膜世界上の重力と物質の場の理論の導出

著者名(日)	赤間　啓一
雑誌名	埼玉医科大学医学基礎部門紀要
巻	10
ページ	29-39
発行年	2004-03-31
URL	http://id.nii.ac.jp/1386/00000014/

原　　著

膜世界上の重力と物質の場の理論の導出

赤間　啓一

要旨　我々の３＋１次元時空は，高次元時空のソリトンであるとし，その量子的ゆらぎから，我々の時空の重力場と物質の場の理論を誘導する．

近年，我々の住んでいる３＋１次元時空は，高次元時空の中に力学的に埋め込まれた３＋１次元の超曲面であるとする「膜世界（braneworld）」の考え方が爆発的な注目を集めている．このような考えは，自然界の理解において，大きな可能性を拓くものであり，実は，古くから着実に研究されてきた重要テーマでもある．本稿では，はじめに，埋め込まれた時空から膜世界への研究の流れを概観し，次に，膜世界に関する筆者の一連の研究を概括し，筆者の考える膜世界の全体像を呈示したい．

１．膜世界研究の概観

このようなアイディアのルーツは，数学的には，曲面の幾何学，曲面の埋め込みの幾何学の19世紀にさかのぼる．これらの数学は，埋め込まれたものを我々の時空と考えていたわけではないが，膜世界の研究に多くの有用な手法を提供する．リーマンは，逆に埋め込む空間を想定せずに曲がった空間を記述する体系ーリーマン幾何学ーを開発した．アインシュタインは，このリーマン幾何学を用いて，重力の起因を我々の時空の曲がりに帰する一般相対性理論を構築した．一般相対性理論そのものは，曲がった時空を埋め込む外側の高次元時空を想定しない．しかし，時空が曲がっているとすると，埋め込みの幾何学に戻って，それを埋め込む高次元時空の存在を素朴に仮定したくなるのは自然な心情といえよう．実際，曲がった時空を平坦な高次元時空にどのように埋め込むことができるかという物理的・数学的な研究は1920年代に大きく進展した［１］．

物理的模型としての高次元時空は，重力と電磁気力の統一的な扱いを意図してカルザによって導入された［２］．高次元といっても通常は３＋１次元しか見えないのだから，余分な次元を隠す何らかの機構が必要である．クラインは，カルザの模型の第５次元が周期構造を持ち，その上の波動が離散スペクトルを持つ描像に言及している［３］．アインシュタインとバーグマンはさらに進めて，見えないのは，現在の技術では観測できないほど小さな円になっているためと考えた［４］．このように余分な次元は通常観測できないほど小さく閉じさせることによって余分な次元を隠すことをコンパクト化（compactification）という．ここでは埋め込まれた時空の概念は利用されていない．

これに対し，我々の３＋１時空は，高次元時空の中に埋め込まれた３＋１次元超曲面であるとする膜世界的な考えは，1960年前後に現れる．フロンスダルは高次元に埋め込まれた３＋１時空の力学を記述する定式化を提唱した［５］．ジョセフは，３＋１時空はそれと垂直な方向のポテンシャルの井戸に閉じ込められているとする描像を想定し，当時明らかになりつつあった素粒子の内部対称性を余分な次元の幾何学的対称性に帰することを試みた［６］．これらをきっかけに当時，議論が巻き起こり，様々な研究がなされた．その後もいくつかの研究がなされた．例えば，レジェとタイテルボイムは，埋め込まれた時空のディラック-ADM作用積分を，計量テンソルではなく高次元座標変数を用いて記述することを試みたが，著者達自身が述べているように，この方法では現実的な理論を構築できなかった［７］．

1980年代，高次元力学に起因する膜世界の描像が提唱された．本稿の筆者は，我々の３＋１時空を高次元ソリトンの内部（内部にまだ３＋１次元残っている）とみなし，その量子的ゆらぎが我々の観測する重力場や素粒

子の場になるとする模型を提案し，膜世界上の重力と物質の場の理論を導出した［８］．ルバコフとシャポシュニコフは，我々の時空を４＋１次元スカラー理論に現れる領域壁（domain wall，内部にまだ３＋１次元残っている）とみなせば，その中に質量０のスカラー場やカイラルスピノル場が局在し，我々の観測する基本粒子とみなすのに適していることを示した［９］．ヴィサーは，この閉じ込めを高次元の重力によって実現するという描像を提案した［10］．その後，色々な模型が提案され，様々な観点から検討された．

膜世界的な考えは，重力を含む統一理論として広く研究されている超弦理論（superstring theory）における描像構築においても大きな役割を果たした．ポルチンスキーは弦の世界面の端で座標値を固定するディリクレ境界条件を採用することによって，弦の端が載る超曲面＝D-膜（D-brane）の概念を導入した［11］．矛盾のない超弦理論の構築には高次元時空は不可欠であり，余分な次元を隠すのに，以前はコンパクト化が想定されていたが，最近では，D-膜上の膜世界が我々の時空であるとする立場が有力になっている［12］．近年，超弦理論の一環としてD-膜およびそれに基づく膜世界について多くの研究がなされている．

数年前，重力理論と素粒子論の定数のエネルギースケールの大きなへだたり－エネルギー階層性問題－を解決するために膜世界の考えを用いる模型があいついで提唱された．アントニアディス，アルカニハメド，ディモポーロス，ドヴァリ［13］らは，重力子はコンパクト化された高次元に伝播するが，他の基本粒子は膜世界に局在すると仮定すると，我々の時空での重力は（コンパクト化の半径）×（高次元の基本スケール）の（余次元の数）乗分の１に弱められ，エネルギー階層性問題を自然に解決できるとする模型を提唱した．この模型は，高次元時空の影響が加速器などで観測される可能性を示唆し，大きな反響を呼んだ．また，ランドールとサンドラムは，５次元時空の負の宇宙定数による湾曲の効果で，我々の住む膜世界の重力が指数関数的に弱められ，エネルギー階層性問題を自然に解決できるとする模型を提唱した［14］．彼らはまた，宇宙定数による湾曲の効果で，重力子が膜世界近傍に局在し，我々の世界のニュートン重力を与えることを示した．近年，これらの模型ないし描像は大きな注目を集め，理論，現象論の両分野で爆発的に多くの論文が書かれ，実験的検証の試みがなされている．また，膨張宇宙，インフレーション，ビッグバン，ブラックホール，宇宙定数の問題など，宇宙論の分野に適用され，精力的な研究が進行中である．

