Bestellmengenplanung im zeitlich offenen Entscheidungsfeld

Armin Scholl und Lutz Häselbarth

16/2003

**Arbeits- und Diskussionspapiere
der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Friedrich-Schiller-Universität Jena**

ISSN 1611-1311

Herausgeber:

Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
Friedrich-Schiller-Universität Jena
Carl-Zeiß-Str. 3, 07743 Jena

www.wiwi.uni-jena.de

Schriftleitung:

Prof. Dr. Hans-Walter Lorenz
h.w.lorenz@wiwi.uni-jena.de

Prof. Dr. Armin Scholl
a.scholl@wiwi.uni-jena.de

Bestellmengenplanung im zeitlich offenen Entscheidungsfeld

Armin Scholl

Friedrich-Schiller-Universität Jena, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften,
Carl-Zeiß-Straße 3, D-07743 Jena, A.Scholl@wiwi.uni-jena.de

Lutz Häselbarth

Friedrich-Schiller-Universität Jena, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften,
Carl-Zeiß-Straße 3, D-07743 Jena, L.Haeselbarth@wiwi.uni-jena.de

Zusammenfassung:

In dieser Fallstudie werden Konzepte der Planung in zeitlich offenen Entscheidungsfeldern (vgl. *Scholl/Klein/Häselbarth,* 2003) an einem betriebswirtschaftlichen Standardproblem aus der Beschaffungslogistik, dem dynamischen Bestellmengenproblem von Wagner und Whitin (WWP), exemplarisch erläutert. Dabei dient eine praxisnahe Fallkonstruktion, die das WWP um variable Einstandspreise und Haltbarkeitsrestriktionen erweitert, einer anschaulicheren Darstellung.

Nach einer Beschreibung der Ausgangssituation des Falls mit der Angabe der im Zeitablauf bekannt werdenden Daten, werden die zwei am häufigsten angewendeten Ansätze zur Planung in zeitlich offenen Entscheidungsfeldern, die Anschlussplanung und die rollierende Planung, angewendet und analysiert. Durch eine Variation der Planungsparameter, die zu Ergebnisveränderungen führt, wird zudem auf die Bedeutung der konkreten Ausgestaltung des verwendeten Planungskonzeptes hingewiesen. Deutlich wird außerdem, dass die Anwendung so genannter Entscheidungshorizont-Theoreme zur Schließung des zeitlich offenen Entscheidungsfeldes Schwierigkeiten in der praktischen Anwendung bereitet. Im Gegensatz dazu zeigt sich jedoch, dass die geeignete Einbeziehung zuvor „zerteilter" zeitlicher Interdependenzen durch eine Vorausschau über den Planungshorizont hinaus zu verbesserten Resultaten führen kann. Zum Schluss werden in einer ex-post-Analyse unter Einsatz einer Totalplanung Vor- und Nachteile der Konzepte gegenübergestellt.

Schlüsselworte:

Bestellmengenplanung – Fallstudie – zeitlich offenes Entscheidungsfeld – rollierende Planung – Totalplanung – Anschlussplanung

1. Gegenstand

Wie in *Häselbarth/Scholl* (2003) betrachten wir das Unternehmen Feinkost-Hummel. Diesmal geht es darum, eine **kostenminimale Bestellpolitik** für die Beschaffung der exklusiven Kaviarsorte „Belugagold“ zu ermitteln. Da der in den klassischen 1,8 kg-Dosen gelieferte Kaviar nur leicht gesalzen und nicht pasteurisiert ist, muss er bei – 2° C gelagert und nach spätestens 6 Wochen verbraucht werden (vgl. *Massholder,* 2003).

Um bei dieser teuren Delikatesse höhere Planungssicherheit zu erhalten, hat Hummel mit seinen Filialen vereinbart, dass diese jeweils den Bedarf der nächsten P=4 Wochen (**Prognosereichweite**) bei der Zentrale anmelden. In Woche p sind also die **Bedarfe** b_t (in Dosen; vgl. Tab. 1) der Wochen t = p+1,...,p+4 bekannt. Da die Lagerung nur im Zentrallager optimal möglich ist, werden die Filialen wöchentlich beliefert.

t	1	2	3	4	5	6	7	8
b_t	190	230	300	340	280	150	200	210
a_t	5	10	9	11	15	12	14	13
f_t	600	580	650	650	790	800	580	600
c_t	4	2	3	2	4	2	3	(2)

Tab. 1: Übersicht der Daten

Außerdem hat Hummel mit dem russischen Lieferanten Stoeronkowski ausgehandelt, dass dieser die **Einkaufspreise** sowie Lieferkonditionen ebenfalls immer für die nächsten P=4 Wochen im Voraus verbindlich bekannt gibt. Da ein mindestens zu zahlender Grundpreis von 83 € pro Dose vereinbart ist, soll nur der wochenbezogene **Preisaufschlag** a_t in die Planung eingehen. Bei einem deterministischen Gesamtbedarf von 1.900 Dosen (vgl. Tab. 1) führt der Grundpreis zu entscheidungsirrelevanten **fixen Anschaffungskosten** in Höhe von 157.700 €, denen bei einem aus Prestigegründen festen Absatzpreis von exakt 100 € pro Dose **fixe Erlöse** in Höhe von 190.000 € gegenüberstehen. Es ergibt sich ein **fixer Nettoerlös** von insgesamt 32.300 €.

Bestellungen sind in der Woche vor der Lieferung, die stets montags früh erfolgt, aufzugeben. Die Wochenbedarfe der Filialen werden ebenfalls montags früh – direkt nach Eingang der frischen Waren oder aus dem Zentrallager – versandt.

