

**IMPLEMENTACION DEL METODO DEL AHORRO PARA RESOLVER EL VRP
APLICADO AL DISEÑO DE UNA RED DE LOGÍSTICA INVERSA PARA LA
RECOLECCIÓN DE ACEITE VEHICULAR USADO GENERADO EN LOS
PUNTOS DE ACOPIO UBICADOS EN PEREIRA**

**JULIANA CASTAÑEDA JIMENEZ
JAIME ANDRES CARDONA ARIAS**

**UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERIA INDUSTRIAL
INGENIERIA INDUSTRIAL**

PEREIRA

2014

**IMPLEMENTACION DEL METODO DEL AHORRO PARA RESOLVER EL VRP
APLICADO AL DISEÑO DE UNA RED DE LOGÍSTICA INVERSA PARA LA
RECOLECCIÓN DE ACEITE VEHICULAR USADO GENERADO EN LOS
PUNTOS DE ACOPIO UBICADOS EN PEREIRA**

**JULIANA CASTAÑEDA JIMENEZ
JAIME ANDRES CARDONA ARIAS**

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Industrial

**Directora
MSc. ELIANA TORO OCAMPO**

**UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERIA INDUSTRIAL
INGENIERIA INDUSTRIAL**

PEREIRA

2014

Nota de Aceptación:

MSc. Jairo Alberto Villegas Florez

Jurado

MSc. Eliana Mirledy Toro O.

Directora

Pereira, Colombia. Junio de 2014

RESUMEN

La problemática ambiental generada por la mala disposición de aceite vehicular usado (AU) en Colombia ha permitido que en algunas de las principales ciudades se hayan creado empresas destinadas a la recolección y correcta disposición del desecho, pero eso no garantiza una cobertura total de las mismas. La ciudad de Pereira cuenta con una alta cifra de agentes generadores (Lubricentros, Servitecas, Talleres de mecánica, etc.), lo cual hace necesaria la creación de un esquema para la recuperación y adecuada disposición del residuo con el fin de beneficiar al medio ambiente y los habitantes de la ciudad.

Este documento presenta la creación de una red de logística inversa asociada a la recolección de aceite vehicular usado en la ciudad de Pereira. Para la construcción del modelo se ubicaron los puntos generadores del residuo, las distancias entre cada uno de los nodos, y los costos logísticos variables evaluando dos tipos de camiones cisterna con el objetivo de seleccionar el de menor costo. La situación fue modelada como un problema de enrutamiento de vehículos con restricción de capacidad CVRP (*Capacited Vehicle Routing Problem*), el cual se soluciona implementando una heurística de dos fases, que consiste en rutear primero y agrupar después o *route-firts and cluster-second*. La primera instancia se resuelve usando el algoritmo de ahorro y la segunda el algoritmo de agrupamiento o *Clustering*, programados en Matlab. La solución determina las sub-rutas que integran la red de logística inversa con el respectivo orden en que cada vehículo debe visitar los diferentes puntos generadores de aceite vehicular usado.

ABSTRACT

The environmental problem generated by the poor used oil discard mechanisms at the present time in Colombia has enable the establishment of business focused on the proper collection and disposal of waste in some of Colombia's major cities; however, this mechanisms still do no guarantee that these companies provide full coverage. The city of Pereira has a high number of oil generating agents (such as Lubrication Centers, Service Centers, Repair shops, among others), which requires the creation of a proper oil waste recovery and disposal system in order to benefit the environment and the citizens.

This paper presents the creation of a reverse logistics network associated with the proper used oil collection in the city of Pereira. To build the model it was necessary to identify the residue generators points, the distances between each of the nodes and the logistics variable costs evaluating two types of tanker trucks. The situation was modeled as a Capacited Vehicle Routing Problem (CVRP), which was solved by implementing the route-first cluster-second principle in vehicle routing, a two phase heuristic. The first phase is solved by using the Savings Algorithm, while the second phase is solved by using the Clustering Algorithm. Further on, both algorithms are programmed in MATLAB, where the solution determines the sub-routes integrating the reverse logistics network with the order in which each vehicle should visit the different used oil generating points.

TABLA DE CONTENIDO

Pág.

1. INTRODUCCIÓN	9
2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	10
2.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	10
3. RED DE LOGÍSTICA INVERSA PARA LA RECOLECCIÓN DE ACEITE VEHICULAR USADO: REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE	13
3.1. LOGÍSTICA INVERSA	13
3.2. LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES EN LA LOGÍSTICA INVERSA	14
3.3. SISTEMAS INTEGRADOS DE GESTIÓN DE PRODUCTOS FUERA DE USO	17
4. MARCO TEÓRICO	19
4.1. LOGÍSTICA INVERSA	19
4.1.1. <i>Modelos matemáticos y técnicas de solución usadas en problemas de logística inversa</i>	22
4.2. PROBLEMAS DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS (VRP)	27
4.3. METODOLOGÍAS DE SOLUCIÓN	31
4.3.1. <i>Técnicas Exactas</i>	31
4.3.2. <i>Heurísticas</i>	32
5. METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN IMPLEMENTADA	38
5.1. LOCALIZACIÓN DE LOS PUNTOS GENERADORES DE ACEITE USADO	38
5.1.1. <i>Ubicación de los puntos de acopio de aceite usado en la ciudad de Pereira</i>	38
5.2. UBICACIÓN DEL CENTRO DE ACOPIO	43
5.3. PARÁMETROS DEL MODELO	47
5.3.1. <i>Demanda o Cantidad de aceite generado en los puntos</i>	47
5.3.2. <i>Flota de vehículos</i>	53
5.3.3. <i>Matriz de costos operativos</i>	54
5.4. FORMULACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO PARA RESOLVER EL CVRP	62
5.5. SOLUCIÓN PLANTEADA PARA CVRP	65
6. RESULTADOS Y DISEÑO DE LA RED DE LOGÍSTICA INVERSA PARA RECOLECTAR ACEITE VEHICULAR USADO	74
6.1. RESULTADOS UTILIZANDO EL CAMIÓN FAW	74
6.2. RESULTADOS UTILIZANDO EL CAMIÓN DONG FENG	76
6.3. RESULTADOS UTILIZANDO RUTAS EXCLUSIVAS PARA CADA NIVEL CON EL DONG FENG	77
6.4. ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS	79
6.5. DISEÑO DE LA RED DE LOGÍSTICA INVERSA PARA RECOLECTAR ACEITE VEHICULAR USADO	81
7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	83
7.1. CONCLUSIONES	83
7.2. RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS	84
8. BIBLIOGRAFÍA	85

LISTA DE TABLAS

	Pág.
TABLA 1. PARQUE AUTOMOTOR ANUAL EN PEREIRA	12
TABLA 2. PROCESO DE LA LOGÍSTICA INVERSA.....	20
TABLA 3. PUNTOS GENERADORES DE ACEITE USADO EN PEREIRA.....	39
TABLA 4. SUMATORIA FILAS Y COLUMNAS DE LA MATRIZ DE DISTANCIAS	44
TABLA 5. CANTIDAD DE AU GENERADO EN LOS PUNTOS DE LA MUESTRA	47
TABLA 6. CLASIFICACIÓN DE LOS PUNTOS GENERADORES	48
TABLA 7. CANTIDAD GENERADA DE AU MUESTRAS NIVEL I	49
TABLA 8. CANTIDAD GENERADA DE AU MUESTRAS NIVEL II	49
TABLA 9. ESTADOS E INTERVALOS NIVEL II DE GENERACIÓN DE AU	50
TABLA 10. PROBABILIDAD DE GENERACIÓN DE LOS PUNTOS DEL NIVEL II.....	51
TABLA 11. EJEMPLO PARA DETERMINAR LA PRODUCCIÓN DE AU EN LOS PUNTOS.....	52
<i>TABLA 12. GENERACIÓN DE AU EN TODOS LOS PUNTOS PRODUCTORES DEL DESECHO.....</i>	<i>52</i>
TABLA 13. FICHA TÉCNICA CAMIÓN 1	53
TABLA 14. FICHA TÉCNICA CAMIÓN 2	54
TABLA 15. COSTO DE COMBUSTIBLE POR KM	58
TABLA 16. DESGASTE Y PRECIO DE LLANTAS UTILIZADAS	58
TABLA 17. COSTO LLANTAS POR KM.....	59
TABLA 18. PERIODO DE CAMBIO DE ACEITE Y PRECIOS.....	59
TABLA 19. COSTO DE ACEITE POR KM.....	59
TABLA 20. PARÁMETROS PARA EL CAMBIO DE FILTROS Y PRECIOS.....	60
TABLA 21. COSTO DE FILTROS POR KM	60
TABLA 22. COSTO MANTENIMIENTO POR KM.....	61
TABLA 23. COSTOS VARIABLES SEGÚN EL TIPO DE CAMIÓN.....	61
<i>TABLA 24. EJEMPLO DE ORDEN DE LA RUTA PARA AGRUPAR</i>	<i>73</i>
TABLA 25. EJEMPLO CLUSTERS.....	73
TABLA 26. RUTA 1A	74
TABLA 27. RUTA 1B	75
TABLA 28. RUTA 1C	75
TABLA 29. RUTA 1D	75
TABLA 30. RESUMEN RESULTADOS CAMIÓN 1.....	75
TABLA 31. RUTA 2A	76
TABLA 32. RUTA 2B	76
TABLA 33. RUTA 2C	76
TABLA 34. RUTA 2D	77
TABLA 35. RESUMEN RESULTADOS CAMIÓN 2.....	77
<i>TABLA 36. RUTA 1A NIVEL I</i>	<i>78</i>
<i>TABLA 37. RUTA 2A NIVEL II</i>	<i>78</i>
<i>TABLA 38. RUTA 2B NIVEL II</i>	<i>78</i>
<i>TABLA 39. RUTA 2C NIVEL II</i>	<i>79</i>
<i>TABLA 40. RUTA 2D NIVEL II</i>	<i>79</i>
TABLA 41. RESUMEN RESULTADOS DE RUTAS POR NIVEL	79
<i>TABLA 42. RESULTADOS DEL MODELO EN DIFERENTES ESCENARIOS.....</i>	<i>80</i>

LISTA DE ILUSTRACIONES

	Pág.
ILUSTRACIÓN 1. MERCADO DE LUBRICANTES COLOMBIA 2011.....	10
ILUSTRACIÓN 2. DISPOSICIÓN FINAL DE ACEITE USADO EN COLOMBIA 2011.....	11
ILUSTRACIÓN 3. DOS RUTAS ANTES Y DESPUÉS DE SER UNIDAS	32
ILUSTRACIÓN 4. EJEMPLO DE LA RUTA CIRCULAR Y RADIAL.....	34
ILUSTRACIÓN 9. MAPA DE PUNTOS GENERADORES DE ACEITE USADO EN PEREIRA.....	42
ILUSTRACIÓN 10. MAPA DE PUNTOS GENERADORES DE ACEITE USADO EN CERRITOS.	43
ILUSTRACIÓN 11. MAPA DEL PUNTO GENERADOR DE ACEITE USADO EN EL CORREGIMIENTO DE ARABIA	43
ILUSTRACIÓN 12. UBICACIÓN DEL CENTRO DE ACOPIO DE ACEITE USADO EN PEREIRA.	46
ILUSTRACIÓN 13. CAMIÓN CISTERNA.....	53
ILUSTRACIÓN 14. ALIMENTACIÓN DEL ALGORITMO.....	54
ILUSTRACIÓN 15. PUNTO DE PARTIDA Y DE DESTINO.	55
ILUSTRACIÓN 16. MAPA DEL RECORRIDO ENTRE NODOS.	56
ILUSTRACIÓN 17. DISTANCIA Y TIEMPO RECORRIDO ENTRE NODOS	56
ILUSTRACIÓN 18. ESTRUCTURA DE COSTOS OPERATIVOS.....	57
ILUSTRACIÓN 15. DIAGRAMA DE FLUJO PRIMERA FASE (ALGORITMO DEL AHORRO)	68
ILUSTRACIÓN 16. EJEMPLO MÉTODO DEL AHORRO.	69
ILUSTRACIÓN 17. SUB-RUTAS RI (CLUSTERS).....	70
ILUSTRACIÓN 18. DIAGRAMA DE FLUJO SEGUNDA FASE (CLUSTERS).....	72
ILUSTRACIÓN 19. RED DE LOGÍSTICA INVERSA PARA RECOLECTAR AU EN PEREIRA.....	81

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO 1. MATRIZ DE DISTANCIAS.....	88
ANEXO 2. MATRIZ DE COSTOS OPERATIVOS CAMIÓN FAW.....	100
ANEXO 3. MATRIZ DE COSTOS OPERATIVOS COMIN DONG FENG	105
ANEXO 4. METODO DE SOLUCION DESARROLLADO EN MATLAB	120
ANEXO 5. SUB-MATRIZ DE COSTOS OPERATIVOS PARA LOS PUNTOS GENERADORES TIPO I CON EL CAMION DONG FENG	126
ANEXO 6. SUB-MATRIZ DE COSTOS OPERATIVOS PARA LOS PUNTOS GENERADORES TIPO II CON EL CAMION DONG FENG	129

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el tema ambiental ha dejado de preocuparse únicamente por el agotamiento y la escasez de recursos, y se ha interesado en la sostenibilidad, que consiste en utilizar como materia prima no solo recursos naturales, sino también aquellos productos fuera de uso, con la finalidad de reintegrarlos a la cadena de valor.

Las empresas actuales están prestando mayor atención a la disposición final de los residuos peligrosos con el fin de evitar daños ambientales, económicos y sanciones legales. Para ello, se han desarrollado a lo largo del mundo miles de sistemas logísticos que permiten la recuperación de este tipo de desechos (llantas usadas, aceite usado, baterías, filtros, etc.) y su posterior reintegración a un proceso productivo.

A diferencia de esas redes de logística inversa, este trabajo tiene como novedad la implementación de técnicas heurísticas para el diseño de una red, donde se ubico un deposito, se identificaron los diferentes puntos generados, y se unieron a traves de la creacion de rutas para la recolección de aceite vehicular usado que se origina en la ciudad de Pereira, garantizandola optimización de los costos de transporte de forma tal que la recolección del desecho resulte viable económica y ambientalmente.

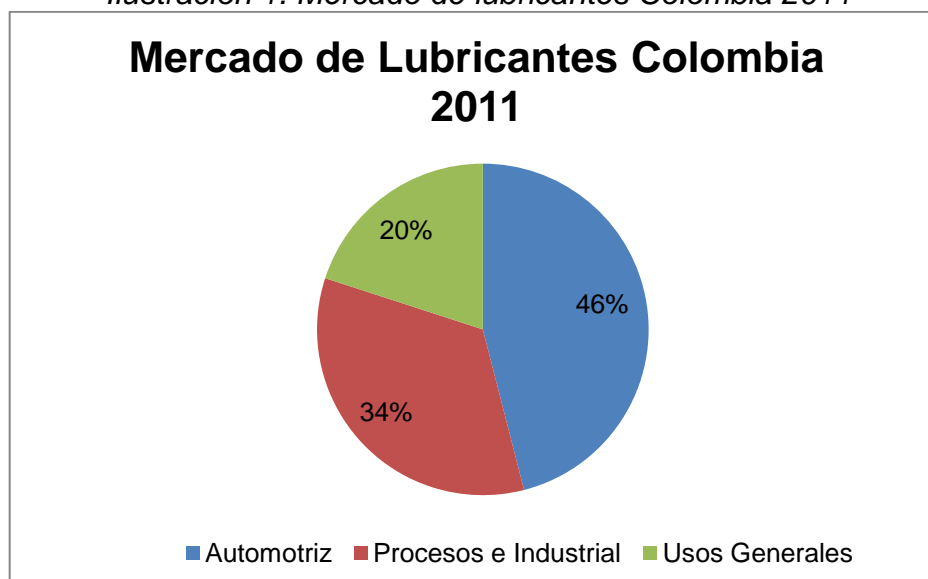
El problema planteado se identificó como un CVRP (*Capacited Vehicle Routing Problem*) por la restricción de capacidad presente en los camiones utilizados, y para solucionarlo se implementó la heurística del ahorro en una primera instancia y posteriormente se realizaron agrupamientos (*clusters*) que cumplieran con la restricción de capacidad de los vehículos. Obteniendo así, una red diseñada para la recuperación del aceite usado y la disminución del desecho que se dispone inadecuadamente en la ciudad.