今や膜世界の概念は超弦理論，素粒子論から宇宙論まで広く取り入れられ応用されているが，そのさい，膜世界が高次元に埋め込まれた力学的な超曲面であるために持つ基本的な原理と性質を把握しておくことは極めて重要である．例えば，膜世界上の重力や場の理論はどのようにして起こり，どのような特徴を持つのか，その結果生じてくる制限，観測にかかる現象は何かなどが目標となる．筆者は上述のように高次元ソリトンによって生じる膜世界を想定し，その量子的ゆらぎにより膜世界上の重力と物質の場の理論が誘導されることを示した．膜世界上に誘導された理論の重要な特徴は，外部曲率と法接続場が力学的な場として存在することである．最近の研究では，これらの全過程を経路積分を用いて量子論的に定式化した．

２．量子的複合場，誘導ゲージ場，誘導重力

この膜世界の理論体系において，量子的複合場［15］，誘導ゲージ場［16］，誘導重力［17］の理論が重要な役割を演ずる．高次元を考える前に，３＋１次元時空内で，これらの理論を説明する．フェルミオンψが４体フェルミ相互作用を持つラグランジアン

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(i \not\partial - m)\psi - F|\overline{\psi}_{\mathrm{L}}\psi_{\mathrm{R}}|^2 \qquad (1)$$

で記述されるとしよう．ここで，mはψの質量，Fは結合定数，添字L，Rはカイラリティーを表す．複素スカラーの補助場ϕを導入すると，（１）はラグランジアン

$$\mathcal{L}_{\mathrm{aux}} = \overline{\psi}(i \not\partial - m)\psi + \overline{\psi}_{\mathrm{L}}\phi\psi_{\mathrm{R}} + \mathrm{h.\,c.} + F^{-1}|\phi|^2 \qquad (2)$$

と同等である．（２）の量子論によるフェルミオンループの発散部分の寄与は実効ラグランジアン

$$\mathcal{L}_{\rm div} = I_1|\partial_\mu\phi|^2 + I_2|\phi|^2 + I_3|\phi|^4 \tag{3}$$

にまとめられる．ここで I_1，I_3 は対数発散，I_2 は２次発散する係数で，運動量紫外切断 Λ で表されている．（3）の第１項は ϕ の運動項，第２項は質量項，第３項は相互作用項の役割を果たし，ϕ は力学的自由度を持つ「量子的複合場」になる．

しかし，この方法は不完全である．（2）の量子論は ϕ を内線とする多くのループの発散も含むからである．これらの量子効果をすべて正しく取り入れるには，この模型と繰り込み可能な湯川模型

$$\mathcal{L}_{\rm Y} = \overline{\psi}_0(i\,\partial\!\!\!/ - m_0)\psi_0 + g_0(\overline{\psi}_{0\rm L}\phi_0\psi_{0\rm R} + \text{h.c.}) + |\partial_\mu\phi_0|^2 - \mu_0^2|\phi_0|^2 - \lambda_0|\phi_0|^4 \tag{4}$$

との，一定条件下での同等性を用いる．ここで ψ_0 はスピノル場，ϕ_0 はスカラー場，m_0 は ψ_0 の質量，μ_0 は ϕ_0 の質量，g_0，λ_0 は結合定数である．この模型で量子効果を摂動的に計算する方法はよく知られている．場 ψ_0，ϕ_0 と定数 m_0，μ_0，g_0，λ_0 のそれぞれに対し，繰り込み定数 Z_ψ，Z_ϕ，Z_m，Z_μ，Z_g，Z_λ 繰り込まれた場 $\psi_{\rm r}$，$\phi_{\rm r}$，繰り込まれた定数 $m_{\rm r}$，$\mu_{\rm r}$，$g_{\rm r}$，$\lambda_{\rm r}$ を導入し，次のようにリスケールし，（4）に代入する．

$$\psi_0 = \sqrt{Z_\psi}\psi_{\rm r},\ \phi_0 = \sqrt{Z_\phi}\phi_{\rm r},\ Z_\psi m_0 = Z_m m_{\rm r},\ Z_\phi\mu_0^2 = Z_\mu\mu_{\rm r}^2,\ Z_\psi\sqrt{Z_\phi}g_0 = Z_g g_{\rm r},\ Z_\phi^2\lambda_0 = Z_\lambda\lambda_{\rm r}, \tag{5}$$

$$\mathcal{L}_{\rm Y} = Z_\psi\overline{\psi}_{\rm r}i\,\partial\!\!\!/\psi_{\rm r} + Z_m m_{\rm r}\overline{\psi}_{\rm r}\psi_{\rm r} + Z_g g_{\rm r}(\overline{\psi}_{\rm rL}\phi_{\rm rL}\psi_{\rm rR} + \text{h.c.}) + Z_\phi|\partial_\mu\phi_{\rm r}|^2 - Z_\mu\mu_{\rm r}^2|\phi_{\rm r}|^2 - Z_\lambda\lambda_{\rm r}|\phi_{\rm r}|^4. \tag{6}$$

散乱振幅などの物理量を計算するとき，ラグランジアン（6）において，最低次項 $\mathcal{L}_0$ と摂動項 $\mathcal{L}_{\rm int}$ を

$$\mathcal{L}_0 = \overline{\psi}_{\rm r}(i\,\partial\!\!\!/ - m_{\rm r})\psi_{\rm r} + |\partial_\mu\phi_{\rm r}|^2 - \mu_{\rm r}^2|\phi_{\rm r}|^2 \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\rm int} = \mathcal{L}_{\rm Y} - \mathcal{L}_0 = {}&(Z_\psi - 1)\overline{\psi}_{\rm r}i\,\partial\!\!\!/\psi_{\rm r} + (Z_m - 1)m_{\rm r}\overline{\psi}_{\rm r}\psi_{\rm r} + Z_g g_{\rm r}(\overline{\psi}_{\rm rL}\phi_{\rm rL}\psi_{\rm rR} + \text{h.c.})\\ &+(Z_\phi - 1)|\partial_\mu\phi_{\rm r}|^2 - (Z_\mu - 1)\mu_{\rm r}^2|\phi_{\rm r}|^2 - Z_\lambda\lambda_{\rm r}|\phi_{\rm r}|^4.\end{aligned} \tag{8}$$

と定義し，摂動展開する．このとき，ループダイアグラムの発散を打ち消すように Z_i を選ぶ．

これによってすべての発散を打ち消すことができる．物理量の計算結果は繰り込まれた量 $\psi_{\rm r}$，$\phi_{\rm r}$，$m_{\rm r}$，$\mu_{\rm r}$，$g_{\rm r}$，$\lambda_{\rm r}$ と運動量切断 Λ のみに依存し，$\Lambda\to\infty$ の極限でも，有限で非自明な結果を与える．すなわち（4）は繰り込み可能である．

