante:

Phase I : Initialisation (fournisseur)

Cette phase comporte une seule ronde et démarre par la publication de l'appel d'offres par l'annonceur. Cet appel d'offres contient une liste de produits ainsi que, pour chaque produit, une quantité (ferme ou estimée). Face à cet état du marché, les fournisseurs réagissent en soumettant une offre. Pour être conforme, une offre soumise par un fournisseur doit contenir une liste de prix qui spécifie un prix proposé pour chaque produit. À partir de cette liste soumise par le fournisseur i , un montant global de départ proposé est calculé. Celui-ci sera noté \tilde{p}_i et jouera le même rôle que le prix de départ proposé dans l'enchère cadencée décrite à la section 2.2.2.

Phase IV : Adjudication

Cette phase doit être décomposée en deux phases distinctes.

Phase IV.A : Cette phase démarre par la détermination, par l'encanteur, d'un fournisseur gagnant ainsi qu'un montant global d'adjudication proposé, p^A . Pour ce faire, l'encanteur procède comme spécifié dans la Phase IV de l'enchère cadencée pour contrat simple présentée à la section 2.2.2. Cette phase comporte une seule ronde et l'état du marché à cette ronde est constitué du fournisseur gagnant ainsi que du montant global d'adjudication proposé. Le seul fournisseur actif dans cette ronde est le fournisseur gagnant. Celui-ci réagit à l'état du marché en soumettant une liste de prix telle que le montant global calculé sur la base de cette liste est égal au montant global d'adjudication proposé. La ronde se termine par la réception de cette liste de prix.

Phase IV.B : Cette phase ne comporte qu'une seule ronde et l'annonceur est le seul

participant actif dans cette ronde. L'état du marché à cette ronde est constitué du montant global d'adjudication proposé, p^A , du fournisseur gagnant ainsi que la liste de prix soumise par ce fournisseur lors de la phase précédente. L'annonceur réagit, comme dans l'enchère cadencée pour contrat simple de la section 2.2.2, à l'état du marché en acceptant ou en refusant.

On voit, à travers cet exemple, que la phase compétitive (Phase III) ne doit pas être modifiée pour adapter l'enchère cadencée pour contrat simple à un contexte particulier. En effet, dans notre exemple, il suffit de réinterpréter le prix proposé à chaque ronde de la phase compétitive, p^r , comme un montant global proposé. Cette facilité avec laquelle l'enchère cadencée pour contrat simple peut être adaptée à différents contextes la rend particulièrement attrayante puisqu'il suffit aux participants de comprendre les règles régissant la phase compétitive pour pouvoir participer avec succès à ce type d'enchère, peu importe les spécificités du contrat à adjuger.

Comme nous l'avons déjà mentionné, il y a deux restrictions importantes qui limitent le domaine d'application de cette enchère. La première est que l'évaluation des offres des fournisseurs ne repose que sur l'offre de prix, mises à part les conditions d'admissibilité et de conformité. Ainsi, le fournisseur gagnant sera toujours celui qui a soumis l'offre conforme et admissible dont l'offre de prix est la plus basse. Dans beaucoup de situations, l'évaluation d'une offre se base non seulement sur l'offre de prix mais aussi sur un niveau de qualité de l'offre. Nous allons voir, dans le chapitre suivant, que l'enchère cadencée est suffisamment souple pour tenir compte d'une évaluation multi-critères d'une offre de services. De plus, cette enchère cadencée conservera les propriétés principales de l'enchère cadencée pour contrat simple. La deuxième restriction qui limite le champ d'application de cette enchère est qu'elle est conçue pour l'adjudication d'un seul contrat. Ainsi, le Gouvernement du Québec ne pourrait utiliser cette enchère si, dans l'exemple décrit précédemment, il permettait d'adjuger les produits à des fournisseurs différents sur la base de leur offre de prix pour ces différents produits. Nous verrons, dans le dernier chapitre de ce rapport, qu'il est aussi possible d'utiliser la structure d'une enchère cadencée pour adjuger plusieurs contrats de manière simultanée.

3 Appel d'offres pour un contrat avec arbitrage prix-qualité

Les contrats qui sont mis en appel d'offres comportent souvent une dimension de qualité. Dans une telle situation, le donneur d'ordre fait face à deux problèmes. Le premier est d'évaluer une offre de services en prenant en compte son volet qualité et son volet prix. Cette évaluation doit évidemment permettre un classement exhaustif de toutes les offres qui seront soumises. Le deuxième problème pour le donneur d'ordre est de choisir un mécanisme d'appel d'offres qui permet d'atteindre les objectifs mentionnés au Chapitre 1, à savoir, l'efficacité allocative et la minimisation des coûts de participation des fournisseurs. Notons immédiatement que l'efficacité allocative doit être redéfinie de manière appropriée pour tenir compte de la présence de la dimension qualité. On dira qu'un mécanisme d'enchère est efficace d'un point de vue allocatif s'il garantit que le contrat est alloué au fournisseur qui possède la combinaison [qualité, coût de fournir cette qualité] jugée la meilleure d'après les critères d'évaluation d'une offre adoptés par le donneur d'ordre.

Dans ce chapitre, nous commencerons par décrire et analyser la procédure d'appel d'offres ainsi que la méthode d'évaluation des offres de services telles que présentées dans le Nouveau Règlement sur les contrats d'approvisionnement, de construction et de services des ministères et organismes publics. Nous poursuivrons par une première proposition qui conservera la méthode d'évaluation des offres de services mais qui modifiera la procédure d'appel d'offres afin de mieux rencontrer les objectifs poursuivis. Comme nous le verrons, la méthode d'évaluation des offres de services que l'on trouve dans le Nouveau Règlement pose aussi de sérieux problèmes. C'est pourquoi, dans une troisième partie, nous proposerons des modifications portant à la fois sur la méthode d'évaluation et sur la procédure d'appel d'offres.

3.1 Le Nouveau Règlement: description sommaire et analyse

La procédure d'appel d'offres présentée dans le Nouveau Règlement consiste simplement en une enchère à une phase et une ronde: La phase s'arrête à une date et une heure précise. Les four-

nisseurs doivent soumettre une offre de services avant la fin de la phase. Une offre de services comprend deux volets séparés: un volet qualité et un volet prix. Ce volet prix prend la forme d'une offre de prix contenue dans une enveloppe scellée. Celle-ci est incluse dans une enveloppe contenant, par ailleurs, une description de l'offre suffisamment précise pour qu'elle puisse être évaluée du point de vue de la qualité.

Une fois la phase de l'enchère terminée, on passe à l'adjudication du contrat et, donc, à l'évaluation des offres de services. L'évaluation du volet qualité d'une offre de services¹ est décrite dans les articles 71 à 75 du Nouveau Règlement. La manière d'évaluer le volet prix d'une offre est présentée dans l'article 78. Toutefois, en vertu des articles 77 et 78, toutes les offres soumises ne reçoivent pas nécessairement une note pour le volet prix. Pour les offres de services ayant reçu une note pour le volet qualité et pour le volet prix, l'article 78 spécifie le procédé d'attribution d'une note globale. À l'aide de cette note globale, on procède à l'adjudication du contrat de la manière spécifiée à l'article 83.

Nous allons passer en revue les caractéristiques principales de ces différents points.

1. L'évaluation du volet qualité des offres de services se fait par un comité sur la base de critères énoncés lors de la publication de l'appel d'offres. Ce comité attribue une note pour le volet qualité pour chaque offre de services sans avoir connaissance de l'offre de prix contenue dans cette offre. Cette note est comprise entre 0 et 100. Lorsque nécessaire, nous représenterons la note obtenue par l'offre i pour le volet qualité par nq_i .
2. À la suite de cette évaluation, on sélectionne les offres de services pour lesquelles les offres de prix seront évaluées et qui seront donc les seules à recevoir une note globale. Ces offres sont celles qui sont déclarées *acceptables* au sens de l'article 77. De manière précise, une offre est acceptable si:
 - (a) Elle obtient une note pour le volet qualité parmi les cinq meilleures notes de qualité supérieures ou égales à 70 points;
 - (b) Elle obtient une note de qualité parmi les cinq meilleures notes de qualité supérieures ou égales à 60 points et moins de trois offres ont obtenu une note pour le volet qualité

¹Nous nous contenterons dans ce chapitre d'examiner les principes de base se trouvant dans le Nouveau Règlement. Nous ne considérerons donc ni les exceptions à ces principes ni les cas particuliers.

supérieure ou égale à 70 points.

3. Le comité prend connaissance des offres de prix des offres acceptables. Les offres de prix des offres de services non-acceptables sont retournées aux fournisseurs sans avoir été décachetées.

On attribue une note de 100 points pour le volet prix à l'offre de prix la plus basse. On sélectionne ensuite les offres de prix qui recevront une note pour le volet prix. Ces offres sont celles dont l'offre de prix ne dépasse pas de plus de 10% l'offre de prix la plus basse. Les offres dont l'offre de prix excède de plus de 10% l'offre de prix la plus basse sont simplement *éliminées*. Pour les offres qui ne sont pas éliminées, la note pour le volet prix qui leur est attribuée est 100 points moins le nombre de points correspondant au pourcentage d'écart entre leur offre de prix et l'offre de prix la plus basse. Nous représenterons l'offre de prix du fournisseur i et l'offre de prix la plus basse par p_i et p_B respectivement. Avec ces notations, si l'offre du fournisseur i est acceptable et n'est pas éliminée, elle recevra une note pour le volet prix, np_i , donnée par

$$np_i = 100 - 100 \left(\frac{p_i - p_B}{p_B} \right)$$

4. Pour les offres qui ont reçu une note pour le volet qualité et pour le volet prix, la note globale qui leur est attribuée est la somme de ces deux notes. La note globale du fournisseur i sera représentée par ng_i , et on aura $ng_i = nq_i + np_i$.
5. Le contrat est adjugé au fournisseur ayant soumis l'offre obtenant la plus haute note globale et le prix d'adjudication est l'offre de prix de ce fournisseur. Notons aussi que des règles de bris d'égalité sont prévues dans l'article 83.

3.1.1 Adéquation de la procédure d'appel d'offres aux objectifs poursuivis

La première question à se poser au sujet de la procédure d'appel d'offres est l'efficacité allocative du résultat obtenu par cette procédure. Nous allons montrer que:

Conclusion 3.1. *Selon toute vraisemblance, la procédure adoptée dans le Nouveau Règlement ne conduit pas à une issue efficace du point de vue allocatif en ce sens que le contrat n'est pas nécessairement adjugé au fournisseur capable, sur la base de ses coûts, d'obtenir la meilleure note globale.*

Cette conclusion repose sur les observations suivantes. Nous avons déjà vu, dans le chapitre précédent, que l'enchère à enveloppes fermées où le prix d'adjudication est l'offre de prix soumise par le fournisseur gagnant ne garantit pas l'efficacité allocative. Ce problème est du au fait que l'offre de prix d'un fournisseur est le résultat d'un arbitrage entre sa probabilité de gagner et le gain réalisé s'il obtient le contrat. Lorsque les fournisseurs sont asymétriques, c'est-à-dire, par exemple, lorsqu'il est connu de tous que la probabilité que le coût du fournisseur i dépasse une certaine valeur x_0 est inférieure à la probabilité que le coût du fournisseur j dépasse cette même valeur x_0 , cet arbitrage conduit le fournisseur ayant le coût le plus bas à accepter de diminuer sa probabilité de gagner pour augmenter le gain qu'il réalisera s'il obtient le contrat. Il est alors possible que le contrat ne soit pas adjugé au fournisseur ayant le coût le plus faible.

Le même type de raisonnement s'applique ici. En effet, une fois la qualité choisie, un fournisseur devra choisir entre soumettre une offre de prix élevée, ce qui réduit sa probabilité de gagner mais augmente son gain s'il obtient le contrat, et soumettre une offre de prix basse, ce qui augmente sa probabilité de gagner mais diminue le gain réalisé s'il obtient le contrat. De plus, si le choix d'une qualité plus élevée implique un coût d'exécution du contrat plus élevé et si les fournisseurs connaissent les choix de qualité de tous avant de soumettre leur offre de prix, on se retrouverait exactement dans le cadre d'une enchère à enveloppes scellées avec fournisseurs asymétriques. Dans cette situation hypothétique, on sait que l'enchère adoptée dans le Nouveau Règlement ne garantit pas que le contrat soit adjugé au fournisseur capable, sur la base de ses coûts, d'obtenir la meilleure note globale. Toutefois, dans la procédure d'appel d'offres du Nouveau Règlement, les fournisseurs ne connaissent pas les qualités choisies avant de soumettre leur offre de prix. La question est donc de savoir si ce manque d'informations permettrait de restaurer l'efficacité allocative de l'enchère. Nous pensons qu'il est très peu probable que cela soit le cas².

Le deuxième point à examiner est l'importance des coûts de participation encourus par les fournisseurs en ce qui a trait à la construction des stratégies gagnantes. À cet égard, nous allons montrer que:

Conclusion 3.2. *La procédure d'appel d'offres prévue par le Nouveau Règlement engendre des*

²Cette présomption est renforcée par l'application des différentes règles d'exclusion des offres, voir les points 2. et 3.. Cette affirmation sera de toute façon soumise à évaluation lorsque nous procéderons aux expérimentations des différentes formes d'enchères avec cotes de qualité.

coûts d'élaboration de stratégies très substantiels.

La raison principale qui conduit à cette conclusion est la suivante. Comme dans le chapitre précédent, pour pouvoir construire sa stratégie gagnante, un fournisseur doit anticiper les stratégies utilisées par les concurrents. Mais, dans le présent contexte, ces anticipations jouent un rôle plus accentué puisque chaque fournisseur fait face à l'exclusion pure et simple de son offre de services sur la base des offres soumises par les autres participants à l'enchères. De plus, cette exclusion se retrouve sur les deux dimensions d'une offre, à savoir, la qualité (voir le point 2. plus haut) et l'offre de prix (voir le point 3. plus haut). Ainsi, soumettre une offre de services avec une qualité faible fait prendre le risque de voir son offre exclue de l'enchère sur la base du volet qualité mais permet de conserver un avantage au niveau du volet prix, alors que soumettre une offre de services avec une qualité élevée fait prendre le risque de voir son offre exclue sur la base du volet prix si cette qualité est significativement plus coûteuse à fournir. L'importance du risque encouru dans ces deux cas dépend de façon cruciale des offres soumises par les autres fournisseurs³. Ainsi les arbitrages que chaque participant doit effectuer reposent sur des anticipations en ce qui concerne le comportement et les avantages techniques des autres participants plutôt que d'être basés uniquement sur ses propres avantages techniques comme on le souhaiterait.

Notons finalement un autre facteur qui génère des coûts de préparation des offres de services additionnels. Dans la procédure du Nouveau Règlement, les fournisseurs ne connaissent pas la note pour le volet qualité qui sera attribuée à leur offre de services avant de soumettre leur offre de prix. Comme cette note est une composante importante de la note globale qu'obtiendra leur offre, ils devront se baser sur une anticipation de la note pour le volet qualité afin de construire leur stratégie gagnante.

3.1.2 Évaluation des offres de services

Chaque offre de services possède deux volets, à savoir, un volet qualité et un volet prix. La procédure d'évaluation des offres de services cherche à classer ces offres en tenant compte de ces deux volets. La procédure adoptée dans le Nouveau Règlement présente deux caractéristiques.

³Il faut aussi noter que le risque pour un fournisseur de voir son offre rejetée dépend de façon importante de la manière dont le comité évaluera le volet qualité de son offre. Comme il y a toujours un écart plus ou moins aléatoire entre l'estimation de la qualité par le fournisseur et par le comité, le fournisseur fait donc face à un risque accru de voir son offre rejetée au cours de la procédure d'appel d'offres.

La première est qu'une offre de services peut être exclue sur la base d'un seul des deux volets, c'est-à-dire, sur la base du volet qualité uniquement (voir le point 2. ci-haut) ou sur la base du volet prix uniquement (voir le point 3. ci-haut). La deuxième caractéristique est que la note obtenue par une offre pour son volet prix, et donc sa note globale, dépend de l'offre de prix la plus basse. Nous allons montrer que ces deux caractéristiques peuvent engendrer des effets indésirables.

Le premier type d'effets indésirables vient de l'élimination d'une offre sur la base d'un seul volet alors que les préférences entre deux offres reposent sur une comparaison basée sur les deux volets. Pour identifier clairement les problèmes potentiels que cette caractéristique peut engendrer, nous prendrons deux exemples.

Exemple 1: Supposons que six offres de services aient été soumises et, qu'après examen par le comité, les offres 1 à 5 reçoivent une note pour le volet qualité égale à 80 points alors que l'offre 6 reçoit une note égale à 79 points. L'offre de prix des offres 1 à 5 est égale à 100\$ tandis que l'offre de prix de l'offre 6 est égale à 50\$.

D'après la procédure d'évaluation du Nouveau Règlement, les offres 1 à 5 sont déclarées acceptables et l'offre 6 est jugée non-acceptable. Ceci implique que l'offre 6 est éliminée peu importe son prix. Toutefois, si l'on n'éliminait pas l'offre 6 et qu'on appliquait les critères du Nouveau Règlement sur les six offres plutôt que sur les cinq premières, l'offre 6 obtiendrait la meilleure note globale. Ceci conduit à la conclusion suivante.

Conclusion 3.3. *L'élimination d'une offre sur la base du volet qualité seulement comme prévu dans l'article 77 du Nouveau Règlement (voir point 2. de la description de la procédure d'évaluation) peut conduire à rejeter l'offre de services qui aurait obtenu la meilleure note globale si l'on avait considéré toutes les offres dont la note pour le volet qualité est supérieure ou égale à une note minimale.*

Par ailleurs, cette situation illustre que cette procédure peut amener le donneur d'ordre à accepter une très grande augmentation du prix (ici, 100%) pour une amélioration insignifiante de la note de qualité (ici, 1 point)⁴.

⁴On sent aussi que cela génèrera beaucoup de frustration chez le fournisseur ayant soumis l'offre 6 car il était capable de fournir pratiquement la même qualité que ses concurrents à un prix défiant toute concurrence.

Exemple 2: Supposons que seulement deux offres soient acceptables. L'offre 1 a reçu une note pour le volet qualité égale à 100 points et son offre de prix est 100\$, tandis que l'offre 2 a reçu une note pour le volet qualité égale à 70 points et son offre de prix est 90\$.

D'après le Nouveau Règlement, l'offre 1 est éliminée car son offre de prix dépasse de plus de 10% l'offre de prix la plus basse, c'est-à-dire, l'offre de prix de l'offre 2. Cet exemple illustre que le donneur d'ordre n'est pas prêt à payer plus de 10% d'augmentation dans le prix pour 30 points d'augmentation de la note de qualité Ceci ne pose pas de problèmes a priori. Toutefois, si l'offre de prix du fournisseur 2 passait de 90\$ à 91\$ alors l'offre du fournisseur 1 n'est plus éliminée sur la base du volet prix et devient en fait l'offre gagnante (d'après le calcul des notes globales). Il apparaît donc étrange que le classement entre l'offre 1 et l'offre 2 se renverse suite à une variation excessivement petite dans l'offre de prix de l'offre 2⁵.

Ces deux exemples pris ensemble nous montrent aussi que les deux critères sur la base desquels une offre de services peut être éliminée sont radicalement opposés. Le critère qui se base sur le volet qualité indique aux fournisseurs que le donneur d'ordre est prêt à accepter n'importe quelle augmentation dans l'offre de prix pour une augmentation même insignifiante dans la note de qualité. Par contre, le critère qui se base sur le volet prix indique aux fournisseurs que le donneur d'ordre n'est pas prêt à accepter une différence de plus de 10% dans l'offre de prix quelle que soit l'augmentation dans la note de qualité. Ceci montre clairement que:

Conclusion 3.4. *Avec cette procédure d'évaluation, les fournisseurs reçoivent des indications contradictoires quant à l'augmentation dans le prix que le donneur d'ordre est prêt à accepter pour une augmentation donnée dans la note de qualité.*

Le deuxième type d'effets indésirables provient du fait que la note globale obtenue par une offre de services dépend de l'offre de prix la plus basse, c'est-à-dire, que la note globale attribuée à l'offre de services d'un fournisseur dépend d'une caractéristique de l'offre de services d'un autre fournisseur. Pour illustrer les effets de cette caractéristique de la procédure d'évaluation, nous examinerons tout d'abord deux exemples.

