

オペレーションズ・リサーチの応用

—OR 事典 Wiki における分類と整理—

渡 辺 展 男

1. はじめに

オペレーションズ・リサーチ (Operations Research; OR) は、生産・在庫、物流・輸送、情報通信ネットワーク、政策・行政、交通、財務・金融、資源・環境、人事・教育、マーケティングなど非常に幅広い分野に応用される学問分野であり、これら諸問題における意思決定者の合理的な判断を支援するための科学的な方法である。日本においては、1957年に日本オペレーションズ・リサーチ学会が設立され、昨年6月に創立50周年を迎えた。創立50周年記念事業の一つとして、「OR事典2000」[27]が改訂され、新たに「OR事典Wiki」[33]としてインターネットで公開されている。このOR事典Wikiは、基礎編、用語編、事例編および資料編から構成されている。

筆者は、以前、OR事典2000の事例編における分類と整理に基づいて、オペレーションズ・リサーチの応用分野と用いられる手法についてまとめた[10]。そこでは、まずオペレーションズ・リサーチの始まり、定義および特徴について述べた後、次にその実施手順、応用分野と用いられる手法などを解説し、最後に生産マネジメントへの応用について述べた。本稿のねらいの一つは、OR事典2000が改訂されたことに伴い、オペレーションズ・リサーチの応用分野と用いられる手法についての近年の動向をまとめることにある。また筆者は文献[10]において、オペレーションズ・リサーチの応用事例として、トヨタ生産方式における「かんぱん方式」に対する数理計画法によるモデリングを紹介した⁽¹⁾。そこでは、モデル記述言語とよばれるソフトウェアを用いた解

法システムの枠組みについて述べた⁽²⁾。このモデル記述言語が2000年代に入り新たな進展をみせモデリングシステムという言葉が用いられるようになっていく⁽³⁾。従って、このモデリングシステムを用いた解法の枠組みについて紹介し、数理計画法によるモデリングの近年の動向を論述することもまた本稿のねらいの一つである。

本稿の構成は以下の通りである。まず2節でオペレーションズ・リサーチの始まり、定義および特徴について、次に3節でその実施手順について解説する。4節においてOR事典Wikiの事例編における分類と整理に基づいて、オペレーションズ・リサーチの応用分野と用いられる手法についてまとめ、5節でオペレーションズ・リサーチの応用事例として、かんばん方式に対する数理計画法によるモデリング、特にモデリングシステムを用いて構築した解法の枠組みについて論述する。そして、最後に6節において本稿のまとめと今後の展望について述べる。

2. 問題解決の科学

オペレーションズ・リサーチは、これに対応する統一的な日本語は作られておらず、日本では原語のまま使うか単にORと呼ばれている。なおイギリスでは、Operational Researchと呼ばれている。仮に日本語訳をするとすれば、作戦の研究あるいは運用の研究ということになるが、オペレーションズ・リサーチの始まりは、第2次世界大戦の頃だと言われている。よく知られているのは、イギリスにおいて、数学者、物理学者、生理学者、天体物理学者など多数の専門分野の科学者が集まり、当時開発中であったレーダの運用の研究がなされたことである。この他第2次世界大戦中に、ドイツ潜水艦の探索方法、大西洋を横断する輸送船団の規模の決定方法に関する研究などがイギリスやアメリカにおいて行われ、作戦上の問題解決を計るためにORは用いられた。

第2次世界大戦後、オペレーションズ・リサーチは産業・公共の両分野で問題解決のために応用された。初期の応用例としては、線形計画法（Linear Programming; LP）を主な手法として用いた石油精製問題や輸送問題などがある。

この他、生産問題、在庫管理問題、日程問題、人員配置問題、設備問題など社会に発生するさまざまな意思決定問題に応用される過程を通して、ORは体系化され、**問題解決の科学**として発展した。

チャーチマン (C. W. Churchman), エイコフ (R. L. Ackoff), アーノフ (E. L. Arnoff) によれば、オペレーションズ・リサーチは、「科学的な方法、手法および用具をシステム運用の問題に適用し、その管理者に問題の最適解を与えるものである」として定義されている[12][54]。管理者とはシステム運用上の問題解決にあたる意思決定者のことであるから、ORは意思決定者の合理的な判断を支援するための科学的な方法であるといえる。またORは、特に1980年代以降において顕著であるが、計算技法の進展ならびにコンピュータの小型化・高性能化・低価格化とともに発展した。従ってORは、計算技法とコンピュータを活用して客観的・論理的な判断を行い、人・もの・金などの資源を有効配分し、システムを運用していこうとする姿勢であるともいえる。

オペレーションズ・リサーチの特徴について、その始まりと発展を通して、また1980年代以降の計算技法の進展に着目するという視点からまとめると次のようになる。

(1) いろいろな分野に応用される学際的科学である

ORは問題解決の科学として、政治、経済、教育、医療、地球環境などのいろいろな分野に応用されるものである。またORの始まりとしてレーダの運用研究において、いろいろな専門分野の研究者が集まりチームが編成されたことを述べた。近年では、問題の対象となるシステムは大規模化、複雑化、広域化しており、その問題解決には種々の専門分野の人が交流し、共同 (Collaboration) する学際的アプローチ (Interdisciplinary Approach) が必要である。

(2) 計算技法とコンピュータを活用し問題解決を計るものである

ORは人・もの・金などの資源を有効配分し、システムを運用していこうとする姿勢であるともいえると述べたが、21世紀において取り組まなくてはならない大きな問題に地球環境問題がある。従って「希少な資源を活用して合理的に生産し消費する方法に関する研究」[47]といえる経済学とともに、ORが

果たすべき役割は今後ますます重要なものとなる。ここでORの特徴をいえば、線形計画法などに代表される計算技法とコンピュータを活用し問題解決を計るということである。ORの発展は計算技法とコンピュータの進展とともにあったといえるが、特に1980年代以降注目すべき展開がみられる。コンピュータは小型化・高性能化・低価格化を果たし飛躍的に発達した。計算技法についていえば、線形計画法の分野では内点法、整数計画法の分野では分枝カット法と呼ばれる方法などが大きな進展を果たしている[14][15]。なお線形計画法および整数計画法の進展については、あらためて5.2項において述べる。これらによって、超大型の最適化問題を実用時間内に実際に解くことが可能な環境になってきており、ORの今後の役割が大いに期待されるのである。

(3) 問題の対象をシステムとしてとらえ、問題解決の方法を研究するものである

ORとは「最初は複雑でとらえどころがないように見える問題に対して一歩ずつ解決に近づいていく方法を研究するものである」[11]といわれている。レーダの運用研究の例でも理解できるようにイギリスで編成されたチームは、その当時開発中であったレーダの技術的な研究をしたのではなく、防空という目的のもとに、その有効的な使用方法について研究したのである。また単にレーダ装置単体の操作方法のみを考えたのではなく、レーダ装置によって構成される防空システム全体の立場からレーダの配置を決定したのである。このように問題の対象をシステムとしてとらえ、システム全体の立場から問題解決にあたる接近法のことを、システムズ・アプローチ (Systems Approach) と呼ぶ。

3. ORの実施手順

オペレーションズ・リサーチは問題解決の科学であり、その特徴は問題解決の方法を研究するものであると述べたが、ORによって得られた各種の考え方・手法を実際の問題に応用する場合、どのような手順を経ることが必要かを考えてみる。

企業の経営管理において、商品企画，研究開発，生産管理，品質管理，原価管理，販売管理，労務管理など経営の諸活動は計画する (Plan)，実行する (Do)，評価する (See, Check)，改善する (Action) の**管理のサイクル**を繰り返しながら，進められなくてはならないといわれる。OR の実施も，大きな枠組みとしてこの管理のサイクルに従った一連の作業を通して進められると考えてよい。

OR の実施手順についてまとめると次のようになる (図 1)。

(1) 問題の設定

問題の対象をシステムとしてとらえ，まずどういう問題を解決しなくてはならないかを決定する。そして対象システムの問題項目について目標の状態と現実の状態を見定め，評価の対象となる項目および条件となる項目などを整理し，問題解決の目的を明確にする。