2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

2.1. Planteamiento del problema

Según un informe técnico de la empresa productora de lubricantes para automóviles Gulf, en Colombia salieron al mercado en el 2012, aproximadamente 45 millones de galones de aceite para vehículos, además, estudios sectoriales afirman que para los siguientes años, la producción de lubricantes continuara creciendo a medida que aumente la producción de barriles de petróleo en el país, debido a que los aceites son derivados del crudo. El mercado de lubricantes en Colombia se divide en tres segmentos: automotriz, procesos e industria y otros usos.

Ilustración 1. Mercado de lubricantes Colombia 2011



Fuente:Asociación Colombiana de Petróleo (ACP)

El segmento automotriz en el año 2011, demandó el 46% del aceite lubricante disponible en el mercado, lo cual prueba que los carros son los principales consumidores de aceites y generadores de AU (Aceites Usados) en el país.

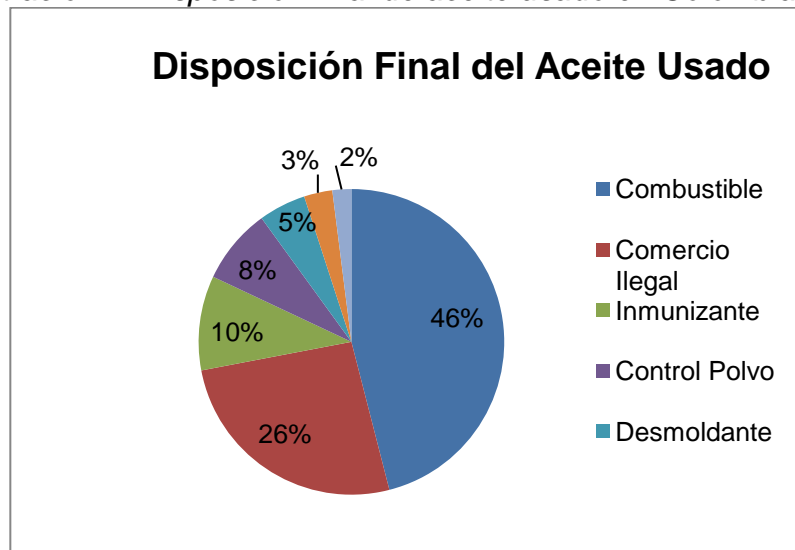
La mayoría de automóviles, en promedio, después de aproximadamente 6000 Km deben hacer el cambio de aceite del motor, este se puede realizar en un taller, un lubricentro, una serviteca o en cualquier lugar donde hagan este procedimiento. En este cambio, se extrae del motor todo el aceite usado, el cual contiene varias sustancias contaminantes (azufre, bario, cromo, plomo, silicio, etc.) que son perjudiciales para la salud humana y el medio ambiente. Una gota de este desecho puede contaminar 1 m³ de agua o la incineración inadecuada de 5 litros puede contaminar 1 millón de m³ de aire, según la FAU. Por estas razones y por otras que se mencionan en el desarrollo de la investigación, es que el Convenio de

Basilea sobre desechos peligrosos y su eliminación de 1989, en el Anexo I, numerales 8 y 9 clasifica los aceites usados como un desecho peligroso, posteriormente esto fue ratificado por el congreso de Colombia mediante la Ley 253 de enero 9 de 1996.

El lubricante automotriz después de usado debe ser dispuesto adecuadamente, de manera que no afecte la salud humana ni el medio ambiente, pero el desconocimiento y la cultura de los mecánicos, propietarios de los automotores, talleres y de las personas en general, hacen que el depósito final del lubricante usado no sea el ideal. En Colombia, la ley 430 de 1998 dicta normas prohibitivas en materia ambiental, referentes al depósito final de los desechos peligrosos, las cuales buscan que este tipo de residuos se dispongan bajo parámetros técnicos de manejo y tratamiento, con el fin de minimizar los impactos.

En un estudio realizado por la UPME, se determinaron las principales prácticas de disposición final de los aceites usados en el país. Lamentablemente, una alta proporción del desecho se comercializa en el mercado ilegal.

Ilustración 2. Disposición final de aceite usado en Colombia 2011



Fuente: UPME

Todos los esfuerzos están encaminados a que el lubricante usado sea reutilizado en procesos de otras industrias, en el país se reusa como combustible (Fuel oil) para calderas industriales, comercio ilegal, inmunizante de maderas, etc. En 2011, el 26% del AU quedo fuera de control, para ese entonces, según la UPME se generaron 50.4 millones de galones, lo que quiere decir que 13.1 millones de galones no se dispusieron adecuadamente.

En el país, el Fondo de Aceites Usados (FAU) promueve un esquema organizado de autogestión, con altos estándares ambientales para la adecuada disposición del AU. Dentro del esquema 13 empresas avaladas por este fondo se encargan de la recolección del desecho en todo el país y actualmente el porcentaje de

recuperación del residuo no es muy alentador comparado con países como España, donde su sistema de gestión SIGAUS, recupero en el año 2011 el 89,99% del AU generado en suelo español, mientras que en Colombia en el 2008 los operadores del FAU solo recuperaron el 34,1% del total de aceite usado estimado que se generó en el País de acuerdo a la UPME. Estas cifras indican que el sistema de gestión de la FAU no está preparado para recolectar la mayoría del AU generado en Colombia. Así que cada año queda fuera de control una alta cantidad de lubricantes usados. El bajo nivel de recolección es causado probablemente, por la pobre cadena de suministro que se implementa para esta labor, pues la logística inversa de este desecho cubre tan solo algunas zonas del país. Según la FAU, los operadores avalados llegan a Bogotá, Barranquilla, la Costa Atlántica, el Valle de Aburra y a los departamentos de: Cundinamarca, Tolima, Boyacá, Meta, Valle, Cauca, Caldas, Quindío, Risaralda y Santander. Tan solo 13 operadores se encargan de esta gestión, mientras que SIGAUS cuenta con 30 gestores.

Otra de las razones por las cuales se debe diseñar la red de logística inversa, es que el parque automotor (automóviles, camperos, camionetas, microbuses, busetas y buses) en el país y para este caso en Pereira, aumenta cada año. Por lo tanto, podrían aumentar los puntos generadores y la cantidad de AU en la ciudad.

Tabla 1. Parque Automotor anual en Pereira

Vehículos registrados anualmente en el Instituto de Tránsito de Pereira					
Año	2009	2010	2011	2012	2013
Automotores	54 481	57 371	60 918	65 237	67 699

Fuente: Instituto Municipal de Tránsito de Pereira

Otra problemática que genera la gestión inadecuada de los lubricantes usados en Colombia es la falsificación del aceite lubricante. Estudios de la Asociación Colombiana del Petróleo, afirman que entre el 15% y 20% del aceite para motor que se consigue el mercado es de origen ilegal. Los falsificadores utilizan el aceite usado para mezclarlo con aceite original, luego lo empacan y lo venden como si fuera aceite nuevo, de marca y de muy alta calidad. Actualmente, entre 8 y 10 millones de galones de los 50 millones que se venden en el país son de origen ilegal, de acuerdo a las cifras presentadas en el boletín técnico No. 12 de Gulf. Esto afecta económicamente las empresas productoras de lubricantes. Por eso, con una red de logística inversa que abarque un mayor número de puntos generadores, los productores de aceite automotor podrían evitar estas pérdidas.

Una alternativa para solucionar el problema de la recolección de los AU, es implementar el ruteamiento de vehículos con el fin de optimizar el transporte y la gestión del residuo, llegando a un alto número de puntos generadores con el propósito de disminuir la cantidad de AU que queda fuera de control. Se diseñaran una o varias rutas, que recorran el mayor número posible de puntos de acopio

dentro de la ciudad de Pereira, optimizando las rutas recorridas como estrategia para la viabilidad de recolección de este residuo peligroso.

Es posible que sean los costos de transporte los que no permiten que la gestión de aceites usados llegue a muchos puntos de acopio, pero asignando las rutas a los vehículos con la implementación del VRP (*Vehicle Routing Problem*), se pretende optimizar los costos del recorrido y las distancias, haciendo que la red de logística inversa que se propone para la gestión de los residuos fortalezca el sistema de recolección. La ruta generada como solución, iniciara el recorrido en un punto donde se almacenará todo el lubricante usado recolectado por los vehículos que recorren la red, allí mismo finalizaran el recorrido. El modelo tendrá en cuenta algunas variables, como las distancias entre puntos, el número de vehículos recolectores, la capacidad de estos, etc. Generando así una alternativa que optimice la recolección del aceite vehicular usado en la ciudad de Pereira y al mismo tiempo contribuya a la disminución de la manipulación inadecuada de este desecho.

3. RED DE LOGÍSTICA INVERSA PARA LA RECOLECCIÓN DE ACEITE VEHICULAR USADO: REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

Para el desarrollo de la red de logística inversa de AU se realiza a continuación una amplia revisión de algunos temas que son críticos y necesarios para fundamentar el trabajo. Aquellas temáticas que se amplian en el estado del arte son la Logística Inversa, la Logística Inversa en la Investigación de Operaciones y por último, los Sistemas Integrados de Gestión para productos fuera de uso.

3.1. Logística inversa

Inicialmente, en la década de los 70's apareció la idea de recolectar desechos a partir de la preocupación por el aumento de los residuos generados a causa de la producción en masa en los países industrializados. Fueron estas complejas necesidades las que hicieron que la Logística Inversa apareciera. En esta década aparece una de las primeras investigaciones que estudia los procesos de recuperación de productos fuera de uso, se analizan los canales de distribución para el reciclaje.

En la década de los noventa la logística reversa tuvo un gran desarrollo y fue a finales de esta (1998) cuando en Holanda, Barros [1] desarrolló un sistema logístico que se encargó de recuperar los desperdicios generados en las construcciones, en especial la arena. Este problema de recuperación se optimizó utilizando métodos heurísticos.

Srivastava en 2006 [2], desarrolla el concepto del diseño de redes de logística inversa y muestra los distintos escenarios en que se puede aplicar. Este artículo se divide en dos: primero se hace una revisión a la literatura y después se analiza

la recolección de televisores, neveras, lavadoras, vehículos, celulares y computadores. En los casos prácticos se busca maximizar el número de unidades recolectadas mediante un modelo de optimización jerárquico.

Zhiqiang Lu, presenta un problema de logística que considera flujos directos e inversos planteando tres tipos de instalaciones, productores, puntos de remanufactura y centros intermedios. Se desarrolla un modelo que es solucionado a través de relajación Lagrangiana.

En 2008 João Neiva de Figueiredo [3] diseña una red de reciclaje que incurre en costos mínimos. En el artículo se implementan tres métodos de solución para abordar el problema de recuperación de llantas en varios estados del sur de Brasil.

Dehghanian en 2009 [4], propone un modelo de recuperación sustentable de productos fuera de uso. Busca un balance entre tres aspectos: sociales, económicos y ambientales. Maximizar los beneficios económicos y sociales, disminuyendo simultáneamente el impacto ambiental. Como caso de estudio se utiliza la recuperación de llantas usadas aplicando un algoritmo genético multi-objetivo para encontrar la solución óptima.

En el año 2010, Cruz Rivera [5] diseña una red de logística reversa para recolectar vehículos al final de su vida útil. Su desarrollo se hace a través de un modelo que optimiza los costos asociados a la recuperación. Se busca determinar el número de instalaciones requeridas y su respectiva ubicación. Los puntos generadores también hacen el papel de centros de acopio. El modelo fue solucionado mediante el programa SITATION.

A nivel local se encuentra la publicación hecha en el año 2012, donde Flórez Calderón, Toro Ocampo y Granada Echeverry [6] realizan una aplicación práctica de la logística inversa en la recuperación de llantas usadas en los municipios de Pereira y Dosquebradas. Se buscó maximizar el número de llantas y neumáticos recuperados, el modelo fue resuelto mediante el modelador GAMS y el solverCplex. Se usaron técnicas exactas (*Branch and cut*) para solucionar el modelo. Esta red también considera el número de instalaciones que optimizan la operación.

3.2. La investigación de operaciones en la logística inversa

El problema de la logística inversa presenta un alto grado de complejidad debido a la variabilidad en las fuentes de productos fuera de uso, esta singularidad fue un atractivo para los interesados en el desarrollo de la investigación de operaciones. Las primeras investigaciones buscaban optimizar variables cuantitativas que

hacían parte de los sistemas de logística reversa como tiempos, distancias, costos, operatividad, etc.

En 1964, Clarke y Wright diseñaron un algoritmo, llamado método de ahorro, que da una solución al problema de ruteo de vehículos (VRP), que cuentan con un depósito de bienes, que deben ser entregados a los clientes en una cantidad determinada. Para el transporte cuentan con una flota de vehículos disponibles con capacidad de carga limitada. Cada vehículo debe cubrir una ruta que inicia en el depósito, continua en los puntos de entrega, y finaliza en el depósito. La heurística asigna el orden del recorrido optimizando la variable crítica de la ruta, satisfaciendo las restricciones de capacidad, y generando una solución cercana a la óptima [7].

El ingeniero Jose Alejandro Corona Leon, en Diciembre de 2005, en su tesis de maestría propone la solución de un VRP con vehículos de capacidad fija a través de algoritmos hiperheurísticos y programación genética para crear memoria en el proceso de solución por los buenos resultados obtenidos con las hiperheurísticas en los problemas de horarios y empaquetamiento. Los resultados presentados en la tesis son satisfactorios ya que se obtuvieron soluciones muy cercanas al óptimo, y en dos instancias se llega al óptimo conocido[8].

Algunos matemáticos han despertado interés en la solución de VRP por su aplicación en los sistemas de distribución, como es el caso del señor Juan Guillermo Villegas R. Quien es su tesis de maestría en la universidad EAFIT de Medellín, Colombia, en el año 2008 plantea “heurísticos GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*) híbridos para el problema de rutas de vehículos con restricciones de capacidad”. Dentro de las variantes presentadas del GRASP, diseña para la mas sencilla, en la etapa de construcción aleatoria, la implementación del método del ahorro (Clarke and Wright) y la búsqueda local para obtener mejoras del resultado obtenido [9].

Miguel Ángel Ortega Mier, en ese mismo año (2008), utiliza métodos cuantitativos para el análisis de problemas de localización en logística inversa en su tesis de doctorado. Realiza una propuesta de localización dinámica aplicada a los problemas de residuos generados por la fragmentación ligera de los vehículos fuera de uso, la ubicación de una planta de tratamiento y los centros de transferencia asociados a una región determinada. En concreto se aplica un problema de tipo MPMCFLP (Multiple period multiple capacitated facility location problem) y también se usa STPNTCLP (*Single treatmentplant and necessary transfer centers locationproblem*), que son resueltos con técnicas metaheurísticas específicas: algoritmos genéticos y búsqueda dispersa et al [10].

Una publicación sobre la “resolución del problema de vehículos con limitaciones de capacidad (CVRP) utilizando un procedimiento meta heurístico de dos fases” en el año 2009 en la revista de la Escuela de Ingeniería de Antioquia (EIA), muestra la propuesta de tres ingenieros para resolver este problema agrupando, en la primera fase, con la heurística de barrido o *Sweep* de acuerdo a la capacidad de los vehículos, y en la segunda fase, para minimizar los costos de transporte usan *scheduling* planeación, en este caso de transporte, asignando con un diagrama de *Gantt* los nodos que debe visitar cada vehículo. La solución fue empleada en una aplicación real sobre la que no existe autorización para mostrar los resultados obtenidos[11].

En el 2010, Julio Mar Ortiz realizó una tesis doctoral enfocada en la aplicación de modelos de programación matemática y algoritmos para optimizar procesos de recolección de residuos de aparatos eléctricos y electrónicos. La metodología empleada consistía en diseñar redes de recolección, que posteriormente se optimizaban, proponiendo el algoritmo de ahorro como método de solución. Las rutas contaban con una flota de vehículos con capacidad fija y heterogénea, también contaba con una restricción de tiempo de entrega [12].

Javier Arias Osorio, Magister en Administración y docente de la Universidad Industrial de Santander, en el año 2012 publicó un artículo de investigación científica y tecnológica sobre la “optimización aplicada a un problema de recolección de residuos industriales”, donde emplea el problema del M-TSP (*Multiple Traveling Salesman Problem*), con los vehículos de la empresa Cerromatoso S.A., dedicada a la explotación y producción de ferroníquel, en Monte Líbano, Córdoba, Colombia. Plantea el problema con restricciones de capacidad de volumen y cantidad de residuos generados en los diferentes nodos, y resolviéndolo con heurísticas constructivas como el vecino más cercano, el algoritmo de barrido y de ahorro, con el objetivo de minimizar la distancia recorrida por cada vehículo recolector de residuos [13].