⁵Ceci génèrera par ailleurs de la frustration chez le fournisseur 1, car il est fort probable que, s'il avait connu l'offre 2, il aurait offert une offre de services avec une qualité et une offre de prix légèrement inférieure.

Exemples 3 et 4: Supposons que trois offres de services ont été déclarées acceptables. Les notes pour le volet qualité, les offres de prix et les notes globales de ces trois offres sont données dans les deux tableaux suivants:

Exemple 3	Note pour le volet qualité	Offre de prix	Note globale
Offre de services 1	90	80	184.75
Offre de services 2	86	77	184.68
Offre de services 3	70	76	170

Exemple 4	Note pour le volet qualité	Offre de prix	Note globale
Offre de services 1	90	80	181.89
Offre de services 2	86	77	181.95
Offre de services 3	70	74	170

Dans ces exemples, les offres 1 et 2 restent inchangées mais l'offre de prix de l'offre 3 passe de 76\$ dans l'Exemple 3 à 74\$ dans l'Exemple 4. Il faut aussi remarquer que, dans les deux exemples, l'offre 3 est dominée par les offres 1 et 2 et ne sera donc jamais l'offre gagnante. On voit par contre que l'offre de prix de l'offre 3 modifie le classement entre les offres 1 et 2: dans l'Exemple 3, l'offre 1 obtient une meilleure note globale que l'offre 2 et sera donc l'offre gagnante, alors que dans l'Exemple 4, l'offre 2 est l'offre gagnante puisqu'elle obtient une meilleure note globale que l'offre 1. Cette modification dans l'offre qui est déclarée gagnante ne repose pas sur un changement des caractéristiques d'une de ces deux offres et est donc injustifiable.

Ces deux exemples illustrent aussi clairement comment l'offre de prix la plus basse affecte le classement des offres 1 et 2: Lorsque l'offre de prix la plus basse est faible, l'offre avec la note de qualité la moins élevée, ici, l'offre 2, est avantagée alors que si l'offre de prix la plus basse est élevée, l'offre avec la meilleure note pour le volet qualité est avantagée. Ceci est une propriété générale de la procédure d'évaluation des offres de services adoptée dans le Nouveau Règlement. En effet, supposons que l'offre 1 obtient une note pour le volet qualité supérieure à la note pour le volet qualité attribuée à l'offre 2, c'est-à-dire supposons que $n_{q1} > n_{q2}$. Supposons aussi que l'offre de prix de l'offre 1 ainsi que celle de l'offre 2 n'est pas l'offre de prix la plus basse, cette

dernière étant notée par p_B . En utilisant la procédure d'évaluation du Nouveau Règlement, on obtient alors que la différence entre la note globale attribuée à l'offre 1, ng_1 , et la note globale obtenue par l'offre 2, ng_2 , comme suit:

$$ng_1 - ng_2 = \left[\frac{p_B(nq_1 - nq_2) - 100(p_1 - p_2)}{p_B} \right]$$

On voit alors que l'importance donnée à la différence entre les notes pour le volet qualité, $nq_1 - nq_2$, dans la détermination du classement entre les offres 1 et 2 dépend de l'offre de prix la plus basse p_B : Plus p_B est faible, moins grand est le poids attribué à la différence de qualité entre les deux offres pour déterminer laquelle de celles-ci est la meilleure. Nous aurons donc:

Conclusion 3.5. *L'avantage procuré par une meilleure note de qualité sur les offres concurrentes dépend de l'offre de prix la plus basse qui est inconnue au moment de la rédaction de l'offre de services. La procédure d'évaluation spécifiée dans le Nouveau Règlement manque donc de clarté quant aux incitations transmises aux fournisseurs.*

Cette propriété complique grandement la préparation d'une offre de services par un fournisseur. En effet, au moment de rédiger son offre de service, un fournisseur ne pourra estimer que de façon très imprécise si une qualité supérieure lui procure un avantage significatif sur ses concurrents ou si, au contraire, il a plus de chance de battre ses concurrents en choisissant une qualité relativement faible et un prix faible.

3.2 Enchère cadencée avec évaluation des offres selon le Nouveau Règlement

3.2.1 Description sommaire

Si le Gouvernement du Québec maintient sa méthode d'évaluation des offres de services, nous lui proposons d'utiliser une enchère cadencée qui repose sur les mêmes principes que l'enchère cadencée proposée pour adjuger les contrats simples décrite dans la Section 2.2. Il y a deux différences majeures entre l'enchère cadencée que nous allons décrire en détail ci-dessous et l'enchère cadencée de la Section 2.2. La première différence est qu'à chaque ronde de l'enchère cadencée, chaque fournisseur actif se voit proposer un prix mais ce prix diffère entre fournisseurs ayant obtenus des notes de qualité différentes. On ne développera pas ici en détail la manière dont ces prix proposés sont construits. Ces prix sont typiquement calculés de sorte que des différences

dans les notes de qualité obtenues par les fournisseurs soient prises en compte de la manière indiquée dans le Nouveau Règlement. La deuxième différence majeure entre l'enchère cadencée pour contrat simple et celle décrite ci-dessous répond à un besoin identifié précédemment dans la discussion des règles d'évaluation du Nouveau Règlement, à savoir, la nécessité d'identifier la plus basse offre de prix pour pouvoir comparer deux offres de services. L'enchère cadencée que nous proposons devra donc permettre de déterminer la plus basse offre de prix qu'aurait pu soumettre n'importe quel fournisseur, en plus d'identifier le fournisseur gagnant et le prix d'adjudication comme dans l'enchère cadencée pour contrat simple.

3.2.2 Description formelle

Phase I : Initialisation (fournisseurs)

Cette phase commence à une date et une heure précise par la publication de l'appel d'offres par l'annonceur et consiste en une seule ronde. Les informations transmises par l'annonceur définissent l'état du marché à cette ronde. Les fournisseurs réagissent à la publication de l'état du marché en soumettant une offre de services qui contient, d'une part, les informations nécessaires pour qu'un comité puisse attribuer une note pour le volet qualité à cette offre et, d'autre part, un prix que le fournisseur considère comme le meilleur prix de départ de la troisième phase. Nous noterons par \tilde{p}_i le prix de départ proposé du fournisseur i . La ronde se termine à une date et une heure précise.

Phase II : Initialisation (annonceur)

Cette phase comporte une seule ronde. L'état du marché consiste en l'ensemble des offres soumises à la phase précédente. L'annonceur réagit à cet état du marché en déterminant une note de qualité pour chacune des offres, nq_i , ainsi que l'ensemble des offres qui sont acceptables en vertu de l'article 77 du Nouveau Règlement. Nous noterons par N l'ensemble des fournisseurs qui ont soumis une offre de services acceptable.

Phase III : Compétition

La troisième phase commence à une date et une heure précise. Cette phase comporte plusieurs rondes ainsi que des règles d'arrêt de phase, une mise à jour du marché et une procédure de démarrage.

Les paragraphes suivants donnent une description détaillée de ces éléments⁶.

A. DÉMARRAGE

L'objectif de la procédure de démarrage est de construire l'état du marché de la ronde initiale à partir des informations obtenues durant les phases précédentes. Pour ce faire, l'encanteur commence par déclarer actif à la ronde initiale tout fournisseur ayant soumis une offre de services *acceptable*. Nous noterons par A^0 l'ensemble des fournisseurs actifs à la ronde initiale et nous aurons $A^0 = N$. L'encanteur calcule ensuite, pour chaque fournisseur actif i , un prix de départ p_i^0 qui sera le prix proposé au fournisseur i à la ronde initiale. Afin de calculer ces prix de départ, l'encanteur définit tout d'abord l'ensemble des fournisseurs actifs dont l'offre de services a obtenu la note de qualité la plus basse parmi l'ensemble des offres de services acceptables. Nous noterons par B^0 cet ensemble de fournisseurs et nous aurons $B^0 = \{i \in N \mid nq_i \leq nq_j \forall j \in N\}$. Nous noterons aussi par b^0 un élément typique de B^0 et par nq_{b^0} la note de qualité obtenue par les fournisseurs qui sont membre de B^0 , c'est-à-dire, la plus basse note de qualité parmi les notes de qualité attribuées aux offres de services acceptables. L'encanteur classe ensuite les prix de départ proposé des fournisseurs ayant soumis une offre de services acceptable en ordre croissant. Nous noterons par \tilde{p}_d le deuxième plus bas prix de départ proposé, c'est-à-dire, le prix de départ proposé se trouvant à la deuxième place dans le classement⁷. Pour chaque fournisseur i ayant soumis une offre de services acceptable, le prix de départ, p_i^0 , est déterminé de la manière suivante:

$$p_i^0 = \begin{cases} \tilde{p}_d - \Delta & \text{si } i \in B^0 \\ \min \left\{ \tilde{p}_d \left(\frac{100 + nq_i - nq_{b^0}}{100} \right), 1.1\tilde{p}_d \right\} & \text{si } i \notin B^0 \end{cases}$$

De ce fait, si un fournisseur i dont l'offre de services a obtenu une note de qualité supérieure à la plus basse note de qualité nq_{b^0} avait soumis une offre de prix égale à son prix de départ, p_i^0 , et si la plus basse offre de prix était \tilde{p}_d , alors, selon les règles spécifiées dans le Nouveau Règlement, l'offre de services du fournisseur i aurait reçu une note globale au moins aussi élevée que celle

⁶Comme pour les enchères précédentes, la mise en oeuvre de l'enchère cadencée requiert la détermination de deux paramètres, à savoir, un décrement Δ et un nombre de minutes après lequel une ronde s'arrête, t . Notons que, si désiré, ce décrement peut être arrondi à l'unité choisie par l'annonceur (centaine ou millier de dollars) selon les règles usuelles.

⁷Notons que si deux fournisseurs ont soumis le même prix de départ proposé et que ce prix de départ est le plus bas parmi les prix de départ proposés des fournisseurs actifs, alors \tilde{p}_d sera égal à ce prix de départ proposé.

obtenue par l'offre de services dont la note de qualité est égale à la note de qualité la plus basse nq_{bo} et dont l'offre de prix est \tilde{p}_d . Notons immédiatement que l'utilisation du deuxième plus bas prix de départ proposé, à la place du plus bas prix de départ proposé, dans la construction des prix de départ des fournisseurs est nécessaire pour respecter les règles d'adjudication qui seront explicitées plus loin⁸. Par ailleurs, si un fournisseur dont l'offre de services a reçu une note de qualité égale à la plus basse note de qualité nq_{bo} avait soumis une offre de prix égale à \tilde{p}_d alors l'offre de services de ce fournisseur aurait nécessairement obtenu une note globale inférieure à l'offre de services dont l'offre de prix est égale au plus bas prix de départ proposé. Par conséquent, pour être potentiellement gagnante, l'offre de services ayant reçu la plus basse note de qualité doit spécifier une offre de prix inférieure à \tilde{p}_d . C'est pourquoi le prix de départ d'un fournisseur dont l'offre de services a obtenu la plus basse note de qualité est égal à \tilde{p}_d diminué du décrement Δ .

B. RONDE

- État du marché: L'état du marché à une ronde r consiste en un ensemble de fournisseurs actifs à cette ronde, A^r ; un nombre de fournisseurs actifs à la ronde r , $n^r = |A^r|$; et, pour chaque fournisseur actif i , un prix proposé, p_i^r . À la ronde initiale, c'est-à-dire, lorsque $r = 0$, le prix proposé à chaque fournisseur ayant soumis une offre de services acceptable est le prix de départ de ce fournisseur, c'est-à-dire, p_i^0 . Le vecteur (p_i^r, n^r) est transmis au fournisseur i pour chaque $i \in A^r$.
- Mise des fournisseurs: À chaque ronde, seuls les fournisseurs actifs à cette ronde ont le droit de soumettre une mise. Si un fournisseur i est actif à la ronde r , c'est-à-dire, si $i \in A^r$, alors ce fournisseur a le choix entre *accepter* et *soumettre une offre de prix finale*. Pour être valide, une offre de prix finale soumise par le fournisseur i à la ronde r , dénotée p_i^f , doit, d'une part, être supérieure au prix qui lui est proposé à cette ronde, p_i^r , et, d'autre part, être inférieure ou égale au dernier prix accepté par ce fournisseur si ce prix est inférieur à son prix de départ proposé ou, dans le cas contraire, à son prix de départ proposé. À la ronde initiale, c'est-à-dire, lorsque $r = 0$, le dernier prix accepté par le fournisseur i est son prix de départ proposé, \tilde{p}_i . À chaque ronde $r \geq 1$, si le fournisseur i est actif à cette ronde, alors le

⁸Cette démarche coïncide avec celle adoptée dans l'enchère cadencée pour l'adjudication d'un contrat simple présentée au chapitre précédent.

dernier prix accepté par ce fournisseur à cette ronde est le prix qui lui a été proposé à la ronde précédente, p_i^{r-1} , car, comme nous le verrons par la suite, un fournisseur est déclaré actif à la ronde r si ce fournisseur a accepté le prix qui lui a été proposé à la ronde $r - 1$. Nous aurons donc qu'une offre de prix finale soumise par le fournisseur i à la ronde r sera valide si elle appartient à l'intervalle $]p_i^r, \min\{p_i^{r-1}, \tilde{p}_i\}]$ si $r \geq 1$ ou à l'intervalle $]p_i^r, \tilde{p}_i]$ si $r = 0$. Remarquons immédiatement qu'il est possible qu'à une ronde r , certains fournisseurs ne disposent d'aucune offre de prix finale valide du fait que le prix qui leur est proposé à cette ronde, p_i^r , est soit supérieur ou égal à leur prix de départ proposé, \tilde{p}_i , soit égal au prix qui leur a été proposé à la ronde précédente, p_i^{r-1} . Dans ce cas, ces fournisseurs n'ont d'autre choix que d'accepter⁹ à la ronde r .

Pour chaque fournisseur i actif à la ronde r , on notera par m_i^r la mise de ce fournisseur. Pour $r \geq 1$, on aura donc que m_i^r est égal soit à *accepter*, soit à p_i^f , avec $p_i^f \in]p_i^r, \min\{p_i^{r-1}, \tilde{p}_i\}]$, lorsque $\min\{p_i^{r-1}, \tilde{p}_i\} > p_i^r$ et m_i^r est égal à *accepter* lorsque $\min\{p_i^{r-1}, \tilde{p}_i\} \leq p_i^r$. Par ailleurs, m_i^0 est égal soit à *accepter*, soit à p_i^f , avec $p_i^f \in]p_i^0, \tilde{p}_i]$, lorsque $\tilde{p}_i > p_i^0$ et m_i^0 est égal à *accepter* lorsque $\tilde{p}_i \leq p_i^0$.

- Règle d'arrêt de ronde: Une ronde s'arrête lorsque soit tous les fournisseurs actifs qui ont la possibilité de soumettre une offre de prix finale ont envoyé leur mise, soit lorsque t minutes se sont écoulées depuis la publication de l'état du marché. On n'attend donc pas qu'un fournisseur dont la seule mise possible est *accepter* soumette sa mise pour mettre fin à une ronde¹⁰. Si un tel fournisseur ne soumet pas de mise, l'encanteur considérera que ce fournisseur a accepté le prix qui lui a été proposé. Par contre, si, à la fin d'une ronde r , aucune mise n'est reçue de la part d'un fournisseur qui a la possibilité de soumettre une offre de prix finale à cette ronde, alors l'enchère est suspendue pendant le temps nécessaire pour prendre contact avec ce fournisseur et vérifier avec lui la raison pour laquelle aucune mise n'a été reçue de sa part. Si des problèmes techniques sont découverts, l'encanteur suspend l'enchère le temps qu'il faut pour leur trouver une solution. Durant tout ce temps, l'encanteur reste en

⁹Il faut souligner que, dans cette formulation, le prix de départ proposé correspond à un prix auquel le fournisseur est prêt à exécuter le contrat.

¹⁰Un fournisseur peut donc utiliser le prix de départ proposé comme un *prix limite*, c'est-à-dire, comme le prix le plus bas auquel il acceptera de réaliser le contrat, car il peut se dispenser de miser tant que le prix qui lui est proposé à une ronde ne devient pas inférieur à son prix de départ proposé.

communication avec le fournisseur et, par la suite, lui demande de transmettre sa mise pour la ronde r . Si, de nouveau, aucune mise n'est reçue, alors ce fournisseur est supposé avoir soumis une offre de prix finale égale au dernier prix qu'il a accepté au début de la ronde r , p_i^{r-1} , ce qui, comme nous le verrons plus loin, implique qu'il sera considéré inactif lors des rondes subséquentes.

B. MISE À JOUR DE L'ÉTAT DU MARCHÉ

- Suite à la réception des mises, l'encanteur définit l'ensemble des fournisseurs ayant accepté à la ronde r le prix qui leur a été proposé. Nous noterons cet ensemble par Y^r , et nous aurons $Y^r = \{i \in A^r \mid m_i^r = \text{accepter}\}$. L'ensemble des fournisseurs qui seront considérés actifs à la ronde $r + 1$, A^{r+1} , est l'ensemble des fournisseurs qui ont accepté à la ronde r , c'est-à-dire, $A^{r+1} = Y^r$.
- Le nombre de participants actifs à la ronde $r + 1$, n^{r+1} , est le nombre d'éléments dans A^{r+1} , c'est-à-dire, $n^{r+1} = |A^{r+1}|$.
- L'encanteur définit ensuite l'ensemble des fournisseurs actifs à la ronde $r + 1$ dont l'offre de services a obtenu la plus basse note de qualité parmi les offres de services soumises par les fournisseurs actifs à la ronde $r + 1$. Nous noterons cet ensemble de fournisseurs par B^{r+1} et nous aurons

$$B^{r+1} = \{i \in A^{r+1} \mid nq_i \leq nq_j \forall j \in A^{r+1}\}.$$

- Pour déterminer le prix proposé à un fournisseur actif à la ronde $r + 1$, l'encanteur procède comme suit:
 - L'encanteur calcule l'offre de prix réputée la plus basse au début de la ronde $r + 1$. Cette offre de prix¹¹ sera notée par p_{min}^{r+1} . Pour ce faire, l'encanteur détermine, pour chaque fournisseur i ayant soumis une offre de services acceptable, c'est-à-dire, pour chaque $i \in N$, la plus basse offre de prix soumise par ce fournisseur durant le déroulement de la Phase III de l'enchère avant le commencement de la ronde $r + 1$. Nous noterons

¹¹Une telle offre de prix n'est pas définie pour la ronde 0 puisque cette ronde est la ronde initiale de la Phase III.

cette offre de prix par pa_i^{r+1} et nous aurons

$$pa_i^{r+1} = \begin{cases} p_i^r & \text{si } i \in A^{r+1} \\ p_i^f & \text{si } i \notin A^{r+1} \end{cases}$$

La plus basse offre de prix soumise durant la Phase III de l'enchère avant le commencement de la ronde $r + 1$, pa_{min}^{r+1} , est égale à $\min\{pa_i \mid i \in N\}$. L'offre de prix réputée la plus basse au début de la ronde $r + 1$, p_{min}^{r+1} , est ensuite définie comme le minimum entre la plus basse offre de prix soumise durant la Phase III de l'enchère avant le commencement de la ronde $r + 1$ et le deuxième plus bas prix de départ proposé à la Phase I de l'enchère¹². Nous aurons donc

$$p_{min}^{r+1} = \min\{pa_{min}^{r+1}, \tilde{p}_d\}$$

- L'encanteur calcule aussi la plus basse offre de prix parmi les offres de prix soumises, durant le déroulement de la Phase III avant le commencement de la ronde $r + 1$, par les fournisseurs actifs à la ronde r dont l'offre de services a obtenu la plus basse note de qualité parmi les offres de services soumises par les fournisseurs actifs à la ronde r , c'est-à-dire, parmi les offres de prix soumises par les fournisseurs qui sont membre de B^r . Nous noterons cette offre de prix par $pa_{b^r}^{r+1}$ et nous aurons

$$pa_{b^r}^{r+1} = \min\{pa_i^{r+1} \mid i \in B^r\}.$$

Le fournisseur b^r est donc le fournisseur appartenant à B^r dont l'offre de prix, soumise durant la Phase III de l'enchère avant le commencement de la ronde $r + 1$, est la plus basse parmi les offres de prix soumises, durant la Phase III de l'enchère avant le commencement de la ronde $r + 1$, par les membres de B^r .

