

# MPRA

Munich Personal RePEc Archive

## **An analytic model of an environmentally friendly electricity market**

Amundsen, Eirik S. and Baldursson, Fridrik M.  
University of Iceland

2003

Online at <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/10772/>  
MPRA Paper No. 10772, posted 26. September 2008 / 14:58

## Kvikt líkan af vistvænum raforkumarkaði

Eirik Amundsen og Friðrik Már Baldursson

Háskólanum í Björgvin og Háskóla Íslands

Vefútgáfa: 18. október 2003

**Ágrip** – Stjórnvöld víða um heim eru að undirbúa markaði fyrir svokölluð grænbréf til að stuðla að vinnslu raforku úr endurnýjanlegum orkugjöfum, en grænbréf er staðfesting á því að orka hafi verið unnin á vistvænan hátt. Í greininni er sýnt að verð á grænbréfum sem byggjast á vindorku verður mjög sveiflukennt ef ekki er leyft að færa bréf milli ára. Verðsveiflurnar koma fram í sveiflum á raforkuverði. Sett er fram hermílikan af grænbréfamarkaði með flutningi bréfa milli tímabila. Niðurstöður gefa til kynna að verslun með bréf milli tímabila myndi jafna sveiflur í verði að töluverðu marki, en þó mætti búast við einstökum verðtöppum í árum þegar vinnsla raforku úr vindi er í lágmarki. Búast mætti við líflægum viðskiptum með bréfin og við framboði á afleiðusamningum til áhættustjórnunar.

### 1. Inngangur

Áhugi á vinnslu raforku úr endurnýjanlegum orkulindum, t.d. vindi, lífmassa og sólarljósi, hefur aukist mjög á síðustu árum og stjórnvöld víða um heim vilja stuðla að aukinni hlutdeild slíkra orkugjafa. Raforka sem unnin er með slíkum aðferðum er oftast dýrari í framleiðslu en sú sem unnin er með jarðefnaeldsneyti eins og kolum, olíu eða jarðgasi. Því hefur verið gripið til þess ráðs að styrkja vinnslu á vistvænni orku með ýmsum ráðum. Ein aðferðin til að styrkja vistvæna orkugjafa er að koma á fót markaði með vistvæna orku, grænbréfamarkaði (*green certificates market*). Markmiðið með slíkum markaði er að fá neytendur til að greiða meira fyrir vistvæna orku í stað þess að stjórnvöld styrki slíka vinnslu með beinum hætti og að skapa efnahagslega hvata til að ná settum markmiðum um hlutdeild vistvænna orkugjafa. Í þessari grein er slíku kerfi lýst og sett er fram einfalt, kvikt hermílikan sem líkir eftir framvindu framboðs, eftirspurnar og verðs á vistvænni orku að gefnum mismunandi forsendum. Líkan sem þetta getur á síðari stigum nýst við hönnun og ákvarðanir um ýmsa þætti kerfis sem þessa eða jafnvel hvort komi yfirleitt til greina að setja það á laggimar.

Þau kerfi sem eru komin á fót eða eru í undirbúningi eru mismunandi og verður hér stuðst við fyrirhugað kerfi af þessu tagi í Danmörku sem dæmi. Svipað kerfi er í undirbúningi í Svíþjóð.

Í danska kerfinu er ætlunin að mynda markað með vistvæna raforku á eftirfarandi hátt: á tilteknum degi selur framleiðandi vistvænnar raforku sem yfirleitt er vindorka, framleiðslu sína inn á danska flutningsnetið.<sup>1</sup> Fyrir það fær viðkomandi greiðslu fyrir raforkuna, sem ekki er háð vinnsluaðferðinni, og bréf eða staðfestingu (*certificate*) á því að unnið hafi verið tiltekið magn vistvænnar orku. Slík bréf, sem kölluð verða „græn bréf“ í þessari grein, getur framleiðandinn síðan selt á uppboðsmarkaði þar sem verð ákvarðast þannig að framboð og eftirspurn séu jöfn. Eftirspurn eftir grænbréfum myndast með kröfu til rafveitna um að þær kaupri slík bréf að því marki sem svarar tilteknu hlutfalli af raforkuinnkaupum, en framboðið kemur frá framleiðendum vistvænnar orku.<sup>2</sup> Græn bréf eru því ígildi styrkja sem vistvæn raforka nýtur umfram „svarta raforku“, þ.e.a.s. orku sem unnin er úr jarðefnaeldsneyti.

<sup>1</sup> Gert er ráð fyrir að markaðsbúskapur ríki með raforku eins og í ríkjum ESB. Það þýðir að skilið er á milli samkeppnisstarfsemi (vinnslu og sölu á raforku) og einkaréttarstarfsemi (flutningur og dreifing - „vírabransinn“) og einnig er víðast hvar komið á fót uppboðsmarkaði fyrir raforku.

<sup>2</sup> Það er ekkert sem útilokar að framleiðendur og veitur eigi tvíhliða viðskipti en markaður þar sem allir geta verslað minnkar viðskiptakostnað og auðveldar viðskipti. Reikna má með að slíkur markaður sprytti upp samhliða grænbréfa-kerfi þótt hið opinbera kæmi ekki að stofnun hans.

Ýmsar reglur geta gilt um meðferð grænna bréfa. Almenn er ætlunin að viðskipti með þau verði sem frjálust og helst að í kringum þau myndist fjármála- umhverfi líkt og gerist með margar hrávörur – fram- virkir samningar og aðrar afleiður. Eitt atriði sem skiptir miklu og verður fjallað nokkuð um í þessari grein er gildistími bréfanna, en hugsanlegt er að hann sé takmarkaður, t.d. gætu bréfin runnið út á áramótum. Það er raunar ekki ætlunin í danska kerfinu, en samt er það algennt að greining á verðmyndun og sveiflum á verði bréfanna taki ekki tillit til þess að leyfilegt sé að geyma þau milli ára. Nánari umfjöllun og greiningu á markaði með græn bréf má t.d. finna í Morthorst [3], Skytte [4] og Amundsen og Mortensen [1].