Uno de los trabajos que combina la logística inversa, el enrutamiento de vehículos y los aceites usados es el realizado por Panagiotis [14], donde diseña una red de logística inversa mediante VRP para reciclar aceite usado. El modelo cuenta con una flota heterogénea de vehículos y se diseñan rutas que satisfacen las restricciones usando métodos de optimización.

Teniendo en cuenta la revisión del estado del arte en investigación de operaciones aplicada a la solución de problemas de logística inversa, se ha encontrado que en este tema no se ha profundizado mucho hasta el momento. Pero las pocas investigaciones relacionadas con el tema han obtenido resultados que han contribuido de manera significativa, demostrando que la implementación correcta

de un método cuantitativo para solucionar problemas de recolección en logística inversa donde se necesita minimizar una variable crítica, la cual puede ser, tiempo, costos, distancias, etc. genera soluciones que son viables para los lugares o las empresas donde es desarrollada la actividad de recolección.

3.3. Sistemas integrados de gestión de productos fuera de uso

Motivaciones de carácter ambiental, económico y legal han hecho que en la actualidad se le preste mayor atención a la gestión de residuos, para mitigar los efectos negativos de una inadecuada gestión han aparecido sólidos y robustos sistemas integrados de gestión. Un SIG es el conjunto de procedimientos, mecanismos y acciones que se ponen en marcha por los agentes económicos interesados con el fin de garantizar la recolección selectiva de los residuos. Posterior a la recolección, estos se integran a nuevos procesos productivos o se disponen adecuadamente. Los fabricantes tienen que hacerse cargo de los productos puestos en el mercado por ellos, así que tienen dos opciones: montar un sistema propio de gestión de residuos o adherirse a un SIG, que es conformado por cientos de empresas que generan residuos peligrosos en sus procesos. En la actualidad, a nivel nacional e internacional existen gestores de aceites usados, componentes electrónicos, lámparas fluorescentes, vehículos, plásticos, etc.

A través de resoluciones reglamentarias el Ministerio de Medioambiente y Desarrollo Sostenible de Colombia ha promovido Sistemas de Recolección Selectiva y de Gestión Ambiental para controlar y regular la gestión de los desechos peligrosos. Los residuos incluidos en estas resoluciones tienen características que los hacen de interés ambiental, por el volumen de su generación (asociada al creciente consumo masivo), por las sustancias peligrosas que contienen y porque están asociados a los Residuos de Aparatos Eléctricos y Electrónicos (llamados RAEE). Los residuos considerados en esta resoluciones son: Llantas Usadas, Pilas y acumuladores portátiles (primarias y secundarias), Bombillas Fluorescentes (llamadas comúnmente ahorradoras) y de alumbrado público y Computadores e Impresoras.

Las economías de escala han sido una de las principales causas del desmesurado uso del plástico como materia prima y han hecho que productos derivados de este material se conviertan en uno de los principales contaminantes en la actualidad. Por eso, se han diseñado programas que se encargan de utilizar la logística inversa para disponer adecuadamente este residuo. Para lograrlo se propone la metodología KT (*Kepner & Tregue*) para tomar decisiones, priorizando y evaluando información, con el fin de determinar todo lo involucrado a la Logística

inversa del plástico como capacidad, producción, almacenamiento, disposición final, tratamiento y logística de recolección[15].

Bogotá, a través de la Secretaria Distrital de Ambiente implementa el programa de residuos sólidos, en este caso Aceites Usados, donde integra acopiadores y movilizadores. El programa cuenta con 1917 acopiadores primarios (talleres, servitecas, cambiadores de aceite, etc.) inscritos ante la SDA y 19 empresas que se encargan de movilizar el residuo hasta plantas de tratamiento y centros de acopio principales. La capital es de las pocas ciudades del país que ha implementado en la página web de la SDA un sistema de información que integra a los actores de esta red.

A nivel nacional, las principales compañías fabricantes de lubricantes: Castrol, Chevron, Exxon Mobil, Petrobras, Shell, Terpel y Biomax han creado el Fondo de Aceites Usados – FAU, cuyo objetivo es promover e incentivar esquemas organizados de autogestión empresarial con altos estándares ambientales para el adecuado aprovechamiento y disposición del aceite usado. Para lograr su objetivo, el FAU centra sus actividades en tres escenarios de gestión:

- Operativo: Facilita volúmenes de aceite usado a operadores de AU (Aceite Usado), legalmente constituidos en la cadena, previamente “avalados” por el FAU a través de auditorías externas especializadas.
- Normativo: Apoya a las autoridades nacionales y regionales en los diferentes procesos de expedición de las regulaciones del aceite usado.
- Social: Realiza campañas de capacitación y divulgación sobre el correcto manejo del aceite usado a los diferentes agentes de la cadena del aceite usado.

En el ámbito internacional, España es lidera este tipo de iniciativas. Actualmente, cuenta con varios SIG encargados de gestionar residuos y entre estos se encuentran Ecovidrio para envases de vidrio, Ecoembes para el resto de envases, Sigre para restos de medicamentos, Ecolec para aparatos eléctricos y electrónicos, Signus para neumáticos usados, Sigoleo para el aceite usado de cocina y Sigaus para el aceite usado vehicular. Sigaus es un Sistema Integrado de Gestión (SIG) de aceites usados, que se encarga de garantizar la recogida y correcto tratamiento del aceite industrial usado de toda España. Esta entidad nace a partir de la aplicación del principio de responsabilidad del productor en el sector de los aceites industriales, que obliga a los fabricantes e importadores a garantizar la correcta gestión de sus productos cuando lleguen al final de su vida útil. El sistema cuenta con más de 100 empresas gestoras que se encargan de recoger y transportar el residuo, 29 empresas encargadas de tratar el AU y 7 plantas de regeneración.

4. MARCO TEÓRICO

En esta sección del trabajo se realiza una amplia revisión teórica de la Logística Inversa pero con un enfoque hacia los problemas de ruteamiento de vehículos y las formas en que fueron abordados, los respectivos modelos matemáticos propuestos y las metodologías que se usaron para resolverlos. Se amplían los tipos de problema de ruteamiento de vehículos (VRP) que existen y se exponen luego las técnicas de solución más empleadas para solucionar estos problemas como las técnicas exactas, las heurísticas y metaheurísticas.

4.1. Logística inversa

En la actualidad el tema ambiental ha pasado de preocuparse únicamente por el agotamiento y la escasez de los recursos naturales, a involucrarse en el ámbito del desarrollo y la sostenibilidad, no solo ambiental sino económica y social. Esto ha dado lugar a que aparezcan alternativas como el reciclaje y la re manufactura. Sin embargo, este tipo de soluciones no podrían ser posibles sin un adecuado sistema logístico que permita la recuperación de productos fuera de uso y los reintegre a un proceso productivo. En los últimos años se ha presentado un especial interés en este tipo de procesos, donde se recolectan los productos que han terminado su vida útil o que han sido desechados por los consumidores, pero aún es posible recuperarlos, a través de la reutilización, el reciclaje o la re fabricación. Las tres actividades mencionadas anteriormente, son las que generan mayor valor en la recuperación de valor de los residuos [16].

Los principales motivos que llevan a que se origine un flujo de logística inversa son: motivos económicos, de marketing, legales, post-consumo o de protección de activos de la empresa. [10]

- **Motivos económicos.** Se evidencian cuando los materiales o productos que se tratan de recuperar, con un proceso previo se convierten en materia prima. Se espera que la recuperación tenga un costo menor a la fabricación de nuevos productos o a la compra de materiales vírgenes.
- **Marketing.** Con el fin de generar una imagen corporativa que muestre el compromiso de las empresas con el medio ambiente y posicionarse en el mercado como una empresa “Green”.
- **Motivos legales.** Los gobiernos alrededor del mundo están siendo más conscientes de los graves daños ambientales que causan la inadecuada disposición de materiales o productos fuera de uso. Esto los ha motivado a promover leyes y estrategias que se apoyan en la logística reversa como fuente de mejora al medioambiente. La responsabilidad de los consumidores y los fabricantes crece cada día más y son considerados elementos claves. Las industrias se deben hacer responsables de los

productos que lanzan al mercado hasta después del final de la vida útil de estos.

- **Protección de activos.** Cuando los productos que fabrican las empresas tienen un alto valor en diseño y un alto costo de producción, buscan recuperarlo para evitar que otras empresas lo reprocesen y se conviertan en su competencia. Por esta razón aplican logística inversa.
- **Post-consumo.** Existen productos que después de su vida útil no se pueden disponer en un relleno sanitario, requieren de una adecuada y especial disposición para disminuir los impactos que puedan generar [16] y [10]. Por ejemplo: las pilas, lámparas fluorescentes, tóner de impresoras, etc.

Después de recolectar el producto existen diferentes actividades a realizar para transformar los productos recuperados. Según Girdhar, Dyckhoff y Langevin, una de las primeras opciones es **el reúso, la reventa o redistribución** donde el producto es nuevamente utilizado sin someterlo a un proceso. Por ejemplo, productos como las botellas o pallets que son reutilizables; **el reprocesamiento** se presenta cuando el producto se repara en su totalidad o se re manufactura una de sus piezas. Una vez hechas estas operaciones los productos reprocesados pueden ser de nuevo utilizados en el mismo mercado o en otro como un artículo con diferentes funcionalidades. **El reciclaje** es el que se aprovechan materiales y productos fuera de uso para utilizarlos en la elaboración de otros productos, donde se busca ahorrar costos en materia prima y proteger el medio ambiente. Finalmente, la **eliminación** a través de la cual se destruye el producto y luego es llevado a rellenos. Esta debe ser considerada como la última opción, debido a que es la que menor valor le genera al proceso de recuperación.

Tabla 2. Proceso de la logística inversa.

Proceso	Descripción
1. Recolección	Consiste en la recogida de los productos o residuos desde los lugares de uso (cliente) al punto de origen o recuperación.
2. Inspección y Clasificación	Una vez los productos son recuperados por el proceso de recolección, se suele realizar una inspección de los productos o materiales, luego se determina la calidad del producto o material recolectado, con el fin de determinar su estado y posibles usos, finalmente se dividen los productos por características comunes tales como: tipo de material,

	destino y uso o disposición tentativa (reúso, re manufactura, reciclaje, eliminación en botadero, etc.)
3. Recuperación directa	Se produce cuando el producto recuperado puede ser fácilmente devuelto al mercado o proceso productivo.
4. Transformación	Este proceso se encarga de transformar o tratar los bienes o residuos recuperados en productos reutilizables o re-manufacturados para el uso industrial o convertirlos a un estado amigable con el medioambiente.
5. Transporte	Se sugiere la planeación de rutas con el fin de optimizar los costos y aprovechar adecuadamente los medios de transporte [14].
6. Almacenamiento	Generalmente es utilizado después de los procesos de recolección, transporte entre puntos de origen-destino o antes de la transformación o disposición final del producto.

Para llevar a cabo la logística inversa se requieren procesos de generación de valor y otros de apoyo. Los que generan valor dentro del proceso logístico son los siguientes: la recolección, inspección, clasificación, selección y transformación que permiten cambiar los productos o materiales recuperados a estados o formas adecuadas para el reúso, re-manufactura, reciclaje o eliminación en relleno sanitario. Como procesos de apoyo son considerados el transporte, el almacenamiento y las tecnologías de la información y comunicación, los cuales son muy importantes para que la red funcione de una manera eficaz y eficiente en cuanto a costos, operatividad, coordinación, etc. Con base en los autores Dyckhoff, Dekker y Rogers el siguiente debe ser el proceso de la logística inversa:

Estos procesos son coordinados y deben ser complementarios entre sí, para lograr una eficiente gestión con los productos recuperados.

Dentro de los actores implicados en una red de logística inversa existen diferentes tipos de relaciones con la red. La primera es cuando la empresa posee un sistema propio de logística inversa y ella misma es la encargada de gestionar y controlar la recuperación y reutilización de sus productos fuera de uso. El segundo caso es cuando el sistema de logística reversa es ajeno a la empresa. En este caso existen dos opciones: adherirse a un sistema integrado de gestión (SIG) que están conformados por proveedores, fabricantes y distribuidores, o contratar a un operador logístico que se encargue del proceso reversivo de la empresa.

Cualquiera que sea la relación de la red siempre se va a encontrar la problemática de cómo realizar la recolección de los productos a un grupo de clientes generadores, que normalmente se encuentra dispersos en una zona geográfica determinada, de forma que los costos se minimicen. Lo anterior es conocido como

un problema de enrutamiento de vehículos VRP (*Vehicle Routing Problem*) que se extiende del problema del agente viajero TSP (*Traveling Salesman Problem*) y de acuerdo al contexto en el que se encuentre puede presentar diferentes variantes.

4.1.1. Modelos matemáticos y técnicas de solución usadas en problemas de logística inversa

En esta sección del trabajo se presentan algunas aplicaciones mediante trabajos o artículos que se han hecho del problema de enrutamiento de vehículos en el campo de la logística inversa, mostrando los modelos matemáticos y las respectivas técnicas de solución abordadas para solucionar este tipo de problemas.

- **Optimización aplicada al problema de recolección de residuos industriales [13]**

En este trabajo se determinó la ruta óptima para visitar 62 puntos de acopio de residuos, partiendo de un lugar de origen desde donde parten siempre los camiones, a un lugar de destino (diferente al origen) donde se encuentra otro punto generador n y finaliza el recorrido en el depósito central de los desechos de la empresa. Los puntos están dispersos dentro de las zonas de trabajo de la mina Cerromatoso. Este problema de enrutamiento es abordado como un OVRP con restricción de capacidad (en inglés *Open Vehicle Routing Problem*), donde los vehículos recolectores tienen capacidad limitada y no regresan al depósito de origen y la demanda es constante en cada punto generador. El problema se ajustó a los parámetros de capacidad de los vehículos (245 Kg) y de demanda respectiva de los 62 nodos.

Para resolver el problema se planteó el siguiente modelo:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$u_i - u_j + Cx_{ij} \leq C - d_j \quad \forall i, j \in V \{0, n\}, i \neq j, \quad (2)$$

tal que $d_i + d_j \leq C$

$$d_i \leq u_i \leq C \quad \forall i \in V \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{n-1} x_{ij} = 1 \quad \forall i \neq \{0, n\} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j \neq \{0, n\} \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = k \quad (6)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{in} = k \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = 0 \quad (8)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{nj} = 0 \quad (9)$$

Donde:

$$X_{ij} \begin{cases} 1 & \text{Si se elige la arista entre los nodos } i \text{ y } j \\ 0 & \text{Si no se elige la arista entre los nodos } i \text{ y } j \end{cases}$$

d_{ij} : Distancia para ir del nodo i al nodo j

k : Número de vehículos disponibles

El modelo se resolvió utilizando técnicas heurísticas constructivas y de inserción, y finalmente se aplicó la meta heurística Búsqueda Tabú. Dentro de las técnicas heurísticas utilizadas para resolver el problema se encuentran la heurística de barrido, el vecino más cercano y ahorros.

La forma como se aborda el problema en esta investigación es la que más se relaciona con el desarrollo que se realiza en este trabajo de grado.