- Le prix proposé à un fournisseur i actif à la ronde $r + 1$, p_i^{r+1} , est déterminé de la

¹²Comme nous l'avons déjà mentionné, la motivation sous-jacente à ce choix du deuxième plus bas prix de départ proposé plutôt que le plus bas prix de départ proposé est l'adéquation entre le déroulement de la Phase III de l'enchère avec les règles d'adjudication qui seront explicitées plus loin. Comme nous le verrons aussi, ce choix n'a aucun impact sur la détermination du fournisseur gagnant.

manière suivante:

$$p_i^{r+1} = \begin{cases} \min \left\{ \min \{ pa_{br}^{r+1}, \tilde{p}_d \} + p_{min}^{r+1} \left(\frac{nq_i - nq_{br}}{100} \right), 1.1p_{min}^{r+1} \right\} - \Delta & \text{si } i \in B^{r+1}, \\ \min \left\{ \min \{ pa_{br}^{r+1}, \tilde{p}_d \} + p_{min}^{r+1} \left(\frac{nq_i - nq_{br}}{100} \right), 1.1p_{min}^{r+1} \right\} & \text{si } i \notin B^{r+1}. \end{cases}$$

Avant de poursuivre la description des différents éléments de cette enchère cadencée, nous allons identifier quelques caractéristiques importantes de la procédure de calcul des prix proposés. Afin de simplifier la discussion, nous noterons par ng_{br}^{r+1} la note globale obtenue par l'offre de services du fournisseur b^r au début de la ronde $r + 1$ calculée sur la base de la note de qualité attribuée à l'offre de services de ce fournisseur, nq_{br} , de l'offre de prix réputée la plus basse au début de la ronde $r + 1$, et du plus bas prix qui, au début de la ronde $r + 1$, a été accepté par ce fournisseur durant la Phase III de l'enchère, pa_{br}^{r+1} , c'est-à-dire, du prix accepté ou de l'offre de prix finale soumise par ce fournisseur à la ronde r . Nous supposons aussi que pa_{br}^{r+1} est inférieur à \tilde{p}_d ¹³. Nous aurons donc de manière précise

$$ng_{br}^{r+1} = nq_{br} + 100 - 100 \left(\frac{pa_{br}^{r+1} - p_{min}^{r+1}}{p_{min}^{r+1}} \right)$$

si $pa_{br}^{r+1} \leq 1.1p_{min}^{r+1}$ ce qui, par construction, sera toujours vérifié.

Considérons, dans un premier temps, le prix qui est proposé à un fournisseur dont l'offre de services a reçu une note de qualité supérieure à la plus basse note de qualité obtenue par les offres de services soumises par les fournisseurs actifs à la ronde $r + 1$, c'est-à-dire, un fournisseur i avec $i \notin B^{r+1}$. Le prix proposé à un tel fournisseur à la ronde $r + 1$, p_i^{r+1} , est égal au minimum entre le prix qui fait en sorte que la note globale de son offre de services calculée sur la base de ce prix serait égale à celle obtenue par le fournisseur b^r , ng_{br}^{r+1} , et le prix qui fait en sorte que son offre respecte la règle de 10% prévue à l'article 78 du Nouveau Règlement pour une offre de prix la plus basse donnée par p_{min}^{r+1} . Ceci implique immédiatement que si un tel fournisseur n'accepte pas ce prix proposé, c'est-à-dire, soumet une offre de prix finale à la ronde $r + 1$ alors il est certain que ce fournisseur ne deviendra pas le fournisseur gagnant puisque, sur la base de son offre de prix finale, soit son offre de

¹³Le fait de prendre le minimum entre pa_{br}^{r+1} et \tilde{p}_d dans le calcul des prix proposés permet de s'assurer que ces prix proposés diminuent de ronde en ronde.

services sera rejetée suite à l'application de la règle de 10% du Nouveau Règlement, soit son offre obtiendra une note globale inférieure à celle obtenue par l'offre de services du fournisseur b^r au début de la ronde $r + 1$, $ng_{b^r}^{r+1}$. Autrement dit, le prix qui est proposé au fournisseur i , avec $i \notin B^{r+1}$, est le prix qui, s'il est accepté par ce fournisseur à la ronde $r + 1$, fait en sorte que la note globale de son offre à la fin de la ronde $r + 1$, c'est-à-dire, au début de la ronde $r + 2$, est au moins aussi grande que celle obtenue par l'offre du fournisseur b^r à la fin de la ronde r , c'est-à-dire, au début de la ronde $r + 1$.

Considérons ensuite le prix qui est proposé à un fournisseur b^{r+1} dont l'offre a reçu la plus basse note de qualité parmi les notes de qualité obtenues par les offres soumises par les fournisseurs actifs à la ronde $r + 1$. Observons immédiatement que le prix qui est proposé à ce fournisseur est égal au prix qui est proposé à un fournisseur i dont la note de qualité est supérieure à la plus basse note de qualité, $nq_{b^{r+1}}$, diminué du décrement Δ . Ceci implique que, même si le fournisseur b^{r+1} soumet une offre de prix finale à la ronde $r + 1$, il est possible qu'au début de la ronde suivante, son offre de services obtienne une meilleure note globale, calculée sur la base de son offre de prix finale, que celle obtenue par les offres d'autres fournisseurs actifs¹⁴. Pour savoir avec certitude que le fournisseur b^{r+1} ayant soumis une

¹⁴Comme cette caractéristique aura des conséquences par la suite, notamment sur la règle d'arrêt de phase, il est peut-être bon de l'illustrer. Supposons qu'un fournisseur i , avec $i \notin B^{r+1}$, ait accepté le prix qui lui a été proposé à la ronde $r + 1$ et que ce prix soit inférieur à $1.1p_{min}^{r+1}$, c'est-à-dire, qu'au début de la ronde $r + 2$, le plus bas prix accepté par ce fournisseur durant la Phase III de l'enchère est donné comme suit

$$pa_i^{r+2} = p_i^{r+1} = pa_{b^r}^{r+1} + p_{min}^{r+1} \left(\frac{nq_i - nq_{b^r}}{100} \right).$$

où $nq_i - nq_{b^r}$ est supérieur à zéro puisque, d'une part, i n'étant pas membre de B^{r+1} , $nq_i > nq_{b^{r+1}}$ et, d'autre part, $nq_{b^{r+1}} \geq nq_{b^r}$.

La note globale, calculée sur la base du plus bas prix accepté par ce fournisseur et du plus bas prix accepté durant la Phase III avant la ronde $r + 2$, p_{min}^{r+2} , qui sera attribuée à l'offre de ce fournisseur au début de la ronde $r + 2$, ng_i^{r+2} , est donnée par

$$ng_i^{r+2} = nq_i + 100 - 100 \left(\frac{p_i^{r+1} - p_{min}^{r+2}}{p_{min}^{r+2}} \right).$$

Supposons, par ailleurs, que le fournisseur b^{r+1} a soumis une offre de prix finale à la ronde $r + 1$, $p_{b^{r+1}}^f$. Sur cette base, la note de qualité qui sera attribuée à son offre au début de la ronde $r + 2$, $ng_{b^{r+1}}^{r+2}$, est donnée par

$$ng_{b^{r+1}}^{r+2} = nq_{b^{r+1}} + 100 - 100 \left(\frac{p_{b^{r+1}}^f - p_{min}^{r+2}}{p_{min}^{r+2}} \right).$$

offre de prix finale à la ronde $r + 1$ ne deviendra pas le fournisseur gagnant, il faudra donc attendre les décisions qui seront prises, à la ronde $r + 2$, par les fournisseurs actifs à cette ronde. Ceci nous obligera à porter une attention particulière à la règle d'arrêt de la Phase III.

La troisième caractéristique de notre procédure est que le calcul des prix proposés, et donc la comparaison entre les offres de services, repose sur l'offre de prix réputée la plus basse sans prendre en compte explicitement le plus bas prix de départ proposé soumis durant la Phase I de l'enchère. Il est donc possible qu'un fournisseur ait soumis, à la Phase I, un prix de départ proposé inférieur à p_{min}^{r+1} . Comme nous le montrerons dans notre discussion de la procédure de démarrage de la Phase d'adjudication, la procédure de calcul des prix proposés intègre les prix de départ proposés soumis à la Phase I au fur et à mesure du déroulement de la Phase III à travers les restrictions imposées pour qu'une offre de prix finale soit valide. L'utilisation de p_{min}^{r+1} à la place du plus bas prix accepté ou soumis durant la Phase I et la Phase III n'a donc aucune conséquence sur la détermination du fournisseur gagnant.

La dernière caractéristique qu'il faut souligner est que la différence entre le prix minimum à deux rondes successives $p_{min}^r - p_{min}^{r+1}$ est au plus égale au décrement Δ ¹⁵. Ceci est important

La différence entre les notes globales attribuées à ces fournisseurs au début de la ronde $r + 2$ s'écrit donc comme suit:

$$ng_{b^{r+1}}^{r+2} - ng_i^{r+2} = nq_{b^{r+1}} - nq_i - 100 \left(\frac{p_{b^{r+1}}^f - p_i^{r+1}}{p_{min}^{r+2}} \right).$$

On obtient donc facilement que $ng_{b^{r+1}}^{r+2} - ng_i^{r+2} > 0$ si

$$p_{b^{r+1}}^f \leq p_i^{r+1} - p_{min}^{r+2} \left(\frac{nq_i - nq_{b^{r+1}}}{100} \right).$$

En retranchant $p_{b^{r+1}}^{r+1}$ des deux côtés de cette inégalité et en tenant compte du fait que

$$p_i^{r+1} - p_{b^{r+1}}^{r+1} = p_{min}^{r+1} \left(\frac{nq_i - nq_{b^{r+1}}}{100} \right) + \Delta,$$

on trouve que $ng_{b^{r+1}}^{r+2} - ng_i^{r+2} > 0$ si

$$p_{b^{r+1}}^f - p_{b^{r+1}}^{r+1} < (p_{min}^{r+1} - p_{min}^{r+2}) \left(\frac{nq_i - nq_{b^{r+1}}}{100} \right) + \Delta$$

Comme $p_{min}^{r+1} - p_{min}^{r+2}$ est plus grand ou égal à zéro, cette condition est évidemment satisfaite par $p_{b^{r+1}}$ suffisamment proche de $p_{b^{r+1}}^{r+1}$.

¹⁵Pour s'en rendre compte, il suffit d'examiner les prix proposés aux fournisseurs ayant la note de qualité la plus basse puisque ce sont ces fournisseurs qui se verront proposer le prix le plus bas à chaque ronde. Pour le fournisseur

puisque, comme nous l'avons déjà mentionné auparavant, la Phase III de l'enchère cadencée doit nous permettre d'identifier, afin de respecter au mieux les règles spécifiées dans le Nouveau Règlement, la plus basse offre de prix possible, celle-ci pouvant très bien être inférieure au plus bas prix de départ proposé.

C. RÈGLE D'ARRÊT DE PHASE

La troisième phase s'arrête après que la ronde R ait été réalisée si et seulement si au plus un des fournisseurs dont l'offre de services a obtenu la plus basse note de qualité parmi celles obtenues par les offres de services des fournisseurs actifs à la ronde R a décidé d'accepter le prix qui lui a été proposé et tous les fournisseurs actifs à la ronde R dont l'offre de services a reçu une note de qualité supérieure à la plus basse note de qualité ont soumis une offre de prix finale, c'est-à-dire, si et seulement si, $|\{i \in B^R \mid m_i^R = \text{accepter}\}| \leq 1$ et $Y^R \subset B^R$.

Phase IV : Adjudication.

Cette phase comporte une seule ronde et démarre avec la détermination, par l'encanteur, d'un fournisseur gagnant et d'un prix d'adjudication proposé. Ces deux informations constitueront l'état du marché de la ronde et sont obtenues de la manière suivante.

- *Détermination du fournisseur gagnant* : Pour déterminer le fournisseur gagnant, l'encanteur commence par calculer pour chaque fournisseur ayant soumis une offre de services acceptable, c'est-à-dire, pour chaque $i \in N$, la plus basse offre de prix soumise par ce fournisseur durant la Phase III de l'enchère. Nous noterons cette offre de prix par pa_i^* et nous aurons

$$pa_i^* = \begin{cases} p_i^f & \text{si } i \in A^R \text{ et } m_i^R = p_i^f \text{ ou si } i \notin A^R \\ p_i^R & \text{si } i \in A^R \text{ et } m_i^R = \text{accepter} \end{cases}$$

où R est la dernière ronde effectuée à la Phase III. L'encanteur calcule ensuite la plus basse offre de prix soumise durant la Phase III de l'enchère. Cette offre de prix sera notée p_{min}^*

b^{r+1} , le prix qui lui est proposé à la ronde $r + 1$ est donné par

$$p_{b^{r+1}}^{r+1} = \min \left\{ pa_{b^r}^{r+1} + p_{min}^{r+1} \left(\frac{nq_i - nq_{b^r}}{100} \right), 1.1p_{min}^{r+1} \right\} - \Delta$$

Comme, par définition, p_{min}^{r+1} est inférieur ou égal à $pa_{b^r}^{r+1}$, $p_{b^{r+1}}^{r+1}$ est supérieur ou égal à $p_{min}^{r+1} - \Delta$. Ceci implique alors que p_{min}^{r+2} est supérieur ou égal à $p_{min}^{r+1} - \Delta$ puisque $p_{min}^{r+2} = \min\{p_{min}^{r+1}, p_{b^{r+1}}^{r+1}\}$.

et nous aurons $p_{min}^* = \min\{pa_i^* | i \in N\}$ ¹⁶. L'encanteur détermine enfin l'ensemble des fournisseurs pour lesquels une note globale sera attribuée en vertu des règles prévues par le Nouveau Règlement. Nous noterons par I cet ensemble et nous aurons

$$I = \{i \in N | pa_i^* \leq 1.1p_{min}^*\}.$$

Pour chaque fournisseur appartenant à I , l'encanteur peut alors déterminer la note globale de son offre de services à l'issue de l'enchère, ng_i^* , selon les règles prévues dans le Nouveau Règlement. On aura

$$ng_i^* = nq_i + 100 - 100 \left(\frac{pa_i^* - p_{min}^*}{p_{min}^*} \right)$$

Le fournisseur gagnant, g , est celui qui obtient la plus haute note globale¹⁷, c'est-à-dire, g est tel que $ng_g^* \geq ng_i^* \forall i \in I$.

Avant de considérer la détermination du prix d'adjudication proposé, il nous faut montrer que la procédure de détermination du fournisseur gagnant telle que décrite ci-dessus respecte les règles spécifiées dans les articles 78 et 83 du Nouveau Règlement pour l'adjudication d'un contrat. En fait, le seul point qui n'apparaît pas de manière évidente dans la procédure est que la détermination du fournisseur gagnant se fait sur la base de la plus basse offre de prix soumise durant la Phase I et la Phase III de l'enchère cadencée comme requis par l'article 78 du Nouveau Règlement.

Commençons par considérer le cas où, à la dernière ronde de la Phase III, tous les fournisseurs actifs ont soumis une offre de prix finale. Dans ce cas, p_{min}^* est la plus basse offre de prix soumise par les fournisseurs durant la Phase I et la Phase III de l'enchère et, en particulier, p_{min}^* est inférieur ou égal au plus petit des prix de départ soumis par les fournisseurs ayant déposé une offre de services acceptable lors de la Phase I. En effet, durant la Phase

¹⁶Remarquons que, comme chaque fournisseur ne peut qu'accepter des prix proposés supérieurs ou égal à son prix de départ proposé, p_{min}^* sera nécessairement inférieur ou égal au deuxième plus bas prix de départ proposé, \tilde{p}_d .

¹⁷Lorsque la note globale la plus élevée est obtenue par plusieurs fournisseurs, les règles prévues dans l'article 83 du Nouveau Règlement seront appliquées. Ainsi, parmi les fournisseurs ayant obtenu la note globale la plus élevée, le fournisseur gagnant est celui dont le prix accepté à l'issue de la dernière ronde de la Phase III de l'enchère est le moins élevé, c'est-à-dire, g est tel que $ng_g \leq ng_i \forall i \in I$ et $pa_g^* \leq pa_j^* \forall j$ tel que $ng_j = ng_g$. Si plusieurs fournisseurs obtiennent la note globale la plus élevée et ont accepté le même prix à la dernière ronde, le fournisseur gagnant est tiré au hasard parmi ceux-ci.

III de l'enchère cadencée, pour qu'une offre de prix finale soumise par le fournisseur i à la ronde r soit valide, celle-ci doit être inférieure ou égale au minimum entre le prix de départ proposé de ce fournisseur, \tilde{p}_i , et le prix qui lui a été proposé à la ronde précédente, p_i^{r-1} . Pour chaque fournisseur, l'offre de prix finale soumise à chaque ronde de la Phase III de l'enchère est donc nécessairement inférieure ou égale à son prix de départ proposé. Ceci implique que, lorsque tous les fournisseurs actifs ont soumis une offre de prix finale, la plus basse de ces offres de prix finale, p_{min}^* , est inférieure ou égale au plus petit prix de départ proposé à la Phase I, c'est-à-dire, $p_{min}^* \leq \min\{\tilde{p}_i \mid i \in N\}$. Les notes globales qui servent à déterminer le fournisseur gagnant sont donc bien calculées sur la base de la plus basse offre de prix de départ soumise durant la Phase I et la Phase III de l'enchère cadencée.

L'alternative à considérer est la situation où, à la dernière ronde de la Phase III, un seul fournisseur a accepté le prix qui lui est proposé à cette ronde. Dans cette situation, la manière dont les prix proposés à chacune des rondes sont construits assure que le fournisseur qui a accepté le prix qui lui a été proposé à la dernière ronde de la Phase III obtient automatiquement la meilleure note globale calculée sur la base de p_{min}^* et est donc identifié comme le fournisseur gagnant par notre procédure. Deux cas de figure peuvent se présenter, à savoir, soit le fournisseur ayant soumis le plus petit prix de départ proposé à la Phase I n'est pas celui qui a accepté à la dernière ronde de la Phase III, soit le dernier fournisseur à avoir accepté le prix qui lui a été proposé durant la Phase III est celui qui a soumis le plus petit prix de départ proposé. Dans le premier cas, le fournisseur ayant soumis le plus petit prix de départ à la Phase I a soumis une offre de prix finale durant le déroulement de la Phase III et, pour être valide, cette offre de prix finale est inférieure ou égale au prix de départ proposé de ce fournisseur. On retrouve donc une situation analogue à celle décrite ci-dessus et on aura donc que p_{min} est nécessairement inférieur ou égal au plus petit prix de départ proposé. Considérons le deuxième cas de figure. Comme mentionné auparavant, le dernier fournisseur ayant accepté le prix qui lui a été proposé est le fournisseur gagnant. Mais, s'il est aussi celui qui a soumis le plus petit prix de départ proposé, soit le dernier prix qu'il a accepté est inférieur ou égal à son plus petit prix de départ proposé et p_{min}^* est inférieur ou égal au plus petit prix de départ proposé, soit le dernier prix qu'il a accepté est supérieur à son prix de départ proposé et p_{min}^* est supérieur au plus petit prix de départ proposé. Mais,

dans ce cas, cela n'a pas d'importance pour déterminer le fournisseur gagnant puisque le dernier fournisseur qui a accepté le prix qui lui a été proposé est le fournisseur gagnant et ce fournisseur aurait aussi été le fournisseur gagnant si le dernier prix qui lui avait été proposé avait été égal à son prix de départ proposé.