Þegar markaðskerfi þau sem ætlunin er að koma á eru skoðuð kemur í ljós að varan sem um ræðir, þ.e.a.s. græn bréf, hefur að mörgu leyti svipaða eiginleika í hagrænu tilliti og ýmsar landbúnaðarhrávörur. Til skamms tíma lítið er framboð þeirra lítt eða ekki háð verði, en getur hins vegar sveiflast með ýms- um ófyrirsjáanlegum þáttum, eins og t.d. veðri. Það er því engin tilviljun að líkan það sem hér er sett fram og beitt byggir á sambærilegum líkönum sem notuð hafa verið við greiningu á verðmyndun hrávöru, sjá t.d. Deaton og Laroque [2] eða Williams og Wright [5].

Það er ólíkt með grænum bréfum og landbúnað- arhrávörum að skortur á fyrrnefndu vörunni er bú- inn til með beinum hætti af stjórnvöldum. Ef hægur vindur veldur því að lítið framboð er af grænum bréf- um hækkar verð þeirra og getur gert það úr hófi, en stjórnvöldum væri í lófa lagið að bregðast við með útgáfu nýrra bréfa til að auka framboð þeirra. Þetta jafngilti því að slaka á kröfum um hlutdeild vistvænnar raforkuvinnslu. Stjórnvöld hafa raunar áhyggjur af því að verðsveiflur verði það miklar að hamli fjárfest- ingu í vistvænni orkuframleiðslu. Þetta veldur því að ætlunin er yfirleitt að setja takmörk á það hve hátt eða lágt verð bréfanna getur orðið. Í Danmörku er áformað að koma á sérstökum jöfnunarsjóði sem mun hafa standandi kaup- og sölutilboð í bréfin og halda þannig verði þeirra innan tiltekinna marka. Að þessu leyti eru grænu bréfin líkari peningum en hrávörum, en það er einmitt algennt að stjórnvöld hlutist til um verð á peningum, þ.e.a.s. gengi, og reyni að halda því innan tiltekinna marka. Oftast hafa jöfnunarsjóðir af þessu tagi, hvort heldur er með hrávörur eða peninga, sprungið að endingu þegar stjórnvöld treysta sér ekki

til að fjármagna þá lengur. Ekki er líkt eftir þessum þætti kerfisins í þessari grein, en það er áhugavert rannsóknarefni í framhaldinu og raunar nauðsynlegt að taka opinbera verðjöfnun með í reikninginn ef ætl- unin er að heimfæra niðurstöður úr greiningu eins og þeirri sem hér er sett fram.

Í næsta kafla er sett fram kvikt líkan af framboði, eftirspurn og verðmyndun á markaði með græn bréf. Í þriðja kafla greinarinnar er líkanið kvarðað þannig að hlutföll í því samsvari aðstæðum í Danmörku og framkvæmdir eru hermireikningar þar sem líkt er eftir ferlum framboðs, eftirspurnar og verðs. Í fjórða kafla eru lokaorð.

## 2. Líkan

Atburðir í líkaninu gerast í strjálum tíma,  $t = 1, 2, \dots$ . Hentugt er að reikna með að hver tímæining samsvari einu ári.<sup>3</sup> Nokkrar tegundir aðila eru í líkaninu:

- Vistvænir orkuframleiðendur („grænir“ orkufram- leiðendur)
- Raforkuframleiðendur, sem vinna orku úr jarð- efnaeldsneyti („svartir“ orkuframleiðendur)
- Rafveitur, sem kaupa inn raforku frá raforkufram- leiðendum og selja áfram til neytenda
- Neytendur, sem kaupa raforku af rafveitum til endanlegra nota

Reiknað er með að allir rekstraraðilar í líkaninu hagi sér líkt og á samkeppnismarkaði, þ.e.a.s. þeir há- marka hagnað sinn, en taka sem gefnar stærðir sem þeir ákveða ekki beint sjálfir, þar á meðal verð, fram- boð og eftirspurn annarra. Ekki er gert ráð fyrir íhlut- un stjórnvalda í verðmyndun nema það sé sérstaklega tekið fram.

Gert er ráð fyrir að framleiðsla vistvænnar raf- orku og útgáfa nýrra grænna bréfa á hverjum tíma sé gefin sem runa af einsdreifðum, óháðum hending- um  $z_1, z_2, \dots$  sem eru algerlega óháðar verði og öðr- um stærðum líkansins.<sup>4</sup> Þetta er raunhæf forsenda til skamms tíma, því breytilegur kostnaður við rekstur

<sup>3</sup> Auðvelt er að breyta þessari forsendu og líkja eftir styttri (eða lengri) tímabilum, en þá þarf að taka árstíða- sveiflur í framboði (vindi) og eftirspurn með í reikninginn.

<sup>4</sup> Græn bréf eru mæld í sömu einingum og raforka, t.d. kWh.

vindmyllu er hverfandi. Til lengri tíma litið eru fjárfestingar í nýjum vindmyllum auðvitað háðar hagnaði af rekstri þeirra og því er nauðsynlegt að bæta ákvörðunum um fjárfestingar við líkanið á seinni stigum þessa verkefnis. Ennig er sett sú tæknilega forsenda að hendingarnar  $\mathbf{z} = \{z_t; t = 1, 2, \dots\}$  séu óháðar og einsdreifðar, hafi líkindadreifingu sem takmarkast við bilið  $[z, \bar{z}]$ , og að  $0 < z < \bar{z} < \infty$ .

Svartir orkuframleiðendur vinna orku úr jarðefnaeldsneyti með föstum jaðarkostnaði,  $c$ , sem verður jafn heildsöluverði á raforku, hvort sem hún er græn eða svört, vegna þess að gert er ráð fyrir fullkominni samkeppni og fullkomlega teygnu framboði á svartri raforku.

