

アドネットワークにおけるバナー広告入札戦略 決定フレームワークの有効性の検証

高野 祐一 (専修大学ネットワーク情報学部)

和田 悠太郎 (東京工業大学大学院社会理工学研究科経営工学専攻)

生田目 崇 (中央大学理工学部経営システム工学科)

村木 正昭 (東京工業大学大学院社会理工学研究科経営工学専攻)

Effectiveness of Framework for Determining Bidding Strategy for Banner Advertising in Ad Networks

Yuichi TAKANO (School of Network and Information, Senshu University)

Yutaro WADA (Department of Industrial Engineering and Management,
Graduate School of Decision Science and Technology, Tokyo Institute of Technology)

Takashi NAMATAME (Department of Industrial and Systems Engineering, Chuo University)

Masaaki MURAKI (Department of Industrial Engineering and Management,
Graduate School of Decision Science and Technology, Tokyo Institute of Technology)

This paper develops an effective framework to determine a bidding strategy of an intermediary company for banner advertising. The intermediary company receives offers from clients and then bids for advertising spots for clients' banner advertisements on websites in ad networks. In our framework, we first estimate the number of conversions and the probability of successful bids by using a multiplicative regression model. Then, based on these estimate values, we formulate an optimization problem for determining a bidding strategy, i.e., the frequency of bids and bid prices for each advertising spot, as a linear optimization problem. We solve the optimization problem to maximize the expected number of conversions, which bring benefits to the intermediary company, in consideration of the attributes of websites and banner advertisements. Our numerical experiments were conducted by using an actual data set which was provided by an intermediary company. One-month data was divided into the first half which was used as a training data set, and the latter half which was used as a testing data set. Through the regression analysis, we clarified the factors affecting the number of conversions and the probability of successful bids. Moreover, the simulation results showed that our bidding strategy can improve profits of the intermediary company.

キーワード: 入札戦略, バナー広告, アドネットワーク, 積乗型回帰モデル, 最適化

Key words: Bidding Strategy, Banner Advertising, Ad Network, Multiplicative Regression Model, Optimization

1. はじめに

インターネット上は社会インフラとしての役割を果たし、企業活動においても重要なマーケティング

受付: 2014年7月11日

受理: 2014年10月1日

グチャネルである。企業のマーケティング活動の中でも、インターネットを媒体とした広告宣伝は、それまでの広告の概念を大きく変えたと言っても過言ではない。この背景には、生活者にとってインターネットが日常的に利用できるようになったこと以外に、シビアに投資対効果を求める広告主企業の存在がある。インターネット広告の最大の特徴は、広告のクリック数やコーポレートサイトにおける資料請求/購入といった成果を具体的な数値として迅速に測定できることにある。

本論文ではインターネット広告の中の、バナー広告を取り上げる。バナー広告の特徴は、ポータルサイトなどでプッシュ型の広告を配信できることであるが、その反面、適切にターゲティングしなければ効果が低くなる。もう一つの特徴として、Web ページのコンテンツを配信する Web サーバと、広告配信アドサーバが別々にあることである。この仕組みにより、同じコンテンツの閲覧者に対して、異なる広告を配信することができる。しかし、アドサーバの開発はコストが高く、小規模の媒体サイトでは開発・保守・運用が難しい。

そのような背景もあり、近年、アドネットワークに注目が集まっている（宣伝会議、2011）。アドネットワークは、1 事業者が複数の媒体サイトのアドサーバを取りまとめて、複数の媒体サイトから構成されるネットワークに広告を配信し、媒体サイトに代わって広告枠の在庫管理・掲載業務・レポートなどを行うものである。

本論文では、図 1 のようなアドネットワークのビジネスモデルを対象とする。まず、広告主となる企業が自社のバナー広告の出稿を広告仲介会社に依頼する。その際に、1 コンバージョン（もしくは 1 インプレッション）あたりの成果報酬額の契約が交わされる¹⁾。依頼を受けた広告仲介会社は、アドネットワークに加入している媒体サイトに入札を行う。広告仲介会社が落札して配信された広告にコンバージョンが発生した場合、広告仲介会社にコンバージョン数が報告される。最後に、広告仲介会社は広告主に成果を報告するとともに、契約 CPA²⁾ と報告されたコンバージョン数を掛け合わせた額を広告主から成果報酬として獲得する。

上述のようなビジネスモデルの中で、広告仲介会社は「どの広告主の広告を」「どのような広告枠に」「どれくらいの入札額で」入札するかという意思決定を行う必要がある。本研究では、広告仲介会社が入手可能な限定された情報のみを利用して、広告仲介会社の入札戦略の決定を支援するためのフレームワークを提案し、実データにより効果を検証する。

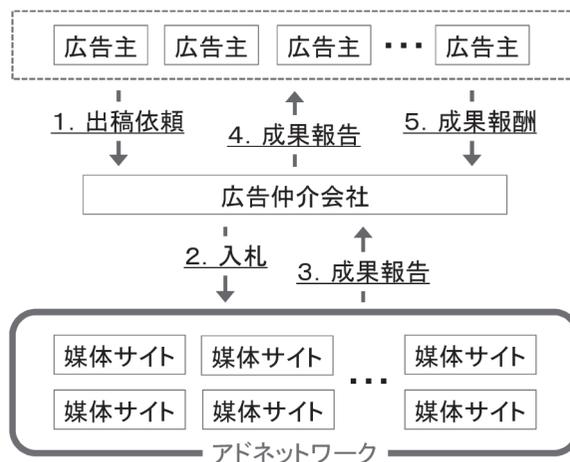


図 1 本研究で対象とするビジネスモデル

2. 既存の研究と本研究の視点

インターネット広告に対する入札戦略を扱った研究は、検索ワード連動型広告に対する入札戦略の研究（矢島，2011；Borgs et al., 2007；Cary et al., 2007；Kitts and Leblanc, 2004；Zhou et al., 2008），広告主の立場に立った入札戦略の研究（Agarwal et al., 2009；Chen et al., 2011；Ghosh et al., 2009b），媒体サイトの立場に立った入札戦略の研究（矢島，2011；Feldman et al., 2009；Ghosh et al., 2009a；Roels and Fridgeirsdottir, 2009）の3種類に大きく分類することができる。「高い効果が期待できる広告枠をなるべく安く落札したい」という目的が共通しているという点で、広告主と広告仲介会社の立場は近い。しかし、広告仲介会社は複数の広告主から広告出稿を依頼されており、各広告主の広告を適切な広告枠に割り当てていくことで広告効果を高めることが可能である。本研究と同様に広告仲介者の立場からオンライン広告のオークションの議論をしている研究としてはFeldman et al. (2010) があり、単一財のオークションに関する理論的な解析が行われている。一方で本論文では現実のビジネスを想定して、バナー広告と広告枠の属性を考慮して入札戦略を決定し、実務上の制約も考慮しているといったように、Feldman et al. (2010) とはモデル化の前提が大きく異なる。