En résumé, soit p_{min}^* est effectivement la plus basse offre de prix soumise à la Phase I et la Phase III de l'enchère cadencée, soit p_{min}^* est supérieur à la plus basse offre de prix soumise à la Phase I mais, dans ce cas, cette dernière a été soumise par le fournisseur identifié par notre procédure comme étant le fournisseur gagnant ce qui assure que ce fournisseur aurait aussi été désigné gagnant si l'on s'était basé sur la plus basse offre de prix.

- *Détermination du prix d'adjudication proposé* : Le prix d'adjudication proposé est le prix le plus élevé qui permet au fournisseur gagnant d'obtenir une note globale au moins aussi grande que celle obtenue par chacun de ses concurrents. Pour calculer ce prix, l'encanteur commence par identifier la plus basse offre de prix soumise durant la Phase III de l'enchère *par les concurrents du fournisseur gagnant*. Nous noterons ce prix par \hat{p}_{min} et nous aurons

$$\hat{p}_{min} = \min\{pa_i^* \mid i \in N \setminus \{g\}\}.$$

Ceci permet de définir l'ensemble des fournisseurs dont la plus basse offre de prix soumise durant la Phase III de l'enchère cadencée n'excède pas de plus de 10% le prix \hat{p}_{min} . Nous noterons par \hat{I} cet ensemble et nous aurons

$$\hat{I} = \{i \in N \mid pa_i^* \leq \hat{p}_{min}\}.$$

Pour chaque concurrent $i \in \hat{I}$ du fournisseur gagnant, l'encanteur calcule ensuite le prix le plus élevé qui permet au fournisseur gagnant d'obtenir une note globale au moins aussi élevée que celle obtenue par le fournisseur i . Nous noterons ce prix par $\hat{p}_g(pa_i^*)$ et, en appliquant les règles spécifiées dans le Nouveau Règlement, nous aurons

- si $nq_g \geq nq_i$, alors

$$\hat{p}_g(pa_i^*) = \min \left\{ 1.1\hat{p}_{min}, pa_i^* + \hat{p}_{min} \left(\frac{nq_g - nq_i}{100} \right) \right\}$$

- si $nq_g \leq nq_i$, alors

$$\hat{p}_g(pa_i^*) = \begin{cases} pa_i^* + \hat{p}_{min} \left(\frac{nq_g - nq_i}{100} \right) & \text{si } nq_i - 100 \left(\frac{pa_i^* - \hat{p}_{min}}{\hat{p}_{min}} \right) \leq nq_g \\ \max \left\{ \frac{pa_i^*}{1.1}, pa_i^* \left(\frac{100}{100 + nq_i - nq_g} \right) \right\} & \text{si } nq_g \leq nq_i - 100 \left(\frac{pa_i^* - \hat{p}_{min}}{\hat{p}_{min}} \right) \end{cases}$$

Le prix d'adjudication proposé, p^A , est alors le plus petit des $\hat{p}_g(pa_i^*)$, c'est-à-dire,

$$p^A = \min \{ \hat{p}_g(pa_i^*) \mid i \in \hat{I} \setminus \{g\} \}.$$

En effet, par construction des $\hat{p}_g(pa_i^*)$, si le fournisseur gagnant avait soumis cette offre de prix, il aurait obtenu une note globale au moins aussi grande que celle obtenue par tous ses concurrents compte tenu des offres de prix soumises par ses concurrents durant l'enchère.

Face à ces informations, l'annonceur réagit en acceptant ou en refusant. Si l'annonceur accepte alors le contrat est adjugé au fournisseur gagnant et le prix d'adjudication est le prix d'adjudication proposé, p^A . Si l'annonceur refuse, le contrat n'est pas adjugé.

3.2.3 Rencontre des objectifs poursuivis

Nous allons montrer comment l'introduction d'une enchère cadencée dans la procédure d'appel d'offres exposée dans le Nouveau Règlement permet de mieux rencontrer les objectifs poursuivis. Nous identifierons aussi les raisons pour lesquelles ce mécanisme d'appel d'offres basé sur une enchère cadencée peut encore être amélioré. Avant d'aborder ces questions, il nous faut toutefois examiner le type de stratégies gagnante dans l'enchère cadencée.

Préliminaires

Malgré la complexité apparente du calcul des prix proposés à chaque ronde de l'enchère cadencée, la stratégie gagnante d'un fournisseur dans ce type d'enchère reste indépendante des stratégies utilisées par les autres fournisseurs. Autrement dit, comme affirmé dans la conclusion suivante, les fournisseurs disposent dans cette enchère d'une stratégie dominante.

Conclusion 3.6. *La stratégie qui spécifie qu'un fournisseur accepte à chaque ronde pour laquelle le prix qui lui est proposé est supérieur ou égal à son coût d'exécuter son offre de services et soumet une offre de prix finale égale à son coût à chaque ronde pour laquelle le prix qui lui est*

proposé est inférieur à son coût est une stratégie dominante dans l'enchère cadencée décrite à la Section 3.2.2.

Bien que cette conclusion puisse être établie de façon rigoureuse, nous n'allons pas entrer dans les détails d'une telle argumentation. Le lecteur peut en effet facilement observer que les fournisseurs sont placés dans une situation complètement analogue à celle où ils se trouveraient s'ils participaient à une enchère cadencée pour un contrat simple. La seule différence est que les prix proposés peuvent différer d'un fournisseur à l'autre. Mais, un fournisseur doit, comme dans l'enchère cadencée pour un contrat simple, choisir entre soumettre une offre de prix finale ou accepter le prix qui lui est proposé et ces choix engendreront les mêmes conséquences, à savoir, rester actif à la ronde suivante et donc conserver une chance d'obtenir le contrat s'il accepte le prix proposé ou devenir inactif s'il soumet une offre de prix finale. Il n'est donc pas étonnant que, dans l'enchère proposée à la Section 3.2.2, les stratégies gagnantes des fournisseurs soient du même type que celles dont ils disposaient dans l'enchère cadencée pour un contrat simple. De fait, la Conclusion 3.6 n'est qu'une réécriture de la Conclusion 2.1.

Efficacité allocative

Une conséquence immédiate de l'existence d'une stratégie dominante établie dans la Conclusion 3.6 s'énonce comme suit.

Conclusion 3.7. *Parmi l'ensemble des offres de services acceptables, l'enchère cadencée décrite dans la Section 3.2.2 garantit que l'offre gagnante est celle qui obtiendrait la meilleure note globale calculée sur la base de la note pour le volet qualité et du coût de fournir cette qualité.*

On voit donc immédiatement que l'introduction de l'enchère cadencée dans la procédure d'appel d'offres du Nouveau Règlement permet d'améliorer de manière significative l'efficacité allocative du résultat de l'appel d'offres. Nous avons montré en effet dans la Conclusion 3.1 que la procédure prévue dans le Nouveau Règlement avait peu de chance d'adjuger le contrat au fournisseur capable, sur la base de ses coûts, d'obtenir la meilleure note globale. L'utilisation de l'enchère cadencée est donc tout à fait justifiable du point de vue de l'efficacité allocative.

Ceci ne signifie toutefois pas que l'introduction de l'enchère cadencée dans la procédure du Nouveau Règlement garantit que le résultat soit efficace d'un point de vue allocatif. En effet, il

y a une restriction majeure au résultat présenté dans la Conclusion 3.7, à savoir, que le résultat est efficace *parmi l'ensemble des offres acceptables*. Pour bien comprendre la portée de cette restriction, reprenons un exemple similaire à celui qui avait conduit à la Conclusion 3.3.

Exemple: Supposons que l'industrie se compose de six fournisseurs. Ils ont obtenu les notes pour le volet qualité suivantes: $nq_1 = 85$, $nq_2 = 84$, $nq_3 = 83$, $nq_4 = 82$, $nq_5 = 81$, et $nq_6 = 80$. Les coûts de chacun de ces fournisseurs pour exécuter le contrat sont les suivants: $c_1 = 100\$$, $c_2 = 104\$$, $c_3 = 103\$$, $c_4 = 102\$$, $c_5 = 101\$$, et $c_6 = 50\$$.

En appliquant les règles de sélection des offres prévue dans le Nouveau Règlement, seules les offres 1 à 5 sont acceptables. Ce que l'introduction de l'enchère cadencée dans la procédure du Nouveau Règlement permet de garantir est que le contrat sera adjugé au fournisseur 1 car il a la meilleure combinaison [qualité, coût pour fournir cette qualité] *parmi l'ensemble des offres acceptables*. Toutefois, ce résultat n'est pas efficace du point de vue allocatif car, du point de vue de l'efficacité allocative, la procédure doit assurer que le contrat soit adjugé au fournisseur capable d'obtenir la meilleure note globale *parmi toutes les offres soumises*, c'est-à-dire, au fournisseur 6. Comme on le voit, ce problème provient de la pré-sélection des offres de services sur la base du volet qualité uniquement qui est prévue dans l'article 74 du Nouveau Règlement. Dans la section suivante, nous verrons comment il est possible d'abandonner cette pré-sélection tout en s'assurant que l'offre gagnante ne coûte pas plus de 10% du prix accepté le plus bas.

Il faut aussi souligner une autre restriction implicite au résultat présenté dans la Conclusion 3.7. Dans celle-ci, les offres sont supposées avoir reçu une note de qualité. L'efficacité allocative requiert toutefois que l'on considère aussi l'étape du choix de qualité, en ce sens, que la procédure devrait inciter les fournisseurs à choisir la meilleure combinaison [qualité, coût de fournir la qualité] parmi celles qu'ils sont capables d'offrir. Or la procédure présentée n'assure pas que le choix de la qualité effectué par les fournisseurs conduise à cette situation. Ceci est du au fait que, comme le montre les Conclusions 3.5 et 3.4, le choix de la qualité est au coeur d'interactions stratégiques importantes entre les fournisseurs. La procédure présentée à la section suivante permettra aussi de réaliser des améliorations à ce niveau.

Coûts de participation des fournisseurs

L'existence de stratégies dominantes établie dans la Conclusion 3.6 permet clairement de réduire considérablement les coûts encourus par les fournisseurs pour préparer leur offre de services. En effet, ils n'ont plus besoin maintenant d'anticiper l'offre de prix de leurs concurrents. En particulier, ils ne seront plus confrontés au problème de la limite de 10% sur une offre de prix la plus basse inconnue puisqu'au cours du déroulement de l'enchère cadencée, on leur fournit le prix qu'ils doivent accepter pour espérer obtenir le contrat. Ce prix est évidemment fonction du prix accepté le plus bas mais celui-ci n'a plus besoin d'être connu par l'ensemble des fournisseurs actifs dans l'enchère pour que ceux-ci puissent appliquer leur stratégie dominante. Un autre avantage de l'enchère cadencée est qu'elle ne nécessite plus la connaissance, par le fournisseur, de la note pour le volet qualité attribuée à son offre de services. La stratégie dominante dans l'enchère cadencée repose en effet uniquement sur le coût du fournisseur à réaliser l'offre de services qu'il a soumise. Plus besoin donc de baser son offre de prix sur des anticipations au sujet de la note pour le volet qualité qui sera attribuée à l'offre que l'on rédige, comme c'était le cas avec la procédure prévue dans le Nouveau Règlement.

L'introduction de l'enchère cadencée permet donc de réduire de façon substantielle les coûts encourus par les fournisseurs pour soumettre une offre gagnante. Il faut toutefois mentionner, comme nous l'avons déjà fait dans la sous-section précédente, que les fournisseurs continueront à supporter des coûts d'élaboration de stratégie non-négligeables. En effet, ils devront continuer à baser l'élaboration de leur offre de services sur des anticipations concernant le choix de la qualité par leur concurrents, et, comme nous l'avons déjà souligné, des anticipations erronées peuvent avoir des répercussions graves puisqu'elles peuvent conduire à l'élimination pure et simple de l'offre soumise. De nouveau, nous allons réaliser quelques progrès à ce niveau dans la section suivante.

3.3 Enchère cadencée et évaluation des offres à l'aide d'une fonction de score

Nous allons développer dans cette section une procédure d'appel d'offres qui ne recourt plus à une pré-sélection des offres de services sur la base du volet qualité uniquement. Ceci permettra, comme

nous le mentionnions précédemment, de nous rapprocher encore plus de l'efficacité allocative et de réduire encore le coût d'élaboration des stratégies encourus par les fournisseurs. Pour y parvenir, l'idée que nous allons développer est que le donneur d'ordre doit communiquer des indications claires quant à l'augmentation de prix qu'il est prêt à accepter pour une augmentation donnée dans la note pour le volet qualité afin que les fournisseurs puissent faire les arbitrages qu'ils convient en se basant sur leur coûts. Plus les préférences du donneur d'ordre seront clairement exprimées, plus les fournisseurs pourront faire des arbitrages judicieux et meilleure sera l'issue de l'appel d'offres.

3.3.1 Évaluation des offres de services: Fonctions de score

Commençons immédiatement par préciser que la méthode d'évaluation que nous allons développer dans cette section se conforme aux critères explicités dans le Nouveau Règlement en ce qui a trait à la méthode d'attribution d'une note pour le volet qualité ainsi qu'à l'exigence d'une note minimale pour le volet qualité, dénotée nq_{min} , pour qu'une offre soit considérée admissible. Toutefois, ce niveau de qualité minimal devrait être tel que toute offre de services dont la qualité n'atteint pas ce seuil serait rejetée peu importe le prix auquel elle serait exécutée¹⁸. Nous noterons par N l'ensemble des fournisseurs ayant soumis une offre de services admissible. Remarquons immédiatement que nous n'éliminons aucune offre parmi celles qui sont admissibles.

L'objectif de la méthode d'évaluation est de déterminer entre deux offres admissibles laquelle est la meilleure en ne se basant que sur les caractéristiques de ces deux offres. Cette procédure nous permettra ainsi d'arriver à classer toutes les offres admissibles les unes par rapport aux autres.

La procédure d'évaluation proposée consiste à attribuer à chaque offre admissible un score, dénoté s_i , et l'offre i est strictement préférée à l'offre j si et seulement si $s_i > s_j$. Si deux offres ont le même score nous dirons qu'elles sont équivalentes. Pour accorder un score à une offre i , nous allons définir une *fonction de score*, dénotée par S , qui dépend de la note pour le volet qualité de cette offre i , nq_i , ainsi que de son offre de prix, p_i . Pour la simplicité, nous considérerons, dans cette section, une fonction de score dont la forme générale est la suivante:

$$S(nq_i, p_i) = M \left[\frac{f(nq_i)}{p_i} \right] \quad (3.1)$$

¹⁸Pour certain type de contrats, il est possible qu'aucun niveau de qualité positif ne satisfasse cette condition. Dans ce cas, nq_{min} est simplement égal à zéro ce qui, comme nous le verrons par la suite, ne pose aucun problème pour la procédure d'évaluation que nous suggérons.

où

- M est une constante positive,
- f est une fonction non-décroissante et continue satisfaisant $f(nq_{min}) = 100$.

Notons que, comme M est une constante indépendante des offres soumises par les fournisseurs, le score d'une offre i ne dépend que de ses caractéristiques ce qui est requis pour que la comparaison entre deux offres ne repose que sur les caractéristiques de ces deux offres. Comme on le verra, le fait que l'on impose $f(nq_{min}) = 100$ n'est absolument pas restrictif mais permet, tout comme la valeur de la constante M , d'ajuster les unités dans lesquelles le score sera exprimé.

La forme précise de la fonction de score indique les préférences du donneur d'ordre, c'est-à-dire, quelle augmentation de prix il est prêt à accepter pour une augmentation donnée dans la note de qualité. Autrement dit, ce sont les préférences du donneur d'ordre qui détermineront la forme de la fonction f . Illustrons immédiatement ceci par un exemple. Si l'on considère une offre de services i dont la note pour le volet qualité est la note de qualité minimale nq_{min} et l'offre de prix est p_i ainsi qu'une offre de services j dont la note pour le volet qualité, nq_j , est supérieure à la note de qualité minimale, il est possible de déterminer un prix \bar{p}_j qui fait en sorte que, si l'offre de prix de l'offre j est exactement \bar{p}_j , les offres i et j obtiennent le même score et sont donc équivalentes pour le donneur d'ordre. De manière précise, avec la forme de la fonction de score donnée en (3.1), nous aurons

$$\frac{\bar{p}_j}{p_i} = \frac{f(nq_j)}{f(nq_{min})} \quad (3.2)$$

On voit donc clairement que la forme de la fonction f détermine le pourcentage d'augmentation de prix que le donneur d'ordre est prêt à accepter pour une augmentation dans la note de qualité égale à $nq_j - nq_{min}$. Si l'offre de prix de l'offre j , p_j , est supérieure à \bar{p}_j alors l'offre i obtiendra un meilleur score que l'offre j et sera donc déclarée strictement préférée à l'offre j . Remarquons aussi que la comparaison entre deux offres ne fait pas intervenir la constante M . Comme affirmé précédemment, cette constante est introduite pour permettre d'ajuster les unités dans lesquelles seront exprimées le score d'une offre de services. On peut, par exemple, prendre cette constante égale au montant estimé du contrat à adjuger. De ce fait, l'offre de services dont la note de qualité

serait égale à la note de qualité minimale et l'offre de prix serait égale au montant estimé du contrat obtiendrait un score égal à 100.

La relation (3.2) montre aussi comment le donneur d'ordre peut procéder pour déterminer quelle est la forme de la fonction f , et donc quelle est la fonction de score, qui représente au mieux ses préférences. Pour ce faire, le donneur d'ordre choisit une offre de services de référence dont la note de qualité est égale à la note de qualité minimale, $n_{q_{min}}$, et l'offre de prix est p_0 . Ensuite, le donneur d'ordre détermine, pour un certain nombre de notes de qualité, le pourcentage d'augmentation de prix qui ferait en sorte qu'une offre de services ayant obtenu cette note de qualité et dont l'offre de prix est égale à l'offre de prix p_0 augmentée de ce pourcentage soit jugée équivalente à l'offre de référence. Comme on va le voir, ces informations suffisent pour construire une fonction de score qui reflète les préférences exprimées par le donneur d'ordre. Avant de considérer le cas général, il est toutefois utile d'illustrer directement cette procédure à l'aide d'un exemple numérique. Prenons une offre de référence dont la note de qualité est 60 et l'offre de prix est 100\$, c'est-à-dire, $n_{q_{min}} = 60$ et $p_0 = 100$ \$. La question à laquelle le donneur d'ordre doit alors répondre est : quelle est l'augmentation en pourcentage du prix qui ferait qu'une offre de services ayant obtenu une note de qualité 70 serait jugée équivalente à l'offre de services dont la note de qualité est 60 et l'offre de prix est 100\$? Si, par exemple, la réponse est 1% cela veut dire que le donneur d'ordre estime qu'une offre de services avec une note de qualité 70 et une offre de prix 101\$ est équivalente à une offre de services avec une note de qualité 60 et une offre de prix de 100\$. En procédant ainsi pour différentes notes de qualité, on obtient un tableau du type suivant:

Note pour le volet qualité	Offre de prix
60	100
70	101
80	105
90	107
100	110

Dans cet exemple, le donneur d'ordre juge donc équivalente l'offre de services dont la note de qualité est 60 et l'offre de prix est de 100\$ et l'offre de services dont la note de qualité est 80

et l'offre de services est 105\$. Ceci veut automatiquement dire que le score obtenu par ces deux offres de services sont égaux, c'est-à-dire,

$$\frac{f(80)}{105} = \frac{f(60)}{100}$$

Il y a donc un lien très étroit entre les informations fournies dans le tableau ci-dessus et la forme de la fonction f et donc de la fonction de score représentant les préférences du donneur d'ordre. En fait, comme nous allons le montrer, les informations contenues dans ce tableau permettent d'obtenir une bonne approximation de la fonction de score sous-jacente aux réponses fournies par le donneur d'ordre. Pour ce faire, nous noterons par s_0 le score obtenu par l'offre de service de référence, c'est-à-dire,

$$s_0 = M \left[\frac{f(60)}{100} \right] = M$$

Nous aurons donc

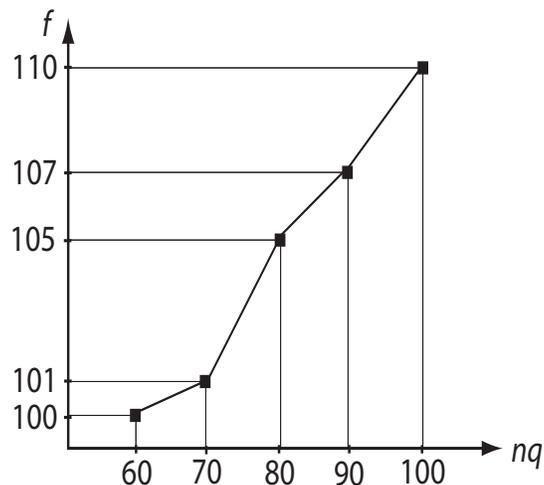
$$f(70) = 101 \left[\frac{s_0}{M} \right] = 101$$

$$f(80) = 105 \left[\frac{s_0}{M} \right] = 105$$

$$f(90) = 107 \left[\frac{s_0}{M} \right] = 107$$

$$f(100) = 110 \left[\frac{s_0}{M} \right] = 110$$

On peut ensuite facilement représenter graphiquement ces informations.