(2) モデルの構築

問題の設定で定まった問題の構造を，より詳細に分析し主に数学的な方法を用いてモデルを構築する。またこれとあわせて必要なデータの収集を行う。モデルの構築にあたっては，問題の対象となるシステムとモデルとの関係に注意しなくてはならない。モデルは同じシステムを対象としたものでも，モデル作成者の問題認識によって，その形が異なってくる。従ってこの意味でも問題解決の目的を明確にしておくことが重要であるといえる。

(3) モデルの解の導出

構築されたモデルに対して数理計画法，統計手法，シミュレーション，確率論，待ち行列などの各種手法を適用し，コンピュータを活用しモデルの解を導出する。

(4) モデルの分析

解が導出された後，例えば，用いたデータの値の変動に対して得られた最適解がどのように変化するかを分析する感度分析などの事後解析を行う必要がある。モデルは対象とするシステムの全てを正確に表現しているわけではないので，得られたモデルの解を用いて具体的な解決策を提示するためには，この

ようなモデル自体の分析も必要である。モデルの分析などを通して、必要ならばモデルの修正も行いながら解決策の実施方法を検討する。

(5) 解決策の実施

モデルの分析および実施方法の検討結果に基づき、定められた解決策を実施する。多くの場合、実システムに適用する前に数段階のテストが行われる。事前テストによって、実システムでの実施前に問題点を見出し、解決策の実施方法および具体的な手順の見直しを行った後、解決策の実施に入る。

(6) 解決策の評価

解決策の実施結果を分析し問題の設定の段階で定めた目標の状態と比較し、得られた結果を評価する。得られた結果が満足できるものであると評価された場合は、その解決策の具体的な実施手順を手続き化し、日常の経営活動の中で運用していくとともに、得られた結果には満足できないと結論された場合と同様、常に現実の状態を見定め問題の設定についての検討を継続する。

図1にORの実施手順を図示してみたが、図の右側はモデルの世界であり、いわば理論の場といえる。一方、図の左側は現実の世界でありORにとっては応用の場である。ORはこの図が示すサイクルの繰り返しによって展開され発展していくものであり、理論と応用との共同 (Collaboration) が大切である。

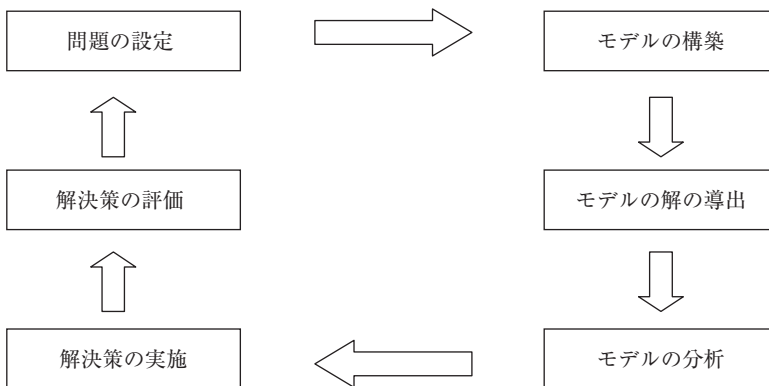


図1 ORの実施手順

従って、「いわゆる理論でも応用でもあるいはこれらの中間にあるものでもすべてオペレーションズ・リサーチなる学問分野には含まれている」[31]と考えたいものである。

4. ORの応用分野と用いられる手法

文献 [10] の第 8 章においてオペレーションズ・リサーチによる問題解決のアプローチとして、**問題発見型アプローチ**と**問題解法型アプローチ**の二つがあることが述べられている。これは OR の応用において、問題の発見、明確化とそのモデル化に重きを置くか、あるいは解法が先にあつて問題をあとから探してくるかというアプローチの違いを述べている。また本稿においては、OR では理論と応用の共同が大切であることを述べてきた。ここでは、これらの観点から OR の応用を (1)OR が応用される問題にはどのような分野があり、(2)OR の応用ではどのような理論的な手法が用いられているかの二つの面からまとめてみる。

日本オペレーションズ・リサーチ学会の創立 50 周年記念事業の一つとして、新たにインターネットで公開されることとなった OR 事典 Wiki の事例編によれば、OR の応用分野と用いられる手法が次のように分類されている [33]。

(1) 応用分野

- 1) マーケティング・流通・需要予測, 2) 製品企画・研究開発,
- 3) 生産販売計画, 4) 調達・生産・在庫, 5) 物流・配送・輸送,
- 6) 検査・性能評価, 7) 設備計画・管理・保全,
- 8) 経営企画・経営戦略, 9) 財務・金融, 10) 組織・人事・教育,
- 11) オフィス事務管理, 12) 情報通信ネットワーク,
- 13) 省資源・環境保全, 14) 政策・行政, 15) 医療・福祉,
- 16) 教育, 17) 交通, 18) 防災, 19) 資源・環境,
- 20) 土地利用・地域開発, 21) 工学解析・設計, 22) 建築・土木,
- 23) 農業・食料, 24) 社会, 25) スポーツ, 26) 娯楽, 27) その他

(2) 用いられる手法

- 1) 図式化・モデル化, 2) 数理計画法, 3) 待ち行列,
- 4) 信頼性・取り替え, 5) 確率モデル一般, 6) 経済性工学,
- 7) スケジューリング, 8) シミュレーション, 9) 予測手法,
- 10) ヒューリスティックス, 11) データマイニング,
- 12) 意思決定法 (含む AHP), 13) ゲーム,
- 14) 分類・評価法 (含む DEA), 15) 統計手法,
- 16) 情報技術・システム化, 17) その他

この OR 事典 Wiki の事例編は、OR アーカイブ集[32]より OR の事例に関する論文等を分類整理したものである。紹介されている事例のそれぞれについては、場合によっては複数の応用分野に関連しているもの、また複数の手法を用いているものもあるため、分類の中で複数回現れる事例もあるが、OR 事典 Wiki では総計として 1,900 件以上の事例が分類され収録されている。これらを、例えば (応用分野, 用いられる手法) の組み合わせで積算し、マトリクス (行列) の形で整理すれば、現在における OR の応用分野と用いられる手法について、そのすべてを正確にとらえられないまでも、一つの知見は得られるであろう。

なお OR の応用分野と用いられる手法の分類については、この他に、例えば International Abstracts in Operations Research という学術誌 (アブストラクト誌) で行われている分類なども参考になる[57]。この学術誌では、OR 関連の論文が 1) Process Oriented (モデル化と活動をもとに), 2) Application Oriented (応用分野をもとに), 3) Technique Oriented (手法をもとに), 4) Professionally Oriented (OR の実践と発展をもとに) の四つの枠組みの中で分類され紹介されており、理論と応用の両面において OR の動向をつかむ場合の一つの指標となる。

本稿では以下 OR 事典 Wiki の事例編で紹介されている OR の応用事例について、まず分類と整理の内容を示し、次に OR の応用分野と用いられる手法について得られた知見を述べる。ここに収録されている事例に対し、(応用分野,

用いられる手法)形式のマトリクスを作成し整理すると次のような結果が得られた。

・ 応用分野として、適用件数が多いもの

多い順に、(1)マーケティング・流通・需要予測 (210件)、(2)財務・金融 (172件)、(3)調達・生産・在庫 (158件)、(4)交通 (157件)、(5)物流・配送・輸送 (139件)、(6)政策・行政 (122件)、(7)医療・福祉 (100件)

・ 用いられる手法の中で、適用件数が多いもの

多い順に、(1)数理計画法 (298件)、(2)図式化・モデル化 (257件)、(3)統計手法 (241件)、(4)分類・評価法 (含むDEA) (186件)、(5)その他 (146件)、(6)情報技術・システム化 (141件)、(7)シミュレーション (137件)

・ 用いられる手法の中で、応用範囲が広いもの (応用分野はその他を含め全部で27分野)