- **VRP basado en capacidad de carga residual en la logística inversa [23]**

En esta investigación se expone el problema de enrutamiento de vehículos aplicado a la logística inversa cuando se deben entregar y recoger mercancías simultáneamente. Este tipo de problema recibe el nombre en inglés *Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-up* (VRPSPD). Se tiene un depósito central, un conjunto de vehículos y clientes. La capacidad de carga es igual para todos los camiones, los vehículos tienen un límite de distancia recorrida, el número de locaciones es reducido y se distribuyen en un espacio aleatorio. Los vehículos visitan cada cliente, se conoce la demanda de estos y al mismo tiempo

recoge los camiones recogen sus devoluciones. Cada cliente es visitado una sola vez. El objetivo es minimizar la distancia total recorrida por los vehículos y hacer un óptimo uso de la capacidad de los camiones. La variable de decisión del modelo es x_{ijk} , si $x_{ijk} = 1$ el vehículo k viaja desde la locación i hasta la locación j , si $x_{ijk} = 0$ ocurre el caso contrario. La descripción del modelo matemático es la siguiente:

$$\text{Min} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in F} d_{ij} x_{ijk} \quad (10)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in V} \sum_{k \in F} x_{ijk} = 1 \quad (j \in V \setminus \{0\}) \quad (11)$$

$$\sum_{i \in V} x_{isk} = \sum_{j \in V} x_{sjk} \quad (s \in V \setminus \{0\}, k \in F) \quad (12)$$

$$\gamma_k = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V \setminus \{0\}} D_j x_{ijk} = 1 \quad (k \in F) \quad (13)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V \setminus \{0\}} d_{ijk} \leq L \quad (k \in F) \quad (14)$$

$$\text{Max } d_{0j} \leq \frac{L}{2} \quad (j \in V \setminus \{0\}) \quad (15)$$

$$\gamma_i \geq \gamma_k - D_i + P_i - M(1 - x_{0ik}) \quad (16)$$

$$\gamma_j \geq \gamma_i - D_j + P_j - M \left(1 - \sum_{k \in F} x_{ijk} \right) \quad (i \in V \setminus \{0\}, j \in V \setminus \{0\}, j \neq i) \quad (17)$$

$$\gamma_k \leq C \quad (k \in F) \quad (18)$$

$$\gamma_i \leq C \quad (i \in V) \quad (19)$$

$$\rho_j \geq \rho_i + 1 - n \left(1 - \sum_{k \in F} x_{ijk} \right) \quad (i \in V \setminus \{0\}, j \in V \setminus \{0\}, j \neq i) \quad (20)$$

$$\rho_i \geq 0 \quad (i \in V) \quad (21)$$

Donde:

V: Conjunto de locaciones de los clientes

F : Conjunto de vehículos
 C : Capacidad de carga de los camiones
 L : Limite de distancia recorrida por los vehículos
 d_{ij} : Distancia entre locaciones
 D_j : Cantidad entregada al cliente j
 P_j : Cantidad recogida al cliente j
 M : La mayor cantidad entre el total entregado y la distancia recorrida
 n : Número de nodos
 γ_k : Carga del vehículo cuando deja el depósito central
 γ_i : Carga del vehículo después de visitar el cliente i
 ρ_i : Posición de la locación i en la ruta
 x_{ijk} : Variable binaria (1,0)

La restricción (11) y (12) indican que cada cliente es visitado una sola vez por un único vehículo, la carga inicial del camión se expresa en (13), la restricción (14) limita la distancia recorrida de los vehículos a L , la (15) indica la máxima distancia permitida entre dos locaciones. La (16) y (17) muestran las cargas de los vehículos después de visitar un cliente, (18) y (19) indican que la carga del vehículo al iniciar la ruta y después de visitar el primer cliente no puede superar la capacidad del camión. Las dos últimas restricciones previenen los sub-tours y garantizan la continuidad de las rutas.

Para resolver el modelo, se utiliza una heurística de inserción que combina la capacidad con la distancia recorrida por los vehículos de manera efectiva. Por lo tanto, el criterio de inserción basado en las distancias recorridas es mejorado en este trabajo.

- **Recolección de desechos usando el problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo en el contexto de una ciudad logística [24]**

La recolección de desechos es una actividad logística importante en cualquier ciudad. Este artículo estudia la forma de recolectar los residuos generados en una ciudad de forma eficiente. Este problema se abordó como problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo (siglas en inglés *VRPTW*), donde se busca optimizar las rutas asignadas a los camiones recolectores de basura que deben visitar los clientes en un periodo de tiempo preestablecido.

El problema es definido por el arco $G = (V, A)$ donde el conjunto de nodos V está conformado por un depósito, m sitios de disposición, n clientes y el conjunto de arcos A . El conjunto de vehículos está representado por k , t_{ij} y c_{ij} representan el tiempo del recorrido y costo asociado al arco (i, j) , respectivamente. Cada nodo

tiene asociado un tiempo de servicio s_i y una ventana de tiempo $[a_i, b_i]$, q_i representa la cantidad del desecho recogida en cliente i . El modelo matemático del problema se expone a continuación:

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} \sum_{l \in K} x_{ijl} \quad (22)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0jl} = 1 \quad \forall l \in K \quad (23)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0l} = 1 \quad \forall l \in K \quad (24)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{l \in K} x_{ijl} = 1 \quad \forall j \in V_C \quad (25)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijl} = \sum_{i \in V} x_{jil} \quad \forall j \in V_C \cup V_f, l \in K \quad (26)$$

$$a_i \leq w_{il} \leq b_i \quad \forall i \in V, l \in K \quad (27)$$

$$w_{il} + s_i + t_{ij} \leq w_{jl} + (1 - x_{ijl})M \quad \forall (i, j) \in A, l \in K \quad (28)$$

$$\sum_{i \in \{0,0\}} d_{il} = 0 \quad \forall l \in K \quad (29)$$

$$d_{il} + q_i \leq d_{jl} + (1 - x_{ijl})M \quad \forall i \in V \setminus V_f, j \in V, l \in K \quad (30)$$

$$d_{il} \leq C \quad \forall i \in V, l \in K \quad (31)$$

$$d_{il} \leq 0 \quad \forall i \in V, l \in K \quad (32)$$

$$x_{ijl} \in \{1,0\} \quad \forall (i, j) \in A, l \in K \quad (33)$$

Todos los vehículos deben salir (23) y regresar al depósito (24). La restricción (25) garantiza que cada cliente es visitado una vez. El flujo de entrada y salida debe ser igual, excepto para los nodos depósitos (26). Las ventanas de tiempo y el tiempo de servicio son explicados en (27) y (28). La (29) indica que los vehículos deben estar vacíos al inicio de la ruta y al momento de regresar al depósito. La restricción (30) acumula la demanda de todos los nodos, excepto la de los depósitos. La capacidad de los camiones es dada por (31). Finalmente, (32) y (33) imponen la no negatividad y la condición de variable binaria.

Los problemas enmarcados dentro del *VRPTW* son del tipo NP-Duro, por lo tanto es normal que se use una heurística para solucionarlo. Pero, en esta investigación se utilizó la meta heurística conocida por sus siglas en inglés *ALNS* (*Adaptive Large Neighborhood Search*). La heurística *ALNS* requiere una solución inicial, y esta fue construida usando el algoritmo goloso.

- **Modelos y algoritmos para logística inversa: optimización de sistemas de recolección de RAEE [12]**

Esta investigación tiene por objetivo desarrollar un modelo de programación matemática y algunos algoritmos que optimicen los sistemas de recolección de Residuos de Aparatos Eléctricos y Electrónicos (RAEE). Para el desarrollo del problema se considera una flota heterogénea de vehículos con capacidad conocida. Los camiones no pueden exceder el número de viajes que le son asignados previamente. La cantidad de desechos que puede recolectar en cada nodo está limitada por la capacidad del camión. Un cliente puede pertenecer a varias rutas si su demanda es muy alta y así lo requiere, por ende un cliente puede ser visitado varias veces en un día.

La formulación matemática del modelo se inicia definiendo el grafo $G = (V, E)$ donde $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ es un conjunto de vértices y $E = \{(v_i, v_j) : i \neq j\}$ es un conjunto de arcos que conecta los vértices. El vértice v_0 denota el depósito donde la flota heterogénea $K = \{1, \dots, k\}$ de vehículos con capacidad Q_k están estacionados. Los n vértices de V representa los clientes que deben ser visitados. Para todo arco $e \in E$ y la distancia d_e es conocida. La cantidad de residuos que son recolectados en el cliente i son definidos por w_i . Los clientes deben ser visitados dentro de un periodo de tiempo $[s_i, f_i]$. Para todos los clientes el tiempo de servicio u_i es constante, los clientes son visitados cuando poseen una cantidad considerable del desecho.

Debido a la complejidad del problema, se diseñó un algoritmo *GRASP* (*Greedy Randomized Adaptive Searching Procedure*) para resolverlo. La motivación que llevo a que utilizaran *GRASP* en esta aplicación en particular, se basa en el hecho de que esta es una forma natural de definir una función prioridad al seleccionar el cliente que es insertado en la solución inicial, debido a que se asocia la demanda del cliente y el tiempo en que esta disponible para ser visitado.

4.2. Problemas de enrutamiento de vehículos (VRP)

Debido a la importancia que actualmente tiene la recolección y reutilización de residuos contaminantes en el mundo, el problema de enrutamiento de vehículos

VRP (Vehicle Routing Problem), se ha ido desarrollando con el paso del tiempo e implementando en diferentes sectores economicos, porque es considerado como un problema de optimización combinatorial que contribuye al desarrollo de una region o pais, ya que contar con una buena red de transporte y/o comunicación facilita las relaciones comerciales entre las diferentes empresas. Este tipo de problema presenta unas características principales que permite catalogarlo como un VRP, las cuales son:

- La demanda de los clientes debe ser conocida, excepto aquellas variantes del problema en que se cuenta con demandas estocasticas.
- Las visitas a las clientes se debe realizar con el costo minimo, por lo que resulta necesario optimizar el recorrido de los vehiculos, el cual puede o no iniciar y finalizar en el deposito y/o almacen.
- Los clientes, comúnmente son visitados una vez, lo que obliga a tener vehículos de mayor capacidad a la demanda del cliente.

Y tambien presenta unas variantes que en general presenta los siguientes aspectos en comun:

- Tener unos clientes con una demanda que debe ser satisfecha por un solo vehiculo. En la mayoría de los problemas, la demanda corresponde a un bien que tiene un volumen asignado dentro del vehiculo, tambien puede entenderse como un periodo de tiempo en el que se presta un servicio al cliente, y en este solo debe ser visitado.
- Contar con deposito y/o almacen donde se encuentran los bienes y los vehiculos, por lo general la mayoría de los problemas inician y finalizan en este punto, presentando en algunas ocasiones restricciones de tiempo para la carga o descarga de los bienes dentro del deposito.
- Poseer una flota de vehiculos, para el tranposrte de bienes y/o servicios, con una capacidad limitada por volumen, peso, numero o tiempo de visita maxima a los clientes. En casi todos los problemas planteados hasta el momento, es my comun encontrar que un vehiculo de la flota realice solo una ruta, pero actualmente se han planteado otros en los que un vehiculo realiza varias rutas.

Las variantes del VRP se encuentran directamente relacionadas con las características presentes en el contexto del problema, es decir las restricciones y/o características de las variables que permiten plantear una aproximación a los problemas reales, que normalmente tienen variaciones en su organización como son el numero de depositos y vehiculos, el tipo de demanda de los clientes, que puede estar relacionado con un tiempo limite de visita (ventanas de tiempo) o requiera de varios depositos, las restricciones de los vehiculos en cuanto a capacidad, tiempo de carga y descarga de bienes o del recorrido total, y otras variables relacionadas con el tiempo que la organización vial de los lugares pertenecientes al problema, como el numero de paradas obligatorias o el trafico vehicular, requiere para realizar el recorrido.

Todas las posibles variaciones que se han planteado hasta el momento, han permitido construir un gran conjunto de VRPs, que se han ajustado a la recolección de residuos como el problema con restricción de capacidades (CVRP) que se implementó por la empresa Cerromatosa S.A. dedicada a la explotación y producción de ferroníquel, en Monte Líbano, Córdoba, Colombia, para la recolección de residuos generados en las diferentes estaciones de la empresa usando vehículos con restricciones de capacidad superior a la demanda de los nodos[13]. También se han implementado otros como el problema con Flota Heterogénea (HFVRP) y con Ventanas de Tiempo (VRPTW) en la recolección de residuos de aparatos eléctricos y electrónicos[15] y lubricantes usados[14].

Los problemas de ruteo de vehículos son Problemas de Optimización Combinatoria y son los más conocidos y desafiantes en la programación lineal entera, por lo tanto son concebidos como un problema NP-Hard, esto indica que no es posible resolver el problema en tiempo polinomial en cualquiera de sus instancias. El problema de recolección de AU está enmarcado como un CVRP, donde al tratar de resolverlo, el tiempo y esfuerzo computacional aumenta exponencialmente cuando el número de nodos que deben ser visitados es alto. Este problema posee 96 nodos (puntos generadores de AU), una gran cantidad, por lo tanto se utilizarán técnicas aproximadas para lograr resolverlo, porque de lo contrario no sería posible encontrar una solución. Para este tipo de problemas es preferible encontrar soluciones aproximadas, ya que pueden ser determinadas rápidamente y ser de buena calidad para la toma de decisiones. [21]

Por las razones anteriores, se han ideado algoritmos que no logran resultados óptimos, pero entregan soluciones de buena calidad a estos problemas difíciles de resolver. Dentro de los algoritmos que dan buenas soluciones se encuentran las técnicas heurísticas, las cuales serán utilizadas en este trabajo para resolver el CVRP, específicamente el del ahorro.

Los diferentes casos de VRP que se pueden encontrar en logística inversa son:

- **VRP con Capacidades (CVRP)**

El VRP con restricción de capacidad es un problema de optimización *NP-Hard* que cuenta con uno a varios vehículos con una capacidad máxima de carga igual para todos los de la flota. Las cantidades demandadas por los clientes se determinan previamente y se dividen entre el número de vehículos sin exceder la capacidad o fraccionar la demanda de los clientes. El problema asigna las cargas a cada vehículo empleando las características de un problema de embalaje BPP (*Bin Packing Problem*) y la asignación de la ruta se plantea como un TSP con el objetivo de minimizar los costos de transporte.

Se sabe que el planteamiento más básico de un VRP se encuentra representado por el CVRP, el cual cuenta con un conjunto de clientes, cada uno con una demanda conocida y que no se puede fraccionar, una flota de k vehículos, y a diferencia del VRP, también cuenta con una restricción para la carga máxima de

los vehículos. Su objetivo, por lo general, es minimizar los costos asignando a una ruta con las siguientes características:

- Cada ruta asignada a un vehículo inicia y finaliza en el depósito.
- Cada cliente pertenece a una sola ruta.
- La demanda de los clientes es menor a la capacidad de los vehículos.
- La suma de las demandas de los clientes visitados en una ruta no debe ser mayor que la capacidad total del vehículo.

Si en caso determinado se tiene un solo vehículo con una capacidad que permita cubrir la demanda total de los clientes, entonces el problema no es un CVRP sino un TSP.

- **VRP con Múltiples Depósitos (MDVRP)**

El VRP con múltiples depósitos es un problema con varios depósitos ubicados en diferentes puntos de una zona geográfica determinada, donde cada uno posee una flota de vehículos usados para satisfacer la demanda de todos los clientes asignados y no es posible separar los clientes por grupos, ya que si el problema permite agruparlos de forma que queden cerca de los depósitos es posible resolverlo como un VRP [26].

- **VRP con Flota Heterogénea (HFVRP)**

En este problema, los vehículos que conforman la flota son heterogéneos, es decir, poseen diferentes capacidades de almacenamiento o formas de almacenar la carga. La capacidad y los tipos de camiones dependen de los parámetros y las características de la demanda que cubre cada vehículo a través de la ruta recorrida [27].

- **VRP con Ventanas de Tiempo (VRPTW)**

Este VRP contiene una restricción donde se considera un espacio de tiempo límite conocido para atender a cada cliente, periodo en el cual el cliente está disponible para recibir la visita del vehículo. Este problema tiene otras generalidades donde existen ventanas de tiempo para la llegada a los clientes, el recorrido hasta los clientes, la llegada de la carga al depósito y el servicio activo de vehículos o conductores. [28]

- **VRP con Recolección y Entrega (VRPPD)**

Normalmente se conoce en inglés como Vehicle Routing Problem with Pick-Up and Delivery y en esta variante, además de hacer las entregas a los clientes, al mismo tiempo se recogen los productos que son retornados al fabricante. En este problema se debe hacer especial énfasis en la capacidad del vehículo, debido a que constantemente están entrando y saliendo productos del camión y se debe garantizar que la carga de productos que se recogerá durante el recorrido no supere la capacidad del camión.

- **VRP Estocástico (SVRP)**

En este caso algunas variables del problema son consideradas aleatorias y varían en el tiempo. Una de las tres variaciones conocidas, es cuando la demanda de los clientes es estocástica y se determina a través de una función de probabilidad. La segunda, cuando la variable aleatoria son los clientes y su cantidad varía en función del tiempo. Por último, cuando los tiempos del recorrido entre clientes son variables estocásticas.