ここで（6）と（2）を比較すると，（6）は条件［18］

$$Z_\phi = 0, \quad Z_\lambda = 0 \tag{9}$$

のもとで，（2）と同等になることがわかる．したがって，４体フェルミ理論（1）で物理量を計算するには，条件（9）のもとでよく知られた（6）の計算を行えばよい．Z_ϕ と Z_λ は結合定数と運動量切断で書かれているので（9）は結合定数と運動量切断の関係を課する．摂動論では $\Lambda\to\infty$ では結合定数が０となり，理論は自由場の理論と同等になってしまうので，$\Lambda\to\infty$ とすることはできない．そこで，Λ は非常に大きいが実在する運動量切断であると考える．最初の（1）のセットアップにはない場 ϕ が（6）の記述ではひとつの場のようにふるまうので，ϕ は量子効果による複合場と考えられ，（9）は複合性条件と呼ばれる．このようにして，スカラー型の４体フェルミ理論から，量子的複合スカラー場の理論が誘導された．

量子的複合場の考えをベクトル型の４体フェルミ理論に適用すると，同様にして，複合ベクトル場の理論が誘導される．ベクトル型の４体フェルミ理論の強結合極限では，補助型ラグランジアンがゲージ対称性を持ち，複合ベクトル場は質量０の複合ゲージ場になる．こうして得られるゲージ理論を誘導ゲージ理論という．具体的に書き下そう．フェルミオン ψ が４体フェルミラグランジアン

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(i\,\partial\!\!\!/ - m)\psi - F|\overline{\psi}\gamma_\mu\psi|^2 \tag{10}$$

で記述されるとする．ここで，m は ψ の質量，F は結合定数である．補助場 V^{μ} を用いると，(10) は

$$\mathcal{L}_{\rm aux}=\overline{\psi}(i\,\partial\!\!\!/-m-\,V\!\!\!/)\psi+F^{-1}|V^{\mu}|^2 \tag{11}$$

と同等である．ここで4体フェルミ相互作用の強結合極限 $F\to\infty$ をとる．

$$\mathcal{L}_{\rm aux}=\overline{\psi}(i\,\partial\!\!\!/-m-\,V\!\!\!/)\psi \tag{12}$$

(12) はゲージ不変性を持つ．(12) によるフェルミオンループの発散部分の寄与は実効ラグランジアン

$$\mathcal{L}_{\rm div}=I_1|V_{\mu\nu}|^2,\qquad V_{\mu\nu}=\partial_\mu V_\nu-\partial_\nu V_\mu \tag{13}$$

にまとめられる．ここで，I_1 は対数発散する係数で，運動量紫外切断 Λ で表されている．(13) は V_μ の運動項の役割を果たし，V_μ は力学的自由度を持つ．V_μ は量子的複合ゲージ場と呼ばれる．

V_μ を内線とするループの発散も含んですべての量子効果を正しく取り入れるには，この模型と繰り込み可能なゲージ理論

$$\mathcal{L}_{\rm G}=\overline{\psi}_0(i\,\partial\!\!\!/-m_0-g_0\,A\!\!\!/_0)\psi_0+\frac{1}{4}|F_0^{\mu\nu}|^2\qquad F_0^{\mu\nu}=\partial^\mu A_0^\nu-\partial^\nu A_0^\mu \tag{14}$$

との，一定条件下での同等性を用いる．ここで ψ_0 はスピノル場，A_0^{μ} はゲージ場，m_0 は ψ_0 の質量，g_0 は結合定数である．この模型で量子効果を摂動的に計算する方法は良く知られている．場 $\psi_{\rm r}$，A_0^{μ}，と定数 m_0，g_0 のそれぞれに対し，繰り込み定数 Z_1，Z_2，Z_3，Z_m，繰り込まれた場 $\psi_{\rm r}$，A_0^{μ}，繰り込まれた定数 $m_{\rm r}$，$g_{\rm r}$ を導入し，次のようにリスケールし，(14) に代入する．

$$\psi_0=\sqrt{Z_2}\psi_{\rm r},\quad A_0^\mu=\sqrt{Z_3}A_{\rm r}^\mu,\quad Z_2m_0=Z_mm_{\rm r},\quad Z_2\sqrt{Z_3}g_0=Z_1g_{\rm r}, \tag{15}$$

$$\mathcal{L}_{\rm Y}=Z_2\overline{\psi}_{\rm r}i\,\partial\!\!\!/\psi_{\rm r}-Z_mm_{\rm r}\overline{\psi}_{\rm r}\psi_{\rm r}+Z_1g_{\rm r}\overline{\psi}_{\rm r}\,A\!\!\!/_{\rm r}\psi_{\rm r}+\frac{1}{4}Z_3(F_{\rm r}^{\mu\nu})^2 \tag{16}$$

散乱振幅などの物理量を計算するとき，ラグランジアン (16) において，最低次項 L_0 と摂動項 $L_{\rm int}$ を

$$\mathcal{L}_0=\overline{\psi}_{\rm r}(i\,\partial\!\!\!/-m_{\rm r})\psi_{\rm r}+\frac{1}{4}(F_{\rm r}^{\mu\nu})^2 \tag{17}$$

$$\mathcal{L}_{\rm int}=\mathcal{L}_{\rm Y}-\mathcal{L}_0=(Z_2-1)\overline{\psi}_{\rm r}i\,\partial\!\!\!/\psi_{\rm r}-(Z_m-1)m_{\rm r}\overline{\psi}_{\rm r}\psi_{\rm r}+Z_1g_{\rm r}\overline{\psi}_{\rm r}\,A\!\!\!/_{\rm r}\psi_{\rm r}+\frac{1}{4}(Z_3-1)(F_{\rm r}^{\mu\nu})^2 \tag{18}$$

と定義し，摂動展開する．このとき，ループダイアグラムの発散を打ち消すように Z_i を選ぶ．これによってすべての発散を打ち消すことができる．物理量の計算結果は繰り込まれた量 $\psi_{\rm r}$，A_0^{μ}，$m_{\rm r}$，$g_{\rm r}$ と運動量切断 Λ のみに依存し，$\Lambda\to\infty$ の極限でも，有限で非自明な結果を与える．すなわち (14) は繰り込み可能である．

ここで (16) と (12) を比較すると，(16) は条件

$$Z_3=0 \tag{19}$$

のもとで，(12) と同等になることがわかる．したがって，4体フェルミ理論 (10) で物理量を計算するには，条件(19)のもとでよく知られた(16)の計算を行えばよい．Z_3 は結合定数と運動量切断で書かれているので(19)は結合定数と運動量切断の関係を課する。摂動論では $\Lambda\to\infty$ では結合定数が0となり，理論は自由場の理論と同等になってしまうので，$\Lambda\to\infty$ とすることはできない．そこで，Λ は非常に大きいが実在する運動量切断であると考える．最初の (10) のセットアップにはない場 A_0^{μ} が (16) の記述ではひとつの場のようにふるまうので，A_0^{μ} は量子効果による複合場と考えられ，(19) は複合性条件と呼ばれる．このようにして，ベクトル型の4体フェルミ理論で強結合極限をとると，量子的複合ゲージ場の理論が誘導される．