広い順に、(1)図式化・モデル化、数理計画法、統計手法 (ともに26分野)、(2)意思決定法 (含むAHP)、情報技術・システム化 (ともに25分野)、(3)分類・評価法 (含むDEA)、その他 (24分野)、(4)ヒューリスティックス (22分野)、(5)シミュレーション (21分野)

・ 応用分野の中で用いられる手法として顕著なもの

(1) マーケティング・流通・需要予測の分野では、約1/3は統計手法 (69件)が用いられており、これが顕著な特徴となっている。その他としては、図式化・モデル化、データマイニングもよく用いられる。

(2) 財務・金融の分野では、統計手法 (42件)、数理計画法 (30件)、確率モデル一般 (22件)がよく用いられ、これらの適用件数を合わせると全ての手法の適用件数の半数を超えている。

(3) 調達・生産・在庫、物流・配送・輸送の両分野では、ほぼ同じ傾向がみられ、数理計画法が最も多く用いられるが、スケジューリング、情報技術・システム化、図式化・モデル化、ヒューリスティックス、シミュレーションなどの適用も多い。

(4) 交通の分野では、図式化・モデル化と数理計画法がよく用いられる。

(5) 政策・行政の分野では、分類・評価法（含むDEA）と数理計画法がよく用いられる。

以上の整理内容に基づき、ORの応用分野と用いられる手法についてまとめてみよう。まず、応用分野については、マーケティング・流通・需要予測と財務・金融の両分野に事例が多いことが判明した。前回のOR事典2000の分類と整理における適用件数では、いずれも8位以降の分野であったことから、近年この分野へのORの応用が盛んに行われていることがわかる。それと同時に、この両分野については、統計手法、数理計画法、データマイニング、確率モデル一般など、特定の手法が主に用いられていることにも着目したい。応用分野としては、調達・生産・在庫と物流・配送・輸送の両分野においても適用事例が多い。この両分野はOR事典2000の分類と整理における適用件数で、それぞれ1位、2位となっていた分野であるとともに、素材→部品→組立→卸売り→小売→顧客に至る連鎖を全体として最適化する試み[5]として理解できるSupply Chain Management (SCM)の観点から両分野の適用件数を合算すれば約300件となり、現時点でもなおORの応用分野としては、事例の多い分野であるともいえる。応用分野としては、これらの他、交通、政策・行政および医療・福祉の分野にもORの適用件数が多いことに着目したい。つまり産業・公共の両分野にORの応用の場があることに注意したい。次に、用いられる手法としては、適用件数に加え応用範囲の広さも考慮すると、第一に数理計画法、第二に図式化・モデル化ということになると考えてよかろう。統計手法も適用件数が多く、また応用範囲が広いのであるが、適用事例がマーケティング・流通・需要予測と財務・金融の両分野に集中している。個別の特徴としては上記の通りであるが、最後にここでは特に、用いられる手法の中で応用範囲が広いものとして、数理計画法、図式化・モデル化、統計手法の他に、意思決定法（含むAHP）、分類・評価法（含むDEA）および情報技術・システム化をあげておく。なおAHPは、Analytic Hierarchy Processの略で階層意思決定法とも呼ばれている手法であり文献[38]などが参考になる。またDEAは、Data Envelopment Analysisの略であり包絡分析法とも呼ばれているもので文献[37]

などが参考になる。

5. 生産マネジメントへの応用

前節においてオペレーションズ・リサーチの応用事例の中で、(1)応用分野は調達・生産・在庫の分野が多いこと、またSCMの観点から物流・配送・輸送の分野と適用件数を合算すれば約300件にもなること、そして(2)最も適用件数の多い手法は数理計画法であることがわかったが、本節では生産マネジメント分野での数理計画法の応用例として、かんばん方式に対する数理計画法によるモデリングについて述べる[39]。

モデルを作ることを一般にモデリング (Modeling) と呼ぶが、ここでは数理計画法によるモデリングを「ある問題に対して数理計画モデルを構築し、数理計画法を用いてある攻め方・解き方を設計し問題解決に当たること」という意味を込めて用いる。

5.1 かんばん方式

トヨタ自動車は2000年7月、トヨタ生産方式におけるかんばん方式として世界的に知られている生産指示方式で特許を取得したことを明らかにした[2]。トヨタ生産方式においては、在庫量の削減、ムダの徹底的排除による原価低減を計ることを基本目標として、「必要な物を、必要な時に、必要な量だけ生産すること」として定義されるジャストインタイム (Just-in-Time; JIT) を実現するために、引っ張り型生産指示方式が採用されている[24]。引っ張り型生産指示方式においては、各工程における生産・引き取り指示量はその直後工程で実際に消費された量に基づいて決定されるが、かんばん方式は引っ張り型生産指示方式を実現する一つの情報システムであり、「かんばん」は生産情報の伝達手段となる。

かんばんは、通常は長方形のビニールの袋に入った1枚のカードであるが、「引き取りかんばん」と「生産指示かんばん」の二つに大別される。引き取りかんばんには後工程が前工程から引き取るべき品物の種類と量が、生産指示か

んぱんには前工程が生産すべき品物の種類と量が指定されており、1枚のかんぱんが、一つの部品箱（コンテナ）に付けられている[24]。

かんぱん方式の概念図を図2に示す。Bitran-Chang[50]は、かんぱん方式に見られる重要な特徴について、次のように要約している。

- (1) 管理者が途中でかんぱんを追加あるいは引き抜かない限り、生産工程および在庫点の間を循環するかんぱんの総数は変化しない。
- (2) 循環するかんぱんの枚数によって、工程間在庫の上限が与えられる。つまりかんぱん枚数をコントロールすることで、管理者は在庫がある値以上に増えることはないという保証を得ることができる。
- (3) 前工程の生産は後工程によって行われた品物の引き取り分を補充するという形で行われる。
- (4) 循環するかんぱんによって、最終工程の生産情報が全ての上流工程に伝達される。従ってかんぱん方式では、上流の各工程に対して個別の帳票発行等を行うことなく、生産指示の仕組みが自動的に働く。

つまり、かんぱん方式においてはかんぱん枚数の決定が重要な問題であるが、1980年代後半以降この問題に対して数理計画法によるモデリングが試みられている。

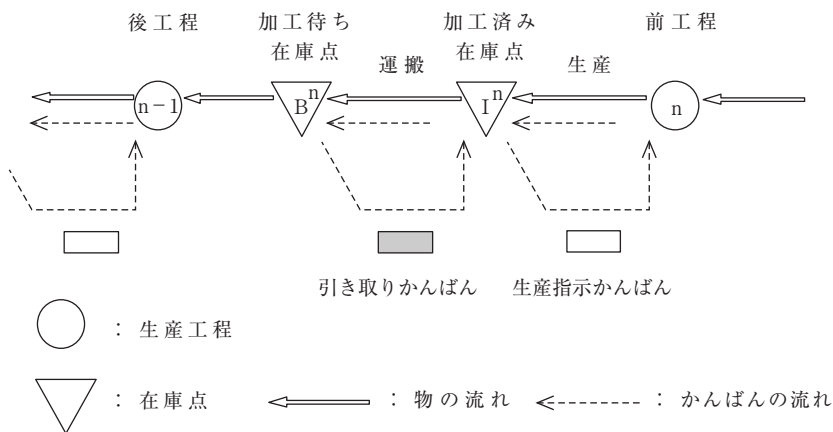


図2 かんぱん方式の概念図（渡辺 [39] をもとに作成）

5.2 数理計画法によるモデリング

以下では、「かんばん方式を対象とし、かんばん枚数をどのように決定すればよいか」という問題設定のもと、(1)どのような条件のもとで、(2)どのような数理計画モデルを構築し、そして(3)定式化された問題をどのような方法で解いたかを紹介する。

(1) モデルの条件

ここで示すモデルが対象とした実際のシステムは、自動車のガソリタンクで使用されるある自動車部品の製造工程であり複数の工程で構成されている。この例のように複数の工程で構成されている工程を多段工程と呼ぶ。このモデルが対象とするシステムは、複数の生産工程と在庫点から構成される次のような多段階、多品目生産・在庫・運搬システムである。