Jede Bestellung (in einer Periode t–1) und die zugehörige Lieferung in Woche t verursachen **fixe Bestellkosten** f_t, die vor allem durch die in t gültigen Lieferkonditionen sowie organisatorische Bedingungen in Hummels Lager bestimmt werden. Die Lagerung des Kaviars im Zentrallager während einer bestimmten Woche t verursacht variable **Lagerhaltungskosten** c_t (in € pro Dose), die für den **gesamten Planungszeitraum** mit T_{ges} = 8 Wochen im Voraus bekannt sind und u.a. von der Lagerauslastung, der Liquiditätslage und den Außentemperaturen beeinflusst werden. Aufgrund der oben beschriebenen Haltbarkeitsbeschränkung beachtet Hummel eine **maximale Lagerdauer** von H=4 Wochen.

Aufgrund der eingangs beschriebenen **Informationsdynamik** (sukzessives Bekanntwerden der Daten) handelt es sich um ein **zeitlich offenes Entscheidungsfeld** und Hummel ist diesmal nicht in der Lage, die kostenminimale Bestellpolitik in einem einzigen **Planungsschritt** zu ermitteln (zu diesen und den im folgenden verwendeten Begriffen vgl. *Scholl/Klein/Häselbarth*, 2003, Abschnitt 2). Stattdessen kann er in jedem Planungsschritt (in einer bestimmten Woche p) nur die **Bestellmengen** q_{pt} für die Wochen t des **Planungshorizonts** [p+1, p+T] bei einer **Planreichweite** $T \leq P = 4$ festlegen. Der erste Planungsschritt erfolgt in Periode 0; es wird eine Bestellpolitik $\mathbf{q_0} = (q_{01}, q_{02}, q_{03}, q_{04})$ ermittelt. Wann der nächste Planungsschritt vorgenommen wird, hängt vom verwendeten Planungskonzept ab. In jedem Planungsschritt ergibt sich eine Ausprägung (Instanz) des um Einkaufspreise und maximale Lagerdauern erweiterten **Wagner-Whitin-Problems** (**WWP**; zu diesem Problem sowie seiner Modellierung und Lösung vgl. *Häselbarth/Scholl*, 2003). Wegen der auf 4 Wochen beschränkten Planreichweite und der Vorgabe eines Lagerbestands von 0 am Ende jedes Planungshorizonts spielt die auf H=4 Wochen eingeschränkte Lagerdauer keine Rolle. Außerdem ist genügend Lagerkapazität vorhanden und bei sachgerechter Lagerung kein Verderben von Ware zu befürchten.

2. Anschlussplanung

Das derzeitige Planungskonzepts Hummels ist eine **Anschlussplanung** mit Planreichweite T = 4, d.h. der **Planabstand** beträgt D = 4 Wochen (vgl. *Scholl/Klein/Häselbarth*, 2003, Abschnitt 2.2). Es werden im betrachteten Fall also zwei Planungsschritte in p = 0 und p = 4 vorgenommen, d.h. zwei (Teil-) Politiken $\mathbf{q_0} = (q_{01}, q_{02}, q_{03}, q_{04})$ und $\mathbf{q_4} = (q_{45}, q_{46}, q_{47}, q_{48})$ ermittelt, die jeweils ohne Änderungen ausgeführt werden. Die Gesamtpolitik ergibt sich durch reines „Aneinanderhängen“ der Teilpolitiken zu $\mathbf{q} = (q_{01}, \dots, q_{48})$. Am Ende jedes Planungshorizonts (d.h. am Ende der Wochen 4 und 8) soll das Lager leer sein.

Im ersten Planungsschritt (p=0) erhält Hummel die in Abb. 1 in Form eines (Wagner-Whitin-) Graphen dargestellte Instanz des Bestellmengenproblems. Die Knoten 1,...,4 stellen die Wochen t=p+1,...p+4 dar, der Knoten 5 eine fiktive Abschlussperiode. Jeder Pfeil (t,τ+1) repräsentiert eine Bestellmenge $q_t = B_t^\tau$, wobei $B_t^\tau = \sum_{i=t}^{\tau} b_i$ den kumulierten Bedarf der Perioden t bis τ bezeichnet. Als Pfeilbewertungen dienen die von einer solchen Bestellung verursachten Bestell-, Anschaffungs- und Lagerhaltungskosten (vgl. *Häselbarth/Scholl*, 2003, Abschnitt 3):

$$k_{t,\tau+1} = f_t + a_t \cdot B_t^\tau + \sum_{i=t}^{\tau-1} c_i \cdot B_{i+1}^\tau \qquad (1)$$

Bei der Berechnung der Lagerhaltungskosten ist zu berücksichtigen, dass die Bedarfe der Perioden t+1 bis τ in Periode t eingelagert werden, während der Bedarf für t selbst direkt vor

Einlagerung verbraucht wird. In jeder Periode i lagert demnach der kumulierte Bedarf B^{τ}_{i+1} der von der Bestellung erfassten Folgeperioden.

Als optimale Teilpolitik ergibt sich mit dem in *Häselbarth/Scholl* (2003, Abschnitt 3) beschriebenen Kürzeste-Wege-Verfahren: $\mathbf{q_0}$ = (420, 0, 640, 0) mit Kosten von 11.050 €. Diese Teilpolitik entspricht dem in Abb. 1 hervorgehobenen Weg, der die geringste Summe der Kostenbewertungen aufweist und bei einer Planreichweite T = 4 auch durch „scharfes Hinsehen" ermittelbar ist. Hummel wird also in Woche 1 und 3 beliefert, d.h. die **Bestellreichweite** beträgt jeweils 2 Wochen.

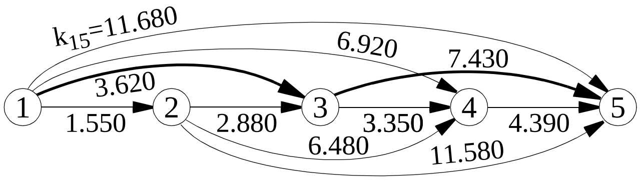

Abb. 1: Anschlussplanung – Schritt 1

Frage 1: Welche optimale Teilpolitik ergibt sich im zweiten Planungsschritt? Wie lautet also die Gesamtpolitik nach Hummels bisherigem Planungskonzept und wie hoch ist sein Gewinn?