では，重力場の場合はどうだろうか．アインシュタインの重力を量子効果によって導く誘導重力の考えははじ

め，サハロフによって提唱された［17］．筆者らは誘導重力を場の理論的に定式化した．アインシュタインの重力理論のひとつの大きな仮定は時空の一般座標不変性－すなわち，座標の勝手な付け替えに対する物理法則の不変性である．アインシュタインはさらに，時空計量テンソルを基本的物理量として採用し，運動方程式を書き下す．これに対して，誘導重力の理論では計量テンソルは基本的物理量ではない．基本的物理量として N 個のスカラー場 ϕ^i，（$i=1, 2, \cdots N$）を採用し，一般座標不変性を要求しよう．これを満たす最も簡単なラグランジアン

$$\mathcal{L} = \sqrt{\det(\partial_\mu \phi^i \partial_\nu \phi^j \eta_{ij})}F(\phi^k) \tag{20}$$

を出発点にしよう．ただし，η_{ij} は内部空間の計量テンソル，$F(\phi^i)$ は ϕ^i の関数である．これは，補助場 $g^{\mu\nu}$，（$g=\det g_{\mu\nu}$）を用いて書いたラグランジアン

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g}(g^{\mu\nu}\partial_\mu \phi^i \partial_\nu \phi^j \eta_{ij} - F^{-1}) \tag{21}$$

と同等である．ポアソン括弧の代数の同等性も確認されている．（21）の形は $g^{\mu\nu}$ を計量テンソルとする曲がった時空のスカラー場のラグランジアンに外ならない．（21）の ϕ を内線とするループダイアグラムの発散部分は，実効ラグランジアン

$$\mathcal{L}_{\mathrm{div}} = \sqrt{-g}\{J_1 + J_2 R + J_3 R^2 + J_4 (R_{\mu\nu})^2 + J_5 (R_{\mu\nu\rho\sigma})^2\} \tag{22}$$

の形にまとめられる．ここで，$R_{\mu\nu\rho\sigma}$ は $g_{\mu\nu}$ で書かれた曲率テンソル，$R_{\mu\nu}=R^\rho{}_{\mu\nu\rho}$，$R=R^\rho{}_\rho$ である．また，J_1 は4次発散，J_2 は2次発散，J_3，J_4，J_5 は対数発散する係数である．（22）の第1項は宇宙項にあたる．（21）の中の宇宙項と微調整で打ち消しあっているものとする．ここのナチュラルネスの問題は未解決である．第2項はアインシュタイン・ヒルベルト作用積分を与え，運動量切断はプランク質量のスケールとすれば，低エネルギーでアインシュタイン重力を再現する．第3－5項は R^2 重力の作用積分を与える．プランク質量に比べて小さなエネルギーの領域では，第3－5項は第2項に比べて小さいので，全体としては，アインシュタイン重力が誘導されたといえる．このようにして，一般座標不変性を持つスカラー場を基本とする理論の量子効果によってアインシュタイン重力が誘導される．同様にして，一般座標不変な基本スピノル場の理論でも量子効果によるアインシュタイン重力の誘導が示される．

誘導された複合重力場を内線とするループの寄与も考慮する必要があるが，これをすべて完全に系統的に取り入れる方法は知られていない．アインシュタイン重力の理論が繰り込み可能でないため，上の量子的複合場や誘導ゲージ場の理論で用いたような方法を用いることができない．負の計量などの不備を容認するなら．繰り込み可能な R^2- 重力との同等性を用いて複合場ループの寄与を取り入れることもできる．また，基本場の運動量切断にくらべて複合場ループの運動量切断が小さいと仮定すれば上述の基本場ループの効果が良い近似を与える．いまのところ完全にたしあげる方法は未知だが，一般座標不変性と次元解析からも，アインシュタイン重力が誘導され主要な寄与を与えることが予想される．

3．膜世界の力学的模型

場 ϕ^i を N 次元時空の座標と固定すれば，誘導重力の出発点になるラグランジアン（20）は，埋め込まれた3＋1次元の超曲面の面積を表す南部・後藤型の作用積分のラグランジアンである［19］．（21）はそのポリヤコフ弦型の表式である．これは，我々の時空自体が高次元時空の力学的対象となる膜世界の描像にほかならない．この解釈では，膜世界の座標自身の量子的なゆらぎが膜世界上のアインシュタイン的な重力を誘導することになる．この意味で，量子的複合場，誘導ゲージ場の理論の拡張として導入された誘導重力の理論は，膜世界の描像を必然的に内包しているといえる．

この考えをさらに推し進めると，弦理論に対するOCD弦のように，我々の時空が高次元の力学によって生成されているとする描像に行き着く．$p+q+1$ 時空における場合の集合｛Φ｝（一般に，高スピンの場，スピノ

ルの場を含む）を考えよう．作用積分が

$$S=\int L(\{\Phi\},\{\partial_K\Phi\})d_{p+q+1}X, \tag{23}$$

で与えられていて，並進運動，ローレンツ変換，内部空間の回転に対して不変で，ポテンシャルエネルギーに縮退した最低値を持つとする．(23) から導かれた運動方程式が，p- 膜（p- 次元の膜）近辺に局在するソリトン解 Φ_{sol} を持つとしよう［21］．このソリトン解は次のような性質を持つものと仮定する．

$$\Phi_{\text{sol}}\sim\Phi_{\text{vac}}+O(e^{-r/\delta})\ \text{ for }\ r=\sqrt{-X^{\underline{a}}X_{\underline{a}}}\to\infty, \tag{24}$$

ただし，δ は定数で，Φ^{vac} は $X^{\underline{a}}=0$ 以外ではポテンシャルの最低値をとり，$X^{\underline{a}}=0$ に特異点を持つ関数である．これは，$X^{\underline{a}}=0$ の近辺に局在した p- 膜と解釈される．例えば，二つの縮退した最小値を持つポテンシャルの中のスカラー場のキンク解，U（1）ゲージ・ヒッグス模型のニールセン・オルセン渦糸解，擬スカラー場が質量を持つ場合のスキルミオンなどがこの性質を持つ．これらの実在の例に倣って，解は次のような球対称性を持つものとする．

$$\forall\mathcal{R}\in \mathrm{O}(q),\exists g\in G,U(\mathcal{R})V(g)\Phi_{\text{sol}}=\Phi_{\text{sol}} \tag{25}$$