本研究では、実際に落札され配信された広告データを活用して、各種の実務的制約の下で広告主からの成果報酬額を最大にするような入札戦略を決定する。このために必要となるコンバージョン数や落札確率分布については、データ量の問題もあり実績値や経験分布をそのまま用いることでは十分に特定できず、また、この方法では落札実績の無い広告枠は入札対象に含められない。そこで、本研究ではモデル分析によりコンバージョン数と落札確率分布を推定する。また、推定結果より各種要因が広告効果や落札確率に与える影響を考察する。さらに、上記の推定結果に基づき、最適化モデルを利用して入札戦略を決定する。入札額の選択肢を落札確率に対応した離散値に限定し、一定期間中にそれらの入札額で何回入札するかを決定変数とすることで、提案する最適化モデルでは、媒体サイトと掲載するバナー広告の属性や相性、時間帯、バナーサイズなどを考慮して入札戦略を決定することが可能であり、これらはFeldman et al. (2010) では考慮されていない点である。最後に、実際の広告データを活用した計算実験によって、本研究で提案する入札戦略決定フレームワークの有効性を検証する(図2)。

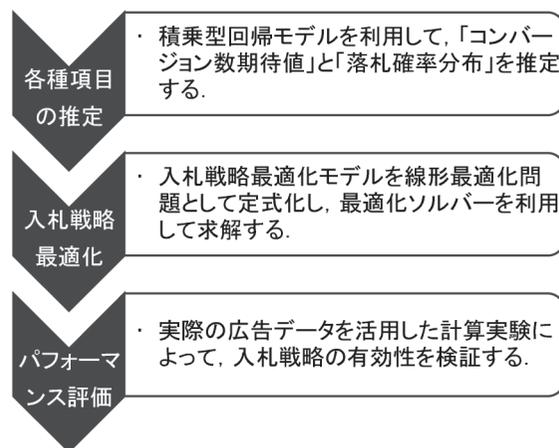


図2 入札戦略決定フレームワークとその評価方法

3. 分析データ

本研究を実施するにあたって、広告仲介会社であるソネット・メディア・ネットワークス株式会社より提供された、2011年8月配信の広告データを活用した³⁾。各案件に対して落札額やコンバージョン数などの情報があり、8月1日～15日までのデータ(30,211件)を学習用データ、8月16日～31日までのデータ(30,151件)を検証用データとして使用する。

以下では、データ項目について説明する。

キャンペーン 以下の5種類の広告を表す：

1：AREA 広告（特定地域からアクセスする閲覧者にもみ表示される広告） 2：CPC（Cost Per Click）広告（全ての閲覧者に対して同様に表示される広告（クリックあたりのコストが測定基準）） 3：CPM（Cost Per Mille）広告（インプレッションあたりのコストが測定基準であるが、広告キャンペーンとしてはCPCと同様） 4：リターゲティング広告（過去に来訪経験のある閲覧者にもみ表示される広告） 5：BTA（Behavioral Targeting AD）広告（閲覧履歴から興味関心を推定して表示される、いわゆる行動ターゲティング広告）

時間帯 対象とするオークションでは入札は1時間単位で行われている。本論文では、利用者のインターネットアクセス状況を考慮して、24時間を5つの時間帯に分けて分析を行った：

1：2時～8時 2：8時～12時 3：12時～16時 4：16時～20時 5：20時～翌2時

バナーサイズ バナー広告のサイズ（幅×高さ：単位ピクセル）には以下の3種類がある：

1：300×250 2：468×60 3：728×90

媒体サイトID 分析対象とするアドネットワークには48の媒体サイトが加入しており、各媒体サイトは固有のIDを持つ。

サイト属性 媒体サイトは以下の14種類の属性のいずれかに分類される：

1：AV・家電 2：IT 3：TVメディア 4：その他ゲーム 5：グルメ・レシピ 6：TVゲーム 7：コミュニティ 8：ニュース・新聞 9：パソコン・インターネット 10：ビジネスツール 11：その他媒体 12：健康・医療 13：人材 14：無料HP/ブログ

表1 バナー広告の広告属性とキャンペーン

バナー広告	広告属性	キャンペーン
1	その他ネットサービス	BTA 広告
2	その他自動車	リターゲティング広告
3	ゲーム	リターゲティング広告
4	ゲーム	AREA 広告
5	通信販売	CPM 広告
6	ゲーム	CPC 広告
7	その他ネットサービス	リターゲティング広告
8	保険関連	リターゲティング広告
9	通信販売	リターゲティング広告
10	通信販売	BTA 広告
11	ファッション	リターゲティング広告
12	エンターテイメント	リターゲティング広告
13	ネットサービス	リターゲティング広告
14	化粧品	リターゲティング広告
15	その他ネットサービス	CPC 広告

広告属性 バナー広告は以下の9種類の属性のいずれかに分類される：

1: ゲーム 2: エンターテインメント 3: その他自動車 4: その他ネットサービス 5: ファッション 6: 化粧品 7: 通信販売 8: 保険関連 9: ネットサービス

バナー広告 バナー広告は15種類存在し、今回の分析データにおいてはそれぞれ特定のキャンペーンで配信されている(表1)。

4. 入札戦略最適化モデル

本節ではまずモデル化の前提を説明し、提案する最適化モデルの表記法と定式化を示す。

4.1 前提

本研究で対象とする広告仲介会社はリアルタイムで入札を行うことが可能である。このことを考慮すると、状況に合わせて動的に入札戦略を決定していくような最適化モデルを利用することが望ましいが、本論文で扱うような複雑な意思決定問題に対して動的な最適化を行うことは非常に難しい。一方で、本論文の主題は、「バナー広告と広告枠の属性」や「実務上の制約」を考慮して入札戦略を決定するためのフレームワークを提案し、その有効性を検証することにある。以上を考慮して本論文では、現時点で将来の一定期間の入札戦略を決定する、静的な最適化モデルを利用する。

入札方法や落札者の決定、落札価格にはいくつかの方式があるが、本研究で対象とした事例の場合は、封印入札方式の第2価格入札が採用されており、入札は1時間単位で行われ、最高入札額の入札者が落札者となり、2番目に高く提示された入札額を落札額として支払う。

また、入札に参加する広告仲介会社は競合他社のデータを手に入れることができないために、本論文では他社との競合関係は組み込まずに最適化モデルを構築する。

4.2 表記法

添え字集合

$I := \{1, 2, \dots, I\}$; 広告枠の添え字集合 ($i \in I$)

→ 広告枠は (キャンペーン, 時間帯, バナーサイズ, 媒体サイト ID) の組合せからなる。

$J := \{1, 2, \dots, J\}$; バナー広告の添え字集合 ($j \in J$)

$B := \{1, 2, \dots, B\}$; 入札点 (5.2節で詳説する各落札確率に対応する入札額) の添え字集合 ($b \in B$)