- ① 一つの組立工程に収束していく多段工程で N 工程から構成されており、 $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ で工程を表す。なお最終工程は $n=1$ とする。
- ② 各工程は生産工程、加工済み在庫点および後続工程加工待ち在庫点 ($n=1$ では納入待ち製品在庫点) から成る。
- ③ 期間を $t \in \{0, 1, \dots, T\}$ で表す。計画期間は1期より始まり、 T 期で終了する。

またこのモデルは以下の条件で示される生産状況を対象としている。

- ① 受注先から最終製品の各期の納入量についての内示があり、受注残は認められない。
- ② 各工程で M 種類の品目が生産される。 $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ で品目を表す。
- ③ 各期の各品目に対する生産および引き取り指示量は前期の期末に計算される。
- ④ 資材在庫は十分にあるが、各工程での生産および引き取りは、加工待ちおよび加工済み在庫量の制約を受ける。
- ⑤ 生産および引き取りリードタイムは十分に短い。即ち着手された期中に生産および引き取りは完了する。
- ⑥ 各品目の段取り替え時間および単位量当たり加工時間は既知で計画期間

中は一定である。

- ⑦ 各工程の各品目について、期末目標在庫量が設定されている。
- ⑧ 段取り替えが必要な工程においては、生産を行う場合、ある生産量以上の生産が必要である。またこの工程での実際の生産は前期末に計算される指示量ではなく、決定されたロットサイズにより行われる。

ここで提案するモデルでは、計画期間中における最終製品の内示量に基づいて生産計画を作成するという状況を想定しており、扱う計画は1週間から2週間を単位とする小日程計画レベルの実行計画である。また実際に対象とした自動車部品製造工程では、プレス工程などの段取り替えが必要な工程が含まれている。段取り替えとは、プレス工程などで製品を切り替える時に必要な金型、治具などの準備のことをいう。なお機械を停止して行う段取り替えを内段取り、機械を停止させないで行う段取り替えを外段取りという。最後の条件⑧は段取り替えが必要な工程においては、外段取り分のタイムスパン(時間)がないと品目の切り替えはできないという実際の段取り替え作業における制約を考慮に入れているということであり、このモデルの特徴の一つとなっている。つまり本稿で提示しているモデルは、段取り替え作業の標準化およびプレス機の調整作業の改善等が未だ不十分なためロットサイズの縮小に制約があり、事前に通知した生産量を1単位期間内で1ロットとして打ち続けるという生産状況を対象としている⁽⁴⁾。N=5の場合のモデルの概念図を図3に示す。

(2) 数理計画モデルの構築

ここで示す数理計画モデルでは、上で示した記号のほかに次の記号を用いる。

- J : 工程全体の集合 $J = \{1, 2, \dots, N\}$
- $J1$: 最終工程を除いた工程の集合 $J1 = \{2, 3, \dots, N\}$
- K : 段取り替えが必要な工程の集合
- sn : 第 n 工程の直後工程
- $D_t^{(i)}$: i 製品の t 期の納入内示量

- W_t^n : 第 n 工程の t 期の生産能力 (時間)
- $a^{n(i)}$: 第 n 工程での i 品目の単位量当たり加工時間
- $S^{n(i)}$: 第 n 工程での i 品目の段取り替え時間 ($n \in K$)
- $L^{n(i)}$: 段取り替えが必要な工程で加工される i 品目の最小生産量 ($n \in K$)
- $I_0^{n(i)}$: 第 n 工程での i 品目の初期加工済み在庫量
- $B_0^{n(i)}$: i 製品の初期納入待ち在庫量 ($n=1$ の場合) 及び第 n 工程の後工程 sn への i 部品の初期加工待ち在庫量 ($n \in J1$ の場合)
- $SI_t^{n(i)}$: 第 n 工程の加工済み在庫点における i 品目の t 期末目標在庫量
- $SB_t^{n(i)}$: 納入待ち製品在庫点及び加工待ち在庫点における i 品目の t 期末目標在庫量
- $e^{sn(i)}$: 直後工程 sn の i 品目を 1 個作るのに必要な第 n 工程の i 品目の個数 $e^{sn(i)} \in \{1, 2, \dots\}$

なお納入内示量および在庫量に関する上記の記号は全て非負の整数である。

- $I_t^{n(i)}$: 第 n 工程での i 品目の t 期末における加工済み在庫量
- $B_t^{n(i)}$: i 製品の t 期末における納入待ち在庫量 ($n=1$ の場合) 及び第 n 工程の後工程 sn への i 部品の t 期末の加工待ち在庫量 ($n \in J1$ の

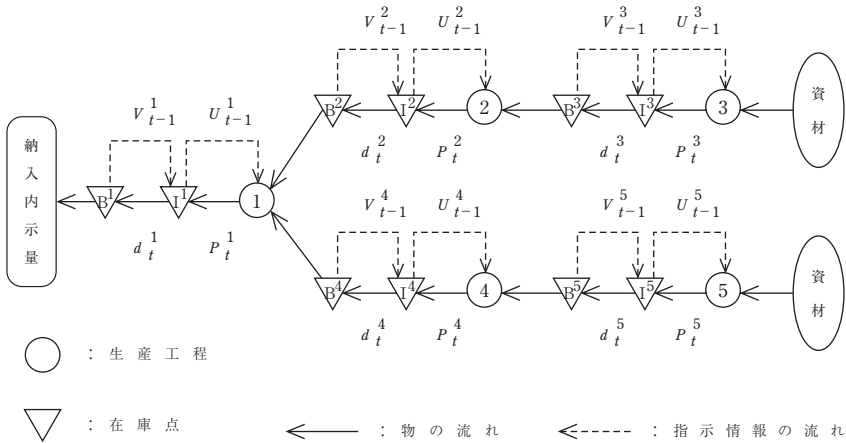


図3 モデルの概念図の例 (渡辺 [39] より)

場合)

$U_t^{n(i)}$: 第 n 工程の i 品目について t 期末に計算される $t+1$ 期の生産指示量

$V_t^{n(i)}$: 第 n 工程の i 品目について t 期末に計算される $t+1$ 期の加工済み在庫からの引き取り指示量

$P_t^{n(i)}$: 第 n 工程での i 品目の t 期中の実際の生産量 ($n \in J-K$ の場合)
または i 品目の t 期でのロットサイズ (決定変数) ($n \in K$ の場合)

$d_t^{n(i)}$: 第 n 工程での i 品目の t 期中の実際の引き取り量

$Y_t^{n(i)}$: 第 n 工程 ($n \in K$) で加工される i 品目について t 期における段取り替えの有無を表わす

$U_0^{n(i)}$: 第 n 工程の i 品目についての初期生産指示量 (決定変数)

$V_0^{n(i)}$: 第 n 工程の i 品目についての加工済み在庫からの初期引き取り指示量 (決定変数)

最後に示した二つの決定変数 $U_0^{n(i)}$ と $V_0^{n(i)}$ が、かんぱん方式における生産指示かんぱんおよび引き取りかんぱんの枚数に対応しており、以下ここで示す数理計画モデルは、主にこの二つの変数を決定するためのものである⁽⁵⁾。

制約条件式

①加工済み製品および部品の期末在庫量

$$I_t^{n(i)} = I_{t-1}^{n(i)} + P_t^{n(i)} - d_t^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (1)$$

②納入待ち製品の期末在庫量

$$B_t^{1(i)} = B_{t-1}^{1(i)} + d_t^{1(i)} - D_t^{(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2)$$

③加工待ち部品の期末在庫量

$$B_t^{n(i)} = B_{t-1}^{n(i)} + d_t^{n(i)} - e^{sn(i)} P_t^{sn(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J1; t = 1, 2, \dots, T) \quad (3)$$

④生産工程への生産指示量

$$U_t^{n(i)} = U_{t-1}^{n(i)} - P_t^{n(i)} + d_t^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (4)$$