ここで，U（R）と V（g）はそれぞれ回転群 O（q）と内部対称群 G の表現である．

量子論的には Φ_{sol} とその小さなゆらぎが大きな寄与を与えると思われる．高いエネルギー障壁なしに Φ_{sol} とつながるセクターだけを考える．ゆらぎの中で，並進対称性のゼロモードは膜の位置を移動させる．この移動は一般に X^a に依存するので，膜は曲がることになる．遠方では大きな揺らぎも，曲率が小さければ大きな寄与があるので，考慮する必要がある．膜の位置を $p+1$ 個の媒介変数 x^{μ} を関数 $\boldsymbol{y}$（x^{μ}）で表す．膜上の各点で接ベクトルの正規直交系を ｛$\boldsymbol{n}_{\kappa}$（x^{μ})｝，法ベクトルの正規直交系を ｛$\boldsymbol{n}_{\underline{\kappa}}$（$x^{\mu}$)｝で定義する．導関数 $\boldsymbol{y}_{\mu}$ と $\boldsymbol{n}_{I,\mu}$ を正規直交系 ｛$\boldsymbol{n}$｝で展開する．［21］：

$$\boldsymbol{y}_{,\mu}=\boldsymbol{n}_k e^{k}{}_{\mu},\quad \boldsymbol{n}_{I,\mu}=\boldsymbol{n}_K\omega^{K}{}_{I\mu}, \tag{26}$$

ここで，係数 $e^{\kappa}{}_{\mu}$ は膜上のフィールバイン (vielbein)，$\omega^{K}{}_{I\mu}$ は接続係数を与える．そのうち，$\omega^{\kappa}{}_{\iota\mu}$ は膜の接線接続，$\omega^{\underline{\kappa}}{}_{\mu\nu}$ は外部曲率，$\omega^{\underline{\kappa}}{}_{\underline{\iota}\mu}$ は法線接続である．これらの量の間に次の関係式が成り立つ．

$$\omega^{k}{}_{[\mu\nu]}=-e^{k}{}_{[\mu,\nu]} \tag{27}$$

$$\omega_{IJ[\mu,\nu]}+\omega_{KI[\mu}\omega^{K}{}_{J\nu]}=0 \tag{28}$$

表式（27）は通常の $\omega_{ij\mu}$ と $e_{\kappa\mu}$ の間の関係を課する．：

$$\omega_{ij\mu}=(c_{[ij]\mu}-c_{\mu ij})/2\ \text{with}\ c_{i\mu\nu}=e_{i[\mu,\nu]}\ , \tag{29}$$

一方，(28) はガウス・コダッチ・リッチ方程式と呼ばれ，埋め込まれた曲面 y（x^{μ}）が存在するための条件である．

曲線座標 $x^M=$（x^{μ}，$x^{\underline{m}}$）を

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{y}(x^{\mu})+x^{\underline{m}}\boldsymbol{n}_{\underline{m}}(x^{\mu}) \tag{30}$$

によって定義する．(30) による $x^{\underline{m}}$ 座標が互いに交差するような遠方の領域では交差しないように適当に定義するものとする．量子論的に重要な寄与のある配位では，そのような遠方の領域での違いは指数関数的にサプレスされ無視できる．曲線座標 x^M と正規直交系での場 ϕ を次のように定義する．

$$\Phi(X^K)=U(L)V(g)\phi(x^M), \tag{31}$$

ここで $L\in O\ (p+q,\ 1)$ は $L_l^K=(\boldsymbol{n}^K)_l$ なる変換，$g\in G$ は（25）によって存在し，$L_l^k=R_l^k$ で定義される変換である．Φの導関数は次のように変換される．

$$\partial\Phi(X^K)=U(L)V(g)\boldsymbol{n}^K D_K\phi(x^M) \tag{32}$$

ただし D_K は次のように定義される．

$$D_k=(K^{-1})_k{}^l e_l{}^\mu\left\{\partial_\mu-\frac{i}{2}\omega_{ij\mu}\sigma^{ij}-i\omega_{\underline{i}\underline{j}\mu}\sigma^{\underline{i}\underline{j}}-\frac{i}{2}\omega_{\underline{i}\underline{j}\mu}(\sigma^{\underline{i}\underline{j}}+\lambda^{\underline{i}\underline{j}}+2ix^{\underline{i}}\partial^{\underline{j}})\right\},\quad D_{\underline{k}}=\partial_{\underline{k}} \tag{33}$$

ここで $K_k{}^l=\eta_k{}^l-x^{\underline{i}}\,\omega_{\underline{i}k}{}^l$ であり，σ^{ij} と λ^{ij} はそれぞれ $O\ (p+q,\ 1)$ と G の表現行列である．このとき，作用積分は次のように書かれる．

$$S=\int e\det K_k{}^l L(\{\phi\},\{D_K\phi\})\Pi dx^\mu\Pi dx^{\underline{k}} \tag{34}$$

ただし $e=\det e^k{}_\mu$ である．

4．膜世界上の重力と物質場の理論の導出

この系の量子論は次のようなグリーン関数の母関数で記述される．

$$W(J)=\int d\Phi\exp\left[iS+iJ*a(\Phi)\right], \tag{35}$$

ここで J は X^K の関数，a（Φ）はΦの関数，アステリスク"*"はコンボリューションを意味し，d Φの経路積分測度は W（0）＝1で規格化する．（25）と（31）により，$\phi=\Phi_{sol}\ (x^{\underline{k}})$ は（30）の遠方の特異領域以外では運動方程式を満たす．膜の曲率が小さければ，遠方の特異領域での違いにより生ずる誤差は指数関数的に小さい．我々はこの誤差を無視し，ϕ をソリトン Φ_{sol} のゆらぎの完全系 $\{\varphi_n\ (x^{\underline{k}})\}$ で展開する．

$$\phi(x^\mu,x^{\underline{k}})=\Phi_{\rm sol}(x^{\underline{k}})+\sum_n\xi_n(x^\mu)\varphi_n(x^{\underline{k}}), \tag{36}$$