Construction d'une fonction de score : un exemple

En utilisant une interpolation linéaire entre chaque couple de points de ce graphique, on trouve la forme explicite d'une fonction f sous-jacente aux informations fournies par le donneur d'ordre. Pour l'exemple considéré, cette forme explicite est la suivante:

$$f(nq_i) = \begin{cases} 100 \left[1 + 0.01 \left(\frac{nq_i - 60}{10} \right) \right] & \text{si } nq_i \in [60, 70] \\ 100 \left[1.01 + 0.04 \left(\frac{nq_i - 70}{10} \right) \right] & \text{si } nq_i \in [70, 80] \\ 100 \left[1.05 + 0.02 \left(\frac{nq_i - 80}{10} \right) \right] & \text{si } nq_i \in [80, 90] \\ 100 \left[1.07 + 0.03 \left(\frac{nq_i - 90}{10} \right) \right] & \text{si } nq_i \in [90, 100] \end{cases}$$

Il est alors possible de déterminer le score obtenu par n'importe quelle offre de services. Par exemple, l'offre de services dont la note de qualité est 75 et l'offre de prix est 104\$ obtiendra un score égal à $Mf(75)/104 = M(103/104)$. Cette offre de services sera donc préférée à une offre de service dont la note de qualité est 85 et l'offre de prix est 108\$. En effet, le score de cette offre de services est égal à $Mf(85)/108 = M(106/108)$ ce qui est inférieur au score de la première offre de services, $M(103/104)$.

De manière générale, pour construire une fonction de score qui représente au mieux les préférences du donneur d'ordre, il suffit que celui-ci remplisse le tableau suivant:

Note pour le volet qualité	Offre de prix
nq_{min}	p_0
nq_1	$(1 + \alpha_1)p_0$
\vdots	\vdots
nq_{h-1}	$(1 + \alpha_{h-1})p_0$
nq_h	$(1 + \alpha_h)p_0$
\vdots	\vdots
nq_H	$(1 + \alpha_H)p_0$

où, pour la simplicité, nous avons adopté les notations suivantes:

- nq_{min} est la note de qualité minimale, c'est-à-dire, 60 dans le Nouveau Règlement,
- p_0 est une offre de prix associée à l'offre de services ayant obtenu la note de qualité minimale, offre de prix qui peut être choisie arbitrairement,
- α_h est l'augmentation en pourcentage dans l'offre de prix d'une offre dont la note de qualité est nq_h telle qu'une offre de services dont la note de qualité est nq_h et l'offre de prix est $(1 + \alpha_h)p_0$ est jugée équivalente à l'offre de services dont la note de qualité est nq_0 et l'offre de prix est p_0 ¹⁹,
- nq_H est la note de qualité maximale, c'est-à-dire, 100 dans le Nouveau Règlement.

En procédant comme dans l'exemple ci-dessus, nous pouvons dériver la fonction f qui est sous-jacente au tableau fourni par le donneur d'ordre. Cette fonction est donnée de la manière suivante:

$$f(nq_i) = \begin{cases} 100 \left[1 + \alpha_1 \left(\frac{nq_i - nq_{min}}{nq_1 - nq_{min}} \right) \right] & \text{si } nq_i \in [nq_{min}, nq_1] \\ 100 \left[1 + \alpha_{h-1} + (\alpha_h - \alpha_{h-1}) \left(\frac{nq_i - nq_{h-1}}{nq_h - nq_{h-1}} \right) \right] & \text{si } nq_i \in [nq_{h-1}, nq_h] \\ & \text{pour } h = 1, \dots, H \end{cases}$$

Évidemment, plus le donneur d'ouvrage fournira de couples (note de qualité, nq_h ; pourcentage d'augmentation dans l'offre de prix α_h) dans le tableau, plus la précision avec laquelle la fonction f ci-dessus représentera les préférences du donneur d'ordre sera grande.

Mentionnons immédiatement que cette procédure permet d'assurer que le pourcentage de différence entre le prix d'adjudication et l'offre de prix la plus basse restera toujours inférieur à 10%. Pour ce faire, il suffit que le donneur d'ordre fixe α_H dans le tableau ci-dessus égal à 0.10. Une offre de services dont l'offre de prix dépasse de plus de 10% l'offre de prix la plus basse se verra alors attribuer un score inférieur à celui octroyé à l'offre de services dont l'offre de prix est la plus basse et sera ainsi rejetée sur la base de la fonction de score.

La rigueur imposée par cette méthode a l'énorme avantage de clarifier les préférences du donneur d'ordre du point de vue des fournisseurs. En effet, une fois cette fonction de score construite

¹⁹On aura donc que $\alpha_h \geq \alpha_{h-1}$ lorsque le donneur d'ordre est prêt à accepter un prix plus élevé pour une qualité plus élevée.

et communiquée aux fournisseurs, ceux-ci auront des indications précises sur les conséquences de leurs choix²⁰. Ils pourront en effet calculer le score maximal qu'ils pourront espérer obtenir en introduisant, dans la fonction de score S , la note pour le volet qualité qu'ils pensent se voir attribuer pour la qualité choisie, nq_i^e , ainsi que leur coût de fournir cette qualité, c_i , c'est-à-dire, $Mf(nq_i^e)/c_i$. En choisissant de manière appropriée la valeur des différents α , le donneur d'ordre pourra transmettre, avec la précision voulue, les incitations à soumettre une offre de services dont la note de qualité se situera dans un certain intervalle. Ceci permettra d'éviter de susciter la qualité à travers une procédure basée sur l'élimination d'offres de services sur la base du volet qualité seulement qui, comme nous l'avons montré, pose de sérieux problèmes.

Remarquons finalement que ces incitations à fournir la qualité différeront généralement d'un appel d'offres à l'autre. Il n'y a pas, en effet, de raison de penser que le donneur d'ordre sera prêt à payer le même pourcentage d'augmentation du prix pour une augmentation donnée de la qualité pour des offres de services concernant la fourniture de services informatiques et pour celles concernant la fourniture de matériels informatiques. Du fait de sa simplicité²¹, la procédure que nous proposons permet d'ajuster les incitations transmises aux fournisseurs en fonction des caractéristiques du contrat à adjuger. Il suffit, en effet, de communiquer la fonction de score appropriée, ou un tableau du type de celui présenté ci-dessus qui donnerait des informations équivalentes, directement dans la description de l'appel d'offres plutôt que, comme c'est le cas présentement, d'inscrire la manière dont les offres de services seront évaluées dans le règlement lui-même.

Ces discussions montrent que, tout en maintenant la simplicité de la procédure d'évaluation, il est possible pour le Gouvernement du Québec de transmettre clairement ses préférences aux fournisseurs. Ceci permettra d'obtenir des offres dont la note pour le volet qualité est élevée sans avoir à recourir à une procédure de pré-sélection des offres de services comme c'est le cas actuellement dans la procédure décrite dans le Nouveau Règlement.

²⁰Une alternative, sans doute plus réaliste, serait de fournir un tableau comme celui considéré plus haut mais qui contiendrait des variations entre deux notes de qualité suffisamment petite pour que le fournisseur dispose de toute l'information pertinente pour effectuer son choix de qualité.

²¹Un autre élément à souligner à ce propos est que le score obtenu par une offre de services ne dépend que des caractéristiques propres à cette offre et ne dépend pas, comme c'est actuellement le cas dans le Nouveau Règlement, d'une caractéristique d'une autre offre de services, à savoir l'offre de prix la plus basse parmi les offres de prix des offres de services acceptables. Chaque fournisseur, comme mentionné précédemment, peut donc calculer lui-même le score qu'il pourra obtenir en fonction du choix de la qualité qu'il fera ainsi que sur le coût de fournir cette qualité.

3.3.2 Enchère cadencée avec scores: description formelle

Une fois choisie la fonction de score, S , on peut utiliser une procédure d'appel d'offres très similaire à celle utilisée pour les contrats simples. Nous en présenterons donc immédiatement une description détaillée. La procédure que nous proposons est une enchère cadencée comportant quatre phases. L'objectif principal des deux premières phases est, d'une part, d'attribuer une note pour le volet qualité à chaque offre soumise, et, d'autre part, d'identifier, pour chaque fournisseur ayant soumis une offre admissible, un prix de départ. La troisième phase est l'enchère cadencée proprement dite qui permet d'obtenir les informations nécessaires à l'adjudication du contrat. La dernière phase est la phase d'adjudication.

Phase I : Initialisation (fournisseurs)

Cette phase commence à une date et une heure précise par la publication de l'appel d'offres par l'annonceur et consiste en une seule ronde. La description de l'appel d'offres contiendra notamment la fonction de score, S , ou sa représentation sous la forme d'un tableau, sur la base de laquelle les offres de services seront évaluées. Les informations transmises par l'annonceur définissent l'état du marché à cette ronde. Les fournisseurs réagissent à la publication de l'état du marché en soumettant une offre de services qui contient, d'une part, les informations nécessaires pour qu'un comité puisse attribuer une note pour le volet qualité à cette offre et, d'autre part, un prix que le fournisseur considère comme le meilleur prix de départ de la troisième phase. Nous noterons par \tilde{p}_i le prix de départ proposé du fournisseur i . La ronde se termine à une date et une heure précise.

Phase II : Initialisation (annonceur)

Cette phase comporte une seule ronde. L'état du marché est l'ensemble des offres soumises à la phase précédente. L'annonceur réagit à cet état du marché en déterminant une note de qualité pour chacune des offres, nq_i , et détermine l'ensemble des fournisseurs ayant soumis une offre admissible et conforme. Il faut remarquer que l'annonceur n'appliquera pas ici la sélection sur la base des notes pour le volet qualité telle qu'elle est prévue dans le Nouveau Règlement²². L'ensemble des fournisseurs ayant soumis une offre admissible et conforme est noté par N .

²²Un niveau de qualité minimal peut être requis pour qu'une offre soit déclarée admissible. Toutefois, comme mentionné auparavant, ce niveau de qualité minimal devrait être tel que toute offre de services dont la qualité n'atteint pas ce seuil serait rejetée peu importe le prix auquel elle serait exécutée.

Phase III : Compétition

La troisième phase commence à une date et une heure précise. Cette phase comporte plusieurs rondes ainsi que des règles d'arrêt de phase, une mise à jour de l'état du marché et une procédure de démarrage de la phase. Les paragraphes suivants donnent une description détaillée de ces éléments²³.

A. DÉMARRAGE

L'objectif de la procédure de démarrage est de construire l'état du marché de la ronde initiale à partir des informations obtenues durant les phases précédentes. Pour ce faire, l'encanteur déclare actif à la ronde initiale tout fournisseur ayant soumis une offre admissible et conforme. Nous noterons par A^0 l'ensemble des fournisseurs actifs à la ronde initiale et nous aurons donc $A^0 = N$. Ensuite, l'encanteur calcule, pour chaque fournisseur i appartenant à N , un score de départ proposé sur la base de la note de qualité que cette offre a obtenue ainsi que sur le prix de départ proposé dans cette offre. De façon précise, pour chaque fournisseur $i \in N$, l'encanteur calcule un *score de départ proposé* $\tilde{s}_i^0 = S(nq_i, \tilde{p}_i^0)$ où S est la fonction de score. D'autre part, pour déterminer l'ensemble des prix de départ qui seront utilisés à la ronde initiale, l'encanteur classe les scores de départ proposés en ordre décroissant. Le score de départ, noté s^0 , est celui se trouvant à la deuxième place dans ce classement. Pour chaque fournisseur $i \in N$, le prix de départ de ce fournisseur, noté par p_i^0 , est le prix tel que le score de son offre calculé sur la base de sa note pour le volet qualité et de ce prix de départ, $S(nq_i, p_i^0)$, est égal au score de départ, s^0 .

B. RONDE

- État du marché: L'état du marché à une ronde r consiste en un ensemble de fournisseurs actifs à cette ronde, A^r ; un nombre de fournisseurs actifs à la ronde r , $n^r = |A^r|$; et, pour chaque fournisseur actif i , un prix proposé, p_i^r . À la ronde initiale, c'est-à-dire, lorsque $r = 0$, le prix proposé au fournisseur i est le prix de départ de ce fournisseur p_i^0 . Le vecteur (p_i^r, n^r) est transmis au fournisseur i , pour chaque $i \in A^r$.
- Mise des fournisseurs: À chaque ronde, seuls les fournisseurs actifs à cette ronde ont le droit

²³Comme pour les enchères précédentes, la mise en oeuvre de l'enchère cadencée requiert la détermination de deux paramètres, à savoir, un décrétement Δ et un nombre de minutes après lequel une ronde s'arrête, t . Ce décrétement pourra être arrondi à l'unité choisie par l'initiateur (centaine ou millier de dollars) selon les règles usuelles.

de soumettre une mise. Si un fournisseur i est actif à la ronde r , c'est-à-dire, si $i \in A^r$, alors ce fournisseur a le choix entre *accepter* et *soumettre une offre de prix finale*. Pour être valide, une offre de prix finale soumise par le fournisseur i à la ronde r , dénotée p_i^f , doit être plus petite ou égale au dernier prix accepté par le fournisseur i et strictement supérieure au prix proposé au fournisseur i à la ronde r , p_i^r .

À la ronde initiale, c'est-à-dire, lorsque $r = 0$, le dernier prix accepté par le fournisseur i est son prix de départ proposé \tilde{p}_i . À chaque ronde $r \geq 1$, si le fournisseur i est actif à cette ronde, alors le dernier prix accepté par ce fournisseur à cette ronde est le prix qui lui a été proposé à la ronde précédente, p_i^{r-1} , car, comme nous le verrons par la suite, un fournisseur est déclaré actif à la ronde r si ce fournisseur a accepté le prix qui lui a été proposé à la ronde $r - 1$.

Pour chaque fournisseur i actif à la ronde r , on notera par m_i^r la mise de ce fournisseur. On aura donc que m_i^r est égal soit à *accepter*, soit à p_i^f avec p_i^f appartenant à l'intervalle $]p_i^r, p_i^{r-1}]$ si $r \geq 1$ ou à l'intervalle $]p_i^0, \tilde{p}_i]$ si $r = 0$. Remarquons que, par construction, il existe au moins deux fournisseurs pour lesquels le prix qui leur est proposé à la ronde initiale, p_i^0 , est supérieur ou égal à leur prix de départ proposé, \tilde{p}_i . Pour ces fournisseurs, il n'existe donc aucun prix inférieur ou égal à leur prix de départ proposé et strictement supérieur au prix qui leur est proposé à la ronde initiale, c'est-à-dire, aucune offre de prix finale valide. Ceci implique qu'à la ronde initiale, ces fournisseurs n'ont pas d'autre choix que d'accepter. De ce fait, le nombre de fournisseurs actifs à la ronde 1 de l'enchère est toujours supérieur ou égal à deux.

- Règle d'arrêt de ronde: Une ronde s'arrête lorsque soit tous les fournisseurs actifs ont envoyé leur mise, soit lorsque t minutes se sont écoulées depuis la publication de l'état du marché. Si, à la fin d'une ronde r , aucune mise n'est reçue de la part d'un fournisseur actif à cette ronde, alors l'enchère est suspendue pendant le temps nécessaire pour prendre contact avec ce fournisseur et vérifier avec lui la raison pour laquelle aucune mise n'a été reçue de sa part. Si des problèmes techniques sont découverts, l'encanteur suspend l'enchère le temps qu'il faut pour leur trouver une solution. L'encanteur reste en communication avec le fournisseur et lui demande de transmettre sa mise pour la ronde r . Si, de nouveau, aucune mise n'est

reçue, alors ce fournisseur est supposé avoir soumis une offre de prix finale égale au dernier prix qu'il a accepté, ce qui implique qu'il sera considéré inactif lors des rondes subséquentes.

C. MISE À JOUR DE L'ÉTAT DU MARCHÉ

- Suite à la réception des mises, l'encanteur définit l'ensemble des fournisseurs ayant accepté le prix qui leur a été proposé à la ronde r . Nous noterons cet ensemble par Y^r , et nous aurons $Y^r = \{i \in A^r \mid m_i^r = \text{accepter}\}$. L'ensemble des fournisseurs qui seront considérés actifs à la ronde $r + 1$, A^{r+1} , est l'ensemble des fournisseurs qui ont accepté à la ronde r , c'est-à-dire, $A^{r+1} = Y^r$.
- Le nombre de fournisseurs actifs à la ronde $r + 1$, n^{r+1} , est le nombre d'éléments dans A^{r+1} , c'est-à-dire, $n^{r+1} = |A^{r+1}|$.
- Le prix proposé à un fournisseur actif à la ronde $r + 1$, p_i^{r+1} , est déterminé de la manière suivante. L'encanteur trouve d'abord, parmi les fournisseurs ayant accepté à la ronde r , celui qui a soumis l'offre avec la note pour le volet qualité la plus faible. Nous noterons ce fournisseur par B^r et on aura $B^r \in Y^r$ et $nq_{B^r} \leq nq_j$ pour tout $j \in Y^r$. Le prix proposé au fournisseur B^r à la ronde $r + 1$ est le prix proposé à ce fournisseur à la ronde r diminué d'un décrétement Δ , c'est-à-dire, $p_{B^r}^{r+1} = p_{B^r}^r - \Delta$. Ceci permet d'obtenir le score à la ronde $r + 1$, s^{r+1} , en calculant $S(nq_{B^r}, p_{B^r}^{r+1})$. Ensuite, pour tous les fournisseurs actifs à la ronde $r + 1$, le prix proposé à cette ronde est tel que le score de leur offre est égal à s^{r+1} , c'est-à-dire, p_i^{r+1} est tel que $S(nq_i, p_i^{r+1}) = s^{r+1} = S(nq_{B^r}, p_{B^r}^{r+1})$ pour tout $i \in A^{r+1}$.

D. RÈGLE D'ARRÊT DE PHASE

La troisième phase s'arrête après que la ronde R ait été réalisée si et seulement si au plus un des fournisseurs actifs à cette ronde a décidé d'accepter le prix qui lui a été proposé, c'est-à-dire, si et seulement si, $|Y^R| \leq 1$.

Phase IV : Adjudication.