Eftirspurn neytenda eftir raforku er táknuð með  $x$  og er fall af verði á raforku,  $p$ , þ.e.a.s.  $x = D(p)$ . Gert er ráð fyrir að  $D$  sé strangt minnkandi og samfellt fall. Oft þarf að nota andhverfu eftirspurnarfallsins

$$p = P(x) = D^{-1}(x). \quad (1)$$

Eins og áður sagði myndast eftirspurn eftir vistvænum orkubréfum með kröfu til rafveitna um að þær kaupi græn bréf sem svarar a.m.k. ákveðnu hlutfalli,  $\alpha \in (0, 1)$ , af magni þeirrar raforku sem þær kaupa. Hér er reiknað með að hvorki sé möguleiki á inn- eða útflutningi raforku, né viðskiptum með græn bréf milli landa og því setur þessi krafa takmörkun á neyslu á raforku. Ef ekki er gert ráð fyrir að neytendur kaupi græn bréf umfram það sem krafist er, og er það sett sem forsenda hér, þá myndast með þessu móti einfalt samband milli sölu á grænum bréfum, sem táknuð er með  $w$ , og neyslu á raforku, þ.e.a.s.

$$x = \frac{w}{\alpha}. \quad (2)$$

Ef t.d.  $\alpha = 0,2$  þá svarar orkuneysla til fimmfalds framboðs á grænum orkubréfum.

Rafveitur (þ.e.a.s. söluhluti þeirra) selja raforku á kostnaðarverði og til einföldunar er gert ráð fyrir að kostnaður við flutning og dreifingu sé innifalinn í heildsöluverðinu  $c$ . Táknun verð á grænum bréfum með  $s$ . Þá er verð til neytenda á raforku

$$p = c + \alpha s. \quad (3)$$

## 2.1. Enginn flutningur á bréfum milli tímabila

Ef ekki er leyfilegt að geyma græn bréf milli tímabila, þ.e.a.s.  $w \equiv z$ , virðist einfalt að leysa verð á þeim úr (3), (1) og (2)

$$s_t = \frac{1}{\alpha} \left[ P \left( \frac{z_t}{\alpha} \right) - c \right]. \quad (4)$$

Hér er einn galli á gjöf Njarðar og hann er að ef mikið blæs eitthvert árið ( $z$  er stór tala) getur (4) gefið neikvæða niðurstöðu. Þetta er ekki raunhæft, því það þýðir að græn orka væri seld á lægra verði en sú svarta. Eðlilegasta forsendan hér er að gera ráð fyrir að í tilvikum sem þessu komi græn orka á undan hinni svörtu inn á markaðinn á verðinu  $c$ , en verð á grænum bréfum verði núll. Látum  $x^c$  vera þannig að  $P(x^c) = c$  (og gerum um leið ráð fyrir að slík tala sé til!) og skilgreinum  $z^c = \alpha x^c$ , þá er

$$s_t = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} \left[ P \left( \frac{z_t}{\alpha} \right) - c \right] & \text{ef } z_t \leq z^c \\ 0 & \text{ef } z_t > z^c \end{cases} \quad (5)$$

fyrir  $t = 1, 2, \dots$ .

Skilgreinum nú fallið

$$S(z) = \left[ \frac{P \left( \frac{z}{\alpha} \right) - c}{\alpha} \right]^+, \text{ fyrir } z \geq 0. \quad (6)$$

Þá er  $S$  svokallað afleitt, andhverft eftirspurnarfall eftir grænum bréfum (þ.e.a.s. eftirspurn eftir bréfunum er afleidd af raforkueftirspurn) og  $s_t = S(z_t)$ ,  $t = 1, 2, \dots$ . Því er verð á grænum bréfum á hverjum tíma,  $s = \{s_t; t = 1, 2, \dots\}$ , runa af einsdreifðum, óháðum hendingum líkt og vindrunan  $\mathbf{z} = \{z_t; t = 1, 2, \dots\}$ . Líkindadreifingu þessara hendinga er auðvelt að leiða af dreifingu  $z_t$ .

## 2.2. Bréf flytjast milli tímabila

Í líkaninu að ofan er engin tenging milli tímabila og því er það í raun kyrrt og fremur einfalt í greiningu. Þegar reiknað er með að hægt sé að geyma bréf milli tímabila án þess að þau glati gildi sínu skapast tengsl milli tímabila og líkanið verður kvikt. Skilgreinum nú heildarstofn útistandandi bréfa sem flytjast frá tímabili  $t$  til tímabilsins  $t + 1$ ,  $I_t$ , á eftirfarandi veg

$$I_0 \equiv 0 \quad (7a)$$

$$I_t = (1 - \delta) I_{t-1} + z_t - w_t, \quad t \geq 1 \quad (7b)$$

Þar sem  $\delta \in [0, 1]$  er hlutfallsleg rýrnun bréfa milli tímabila. Eins og áður er  $z_t$  útgáfa nýrra bréfa og  $w_t$

sala þeirra, en nú þurfa þessar breytur ekki að vera jafnar. Ef  $\delta = 1$  þá er uppi sama staða og í kafla 2.1, þ.e.a.s. engin viðskipti eru með bréf milli tímabila. Ef  $0 < \delta < 1$ , þá afskrifast bréfin um ákveðið hlutfall þegar þau flytjast milli tímabila, en gert verður ráð fyrir því hér að  $\delta = 0$  svo að engin rýmun verður á bréfunum.<sup>5</sup>

Hér bætist nýtt atferli við í líkanið, en það er spákaupmennska með græn bréf. Reiknað er með að nýr hópur aðila stundi slíka starfsemi, þótt það geti í sjálfu sér verið hinir sömu og stunda aðra starfsemi í líkaninu, svo sem vinnslu, sölu o.s.frv. Hið eina sem skiptir máli er að spákaupmennskan fari fram á sömu forsendum og aðrir atvinnuvegir, þ.e.a.s. spákaupmenn hámarka væntanlegan hagnað og taka verð og annað sem þeir ákveða ekki með beinum hætti sem gefnar stærðir sem þeir geta ekki haft áhrif á. Einnig er gert ráð fyrir að spákaupmenn geti fjármagnað sig á fullkomnum fjármagnsmarkaði á vöxtunum  $r > 0$ . Afvöxtunarstuðull við núvirðingu er þá

$$\beta = \frac{1}{1+r} \in (0, 1). \quad (8)$$

Reiknað er með að spákaupmenn séu skynsamir þ.e.a.s. að þeir leggi rétt líkan af markaðinum til grundvallar við ákvarðanir sínar. Því er ljóst að til að þeir vilji halda grænum bréfum milli tímabila  $t$  og  $t+1$  hlýtur að vera ávinningur af því, eftir að tekið hefur verið tillit til vaxta ( $E_t$  táknar væntigildisvirkjann að gefnum þeim upplýsingum sem liggja fyrir á tíma  $t$ ):

$$I_t = 0 \quad \text{ef} \quad \beta E_t s_{t+1}^f < s_t^f \quad (9a)$$

$$I_t \geq 0 \quad \text{ef} \quad \beta E_t s_{t+1}^f \geq s_t^f \quad (9b)$$

Þar sem verð á grænum bréfum á tíma  $t$  er nú tákná með  $s_t^f$  til að auðgreina það frá fyrra tilviki þar sem flutningur var ekki leyfður. Stofn grænna bréfa er núll ef væntanlegt tap er af því að halda þeim, en ef búast