$\xi_n\ (x^\mu)$ は x^μ に依存する適当な係数である．（35）の $W\ (J)$ の中の経路積分変数をΦ（X^M）から $\xi_n\ (x^\mu)$ に変換する．（36）はこれらの変数について線型だからヤコビアンは定数であり，経路積分の測度の規格化で吸収される．完全系 $\{\varphi_n\ (x^{\underline{k}})\}$ は膜の存在による並進不変性の破れに関するゼロモード $\varphi^{\underline{k}}_{\rm Tr0}\ (x^{\underline{k}})$ と $\varphi^{\underline{kl}}_{\rm Lz0}\ (x^{\underline{k}})$ を含む．これらは，膜の位置 $\boldsymbol{y}_\Phi\ (x^\lambda)$ の移動と正規直交系 $\boldsymbol{n}^K_\Phi\ (x^\lambda)$ の変更なので，場の配位のたしあげに際して2重算定を引き起こすことになる．我々は $\varphi^{\underline{k}}_{\rm Tr0}\ (x^{\underline{k}})$ の係数 $\xi_{\underline{k}}{}^{Tr0}\ (x^\lambda)$ と $\varphi^{\underline{kl}}_{\rm Lz0}\ (x^{\underline{k}})$ の係数 $\xi_{\underline{kl}}{}^{Lz0}\ (x^\lambda)$ が消えるように $\boldsymbol{y}_\Phi\ (x^\lambda)$ と $\boldsymbol{n}^K_\Phi\ (x^\lambda)$ を選ぶ．このような選び方は大きな寄与を持つ配位，つまり小曲率の配位ではいつもうまくいく．

次に（35）の経路積分に

$$1=\int d\boldsymbol{y}\delta(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}_\Phi)d\boldsymbol{n}_I\delta(\boldsymbol{n}_I-\boldsymbol{n}_{\Phi I}) \tag{37}$$

$$1=\int de_{k\mu}\delta(e_{k\mu}-\boldsymbol{n}_k\boldsymbol{y}_{,\mu})d\omega_{IJ\mu}\delta(\omega_{IJ\mu}-\boldsymbol{n}_I\boldsymbol{n}_{J,\mu}) \tag{38}$$

を挿入する．ここで積分とデルタ関数は x^μ と独立なテンソル要素についての積とする．$\boldsymbol{y}$ と $\boldsymbol{n}_I$ は，上の $\boldsymbol{y}_\Phi$ と $\boldsymbol{n}_{\Phi I}$ の選択をしない一般の位置と正規直交系としよう．上の選択基準から

$$\delta(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}_\Phi)=\delta(\xi^{\rm Tr0}_{\underline{k}})\delta(0)^{p+1} \tag{39}$$

$$\delta(\boldsymbol{n}_I-\boldsymbol{n}_{\Phi I})=\delta(\xi^{\rm Lz0}_{\underline{kl}})\delta(0)^{p(p+1)/2+q(q-1)/2}. \tag{40}$$

となる．δ（0）の無限大は次の定義によって正則化する．

$$\delta(z)=\lim_{\epsilon\to 0}\delta_\epsilon(z),\qquad \delta_\epsilon(z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-1/\epsilon}^{1/\epsilon}e^{ikz}dk, \tag{41}$$

今後ϵはあらわには示さないが極限は計算の最後の段階でとるものとする．正則化のローレンツ不変性は極限において回復される．

さて，補遺で証明するように，一般に，関数$f\ (x^\lambda)$と$v_\mu\ \ (x^\lambda)$に対して，公式

$$\int df\delta\ (v_\mu - f_{,\mu}) = c\delta(v_{[\mu,\nu]}) \tag{42}$$

が成り立つ．ここで積分とデルタ関数x^μと独立なテンソル要素についての積であり，cは全体にかかる定数因子である [21]．(37) と (38) の要素に (42) を適用する．

$$\int d\boldsymbol{y}\delta(e_{k\mu}-\boldsymbol{n}_k\boldsymbol{y}_{,\mu}) = c_1\delta({\omega^k}_{[\mu\nu]}+{e^k}_{[\mu,\nu]}) \tag{43}$$

$$\int d\boldsymbol{n}_I\delta(\omega_{IJ\mu}-\boldsymbol{n}_I\boldsymbol{n}_{J,\mu}) = c_2\delta(\omega_{IJ[\mu,\nu]}+\omega_{KI[\mu}{\omega^K}_{J\nu]}) \tag{44}$$

ただし，c_1とc_2は定数である．(43) と (44) を導くとき，det $[(\boldsymbol{n}_I)_J]=1$を使った．表式 (43) は通常の$\omega_{ij\mu}$と$e_{k\mu}$の間の関係 (29)，(44) はガウス・コダッチ・リッチ方程式 (28) を課する．結果を全部集めると次のようになる．

$$W(J)=\int de_{k\mu}d\omega_{\underline{i}j\mu}d\omega_{\underline{ij}\mu}\Pi_n d\xi_n\delta(\omega_{IJ[\mu,\nu]}+\omega_{KI[\mu}{\omega^K}_{J\nu]})e^{iS+iJ*a(\Phi)}, \tag{45}$$

ここで$\Pi_n d\xi_n$はゼロモードを含まず，$\omega_{ij\mu}$は (29) によって$e_{k\mu}$で表されているものとする．

さて (34) のSを (36) の$\varphi_n\ (x^{\underline{k}})$を使って展開する．$\varphi_n\ (x^{\underline{k}})$のうち，閾数以下のエネルギーの状態は膜近辺に局在する．Sの局在モードだけからなる部分を$S_{\rm loc}$と呼び，残りを$S_{\rm bulk}$と呼ぼう．$S_{\rm loc}$の$x^{\underline{k}}$積分を実行すると，膜の作用積分S_{br}が得られる．作用S_{br}はフィールバインe^μ_k，外部曲率$\omega_{\underline{k}\mu\nu}$，局在モードの係数$\xi^{loc}_n$，ゲージ$O\ (p,\ 1)\times O\ (q)$群に関する共変導関数$D_\mu\xi^{loc}_n$の汎関数である．共変導関数は，(29) の接続と法接続ゲージ場$\omega_{\underline{kl}\mu}$を使って書かれている．

次にS_{br}を$\omega_{\underline{k}\mu\nu}$，$\omega_{\underline{kl}\mu}$，$\xi^{loc}_n$，$\partial_\mu\xi^{loc}_n$を使って展開する．模型が指定されれば，各項の係数を計算できる．低エネルギーでは，低次の項が重要と思われる．ξ_nは解Φ_{sol}の小さなゆらぎなのでS_{br}の中にξ_nの1次の項はない．最低次の項は双1次の項で，ξ^{loc}_nの運動項と質量項を与える．ξ^{loc}_nを含む高次の項は相互作用項を与える．こうして膜世界上にξ^{loc}_nの場の理論が誘導される．