⑤加工済み製品在庫からの引き取り指示

$$V_t^{1(i)} = V_{t-1}^{1(i)} - d_t^{1(i)} + D_t^{(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T) \quad (5)$$

⑥加工済み部品在庫からの引き取り指示量

$$V_t^{n(i)} = V_{t-1}^{n(i)} - d_t^{n(i)} + e^{sn(i)} P_t^{sn(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in JI; t = 1, 2, \dots, T) \quad (6)$$

⑦生産指示量による生産量制約

$$P_t^{n(i)} \leq U_{t-1}^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (7)$$

⑧引き取り指示量による引き取り量制約

$$d_t^{n(i)} \leq V_{t-1}^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (8)$$

⑨段取り替えの有無を表す変数の制約

$$Y_t^{n(i)} = \begin{cases} 0, & \text{if } P_t^{n(i)} = 0 \\ 1, & \text{if } P_t^{n(i)} > 0 \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in K; t = 1, 2, \dots, T) \quad (9)$$

⑩段取り替えが必要な工程での最小生産量による生産量制約

$$P_t^{n(i)} \geq L^{n(i)}, \text{ if } P_t^{n(i)} > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in K; t = 1, 2, \dots, T) \quad (10)$$

⑪生産能力及び段取り替え時間による生産量制約

(a) 段取り替えが必要な工程

$$\sum_{i=1}^M a^{n(i)} P_t^{n(i)} + \sum_{i=1}^M S^{n(i)} Y_t^{n(i)} \leq W_t^n \quad (n \in K; t = 1, 2, \dots, T) \quad (11)$$

(b) 段取り替えが不必要な工程

$$\sum_{i=1}^M a^{n(i)} P_t^{n(i)} \leq W_t^n \quad (n \in J-K; t = 1, 2, \dots, T) \quad (12)$$

⑫製品納入の保証

納入待ち製品の期末在庫量は、常に期末目標在庫量以上である。これにより製品納入が保証される。

$$B_t^{1(i)} \geq SB_t^{1(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T) \quad (13)$$

⑬加工待ち在庫による生産量制約

加工待ち部品の期末在庫量は、常に期末目標在庫量を保証しなくてはならず、これにより後工程 sn における t 期中の実際の生産は制約される。

$$B_t^{n(i)} \geq SB_t^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in JI; t = 1, 2, \dots, T) \quad (14)$$

⑭加工済み在庫による引き取り量制約

加工済み製品および部品の期末在庫量は、常に期末目標在庫量を保証しなくてはならず、これにより t 期中の実際の引き取りは制約される。

$$I_t^{n(i)} \geq SI_t^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (15)$$

⑮生産量および引き取り量の非負整数制約

$$P_t^{n(i)}, d_t^{n(i)} : \text{非負の整数} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (16)$$

⑯初期指示量の非負整数制約

$$U_0^{n(i)}, V_0^{n(i)} : \text{非負の整数} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J) \quad (17)$$

目的関数

ここで示すモデルが対象とするのは、既に述べたように1週間から2週間を単位とする小日程計画レベルの実行計画である。そこでは、確定納入指示という納入の微調整に対処するための適正な在庫水準の設定が主たる基準と考えられる。従って評価関数を計画期間中の各工程、各品目の補充目標在庫水準の総和とし、その最小化を目標とする。

各工程の各品目について、例えば $t+1$ 期に対する補充目標在庫水準は、二つの在庫点における t 期末の在庫量と t 期末に計算される $t+1$ 期に対する生産指示量および引き取り指示量の和で表現される。即ち、

$$\begin{aligned} \text{目標在庫水準} &= U_t^{n(i)} + I_t^{n(i)} + V_t^{n(i)} + B_t^{n(i)} \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \end{aligned} \quad (18)$$

各工程の各品目について、式(18)が示す各期の補充目標在庫水準は、全て初期指示量と初期在庫量の和 $U_0^{n(i)} + I_0^{n(i)} + V_0^{n(i)} + B_0^{n(i)}$ となる。従って次式(19)で計画期間中の各工程、各品目の補充目標在庫水準の総和が表される⁽⁶⁾。

$$\sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^M (U_0^{n(i)} + I_0^{n(i)} + V_0^{n(i)} + B_0^{n(i)}) \quad (19)$$

このことは決定変数である初期指示量 $U_0^{n(i)}$ と $V_0^{n(i)}$ が、かんばん方式におけるかんばん枚数に対応することを意味している。上に示した制約条件式と目的関数のもと、かんばん方式に対する数理計画モデルは次のような形となる。

かんばん方式の数理計画モデル

$$\begin{aligned} \text{最小化 (Minimize)} & \quad \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^M (U_0^{n(i)} + I_0^{n(i)} + V_0^{n(i)} + B_0^{n(i)}) \quad (19) \\ \text{制約条件 (Subject to)} & \quad (1) \sim (17) \end{aligned}$$

(3) 問題の解法

前項で示したかんばん方式の数理計画モデルは、在庫量、指示量、生産量、引き取り量および段取り替えに関わる多くの整数変数を持った整数計画問題となる。整数計画問題に対する理論は整数計画法と呼ばれ、問題の解法に対してこれまでに多くの研究がなされているが、整数計画問題は解の導出が非常に困難な問題の一つである。計算技法が大きな進展を見せている今日においても、一般には整数変数の数が100個を超え数百になった段階で、求解の困難さを覚悟しなくてはならないとされている[62][68]。

また線形計画問題、整数計画問題などの数理計画問題を解くために多くの数理計画ソフトウェアが開発されているが、それらのソフトウェアを用いて現実の問題を解決するためにはユーザインターフェースの改善が要となる。数理計画ソフトウェアでは、一般に入力データ形式として、いわゆるMPSフォーマット[62]といわれる特別な形式を要求する仕様になっており、実用規模の問題を実際に解こうとする場合には計算機環境改善の観点が必要である⁽⁷⁾。

従って、かんばん方式に対する数理計画法によるモデリングにおいては、その実際問題への適用可能性を検討する場合、モデルの構築以降の課題として次の2点があげられる。つまり(1)定式化された問題を解くための計算量の削減、および(2)数式モデルの計算機への入力、モデルとデータの分離等の計算機環境の改善の問題である。

まず前者の課題についてであるが、整数計画問題を解くための数理計画ソフトウェアにおいては、分枝限定法(branch-and-bound method)といわれる解法が用いられている。この解法は整数の解を得るために定めた探索戦略のもと、子問題として線形計画問題を順次生成し、生成された線形計画問題を繰り返し解く形式の解法である。また近年の有力な数理計画ソフトウェアでは、この分枝限定法を包括する形で、2節でも述べたように分枝カット法(branch-and-cut method)と呼ばれる解法が実装されている。分枝カット法とは、整数計画問題の解法として従来から採用されていた分枝限定法による探索の過程で切除平面(cut)を加えながら、緩和問題である線形計画問題を解いていくことで整数解

探索の効率化を図ろうとする解法である。いわば分枝限定法と切除平面法 (cutting plane method) の組み合わせと考えられるが、整数計画法の研究においては現在最も注目されているアプローチの一つである⁽⁸⁾。近年の数理計画ソフトウェアにみられる整数計画問題に対する求解性能の向上は、線形計画法、探索戦略であるノードおよび分枝変数の選択、前処理そして切除平面などにおける複数の工夫の積み重ねの成果であるといわれている[3][4][48][52]。例えば、代表的な数理計画ソフトウェアである ILOG CPLEX[56]の1988年から2002年までの線形計画法部分における改善率は、アルゴリズムだけで約2360倍といわれている。これに同期間のマシンの計算速度の改善率として見込まれる数値800倍を合わせ考えると、この期間での線形計画法の平均的な改善率は約190万倍であるとの報告がある[3][51][52]。しかし、このような先進的な計算技法を用いたとしても、上述のように整数変数の数が100個を超え数百となる問題では解の導出が非常に困難になることが予想され、実用規模の問題を実際に解くためには、さらに何らかの工夫が必要になってくる。