N : バナー広告 j の配信対象とならない広告枠 i との組合せ (i, j) の集合

決定変数

x_{jb} : バナー広告 j の配信のために、一定期間中に広告枠 i へ入札点 b で入札する回数

推定すべきパラメータ

C_{ij} : 広告枠 i におけるバナー広告 j のコンバージョン数の期待値

S_{ib} : 広告枠 i に対する入札点 b の入札額

広告仲介会社が設定するパラメータ

P_{ib} : 広告枠 i に対する入札点 b の落札確率

N_i : 広告枠 i への入札回数の上限

M_j^l, M_j^u : バナー広告 j に費やす予算の下限, 上限

A_j : バナー広告 j の契約 CPA (1 コンバージョンあたりの報酬額)

δ : 実績 CPA (1 コンバージョンあたりの費用) の変化の許容度パラメータ ($\delta \geq 0$)

4.3 定式化

本研究で提案する入札戦略最適化モデルは、広告仲介会社が広告主から得る報酬額の期待値を最大化することを目的とし、配信するバナー広告との相性を考慮して各広告枠への入札額と入札回数を決定する。すなわち、バナー広告 j の広告属性と広告枠 i のサイト属性との相性、広告枠 i の時間帯やバナーサイズなどを考慮して決定変数 x_{ijb} を最適化する。また、制約条件として以下の 5 種類の制約が課される:

バナー広告ごとの予算の上下限制約: 広告配信のために費やす落札額の期待値に対して、バナー広告 $j \in \mathcal{J}$ ごとに下限 M_j^L と上限 M_j^U を課す。ただし、第 2 価格入札で落札した場合は落札額 (第 2 価格) は入札額 S_{ib} 以下であるため、その分実際の落札額は期待値を少し下回る可能性が高い。

バナー広告ごとの実績 CPA の上下限制約: 実績 CPA は 1 コンバージョンあたりの費用を表し、バナー広告 $j \in \mathcal{J}$ ごとに合計落札額の期待値 $\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{b \in \mathcal{B}} P_{ib} x_{ijb} S_{ib}$ を、合計コンバージョン数の期待値 $\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{b \in \mathcal{B}} P_{ib} x_{ijb} C_{ij}$ で割って定義する。落札後に測定される実績 CPA が高いということは費用対効果の意味で効率が悪いということを表すため、実績 CPA には上限制約が課される場合が多い (矢島, 2011)。一方で、あらかじめ設定されている契約 CPA (1 コンバージョンあたりの報酬額) よりも実績 CPA の値があまりに低いと、あらかじめ契約した成果報酬が割高であると広告主に感じさせたり、次回から報酬額を下げられてしまう可能性があるため、偶発的に実績 CPA が大きく下がるという状況もまた好ましくない。そこで本論文では、実績 CPA に対する区間制約を考え、契約 CPA からの実績 CPA の乖離をパラメータ δ によって制御する。

各広告枠への入札回数の上限制約: 入札は 1 時間単位で行われるため、1 時間に 1 件の入札を基本として広告枠 i への入札上限数 N_i を設定する。一方で、この制約は上限値 N_i をより小さな値に設定することで、費用対効果が高い少数の広告枠に入札が集中するような状況を防ぐことにも利用できる。

バナー広告と広告枠の組合せ制限制約: 表 1 に示したように今回の分析データでは、バナー広告はそれぞれ特定のキャンペーンでのみ広告を配信している。したがって、配信対象とならないバナー広告 j と広告枠 i の組合せ $(i, j) \in \mathcal{N}$ に対しては、入札回数 $\sum_{b \in \mathcal{B}} x_{ijb}$ を 0 とする。

入札回数の非負制約: 入札回数は本来は非負整数値に限定すべきものだが、計算時間削減のために本研究では整数制約を実数値に緩和して得られた解を整数値に丸めている⁴⁾。

上述の目的関数と制約条件によって、本研究で提案する入札戦略最適化モデルは以下のように定式化される:

$$\begin{array}{ll}
 \text{最大化} & \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{b \in \mathcal{B}} P_{ib} x_{ijb} A_j C_{ij} \quad \dots(1.a) \\
 \text{制約条件} & M_j^L \leq \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{b \in \mathcal{B}} P_{ib} x_{ijb} S_{ib} \leq M_j^U, j \in \mathcal{J} \quad \dots(1.b) \\
 & (1-\delta)A_j \leq \frac{\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{b \in \mathcal{B}} P_{ib} x_{ijb} S_{ib}}{\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{b \in \mathcal{B}} P_{ib} x_{ijb} C_{ij}} \leq (1+\delta)A_j, j \in \mathcal{J} \quad \dots(1.c) \\
 & \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{b \in \mathcal{B}} x_{ijb} \leq N_i, i \in \mathcal{I} \quad \dots(1.d) \\
 & \sum_{b \in \mathcal{B}} x_{ijb} = 0, (i, j) \in \mathcal{N} \quad \dots(1.e) \\
 & x_{ijb} \geq 0, i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, b \in \mathcal{B}. \quad \dots(1.f)
 \end{array} \tag{1}$$

定式化 (1) は、制約式 (1.c) の分母を払うことで線形最適化問題に変換でき、大規模な問題でも安定して高速に求解することが可能である。

5. 各種項目の推定

前節で示した最適化モデル (1) を解くためには、コンバージョン数期待値 C_{ij} と、各落札確率に対応する入札額 S_{ib} を推定することが必要になる。単純な方法として、学習用データ (30,211 件) の実績値 (経験分布) を利用することが考えられる。しかし、実際の各広告枠の落札件数には、落札実績の無い広告枠から 100 件以上落札された広告枠まで大きなバラツキがある。当然ながら、落札実績の無い広告枠に対して各種項目の実績値を得ることはできない。また、落札件数の少ない広告枠に対しても各種項目の実績値を利用することは推定精度の観点から適切とは言えない。

そこで本研究では以下の積乗型回帰モデルを用いてコンバージョン数期待値と落札確率分布を推定する：

$$Y = \exp(\alpha + \varepsilon) \prod_{k=1}^K X_k^{\beta_k}, \quad (2)$$

ただし、 Y は被説明変数、 X_k ($k = 1, 2, \dots, K$) は説明変数 (K は説明変数の個数)、 ε は予測残差である。本論文で推定する変数は全て常に非負の値をとる変数だが、一般的な線形回帰モデルとは異なり、積乗型回帰モデル (2) では推定値が常に非負の値となるため、非負変数を推定する場合に相性が良い。線形回帰モデルと比較して積乗型回帰モデルの方が決定係数が向上することも実際に確認しており、以上の理由から本論文では積乗型回帰モデル (2) を利用する。ただし、本論文では値が 0 になる変数があるために、被説明変数 Y と説明変数 X_k にはすべて 1 を足してから式 (2) の両辺の自然対数を取り、線形モデルに変換して切片 α と偏回帰係数 β_k を推定する。本論文で使用する説明変数はすべてダミー変数である。例えば、あるダミー変数 $X_k \in \{1, 2\}$ の偏回帰係数が $\beta_k = 1.5$ の場合は、被説明変数 Y を $2^{1.5} \approx 2.83$ 倍に増加、また $\beta_k = -0.5$ の場合は $2^{-0.5} \approx 0.71$ 倍に減少させる影響があると解釈できる。ただし、本研究のモデルでは説明変数が多くなるため、適切なモデル選択を行うことが妥当だと考えられる。そこで本論文では、AIC (赤池情報量基準) を用いたステップワイズ法 (変数増減法) によって変数選択を行い、その結果を示す。なお、変数選択には統計解析ソフト R の `step` 関数を利用した。