Antwort zu Frage 1: Das in Planungsschritt 2 entstehende Entscheidungsproblem ist in Abb. 2 verdeutlicht. Als optimale Teilpolitik ergibt sich $\mathbf{q_4}$ = (280, 350, 0, 210) mit Kosten von 13.720 €. Die Gesamtpolitik Hummels ist $\mathbf{q}$ = (420, 0, 640, 0, 280, 350, 0, 210) mit Kosten von 11.050 + 13.720 = 24.770 €. Subtrahieren wir letztere vom fixen Nettoerlös in Höhe von 32.300 € (vgl. Abschnitt 1), so verbleibt ein Gewinn von 7.530 €.

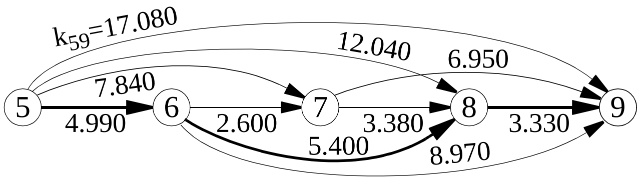

Abb. 2: Anschlussplanung - Schritt 2

3. Rollierende Planung

Als Alternative zur Anschlussplanung wird Hummel von einem Unternehmensberater die **rollierende Planung** vorgeschlagen (vgl. *Scholl/Klein/Häselbarth*, 2003, Abschnitt 2.3). Dabei soll die Planreichweite T = 4 beibehalten und zunächst der Planabstand D = 2 gewählt werden, d.h. Planungsschritte sind in p = 0, 2 und 4 (jeweils für den Horizont [p+1,p+4]) auszuführen. Aufgrund der angenommenen Sicherheit der Daten innerhalb des jeweiligen Planungshorizonts ist ein weiterer Planungsschritt in Periode 6 überflüssig.

Planungsschritt 1 entspricht demjenigen bei Anschlussplanung, es ergibt sich also wiederum die Teilpolitik $\mathbf{q_0}$ = (420, 0, 640, 0). Jedoch sind nur die Entscheidungen für die ersten beiden Perioden unverändert auszuführen, d.h. es wird die Bestellung q_{01}=420 realisiert.

Im Planungsschritt 2, der in p=2 vorgenommen wird, ergibt sich der in Abb. 3 dargestellte Graph. Die optimale Teilpolitik ist $\mathbf{q_2}$ = (300, 770, 0, 0) mit Kosten von 13.930 €; endgültig werden die Bestellungen q_{23} = 300 und q_{24} = 770 aufgegeben.

Dadurch entsteht im Planungsschritt 3 (in p=4) der Tatbestand, dass in den Perioden 5 und 6 kein Restbedarf vorhanden ist (gedeckt durch q_{24}). Da außerdem eine Vorverlagerung der Bestellung von b_7 und b_8 in die Perioden 5 oder 6 kostenmäßig nicht attraktiv ist (vgl. die Argumentation in Abschnitt 5 sowie *Schenk,* 1991, S. 27), reduziert sich das Teilproblem auf die Betrachtung der Perioden 7 und 8 (vgl. Abb. 4). Die optimale Teilpolitik ist $\mathbf{q_4}$ = (0, 0, 200, 210) mit Kosten von 6.710 €.

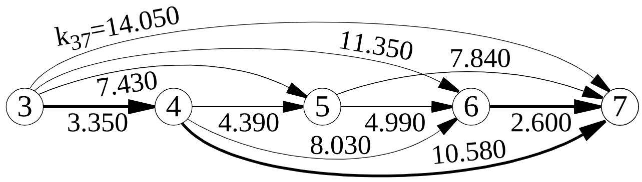

Abb. 3: Rollierende Planung (D=2) - Schritt 2

Als Gesamtpolitik erhält Hummel $\mathbf{q}$ = (420, 0, 300, 770, 0, 0, 200, 210) mit Gesamtkosten von 24.260 €. Zu beachten ist, dass letztere sich nicht als Summe der Kosten der Teilpolitiken ergeben, da diese einander zeitlich überlappen. Subtrahieren wir die Gesamtkosten vom fixen Nettoerlös von 32.300 €, so verbleibt mit 8.040 € ein höherer Gewinn als bei Anschlussplanung.

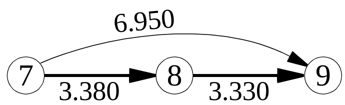

Abb. 4: Rollierende Planung (D=2) - Schritt 3

Tab. 2 stellt den Ablauf der rollierenden Planung noch einmal zusammen, wobei die Bestellmengen im aktuellen Planungshorizont hellgrau und die endgültigen Entscheidungen dunkelgrau hervorgehoben sind. Für jenseits der Planreichweite liegende Perioden gibt es noch keine vorläufigen Bestellmengen (mit "?" markiert). Bei Betrachtung des Planungsverlaufs fällt auf, dass die Bestellentscheidungen q_{03} und q_{04} durch q_{23} und q_{24} revidiert werden, während eine Anpassung für die Perioden 5 und 6 überhaupt nicht mehr möglich ist. Dadurch ist die Planungsnervosität relativ gering.

q_{pt}	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8
p=0	420	0	640	0	?	?	?	?
p=2	420	0	300	770	0	0	?	?
p=4	420	0	300	770	0	0	200	210

Tab. 2: Ablauf der rollierenden Planung mit D=2

4. Veränderung des Planabstandes

Durch Verringerung des Planabstandes werden endgültige Bestellentscheidungen mit geringerem zeitlichen Vorlauf getroffen, es können also zusätzliche Informationen genutzt werden. Dadurch ist eine Verbesserung des Planungsergebnisses zu erwarten.

Frage 2: Welcher Planungsverlauf und welche Gesamtpolitik ergeben sich bei einer Planrevision in jeder Periode, d.h. bei Wahl des Planabstandes D=1? Wie ist dies zu beurteilen?