4.3. Metodologías de solución

Actualmente para las empresas que trabajan con la recolección y/o entrega de bienes y servicios, la reducción de tiempos y costos logísticos juega un papel importante dentro de sus utilidades y la relación con los clientes, convirtiendo el VRP en una herramienta útil para resolver los problemas presentados, y obtener soluciones óptimas que cumplan con los objetivos de la empresa y al mismo tiempo permitiendo que sea más competitiva en el mercado.

Los problemas de VRP hacen parte de muchas investigaciones realizadas en los últimos años gracias a las soluciones óptimas que se han ido desarrollando con la implementación de diferentes técnicas que van de acuerdo a la complejidad del VRP, que matemáticamente se define del tipo NP (*nondeterministic polynomial time*). Por ejemplo, los casos en los que el número de nodos no es muy grande es común emplear técnicas exactas, pero si al contrario el problema consta de muchos nodos y el modelo es complejo, se deben aplicar técnicas no exactas que dan una buena solución cercana a la óptima y disminuyen los tiempos empleados para determinarla, como son las heurísticas y meta-heurísticas.

Estas técnicas con el pasar de los días se han convertido en herramientas de fácil manejo gracias al constante desarrollo computacional que ha permitido mejorar el tiempo de ejecución y navegar fácilmente por los sistemas de información geográfica. Los algoritmos utilizados para la solución del VRP se muestran a continuación:

4.3.1. Técnicas Exactas

Las técnicas exactas son algoritmos que siempre ofrecen una solución óptima, pero que no pueden ser implementados para resolver problemas complejos o con muchas variables por su complejidad en tiempo computacional. Generalmente estas técnicas se emplean para resolver problemas con pocos clientes, y son desarrollados en su mayoría para fines académicos. Los métodos de solución más comunes para los VRP son las heurísticas y meta-heurísticas, ya que los métodos exactos en algunos casos resultan ser inadecuados por su nivel de complejidad y número de clientes [20].

Pero lo anterior no significa que no se haya empleado ningún método exacto para resolver CVRP, por el contrario, existen dos técnicas que se destacan en la solución de este problema, el Método de ramificación y acotamiento [29] y Método de ramificación y corte [30].

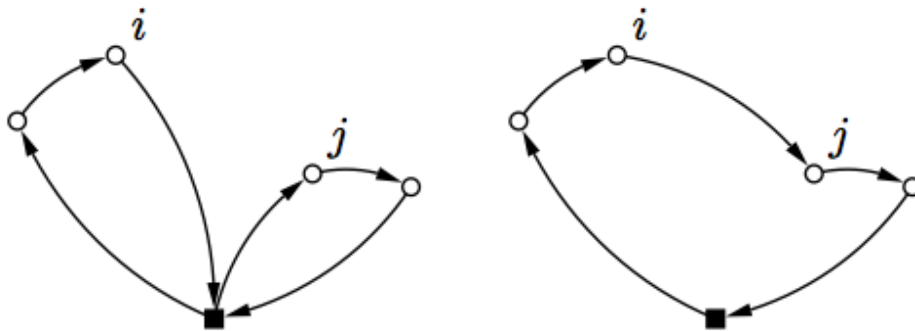
4.3.2. Heurísticas

Las heurísticas son consideradas como técnicas simples que realizan una exploración limitada del espacio de búsqueda y ofrecen una solución factible en un periodo de tiempo aceptable. Las heurísticas utilizadas en la solución de CVRP, por lo general, se clasifican en métodos constructivos, de dos fases, y de mejoramiento, a continuación se explicaran los dos primeros métodos en profundidad y el ultimo solo se mencionará.

- **Metodo de ahorro (Clarke Y Wright 1964)**

Ha sido uno de los algoritmos más implementados para resolver VRP en general, el cual consiste en realizar una exploración limitada del espacio de búsqueda y dar una solución de calidad aceptable en un tiempo moderado. El algoritmo se desarrolla partiendo de una solución con dos rutas $(0, \dots, i, \dots, 0)$ y $(0, \dots, j, \dots, 0)$, las cuales pueden ser combinadas generando así una sola ruta $(0, \dots, i, j, \dots, 0)$ como se muestra a continuación:

Ilustración 3. Dos rutas antes y después de ser unidas



Fuente: Olivera, Alfredo. Heurística para problemas de ruteo de vehículos. 2004

El ahorro en distancia se encuentra representado por la siguiente ecuación:

$$S_{ij} = C_{i0} + C_{0j} - C_{ij} \quad (34)$$

Al unir las rutas, los arcos $(i,0)$ y $(0,j)$ desaparecen y se agrega el arco (i,j) . El algoritmo parte de una solución inicial y realiza las uniones que mayor ahorro generen siempre y cuando cumpla con las restricciones planteadas en el problema. Para usar este método es necesario conocer los costos o las distancias que existen entre los diferentes nodos, o sea el costo de cada trayecto.

Este método puede ser implementado de dos formas, la primera es paralela, es decir cuando se usan todos los nodos en la construcción de todas las rutas, simultáneamente, y la segunda es secuencial, que se refiere a la construcción de las rutas una por una.

Algoritmo de Ahorro versión paralela

Los pasos para la construcción de la solución en la versión paralela son:

Paso 1 (inicialización) para cada cliente i construir la ruta $(1, i, 1)$.

Paso 2 (cálculo de ahorros) calcular S_{ij} para cada par de clientes i y j .

Paso 3 (mejor unión). Sea $S_{i^*j^*} = \text{Max } S_{ij}$, donde el máximo se toma entre los ahorros que no han sido considerados aún. Sean r_{i^*} y r_{j^*} las rutas que contienen a los clientes i^* y j^* respectivamente. Si i^* es el último cliente de r_{i^*} y i^* es el primer cliente de r_{j^*} y la combinación de r_{i^*} y r_{j^*} es factible, combinarlas.

Paso 4 Eliminar $S_{i^*j^*}$ de futuras consideraciones. Si quedan ahorros por examinar ir a 3, si no terminar. [7]

Algoritmo de Ahorro versión secuencial

Los pasos para la construcción de la solución en la versión secuencial son:

Paso 1 (inicialización) para cada cliente i construir la ruta $(1, i, 1)$.

Paso 2 (cálculo de ahorros) calcular S_{ij} para cada par de clientes i y j .

Paso 3 (selección) agregar el arco (i, j) que no haya sido considerado a la ruta en curso y que cumple con las restricciones, o si los clientes i, j se encuentran en el extremo de la ruta .

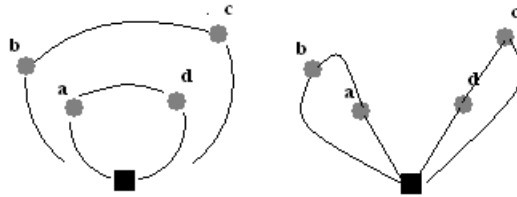
Paso 4 (extensión) sea $(0, i, \dots, j, 0)$ la ruta actual. Si no hay ahorros en i o j volver al paso 3, y repetirlo hasta que se puedan agregar más arcos, escogiendo el arco con mayor ahorro.

Paso 5 realizar los pasos 3 y 4 hasta que no sea posible agregar mas arcos a la ruta.

En algunas investigaciones se ha encontrado que la formula original para calcular los ahorros permite en algunos problemas generar rutas circulares, como se muestra en la ilustración 4. La solución a esto hecha por Gaskell (1967), Yellow (1970), Golden y Magnanti (1977) es definirla así:

$$S_{ij} = C_{i0} + C_{0j} - \lambda C_{ij} \quad (35)$$

Ilustración 4. Ejemplo de la ruta circular y radial.



Fuente: Corona León, José Alejandro. *Hiperheurísticas a través de programación genética para la resolución de problemas de vehículos*. 2005

Donde λ es un parámetro de forma que penaliza la unión de rutas con clientes lejanos y también puede ser utilizado para generar un conjunto de soluciones diferentes siempre y cuando el algoritmo se ejecute con diferentes valores para λ [8].

- **Método de Inserción**

Es un método que consisten en construir la solución insertando clientes que no se han incluido en ninguna de las rutas existentes, y se puede hacer de forma secuencial, o sea que los clientes se van insertando a la última ruta creada siempre y cuando no se incumpla ninguna restricción, pero esto puede generar la inserción de clientes que están muy dispersos aumentando el costo total de las ultimas rutas, por lo que se ha desarrollado otra forma, la paralela que permite insertar el cliente en cualquier ruta existente en la solución. [8]

Los algoritmos de inserción comienzan seleccionando un ciclo inicial (sub-ruta) con n nodos, posteriormente los j son seleccionados e insertados en la ruta, de acuerdo a una o varias restricciones, donde la longitud del ciclo no se incrementa. Los criterios más utilizados en la solución de CVRP han sido:

Inserción más cercana (El Vecino Más Cercano): Seleccionar el vértice j más cercano al ciclo.

Inserción más lejana: Seleccionar el vértice j más lejano al ciclo.

Inserción de menor costo: Seleccionar el vértice j que será insertado con el menor incremento del coste.

Inserción aleatoria: Seleccionar el vértice j al azar.

4.3.2.1. Heurísticas de dos Fases

Las heurísticas de dos fases permiten construir soluciones factibles que normalmente no resultan óptimas, para ello dividen el problema en dos fases, la primera para el agrupamiento de los nodos y la segunda para la asignación de las rutas a los vehículos. En estas heurísticas sobresalen dos métodos que se

explicaran a continuación, y que implementan un gran número de algoritmos para llegar a la solución.

- **Método De Rutear Primero Y Asignar Después (Routing First Clustering Second)**

El planteamiento básico sobre este método puede ser adaptado a cualquier heurística y se desarrolla en dos fases. En la primera se usa un algoritmo que genere una ruta R donde se incluyen todos los nodos como si fueran a ser visitados por un solo vehículo sin tener en cuenta las restricciones de capacidad del problema. Esta ruta resulta ser la solución óptima que en la segunda fase va a ser agrupada (clustering) de forma que la capacidad de los vehículos sea optimizada y no se exceda. [19]

Para la primera fase se puede implementar cualquier método de solución que sea apropiado para la construcción de la ruta $R=(0,i,\dots,j,0)$, como los mencionados anteriormente, el método de ahorro y de inserción. Para la segunda fase que es la de asignación, se debe dividir R de forma que cumpla con la restricción de capacidad de los camiones, se puede utilizar el método de partición óptima planteado por Beasley el cual consiste en dividir la ruta R en sub-rutas factibles, planteando el problema como el de hallar la ruta más corta.

Este problema consiste en una red en la que cada arco (i,j) tiene asociado una variable (demanda, costo, distancia o tiempo) que significa el valor que toma desde el nodo i hasta el nodo j . Para el caso de asignación en la solución de un CVRP, se debe realizar la sumatoria de las demandas de forma que no se exceda la capacidad del camión, y así ir generando las sub-rutas que en algunos casos se construyen de la siguiente manera $(0,i+1, \dots, j,0)$. Este problema también ha sido exitosamente solucionado implementando el algoritmo de *Dijkstra*, el cual ofrece una solución rápida y eficiente.

Teniendo en cuenta el planteamiento original del método, se sabe que en el nodo $i+1$ que inicia la ruta, siempre va a seguir el orden asignado en la primera fase, y solo se puede modificar para obtener una mejor ruta, variando el orden de los clientes [21].

- **Método De Asignar Primero Y Rutear Después (Clustering First, Routing Second)**

Muchas de las heurísticas clásicas para resolver CVRP están basadas en las características de este método, el cual es conocido por desarrollarse en dos fases, la primera consiste en crear grupos de clientes (clusters), que se mantienen constantes hasta la solución final, teniendo en cuenta que la restricción de capacidad de los vehículos no sea excedida por la demanda de los clientes. La segunda fase consiste en la construcción de la ruta para cada grupo de clientes utilizando un algoritmo que permita solucionar el problema de forma exacta o aproximada y que se ajuste a las características del mismo [21].

Dentro de las heurísticas mas utilizadas por este método se pueden encontrar:

Heurística de Barrido o Sweep

Heurística de Asignación Generalizada de Fisher y Jaikumar

Heurística de Localización de Bramel y Simchi-Levi

4.3.2.3. Métodos de Mejora Iterativa

Como su nombre lo indica, son métodos que se utilizan para mejorar una solución p a través de búsqueda local, donde se define unas soluciones que se obtienen después de implementar para la solución p un táctica de movimiento o de movida. En la mejora de las soluciones del VRP, las movidas se pueden realizar dentro de una sola ruta con el objetivo de cambiar el orden de visitas dentro de la misma ruta sin alterar los clientes asignados. También se emplea para modificar varias rutas al tiempo, cambiando el orden dentro de las rutas y el conjunto de clientes asignados a cada ruta [8].

El proceso de búsqueda local se desarrolla partiendo de la solución p , y remplazándola por p' , donde el orden de visita a los clientes tiene un orden diferente de forma que el costo sea menor al inicial. Esta técnica se debe repetir hasta que no sea posible mejorar mas las soluciones planteadas, y en ese momento se considera que se ha llegado a la solución optima local. Las heurísticas mas implementadas para desarrollar este método han sido:

- K-intercambio
- Operador Or-opt
- Operadores de Van Breedam
- GENI y GENIUS
- Transferencias cíclicas
- Operadores String Exchange y String Relocation
- Intercambios r-Opt.

4.3.3. Metaheurísticas

Las técnicas meta heurísticas permiten realizar una exploración mas profunda del espacio de soluciones, por lo que la soluciones arrojadas resultan ser de mejora calidad que las de las heurísticas, pero con un tiempo de ejecución mayor que sigue siendo inferior al que utilizan las técnicas exactas. Los métodos meta heurísticos se dividen en:

4.3.3.1. Métodos constructivos

Se desarrollan de igual forma que los que pertenecen a las heurísticas, es decir, parten de una solución vacía y luego empiezan a introducir nodos a las rutas evaluándolos de acuerdo a las restricciones y la función objetivos. Entre los algoritmos mas usados en este método se encuentra el de *GRASP*.

- **Algorithm de GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*)**

En español es conocido como “Procedimiento de Búsqueda Voraz Aleatorio y Adaptativo”, fue desarrollado por T.A. Feo and M.G.C. Resende en 1995. La implementación del algoritmo se divide en cada iteración en dos fases, una constructiva y otra de mejoramiento.

En la fase constructiva, por lo general emplea heurísticas constructivas para obtener una solución inicial, que en la segunda fase va a ser mejorada con un algoritmo de búsqueda local. El algoritmo se caracteriza por seleccionar el nodo a incluir que mejor resultado arroje y actualizar la solución final con el valor del nuevo nodo [9].

4.3.3.2. Métodos evolutivos

Son métodos que arrojan en una primera instancia soluciones completas, basadas en las variabilidades del VRP, y luego las combina para generar otro grupo de soluciones, hasta llegar a una solución factible. Los algoritmos más utilizados en la solución de CVRP son el algoritmo genético y de búsqueda dispersa.

- **Algoritmo genético**

Es un algoritmo que se basa en la teoría de la evolución de especies de Darwin, donde se genera soluciones a partir de otras conservando algunas características de estas de acuerdo al grado de mutación que se quiere lograr en cada iteración, las mutaciones son realizadas de forma aleatoria, lo que resuelve la problemática de óptimos locales presentes en algunas soluciones.

4.3.3.3. Métodos de búsqueda

Son métodos que funcionan basándose en el hecho de que ya existe una solución inicial a la que le realizan modificaciones para mejorar y así obtener una solución cerca al óptimo global del problema. Cuando se aplican estos métodos se corre el riesgo de llegar a una solución de un óptimo local sin poder salir de ahí, pero los métodos desarrollados por lo general se centran en cómo salir del óptimo, para ello pueden:

- Retornar a una solución inicial diferente y volver a comenzar. (*Multi start*)
- Variación de la estructura de entornos. (*Metaheurística de búsqueda de entornos variables*)
- Realizar movimientos que empeoren la solución para salir del óptimo local (*Simulated annealing y Búsqueda Tabú*).

- **Búsqueda Tabú**

Es un algoritmo fundamentado en el concepto de movimientos prohibidos para la solución que va a ser mejorada, permitiendo navegar en un campo de posibles soluciones mas amplio sin tener en cuenta las que ya se han encontrado, permitiendo establecer una “memoria” a corto y largo plazo, por lo que se considera una búsqueda inteligente, ya que aprende a medida que se realizan las iteraciones. Normalmente, opera con técnicas de diversificación aleatoria para salir de óptimos locales[22].

5. METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN IMPLEMENTADA

A continuación, se presenta la metodología implementada en la construcción de la red de logística inversa para la recolección de aceite usado en Pereira, iniciando por la ubicación de los puntos generadores del residuo en la ciudad y del depósito, la estimación de la demanda, que corresponde a la cantidad de aceite generado en cada punto, luego se estudian los costos de transporte variables de dos tipos de camiones cisterna que son usados en la construcción de la matriz de costo. Por último se formula el problema como un CVRP con sus respectivos parámetros y se explica el método de solución propuesto para resolverlo.

5.1. Localización de los puntos generadores de aceite usado

5.1.1. Ubicación de los puntos de acopio de aceite usado en la ciudad de Pereira

Los puntos generadores de aceite usado se determinaron solicitando una base de datos a la cámara de comercio con información sobre 200 empresas registradas, pertenecientes al CIIU (clasificación industrial uniforme) G4520: Mantenimiento y reparación de vehículos automotores, G4732: Comercio al por menor de lubricantes (aceites, grasas), aditivos y productos de limpieza para vehículos automotores y G4731: Comercio al por menor de combustible para automotores. De las 200 empresas no todas eran puntos generadores, por lo que se realizó una investigación por medio telefónico donde se preguntaba si en esa empresa generaban aceite vehicular usado, con el fin de filtrar la base de datos solicitada y así ir construyendo otra solo con los puntos generadores. [18]

Como no todos los lugares donde se acopia aceite vehicular usado se encuentran registrados en la cámara de comercio de Pereira o en la base de datos solicitada, fue necesario realizar un recorrido por la ciudad, en el cual se identificaron lubricentros y talleres de mecánica que posteriormente fueron agregados a la base de datos de los puntos generadores con nombre y dirección, en total fueron identificados 96 puntos de acopio en Pereira, como se muestra a continuación.

Los 96 puntos generadores se ubicaron en el servidor google maps, el cual permite ubicar diferentes direcciones, establecer la ruta entre distintas ubicaciones, y una aproximación al tiempo y a la distancia recorrida.

Tabla 3. Puntos generadores de aceite usado en Pereira.

Puntos generadores de aceite automotor usado en Pereira		
Número	Punto Generador	Dirección
1	Eds Santa Bárbara	Km. 14 Vía Pereira - Cerritos
2	Eds Autos Gama S.A.S	Calle 21 # 12-41
3	Sincronización Técnica Computarizada	Carrera 12 # 5-26
4	Vehículos Del Risaralda S.A.S.	Carrera 10 Y 12 Calle 17 Parqueadero Plaza Victoria
5	Juliana Valencia	Carrera 18 # 22 B 80 Local 9
6	Taller Caicedo	Carrera 17 # 14-51
7	Los Camperos	Carrera 12 # 10-10 Local 2
8	Luis Ramón García	Calle 19 Bis # 10-25 Centro
9	Taller Servidio	Calle 25 # 13-61
10	CitroMotors	Calle 29 No. 13 34 Bodega 1
11	Class Autos Pereira	Carrera 11 No. 24 69 Centro
12	Javier Antonio Bohórquez	Carrera 14 N° 27 - 36
13	Tecniservicios Cerne	Carrera 9 Bis 32 - 74
14	Eds Fonda Central	Km. 18 Vía Pereira - Cerritos
15	Frenos Y Eléctricos Del Risaralda	Calle 18 No.12 - 37
16	William Orozco	Calle 8 Nro. 12 43
17	Orlando Rincón	Calle 16 Bis # 14-03
18	Nelson Muriel Ruiz	Carrera 9 Bis Nro. 32 64
19	Wilson Londoño Rodas	Carrera 5 N° 34 - 22
20	Rolando Arango González	Carrera 5 Nro. 37 - 24
21	Diego González B&P S.A.S.	Manzana 16 Casa 17 Barrio Corales
22	Hibri-2 SAS	Carera 12 Nro. 34 62
23	Comercializadora Homaz S.A.S.	Avenida 30 De Agosto 94 165
24	Eds Petrobras Aeropuerto	Avenida 30 Ago. 52 476
25	Eds de Pereira Ltda.	Avenida 30 De Agosto # 26 72
26	José Ovidio Echeverri Gutiérrez	Calle 17 Carrera 23
27	Atención Automotriz Especializada S.A.S ("AAE S.A.S")	Carrera 17 # 29-08
28	Taller Autos La Nacional Pereira Ltda.	Avenida 30 De Agosto No. 30 31
29	Mario Augusto Vera Rodríguez	Carrera 10 44 - 74
30	Eco talleres 2000	Carrera 7 42B-02
31	Gonzalo Vanegas	Carrera 12 # 20-20 Interior 1
32	Su Auto Pereira	Carrera 7 # 10-19
33	Servicio Mecánica Especializada	Carrera 6 38 02

34	Miguel Ángel Ríos Saldarriaga	Manzana 17 Casa 10 Sector B Parque Industrial
35	Sincronización Y Diagnóstico Cuba	Calle 65 #25-65
36	Ladino Becerra Julio Cesar	Calle 18 #1A - 48 Santa Teresita
37	Rogelio Muñoz	Carrera 9 Bis # 29B-28
38	Cocheexpress Limitada	Calle 29 13 41
39	Saludcar Operación Colombia S.A.	Carrera 17 # 29 02 Av. Sur
40	Pintucar Express E.U.	Carrera 12 # 20-59
41	Eds La Gran Manzana Ltda.	Carrera 15 16 B 26
42	Albeiro Guzmán Rivera	Carrera 26 No.79-128 Barrio San Joaquín Cuba
43	Centro De Lubricación Covichoralda	Carrera 12 No. 22 15
44	José Alexander Montes Ávila	Avenida Santander 9 174
45	Mil Aceites	Avenida 30 Ago # 26-09
46	Jesús Alberto Marín Aguirre	Carrera 2 No. 1 12 Corregimiento Arabia
47	Lubrillantas S.A.S. En Reorganización	Calle 20 10 74
48	Peláez Hermanos	Calle 24 Entre Carrera 12 Y Av. 30 De Agosto
49	ServicentroAutonaga	Carrera 12 No. 22-54
50	Bomba La Pista	Carrera 7 39-72
51	Zona De Pits	Carrera 7 Calle 40 Esquina
52	Casa López Alkosto	Av.de las Américas No 47-03
53	Casa López Camión Center	Calle 27 No 13-00
54	Casa López Jumbo	Av.del Rio No 8-13
55	Casa López Circunvalar	Av. Circunvalar No 10-01
56	Casa López Éxito	Carrera 10 No 14-71
57	Casa López Sede Principal	Av. 30 De Agosto No 26-51/59
58	Chevy Express	Carrera 12 Bis No 9-52
59	Energiteca	Av. 30 De Agosto No 27-50
60	Eds El Terminal	Terminal De Transportes
61	Eds Esso Matecaña	Av. 30 De Agosto No 49-76
62	Estación De Servicio	Calle 6A # 5-99
63	Eds Otún	Carrera 21 1 A-16 San Judas
64	Eds Parque Olaya	Carrera 14 21 A-13
65	Eds Reencafe	Av.30 de Agosto No 52-364
66	Eds Arrayanes	Av.de las Américas No 29-31
67	Eds Mobil Corales	Av.de las Américas No 77-19
68	Las Maquinas Del Café	Av. 30 de Agosto Calle 19 Esquina
69	Aceitodo	Av. 30 de Agosto No 28-64
70	Continental	Av. 30 de Agosto No 29-43
71	Cootaxconsota	Calle 16 Bis 17-33
72	Eds Mobil Centenario	Carrera 7 Calle 33 Esquina
73	Eds Mobil Santa Elena	Carrera 7 No 43-80
74	Servicio Técnico Renault Caldas Motor	Av. 30 de Agosto No 42-89

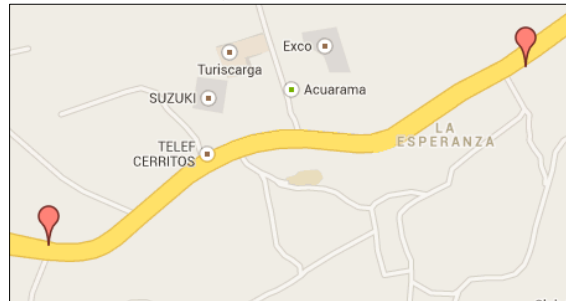
75	Tiremaxx	Av. 30 de Agosto No 29-17
76	Eds Texaco	Av. 30 de Agosto No 28-39
77	Casa Renault	Av. 30 de Agosto No 28-51
78	Eds Mobil	Av. 30 de Agosto No 27-58
79	Serviteca la Novena	Carrera 9 No 4-57
80	Centro de Lubricación	Carrera 9 No 5-07
81	Cooperativa de Taxis Luxor	Carrera 9 No 5-27
82	Lugollantas	Carrera15 No 18-39
83	Servicio Técnico Mazda	Carrera 15 No 20-00
84	Tiremaxx	Calle 33 No 11-08
85	Multimotor	Carrera12 No 34-60
86	Eds Servimotor	Carrera12 Calle 20 Esquina
87	Taller de mecánica El General	Calle 20 No 12-64
88	Taller Renault Minuto	Calle 17 No 16-31
89	Supermoly	Av. 30 De Agosto No 42-90
90	Taller de mecánica automotriz	Carrera10 No 44-78
91	Lubriservicios La 72	Carrera9 Contiguo A Impala
92	Servicio Técnico Chevrolet	Carrera 9 Cll 38 Esquina
93	Eds Coop Urbanos Pereira	Carrera 17 No 28-09
94	Servite Fuente: Cámara de Comercio de Pereira y elaboración propia	Parqueadero Nivel 1
95	Eds Cuba	Av. de las Américas # 19-50 - Cuba
96	ESS El Rosal	Av.de las Américas barrio El Rosal

Ilustración 5 Mapa de puntos generadores de aceite usado en Pereira.



Fuente: Elaboración propia

Ilustración 6. Mapa de puntos generadores de aceite usado en cerritos.



Fuente: Elaboración propia

Ilustración 7. Mapa del punto generador de aceite usado en el corregimiento de Arabia



Fuente: Elaboración propia

En la ilustración 3, se observa que la mayoría de puntos generadores se encuentran ubicados en el área urbana de la ciudad de Pereira. Tan solo tres puntos están ubicados en los alrededores de la ciudad, como es el caso del taller ubicado en el corregimiento de Arabia y las estaciones de servicios Santa Barbara y Fonda Central que se encuentran en la vía Pereira-Cerritos.

5.2. Ubicación del centro de acopio

Teniendo en cuenta que los costos de transporte son directamente proporcionales a las distancias existentes entre el centro de acopio y los puntos generadores, se debe buscar un punto central para la ubicación de la planta donde se llevara el aceite vehicular usado después de cada recorrido.

Tabla 4. Sumatoria filas y columnas de la matriz de distancias.

Nodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Sumatoria Vertical (km)	1440,43	265,50	329,01	287,34	272,34	298,95	304,24	265,05	241,73	248,83	254,99	254,83
Sumatoria Horizontal (km)	1315,26	241,66	320,67	269,83	255,16	283,26	319,12	265,20	306,66	264,60	236,97	281,96
Nodos	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Sumatoria Vertical (km)	251,41	1445,40	264,79	324,35	297,31	251,08	304,55	304,18	633,05	271,99	718,70	381,51
Sumatoria Horizontal (km)	236,65	1478,50	248,80	361,05	284,11	237,72	293,48	277,45	623,28	250,42	704,89	541,68
Nodos	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Sumatoria Vertical (km)	261,80	350,76	278,20	280,40	319,01	295,85	255,11	334,22	292,91	539,11	525,83	328,77
Sumatoria Horizontal (km)	244,78	320,85	418,84	258,33	326,50	313,06	243,89	388,86	284,98	559,16	509,78	310,87
Nodos	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Sumatoria Vertical (km)	250,71	266,55	299,74	255,18	293,12	672,49	244,62	358,94	251,20	1931,23	251,08	246,02
Sumatoria Horizontal	244,15	264,93	385,96	239,51	266,87	704,28	237,06	396,90	245,45	1967,50	246,18	228,55
Nodos	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Sumatoria Vertical (km)	245,154	277,446	286,962	366,624	250,545	349,812	313,009	290,695	239,003	303,839	261,767	327,439
Sumatoria Horizontal (km)	232,019	279,008	280,407	418,907	275,042	386,979	302,764	271,041	256,197	313,984	251,315	307,058
Nodos	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
Sumatoria Vertical (km)	335,931	360,693	366,255	255,712	391,15	407,864	592,357	259,272	258,931	274,715	292,175	270,334
Sumatoria Horizontal (km)	386,066	372,045	385,852	279,325	524,144	336,33	625,978	260,712	237,733	261,806	267,167	278,197
Nodos	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
Sumatoria Vertical (km)	300,911	388,824	277,448	268,492	271,642	269,921	365,992	337,878	339,635	256,826	263,092	261,001
Sumatoria Horizontal (km)	323,503	289,429	261,651	262,102	260,291	258,793	339,78	336,615	334,073	239,615	231,681	239,296
Nodos	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
Sumatoria Vertical (km)	272,197	279,427	255,809	283,636	301,529	315,162	298,835	264,947	387,646	354,011	550,869	415,541
Sumatoria Horizontal (km)	247,982	245,456	254,037	258,547	275,219	310,538	277,039	261,648	352,39	362,623	503,99	431,38

Fuente: Elaboración propia

Para encontrar el punto central entre todos los nodos del modelo, se realizó la suma horizontal y vertical de los kilómetros existentes desde un punto generador hasta los otros, en la matriz de distancias entre los nodos, con la finalidad de encontrar la menor distancia recorrida, y se obtuvo que los dos puntos generadores desde los cuales la distancia es menor al resto de puntos, son el nodo 57 y 48, con una distancia de 239 km y 228,55 km, respectivamente.

Sumatoria Horizontal

Punto generador N° 48

Nombre: Lubrillantas

Dirección: Calle 20 N° 10-74

Distancia recorrida: 228,55 km

Sumatoria Vertical

Punto generador N° 57

Nombre: Casa López sede principal

Dirección: Av. 30 de agosto N° 26-51

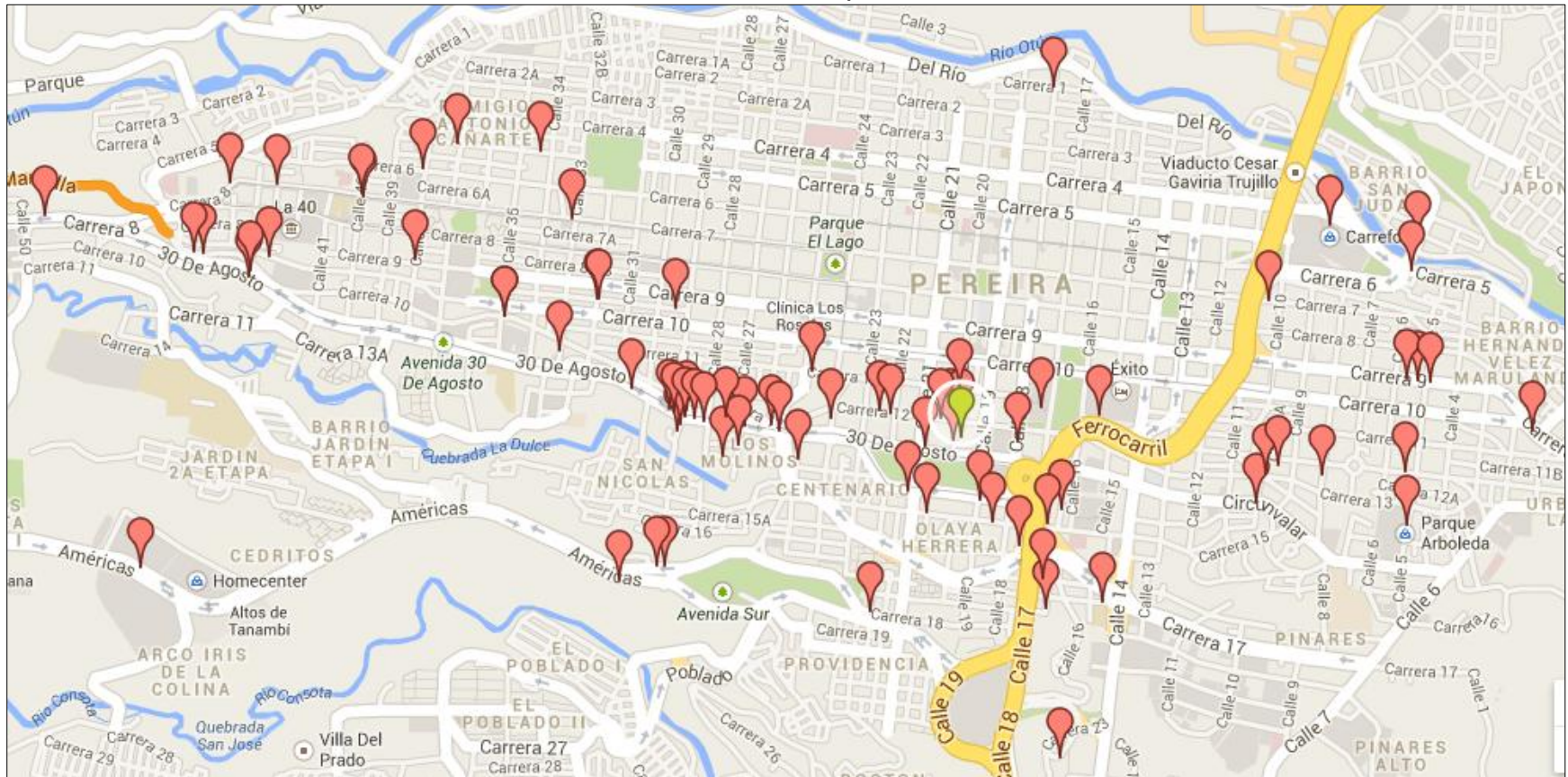
Distancia recorrida: 239 km

Como se busca la menor distancia recorrida, la zona cercana al nodo 48, ubicado en la calle 20 entre carrera 10 y 11, resulta ser la mejor opción para la ubicación del centro de acopio, el cual se puede encontrar a una distancia máxima permitida de 200 metros a la redonda del nodo 48, y debe cumplir con unos requisitos de diseño y manejo interno estipulados en el Manual Técnico para el Manejo de Aceites Lubricantes Usados.