5.1 コンバージョン数期待値の推定

コンバージョン数期待値 C_{ij} を推定するために使用した説明変数は、「キャンペーン (5 水準)」、「時間帯 (5 水準)」、「バナーサイズ (3 水準)」、「媒体サイト ID (48 水準)」、「広告属性 (9 水準)」、「サイト属性と広告属性の交差項 (14 水準 \times 9 水準)」から作成したダミー変数 (196 変数) である。Ryu et al. (2007) はバナー広告の種類や掲載位置といったバナー広告の要因だけではなく、掲載 Web サイトのコンテンツとの組合せも閲覧者の記憶に影響を与えることを示している。また、Newman et al. (2004) もバナー広告と掲載 Web サイトの属性に統一性が高い場合に広告効果が高まることを示している。これらの結果に基づき、本研究ではサイト属性と広告属性の交差項も説明変数として利用している。

コンバージョン数を被説明変数とし、学習用データ (8 月 1 日～15 日: 30,211 件) を使って式 (2) による回帰分析を行い、選択された説明変数の結果 (ただし 5% 有意の説明変数のみ) を表 2, 3 に示す。なお、ここで推定されたパラメータ (切片 α と係数 β_k) を用いて検証用データ (8 月 16 日～31 日: 30,151 件) のコンバージョン数を予測した結果、決定係数は 0.44、予測値と実測値の平均絶対偏差は 2.20 であった。

表 2 から、キャンペーンの中ではリターゲティング広告が、最もコンバージョン数を増加させる効

表2 コンバージョン数推定の偏回帰係数 (キャンペーン・時間帯・バナーサイズ・広告属性)

説明変数	偏回帰係数	説明変数	偏回帰係数
(キャンペーン)		(広告属性)	
AREA 広告	0.90***	ゲーム	-0.92***
CPC 広告	0.80***	エンターテインメント	-1.31***
リターゲティング広告	1.19***	その他自動車	-1.39***
(時間帯)		ファッション	-0.75***
2時~8時	-0.55***	化粧品	-1.37***
16時~20時	0.12***	保険関連	-1.27***
20時~翌2時	-0.05***	ネットサービス	-1.17***
(バナーサイズ)			
300×250	0.62***		
468×60	-0.87***		

***: 0.1% 有意, **: 1% 有意, *: 5% 有意

表3 コンバージョン数推定の偏回帰係数 (サイト属性×広告属性の交差項)

説明変数	偏回帰係数	説明変数	偏回帰係数
AV・家電		ニュース・新聞	
×ゲーム	-0.21**	×ゲーム	0.10*
×エンターテインメント	0.44***	×エンターテインメント	0.28***
×その他自動車	-0.23***	×その他ネットサービス	0.23***
×その他ネットサービス	0.30***	×ファッション	0.21***
×化粧品	-0.25***	×通信販売	0.31***
IT		パソコン・インターネット	
×通信販売	0.79***	×ゲーム	0.20**
TVメディア		×ファッション	-0.24*
×その他ネットサービス	0.19***	×化粧品	0.35**
×ファッション	0.44***	×保険関連	0.33*
×通信販売	0.29***	ビジネスツール	
その他ゲーム		×ファッション	0.92***
×その他ネットサービス	-1.16***	その他媒体	
グルメ・レシビ		×ゲーム	1.27***
×その他ネットサービス	1.90***	×その他ネットサービス	-0.26***
×ファッション	1.48***	×化粧品	-0.21*
TVゲーム		×通信販売	0.44***
×ゲーム	0.85***	健康・医療	
×その他ネットサービス	-0.66***	×その他ネットサービス	-0.54***
×ファッション	-0.32***	×ファッション	0.36**
×通信販売	0.14*	人材	
コミュニティ		×その他ネットサービス	-0.33***
×ゲーム	1.00***	×ファッション	-0.53***
×その他自動車	-0.62***	×通信販売	-0.29**
×その他ネットサービス	0.87***	無料HP/プロゲ	
×ファッション	1.36***	×その他ネットサービス	0.44***
×化粧品	-0.83***	×ファッション	-0.36***
×保険関連	-0.46***	×通信販売	-0.25***

***: 0.1% 有意, **: 1% 有意, *: 5% 有意

果が高いことが分かる。AREA 広告と CPC 広告も偏回帰係数が正の値となっているため、それ以外のキャンペーン（CPM 広告と BTA 広告）はコンバージョン数増加にあまりつながっていないと考えられる。時間帯に関しては、16 時～20 時にコンバージョンを獲得しやすく、2 時～8 時にコンバージョンを獲得しにくいという結果が得られた。バナーサイズに関しては、最も面積の小さい横長のバナーサイズ「468×60」がコンバージョンを最も獲得しにくく、正方形に近いバナーサイズ「300×250」がコンバージョンを最も獲得しやすいという結果が得られた。また、広告属性に関しては選択された説明変数の偏回帰係数は全て負の値となっており、これらは比較的コンバージョンを獲得しにくい広告属性であると言える。

表 3 からは多くのサイト属性×広告属性の組合せがコンバージョン数に影響を与えていることが分かる。特に偏回帰係数の絶対値が大きい組合せについて考察すると、例えば「グルメ・レシピ」のサイトでは「その他ネットサービス」「ファッション」のバナー広告を配信するとコンバージョン数が大きく増加する傾向がある。一方で、「その他ゲーム」「TV ゲーム」のサイトに「その他ネットサービス」のバナー広告を配信したり、「コミュニティ」のサイトに「その他自動車」「化粧品」のバナー広告を配信するとコンバージョン数は大きく減少する傾向が見られた。

媒体サイト ID の偏回帰係数の詳細な結果は省略するが、48 個のうち 37 個の ID が 5% 有意となり、媒体サイトによってコンバージョン数が大きく異なる傾向が示唆された。

5.2 落札確率分布の推定

本論文では、落札確率 P_b をすべての広告枠 i に対して、 $P_{i,1} := 0.05, P_{i,2} := 0.10, \dots, P_{i,19} := 0.95$ と 0.05 刻みで 19 種類の値に設定する。そして、それらの確率で落札できる入札額 S_b を広告枠 i ごとに推定する。