Antwort zu Frage 2: Den Planungsverlauf für D=1 zeigt Tab. 3; dabei werden sowohl die Kosten der Teilpolitiken als auch die kumulierten Gesamtkosten am Ende der Planungsschritte angegeben. Der jeweilige Wagner-Whitin-Graph ist analog zu obiger Vorgehensweise leicht zu erzeugen, die kürzesten Wege sind mit einiger Übung leicht erkennbar. Dabei entsteht aufgrund derselben Überlegungen wie in Abschnitt 3 bei p=1 bzw. p=4 für die jeweils erste Periode des Planungshorizonts (t=2 bzw. t=5) aufgrund des zur Deckung des aktuellen Bedarfs ausreichenden Lagerbestands kein Entscheidungsbedarf. Die ermittelte Gesamtpolitik ist **q** = (420, 0, 300, 620, 0, 350, 0, 210) mit Gesamtkosten von 23.730 € und einem Gewinn von 8.570 €, der deutlich höher als bei den bisherigen Planungsrechnungen ist.

Der Gewinnanstieg wird mit dem Aufwand zusätzlicher Planungsschritte und einer gegenüber D=2 erhöhten Planungsnervosität erkauft. Die für t=3 und t=4 vorgesehenen Entscheidungen werden zweimalig modifiziert, diejenige für t=6 wird einmal verändert. Um zu einer Gesamtbeurteilung der verschiedenen Politiken zu kommen, sind neben deren unmittelbaren Kosten also auch der Planungsaufwand und die Planungsnervosität zu berücksichtigen (vgl. Abschnitt 7).

q_{pt}	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8
p=0	420	0	640	0	?	?	?	?
p=1	420	0	920	0	0	?	?	?
p=2	420	0	300	770	0	0	?	?
p=3	420	0	300	620	0	350	0	?
p=4	420	0	300	620	0	350	0	210

Tab. 3: Ablauf der rollierenden Planung mit D=1

5. Planreichweite und Entscheidungshorizonte

Bei der Planung in zeitlich offenen Entscheidungsfeldern ist es wichtig, die Planreichweite so zu wählen, dass die getroffenen Entscheidungen unabhängig von der unberücksichtigten weiteren Entwicklung günstig sind. Kann man sogar nachweisen, dass die entsprechende Teilpolitik unabhängig von der Datenentwicklung Bestandteil einer optimalen Gesamtpolitik ist, so spricht man von einem **Entscheidungshorizont** (vgl. *Schenk*, 1991, S. 10 f.).

Wir beschreiben eine einfache Möglichkeit zur Bestimmung von Entscheidungshorizonten für das WWP (in der Grundversion ohne dynamische Preise und ohne Haltbarkeitsbeschränkungen), die auf dem sogenannten **Entscheidungshorizont-Theorem** von *Wagner/Whitin* (1958) beruht (vgl. *Domschke/Scholl/Voß*, 1997, S. 126, sowie *Schenk,* 1991, S. 28 ff., die auch weitergehende Ansätze beschreibt):

Die Suche nach einem Entscheidungshorizont für einen Planungsschritt in p erfolgt durch probeweise, sukzessive Ausweitung der Planreichweite T um jeweils 1 Periode (beginnend bei T=1) und Lösung der entsprechenden Teilprobleme. Sobald die zugehörige optimale

Teilpolitik gegenüber der vorhergehenden (bei Reichweite T–1) lediglich eine zusätzliche Bestellung in der zuletzt hinzugekommenen Periode p+T vorsieht und alle Bestellmengen in [p+1,p+T–1] unverändert sind, ist die Periode e(p) = p+T–1 als Entscheidungshorizont identifiziert. Dies bedeutet, dass die optimale Teilpolitik $\mathbf{q_p} = (q_{p,p+1}, ..., q_{p,e(p)})$ unabhängig von der weiteren Datenentwicklung jenseits von Periode e(p)+1 Bestandteil mindestens einer optimalen Gesamtpolitik ist und somit die Planreichweite T*(p) = T–1 für den Planungsschritt in p ausreicht.

Lässt sich für jede Planungsperiode p ein solcher Entscheidungshorizont innerhalb der gegebenen Prognosereichweite P finden, d.h. wenn stets T*(p) < P gilt, so ist sichergestellt, dass die optimale Gesamtpolitik im Rahmen einer Anschlussplanung (oder rollierenden Planung) gefunden wird. Dazu wird in jedem Planungsschritt in einer Periode p die Planreichweite T*(p) verwendet; der nächste Planungsschritt erfolgt jeweils in p+T*(p). Lassen sich entsprechende Entscheidungshorizonte nicht finden, so kann trotz optimaler Lösung von Teilproblemen eine suboptimale Gesamtpolitik die Folge sein.

Die Ermittlung eines Entscheidungshorizonts erfordert das Lösen einer Folge von Teilproblemen mit wachsender Reichweite. Daher ist die Anwendung evtl. vorhandener theoretischer Zusammenhänge von der Komplexität dieser Teilprobleme bzw. Probleminstanzen abhängig. Da das WWP effizient lösbar ist, bereitet das Auffinden möglicher Entscheidungshorizonte keine Schwierigkeiten. In vielen Fällen scheitert die Ermittlung jedoch an dem damit verbundenen Aufwand und dem gleichzeitigen Fehlen entsprechender theoretischer Erkenntnisse (vgl. *Scholl/Klein/Häselbarth.*, 2003, Abschnitt 3.1).

Frage 3: Kann Hummel bei der für ihn verfügbaren Prognosereichweite P=4 garantiert eine optimale Gesamtlösung ermitteln? Wenn ja, welcher Entscheidungshorizont findet sich für den ersten Planungsschritt? Wenn nein, bei welcher Prognosereichweite ließe sich ein Entscheidungshorizont identifizieren? Bei diesen Überlegungen sollen die bei Hummel gegenüber dem WWP vorliegenden Problemerweiterungen (dynamische Preise und Haltbarkeitsbeschränkungen) zunächst außer Acht gelassen werden! Anschließend ist zu prüfen, ob durch ihre Berücksichtigung andere Erkenntnisse entstehen!