Cette phase comporte une seule ronde et démarre avec la détermination, par l'encanteur, d'un fournisseur gagnant et d'un prix d'adjudication proposé. Ces deux informations constitueront l'état du marché de la ronde et sont obtenues de la manière suivante.

Pour chaque fournisseur actif à la dernière ronde de la Phase III, c'est-à-dire, pour chaque $i \in A^R$, l'encanteur calcule son score final, dénoté par s_i^f . Ce score final est égal soit à $S(nq_i, p_i^f)$ si le fournisseur i a soumis une offre finale à la ronde r , soit à $S(nq_i, p_i^R)$ si le fournisseur i a accepté le prix qui lui a été proposé à la ronde R . L'encanteur classe ensuite ces scores finaux en ordre décroissant. On notera par s_d^f le deuxième score final dans ce classement. Le fournisseur gagnant est celui qui obtient le score final le plus élevé, c'est-à-dire, le score final se trouvant à la première place dans le classement²⁴. Le prix d'adjudication proposé, p^A , est le prix tel que le score qu'obtiendrait le fournisseur gagnant sur la base de ce prix est égal au deuxième meilleur score final, s_d^f , c'est-à-dire, p^A est tel que $S(nq_g, p^A) = s_d^f$ où nq_g est la note de qualité du fournisseur gagnant²⁵.

Face à ces informations, l'annonceur réagit en acceptant ou en refusant. Si l'annonceur accepte alors le contrat est adjugé au fournisseur gagnant et le prix d'adjudication est le prix d'adjudication proposé. Si l'annonceur refuse, le contrat n'est pas adjugé.

3.3.3 Adéquation de l'enchère cadencée avec fonction de score et des objectifs poursuivis

Comme pour les autres enchères présentées dans ce rapport, il est assez facile de montrer que:

Conclusion 3.8. *La stratégie qui spécifie qu'un fournisseur accepte si le prix qui lui est proposé est supérieur ou égal à son coût et soumet une offre de prix finale égale à son coût d'exécuter le contrat si le prix qui lui est proposé est inférieur à son coût est une stratégie dominante dans l'enchère cadencée décrite à la Section 3.3.2.*

Nous nous abstenons d'en donner une démonstration car celle-ci est identique à celle qui nous a permis d'établir la Conclusion 2.1 de la Section 2.2.2. Nous examinerons donc immédiatement les conséquences de cette propriété et de l'introduction d'une fonction de score sur l'efficacité allocative du résultat de l'enchère cadencée ainsi que sur les coûts encourus par les fournisseurs.

²⁴Dans le cas où le score final le plus élevé est obtenu par plusieurs fournisseurs, le fournisseur gagnant sera tiré au hasard parmi ceux-ci. Il faut immédiatement remarquer que cette situation ne peut se présenter que dans le cas où tous les fournisseurs actifs ont soumis une offre de prix finale.

²⁵Remarquons que, dans le cas où le score final le plus élevé a été obtenu par plusieurs fournisseurs, le prix d'adjudication proposé est égal à l'offre de prix finale du fournisseur gagnant. Notons aussi que, dans la détermination du prix d'adjudication proposé, il est possible d'arrondir l'offre de prix finale à l'unité *supérieure* définie par le Gouvernement du Québec (centaine ou millier de dollars).

Efficacité allocative

Une conséquence immédiate de la Conclusion 3.8 est que:

Conclusion 3.9. *Parmi l'ensemble des offres admissibles, l'enchère cadencée décrite dans la Section 3.3.2 garantit que le contrat est adjugé au fournisseur ayant présenté l'offre de services qui obtiendrait le meilleur score si celui-ci était calculé sur la base de la note pour le volet qualité et du coût de fournir cette qualité.*

La première amélioration réalisée par rapport à l'enchère cadencée présentée à la section précédente réside dans le fait que l'offre de service gagnante est celle qui obtiendrait le meilleur score parmi l'ensemble des offres ayant obtenu une note minimale pour le volet qualité plutôt que parmi l'ensemble des offres acceptables. On ne s'expose donc plus ici à la possibilité d'éliminer l'offre qui aurait obtenu le meilleur score, calculé sur la base des coûts, parmi l'ensemble des offres soumises. La deuxième amélioration provient du fait que l'utilisation d'une fonction de score permet au donneur d'ordre de transmettre ses préférences quant aux caractéristiques des offres de services avec plus de précision qu'en utilisant une procédure basée sur une pré-sélection des offres telle celle prévue dans le Nouveau Règlement. De ce fait, les offres de services soumises par les fournisseurs auront des caractéristiques relativement proches de celles désirées par le donneur d'ordre, car les choix des fournisseurs se baseront sur le score qu'ils pourront obtenir en fonction uniquement des caractéristiques propres à leur offre et non plus sur leurs anticipations au sujet des notes de qualité qu'obtiendront leurs concurrents.

Mentionnons aussi que, tout comme dans l'enchère cadencée présentée à la section précédente, la règle du 10% imposée dans le Nouveau Règlement peut continuer à s'appliquer. Cette règle ne conduira plus à rejeter des offres de services de fournisseurs qui auraient pu, si l'offre de prix la plus basse leur avait été connue au moment de soumettre leur offre de services, réagir en soumettant une offre de prix qui aurait satisfait cette limite de 10%. Dans une enchère cadencée, les fournisseurs ont en effet la possibilité d'ajuster leur offre de prix en fonction des offres de prix de leurs concurrents.

Il faut, toutefois, signaler que l'enchère cadencée basée sur une fonction de score qui reflète les préférences du donneur d'ordre ne conduit pas à la sélection de la meilleure offre *parmi l'ensemble des offres qui auraient pu être soumises par les fournisseurs*. Ceci est dû au fait qu'il

subsiste une distortion sur le choix de la qualité, c'est-à-dire, que les fournisseurs ne choisissent pas nécessairement la qualité qui maximiserait leur score calculé sur la base de leur coût. Pour comprendre ce point, il faut tout d'abord remarquer que le prix d'adjudication dépend de la qualité choisie par le gagnant. En effet, comme mentionné dans la description de la phase d'adjudication, le prix d'adjudication p^A est tel que le score de l'offre gagnante, $S(nq_g, p^A)$, avec nq_g la note de qualité de l'offre gagnante, est égal au deuxième meilleur score final s_d^f . Il s'ensuit que le prix d'adjudication est une fonction croissante de la qualité choisie par le fournisseur qui obtient le contrat. Lorsqu'un fournisseur choisit la qualité de son offre, il cherche à maximiser son gain espéré qui est le produit de la probabilité qu'il gagne et du gain qu'il réalisera s'il obtient le contrat. Ce gain est la différence entre le prix d'adjudication et le coût de fournir la qualité choisie, $c_g(nq_g)$. La probabilité de gagner est clairement maximisée en choisissant la qualité qui maximise le score, calculé sur la base des coûts, qu'obtiendra son offre $S(nq_g, c_g(nq_g))$ puisque l'enchère alloue le contrat à l'offre ayant le plus haut score lorsque celui-ci est calculé sur la base des coûts. Donc, si les fournisseurs choisissaient leur qualité uniquement dans le but de maximiser leur probabilité de gagner, chacun choisirait la qualité qui maximiserait le score de son offre et l'enchère conduirait à un résultat efficace. L'ensemble des offres admissibles contiendrait en effet l'ensemble des offres qui peuvent obtenir le meilleur score calculé sur la base des coûts. Toutefois, les fournisseurs ne choisiront généralement pas la qualité qui maximise le score $S(nq_g, c_g(nq_g))$, car ils ne maximisent pas nécessairement leur probabilité de gagner. En effet, comme le gain que les fournisseurs réalisent s'ils gagnent, $p^A(nq_g) - c_g(nq_g)$, dépend généralement de la qualité de l'offre soumise, leur choix de qualité sera le résultat d'un arbitrage entre augmenter la probabilité de gagner et augmenter le gain si le contrat est obtenu.

Il ne faudrait cependant pas exagérer cette perte d'efficacité. Ce type de problème survient en effet dans un grand nombre de situations de la vie courante. Il est, par exemple, bien connu que les choix de la qualité des produits de consommation ne sont pas les choix qui maximisent le surplus des consommateurs lorsqu'il existe des interactions stratégiques entre les entreprises. Ces entreprises font exactement le même genre d'arbitrage que celui opéré par les fournisseurs dans le présent contexte: d'un côté, plus ils fixent une qualité élevée par rapport à leurs concurrents, plus ils peuvent obtenir de consommateur mais, d'un autre côté, le choix d'une qualité affecte aussi le gain par consommateur qui peut être réalisé. Les entreprises ne choisiront donc pas, comme cela

devrait être le cas pour obtenir un résultat efficace, leur qualité uniquement pour attirer le plus de consommateurs possible.

Un remède possible à cette perte d'efficacité est d'obliger les fournisseurs à ne plus faire de choix au niveau de la qualité de leur offre en les obligeant à soumettre plusieurs offres. Cette obligation élargirait ainsi l'ensemble des offres admissibles parmi lesquelles la procédure de l'enchère cadencée choisirait celle avec le meilleur score calculé sur la base des coûts. Toutefois, cette solution augmenterait considérablement les coûts de préparation des offres encourus par les fournisseurs ainsi que les coûts d'attribution d'une note de qualité par le comité d'évaluation. Cette solution paraît donc trop coûteuse par rapport aux gains d'efficacité qu'elle générerait pour être mise en oeuvre.

Coûts de participation des fournisseurs

La source principale de la réduction des coûts encourus par les fournisseurs pour rédiger une offre de services par rapport à l'enchère cadencée qui utilise la méthode d'évaluation des offres décrite dans le Nouveau Règlement réside dans l'introduction d'une fonction de score. Comme nous l'avons mentionné, cette fonction de score permet au Gouvernement du Québec d'exprimer clairement ses préférences, ce qui se traduit par des indications non-ambigües transmises aux fournisseurs. En particulier, contrairement à la procédure d'évaluation du Nouveau Règlement (voir Conclusion 3.5), l'avantage de soumettre une offre de qualité élevée ne dépendra plus de l'offre de prix la plus basse, celle-ci étant inconnue au moment d'effectuer le choix de la qualité de l'offre soumise. Les fournisseurs se trouvent donc dans une situation usuelle où ils doivent choisir la qualité d'un produit pour satisfaire un ensemble de consommateurs dont les préférences sont clairement exprimées. Leurs choix de qualité dépendront encore d'anticipations sur la qualité choisie par leur concurrents mais l'impact d'une mauvaise anticipation est réduit car, contrairement à la procédure du Nouveau Règlement, des anticipations erronées ne mènent plus à une exclusion pure et simple de l'offre de services.

Pour conclure, nous pensons que l'enchère qui est proposée dans cette section place les fournisseurs dans la situation de n'importe quel producteur dans une industrie qui doit choisir la qualité de son produit. En ce sens, nous pensons que les coûts encourus par les fournisseurs sont les plus faibles possibles et que l'introduction d'une fonction de score à la place de la procédure d'évaluation du Nouveau Règlement se justifie pleinement.

4 Enchère cadencée pour l'adjudication simultanée de plusieurs contrats

Nous avons vu dans le Chapitre 2 qu'il était possible, pour adjuger des contrats simples, de construire une enchère cadencée dont le résultat est généralement efficace du point de vue allocatif. Nous avons déjà identifié dans ce chapitre des situations pour lesquelles ce type d'enchère, ainsi que l'enchère utilisée présentement par le Conseil du Trésor, conduisait à un résultat inefficace. Nous allons maintenant présenter un autre type de situations où le résultat de ces enchères n'est généralement pas efficace. Pour rendre la discussion plus concrète, prenons immédiatement un exemple.

Exemple 1: Supposons que le Conseil du Trésor a le mandat d'adjuger deux contrats, le contrat A et le contrat B . Il y a trois fournisseurs qui sont en concurrence pour obtenir ces contrats. Le fournisseur 1 est capable de réaliser les contrats A et B . Le coût pour ce fournisseur d'exécuter le contrat A uniquement est $c_1(A) = 25\$$, celui pour exécuter le contrat B uniquement est $c_1(B) = 45\$$, et le coût pour exécuter les deux contrats ensemble est $c_1(AB) = 50\$$. On supposera aussi que le coût du fournisseur 1 de réaliser le contrat A et le contrat B s'il exécute les deux contrats est donné respectivement par $c_1(A; AB) = 15\$$ et $c_1(B; AB) = 35\$$. Le fournisseur 2 est capable d'exécuter uniquement le contrat A à un coût $c_2(A) = 20\$$ et le fournisseur 3 est capable de réaliser uniquement le contrat B à un coût $c_3(B) = 20\$$. Comme dans tous les problèmes considérés dans ce rapport, chaque fournisseur connaît ses coûts mais ne connaît pas les coûts de ses concurrents.

Dans cet exemple, l'efficacité allocative requiert évidemment que le contrat A soit adjugé au fournisseur 2 et que le contrat B soit adjugé au fournisseur 3 puisque, d'une part, la somme des coûts des fournisseurs 2 et 3, 40\$, est inférieure au coût pour le fournisseur 1 d'exécuter les deux contrats, 50\$, et, d'autre part, le coût du fournisseur 2 pour réaliser le contrat A , 20\$, est inférieur au

coût pour le fournisseur 1 d'exécuter le contrat A uniquement, 25\$.

Dans l'état actuel des choses, le Conseil du Trésor organise deux appels d'offres, chacun d'entre eux visant à adjuger *un seul* contrat. Même si la procédure d'appel d'offres utilisée par le Conseil du Trésor est l'enchère cadencée proposée au Chapitre 2, le résultat de ces deux enchères ne sera pas nécessairement efficace. En effet, supposons que ces enchères se déroulent de manière séquentielle, l'enchère pour adjuger le contrat A étant réalisée en premier lieu. Lors de cette première enchère, le fournisseur 1 fait face à un problème complexe. Lorsqu'il effectue sa mise, il ne sait pas s'il pourra obtenir le contrat B car il ne connaît pas le coût de son concurrent pour le contrat B . Il pourrait alors adopter une position agressive en agissant comme s'il allait obtenir le contrat B , c'est-à-dire, en décidant d'accepter tant que le prix est supérieur au coût d'exécuter le contrat A sachant qu'il a obtenu le contrat B , $c_1(A; AB) = 15\$$. Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 2, la stratégie du fournisseur 2 est d'accepter tant que le prix est supérieur à son coût $c_2(A) = 20\$$. Si le fournisseur 1 adopte cette stratégie agressive, il obtiendra donc le contrat A au prix de 20\$. Ayant obtenu le contrat A , le fournisseur 1 doit se comporter de manière à obtenir le contrat B sous peine de faire des pertes s'il est obligé de réaliser le contrat A tout seul. Quel est le prix le plus bas qu'il peut accepter pour réaliser le contrat B ? Ce prix, \bar{p} , est simplement déterminé par l'égalité entre les pertes qu'il subit en ne réalisant que le contrat A , 5\$, et le gain qu'il fait sur le contrat A , 5\$, s'il obtient le contrat B plus la différence entre \bar{p} et le coût d'exécuter le contrat B , 35\$. Par conséquent, le fournisseur 1 acceptera tant que le prix proposé dans l'enchère cadencée sera supérieur ou égal à 25\$. Le gagnant dans cette enchère sera néanmoins le fournisseur 3 car celui-ci acceptera tant que le prix proposé reste supérieur à son coût, 20\$. On arrive donc à une situation inefficace car le fournisseur 1 se voit adjuger le contrat A alors que celui-ci aurait dû être adjugé au fournisseur 2. De plus, le fournisseur 1 réalisera une perte de 5\$.

Il faut remarquer que si, dans l'Exemple 1, le coût du fournisseur 3 avait été de 27\$, le fournisseur 1 aurait obtenu les deux contrats et aurait réalisé des pertes alors que, du point de vue de l'efficacité allocative, les contrats A et B devraient être adjugés au fournisseur 2 et 3 respectivement.

Cet exemple illustre clairement le problème que l'on rencontre lorsque le coût d'exécuter un contrat dépend de l'exécution d'un autre contrat et que les enchères menant à l'adjudication de chacun de ces contrats sont réalisées indépendamment: les fournisseurs doivent baser leur stratégie

sur leur anticipation de gagner un contrat qui sera adjugé dans une autre enchère. Ces anticipations peuvent faire en sorte que les contrats ne sont pas nécessairement adjugés aux fournisseurs ayant les coûts les plus bas mais bien aux fournisseurs les plus optimistes. De plus, si ces anticipations se révèlent incorrectes, les fournisseurs peuvent se retrouver à devoir exécuter des contrats à perte.

Avant de poursuivre, il nous faut faire deux remarques. La première est que l'organisation d'enchères à enveloppes fermées simultanées ou séquentielles donnera généralement des résultats encore plus éloignés de l'allocation efficace des contrats que le résultat obtenu en utilisant des enchères cadencées. Les raisons qui nous conduisent à cette affirmation sont celles que nous avons exposées au Chapitre 2. À titre d'illustration, dans l'Exemple 1, nous avons vu que le contrat A était adjugé au fournisseur 1 alors que le contrat B était adjugé au fournisseur 3. L'allocation du contrat B était donc efficace. Par contre, si une enchère à enveloppes scellées avait été utilisée, il aurait été fort probable que le contrat B soit adjugé au fournisseur 1 du fait que le fournisseur 3 n'aurait pas choisi sa mise dans le but de maximiser uniquement sa probabilité de gagner. Il faut aussi remarquer que des anticipations pessimistes peuvent mener à une allocation inefficace des contrats. Pour s'en convaincre, il suffit de modifier l'Exemple 1 de la manière suivante:

Exemple 2: La situation est la même que dans l'Exemple 1 sauf en ce qui concerne les coûts du fournisseur 1 à exécuter conjointement les contrats A et B . On supposera maintenant que $c_1(A; AB) = c_2(B; AB) = 15\$$ ce qui implique que $c_1(AB) = 30\$$.

Dans cet exemple, l'efficacité allocative requiert que les deux contrats soient adjugés au fournisseur 1. Pourtant, si lors de la première enchère, c'est-à-dire, celle qui déterminera à quel fournisseur le contrat A sera adjugé, le fournisseur 1 se comporte de manière conservatrice en agissant comme s'il n'obtenait pas le contrat B alors il n'obtiendra ni le contrat A , car son coût pour exécuter uniquement ce contrat est supérieur au coût du fournisseur 2, ni le contrat B , car son coût de réaliser le contrat B uniquement est supérieur à celui du fournisseur 3. Le fournisseur 1 n'obtient donc aucun contrat si celui-ci se comporte de manière trop conservatrice alors que l'efficacité au niveau de l'allocation des deux contrats requiert que les deux contrats soient adjugés au fournisseur 1.

La problématique que nous allons examiner dans ce chapitre est l'amélioration de l'efficacité allocative de la procédure d'appel d'offres à l'aide d'une procédure permettant l'adjudication de

plusieurs contrats simultanément.