次に、後者の課題についてであるが、上述のように商用の数理計画ソフトウェアにおける標準の入力データ形式としては、長年MPSフォーマットといわれる特別な形式あるいはこれに準拠した形式が要求されていた。数理計画問題として定式化される数式モデルは制約式の形つまり行単位で表現される。一方、MPSフォーマットではモデルは変数毎つまり列単位で表現される。従って、実用規模の問題を実際に解こうとする場合、数式モデルから数理計画ソフトウェアへの入力データを生成する過程に関わる計算環境の改善が大きな課題となっていた。数理計画法を用いて現実の問題を解決しようとする時、それが成功するかどうかは、「解を得る為の計算ではなく、モデル作成者とコンピュータを結び付けるインターフェース如何だ」といわれている[72]。

文献[39]では、これら二つの課題を同時に解決する枠組みとして、モデル記述言語 (Modeling Language) を用いた解法システムが提案されている (図4を参照)。そこでは次の手順を経て問題解決に当たっている。

- ①整数変数の数を減らすために、モデルを再定式化する。

- ②再定式化された整数計画問題をモデル記述言語を用いて記述し、最適化モジュールの入力データとなるマトリクスファイルを生成する。
- ③モデル記述言語と最適化モジュールが提供する機能を統合し、少ない計算量で近似最適解を求めるための近似計算手続きを作成する。

モデル記述言語とは、上述の数理計画法を用いて現実の問題を解決する上で、つまりユーザインターフェースの改善のために1970年代末以降開発が進められてきたソフトウェアであり、1990年代に入り日本国内においても入手が容易になってきたものである。その主な機能は、数理計画モデルとして定式化された問題をその数式モデルに近い表現で、数理計画ソフトウェアへの入力データであるマトリクスファイルを生成するというものである。つまりモデル記述言語の意義は、数理計画ソフトウェアの入力データ形式の標準といえる

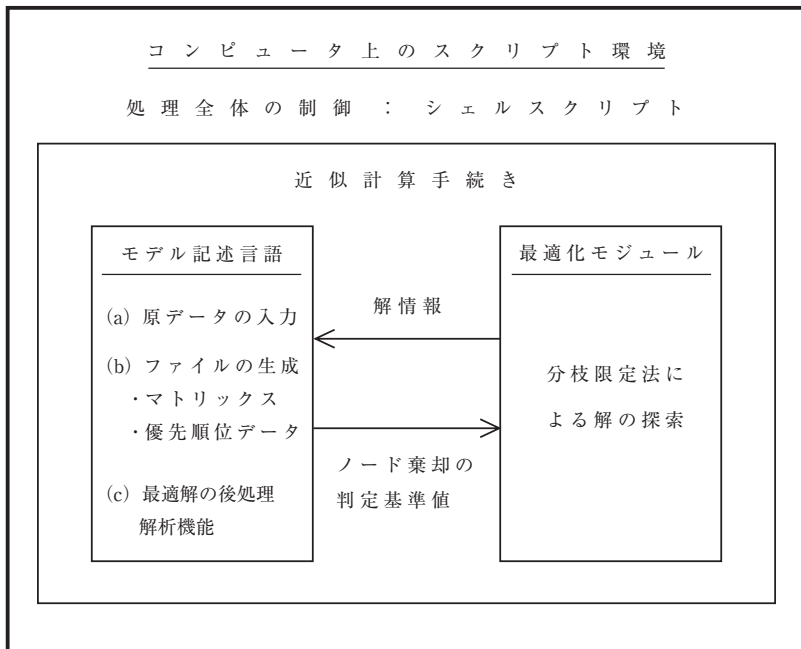


図4 モデル記述言語を用いた解法システムの枠組み

MPS フォーマットを、直接には意識せずにモデルを取り扱うことができるという点にある。

図4で示されているように、モデル記述言語を用いた解法システムにおいては、モデル記述言語と最適化モジュールとの連携により、(1)定式化された問題を解くための計算量の削減および(2)数式モデルの計算機への入力、モデルとデータの分離等の計算環境の改善という二つの課題を同時に解決する枠組みを構築することができるようになった。しかし、図4にみられるようにその解法システムを実現するためには、スクリプト環境など何らかの形で処理全体を制御する仕組みが別途必要となっていた。文献[39]で提案された解法システムにおいては、計算手続きの処理全体の制御は、スクリプト言語の一つといえるシェル (Shell) 環境を用いて記述したシェルスクリプト (Shell Script) により行われていた。近年このモデル記述言語が大きな進展を見せている。その先進性を表すためにモデル記述言語に代わり、新たな進展をみせたソフトウェアに対してはモデリングシステムという言葉が用いられている。その特徴を簡潔に表現するとすれば、モデルの記述 (Model Describing) とモデルの解法 (Model Solving) を一つの環境で実現しているということができる。文献[42]では、代表的なモデリングシステムの一つである Xpress-MP[55]の Xpress-Mosel (これ以降、Moselはモデリングシステムを意味しているものとする) を用いた解法が提案されている。

図5にモデリングシステム Mosel を用いた解法システムの枠組みを示す⁽⁹⁾。これまでのモデル記述言語を用いた場合と異なり、モデリングシステムが処理全体の制御を行っており、モデル記述によるマトリックスファイルの生成のみならず最適化モジュールに対してモデルの解き方を指示する形式となっている。なお本研究で使用している数理計画ソフトウェア Xpress-MP では、モデルの記述 (Model Describing) とモデルの解法 (Model Solving) を一つの画面上で行う Xpress-IVE といわれる統合環境が提供されている。この統合環境も広い意味でのモデリングシステムの機能といえ、数理計画ソフトウェアのインターフェースの改善が進展している証ともいえる。

近似計算手続きにおける計算量削減の具体的な方策としては、図4および図5に示されているように優先順位データの導入に特徴がある。分枝限定法の手続きでは、子問題の作成（分枝変数の選択）順位が計算量に大きな影響を与えるが、このかんばん方式の数理計画モデルにおいては、段取り替えの有無を表わす変数である $Y_i^{n(i)}$ を優先させて子問題を作成すれば（分枝すれば）、計算量が飛躍的に削減できることが数値計算を通して検証されている⁽¹⁰⁾。ジャストインタイムを実現するためには、段取り替えに関わる作業の改善が大きな課題となるのであるが、かんばん方式をモデル化した数理計画問題を実際に解く場合においても、その段取り替えに関わる変数の取り扱いが計算量削減の要にな