<sup>5</sup> Það er margt líkt með grænum bréfum og peningum, en hinir síðarnefndu rýma yfir tíma vegna verðbólgu o.fl. Hið sama gildir um hrávörur á borð við hveiti og kaffi. Grænbréf eru mæld í rauneiningum (kWh) og rýma því ekki vegna verðbólgu eins og peningar. Stjórnvöld gætu hins vegar ákveðið að láta grænbréfin rýma, t.d. til að auðveldara væri að vinda ofan af kerfinu ef ákveðið væri að hætta við það eða ef talin er hætta á að birgðir vaxi úr hófi. Það getur raunar gerst ef vörpunin  $T$  sem skilgreind er í jöfnu (18) er ekki samdráttarvörpun.

má við hagnaði verður jákvæð eftirspurn eftir bréfunum. Þar sem gert er ráð fyrir að óheft samkeppni ríki í viðskiptum með bréfin munu spákaupmenn hækka verðtilboð þar til hreinum hagnaði er útrymt og (9) breytist í

$$I_t = 0 \quad \text{ef} \quad \beta E_t s_{t+1}^f < s_t^f \quad (10a)$$

$$I_t \geq 0 \quad \text{ef} \quad \beta E_t s_{t+1}^f = s_t^f. \quad (10b)$$

Í jafnvægi verður heildarframboð, að meðtöldum stofni bréfa frá fyrra tímabili, að vera jafnt heildar eftirspurn, að meðtöldri eftirspurn eftir bréfum til að halda til næsta tímabils, þ.e.a.s.

$$z_t + I_{t-1} = w_t + I_t. \quad (11)$$

Nú gildir að  $s_t^f = S(w_t)$  og því má rita (11) á eftirfarandi hátt

$$z_t + I_{t-1} = S^{-1}(s_t^f) + I_t. \quad (12)$$

Fallið  $S^{-1}$  er ekki vel skilgreint í  $s = 0$  því  $S(z) = 0 \forall z \geq z^c$ . Þetta er að vísu meinlaust því auðvelt er að sjá að ef flutningur milli ára er leyfður hlýtur markaðsverð alltaf að vera jákvætt í jafnvægi (annars gæfu eigendur bréfanna þau í stað þess að geyma þau í von um betri tíð) og því gildir  $w_t < z^c$ . Við skilgreinum hins vegar  $S^{-1}(0) = z^c$  til að taka af öll tvímæli.

Af (10) og (12) leiðir

$$s_t^f = \max \left\{ \beta E_t s_{t+1}^f, S(z_t + I_{t-1}) \right\}. \quad (13)$$

Að gefnum væntingum um verð ákvarðar (13) jafnvægisverð á tíma  $t$ , og (12) ákvarðar  $I_t$ , stofn bréfa sem haldið er frá tíma  $t$  til tímabils  $t+1$ .

Til að ljúka við líkanið þarf að skilgreina hvaða upplýsingar það eru sem aðilar leggja til grundvallar ákvörðunum og væntingum á tímanum  $t$ . Þar er sett sú almenna forsenda að allir leggi sama líkanið til grundvallar, þekki fallform, líkindadreifingar o.s.frv., en um kvika framvindu í líkaninu á tíma  $t$  vita aðilar heildarframboð bréfa,  $y_t$ :

$$y_t = z_t + I_{t-1}. \quad (14)$$

Að gefinni þessari breytu ákvarðast eftirspurn vegna neyslu á raforku, eftirspurn spákaupmanna og verð á bréfum á tíma  $t$ .

Skilgreinum nú fallið  $f : [z, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  sem lýsir jafnvægisverði og hlítir jöfnunni

$$f(y_t) \equiv \max \{ \beta E_t f(y_{t+1}), S(y_t) \}, \quad (15)$$

þar sem

$$y_{t+1} = z_{t+1} + I_t \quad (16a)$$

$$= z_{t+1} + y_t - S^{-1}(f(y_t)) \quad (16b)$$

sbr. jöfnur (14), (12) og (13). Jafna (15) gildir fyrir mun almennari forsendu um líkindalögmál hendingarunnar  $z_1, z_2, \dots$  en sett var hér að framan, þ.e.a.s. að þetta séu einsdreifðar og óháðar hendingar, en þegar þeirri forsendu er beitt má setja  $z_1$  í stað  $z_{t+1}$  og setja óskilyrt væntigildi í stað hins skilyrta í (15).<sup>6</sup> Þá fæst falljafnan<sup>7</sup>

$$f(y) = \max \{ \beta E f(z_1 + [y - S^{-1}(f(y))]), S(y) \}, \quad (17)$$

fyrir öll  $y \geq \underline{z}$ .