Teniendo en cuenta el resultado del punto central, la mejor ubicación para el centro de acopio es la calle 20 entre carrera 12 y 13, ya que la vía es amplia para la salida y entrada de camiones cisterna y el flujo de vehículos por esta calle es bajo, lo cual no entorpecería la operación y el tránsito que por allí circula.

En la siguiente ilustración, se muestra el mapa de Pereira con la ubicación del centro de acopio (color verde) de aceite vehicular usado.

Ilustración 8. Ubicación del centro de acopio de aceite usado en Pereira.



Fuente: Elaboración propia

5.3. Parámetros del modelo

Para construir la red de logística inversa de recolección de aceite vehicular usado en la ciudad de Pereira, se deben definir algunas variables que son fundamentales para la creación del modelo como la cantidad de aceite generado en cada punto o demanda, la flota de vehículos que realizará los recorridos y el costo de transporte del desecho por kilómetro (Km) recorrido.

5.3.1. Demanda o Cantidad de aceite generado en los puntos

Para determinar la cantidad generada de aceite vehicular usado por mes en todos los puntos generadores, se realizó una encuesta a la muestra representativa de una población de 96 sitios dedicados al cambio de aceite automotor en la ciudad de Pereira, obteniendo los resultados de la tabla 5. Debido a razones externas como la falta de disponibilidad de los talleres, la no presencia de los encargados de los lubricantes en el momento de la encuesta y por otras razones no fue posible realizar el censo a la totalidad de la población, que tenía como objetivo determinar la cantidad generada de AU en cada punto. Por lo tanto se aplicó en forma de analogía el procedimiento usado en las cadenas de Markov continuas, donde se halló a través de probabilidades la generación de los 56 puntos restantes a los cuales no se les aplicó la encuesta. Obteniendo como resultado la cantidad de lubricante usado generado de los 96 talleres.

Tabla 5. Cantidad de AU generado en los puntos de la muestra

No Orden	ni	Punto Generador	Cantidad de AU generado mensualmente (Gal/Mes)
1	1	Eds Santa Bárbara	110
2	2	EDS Autos Gama S.A.S.	55
3	8	Centro Técnico Automotor	37
4	11	Class Autos Pereira	20
5	20	Rolando Arango González	12
6	25	Eds de Pereira Ltda.	220
7	28	Taller autos la nacional Pereira Ltda.	9
8	29	Mario Augusto Vera	20
9	31	Humberto Vanegas	8
10	32	Su Auto Pereira	21
11	35	Sincronización y Diagnóstico Cuba	4
12	38	Cochexpress Ltda.	136
13	39	Saludcar Operación Colombia S.A.	55
14	41	Eds La GranManzana Ltda.	37
15	43	Centro de Lubricación Covichoralda	110
16	45	Mil Aceites	330
17	47	Lubrillantas S.A.S.	82,5
18	48	Peláez Hermanos	55

19	51	Tecnicentro Zona de Pitz	68
20	53	Casa López Camión Center	715
21	54	Casa López Jumbo	440
22	55	Casa López Circunvalar	330
23	56	Casa López Éxito	220
24	59	Energiteca	165
25	61	Eds Esso Matecaña	12
26	62	Estación de servicio Terpel	440
27	63	Eds Otún	16
28	67	Eds Mobil Corales	110
29	68	Servicio Técnico Nissan	385
30	70	Continental	110
31	71	Cootaxconsota	55
32	69	Aceitado	330
33	73	Eds Mobil Santa Elena	55
34	77	Casa Renault	55
35	82	Lugollantas	330
36	85	Multimotor	20
37	86	EDS Servimotor	27,5
38	87	Taller de mecánica El General	18
39	90	Taller de mecánica	16
40	91	Lubriservicios la 42	4

Fuente: Elaboración propia

A partir de las observaciones y de los resultados obtenidos de la tabla anterior, se clasificaron los puntos generadores en dos niveles. En el primer nivel se agruparon los sitios que generan menos de 55 Gal/Mes de AU, como **los talleres de mecánica especializada**, los cuales realizan cambios de aceite esporádicamente y **las estaciones de servicio**, que ofrecen como servicio complementario al comercio de gasolina el cambio de aceite, y tampoco generan altas cantidades del desecho, haciendo algunas excepciones. En el segundo nivel están aquellos establecimientos que dentro de sus principales actividades se encuentra el cambio de aceite automotor y generan más de 55 Gal/Mes de AU, como **los lubricentros, servitecas y servicios técnicos de concesionarios**.

Tabla 6. Clasificación de los puntos generadores

		Criterio de clasificación	Cantidad de puntos generadores
Nivel I	Talleres automotrices, Estaciones de servicios	< 55 Gal/Mes	48
Nivel II	Lubricentros, Servitecas, Servicios técnicos de concesionarios.	≥ 55 Gal/Mes	48

Fuente: Elaboración propia

5.3.1.1. Analogía del método usado en cadenas de Markov para determinar la demanda en los puntos no encuestados.

Primero se dividieron y organizaron los resultados de la muestra en sus respectivos niveles.

Tabla 7. Cantidad generada de AU muestras Nivel I

Puntos generadores Nivel I	
ni	Cantidad generada de AU (Gal/Mes)
8	37
11	20
20	12
22	20
28	9
29	20
31	8
32	21
35	4
41	37
61	12
63	16
86	27,5
87	18
90	16
91	4

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8. Cantidad generada de AU muestras Nivel II

Puntos generadores Nivel II	
ni	Cantidad generada de AU (Gal/Mes)
1	110
2	55
25	220
38	136
39	55
43	110
45	330
47	82,5
48	55
51	68
53	715
54	440
55	330
56	220
59	165
62	440
67	110
68	385
69	330

70	110
71	55
73	55
77	55
82	330

Fuente: Elaboración propia

Después de clasificados los puntos generadores en su respectivo nivel y teniendo en cuenta los valores allí consignados se crean seis intervalos de cantidad generada.

Tabla 9. Estados e intervalos nivel II de generación de AU

Intervalos nivel II	
Estado	Intervalo
1	[55 - 165)
2	[165 - 275)
3	[275 - 385)
4	[385 - 495)
5	[495 - 605)
6	[605 - 716)

Fuente: Elaboración propia

Ahora, aplicando la metodología de las cadenas de Markov se determina la probabilidad de que los puntos generadores de cada nivel, para este caso se mostraran los del nivel II, se encuentren en cualquiera de estos estados. Primero se clasifica cada dato dentro de un estado (1,2,...,6) y luego se construye la matriz de transiciones.

$$\text{Matriz de transiciones Nivel II} = H = \begin{bmatrix}
 \frac{-5}{24} & \frac{1}{24} & \frac{2}{24} & \frac{1}{24} & \frac{0}{24} & \frac{1}{24} \\
 \frac{1}{24} & \frac{-2}{24} & \frac{0}{24} & \frac{1}{24} & \frac{0}{24} & \frac{0}{24} \\
 \frac{2}{24} & \frac{1}{24} & \frac{-3}{24} & \frac{0}{24} & \frac{0}{24} & \frac{0}{24} \\
 \frac{1}{24} & \frac{0}{24} & \frac{2}{24} & \frac{-3}{24} & \frac{0}{24} & \frac{0}{24} \\
 \frac{2}{24} & \frac{2}{24} & \frac{2}{24} & \frac{2}{24} & \frac{2}{24} & \frac{2}{24} \\
 \frac{0}{24} & \frac{0}{24} & \frac{0}{24} & \frac{0}{24} & \frac{0}{24} & \frac{0}{24} \\
 \frac{2}{24} & \frac{2}{24} & \frac{2}{24} & \frac{2}{24} & \frac{2}{24} & \frac{2}{24} \\
 \frac{0}{24} & \frac{0}{24} & \frac{0}{24} & \frac{1}{24} & \frac{0}{24} & \frac{-1}{24}
 \end{bmatrix}$$

H_{ij} = Tasa de transición entre estados.

H_{ii} = Negativo de la sumatoria de las tasas que salen del estado i .

El siguiente paso es hallar los valores y vectores propios de la matriz H que posteriormente serán reemplazados en la siguiente fórmula donde se determinaran las probabilidades de cada estado.

$$P(t) = \sum_{i=1}^n C_i * V_i * e^{\lambda_i * t} \quad (36)$$

Donde λ_i son los valores propios de la matriz H , V_i es el vector propio de la matriz H asociado con el valor propio de i , C_i es una constante a ser determinada. Luego de obtener estos valores se reemplazan en la fórmula (36) y obtenemos lo siguiente:

$$P_1(t) = 0,08e^{-0,26t} + \mathbf{0,178e^{0t}} + 0,12e^{-0,13t} + 0,12e^{-0,13t} + 0,14e^{-0,05t} + 0$$

$$P_2(t) = 0,10e^{-0,26t} + \mathbf{0,211e^{0t}} + 0,15e^{-0,13t} + 0,15e^{-0,13t} + 0,16e^{-0,05t} + 0$$

$$P_3(t) = 0,12e^{-0,26t} + \mathbf{0,244e^{0t}} + 0,17e^{-0,13t} + 0,17e^{-0,13t} + 0,19e^{-0,05t} + 0$$

$$P_4(t) = 0,09e^{-0,26t} + \mathbf{0,189e^{0t}} + 0,13e^{-0,13t} + 0,13e^{-0,13t} + 0,15e^{-0,05t} + 0$$

$$P_5(t) = 0,00e^{-0,26t} + \mathbf{0,000e^{0t}} + 0,00e^{-0,13t} + 0,00e^{-0,13t} + 0,00e^{-0,05t} + 0$$

$$P_6(t) = 0,09e^{-0,26t} + \mathbf{0,178e^{0t}} + 0,12e^{-0,13t} + 0,12e^{-0,13t} + 0,14e^{-0,05t} + 0$$

Donde los valores que tienen por exponente a $\lambda_2 = 0$ y están en negrita, representan la probabilidad de estar en los respectivos estados.

A continuación, se muestra la tabla con la probabilidad que tiene cada punto generador de estar en uno de los seis estados de generación de AU

Tabla 10. Probabilidad de generación de los puntos del nivel II

Puntos generadores Nivel II			
Estado	Intervalo	P(Estado i)	Intervalo prob.
1	[55 - 165)	0,178	0 - 0,178
2	[165 - 275)	0,211	0,178 - 0,389
3	[275 - 385)	0,244	0,389 - 0,633
4	[385 - 495)	0,189	0,633 - 0,822
5	[495 - 605)	0,000	-
6	[605 - 716)	0,178	0,822 - 1

Fuente: Elaboración propia

Para determinar la cantidad que genera cada punto y de los cuales no se tiene la información de cuanto desecho originan, primero se selecciona un punto en dicha condición y se genera un número aleatorio (entre 0 y 1). Para el ejemplo dio 0,845 (dicho resultado se compara en la tabla 10), este indica que en CitroMotors se genera entre 605 y 716 Gal/Mes de AU, ya que esta probabilidad se encuentra en el intervalo probabilístico del estado 6 (0,822 – 1), luego se genera un número aleatorio entre 605 y 716, el valor que dé (633), es la cantidad que produce este punto de lubricante usado.

Tabla 11. Ejemplo para determinar la producción de AU en los puntos

No	Punto generador	Aleatorio (0-1)	Aleatorio (605-716)	Producción de AU (Gal/Mes)
10	CitroMotors	0,845	633	633

Fuente: Elaboración propia

Para el resto de puntos que originan lubricante usado y no fueron encuestados se realiza el mismo procedimiento. Para los puntos pertenecientes al nivel I, también se definió su respectiva tabla de probabilidad de generación y de igual forma se deben completar los puntos restantes como dicta el procedimiento del párrafo anterior.

A continuación, se muestra la cantidad de AU que origina cada punto.

Tabla 12. Generación de AU en todos los puntos productores del desecho

No.	Generación mensual de aceite usado (Gal/mes)
1	110
2	55
3	6
4	11
5	15
6	8
7	6
8	37
9	7
10	633
11	20
12	28
13	4
14	328
15	22
16	9
17	4
18	5
19	6
20	12
21	33
22	20
23	114
24	88
25	220
26	12
27	11
28	9
29	20
30	8
31	8
32	21
33	37
34	9
35	4
36	31
37	30
38	136
39	55
40	186
41	37
42	352
43	110
44	11
45	330
46	14
47	82,5
48	55
49	190
50	108
51	68
52	385
53	715
54	440
55	330
56	220
57	310
58	305
59	165
60	220
61	12
62	440
63	16
64	37
65	150
66	30
67	110
68	385
69	330
70	110
71	55
72	22
73	55
74	60
75	67
76	36
77	55
78	220
79	380
80	259
81	450
82	330
83	220
84	80
85	32

86	27,5
87	18
88	400
89	8

90	16
91	4
92	300
93	40

94	190
95	27
96	25
Σ	11 822

Fuente: Elaboración propia

A partir de la tabla 12, se concluye que los nodos que hacen parte de la red de logística inversa producen en total 11 822 galones de AU mensualmente.

5.3.2. Flota de vehículos

Se utilizarán camiones cisterna debido a las propiedades físicas y químicas del residuo, a la cantidad generada y gracias a que estos vehículos son los óptimos en cuanto a capacidad de almacenamiento para transportar este residuo. A continuación, se muestra la ficha técnica de los dos camiones que se van a utilizar. Se correrá el modelo dos veces usando en cada corrida un camión diferente, con el fin de realizar comparaciones y análisis de los resultados en cuanto a los costos y la capacidad de almacenamiento, para determinar cuál de los dos camiones tiene mayor viabilidad de operación.