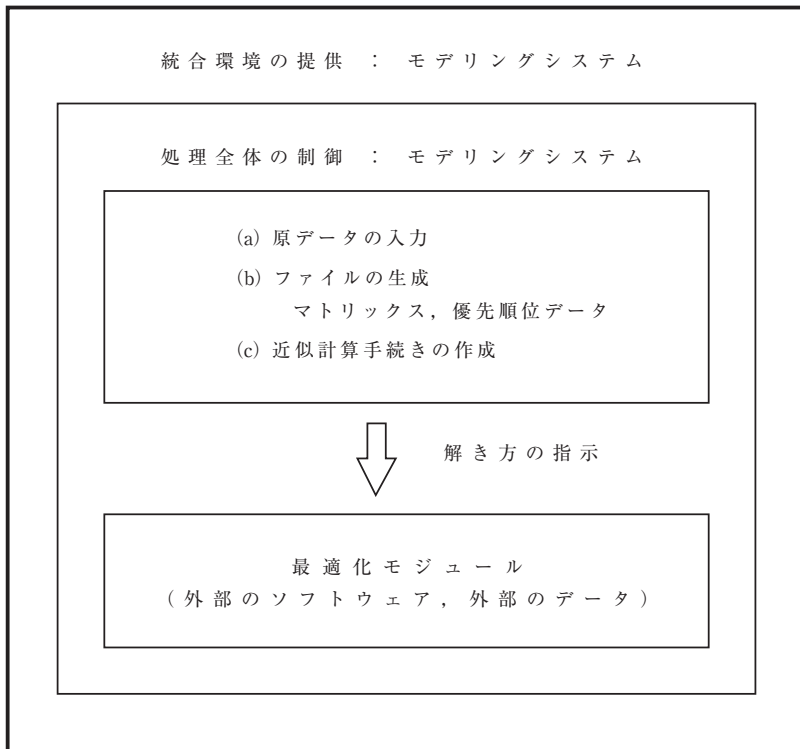


図5 モデリングシステムを用いた解法の枠組み

るという計算結果は興味深い。

6. ま と め

本稿では、日本オペレーションズ・リサーチ学会創立 50 周年記念事業の一つとして、新たにインターネット上で公開された OR 事典 Wiki の事例編における分類と整理に基づいて、オペレーションズ・リサーチの応用分野と用いられる手法についての近年の動向について論述した。OR の応用分野としては、近年、マーケティング・流通・需要予測と財務・金融の両分野に対して、OR 手法が盛んに適用されていることが判明した。また調達・生産・在庫と物流・配送・輸送の両分野においても適用事例が多い。この両分野は OR 事典 2000 の分類と整理における適用件数で、それぞれ 1 位、2 位となっていた分野であるとともに、SCM の観点から両分野の適用件数を合算すれば約 300 件となり、現時点でもなお OR の応用分野としては、事例の多い分野である。これらの他、交通、政策・行政および医療・福祉の分野にも OR の適用件数が多いことから、産業・公共の両分野に、OR の応用の場があることが理解できる。次に、用いられる手法としては、適用件数に加え応用範囲の広さも考慮すると、第一に数理計画法、第二に図式化・モデル化ということになると考えてよからう。統計手法も適用件数が多く、また応用範囲が広いのであるが、適用事例がマーケティング・流通・需要予測と財務・金融の両分野に集中している。

本稿では、またトヨタ生産方式のかんばん方式に対する数理計画法によるモデリングの例として、モデリングシステムを用いた解法の枠組みについて紹介し、数理計画法によるモデリングの近年の動向を論述した。モデリングシステムは、数理計画法を用いて問題解決のシステムを設計する上で、新たなアプローチを提供してくれている。またそれと同時にモデリングシステムの登場は、最適化モジュールによる適切な求解はもちろん重要ではあるが、モデル構築時における定式化の工夫そして問題解決のためのシステム設計が今後より重要であることをあらためて認識させるものとなっている。今後ともインターフェースの改善そして求解性能の向上の両面にわたり、数理計画ソフトウェア

の動向に注目していきたいと考えている。

<注>

*本稿中のシステム名および製品名は一般に各社の登録商標または商標です。

- (1) トヨタ生産方式, 「かんばん方式」および引っ張り型生産指示方式については, 秋庭他[1], 平木[6], 黒田他[20], 門田[24], 村松[25], 日本生産管理学会編[28], 大野[29]および大野監修—門田編著[30]などを参照するとよい。
- (2) モデル記述言語の詳細については前田[21], 渡辺[39], Kallrath(ed.)[59], Sharda-Rampal[67]およびWilliams[72]などを参照するとよい。また Linear Programming FAQ のホームページ[62]上にもモデル記述言語についての解説がある。
- (3) モデル記述言語を含め数理計画ソフトウェアの近年の進展については, Atamtürk-Savelsbergh[48], Kallrath(ed.)[59], Linderth-Ralphs[61]および OR/MS Today 誌に掲載される Software Surveys[66]などを参照するとよい。
- (4) 段取り替えの詳細については門田[24]を参照するとよい。なお段取り替え作業の改善が進んだ状況に対応したモデルについては, 渡辺[39], Watanabe-Hiraki[70][71]を参照。
- (5) 決定変数である初期指示量とかんばん方式における初期かんばん枚数との対応については, 渡辺[39], 渡辺—安—平木[43]を参照。
- (6) 評価関数である式(19)で補充目標在庫水準の総和が表されることについては, 渡辺[39], Watanabe-Hiraki[71]を参照。
- (7) MPS フォーマットについては, 前田[21], 反町編[35], 渡辺[39]および Williams[72]などを参照するとよい。また Linear Programming FAQ のホームページ[62]上にも MPS フォーマットについての解説がある。
- (8) 整数計画法全般, 分枝限定法および分枝カット法については, 茨木[7], 茨木—福島[8], 今野[13], 今野—鈴木編[17], 久保[18], Beasley(ed.)[49], Carter-Price[53], Martin[63], Nemhauser-Wolsey[65]および Wolsey[73]などを参照するとよい。また整数計画法の研究における近年の動向については藤江[4], 今野[16], 宮代—松井[23], 柳浦—野々部[45], Johnson-Nemhauser-Savelsbergh[58]および Linderth-Savelsbergh[60]などを参照するとよい。
- (9) モデルの記述も含めモデリングシステムを用いた解法の詳細については, 渡辺[42]を参照。
- (10) 本研究で提案している近似計算手続きの特徴については渡辺[39]–[42], Watanabe-Hiraki[70][71]において詳細な数値検証を加えている。

参考文献

- [1] 秋庭雅夫, 黒田充, 田部勉, 石井和克, 宮崎晴夫, 市村隆哉:「生産管理システムの設計—その研究と活用—」, 日本能率協会, 東京 (1986)。
- [2] 朝日新聞, 2000年7月20日。
- [3] Bixby, R. E.: “ムーアの法則を超えて: かつてない程に短縮された最適化時間”, 講演資料 (2003)。
- [4] 藤江哲也: “整数計画問題に対する分枝カット法とカットの理論”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 48, No. 12, pp. 935-940 (2003)。
- [5] 藤本隆宏:「生産マネジメント入門 I—生産システム編—」, 日本経済新聞社, 東京 (2001)。
- [6] 平木秀作:「自動車の現地生産と部品調達」, 溪水社, 広島 (1996)。
- [7] 茨木俊秀:「組合せ最適化—分枝限定法を中心として—」, 産業図書, 東京 (1983)。
- [8] 茨木俊秀, 福島雅夫:「最適化の手法」, 共立出版, 東京 (1993)。
- [9] 猪平進, 齋藤雄志, 高津信三, 出口博章, 綿貫理明, 和田雄次:「インターネット時代の情報管理概論—情報・システム・意思決定—」, 共立出版, 東京 (1999)。
- [10] 猪平進, 齋藤雄志, 高津信三, 出口博章, 渡辺展男, 綿貫理明:「ユビキタス時代の情報管理概論—情報・分析・意思決定・システム・問題解決—」, 共立出版, 東京 (2003)。
- [11] 近藤次郎:「オペレーションズ・リサーチ」, 日科技連, 東京 (1973)。
- [12] 近藤次郎:「ソフトTQCへのアプローチ 経営科学読本」, 日科技連, 東京 (1986)。
- [13] 今野浩:「整数計画法」, 産業図書, 東京 (1981)。
- [14] 今野浩:「数理決定法入門 キャンパスのOR」, 朝倉書店, 東京 (1992)。
- [15] 今野浩:「実践 数理決定法」, 日科技連, 東京 (1997)。
- [16] 今野浩:「役にたつ一次式—整数計画法「気まぐれな王女」の50年—」, 日本評論社, 東京 (2005)。
- [17] 今野浩, 鈴木久敏編:「整数計画法と組合せ最適化」, 日科技連, 東京 (1982)。
- [18] 久保幹雄:「サプライ・チェーン最適化ハンドブック」, 朝倉書店, 東京 (2007)。
- [19] 栗原謙三, 明石吉三:「経営情報処理のための オペレーションズ・リサーチ」, コロナ社, 東京 (2001)。