Hægt er að sýna fram á tilvist og eingildi lausnar á (17) að gefnum nokkrum tæknilegum skilyrðum sem  $S$  þarf að fullnægja. Sönnunin byggist á því að ólíulega vörpunin  $T$ , sem er skilgreind á eftirfarandi veg á mengi samfelldra, ekki-neikvæðra og ekki-vaxandi falla  $g : [\underline{z}, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ :

$$(Tg)(y) = \max \{ \beta E g(z_1 + [y - S^{-1}(g(y))]), S(y) \}, \quad (18)$$

fyrir  $y \geq \underline{z}$  er samdráttarvörpun í sup-normi, sjá Deaton og Laroque [2].<sup>8</sup> Ennfremur má sýna að ef

$$s^* = \beta E f(z_1), \quad (19)$$

þá er

$$f(y) > S(y) \quad \text{fyrir } y \text{ þ.a. } S(y) < s^* \quad (20a)$$

$$f(y) = S(y) \quad \text{fyrir } y \text{ þ.a. } S(y) \geq s^* \quad (20b)$$

Krítíska verðið  $s^*$  skilur því á milli tvenns konar ástands:

1. Ef  $s_t^f \geq s^*$  þá er  $I_t = 0$  og  $s_t^f = S(y_t)$  er það verð sem kemur á jöfnuði milli hreinnar eftirspurnar eftir bréfum vegna samtímaneyslu og

<sup>6</sup> Líkindalögmál runu af hendingum skilgreinist af líkindadreifingum allra endanlegra hlutmengja úr  $\{z_1, z_2, \dots\}$

<sup>7</sup>  $\underline{z}$  eru neðri mörk fyrir  $z_t$ .

<sup>8</sup> Fyrir utan skilyrði um eiginleika  $S$  og  $z$  verður  $(1 - \delta) / (1 + r) < 1$ . Við gerum ráð fyrir að  $\delta = 0$  og  $r > 0$  svo þessu skilyrði er fullnægt.

heildarframboðs að meðöldum bréfum sem flutt voru frá síðasta tímabili. Í þessu tilviki er  $s_{t+1}^f$  aðeins háð  $z_{t+1}$ , en óháð samtímaverðinu  $s_t^f$  og því er  $s_{t+1}^f = f(z_{t+1})$  þegar  $s_t^f \geq s^*$ .

2. Ef  $s_t^f < s^*$  þá er  $I_t = y_t - S^{-1}(f(y_t)) > 0$  og heildareftirspurn er meiri en eftirspurn eftir bréfum vegna samtímaneyslu. Einnig er  $s_t^f = \beta E_t s_{t+1}^f$ .

Það má fara mörgum orðum um líkindafræðilega eiginleika verðferlisins  $s^f = \{s_t^f; t = 1, 2, \dots\}$ . Í grófum dráttum má segja að ferlið, afvaxtað, sé martingali milli þeirra tímabila þar sem stofn bréfa verður núll, en það sem gerist innan slíkra tímabila eru innbyrðis óháðir atburðir þegar tímabilin eru sundurlæg. Þetta tengir ferlið umsvifalaust klassískri líkindafræði og mætti fjalla um það í löngu máli. Hér verður ekki farið út í þá sálma heldur lögð áhersla á tölulega reikninga. Þó verður að nefna að hægt er að sýna að verðferlið er sístætt endurnýjunarferli og dreifing stofnferlisins  $I$  er með massa á endanlegu bili.

### 2.3. Töluleg lausn falljöfnu

Við tölulega lausn á (17) má beita einfaldri ítrun sem lýsa má með eftirfarandi hætti:

1. Sett er upp „grind“  $Y$  yfir leyfileg gildi á  $y$ . Neðri mörkin eru  $\underline{z}$ , en gera verður ágiskanir og tilraunir til að finna hæfileg efri mörk.
2. Sett upphafsgildi í ítruninni:  $f_0 \equiv S$ .
3. Ítrað, fyrir  $n = 1, 2, \dots$  og  $y \in Y$ :

$$f_{n+1}(y) = \max \{ \beta E f_n(z_1 + [y - S^{-1}(f_n(y))]), S(y) \}$$

Þar sem væntigildið er reiknað m.t.t. dreifingar  $z_1$ .

4. Hætt þegar  $\|f_{n+1} - f_n\| < \tau$  þar sem  $\tau > 0$  er „lítil“ tala.

Hermun á verði, eftirspurn, birgðum og öðrum stærðum er auðvelt að framkvæma með framleiðslu handahófstalna úr dreifingu  $z_1$  þegar tölulegt mat á  $f$  liggur fyrir. Skrifað var einfalt forrit í MATLAB til að framkvæma þessa reikninga.

### 3. Tölulegt dæmi og hermireikningar

Hér verður sett fram tölulegt dæmi um lausn á líkaninu úr kafla 2 með tilteknum fallformum og gildum á stikum. Við kvörðun á stikum var höfð hliðsjón af sambærilegum stærðum á danska markaðnum. Gert er ráð fyrir að vistvæn orka sé alfarið unnin í vindmyllum. Reiknað var með línulegu eftirspurnarfalli eftir raforku. Forsendur eru eftirfarandi:

1. Andhverft eftirspurnarfall eftir raforku:  $P(x) = a + bx$ , þar sem  $a = 6$  og  $b = -5$ . Þetta þýðir að í grennd við  $x = 1$  þarf 5% verðbreytingu til að minnka eftirspurn um 1%.
2. Hlutfall grænnar raforku í heildarraforkunotkun:  $\alpha = 0,2$ .
3. Vinnsla grænnar raforku:  $z_1, z_2, \dots$  eru óháðar, einsdreifðar hendingar og  $z_1$  er dreifð eins og normaldreifing með meðaltalið  $\mu_z = 0,2$ ,  $\sigma_z = 0,02$ , en dreifingin er skellt (*truncated*) við  $\mu_z \pm 2,5758 \cdot \sigma_z$  (þ.e.a.s. 99% af massa upprunalegu normaldreifingarinnar er haldið), sem þýðir að massi hennar takmarkast við bilid  $[0,1485, 0,2515]$ .
4. Kostnaður við vinnslu „svartrar“ raforku er  $c = 0,9$  á orkuveiningu.

Af ofangreindu leiðir að andhverft eftirspurnarfall eftir grænum bréfum er

$$S(w) = \frac{1}{\alpha} \left( a + b \frac{w}{\alpha} - c \right)^+ \quad (21)$$

Það er auðvelt að reikna út að ef  $S$  væri leyft að taka neikvæð gildi, þ.e.a.s.  $()^+$  virkjanum ekki beitt, þá væri<sup>9</sup>

$$E p = 1 \quad (22a)$$

$$\text{Var}(p) \approx 0,5 \quad (22b)$$

$$E s = 0,5 \quad (22c)$$

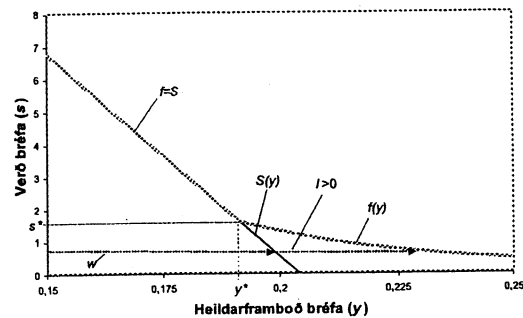
$$\text{Var}(s) \approx 2,5. \quad (22d)$$

Vegna þess að þetta er gert verður væntigildi hendinganna  $s$  og  $p$  herra en þessir reikningar gefa til kynna, en breytileikinn ívið minni.