法接続ゲージ場$\omega_{\underline{kl}\mu}$は共変微分$D_\mu\xi^{loc}_n$を通してのみ現われ，運動項と質量項を持たない．外部曲率$\omega_{\underline{k}\mu\nu}$は，全体にかかる因子$\det {K_{\underline{k}}}^{\underline{l}}$を通しておよび，(33) の$D_k$の中に2回現われる．$\omega_{\underline{k}\mu\nu}$だけを持つ項は

$$\int e\det {K_{\underline{k}}}^{\underline{l}}L(\{\Phi_{\rm sol}\},\{\partial_{\underline{k}}\Phi_{\rm sol}\})\Pi dx^\mu\Pi dx^{\underline{k}}, \tag{46}$$

$$\det {K_{\underline{k}}}^{\underline{l}} = 1-x^{\underline{k}}{\omega_{\underline{k}\mu}}^\mu-\frac{1}{2}x^{\underline{k}}x^{\underline{l}}({\omega_{\underline{k}\mu}}^\mu{\omega_{\underline{l}\nu}}^\nu-{\omega_{\underline{k}\mu}}^\nu{\omega_{\underline{l}\nu}}^\mu)+\cdots. \tag{47}$$

に由来する．ラグランジアンの$\mathcal{L}$の空間反転不変性を仮定すれば (46) の$\det {K_{\underline{k}}}^{\underline{l}}$は簡単化されて

$$\det {K_{\underline{k}}}^{\underline{l}} = 1-\frac{1}{2q}x_{\underline{k}}x^{\underline{k}}({\omega_{\underline{l}\mu}}^\mu{\omega^{\underline{l}}}_\nu{}^\nu-{\omega_{\underline{l}\mu}}^\nu{\omega^{\underline{l}}}_\nu{}^\mu)+\cdots. \tag{48}$$

になる．(48) の第2項は$\omega_{\underline{k}\mu\nu}$の質量項を生じるが，運動項は存在しない．フィールバイン$e_{k\mu}$は共変微分$D_\mu\xi^{loc}_n$の中の接続 (29) の全体にかかる因子eを通しておよび，一般座標不変にするため色々な場所に現れる．$e_{k\mu}$が単独で現れるのは，(46) のeに比例する項（宇宙項）の中だけで，$e_{k\mu}$の運動項はあらわには存在しない．

しかし，(44) によるガウス方程式が (46) の$\omega_{\underline{k}\mu\nu}$の質量項をアインシュタイン・ヒルベルト作用積分に変え，$e_{k\mu}$が動力学的になる．しかも，ξ^{loc}_nの量子的ゆらぎが$e_{k\mu}$，$\omega_{\underline{k}\mu\nu}$，$\omega_{\underline{kl}\mu}$の運動項を生じ，これらを動力学的

にする．これらは紫外領域で発散し，通常運動量切断を仮定する．膜世界ではこのような運動量切断はむしろ自然である．というのは，膜の厚さや深さのスケールに比べて短い距離または高いエネルギーでは膜の記述それ自身が適切でなくなると思われるからである．現象論的には運動量切断はプランク質量のオーダーでなくてはならない．大きな運動量切断のため，低エネルギーでは，アインシュタイン・ヒルベルト作用積分が他の $e_{k\mu}$ の運動項(つまり R^2 項)よりずっと大きい．同じ効果は同様のスケールで宇宙項を誘導する．現象論的には，これは(46)の中の宇宙項と微調整で打ち消しあうのでなくてはならない．外部曲率 $\omega_{\underline{k}\mu\nu}$ は，保護する対称性がないのでプランク質量のオーダーの質量を獲得する．φ_n^{loc} のいずれかが $O(q)$ 対称性を破れば，対応するゲージ場 $\omega_{\underline{kl}\mu}$ が質量を得る．重力はアインシュタイン的であるが，違いは $e_{k\mu}$，$\omega_{\underline{k}\mu\nu}$，と $\omega_{\underline{kl}\mu}$ がガウス・コダッチ・リッチ方程式にも従う点にある．バルクの作用積分 $S_{\rm bulk}$ による量子ゆらぎも $e_{k\mu}$，$\omega_{\underline{k}\mu\nu}$，$\omega_{\underline{kl}\mu}$ の運動項に寄与を与えるかもしれない．しかし，それを評価するのは難しい仕事である．

結論として言えば，動力学的に生成された膜世界の上にアインシュタイン的な重力が物質場とともに誘導される．膜世界上の低エネルギーではアインシュタイン重力のすべての特徴が再現される．例えば，膜世界上の２物体間には，スピン２重力子交換による通常の重力相互作用が働く．実効理論はその起源から全面的に量子力学的方法で導かれる．このような起源に基づく研究が，膜世界についての論争に対し，答を提供することを期待する．

補遺　経路積分に関する公式

ここでは関数 $f(x^\lambda)$ と $v_\mu(x^\lambda)$ に対する一般的な経路積分公式

$$\int df\delta\left(v_\mu - f_{,\mu}\right) = c\delta(v_{[\mu,\nu]}) \tag{49}$$

を証明する．ここで c は全体にかかる定数因子である．[21] x^μ 空間を格子定数 h の $N_0 \times N_1 \times \cdots \times N_p$ の格子に離散化する．

$$\mathcal{L} = \{\hat{x} = k_0\hat{h}_0 + k_1\hat{h}_1 \cdots + k_p\hat{h}_p | k_\mu = 1, 2, \cdots, N_\mu(\mu = 0, 1, \cdots, p)\} \tag{50}$$

ここでハットはｐ＋１-次元ベクトルを意味し，$\hat{x}$ と $\hat{h}_\mu$ は $(\hat{x})^\mu = x$ と $(\hat{h}_\mu)^\nu = h\delta^\nu_\mu$ で定義される．すると，(49)の左辺は，

$$\prod_{\hat{x}\in\mathcal{L}}\left[\int df(\hat{x})\prod_{\mu=0}^{p}\delta\left(v_\mu(\hat{x}) - \frac{f(\hat{x}) - f(\hat{x}-\hat{h}_\mu)}{h}\right)\right] \tag{51}$$

の $h\to 0$ の極限になる．(51) の中の $\mu=0$ のデルタ関数を

$$h\delta\left(hv_0(\hat{x}) - f(\hat{x}) + f(\hat{x}-\hat{h}_0)\right). \tag{52}$$

と書き換える．$v_\mu(\hat{x}-\hat{h}_0)$，$v_0(\hat{x})$，$v_\mu(\hat{x}-\hat{h}_0)$ のデルタ関数からの表式を使って，$\mu = 1, 2, \cdots, p$ のデルタ関数を

$$\delta\left(v_\mu(\hat{x}) - v_\mu(\hat{x}-\hat{h}_0) - v_0(\hat{x}) + v_0(\hat{x}-\hat{h}_\mu)\right) \tag{53}$$