- [20] 黒田充, 田部勉, 圓川隆夫, 中根甚一郎:「生産管理」, 朝倉書店, 東京 (1989)。
- [21] 前田英次郎:“数理計画支援システム”, 第5回 RAMP シンポジウム論文集, pp. 57-72 (1993)。
- [22] 宮川公男:「日経文庫 OR 入門」, 日本経済新聞社, 東京 (1969)。
- [23] 宮代隆平, 松井知己:“ここまで解ける整数計画”, システム/制御/情報, Vol. 50, No. 9, pp. 363-368 (2006)。
- [24] 門田安弘:「トヨタプロダクションシステム—その理論と体系—」, ダイアモンド社, 東京 (2006)。
- [25] 村松林太郎:「新版生産管理の基礎」, 国元書房, 東京 (1979)。
- [26] 奈良宏一, 佐藤泰司:「システム工学の数理手法」, コロナ社, 東京 (1996)。
- [27] 日本オペレーションズ・リサーチ学会編:「OR 事典 2000 第2版」, 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 東京 (2001)。
- [28] 日本生産管理学会編:「トヨタ生産方式」, 日刊工業新聞社, 東京 (1996)。
- [29] 大野耐一:「トヨタ生産方式—脱規模の経営をめざして—」, ダイアモンド社, 東京 (1978)。
- [30] 大野耐一監修, 門田安弘編著:「トヨタ生産方式の新展開」, 日本能率協会, 東京 (1983)。
- [31] 大山達雄:最適化モデル分析, 日科技連, 1993。
- [32] OR アーカイブ集, <http://www.orsj.or.jp/~archive/>
- [33] OR 事典 Wiki, <http://www.orsj.or.jp/ORWiki>
- [34] 定道宏:「経営科学」, オーム社, 東京 (1989)。
- [35] 反町洋一編:「線形計画法の実際」, 産業図書, 東京 (1992)。
- [36] 高井英造, 真鍋龍太郎編著:「問題解決のための オペレーションズ・リサーチ入門—Excel の活用と実務的例題—」, 日本評論社, 東京 (2000)。
- [37] 刀根薫:「経営効率性の測定と改善—包絡分析法 DEA による—」, 日科技連, 東京 (1993)。
- [38] 刀根薫, 真鍋龍太郎編:「AHP 事例集」, 日科技連, 東京 (1990)。
- [39] 渡辺展男:「多段階生産・在庫・運搬システム—数理計画法によるモデリング—」, 溪水社, 広島 (1999)。
- [40] 渡辺展男:“パソコン上のシェル環境を用いた生産計画問題の解法”, 広島大学経済論叢, 第24巻, 第2号, pp. 53-70 (2000)。
- [41] 渡辺展男:“生産計画問題における Cut-and-Branch 法の数値検証”, 広島大学経済論叢, 第25巻, 第1・2号, pp. 13-29 (2001)。
- [42] 渡辺展男:“モデリングシステムを用いた生産計画問題—モデルを記述しながら

- ら整数計画問題を早く解く一”，専修経営研究年報，No. 29，pp. 27-55 (2005)。
- [43] 渡辺展男，安范俊，平木秀作：“引っ張り型生産指示方式の数理計画的アプローチ”，日本経営工学会誌，Vol. 44，No. 6，pp. 478-486 (1994)。
- [44] 渡辺展男，錦織昭峰，平木秀作：“モデル記述言語を用いた生産計画問題の解法”，平成7年度第2回ORセミナーテキスト，数理計画モデルの応用—構築と解法と分析—，pp. 14-28，日本OR学会 (1995)。
- [45] 柳浦睦憲，野々部宏司：“分枝限定法—さらなる計算効率の希求”，システム／制御／情報，Vol. 50，No. 9，pp. 350-356 (2006)。
- [46] 山口襄編：「経営工学概論」，日本規格協会，東京 (1981)。
- [47] 吉田和男：「経済学に最低限必要な数学 直観による理解」，日本評論社，東京 (1993)。
- [48] Atamtürk, A. and Savelsbergh, M. W. P.: “Integer-Programming Software Systems”, *Annals of Operations Research*, Vol. 140, pp. 67-124 (2005).
- [49] Beasley, J. E. (ed.): *Advances in Linear and Integer Programming*, Oxford University Press, Oxford (1996).
- [50] Bitran, G. R. and Chang, L.: “A Mathematical Programming Approach to a Deterministic KANBAN System”, *Management Science*, Vol. 33, No. 4, pp. 427-441, (1987).
- [51] Bixby, R. E.: “Solving Real-World Linear Programs: A Decade and More of Progress”, *Operations Research*, Vol. 50, No. 1, pp. 3-15 (2002).
- [52] Bixby, R. E., Felton, M., Gu, Z., Rothberg, E. and Wunderling, R.: “Mixed-Integer Programming: A Progress Report”, *The Sharpest Cut* (Grötschel, M. ed.), SIAM, Philadelphia, pp. 309-327 (2004).
- [53] Carter, M. W. and Price, C. C.: *Operations Research: A Practical Introduction*, CRC Press, Boca Raton (2000).
- [54] Churchman, C. W., Ackoff, R. L. and Arnoff, E. L.: *Introduction to Operations Research*, John Wiley & Sons, New York (1957) (森口繁一監訳: 「オペレーションズ・リサーチ入門」, 紀伊国屋書店, 東京 (1958)).
- [55] Dash Optimization, Fair Isaac: Xpress-MP, <http://www.dashoptimization.com/>
- [56] ILOG: ILOG CPLEX, <http://www.ilog.co.jp/>
- [57] International Abstracts in Operations Research, <http://www.iaor-palgrave.com/>
- [58] Johnson, E. L., Nemhauser, G. L. and Savelsbergh, M. W. P.: “Progress in Linear Programming-Based Algorithms for Integer Programming: A Exposition”, *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 12, No. 1, pp. 2-23 (2000).
- [59] Kallrath, J. (ed.): *Modeling Languages in Mathematical Optimization*, Kluwer

- Academic Publishers, Massachusetts (2004).
- [60] Linderoth, J. T. and Savelsbergh, M. W. P.: "A Computational Study of Search Strategies for Mixed Integer Programming", *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 11, No. 2, pp. 173–187 (1999).
- [61] Linderoth, J. T. and Ralphs, T. K.: "Noncommercial Software for Mixed Integer Linear Programming", *Integer Programming: Theory and Practice* (Karlof, J. K. ed.), CRC Press, Boca Raton, pp. 253–303 (2005).
- [62] Linear Programming FAQ:
<http://www-unix.mcs.anl.gov/otc/Guide/faq/linear-programming-faq.html>
- [63] Martin, R. K.: *Large Scale Linear and Integer Optimization: A Unified Approach*, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts (1999).
- [64] Muramatsu, R., Ishii, K. and Takahashi, K.: "Some Ways to Increase Flexibility in Manufacturing Systems", *International Journal of Production Research*, Vol. 23, No. 4, pp. 691–703 (1985).
- [65] Nemhauser, G. L. and Wolsey, L. A.: *Integer and Combinatorial Optimization*, John Wiley & Sons, New York (1988).
- [66] OR/MS Today Software Surveys: <http://lionhrtpub.com/software-surveys.shtml>
- [67] Sharda, R. and Rampal, G.: "Software Survey: Algebraic Modeling Languages on PCs", *OR/MS Today*, Vol. 22, No. 3, pp. 58–63 (1995).
- [68] Stadler, H. and Kilger, C. (ed.): *Supply Chain Management and Advanced Planning - Concepts, Models, Software and Case Studies - 4th ed.*, Springer, Berlin (2008).
- [69] Watanabe, N.: "A PC-based Solution to a Multi-stage Production Ordering System", *Proc. of the Special International Conference on Production Research* (Special ICPR 2000) provided in a CD-ROM, 6 pages (2000).
- [70] Watanabe, N. and Hiraki, S.: "A Mathematical Programming Model for a Pull Type Ordering System including Lot Production Processes", *International Journal of Operations & Production Management*, Vol. 15, No. 9, pp. 44–58 (1995).
- [71] Watanabe, N. and Hiraki, S.: "A Modeling Approach to a JIT-based Ordering System", *Annals of Operations Research*, Vol. 69, pp. 379–403 (1997).
- [72] Williams, H. P.: *Model Building in Mathematical Programming 4th ed.*, John Wiley & Sons, Chichester, England (1999).
- [73] Wolsey, L. A.: *Integer Programming*, John Wiley & Sons, New York (1998).