Að gefnum ofangreindum forsendum var fallið  $f$  reiknað eins og lýst er í kafla 2.3. Notuð var 4000

<sup>9</sup> Hér er reiknað eins og  $z_1$  sé normaldreifð hending, en ekki skellt. Vegna skellingar eru  $\text{Var}(p)$  og  $\text{Var}(s)$  ívið lægri en kemur fram hér.

punkta grind fyrir gildi á  $y$ , sem reiknað var með (eftir nokkrar tilraunir) að tæki gildi á bilinu  $[0,1485, 0,66]$ . Væntigildi m.t.t.  $z_1$  var reiknað með því að nálga skelltu normaldreifinguna með strjáltri dreifingu með 20 punktum sem settir voru með jöfnu millibili á  $[0,1485, 0,2515]$ . Niðurstöðuna má sjá á mynd 1.



Mynd 1. Áhrif spákaupmennsku á verð grænna bréfa. Hlutfallinn ferillinn lýsir afleiddri eftirspurn neytenda eftir bréfum ( $S$ ); heildareftirspurn er summa neyslueftirspurnar og eftirspurnar spákaupmanna ( $I$ ). Eftirspurn spákaupmanna er núll þegar verð bréfanna er herra en kritiska gildið  $s^*$ .

Ef ekki er leyft að flytja bréf milli tímabila verður framboð á tíma  $t$  jafnt  $z_t$ , sem þýðir að framboð verður með dreifingu á bilinu  $[0,1485, 0,2515]$  og verð ákvarðast samkvæmt hlutfallinu  $S$  á mynd 1. Þegar leyft er að flytja bréf milli tímabila verður heildarframboð á hverjum tíma jafnt stofni bréfa sem flutt eru frá síðasta tímabili ( $I_{t-1}$ ) að viðbætti framleiðslu á tímabilinu ( $z_t$ ) og verðið ákvarðast samkvæmt fallinu  $f$ .

Hermun á því tilviki þegar ekki er leyfilegt að flytja bréf milli tímabila felst einfaldlega í því að framleiða gildi fyrir hendingarnar  $z_t$  úr skelltu normaldreifingunni í tölulíð 3 hér að ofan og setja þessi gildi inn í neyslueftirspurnarfallið  $S$  í (21).

Þegar leyfilegt er að flytja bréf milli tímabila og að fyrirliggjandi mati á  $f$  og gildum á  $z_t$  er hermunin

framkvæmd þannig

$$y_1 = z_1 \quad (23a)$$

$$s_1 = f(y_1) \quad (23b)$$

$$I_1 = y_1 - S^{-1}(s_1) \quad (23c)$$

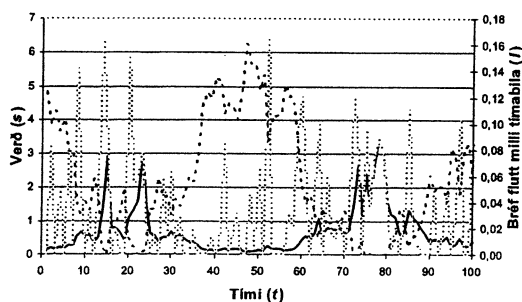
$$y_2 = I_1 + z_2 \quad (23d)$$

$$s_2 = f(y_2) \quad (23e)$$

$$I_2 = y_2 - w_2 \quad (23f)$$

o.s.frv. fyrir  $t = 3, 4, \dots$

Aðrar stærðir, eins og raforkueftirspurn og vinnslu svartrar raforku er auðvelt að leiða af þessum stærðum.



Mynd 2. Hermun á verði og stofni grænna bréfa. Breiða línuritíð sýnir verði með flutningi (vinstri ás), þunna línuritíð sýnir verði án flutnings (vinstri ás) og brotalínan sýnir stofn bréfa (hægri ás).

Á mynd 2 er sýnt dæmi um hermun á verði grænna bréfa, bæði með og án flutnings bréfa milli tímabila (notuð eru sömu gildin fyrir  $z_t$  í báðum tilvikum). Einnig er sýndur stofn bréfa sem haldið er milli tímabila. Vel sést hvernig verslun með bréf milli tímabila (spákaupmennska) dregur úr sveiflum á verði bréfa og breytir verðferlinu úr því að vera fullkomlega handahófskennt, yfir í að vera jákvætt sjálffylgið, en það er eitt einkenni á verði hrávara (annað tölfræðilegt einkenni á verði hrávara er að verðið er mjög sveiflukennt!). Stofn bréfa, sem flutt eru á milli tímabila, verður hæstur 0,16 á myndinni, eða hátt í ársútgáfu bréfa að jafnaði (0,2). Samanburður á verði bréfa og stofni þeirra bréfa sem flutt eru yfir á næsta tímabil leiðir í ljós neikvætt samband þarna á milli og það fer saman að spákaupmenn vilji ekki halda bréfum milli tímabila og að verð þeirra verði hátt; jafnframt fellur þá saman verð með og án flutnings. Í eftirfarandi töflu

eru nokkrar tölfræðilegar kennitölur dregnar saman fyrir raðirnar úr hermun yfir 9000 tímabil:

	$s^f$	$s$	$I$	$p^f$	$p$
Meðaltal	0,50	1,23	0,08	1,00	1,15
Staðalfrávik	0,61	1,57	0,06	0,12	0,31
Hlutf. breytli. <sup>*)</sup>	1,22	1,27	0,81	0,12	0,27
Lægsta gildi	0	0	0	0,90	0,75
Hæsta gildi	6,63	6,93	0,39	2,23	2,29
Raðfylgni 1 <sup>*)</sup>	0,63	0,03	0,96	0,63	0,03
Raðfylgni 2 <sup>*)</sup>	0,52	-0,01	0,92	0,52	-0,01
Raðfylgni	0,43	0,00	0,89	0,43	0,00
Skekking	3,84	1,25	1,42	3,84	1,25
Ferilris	20,99	0,73	2,49	20,99	0,73

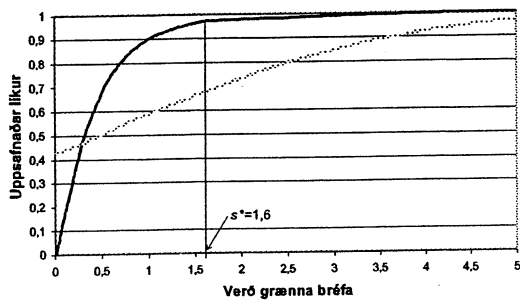
<sup>\*)</sup> Hlutfallslegur breytileiki er hlutfall staðalfráviks og meðaltals ( $\sigma/\mu$ ). Raðfylgni  $k$  fyrir breytu  $x$  er fylgni milli  $x_t$  og  $x_{t-k}$ . Tákn:  $s^f$  er verð á grænum bréfum þegar flutningur er leyfður milli ára,  $s$  er verð grænbréfa þegar slíkur flutningur er ekki leyfður,  $I$  er stofn bréfa í lok hvers árs,  $p^f$  er verð raforku þegar flutningur grænbréfa er leyfður milli ára og  $p$  er verð raforku þegar slíkur flutningur er ekki leyfður.

Vert er að benda á að það er krafan um jákvætt verð bréfa sem leiðir til þess að meðalverð grænna bréfa án flutnings (2. talnadálkur) verður hærra en þegar flutningur er leyfður. Ef þessi takmörkun kæmi ekki til yrði verð bréfanna í þessu tilviki normaldreift með meðaltal 0,5 og staðalfrávik u.þ.b. 1,58, sbr. (22). Takmörkunin segir einnig til sín í því að hermt verð raforku  $p$  (5. talnadálkur) verður að jafnaði lægra en ella (1,15 í stað 1).

Verð á bréfum þegar leyft er að versla með þau milli ára sveiflast almennt á bilinu 0–1 (90% gilda liggja neðan við 1) og verður mun samanþjappaðri en ef slíkt er ekki heimilt (sjá mynd 3). Í slæmum vindárum geta þó komið toppar í verðið sem gera það að verkum að dreifingin verður mjög skökk, með nokkuð þungan efri „hala“ sem lýsir sér í háu ferilrisi (*kurtosis*). Flutningur milli tímabila umbreytir því verðferli með einsdreifðum, óháðum sveiflum í verðferli með sterkri jákvæðri sjálffylgni. Þrýstingur á verð niður á við í góðum vindárum minnkar og dregið er úr verðtoppum með því að ganga á stofn bréfa frá fyrri tímabilum í slæmum vindárum. Það kemur þó fyrir að birgðir eru ekki nægar, bréf seljast upp og verð getur þá margfaldast. Þetta eru dæmigerðar niðurstöður úr verðlíkönunum af því tagi sem hér er notað, en vegna hárrar verðteygni og mikilla sveifna í framboði eru áhrif viðskipta með bréf milli tímabila



mjög sterk og t.d. eru ár þar sem forði bréfa tæmist algerlega lægri (aðeins 3,3%) en gerist í líkönunum sem kvörðuð eru fyrir dæmigerðar hrávörur og einnig er sjálffylgni í verðferlinu mjög há (sjá t.d. Deaton og Larqoque [2] eða Williams og Wright [5]). Stofn bréfa sem flutt eru milli tímabila er að jafnaði um 40% af ársútgáfu bréfa, en verður hæstur um tvöföld ársútgáfa í þessari hermun. Þetta þýðir að viðskipti með bréfin yrðu væntanlega töluvert líflæg á raunverulegum markaði. Sjálffylgni í stofnferlinu er svo há (0,96) að „empírískt“ væri erfitt að greina á milli sístæðs ferlis sem þessa og slembigangs. Verð á raforku er línulegt fall af verði grænna bréfa (sbr. (3)) og endurspeglast það í kennitölum þeirrar raðar.



Mynd 3. Uppsafnað dreiffall fyrir hermd gildi á verði grænna bréfa. Ferillinn sem byrjar í 0 sýnir verð með flutningi milli tímabila, en hinn sýnir verð án flutnings milli tímabila

Við fyrstu sýn virðist mótsagnakennt að spákaupmenn séu tilbúnir að halda einhverju magni bréfa yfir á næsta tímabil allt upp að verðinu  $s^* = 1,6$ , sem er mun hærra en meðalverð til lengri tíma lítið,  $\bar{s} = 0,5$ . Þar sem verðferlið er sístætt í tölfræðilegum skilningi og hefur þar með stöðuga langtímadreifingu (sem sýnd er á mynd 3) mætti ætla að þegar verð er svo langt fyrir ofan meðaltalið (næstum tvö staðalfrávik) megi búast við lækkan á næsta tímabili. Á hinn bóginn halda spákaupmenn bréfum aðeins ef þau standast ávöxtunarkröfu, sem hér er 10%. Í jafnvægi gildir

$$E \left[ s_{t+1}^f \mid s_t^f = s^* \right] = (1 + r) s^* \quad (24)$$

sbr. (10). Væntanlegt verð á næsta tímabili er því hærra en  $s^*$  þrátt fyrir að langtíma meðaltalið  $\bar{s}$  sé innan við þriðjungur af  $s^*$ . Hins vegar má sýna að  $s_{t+1}^f$

leitir niður á við í líkindum að því gefnu að  $s_t^f = s^*$  og lækkar til að mynda með meira en 50% líkum. Þetta stafar af því að vegna ólínuleikans í kvikum tengslum  $s_{t+1}^f$  og  $s_t^f$  sem jafna (13) felur í sér verður ekki aðeins langtímadreifing  $s_t^f$ , heldur einnig skilyrt dreifing  $s_{t+1}^f$  að því gefnu að  $s_t^f = s^*$ , mjög ósamhverf með þungan efri hala. Miðgildi slíkrar dreifingar er lægra en væntigildi hennar. Það er því engin mótsögn í því að væntanlegt verð á næsta tímabili hækkir frá  $s_t^f = s^*$  jafnvel þótt verðferlið leiti í átt að mun lægra verði til lengri tíma lítið.