対象とするビジネスモデルでは封印入札方式の第 2 価格入札が採用されており、最高入札額の入札者は 2 番目に高く掲示された入札額（第 2 価格）を落札額として支払うことで広告枠を落札する。したがって、落札者が支払う落札額は落札可能な最小入札額と言うこともできる。Namatame et al. (2009) は、中古車オークションの落札価格を分析し、落札価格の分布は対数正規分布と近い形状を示すことを検証している。このことを考慮して、本論文では落札可能最小額が対数正規分布に従うと仮定して落札確率を算出する。対数正規分布は以下の確率密度関数を持つ：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma x} \exp\left\{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, x > 0, \quad (3)$$

ただし、 x は落札可能最小額を表し、 μ と σ は対数正規分布のパラメータである。以上の仮定の下では、分析データから落札可能最小額の平均値と標準偏差を推定すれば、そこから対数正規分布のパラメータ μ, σ を決定して、入札額 y の落札確率 $\Pr\{x \leq y\} = \int_0^y f(x) dx$ を計算でき、落札確率 P_b に対応する入札額 S_b も逆算できる。したがって、以下では落札可能最小額の平均値と標準偏差を、積乗型回帰モデル (2) によって推定する。

落札可能最小額の平均値と標準偏差を推定するために使用した説明変数は、「キャンペーン (5 水準)」、「時間帯 (5 水準)」、「バナーサイズ (3 水準)」、「媒体サイト ID (48 水準)」から作成したダミー変数 (61 変数) である。どのような広告を配信するかは落札した後に決めることができ、配信する広告の種類が落札確率に影響を及ぼすことは無い。そのためここでは広告属性に関する説明変数を除外している。前述したように落札可能最小額の平均値を推定する際の被説明変数は第 2 価格（落札可能

最小額)とする。学習用データ(8月1日~15日:30,211件)を使って式(2)による回帰分析を行い、選択された説明変数の結果(ただし5%有意の説明変数のみ)を表4に示す。なお、ここで推定されたパラメータ(切片 α と係数 β_k)を用いて検証用データ(8月16日~31日:30,151件)の第2価格を予測した結果、決定係数は0.25、予測値と実測値の平均絶対偏差は46.08であった。

表4から、キャンペーンの中ではCPC広告とCPM広告の価格が高く、これらを低い入札額で落札することは難しいと考えられる。表2のコンバージョン数の結果も考慮すると、リターゲティング広告は比較的低価格で落札でき、多くのコンバージョンが見込める費用対効果の高いキャンペーンだと言える。時間帯に関しては2時~8時の時間帯は価格が低いという結果が得られた。また、バナーサイズは最も面積の小さい横長のバナーサイズ「468×60」の価格が非常に低いという結果が得られた。

落札可能最小額の標準偏差を推定する際の被説明変数は各広告枠における第2価格の標準偏差とするが、上述のように広告枠ごとに落札件数は大きく異なる。落札件数の多い広告枠の標準偏差と落札件数の少ない広告枠の標準偏差とでは数値の信頼度が異なるため、落札件数に応じてサンプルを複製することで重み付けを行った。学習用データを使って式(2)による回帰分析を行い、選択された説明変数の結果(ただし5%有意の説明変数のみ)を表5に示す。なお、ここで推定されたパラメータ(切片 α と係数 β_k)を用いて検証用データの第2価格の標準偏差を予測した結果、決定係数は0.43、予測値と実測値の平均絶対偏差は32.80であった。

表4と表5を比べると、全体的な傾向として価格の平均値が高いものは価格の標準偏差も高くなっていることが分かる。媒体サイトIDの偏回帰係数の詳細な結果は省略しているが、媒体サイトIDに対しても同様の傾向が見られた。すなわち、価格の平均値が低いバナー広告は価格のばらつきも小さいために相場よりも高い価格で入札すれば高確率で落札できる。一方で価格の平均値が高いバナー広告は、相場の価格が高い上に価格のばらつきも大きいために確実に落札することは難しいと言える。

表4 落札可能最小額平均値推定の偏回帰係数(キャンペーン・時間帯・バナーサイズ)

説明変数	偏回帰係数	説明変数	偏回帰係数
(キャンペーン)		(時間帯)	
CPC 広告	3.31***	2時~8時	-0.75***
CPM 広告	2.64***	8時~12時	0.18***
リターゲティング広告	-0.22**	(バナーサイズ)	
BTA 広告	-0.39***	468×60	-5.05***

***: 0.1% 有意, **: 1% 有意, *: 5% 有意

表5 落札可能最小額標準偏差推定の偏回帰係数(キャンペーン・時間帯・バナーサイズ)

説明変数	偏回帰係数	説明変数	偏回帰係数
(キャンペーン)		(時間帯)	
CPC 広告	2.88***	2時~8時	-0.65***
CPM 広告	1.74***	8時~12時	0.33***
リターゲティング広告	-0.35***	16時~20時	0.06***
BTA 広告	-1.03***	20時~翌2時	0.13***
(バナーサイズ)			
728×90	0.55***		
468×60	-5.45***		

***: 0.1% 有意, **: 1% 有意, *: 5% 有意

6. 最適化モデルの計算結果

5節で推定したコンバージョン数期待値と落札確率分布を基に最適化モデル (1) を定式化し、その計算結果を示す。計算環境は、OS が Windows 7、CPU が Core i7 プロセッサ (2.80 GHz)、メモリが 8 GB メモリであり、最適化ソルバーは FICO Xpress 7.6 を使用した。以下で説明する設定では、最適化モデル (1) の決定変数の数は 272,175、制約式の数は 1,015 となり、求解に要した計算時間は平均して約 4.2 秒であった。

6.1 パラメータ設定

キャンペーン 5 種類、バナーサイズ 3 種類、媒体サイト ID 48 種類のすべての組合せを考えると、その数は 720 種類となる。しかし、今回の分析データではその中の 191 種類にしか広告配信実績が無かったため、その 191 種類に時間帯 5 種類を組み合わせた 955 種類を広告枠と定義する ($I:=955$)。また、バナー広告は 15 種類であり ($J:=15$)、入札点は広告枠ごとに落札確率が 0.05, 0.10, ..., 0.95 となる 19 種類の入札額である ($B:=19$)。表 1 に示したように、今回の分析データではバナー広告はそれぞれ特定のキャンペーンでのみ配信されており、このことに基づいて入札が行われない組合せの集合 N を定義する。

入札回数の上限 N_i は、3 節で定義した 5 つの時間帯の中で最も短い時間帯が 4 時間であること、学習用/検証用データ期間が半月であることを考慮して、すべての広告枠 i に対して $N_i=60$ と設定する。予算の下限 M_j^l 、上限 M_j^u 、契約 CPA A_j は以下で説明するように学習用データを基に設定する。学習用データ期間の各バナー広告の落札額を基準額とし (具体的な数値は表 6 を参照)、バナー広告 $j \in \mathcal{J}$ の予算の下限 M_j^l を基準額 $\times 0.5$ とする⁵⁾。一方で、予算の上限 M_j^u は以下の 4 種類の設定を用いる：