Antwort zu Frage 3: Betrachtet man den ersten Planungsschritt in p=0, so ergeben sich bei sukzessiver Erhöhung der Reichweite T die in Tab. 4 angegebenen optimalen Teilpolitiken, die wiederum mit dem zuvor skizzierten und in *Häselbarth/Scholl* (2003, Abschnitt 3) ausführlich beschriebenen Kürzeste-Wege-Ansatz ermittelbar sind. Ein Entscheidungshorizont findet sich, sobald die neu hinzugekommene Periode (grau markiert) Bestellperiode wird. Leider ist dies erst bei T=8 der Fall, d.h. es gilt T*(0) = 7 und der (früheste) Entscheidungshorizont ist e(0) = 7. Somit kann man nicht sicher sein, eine gesamtoptimale Politik zu finden, solange die Prognosereichweite nicht auf P = 8 ausgeweitet werden kann. Damit wäre allerdings das Gesamtproblem in einem einzigen Schritt optimal lösbar (vgl. Abschnitt 7).

q_{0t}	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8
T=1	190	–	–	–	–	–	–	–
T=2	420	0	–	–	–	–	–	–
T=3	720	0	0	–	–	–	–	–
T=4	420	0	640	0	–	–	–	–
T=5	720	0	0	620	0	–	–	–
T=6	720	0	0	770	0	0	–	–
T=7	720	0	0	620	0	350	0	–
T=8	720	0	0	620	0	350	0	210

Tab. 4: Optimale Teilpolitiken (in t=0) bei wachsender Reichweite T

Die Erweiterung des WWP um **zeitabhängige Einstandspreise** kann dazu führen, dass die für das WWP ermittelten Entscheidungshorizonte nicht mehr gelten (vgl. *Schenk,* 1991, S. 38 ff.). Wenn die Preise im Zeitablauf ansteigen, kann es sich nämlich lohnen, zukünftige Bestellmengen grundsätzlich vorzuverlagern. Allgemein führt die Erweiterung einer vorgesehenen Bestellung in Periode t um den Bedarf für Periode τ zu einer Gesamtkostensenkung, wenn die **Spekulationsbedingung** $a_\tau - a_t > \sum_{i=t}^{\tau-1} c_i$ gilt (vgl. den allgemeineren Fall in *Häselbarth/Scholl*, 2003, Abschnitt 2). Die Bedingung besagt, dass die durch Vorverlagerung pro Dose erzielbare Preisersparnis die zusätzlichen Lagerkosten (Lagerung in den Perioden t,...,τ–1) übersteigt.

Wenn im Extremfall die Spekulationsbedingung für alle $p+1 \le t < \tau \le p+P$ gilt, so existieren für die Prognosereichweite P überhaupt keine Entscheidungshorizonte, da der Bedarf jeder hinzukommenden Periode in der ersten Periode p+1 mitbestellt wird.

Gilt für einen mit Hilfe des Entscheidungshorizont-Theorems von Wagner und Whitin ermittelten Entscheidungshorizont e(p) jedoch die Spekulationsbedingung für kein Paar (t, τ) von Perioden mit τ = e(p)+1 und $p+1 \le t < \tau$, so ist e(p) auch im erweiterten Problem ein Entscheidungshorizont (vgl. *Eppen/Gould/Pashigian,* 1969, sowie *Schenk,* 1991, S. 40 ff.). In diesem Fall ergäbe sich für keine zukünftige Periode i ≥ τ – unabhängig von ihren ggf. noch unbekannten Daten – ein Spekulationsvorteil, wenn der Bedarf b_i bei der letzten Bestellung innerhalb des aktuellen Planungshorizonts mitbestellt würde.

Die **maximale Lagerdauer** H, die sich auch als periodenabhängig **beschränkte Lagerkapazität** auffassen lässt (in Periode t darf maximal die kumulierte Bedarfsmenge B_{t+1}^{t+H} der nächsten H Perioden lagern), führt zu keiner weiteren Einschränkung der Gültigkeit von Entscheidungshorizonten (vgl. *Schenk,* 1991, S. 129 f.).

Bei Hummel gilt die Spekulationsbedingung nur für die Periodenpaare (1,2), (3,5) und (4,5). Da der einzige Entscheidungshorizont in Periode e(0) = 7 gefunden wird, wäre Periode 7 (bei $P \geq 8$) auch für Hummels Problem ein gültiger Entscheidungshorizont.

6. Vorausschau über den Horizont

Aufgrund der begrenzten Planreichweite werden zeitliche Interdependenzen des Problems nicht ausreichend berücksichtigt. Dadurch besteht die Gefahr einer Fehlbewertung von Entscheidungen v.a. in den letzten Perioden des Planungshorizonts (vgl. *Scholl/Klein/Häselbarth,* 2003, Abschnitt 4.2).

Im Fall des WWP erscheinen Bestellungen in den letzten Perioden t = p+T, p+T–1, ... unrentabel, da hohen Fixkosten f_t wegen der Leerung des Lagers in Periode p+T nur verhältnismäßig kleine Bestellmengen $q_t \leq B_t^{p+T}$ gegenüberstehen. Jedoch kann sich bei Verschiebung des Planungshorizonts eine Bestellung in t durchaus als rentabel erweisen, wenn die Fixkosten in späteren Perioden hoch und/oder die Lagerhaltungskosten gering sind.

Bei Anschlussplanung (Abschnitt 2) lässt sich eine entsprechende Änderung der Bestellperioden und -mengen nicht mehr vornehmen, bei rollierender Planung (Abschnitt 3) ist dies nur eingeschränkt möglich. So erweist es sich in Simulationsuntersuchungen einer rollierenden Bestellmengenplanung häufig als günstiger, die jeweils entstehenden WWP-Instanzen mit Hilfe von Heuristiken als mittels exakter Verfahren zu lösen (vgl. *Zoller/Robrade,* 1987, sowie *Stadtler,* 2000).