のように書き換える．(53) の x_μ の入れ替えに対する対称性を回復するため，$0 < \mu < \nu \leq p$ に対し次の因子をかける．

$$\delta\left(v_\mu(\hat{x}) - v_\mu(\hat{x}-\hat{h}_\nu) - v_\nu(\hat{x}) + v_\nu(\hat{x}-\hat{h}_\mu)\right) = \delta(0) \tag{54}$$

$\hat{x}$ での (54) は $\hat{x}$ での (53) と $\hat{x}-\hat{h}_\nu$ $(0 \leq \nu \leq p)$ での (53)，(54) を用いて無限大の定数 $\delta(0)$ に等しいことが示される．ただし，$x^\nu = 0$ の境界では (53)，(54) の中身が０という境界条件を課しておくものとする．(52) − (54) を使って，(51) を

$$\prod_{\hat{x}\in\mathcal{L}}\left[\frac{1}{h^{p(p+1)/2-1}\delta(0)^{p(p-1)/2}}\int df(\hat{x})\delta\left(hv_0(\hat{x})-f(\hat{x})+f(\hat{x}-\hat{h}_0)\right)\right.$$
$$\left.\prod_{\mu<\nu}\delta\left(\frac{v_\mu(\hat{x})-v_\mu(\hat{x}-\hat{h}_\nu)}{h}-\frac{v_\nu(\hat{x})-v_\nu(\hat{x}-\hat{h}_\mu)}{h}\right)\right] \tag{55}$$

のように書き直す．各$\hat{x}$について，$f(\hat{x})$ の経路積分を順次実行し，$h\to 0$の極限をとり，$c=h^{p(p+1)/2-1}\delta(0)^{p(p-1)/2}$ とすると（49）の左辺が得られる．証明終

参考文献

[1] E. Kasner, American J. of Math. 43, 126 (1921) ; *ibid.* 43, 130 (1921) ; M. Janet, Ann. de la Soc. Polonaise Math. 5, 38 (1926) ; E. Cartan, Ann. de la Soc. Polonaise Math. 6, 1 (1927).

[2] Th. Kaluza, Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademite der Wissenschaften zu Berlin p.966 (1921).

[3] Osker Klein, Zeitschrift *für* Physik 37, 895 (1926).

[4] A. Einstein and P. Bergmann, Ann. Math. 39, 683 (1938).

[5] C. Fronsdal, Nuovo Cim. 13, 5 (1959).

[6] D. W. Joseph, Phys. Rev. 126, 319 (1962).

[7] T. Regge and C. Teitelboim, in *Marcel Grossman Meeting on Relativity, 1975* (North Holland, 1977) 77.

[8] K. Akama, Lect. Notes in Phys. 176, 267 (1983) ; K. Akama, Prog. Theor. Phys. 78, 184 (1987) ; 79, 1299 (1988) ; 80, 935 (1988).

[9] V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B125, 136 (1983).

[10] M. Visser, Phys. Lett. B159, 22 (1985).

[11] J. Polchinski, Phys. Rev. Lett. 75, 4724-4727 (1995).

[12] P. Horava and E. Witten, Nucl. Phys. B460, 506-524 (1996) ; Nucl. Phys. B475, 94-114 (1996).

[13] N. arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. Dvali, Phys. Lett. B429, 263-272, (1998) ; Phys. Rev. D59, 086004, (1999) ; I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. Dvali, Phys. Lett. B436 (1998) 257-263.

[14] L. Randall, R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83, 3370-3373 (1999) ; 4690-4693 (1999).

[15] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122 (1961) 345.

[16] J. D. Bjorken, Ann. Phys. 24 (1963) 174 ; T. Eguchi, Phys. Rev. D 14, 2755 (1976) ; H. Terazawa, Y. Chikashige and K. Akama, Phys. Rev. D15, 480 (1977) ; T. Saito and K. Shigemoto Prog. Theor. Phys. 57, 242 (1977). K. I. Shizuya, Phys. Rev. D 21, 2327 (1980).

[17] A. D. Sakharov, Dokl. Akad. Nauk SSSR 177, 70 (1967) [Sov. Phys. Dokl. 12, 1040 (1968)] . K. Akama, Y. Chikashige and T. Matsuki, Prog. Theor. Phys. 59, 653 (1978) ; K. Akama, Y. Chikashige, T. Matsuki and H. Terazawa, Prog. Theor. Phys. 60, 868 (1978) ; K. Akama, Prog. Theor. Phys. 60, 1900 (1978). A. Zee, Phys. Rev. Lett. 42, 417 (1979) ; S. L. Adler, Phys. Rev. Lett. 44, 1567 (1980).

[18] B. Jouvet, Nuovo Cim. 5 (1956) 1133 ; M. T. Vaughn, R. Aaron and R. D. Amado, Phys. Rev. 124 (1961) 1258 ; A. Salam, Nuovo Cim. 25 (1962) 224 ; S. Weinberg, Phys. Rev. 130 (1963) 776 ; D. Lurei and A. J. Macfarlane, Phys. Rev. 136 (1964) B816 ; T. Dguchi, Phys. Rev. D14 (1796) 2755 ; D17 (1978) 611 ; D. Campbell, F. Cooper, G. S. Guralnik and N. Snyderman, Phys. Rev. D19 (1979) 549 ; K. I. Shizuya, Phys. Rev. D21 (1980) 2327 ; R. W. Haymaker and F. Cooper, Phys. Rev. D19 (1979) 562 ; K. Akama, Phys. Rev. Lett. 76, 184 (1996).

[19] Y. Nambu, Lectures for the Copenhagen Summer Symp. 1970, unpublished ; T. Goto, Theor. Phys. 46, 1560 (1971).

[20] 例えば，G. Dvali, G. Gabadadze, and M. Porrati, Phys. Lett. B485, 208 (2000)；G. Dvali and G. Gabadadze, Phys. Rev. D 63, 065007 (2001)；E. Ponton and E. Poppitz, JHEP 0106, 019 (2001)；C. Charmousis, R. Emparan and R. Gregory, JHEP 0105, 026 (2001)；M. Ito, Phys. Lett. B554, 180 (2003)；K. Maeda, S. Mizuno, and T. Torii, gr-qc/0303039 (2003).

[21] 大文字の添え字は$0, 1, \cdots, p+q$, 下線なしの（下線付きの）小文字は$0, 1, \cdots, p$ ($p+1, \cdots, p+q$) を表す．$F_{,\mu}$のようなコンマつきの添え字は微分$\partial_\mu F$を表す．ギリシャ（ラテン）の添え字は一般座標（局所ローレンツ）の指標を示す．添え字は膜世界上の計量テンソルで通常のように上げ下げされ，フィールバインで一般座標指標から局所ローレンツ指標にまたは逆に変換される．左角括弧付の添え字と右角括弧付の添え字は反対称化する．