予算上限：(a) 基準額 $\times 1.1$ 、(b) 基準額 $\times 1.3$ 、(c) 基準額 $\times 1.5$ 、(d) 基準額 $\times 2.0$ 。

契約 CPA A_j は学習用データ期間のバナー広告 $j \in \mathcal{J}$ の実績 CPA の値を用いる (具体的な数値は表 7 を参照)。実績 CPA の変化の許容度パラメータ δ は以下の 4 種類の設定を用いる：

実績 CPA 許容度：(a) $\delta=0.1$ 、(b) $\delta=0.3$ 、(c) $\delta=0.5$ 、(d) $\delta=1.0$ 。

6.2 パフォーマンス評価の方法

最適化モデル (1) のパフォーマンス評価は図 3 に示すような手順で行う。まず、学習用データ (8 月 1 日~15 日) を用いて 5 節で説明したようにコンバージョン数期待値 C_{ij} と落札確率分布 (落札確率 P_b に対応する入札額 S_b) を推定する。次に、この C_{ij} 、 S_b を用いて最適化モデル (1) を解き、最適入札戦略 x_{ib}^* を決定する。そして、検証用データ (8 月 16 日~31 日) を用いてコンバージョン数期待値 \tilde{C}_{ij} と落札確率分布 (入札額 S_b に対応する落札確率 \tilde{P}_b) を計算する。この \tilde{C}_{ij} 、 \tilde{P}_b に基づいて以下の数値を計算し、最適入札戦略 x_{ib}^* のパフォーマンスを評価する。

$$\text{合計落札額期待値} : \sum_{i \in I} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{b \in \mathcal{B}} \tilde{P}_b x_{ijb}^* S_b,$$

$$\text{合計報酬額期待値} : \sum_{i \in I} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{b \in \mathcal{B}} \tilde{P}_b x_{ijb}^* A_j \tilde{C}_{ij},$$

$$\text{各バナー広告 } j \in \mathcal{J} \text{ の落札額期待値} : \sum_{i \in I} \sum_{b \in \mathcal{B}} \tilde{P}_b x_{ijb}^* S_b,$$

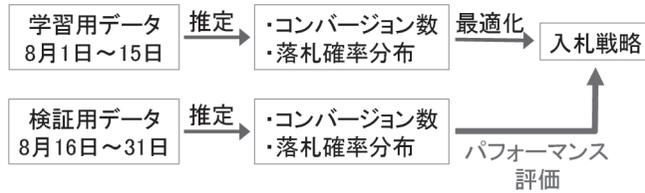


図3 パフォーマンス評価の方法

各バナー広告 $j \in \mathcal{J}$ の実績 CPA 期待値:
$$\frac{\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{b \in \mathcal{B}} \tilde{P}_{ib} x_{ijb}^* S_{ib}}{\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{b \in \mathcal{B}} \tilde{P}_{ib} x_{ijb}^* \tilde{C}_{ij}}$$

各バナー広告 $j \in \mathcal{J}$ のコンバージョン数期待値:
$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{b \in \mathcal{B}} \tilde{P}_{ib} x_{ijb}^* \tilde{C}_{ij}$$

6.3 計算結果と考察

最適化モデル (1) において、予算上限 M_j^y と実績 CPA 許容度 δ を 4 通りずつ変化させて最適入札戦略を計算し、検証用データを用いてパフォーマンスを評価する。図 4 は合計落札額期待値と合計報酬額期待値の関係を示したものであり、各折れ線が実績 CPA 許容度の 4 通りの値に対応し、折れ線上の各プロットは左から右に予算上限の増加と対応している。なお、図 4 で「○」で示されている「実際」は、検証用データにある落札案件 (30,151 件) の落札額と、契約 CPA A_j から計算したその報酬額である。図 4 から、合計落札額期待値の増加 (予算上限の増加) に伴って合計報酬額期待値が増加していくこと、また、実績 CPA 許容度の値を大きくすることで実績 CPA の上下制限約 (1.c) が緩まり、合計報酬額期待値が増加することが確認できる。図 4 ではプロットが左上にあるほど効率的、つまり低い落札額で高い報酬額を得られることを表している。ゆえに、実績 CPA 許容度 δ を 0.3 以上にした場合は「実際」よりも折れ線が上側にあり、検証用データ期間の実際値よりも概ね良いパフォーマンスが得られていると言える。

最適化モデル (1) の制約式 (1.b) と制約式 (1.c) はバナー広告ごとの制約であり、コンバージョン数期待値と落札確率分布の推定精度に大きく影響を受ける。これらの影響を調べるために、表 6, 7 で各バナー広告 $j \in \mathcal{J}$ の落札額期待値と実績 CPA 期待値を示し、検証用データでも各バナー広告の落札額と実績 CPA を制御できているかを検証する。なお、表 6, 7 では (予算上限, 実績 CPA 許容度) を (基準額 $\times 1.1$, $\delta = 0.1$), (基準額 $\times 1.3$, $\delta = 0.3$), (基準額 $\times 1.5$, $\delta = 0.5$), (基準額 $\times 2.0$, $\delta = 1.0$) と

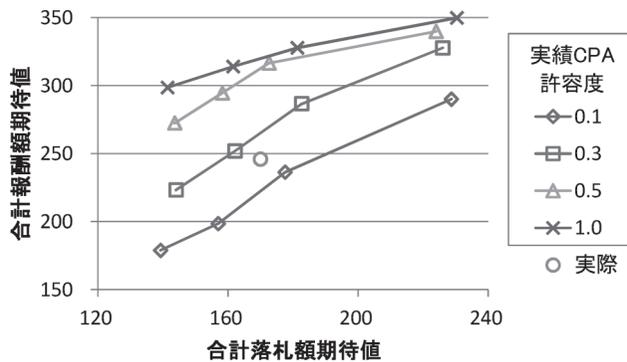


図4 合計落札額期待値と合計報酬額期待値 (単位は $\times 10^4$)

表6 各バナー広告の落札額期待値 (単位は $\times 10^4$)

予算上限		$\times 1.1$	$\times 1.3$	$\times 1.5$	$\times 2.0$	基準額
実績 CPA 許容度		0.1	0.3	0.5	1.0	
バナー広告	1	3.1	3.3	3.4	3.7	15.7
	2	0.4	0.5	0.4	0.4	0.8
	3	2.0	1.9	1.9	1.9	3.6
	4	1.6	1.8	2.2	2.9	1.3
	5	10.7	9.4	9.3	13.4	11.1
	6	25.6	32.1	36.4	48.1	23.4
	7	7.8	12.9	6.7	13.1	20.7
	8	1.3	1.4	1.3	1.3	2.8
	9	3.3	3.2	3.3	3.4	7.5
	10	1.6	3.2	1.9	2.6	3.3
	11	3.8	3.8	3.7	3.6	7.3
	12	7.9	6.5	4.0	4.7	9.6
	13	0.9	0.9	0.9	0.9	1.7
	14	19.1	22.2	26.9	37.0	18.1
	15	50.2	59.0	70.3	93.2	46.7