Eine Möglichkeit zur Überwindung dieses widersinnigen Sachverhaltes ist die Vorgabe positiver **Lagerbestände** am **Ende** des aktuellen Planungshorizonts. Dies ist jedoch vielfach sehr schwierig, da sowohl zu geringe als auch zu hohe Bestände unnötige Lagerkosten verursachen. Der erste Fall ergibt sich, wenn trotz des verfügbaren Lagerendbestandes in der darauf folgenden Periode p+T+1 erneut bestellt werden muss. Der zweite tritt ein, wenn die verursachten Lagerkosten höher als die fixen Bestellkosten f_{p+T+1} sind. Die geschilderten Nachteile können durch ansteigende bzw. fallende Preise zusätzlich verschärft werden.

Eine zweite Möglichkeit ist die **„Vorausschau über den Horizont"**. Die im Folgenden dargestellte Vorgehensweise ist eine vereinfachte Version des Verfahrens von *Stadtler* (2000) für das WWP. Sie besteht im Wesentlichen darin, dass eine auf wenige Perioden beschränkte Vorausschau über den aktuellen Planungshorizont hinaus vorgenommen wird. Für die betreffenden Perioden werden keine Entscheidungen getroffen, sie dienen lediglich zur möglichst sinnvollen Verrechung der mit einer Bestellung verbundenen Kosten auf die „begünstigten“ Perioden.

Um eine Vorausschau sinnvoll vornehmen zu können, muss es möglich sein, brauchbare Schätzungen der Problemdaten jenseits der eigentlichen Prognosereichweite P zu erstellen. Ist diese Voraussetzung grundsätzlich gegeben, so lässt sich das **Verfahren von Stadtler** in den folgenden drei Schritten – sowohl bei Anschluss- als auch rollierender Planung – anwenden:

Schritt 1: Erweiterung des Planungshorizonts und Prognose

Der Planungshorizont wird um hinreichend viele Perioden k = p+T+1, p+T+2, ... künstlich erweitert. Die Anzahl der zusätzlichen Perioden ergibt sich z.B. aufgrund der maximalen bisher beobachteten Bestellreichweite (oder durch sukzessive Ausweitung entsprechend der Ergebnisse von Schritt 2).

Für die Daten der Vorausschauperioden sind möglichst gute Prognosen zu erstellen. Gibt es keine besseren Anhaltspunkte, so können für Bedarfe, Preise (bzw. Preisaufschläge), Lagerhaltungskosten und fixe Bestellkosten Durchschnittswerte $\bar{b}$, $\bar{a}$, $\bar{c}$ und $\bar{f}$ des ursprünglichen Planungshorizonts verwendet werden, d.h. für jede Vorausschauperiode $k > p+T$ wird $b_k := \bar{b}$, $a_k := \bar{a}$, $c_k := \bar{c}$ und $f_k := \bar{f}$ vorgegeben. Liegen weitergehende Informationen über die zeitliche Entwicklung der Parameter vor, so können leistungsfähigere Prognosemethoden wie z.B. exponentielle Glättung oder Regressionsrechnungen eingesetzt werden (vgl. *Klein/ Scholl,* Kap. 5).

Schritt 2: Abschätzung der Bestellreichweiten

Für jede der in einem Planungsschritt in p zu berücksichtigenden Perioden t = p+T, p+T–1, ..., p+1, deren **Bestellreichweite** r(t) (Anzahl Perioden, für die bestellt wird; vgl. *Häselbarth/ Scholl,* 2003, Abschnitt 2) potentiell aus dem Planungshorizont hinausreicht, wird eine Abschätzung für r(t) mittels der Logik der **Silver-Meal-Heuristik** (vgl. *Häselbarth/Scholl,* 2003, Abschnitt 4) vorgenommen. Die Bestellreichweite wird, beginnend bei r(t) = 1, so lange um jeweils 1 erhöht, wie die durchschnittlichen Kosten $\overline{K}_{t,r(t)} := k_{t,t+r(t)} / r(t)$ pro Periode nicht steigen (vgl. Formel (1)).

Schritt 3: Modifikation von Kostenwerten und Neuberechnung

Für alle Perioden t, deren in Schritt 2 geschätzte Bestellreichweite r(t) nicht vollständig in den Horizont fällt (also bei Gelten von $t+r(t)-1 > p+T$), werden die mit der Bestellung verbundenen Kosten $k_{t,t+r(t)}$ in der zu modifizierenden Kostenmatrix des Originalproblems nur anteilig berücksichtigt. Als Verteilungsschlüssel dient der Anteil der von der Bestellung überdeckten Perioden, die sich innerhalb des Planungshorizontes befinden, so dass alle Perioden, die von einer Bestellung in t profitieren, gleichmäßig belastet werden. Es sind somit für eine letzte Bestellung in Periode $t = p + T, p + T - 1, \ldots$ die folgenden modifizierten Kosten zu berücksichtigen:

$$k_{t,p+T+1} := k_{t,t+r(t)} \cdot \frac{p+T+1-t}{r(t)} \tag{2}$$

Die veränderte WWP-Instanz für den Horizont [p+1, p+T] wird optimal gelöst, wodurch sich eine Bestellpolitik $\mathbf{q_p}'$ ergibt, die im rollierenden Planungssystem die bisher verwendete optimale Bestellpolitik $\mathbf{q_p}$ der Originalinstanz für den betrachteten Horizont ersetzt.

Frage 4: Welche Teilpolitiken ergeben sich bei rollierender Planung mit T=4 und D=1 (vgl. Abschnitt 4) in jedem der Planungsschritte, wenn man das Verfahren von Stadtler anwendet? Was ist über die Qualität der Gesamtpolitik und des Planungsverlaufs zu sagen?