#### 4. Lokaorð

Hér hefur verið lýst einföldu líkani af verðmyndun á staðfestingarbréfum um framleiðslu á vistvænni raforku, eða „grænum bréfum“. Líkanið er byggt á hagfræðikenningum um verðmyndun á hrávörum, en slíkar vörur eiga margt sameiginlegt með grænum bréfum eins og ætlunin er að hanna þau. Niðurstöður gefa til kynna að verðslun með bréf milli tímabila myndi jafna sveiflur í verði að töluverðu marki, en þó mætti búast við því að í einstökum árum gæti verð bréfanna margfaldast ef ekki er gripið inn í verðferlið. Bæði mætti búast við líflægum viðskiptum með bréfin og við framboði á afleiðusamningum til áhættustjórnunar. Verðsveiflurnar vekja engu að síður spurningar um það hversu heppilegt svona kerfi er til að efla nýfjárfestingar í vindmyllum.

Hafa ber í huga að þetta líkan er aðeins fyrsta skref í verkefni sem höfundar vinna nú að og mun taka tillit til fleiri þátta en hér eru sýndir. Líkanið mun m.a. verða útfært þannig að það geti tekið tillit til íhlutunar stjórnvalda í verðmyndun með beitingu jöfnunar-sjóða, en ætlun stjórnvalda er að viðhafa slíka íhlutun. Þarna er raunar einnig nokkur líking við hrávörur, sérstaklega landbúnaðarvörur á borð við hveiti eða kaffi, en slík inngrip stjórnvalda í markaðinn til að takmarka verðsveiflur eiga sér langa sögu. Það sem hefur yfirleitt gerst í slíkum kerfum er að birgðir jöfnunar-sjóðanna hafa safnast upp að svo miklu marki að þær hafa orðið óþolandi byrði á fjárhag viðkomandi ríkja. Þá springur kerfið yfirleitt með þeim afleiðingum að hinar uppsöfnuðu birgðir hellast út á markaðinn og halda markaðsverði niðri lengi á eftir. Grænu bréfin eru hins vegar frábrugðin hrávörum að því leyti að stjórnvöld geta „framleitt“, eða gefið út, eins mikið af þeim og þau kjósa til að halda verði niðri – hægt er að „taka að láni frá framtíðinni“ öfugt við það sem gildir

um vöru eins og hveiti. Þetta er eitt af þeim atriðum sem áhugavert er að skoða í framhaldi þessa verkefnis.

Önnur mikilvæg atriði sem áhugavert er að reyna að taka tillit til í frekari þróun þessa líkans eru nýfjárfestingar í vindmyllum, fákeppni meðal seljenda eða kaupenda, óvissa um fleiri þætti en vind, og viðskipti við önnur lönd með raforku eða græn bréf.

**Summary:** Many countries are about to design and introduce systems of green certificates in order to stimulate electricity generation from renewable energy sources. The paper shows that prices in a market for green certificates primarily based on wind power will fluctuate excessively when banking of certificates is not allowed, leading to corresponding volatility of electricity prices. Applying a rational expectations simulation model of competitive storage and speculation of green certificates, it is shown that the introduction of banking to green certificates markets may reduce price volatility considerably although there will still be occasional price peaks in "still" years. Based on the results of the paper, a market for green certificates and related financial instruments may be expected to be quite active.

#### Heimildir

- [1] Eirik S. Amundsen og Jørgen B. Mortensen, The Danish Green Certificate Market: Some simple analytical results, *Energy Economics*, **23**, 489–509 (2001).
- [2] Angus Deaton og Guy Laroque, On the behavior of commodity prices, *Review of Economic Studies*, **59**, 1–23 (1992).
- [3] P.E. Morthorst, The development of a green certificate market, *Energy Policy*, **28**, 1085–1094 (2000).
- [4] Klaus Skytte, Economic models for financing renewable electricity development, *Topics on electricity trade*, doktorsritgerð við Kaupmannahafnarháskóla 2001.
- [5] J.C. Williams og B.D. Wright, *Storage and Commodity markets*, Cambridge University Press, 1991.

**Um höfundana:** Eirik Amundsen lauk doktorsprófi í hagfræði, frá Parísarháskóla II árið 1988. Hann er prófessor í hagfræði við Háskólann í Björgvin. Rannsóknir hans eru á sviði orku-, umhverfis- og auðlindahagfræði.

Friðrik Már Baldursson lauk Fil. kand. prófi í stærðfræði frá Gautaborgarháskóla árið 1982, en hafði áður numið stærðfræði við Háskóla Íslands. Hann lauk doktorsprófi í tölfræði og hagnýttu líkindafræði frá Columbia háskólanum í New York árið 1985 og MS prófi í hagfræði frá Háskóla Íslands árið 1994. Friðrik var lektor (assistant professor) við Columbia háskólann 1985–1988 og sérfræðingur og síðar forstöðumaður hagrannsóknna og síðast forstjóri Þjóðhagsstofnunar árin 1988–1999. Hann var vísindamaður við Hagfræðistofnun Háskóla Íslands 1999–2003, en er nú prófessor í hagfræði við Háskóla Íslands. Rannsóknir hans hafa m.a. verið á sviði stýringar slemiferla, heimfærðra hagrannsóknna, fjármálafræða, auðlinda- og orkuhagfræði og atvinnuvegahagfræði. Rauður þráður í rannsóknnum Friðriks er beiting líkinda- og tölfræði til lausnar á hagfræðilegum verkefnum.

---

Institutt for økonomi  
Fosswinkelsgate 6  
NO-5007 Bergen  
eirik.amundsen@econ.uib.no

Viðskipta- og hagfræðideild Háskóla Íslands  
Odda v/Sturlugötu  
IS-101 Reykjavík  
fmbald@hi.is

Móttækid: 18. júní 2002