表7 各バナー広告の実績 CPA 期待値

予算上限		$\times 1.1$	$\times 1.3$	$\times 1.5$	$\times 2.0$	契約 CPA
実績 CPA 許容度		0.1	0.3	0.5	1.0	
バナー広告	1	13.3	13.8	15.0	16.0	28.3
	2	31.9	319.0	51.2	37.5	17.7
	3	24.7	31.1	36.6	48.3	8.9
	4	16.6	15.7	11.7	9.2	14.2
	5	236.5	158.9	68.0	86.8	204.4
	6	162.0	126.8	144.6	180.9	103.9
	7	7.7	9.5	9.1	13.9	10.3
	8	24.7	30.8	41.8	66.3	53.6
	9	3.4	3.9	4.8	6.2	4.0
	10	19.7	19.7	9.1	11.1	23.8
	11	11.7	13.9	16.0	20.5	12.6
	12	58.0	68.6	77.6	98.6	53.1
	13	14.0	16.0	17.8	24.6	27.5
	14	164.5	133.6	104.0	117.9	271.4
	15	109.1	82.3	77.8	96.5	175.5

した4種類の設定に対する結果を示す。

制約式 (1.b) によって各バナー広告の落札額期待値は基準額 $\times 0.5$ 以上、予算上限以下に制約されている。表6を見ると、バナー広告1, 7の落札額期待値は基準額 $\times 0.5$ をかなり下回っている場合があるが、それらを除けば検証用データにおいても各バナー広告の落札額は概ね制御できていると言える。予算の下限値をさらに上げることでバナー広告1, 7の落札額を基準額に近づけることは可能かもしれないが、他の制約条件を同時に満たすことが難しくなる。

制約式 (1.c) は検証用データ期間における実績 CPA の値と、あらかじめ設定された契約 CPA との差をバナー広告ごとに制御する制約である。表7を見るとバナー広告4, 5, 7, 9, 10, 11, 12については概ね実績 CPA と契約 CPA との差を制御できていると言えるが、それ以外のバナー広告については、実績 CPA の変化の許容度パラメータ δ の値を小さくしても実績 CPA と契約 CPA の乖離を制御できているとは言い難い。特にバナー広告2, 3, 6については実績 CPA の値が契約 CPA の値を大きく上回っている場合があり、費用対効果の意味で非常に効率が悪いと言える。逆に言えば、それら以外のバナー広告1, 8, 13, 14, 15は費用対効果の意味で非常に効率が良いと言えるが、本研究で対象とするビジネス特有の事情からこのような効率が良過ぎるという状況を避ける必要がある。

このように実績 CPA の値を精度良く制御することが難しかった理由としては、コンバージョン数期待値と落札確率分布の推定精度が十分でなかったということが挙げられる。今回は学習用データ期間を半月としたが、学習用データ期間をもっと長くすれば推定精度が上がり、さらに回帰分析よりも高度な予測手法を利用することも可能だと考えられる。一方で、落札額と実績 CPA を精度良く制御するための実用的な方法としては、より短い期間で「各種項目の推定」と「入札戦略の最適化」を繰り返すことが有効だと考えられる。今回のパフォーマンス評価の設定は、8月1日~15日のデータを使って入札戦略を決定し、その後8月16日~31日の間はその入札戦略に従って入札し続けるということと対応しており、この期間は戦略を見直すことは一切していない。しかし、実際は「8月1日~15日のデータを使って入札戦略を決定し、8月16日の入札を行う」「8月2日~16日のデータを使って入札戦略を決定し、8月17日の入札を行う」…というように、より短い間隔(日次や週次)でそれまでの落札結果や各種項目の予測精度を評価し、入札戦略を見直していくことが可能であり、各種項目の推定精度の低さに起因する悪影響をある程度軽減することが可能であると考えられる。

表8に各バナー広告 $j \in \mathcal{J}$ のコンバージョン数期待値を示す。表7に示した契約 CPA の値と合わせて見ると、予算上限と実績 CPA 許容度を増加させるにつれて契約 CPA の高いバナー広告5, 6, 14, 15のコンバージョン数期待値が大きく増加していることが分かる。一方で契約 CPA の低いバナー広告3, 9のコンバージョン数期待値は予算上限と実績 CPA 許容度を増加させるにつれて減少しており、最適化モデル(1)は効率的な広告枠を契約 CPA の高いバナー広告に重点的に配分していくことで成果報酬額を増加させていると考えられる。

最後に、予算上限を基準額 $\times 1.3$ とし、実績 CPA 許容度 δ を0.3とした場合の各媒体サイト ID への最適入札回数を図5に示す。入札回数 x_{ib} は広告枠 i , バナー広告 j , 入札点 b ごとに決定されているが、図5では媒体サイト ID と入札点ごとに入札回数を合計したものを棒グラフで示している。図5を見ると全体的な傾向として落札確率の高い入札点の入札回数が多くなっていることが分かる。例えば、効率の良い(すなわちコンバージョン数期待値が高く、落札可能最小額の平均値と標準偏差が小さい)バナー広告は落札可能最小額の分布の裾が短いため比較的低い入札額でも高い確率で落札でき、多くのコンバージョンが期待できる。最適化モデル(1)はこのような効率の良いバナー広告を高確率で落札することで、パフォーマンスを向上させていると考えられる。

表8 各バナー広告のコンバージョン数期待値

予算上限		×1.1	×1.3	×1.5	×2.0
実績 CPA 許容度		0.1	0.3	0.5	1.0
バナー広告	1	2,358	2,370	2,245	2,346
	2	130	16	86	116
	3	819	613	521	394
	4	962	1,169	1,839	3,194
	5	451	592	1,364	1,547
	6	1,580	2,535	2,519	2,662
	7	10,104	13,606	7,400	9,410
	8	511	444	319	198
	9	9,741	8,359	6,861	5,386
	10	801	1,629	2,128	2,343
	11	3,271	2,707	2,326	1,745
	12	1,363	951	516	475
	13	646	562	501	357
	14	1,161	1,662	2,588	3,134
	15	4,598	7,168	9,030	9,658

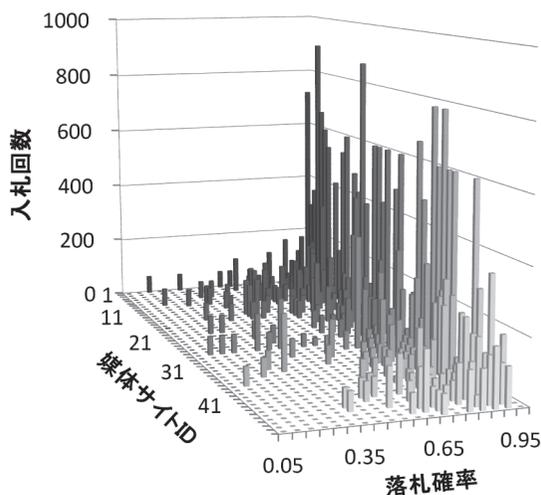


図5 各媒体サイト ID への最適入札回数 (予算上限: 基準額 ×1.3, 実績 CPA 許容度: 0.3)