Antwort zu Frage 4: Im ersten Planungsschritt (p=0) ergibt sich folgender Ablauf:

Schritt 1: Wir ergänzen drei Vorausschauperioden 5, 6 und 7 (da eine Bestellreichweite von mehr als 4 Perioden nicht zu erwarten ist). Die zu berücksichtigenden Durchschnittswerte der Parameter sind neben den Originaldaten der ersten 4 Perioden in Tab. 5 eingetragen; die Lagerkosten sind auch für die Perioden 5 bis 7 bekannt (vgl. Tab. 1).

t	1	2	3	4	5	6	7
b_t	190	230	300	340	265	265	265
a_t	5	10	9	11	8,75	8,75	8,75
f_t	600	580	650	650	620	620	620
c_t	4	2	3	2	4	2	3

Tab. 5: Erweitertes Problem (p=0)

Schritt 2: Die sich zusätzlich zu Abb. 1 ergebenden Kostenwerte $k_{t,\tau+1}$ mit t = 4, 3, 2, 1 und τ = 5, 6, 7 enthält Tab. 6. Bei der Abschätzung von r(t) mit der Silver-Meal-Heuristik ergibt sich:

$k_{t,\tau+1}$	τ=5	τ=6	τ=7
t=4	7.835	12.340	17.375
t=3	11.140	15.910	21.210
t=2	16.085	21.650	27.745
t=1	15.920	21.220	27.050

Tab. 6: Zusätzliche Kostenwerte

- t = 4: $\overline{K}_{41} = 4.390 > \overline{K}_{42} = 7.835 / 2 = 3.917,5$ sowie $\overline{K}_{42} < \overline{K}_{43} = 12.340 / 3 = 4.113,33$ ergibt r(4) = 2
- t = 3: $\overline{K}_{31} = 3.350 < \overline{K}_{32} = 7.430 / 2 = 3.715$ liefert r(3) = 1 (innerhalb des Horizonts)
- t = 2: $\overline{K}_{21} = 2.880 < \overline{K}_{22} = 6.480 / 2 = 3.240$ liefert r(2) = 1 (innerhalb des Horizonts)
- t = 1: $\overline{K}_{11} = 1.550 < \overline{K}_{12} = 3.620 / 2 = 1.810$ liefert r(1) = 1 (innerhalb des Horizonts)

Schritt 3: Nur im Fall der Periode t = 4 ergibt sich eine Überschreitung der ursprünglichen Horizontgrenze. Somit ist lediglich der Kostenwert k_{45} gegenüber Abb. 1 anzupassen, indem die Kosten k_{46} der Bestellung für die Perioden 4 und 5 im Verhältnis 1 zu 1 (Periode 4 im und Periode 5 außerhalb des Horizonts) aufgeteilt werden:

$$k_{45} := k_{46} \cdot 1 / 2 = 7.835 / 2 = 3.917{,}5$$

Die Neuberechnung der optimalen Bestellpolitik liefert $\mathbf{q}_0' = (720, 0, 0, 340)$ an Stelle von $\mathbf{q}_0 = (420, 0, 640, 0)$.

q_{pt}'	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8
p=0	720	0	0	340	?	?	?	?
p=1	720	0	0	620	0	?	?	?
p=2	720	0	0	770	0	0	?	?
p=3	720	0	0	620	0	350	0	?
p=4	720	0	0	620	0	350	0	210

Tab. 7: Modifizierter Ablauf der rollierenden Planung bei Vorausschau (mit D=1)

Wendet man das Verfahren in jedem der weiteren Planungsschritte analog an (Prognosen mittels eines gleitenden Durchschnitts stets auf Basis der T=4 letzten Parameterwerte), so ergibt sich der in Tab. 7 dargestellte Lösungsverlauf. Die Gesamtkosten der in der letzten Zeile angegebenen Gesamtpolitik sind 23.680 €. Als Gewinn ergibt sich 32.300 – 23.680 = 8.620 €.

Gegenüber der rollierenden Planung ohne Vorausschau (vgl. Tab. 3) ergibt sich somit eine Verbesserung des Gewinns. Darüber hinaus werden die Entscheidungen für alle Perioden außer t=4 in keinem weiteren Schritt modifiziert; in Periode 4 werden lediglich notwendige Veränderungen der Bestellmengen vorgenommen. Somit ist der Planungsablauf durch eine deutlich geringere Nervosität gekennzeichnet und somit als günstiger einzuschätzen.

7. Totalplanung und Bewertung der Planungskonzepte

Nachdem der betrachtete Gesamtplanungszeitraum von 8 Perioden vorüber ist, kann Hummel zur nachträglichen Überprüfung der verschiedenen Planungskonzepte eine Totalplanung durchführen, d.h. das Problem (ex post) mit einer Planreichweite von T = 8 Perioden optimal lösen. Dabei erhält er die in der letzten Zeile von Tab. 4 oder Tab. 7 angegebene optimale Gesamtpolitik mit Gesamtkosten von 23.680 € und Gewinn von 8.620 €. Offensichtlich ist damit die in Abschnitt 6 mit dem Vorausschauansatz ermittelte Lösung optimal.

Dieses positive Ergebnis ist zwar nicht garantiert, eine Untersuchung der Auswirkungen des Verfahrens von *Stadtler* (2000) zeigt jedoch erhebliche Verbesserungen der Planungsqualität im rollierenden Planungsablauf. Die oben erwähnte Überlegenheit des Einsatzes heuristischer Verfahren für die Lösung der entstehenden WWP-Instanzen besteht nicht mehr, da die um den Vorausschauaspekt modifizierten exakten Verfahren deutlich bessere Ergebnisse erzielen.

Die Anschlussplanung erzielt einen Gewinn von 7.530 € (vgl. Abschnitt 2), der um 12,6 % vom maximalen Gewinn (8.620 €) abweicht. Die rollierende Planung verursacht bei D=2 mit einem Gewinn von 8.040 € (vgl. Abschnitt 3) eine Abweichung von 6,7% und bei D=1 mit einem Gewinn von 8.570 € (vgl. Abschnitt 4) eine geringe Abweichung von 0,6%.

Die bisherigen Erkenntnisse der Fallstudie unterstützen die allgemeine Empfehlung, dass bezüglich der **Planungsergebnisse** die rollierende der Anschlussplanung und eine häufige einer selteneren Planung vorzuziehen ist. Überdies zeigt sich der Vorteil einer gezielten Vorausschau.