4.1 Description sommaire

L'idée de base qui guide la construction de l'enchère cadencée pour contrats multiples est de synchroniser le déroulement d'autant d'enchères cadencées pour contrat simple qu'il y a de contrats à adjuger. Nous noterons par K l'ensemble des contrats à adjuger et par $|K|$ le nombre de ces contrats. Pour synchroniser ces enchères pour contrat simple, on fera correspondre une ronde de l'enchère cadencée pour contrats multiples à une ronde dans chacune des enchères cadencées pour contrat simple. Par conséquent, toutes les enchères cadencées pour contrat simple se termineront en même temps. À chacune de ces rondes, un prix est proposé pour chacun des contrats, c'est-à-dire, un prix est proposé dans chacune des enchères cadencées pour contrat simple. Face à ces prix proposés à une ronde, les fournisseurs actifs à cette ronde réagissent en soumettant une mise pour au moins un contrat. Un fournisseur n'est donc pas obligé, à chaque ronde, de soumettre une mise pour tous les contrats. une mise consiste soit à accepter le prix proposé soit à soumettre une offre de prix finale. Tout comme dans l'enchère pour contrat simple, certaines restrictions seront imposées pour qu'une offre de prix finale soit considérée valide. Si, à une ronde, un fournisseur soumet une offre de prix finale pour un contrat k , il ne pourra plus soumettre de mises pour ce contrat à des rondes ultérieures. D'autre part, pour être actif à une certaine ronde, un fournisseur doit avoir accepté le prix proposé pour au moins un contrat à la ronde précédente. Ainsi, si un fournisseur ne soumet que des offres de prix finales pour les contrats qui l'intéressent, ce fournisseur sera considéré inactif lors des rondes ultérieures. Par contre, s'il soumet une offre de prix finale pour un contrat mais accepte le prix proposé pour un autre contrat, il pourra continuer à participer à l'enchère pour contrats multiples pour tous les contrats pour lesquels il n'a pas soumis d'offre de prix finale. Par ailleurs, le prix proposé à une ronde donnée dans une enchère pour contrat simple particulière est soit le prix proposé dans cette enchère à la ronde précédente si ce prix a été accepté par au plus un fournisseur, soit le prix proposé à la ronde précédente diminué d'un décrétement, ce décrétement pouvant varier d'une enchère pour contrat simple à l'autre, si le prix proposé à la ronde précédente a été accepté par au moins deux fournisseurs. L'enchère pour contrats multiples s'arrête à la ronde R lorsque, dans chacune des enchères pour contrat simple, le prix proposé à cette ronde pour ce contrat est accepté par au plus un fournisseur et aucune offre de prix finale n'est soumise

pour ce contrat à cette ronde R . Remarquons que cette dernière condition n'apparaît pas dans une enchère cadencée pour contrat simple. Elle est introduite pour permettre à chaque fournisseur actif dans l'enchère cadencée pour contrats multiples de réagir à toutes les mises soumises dans toutes les enchères pour contrat simple. Ces deux conditions assurent donc que l'enchère cadencée pour contrats multiples s'arrête lorsque plus aucun fournisseur ne désire, face à un ensemble de prix proposés, soumettre une nouvelle mise. Pour chaque contrat k , on classe en ordre croissant les prix acceptés et les offres de prix finales soumises dans l'enchère pour contrat simple. Le fournisseur gagnant pour le contrat k est celui qui a soumis une mise correspondant au plus bas prix accepté ou soumis, c'est-à-dire au prix se situant à la première place dans ce classement. Le prix d'adjudication proposé est le deuxième plus bas prix accepté ou soumis, c'est-à-dire, le prix se situant à la deuxième place dans ce classement.

On voit donc que, du point de vue des fournisseurs participant à l'enchère cadencée pour contrats multiples, tout se passe comme s'ils participaient à $|K|$ enchères cadencées pour contrat simple. Il faut toutefois noter deux différences importantes entre ces deux types d'enchère cadencée. Dans l'enchère cadencée pour contrats multiples, un fournisseur peut décider de ne soumettre aucune mise pour le contrat k mais accepter un prix proposé pour ce même contrat à une ronde ultérieure pourvu que ce fournisseur soit réputé actif à cette ronde. D'autre part, si un fournisseur soumet une offre de prix finale pour le contrat k , ce fournisseur ne pourra plus soumettre de nouvelles mises pour ce contrat mais pourra être actif dans les rondes ultérieures de l'enchère cadencée pour contrats multiples pourvu qu'il ait accepté le prix proposée pour au moins un autre contrat. Dans ce cas, il pourra donc soumettre de nouvelles mises pour des contrats pour lesquels il n'a pas soumis d'offre de prix finale et ainsi, pour ces contrats, réagir aux nouvelles mises de ses concurrents.

Nous passons maintenant à une description plus formelle de cette enchère cadencée pour contrats multiples. Nous discuterons ensuite quelques propriétés de cette forme d'enchère.

4.2 Description formelle

L'enchère cadencée pour contrats multiples consiste en quatre phases. Les deux premières phases sont, comme dans les enchères cadencées proposées précédemment, des phases préliminaires à la mise en oeuvre de l'enchère cadencée proprement dite. À la Phase III, une enchère cadencée sera

mise en oeuvre pour chaque contrat que l'on désire adjudger à l'aide de l'enchère cadencée pour contrats multiples. Nous identifierons un contrat particulier, ainsi que l'enchère cadencée portant sur ce contrat, par l'indice inférieur k .

Mentionnons par ailleurs que la mise en oeuvre de cette enchère cadencée pour contrats multiples requiert la détermination d'un décrement pour chaque enchère cadencée simple, Δ_k , ainsi qu'un nombre de minutes après lequel une ronde se termine, t . Nous proposons que, pour chaque enchère cadencée simple, le décrement soit le prix de départ de cette enchère multiplié par un certain pourcentage¹, ce pourcentage étant typiquement compris entre 1% et 5%. Notons immédiatement que les décrets varient d'une enchère cadencée simple à l'autre puisque les prix de départ utilisés dans deux enchères seront généralement différents. D'autre part, le nombre de minutes après lequel une ronde se termine devrait dépendre du nombre de contrats à adjudger : la durée d'une ronde devrait typiquement se situer entre 2 et 4 minutes multipliées par le nombre de contrats à adjudger. La durée d'une ronde sera donc plus longue dans cette enchère afin de permettre aux fournisseurs de mieux analyser l'ensemble des informations qu'ils reçoivent au début de la ronde.

Phase I : Initialisation (fournisseurs)

Cette phase commence à une date et une heure précise par la publication de l'appel d'offres par l'annonceur et consiste en une seule ronde. Les informations transmises par le donneur d'ordre définissent l'état du marché à cette ronde. Ces informations doivent inclure la liste K des contrats qui seront simultanément alloués. Les fournisseurs réagissent à la publication de l'état du marché en soumettant une offre pour chacun des contrats qui les intéresse. Une offre pour un contrat k soumise par un fournisseur i contiendra, d'une part, les informations nécessaires pour vérifier que le fournisseur i satisfait les conditions d'admissibilité et de conformité pour ce contrat² et, d'autre part, un prix que le participant considère comme le meilleur prix de départ de la troisième phase pour ce contrat. Nous noterons par $\tilde{p}_{i,k}$ le prix de départ proposé par le fournisseur i pour le contrat

¹Ce décrement peut éventuellement être arrondi à l'unité choisie par le donneur d'ordre (centaine ou millier de dollars) selon les règles usuelles.

²On suppose implicitement ici que les règles d'admissibilité et de conformité ne reposent pas sur des conditions faisant intervenir un ensemble de contrats ou sur des conditions basées sur des prix. Il est possible d'intégrer ce genre de conditions par une redéfinition appropriée de l'ensemble des mises admissibles pour chacun des fournisseurs et ceci sera intégré dans une version ultérieure si le Conseil du Trésor en exprime le souhait.

k . La ronde se termine à une date et une heure précise. On effectue la mise à jour des informations internes de l'état du marché qui contiendra les caractéristiques de l'ensemble des offres soumises par les fournisseurs.

Phase II : Initialisation (annonceur)

Cette phase comporte une seule ronde. L'ensemble des informations externes de l'état du marché qui sont communiquées à l'annonceur est constitué de l'ensemble des offres à l'exception des prix de départ proposés. L'annonceur réagit à cet état du marché en déterminant, pour chaque contrat k , l'ensemble des offres qui sont admissibles et conformes. La ronde se termine lorsque ces informations sont obtenues

À la suite de la réception de ces informations provenant de l'annonceur, l'encanteur met à jour l'état du marché de la manière suivante. Pour chaque contrat k , l'encanteur détermine l'ensemble des fournisseurs qui ont soumis une offre conforme et admissible et on notera cet ensemble par N_k^3 . De plus, pour chaque fournisseur i , l'encanteur détermine l'ensemble des contrats pour lesquels ce fournisseur a soumis une offre conforme et admissible. Cet ensemble sera dénoté par K_i .

Phase III : Compétition

La troisième phase commence à une date et une heure précise. Cette phase comporte plusieurs rondes. Nous utiliserons l'indice supérieur r pour indiquer une ronde particulière avec $r = 0, 1, \dots$. Puisqu'il y a plusieurs rondes, cette phase spécifiera, en plus des règles d'arrêt de phase et une procédure de démarrage, une mise à jour de l'état du marché. De manière précise, les différents éléments constitutifs de cette phase sont décrits de la manière suivante.

A. DÉMARRAGE

L'objectif de la procédure de démarrage est de construire l'état du marché de la ronde initiale à partir des informations obtenues durant les phases précédentes. L'encanteur commence par calculer, pour chaque contrat k , le prix de départ qui sera utilisé à la ronde initiale de la Phase III. Nous noterons ce prix de départ par p_k^0 . Pour ce faire, l'encanteur commence par classer, pour chaque contrat k , tous les prix de départ proposés par les fournisseurs appartenant à N_k en ordre croissant.

³On supposera $N_k \geq 2$ pour tout $k \in K$. Dans le cas où une seule offre est conforme et admissible, le contrat k est éliminé de l'enchère et la procédure prévue par le Conseil du Trésor pour une telle situation est appliquée. Dans cette éventualité, on redéfinit K de manière appropriée.

Pour un contrat k , le prix départ p_k^0 est le prix de départ proposé se situant à la deuxième position dans ce classement⁴.

L'encanteur détermine ensuite l'ensemble des participants qui seront considérés actifs à la ronde initiale de la Phase III. Seront considérés actifs à la ronde initiale de la Phase III, les fournisseurs qui ont soumis une offre admissible et conforme pour au moins un des contrats. Nous noterons par A^0 cet ensemble de fournisseurs.

B. RONDE

- État du marché: L'état du marché à une ronde $r \geq 1$ consiste en un ensemble de fournisseurs actifs dans l'enchère pour contrats multiples, A^r ; une ensemble de fournisseurs actifs dans l'enchère pour le contrat k , A_k^r ; pour chaque fournisseur actif dans l'enchère cadencée pour contrats multiples, l'ensemble des contrats pour lesquels ce fournisseur peut soumettre une mise, K_i^r ; ainsi que, pour chaque contrat $k \in K$, le plus bas prix soumis ou accepté à la fin de la ronde $r - 1$, $pa_{min,k}^{r-1}$, et un prix proposé, p_k^r . Chaque fournisseur i qui est actif à la ronde r dans l'enchère cadencée pour contrats multiples reçoit les informations données par $(K_i^r, \{(p_k^r, pa_{min,k}^{r-1}, n_k^r = |A_k^r|)\}_{k \in K_i^r})$. Autrement dit, le fournisseur i reçoit toutes les informations dont il aura besoin pour pouvoir choisir sa mise, à savoir, l'ensemble des contrats pour lesquels il pourra soumettre une mise à la ronde r ainsi que, pour chacun de ces contrats, le plus bas prix accepté ou soumis à la fin de la ronde précédente, le prix proposé à cette ronde et le nombre de fournisseurs qui sont susceptibles de soumettre une mise, n_k^r .

À la ronde initiale, c'est-à-dire, lorsque $r = 0$, le prix proposé pour un contrat k est le prix de départ pour ce contrat, p_k^0 . Par ailleurs, nous noterons le plus bas prix accepté ou soumis avant le début de la ronde 0 par $p_{min,r}^{-1}$ et nous poserons que ce prix est lui aussi égal au prix de départ, p_k^0 . Finalement, l'ensemble des fournisseurs actifs à la ronde 0 dans l'enchère pour le contrat k , A_k^0 , est simplement l'ensemble des fournisseurs ayant soumis une offre admissible et conforme pour le contrat k , c'est-à-dire, $A_k^0 = N_k$, tandis que l'ensemble des contrats pour lesquels le fournisseur i peut soumettre une mise à la ronde 0 est l'ensemble des contrats pour lesquels ce fournisseur a soumis une offre conforme et admissible, c'est-à-dire,

⁴Notons que ce prix de départ peut être égal au prix de départ proposé le plus bas lorsque le prix le plus bas est proposé par au moins deux fournisseurs.

$$K_i^0 = K_i.$$

- Mise des fournisseurs: À chaque ronde, seuls les fournisseurs actifs à cette ronde ont le droit de soumettre une mise. Si, à la ronde r , le fournisseur i est actif dans l'enchère pour contrats multiples, c'est-à-dire, si $i \in A^r$, alors ce fournisseur peut soumettre une mise pour chaque contrat $k \in K_i^r$. Une mise pour un contrat k est soit accepter le prix proposé p_k^r , soit de soumettre une offre de prix finale, $p_{i,k}^f$. Pour être valide, cette offre de prix finale doit appartenir à l'intervalle $]p_k^r, p_{min,k}^{r-1}]$. Notons qu'il est possible que le prix proposé à la ronde r , p_k^r , soit égal au plus bas prix accepté ou soumis à la fin de la ronde précédente, $p_{min,k}^{r-1}$. Dans ce cas, il n'existe aucune offre de prix finale valide pour le contrat k à la ronde r ce qui signifie que, si le fournisseur i veut soumettre une mise pour ce contrat, il n'a pas d'autre choix que d'accepter le prix proposé. Cette situation apparaîtra, en particulier, à la ronde initiale puisque, pour chaque contrat k , nous avons posé que $p_{min,k}^{-1}$ est égal au prix de départ, celui-ci étant aussi égal au prix proposé de la ronde initiale. Autrement dit, *à la ronde initiale, les seules mises possibles sont d'accepter le prix proposé.*

Nous noterons par $m_{i,k}^r$ la mise du fournisseur i pour le contrat k à la ronde r avec $m_{i,k} = p_k^r$ si le fournisseur i accepte le prix proposé pour ce contrat à cette ronde et $m_{i,k}^r = p_{i,k}^f$ si le fournisseur i soumet une offre de prix finale $p_{i,k}^f$.

Finalement, chaque fournisseur actif à la ronde r dans l'enchère pour contrats multiples doit soumettre une mise pour au moins un contrat $k \in K_i^r$.

- Règle d'arrêt de ronde: Une ronde s'arrête soit lorsqu'il s'est écoulé plus de t minutes depuis la publication de l'état du marché, soit lorsque tous les fournisseurs actifs ont envoyé leur mise. Si, à la fin d'une ronde r , aucune mise n'est reçue de la part d'un fournisseur actif à cette ronde, alors l'enchère est suspendue pendant le temps nécessaire pour prendre contact avec ce fournisseur et vérifier avec lui la raison pour laquelle aucune mise n'a été reçue de sa part. Si des problèmes techniques sont découverts, l'encanteur suspend l'enchère le temps qu'il faut pour leur trouver une solution. L'encanteur reste en communication avec le fournisseur et lui demande de transmettre sa mise pour la ronde r . Si, de nouveau, aucune mise n'est reçue, alors ce fournisseur est supposé avoir soumis une offre de prix finale égale au dernier prix qu'il a accepté, ce qui implique qu'il sera considéré inactif lors des rondes

subséquentes.

C. MISE À JOUR DU MARCHÉ

- Suite à la réception des mises, on commence par définir, pour chaque contrat k , l'ensemble des fournisseurs ayant choisit d'accepter le prix p_k^r à la ronde r ou lors d'une ronde précédente⁵. Nous noterons par Y_k^r cet ensemble et nous aurons

$$Y_k^r = \{i \in N_k \mid m_{i,k}^s = p_k^r \text{ avec } 0 \leq s \leq r\}.$$

D'autre part, pour chaque contrat k , on définit l'ensemble des fournisseurs ayant soumis une offre de prix finale pour le contrat k à la ronde r . Nous noterons par F_k^r cet ensemble et nous aurons $F_k^r = \{i \in N_k \mid m_{i,k}^r = p_{i,k}^f\}$.

- L'ensemble des fournisseurs actifs dans l'enchère pour contrats multiples à la ronde $r + 1$, A^{r+1} , est l'ensemble des fournisseurs qui ont accepté à la ronde r , ou à une ronde précédente, le prix proposé à la ronde r pour au moins un contrat k , c'est-à-dire, $A^{r+1} = \cup_{k \in K} Y_k^r$. D'autre part, l'ensemble des fournisseurs actifs dans l'enchère pour le contrat k à la ronde $r + 1$, A_k^{r+1} , sont ceux qui n'ont jamais soumis d'offre de prix finale pour le contrat k et qui sont actifs dans l'enchère pour contrats multiples à la ronde $r + 1$, c'est-à-dire, $A_k^{r+1} = (A_k^r \setminus F_k^r) \cap A^{r+1}$. Enfin, l'ensemble des contrats pour lesquels le fournisseur i pourra soumettre une mise à la ronde $r + 1$, K_i^{r+1} , sont ceux pour lesquels il n'a jamais soumis d'offre de prix finale, c'est-à-dire, $K_i^{r+1} = \{k \mid i \in A_k^{r+1}\}$.
- Pour chaque contrat k , le prix proposé à la ronde $r + 1$, p_k^{r+1} est le prix proposé pour ce contrat à la ronde r si ce prix a été accepté par au plus un fournisseur. Si le prix proposé à la ronde r pour le contrat k a été accepté par au moins deux fournisseurs actifs, le prix proposé à la ronde $r + 1$, p_k^{r+1} , est le prix proposé à la ronde r diminué par le décrétement Δ_k . Formellement, le prix proposé p_k^{r+1} est donné de la manière suivante:

$$p_k^{r+1} = \begin{cases} p_k^r - \Delta_k & \text{si } |Y_k^r| \geq 2 \\ p_k^r & \text{si } |Y_k^r| \leq 1 \end{cases}$$

⁵Comme nous le verrons par la suite, il est possible que le même prix soit proposé à plusieurs rondes successives.

- Il reste enfin à calculer le plus bas prix accepté ou soumis à la fin de la ronde r , $pa_{min,k}^r$. Pour ce faire, l'encanteur détermine la plus basse offre de prix finale soumise avant la fin de la ronde r . Nous noterons cette plus basse offre de prix finale par $p_{min,k}^{f,r}$ et nous aurons $p_{min,k}^{f,r} = \min\{p_{i,k}^f \mid i \in \cup_{s \leq r} F_k^s\}$. Le plus bas prix accepté ou soumis à la fin de la ronde r est alors donné comme suit:

$$pa_{min,k}^r = \begin{cases} p_{min,k}^{f,r} & \text{si } Y_k^r = \emptyset \\ p_k^r & \text{si } Y_k^r \neq \emptyset \end{cases}$$

D. RÈGLE D'ARRÊT DE PHASE

La phase s'arrête après la ronde R si et seulement si, pour tous les contrats $k \in K$, d'une part, au plus un fournisseur a accepté le prix proposé à la ronde R , c'est-à-dire, $|Y_k^R| \leq 1$ et, d'autre part, le plus bas prix accepté ou soumis à la fin de la ronde R , $pa_{min,k}^R$, est égal au plus bas prix accepté ou soumis à la ronde $R - 1$, $pa_{min,k}^{R-1}$.

Phase IV : Adjudication.

Cette phase comporte une seule ronde et démarre avec la détermination, par l'encanteur, d'un fournisseur gagnant et d'un prix d'adjudication proposé. Ces deux informations constitueront l'état du marché de la ronde et sont obtenues de la manière suivante.

Pour chaque contrat k , l'encanteur détermine en premier lieu l'ensemble des fournisseurs ayant soumis, dans l'enchère cadencée, une mise pour le contrat k égale au plus bas prix accepté ou soumis pour le contrat k à la fin de la dernière ronde de la Phase III. Nous noterons cet ensemble par G_k et nous aurons $G_k = \{i \mid m_{i,k}^s = pa_{min,k}^R \text{ avec } s \leq R\}$. Le fournisseur gagnant pour le contrat k est tiré au hasard parmi ceux appartenant à G_k .