7. おわりに

本論文では、インターネット広告のアドネットワークを対象に広告仲介会社の入札戦略決定のためのフレームワークを提案し、計算実験によってその有効性を検証した。計算実験の結果、提案フレームワークによって広告仲介会社を得る報酬額を改善できる可能性を示すことができた。一方で、各種

項目の推定精度が低いことが影響し、精度良く実績 CPA を制御することは難しかったが、実用的にはより短い期間で「各種項目の推定」と「入札戦略の最適化」を繰り返すことで、この難点のある程度は回避することが可能であると考えられる。

本論文で提案した最適化モデルでは、広告掲載回数とコンバージョン数の間に比例関係が成り立っていることを仮定しているが、実際には広告掲載回数が増えれば広告効果は逡減していく可能性がある。よって今後の課題としては、こうした影響を考慮できるように最適化モデルを改良していくことが考えられる。しかし、その場合は最適化問題を解くことが難しくなってしまうことに加えて、非線形の広告効果を推定することも非常に難しい。また、4.1 節でも述べたように、状況に合わせて動的に入札戦略を決定することや、他社との競合関係を取り入れることも今後の課題として考えられる。

さらに、今回の分析データは、オークションに参加している複数の広告仲介会社の中の 1 社の落札データであり、他社が落札したデータは含まれてない。したがって、広告仲介会社の入札に特定の傾向がある場合は推定される落札可能最小額の分布にも偏りが生じるが、調査した中では明らかな偏りは想定されなかった。全体の落札データもしくは落札できなかった入札データを含めた推定についても今後の課題である。

ただし、5 節で示した推定結果からも分かるように、本論文の分析データはオークションの傾向を十分に捉えられていると考える。したがって、本論文で提案した入札戦略決定フレームワークはデータ提供元以外の企業や他の形式のオークションにおいても有用であると期待できる。

謝 辞

有益なコメントをいただいた 2 名の査読者に感謝いたします。また、貴重なデータを提供していただいたソネット・メディア・ネットワークス株式会社の関係者の皆様に感謝いたします。

注

- 1) コンバージョンとは商用目的の Web サイト上で獲得できる最終的な成果であり、具体的にはインターネット広告を通じて資料請求・会員登録・売買成立といった広告主企業の目的が達成されることを指す。インプレッションとは、Web サイト利用者に対して広告を表示することを指す。
- 2) 契約 CPA (cost per acquisition) : 最初に契約した 1 コンバージョンあたりの成果報酬額
- 3) ただし、広告主名やサイト名は ID 化されており詳細は把握できない。
- 4) 図 5 から分かるように、本研究の問題設定においては入札回数は数十回から数百回という規模であり、入札回数を実数値として問題を解いても最適 (整数) 解から大きく離れるような可能性は低いと考えられる。
- 5) 予算の下限を変更する実験も行ったが、入札戦略のパフォーマンスに与える影響は小さかった。

参考文献

- 宣伝会議, 「特集アドネットワーク活用法」, 『宣伝会議』, 第 807 号, 2011 年 2 月 15 日号, 89-96 ページ。
- 矢島安敏, 「データマイニングビジネスでの最適化の活用」, 『第 23 回 RAMP シンポジウム論文集』, 2011 年, 69-78 ページ。
- Agarwal, N., Athey, S. and Yang, D., “Skewed Bidding in Pay-per-Action Auctions for Online Advertising”, *American Economic Review : Papers and Proceedings*, Vol. 99, No. 2, 2009, pp. 441-447.
- Borgs, C., Chayes, J., Immorlica, N., Jain, K., Etesami, O. and Mahdian, M., “Dynamics of Bid Optimization in Online Advertisement Auctions”, *Proceedings of the 16th International Conference on World Wide Web (WWW'07)*, 2007, pp. 531-540.
- Cary, M., Das, A., Edelman, B., Giotis, I., Heimerl, K., Karlin, A.R., Mathieu, C. and Schwarz, M., “Greedy Bidding Strate-

- gies for Keyword Auctions”, *Proceedings of the 8th ACM Conference on Electronic Commerce (EC’07)*, 2007, pp. 262-271.
- Chen, Y., Berkhin, P., Anderson, B. and Devanur, N.R., “Real-Time Bidding Algorithms for Performance-Based Display Ad Allocation”, *Proceedings of the 17th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD’11)*, 2011, pp. 1307-1315.
- Feldman, J., Korula, N., Mirrokni, V., Muthukrishnan, S. and Pál, M., “Online Ad Assignment with Free Disposal”, *Proceedings of the 18th International Conference on World Wide Web (WWW’09)*, 2009, pp. 374-385.
- Feldman, J., Mirrokni, V., Muthukrishnan, S. and Pál, M., “Auctions with Intermediaries”, *Proceedings of the 11th ACM Conference on Electronic Commerce (EC’10)*, 2010, pp. 23-32.
- Ghosh, A., McAfee, P., Papineni, K. and Vassilvitskii, S., “Bidding for Representative Allocations for Display Advertising”, *Proceedings of the 5th International Workshop on Internet and Network Economics (WINE’09)*, 2009, pp. 208-219.
- Ghosh, A., Rubinstein, B.I.P., Vassilvitskii, S. and Zinkevich, M., “Adaptive Bidding for Display Advertising”, *Proceedings of the 18th International Conference on World Wide Web (WWW’09)*, 2009, pp. 251-260.
- Kitts, B. and Leblanc, B., “Optimal Bidding on Keyword Auctions”, *Electronic Markets*, Vol. 14, No. 3, 2004, pp. 186-201.
- Namatame, T., Asahi, Y., Motoyoshi, N. and Saito, Y., “Analysis of Contract Price in a B2B Automobile Auction”, *Industrial Engineering & Management Systems*, Vol. 8, No. 4, 2009, pp. 201-212.
- Newman, E.J., Stem Jr., D.E. and Sprott, D.E., “Banner Advertisement and Web Site Congruity Effects on Consumer Web Site Perceptions”, *Industrial Management & Data Systems*, Vol. 104, No. 3, 2004, pp. 273-281.
- Roels, G. and Fridgeirsdottir, K., “Dynamic Revenue Management for Online Display Advertising”, *Journal of Revenue and Pricing Management*, Vol. 8, No. 5, 2009, pp. 452-466.
- Ryu, G., Lim, E.A.C., Tan, L.T.L. and Han, Y.J., “Preattentive Processing of Banner Advertisements : The Role of Modality, Location, and Interference”, *Electronic Commerce Research and Applications*, Vol. 6, No. 1, 2007, pp. 6-18.
- Zhou, Y., Chakrabarty, D. and Lukose, R., “Budget Constrained Bidding in Keyword Auctions and Online Knapsack Problems”, *Proceedings of the 4th International Workshop on Internet and Network Economics (WINE’08)*, 2008, pp. 566-576.