Frage 5: Wie sieht jedoch die Empfehlung aus, wenn jeder Planungsschritt einen mit 300 € angesetzten und die Vorausschau in jedem Schritt (außer dem letzten) einen mit 20 € bewerteten **Planungsaufwand** (v.a. Personal- und Informationsbeschaffungsaufwand) verursacht?

Antwort 5: Die Anschlussplanung besteht aus 2 Planungsschritten, wodurch der Gewinn um 600 € auf 6.930 € sinkt. Die rollierende Planung benötigt 3 Schritte bei D=2, und es verbleibt ein um 900 € reduzierter Gewinn von 7.140 €. Bei D=1 sinkt der Gewinn wegen 5 erforderlicher Schritte um 1.500 € auf 7.070 €. Die rollierende Planung mit D=1 und Vorausschau erzielt einen Restgewinn von 7.040 €, da für 4 Planungsschritte jeweils 320 € und für den letzten 300 € anfallen. Somit wäre unter Berücksichtigung des Planungsaufwandes die rollierende Planung mit D=2 zu empfehlen.

Literatur

Domschke, W., A. Scholl, S. Voß, Produktionsplanung - Ablauforganisatorische Aspekte, 2. Aufl., Berlin 1997.

Eppen, G.D., F.J. Gould, B.P. Pashigian, Extensions of the planning horizon theorem in the dynamic lot size model, in: Management Science, Vol. 16 (1969), S. 268-277.

Häselbarth, L., A. Scholl, Dynamische Bestellmengenplanung für verderbliche Luxusgüter, Jenaer Schriften zur Wirtschaftswissenschaft 13/2003, FSU Jena.

Klein, R., A. Scholl, Betriebswirtschaftliche Planungs- und Entscheidungstechniken, München 2004.

Massholder, F., Lebensmittel-Lexikon, Stichwort Hummer, in: www.lebensmittellexikon.de, 2003.

Schenk, H.Y., Entscheidungshorizonte im deterministischen dynamischen Lagerhaltungsmodell, Heidelberg 1991.

Scholl, A., R. Klein, L. Häselbarth, Planung im Spannungsfeld zwischen Informationsdynamik und zeitlichen Interdependenzen, Jenaer Schriften zur Wirtschaftswissenschaft 14/2003, FSU Jena.

Stadtler, H., Improved rolling schedules for the dynamic single-level lot-sizing problem, in: Management Science, Vol. 46 (2000), S. 318-326.

Wagner, H.M., T.M. Whitin, Dynamic version of the economic lot size model, in: Management Science Vol. 5 (1958), S. 89-96.

Zoller, K., A. Robrade, Dynamische Bestellmengen- und Losgrößenplanung - Verfahrensübersicht und Vergleich, in: OR Spektrum, Vol. 9 (1987), S. 219-233.

Jenaer Schriften zur Wirtschaftswissenschaft

2003

1/2003 Wolfgang Kürsten: Synergetische Merger, Co-Insurance und Shareholder Value, oder: Wer profitiert von "wertschaffenden" Fusionen?

2/2003 Roland Helm, Laura Manthey, Armin Scholl und Michael Steiner: Empirical Evaluation of Preference Elicitation Techniques from Marketing and Decision Analysis.

3/2003 Wolfgang Kürsten: Grenzen und Reformbedarfe der Sicherheitsäquivalentmethode in der (traditionellen) Unternehmensbewertung. Erwiderung auf die Anmerkungen von Ralf Diedrich und Jörg Wiese in der ZfbF. Erschienen in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 55, S. 306 – 314.

4/2003 Uwe Cantner und Holger Graf: Cooperation and Specialization in German Technology Regions.

5/2003 Jens J. Krüger: On the Dynamics of the U.S. Manufacturing Productivity Distribution.

6/2003 Uwe Cantner, Dirk Fornahl und Holger Graf: Innovationssystem und Gründungsgeschehen in Jena. Erste Erkenntnisse einer Unternehmensbefragung.

7/2003 Peter Kischka: Faktorzuweisungen im Rubin-Modell.

8/2003 Roland Helm, Reinhard Meckl, Manfred Strohmayer und Antje Bernau: Die Wissens-Scorecard als Basis eines anwendungsorientierten Ansatzes des Wissensmanagement.

9/2003 Jens J. Krüger: Productivity Dynamics Beyond-the-Mean in U.S. Manufacturing Industries - An Application of Quantile Regression.

10/2003 Reinhard Meckl, Antje Bernau und Roland Helm: Wissensmanagement und Kundenbeziehungen in internationalen Dienstleistungsunternehmen.

11/2003 Colette Friedrich und Simone Martin: Leiharbeitnehmer und Stammarbeitnehmer als Konkurrenten in Turnieren?

12/2003 Colette Friedrich und Simone Martin: Effizienzwirkungen - Ein Vergleich des Einsatzes von Leih- und Stammarbeitnehmern.

13/2003 Lutz Häselbarth und Armin Scholl: Dynamische Bestellmengenplanung für verderbliche Luxusgüter.

14/2003 Armin Scholl, Robert Klein und Lutz Häselbarth: Planung im Spannungsfeld zwischen Informationsdynamik und zeitlichen Interdependenzen.

15/2003 Roland Helm, Antje Mark und Lars-Johann Fischer: Qualitätskontrolle und Qualitätssignale in der Wirtschaftsprüfung – Eine empirische Evaluierung des Nutzens für Mandanten.

16/2003 Armin Scholl und Lutz Häselbarth: Bestellmengenplanung im zeitlich offenen Entscheidungsfeld.

17/2003 Roland Helm and Martin Kloyer: Controlling Contractual Exchange Risks in R&D-Interfirm-Cooperation: An Empirical Study.

18/2003 Reinhard Haupt und Sandra Peterlein: Hochschule und Hochtechnologie: Jenaer Forschungspartnerschaften im Spiegel der Patentstatistik.

19/2003 Roland Helm und Rudolf C. Meiler: Intangible Ressourcen, strategische Ziele und Management interner Wissenspotenziale.