Pour déterminer le prix d'adjudication du contrat k , l'encanteur classe toutes les offre de prix finales pour le contrat k qui ont été soumises durant la Phase III de cette enchère, c'est-à-dire, tous les éléments de $\{p_{i,k}^f \mid i \in \cup_{s \leq R} F_k^s\}$, par ordre croissant. L'offre de prix finale se situant à la première place dans ce classement est évidemment $p_{min,k}^{f,R}$. Nous noterons par $p_{d,k}^{f,R}$ l'offre de prix se situant à la deuxième place dans ce classement⁶. Pour chaque contrat k , le prix d'adjudication

⁶Notons que si deux fournisseurs ont soumis une offre de prix finale égale à $p_{min,k}^{f,R}$ alors $p_{d,k}^{f,R} = p_{min,k}^{f,R}$.

proposé, p^A , est donné comme suit:

$$p_k^A = \begin{cases} p_{min,k}^{f,R} & \text{si } pa_{min,k}^R = p_k^R \\ p_{d,k}^{f,R} & \text{si } pa_{min,k}^R = p_{min,k}^{f,R} \end{cases}$$

Face à ces informations, l'annonceur réagit en acceptant ou en refusant. Si l'annonceur accepte le fournisseur gagnant ainsi que le prix d'adjudication proposé pour le contrat k , alors le contrat k est adjugé au fournisseur gagnant et le prix d'adjudication est le prix d'adjudication proposé. Si l'annonceur refuse, le contrat k n'est pas adjugé.

4.3 Rencontre des objectifs poursuivis

Nous discuterons à présent comment cette forme d'enchère permet de mieux rencontrer les objectifs définis au Chapitre 1.

4.3.1 Efficacité allocative

Nous avons présenté deux exemples où des enchères cadencées indépendantes conduisent à un résultat inefficace. La synchronisation des enchères cadencées qui est réalisée à travers l'enchère cadencée pour contrats multiples permet sans aucun doute d'améliorer la performance de la procédure d'appel d'offres. La raison principale justifiant cette affirmation est que les fournisseurs ont maintenant plus d'informations que dans des enchères indépendantes. Ils peuvent en effet voir les prix des différents contrats évoluer ensemble ce qui leur permet d'ajuster leur stratégie en conséquence. Cet ajustement est rendu possible car, pour être considéré actif dans l'enchère cadencée pour contrats multiples, il suffit à un fournisseur d'accepter le prix proposé sur *un seul* des contrats. Par exemple, si un fournisseur est le à avoir accepté le prix proposé pour un contrat à une ronde donnée, il peut se contenter d'attendre que les autres fournisseurs acceptent ce prix proposé avant de réagir. Par ailleurs, le fait que tous les contrats soient adjugés en même temps permet aux fournisseurs d'adopter des stratégies de *repli* s'ils se rendent compte qu'ils n'obtiendront pas les contrats auxquels ils pensaient initialement ou s'ils se rendent compte qu'une autre combinaison de contrats leur permettraient de faire un plus grand profit.

Il n'est malheureusement pas possible d'établir formellement les propriétés d'efficacité allocative d'une telle enchère. Toutefois, certaines conclusions ont été obtenues à l'aide d'expérimentations construites, notamment, pour guider la Federal Communication Commission (FCC) aux

États-Unis dans le choix d'une enchère pour adjudger les droits pour la téléphonie sans fil. Ce qui se dégage de ces expérimentations est que la possibilité de stratégie de repli est très importante dans l'atteinte de l'efficacité allocative. De plus, si, lors du déroulement de l'enchère, il est permis à un fournisseur de se retirer de l'enchère avec une certaine pénalité, une enchère aux caractéristiques très similaires à celles de l'enchère que nous présentons mène très souvent à un résultat efficace du point de vue allocatif (voir, à ce propos, l'article de Plott (1997)).

Mentionnons que des stratégies de *retrait* pourrait être introduites dans l'enchère cadencée pour contrats multiples. Par contre, ceci devrait être réalisé avec une grande prudence et devrait probablement tenir compte des particularités des contrats qui sont adjudés dans l'enchère. Cette prudence est nécessaire car la possibilité donnée à un fournisseur de se retirer d'une enchère pour contrat simple dans laquelle le contrat lui serait adjudé pourrait être utilisée par ce fournisseur pour modifier l'issue d'une enchère pour contrat simple pour un autre contrat. Par ailleurs, ce retrait peut aussi causer de l'instabilité dans le déroulement de l'enchère cadencée pour contrats multiples. En effet, les mises des autres fournisseurs dans les autres enchères pour contrat simple se basaient sur le fait qu'ils n'étaient pas capables de battre le prix accepté ou soumis par le fournisseur qui se retire. Si l'on introduit des stratégies de retrait, il faut aussi définir les nouveaux prix de départ dans toutes les enchères pour contrat simple qui seront utilisés lorsqu'un retrait survient. Cette procédure de construction de nouveaux prix de départ est évidemment complexe et devrait probablement tenir compte des caractéristiques des contrats que l'on cherche à adjudger dans l'enchère pour contrats multiples.

Ceci dit, le fait que les fournisseurs ne disposent pas de stratégies de retrait les forcera à la prudence dans les mises qu'ils soumettront durant l'enchère. Il est donc fort probable qu'à l'issue de l'enchère, les fournisseurs réalisent des gains sur les contrats qu'ils ont obtenus et qu'ils n'aient pas besoin de telles stratégies de retrait. Par contre, ces stratégies de retrait permettraient aux fournisseurs d'être plus audacieux dans leurs mises ce qui pourrait conduire à ce qu'ils exploitent plus facilement les synergies existant entre les différents contrats. Autrement dit, la présence de stratégies de retrait devrait surtout améliorer l'efficacité allocative du résultat de l'enchère. À ce propos, nous pensons que la seule présence de stratégies de repli permet déjà à l'enchère cadencée pour contrats multiples d'obtenir une performance bien supérieure à celle de l'enchère utilisée par le Gouvernement du Québec ce qui la rend intéressante même si elle reste perfectible.

4.3.2 Coûts de participation encourus par les fournisseurs

Dans ce type d'enchère, les fournisseurs ne disposent plus de stratégies dominantes, c'est-à-dire, de stratégies qui ne dépendent pas de leurs anticipations sur les stratégies mises en oeuvre par leur concurrents. Il faut toutefois signaler que cela est aussi le cas lorsque les enchères se déroulent de manière indépendante ou lorsque ces contrats sont adjugés de manière simultanée à l'aide d'une enchère à enveloppes fermées. Autrement dit, la synchronisation ne rend pas les stratégies des fournisseurs plus compliquées. Au contraire, la synchronisation des enchères permet aux fournisseurs d'obtenir plus d'informations durant le déroulement de l'enchère ce qui leur permet de réviser au fur et à mesure leurs anticipations quant aux chances qu'ils ont d'obtenir certains contrats ainsi que sur leurs réels avantages face à leurs concurrents. Nous pensons donc que l'adoption d'une enchère cadencée pour contrats multiples permettra aux fournisseurs d'adopter des stratégies qui prennent en compte les informations recueillies au cours du déroulement de l'enchère ce qui devrait les empêcher soit d'être trop optimistes et réaliser des pertes, soit d'être trop pessimistes et de ne pas obtenir des contrats qu'ils auraient pu réaliser avec profits.

Conclusions

Ce rapport montre comment l'utilisation d'enchères cadencées permet d'améliorer la performance des appels d'offres de services dans différents contextes, à savoir lorsque deux offres de services ne se distinguent que par leur offre de prix (Chapitre 2), lorsque deux offres de services se distinguent à la fois par leur offre de prix et la qualité du service proposé dans ces offres (Chapitre 3) ainsi que lorsque le coût d'exécuter un contrat dépend de l'exécution d'un autre contrat (Chapitre 4). Pour chacune de ces trois situations, nous avons en effet établi que l'utilisation d'une forme appropriée d'enchère cadencée permet, d'une part, d'assurer une plus grande efficacité allocative du résultat d'un appel d'offres ainsi qu'une diminution significative des coûts de participation des fournisseurs.

Comme nous le mentionnions dans le Chapitre 1, il est possible de construire un grand nombre d'enchères. L'enchère cadencée que nous proposons est donc loin d'être la seule manière d'organiser des appels d'offres. Récemment, FreeMarkets, une entreprise de commerce électronique, a organisé trois essais pilotes d'appel d'offres électroniques pour l'État de Pennsylvanie⁷. Ces appels d'offres visaient l'adjudication d'un contrat de fourniture d'aluminium pour la fabrication de plaque d'immatriculation, d'un contrat de fourniture de charbon et un contrat de fourniture de gravier pour la réfection de routes. Les résultats de ces appels d'offres ont été très concluants puisqu'ils ont permis une réduction de 3.7 million de dollars US par rapport aux prix d'adjudication historiques pour ces contrats⁸. D'après les informations dont nous disposons, l'enchère utilisée par FreeMarkets est une enchère à deux phases qui peut se décrire brièvement comme suit:

Phase I : Initialisation Les fournisseurs soumettent une offre contenant une offre de prix.

⁷Les informations qui suivent proviennent du site internet de cette compagnie dont l'adresse est www.freemarkets.com

⁸Pour le seul contrat de fourniture de gravier, l'enchère électronique de FreeMarkets a permis d'économiser 2.5 million de dollars US sur un contrat d'une valeur de 30 million de dollars US, soit une réduction d'environ 8%.

Phase II : Compétition Cette phase comporte plusieurs rondes. À chacune des rondes, l'état du marché est simplement un prix à battre et, à la ronde initiale, le prix à battre est déterminé par les offres de prix soumises à la Phase I. Les fournisseurs réagissent à l'état du marché en soumettant un prix. Une ronde s'arrête dès qu'un fournisseur soumet un prix plus bas que le prix à battre. Ce prix devient le nouveau prix à battre de la ronde suivante qui est communiqué à l'ensemble des fournisseurs. Les fournisseurs réagissent de nouveau en soumettant un prix. Ce processus s'arrête soit lorsqu'aucun fournisseur ne soumet un nouveau prix, soit lorsqu'il s'est écoulé un certain temps depuis le début de la Phase II.

Phase III : Adjudication Le fournisseur gagnant est celui ayant soumis la dernière mise lorsque la Phase II se termine et le prix d'adjudication proposé est donné par la dernière mise.

Cette enchère diffère donc très peu de l'enchère cadencée que nous avons proposée pour l'adjudication de contrats simples dans le Chapitre 2. Les différences principales résident dans la règle d'arrêt d'une ronde ainsi que la mise d'un fournisseur à chaque ronde. D'une part, la règle d'arrêt d'une ronde utilisée dans l'enchère de FreeMarkets stipule qu'une ronde se termine dès qu'un fournisseur soumet une mise alors que, dans l'enchère cadencée, une ronde se termine après la réception des mises de *tous* les fournisseurs. D'autre part, une mise pour un fournisseur dans l'enchère de FreeMarkets est un prix alors que dans l'enchère cadencée une mise pour un fournisseur est soit accepter soit refuser le prix proposé.

Remarquons immédiatement qu'il serait très facile de modifier la règle d'arrêt d'une ronde de l'enchère cadencée pour qu'une ronde se termine dès la réception de la mise d'un seul fournisseur. Nous pensons cependant que, dans bien des cas, ce ne serait pas une bonne chose à faire. En effet, lorsqu'une ronde se termine par la réception de la mise d'un seul fournisseur, la seule observation transmise aux autres fournisseurs est qu'un fournisseur est prêt à exécuter le contrat au prix à battre affiché tandis que, dans l'enchère cadencée telle que nous la proposons, les fournisseurs observent au début de chaque ronde le nombre de fournisseurs qui sont prêts à exécuter le contrat au prix proposé à la ronde précédente. Cette différence entre les informations transmises à chaque ronde aux fournisseurs prend toute son importance lorsque les fournisseurs n'ont pas une connaissance exacte de leurs coûts et qu'ils savent que leurs coûts ont une composante commune. Comme nous l'avons illustré dans le Chapitre 2, dans cette situation, l'enchère doit permettre aux fournisseurs de réviser

leur anticipation de coût en observant les mises de leurs concurrents afin d'éviter que le contrat ne soit adjugé au fournisseur le plus optimiste plutôt qu'au fournisseur ayant effectivement le coût le plus bas. Comme l'information transmise par l'enchère de FreeMarkets aux fournisseurs est la mise d'un seul fournisseur plutôt que celles de l'ensemble des fournisseurs, l'enchère cadencée que nous proposons assure donc une meilleure efficacité allocative dans ce type de situations.

Un autre type d'avantages d'attendre que tous les fournisseurs misent avant de passer à la ronde suivante concerne la mise en oeuvre informatique de l'enchère. Le premier avantage de cette règle d'arrêt de ronde est qu'elle permet de vérifier à chaque instant si aucun des fournisseurs n'éprouve des problèmes d'ordre technique. En effet, comme chaque fournisseur est obligé de miser à chaque ronde aussi longtemps qu'il n'a pas choisi de rejeter le prix proposé, il est possible de détecter immédiatement tout problème chez un fournisseur qui ne soumet pas de mise à une ronde. Comme discuté, lorsqu'aucune mise n'est reçue de la part d'un fournisseur, une procédure d'exception peut être mise en place pour connaître la raison de cette absence de mise. Évidemment, une telle procédure est beaucoup plus difficile à mettre en place dans l'enchère de FreeMarkets. Cette différence prend évidemment beaucoup d'importance lorsque l'on cherche à ce que même les fournisseurs disposant de moyens informatiques limités comme, par exemple, les travailleurs autonomes ou les petites et moyennes entreprises, prennent part à un appel d'offres électronique. Par ailleurs, cette reconnaissance automatique de problèmes liés à l'informatique permet de prévenir d'éventuel recours en justice par des fournisseurs qui auraient été incapables de miser durant le déroulement de l'enchère en raison de problèmes informatiques (réels ou non). Le deuxième avantage de l'enchère cadencée sur l'enchère de FreeMarkets, est le fait tous les fournisseurs ont le temps de prendre connaissance de l'ensemble des informations pertinentes peu importe la vitesse de connexion permise par leur système informatique. L'équité face aux systèmes informatiques que les fournisseurs peuvent acquérir en fonction de leur chiffre d'affaire est donc tout à fait respectée dans l'enchère cadencée que nous proposons. Même si cela n'affecte pas directement le résultat de l'enchère de FreeMarkets, cette propriété est importante à notre avis pour attirer des fournisseurs de moindre importance à participer aux enchères électroniques.

Le désavantage que pourrait avoir l'enchère cadencée sur l'enchère de FreeMarkets est le coût encouru par les fournisseurs pour exécuter leur stratégie, à savoir, le coût engendré par la durée de l'enchère. Nous pensons que cette différence dans la durée de l'enchère n'engendrera pas de coûts

supplémentaires significatifs. En effet, ce sont les fournisseurs eux-même qui choisissent le prix de départ de l'enchère cadencée. Ceci implique donc, d'une part, que le prix de départ de l'enchère cadencée devrait être relativement proche du prix d'adjudication ou, autrement dit, que la durée de l'enchère cadencée proprement dite devrait être relativement faible et, d'autre part, que la durée de l'enchère sera d'autant moins élevée que les coûts subis par les fournisseurs lors du déroulement même de l'enchère sont élevés. Par ailleurs, lorsque ce coût devient vraiment très important, dans le cas de grandes compagnies, par exemple, il est possible de programmer très simplement la stratégie gagnante que l'on désire utiliser ce qui permet ainsi de substituer les personnes physiques se trouvant devant leur écran d'ordinateur par un logiciel excessivement simple chargé de réagir face aux informations transmises à chaque ronde.

Le deuxième type de différence entre l'enchère de FreeMarkets et l'enchère cadencée que nous proposons concerne les mises des fournisseurs. Dans l'enchère de FreeMarkets, cette mise est un prix alors que dans l'enchère cadencée cette mise est soit accepter le prix proposé soit soumettre une offre de prix finale. Nous pensons que le type de mise utilisé dans l'enchère cadencée recèle plusieurs avantages. Le premier avantage est que les fournisseurs n'ont pas la possibilité d'influencer le comportement de leurs concurrents à travers des sauts importants dans le prix qu'il soumette⁹. Ce type de stratégie, où un fournisseur soumet un prix très inférieur au prix à battre, est connu dans la littérature économique sous le terme de "jump bidding". L'utilisation de telle stratégie conduit généralement à un prix d'adjudication espéré plus élevé (ceci est démontré dans l'article de Avery (1998)) du fait qu'une telle stratégie signale aux autres fournisseurs les intentions agressives d'un fournisseur. Le deuxième avantage du type de mises de l'enchère cadencée est l'absence totale d'informations qu'un fournisseur peut transmettre à ses concurrents. Lorsqu'une mise est un prix, il est très facile aux fournisseurs de s'identifier à l'aide, par exemple, du dernier chiffre de leur prix puisque ce prix est révélé à tous les fournisseurs. Par contre, dans une enchère cadencée, cette identification est impossible puisqu'une mise est soit complètement non manipulable par les fournisseurs puisqu'elle consiste en une acceptation d'un prix proposé, soit la mise est la dernière qu'un fournisseur soumettra si cette mise consiste en une offre de prix finale. Le troisième avantage du type de mise utilisé dans l'enchère cadencée est la simplicité du message que doit transmettre le fournisseur. Durant l'enchère cadencée, il ne devra transmettre

⁹Rappelons que pour être valide une offre de prix finale doit être supérieure au prix proposé.

qu'un seul prix, à savoir, son offre de prix finale, toutes les autres mises étant des acceptations. Cette simplicité peut, par exemple, permettre aux fournisseurs de participer à l'enchère cadencée à partir d'un simple téléphone cellulaire relié à l'internet.

Ces réflexions nous portent donc à croire que l'introduction d'une enchère cadencée dans la procédure d'appel d'offres du Gouvernement du Québec devrait permettre à celui-ci de réaliser des économies au moins comparables à celles obtenues par le gouvernement de l'État de Pennsylvanie lors des essais pilotes réalisés par FreeMarkets.

Soulignons, en terminant, que les propositions faites dans ce rapport vont plus loin que la procédure de FreeMarkets puisque cette dernière ne permet que l'adjudication de contrats simples alors que nos propositions portent aussi sur l'adjudication de contrats possédant une dimension de qualité ainsi que sur l'adjudication simultanée de plusieurs contrats.

Bibliographie

- Avery, C. (1998) "Strategic jump bidding in English auctions," *Review of Economic Studies*, **65**, 185-210.
- Bulow, J.I. et Klemperer, P.D. (1996) "Auctions versus negotiations," *American Economic Review*, **86**, 180-194.
- Dasgupta, P.S. et Maskin, E.S. (2000) "Efficient auctions," *Quarterly Journal of Economics*, **CXV**, 341-388.
- Klemperer, P.D. (2000) "Auction theory: a guide to the literature," in *The Economic Theory of Auctions*, ed. P.Klemperer. Cheltenham, UK: Edward Edgar.
- Maskin, E.S. et Riley, J.G. (1985) "Auction theory with private values," *American Economic Review*, **75**, 150-155.
- Plott, C. (1997) "Laboratory experimental testbeds: application to the PCS auction," *Journal of Economics and Management Strategy*, **6**, 605-638.
- Riley, J.G. et Samuelson, W.F. (1981) "Optimal auctions," *American Economic Review*, **71**, 381-392.
- Rothkopf, M.H., Teisberg, T.J. et Kahn, E.P. () "Why are Vickrey auctions rare," *Journal of Political Economy*, **98**, 94-109.
- Thomas, C.J. (1997) "Disincentives for cost-reducing investment," *Economic Letters*, **57**, 359-363.
- Vickrey, W. (1961) "Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders," *Journal of Finance*, **16**, 8-37.

Documents connexes

- Acquisitions Publiques par Enchères Renversées et Ouvertes, mars 2000, Jacques Robert et Robert Gérin-Lajoie, document soumis au Secrétariat du Conseil du Trésor.
- Présentation au Secrétariat du Conseil du Trésor, 12 mai 2000, Yves Richelle et Jacques Robert, document sous format PowerPoint.
- Présentation aux fournisseurs de services informatiques, 2 juin 2000, Yves Richelle et Jacques Robert, document sous format PowerPoint.
- Texte d'accompagnement à la "Présentation aux fournisseurs de services informatiques", 2 juin 2000, Yves Richelle et Jacques Robert.