Ilustración 9. Camión cisterna



Fuente: <http://www.vehicleinchina.es/2-tank-transport-vehicle-1b.html>

Tabla 13. Ficha técnica camión 1

FICHA TÉCNICA	
Modelo Camión	FAW HZZ5162
Volumen efectivo cisterna (Gal)	3170
Dimensiones exteriores (mm)	7805x2490x3150
Combustible	Diesel
Consumo de combustible (L/Km)	0,2109
Número de ejes	2

Fuente: <http://www.vehicleinchina.es/2-tank-transport-vehicle-1b.html>

Tabla 14. Ficha técnica camión 2

FICHA TÉCNICA	
Modelo Camión	DONG FENG HZZ5163
Volumen efectivo cisterna (Gal)	3329
Dimensiones exteriores (mm)	8650x2480x3000
Combustible	Diesel
Consumo de combustible (L/Km)	0,2117
Número de ejes	2

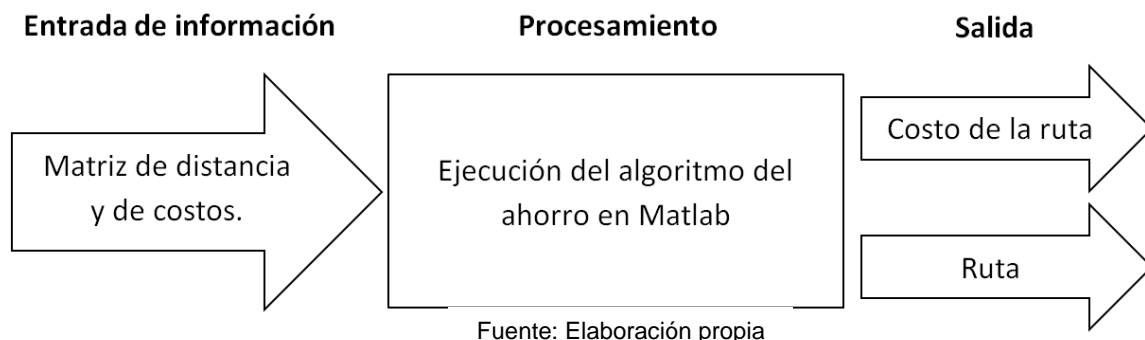
Fuente: <http://www.vehicleinchina.es/2-tank-transport-vehicle-1b.html>

5.3.3. Matriz de costos operativos

La principal variable que influye en el desarrollo y análisis cuantitativo de la red de logística inversa es la “distancia” que existe entre el centro de acopio y los puntos generadores y la existente entre estos últimos. A partir de esta variable se construye la matriz de distancias y de costos, las cuales son fundamentales para ejecutar el algoritmo en Matlab, debido a que son la fuente básica e inicial de información que da pie al desarrollo del modelo y por último proveerá los resultados que serán críticos para la construcción de la red. La figura 8, ilustra el nivel de importancia de la matriz de distancias y costos en al algoritmo.

Ilustración 10. Alimentación del algoritmo

Alimentación del Algoritmo



Las matrices que alimentan la heurística son cuadradas, de tamaño $n \times n$, donde el valor que toma n se considera como el número total de puntos que conforman la red. El tamaño de las dos matrices es 97×97 .

$$N = \begin{bmatrix} n_{00} & \cdots & n_{096} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{960} & \cdots & n_{9797} \end{bmatrix}_{(97 \times 97)}$$

Después de realizar las respectivas iteraciones, el algoritmo devuelve como resultados la Ruta que se debe recorrer y el costo de realizar esta misma.

5.3.3.1. Matriz de distancias (D)

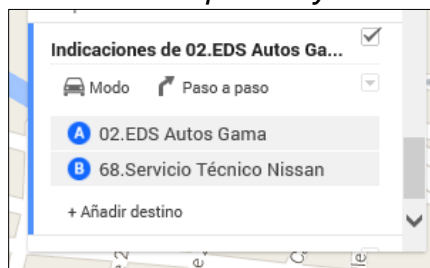
$$D = \begin{bmatrix} d_{00} & \cdots & d_{196} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{960} & \cdots & d_{9696} \end{bmatrix}$$

En la matriz se define la distancia existente entre los puntos que conforman la red de logística inversa (puntos generadores y centro de acopio). La unidad de la variable se expresa en kilómetros (Km) y los valores allí contenidos (d_{ij}) determinan la distancia (Km) que se debe recorrer para ir del punto i hasta j . Cabe aclarar que en la mayoría de casos la distancia recorrida para ir de i hasta j , es diferente a la recorrida para ir de j a i ($d_{ij} \neq d_{ji}$).

Para conocer las distancias entre los puntos se utilizó Google Maps, a través del cual se creó un mapa con la ubicación de todos los nodos y se determinaron las distancias entre estos de la siguiente manera:

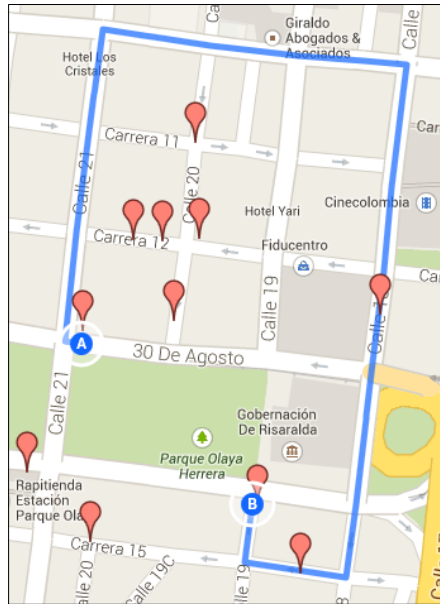
- Se selecciona el punto de partida A y el punto destino B.

Ilustración 11. Punto de partida y de destino.



Fuente: Google Maps y elaboración propia

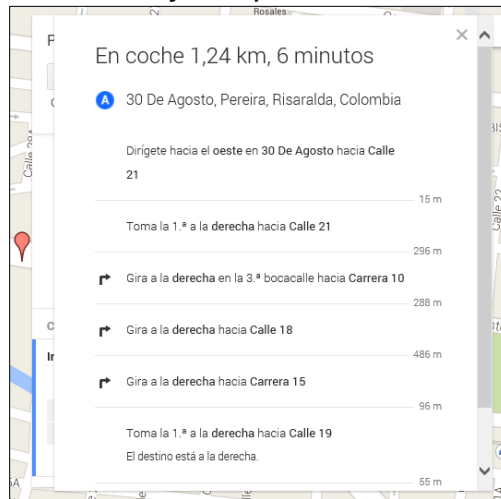
Ilustración 12. Mapa del recorrido entre nodos.



Fuente: Google Maps y elaboración propia

- Al dar clic en “paso a paso” la herramienta muestra la distancia que se debe recorrer para ir de A hasta B.

Ilustración 13. Distancia y tiempo recorrido entre nodos



Fuente: Google Maps y elaboración propia

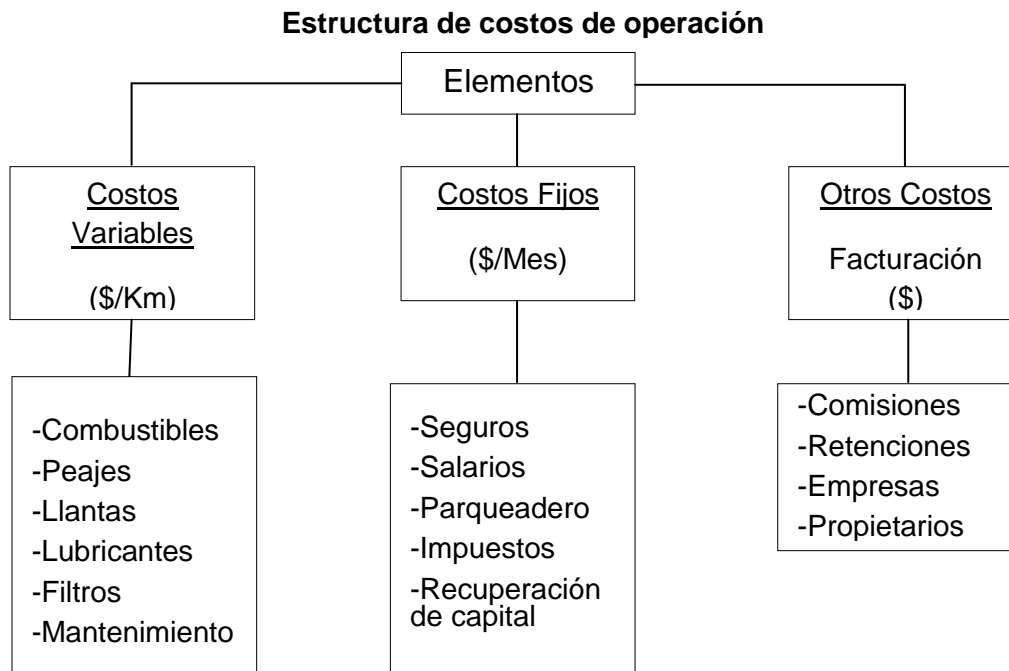
- Finalmente, la distancia entre el punto A (02.EDS Autos Gama) y el punto B (68. Servicio Técnico Nissan) que se muestra en la figura anterior) se consigna en la matriz de distancias y se define como $d_{268} = 1,24 \text{ Km}$

En la matriz de distancias (D) que se construyó se consiguieron 9409 distancias. En el **Anexo 1** se muestra la matriz en su totalidad.

5.3.3.2. Costos operativos

Para calcular y determinar la estructura de costos de una empresa dedicada al transporte de bienes se deben tener en cuenta varios elementos que componen el costo de operación de este tipo de actividad. Aquellos que componen dicha estructura según el modelo para determinar costos de transporte del Ministerio de Transporte de Colombia son los costos variables, los costos fijos y otros costos. Con la implementación del Problema de Ruteamiento de Vehículos para el diseño de una red de logística inversa, se busca demostrar que los costos operativos del transporte de aceite vehicular usado son optimizados. En este caso el modelo impactará únicamente en los costos variables, debido a que estos están en función de las distancias recorridas y el modelo se encarga de optimizar estas distancias, por lo tanto los costos variables se optimizaran y el costo por kilómetro recorrido (\$/Km). Por eso para el desarrollo de este trabajo no se tuvieron en cuenta los costos fijos y los otros costos.

Ilustración 14. Estructura de costos operativos



Fuente: Elaboración propia

5.3.3.2.1. Estructura de costos variables para la recolección de aceite vehicular usado

Para la construcción de los costos variables los cálculos se basaron en la ficha técnica del camión cisterna seleccionado para recolectar el aceite vehicular usado. Las características y condiciones técnicas del vehículo se muestran en la parte de este trabajo donde se describe el tipo de flota seleccionado para este problema.

A continuación, se exponen los componentes que se tuvieron en cuenta para conformar la estructura de costos variables, al final todos estos se suman para definir el costo definitivo por kilómetro recorrido.

- **Consumo de combustibles**

Según las características de la flota de camiones los motores de estos usan gasolina diesel para funcionar. El consumo (L/Km) de diesel del vehículo se determinó usando un estándar general de consumo de combustible, donde se tuvo en cuenta variables como el motor y transmisión, carga, circulación y condiciones de uso.

El precio de la gasolina se determinó según el precio sugerido por galón de diesel por el Ministerio de Minas y Energía de Colombia para el año 2014. El precio por galón es \$8358 y sobre este precio se costeo el consumo en pesos de gasolina.

$$\text{Costo combustible por Km} = \text{Consumo} \left(\frac{L}{Km} \right) * \text{Precio Diesel} \left(\frac{\$}{L} \right) \quad (37)$$

Tabla 15. Costo de combustible por Km

	Modelo Camión	Consumo (L/Km)	Precio Diesel (\$/L)	Costo combustible por Km (\$/Km)
1	DONG FENG HZZ5163	0,2117	2208,19	467,47
2	FAW HZZ5162	0,2109	2208,19	465,71

Fuente: Elaboración propia

Según la tabla 15, los camiones consumen en combustible aproximadamente 465,71 \$/Km y 467,47 \$/Km, respectivamente.

- **Consumo de llantas**

El consumo de llantas para un vehículo dedicado al transporte de bienes depende de tres factores. El número de llantas del camión, el precio de estas y la duración. La duración de las llantas depende de su función en el camión, como en la dirección, la tracción o en los ejes libres. El vehículo seleccionado para la red de logística inversa utiliza la referencia 9 R20 de llantas.

Tabla 16. Desgaste y precio de llantas utilizadas

Tipo de Llanta	Cambio por desgaste (Km)	Precio Llantas (Und)
		9 R20
Direccional	70000	\$ 679.000,00
Tracción	70000	\$ 791.000,00
Ejes Libres	120000	\$ 791.000,00

Fuente: Elaboración propia

Tabla 17. Costo llantas por Km

Modelo Camión	Consumo de Llantas				Costo total Llantas	Costo Llantas por Km (\$/Km)
	Tipo de llantas					
	Direccional	Tracción	Ejes Libres			
DONG FENG HZZ5163	2	4	0	\$ 4.522.000,00	64,60	
FAW HZZ5162	2	4	0	\$ 4.522.000,00	64,60	

Fuente: Elaboración propia

Para determinar el consumo en pesos por kilómetro de las llantas se utilizó la siguiente fórmula:

$$\text{Costo llantas por Km} = \sum \frac{\text{No de llantas} * \text{precio llanta} (\$)}{\text{Duración llanta (Km)}} \quad (38)$$

Según los cálculos, los camiones consumen aproximadamente en llantas 64,60 \$/Km.

- **Consumo de lubricantes**

Según el modelo para determinar los costos de transporte se deben tener en cuenta los 3 tipos de lubricantes que consume un vehículo de carga. Estos son el aceite de motor, transmisión y diferenciales. Cada uno de estos se debe cambiar al llegar a su respectivo kilometraje de cambio.

Tabla 18. Periodo de cambio de aceite y precios

Lubricante	Cambio (Km)	Precio (Gal)
Motor	6000	\$ 44.000,00
Caja	35000	\$ 46.000,00
Diferenciales	35000	\$ 50.000,00

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se presenta la tabla donde se muestra el consumo de cada tipo de aceite de los camiones.

Tabla 19. Costo de aceite por Km

Modelo Camión	Consumo de Lubricantes			Costo total Lubricantes	Costo lubricación por Km (\$/Km)
	Lubricantes				
	Motor (Gal)	Caja (Gal)	Diferenciales (Gal)		
DONG FENG HZZ5163	2	1	0,25	\$ 146.000,00	16,34
FAW HZZ5162	2,25	1	0,25	\$ 157.000,00	18,17

Fuente: Elaboración propia

Para determinar el consumo en pesos por kilómetro de lubricante se utilizó la siguiente fórmula:

$$\text{Costo lubricación por Km} = \sum \frac{\# \text{ unds lubricant (Gal)} * \text{Precio lubricant} \left(\frac{\$}{\text{Gal}} \right)}{\text{Duración lubricante (Km)}} \quad (39)$$

Finalmente, se determina que el camión 1 consume en lubricantes 18,17 \$/Km y el camión 2, 16,34 \$/Km recorrido.

- **Consumo de filtros**

Debido a su constante uso los camiones dedicados al transporte de carga deben cambiar algunos repuestos que se deterioran y pierden su funcionalidad al aumentar los kilómetros recorridos. Para este tipo de vehículos se debe cambiar el filtro del combustible, aceite y aire, y el bypass cuando se cumpla el respectivo kilometraje de cambio.

Tabla 20. Parámetros para el cambio de filtros y precios

Filtros	Cambio (Km)	Precio (Und)
Aire	10000	\$ 23.000,00
Aceite	6000	\$ 11.000,00
Combustible	7500	\$ 12.000,00
Agua	10000	\$ 95.000,00
By Pass	7500	\$ 45.000,00

Fuente: Elaboración propia

Para determinar el costo del consumo de filtros por kilómetro se usó la siguiente fórmula:

$$\text{Costo filtro por Km} = \sum \frac{\text{No de filtros (Und)} * \text{Precio del filtro} \left(\frac{\$}{\text{Und}} \right)}{\text{Duración del filtro (Km)}} \quad (40)$$

Tabla 21. Costo de filtros por Km

Modelo Camión	Consumo de Filtros					Costo total Filtros	Costo filtros por Km (\$/Km)
	Filtros						
	Aire	Aceite	Combustible	Agua	By Pass		
DONG FENG HZZ5163	1	1	1	1	1	\$ 186.000,00	21,23
FAW HZZ5162	1	1	1	1	1	\$ 186.000,00	21,23

Fuente: Elaboración propia

Según la tabla 21 y los cálculos realizados los vehículos consumen en filtros 21,23 \$/Km recorrido.

- **Mantenimiento general**

Según el modelo de determinación de costos operativos del Ministerio de transporte de Colombia, cada propietario determina gracias al conocimiento del comportamiento y funcionamiento de su respectivo vehículo, el promedio de kilómetros en el cual le realiza mantenimiento a su camión. Con el fin de determinar el costo de mantenimiento por Km se le realizó una entrevista al propietario de un vehículo con características similares a los que serán utilizados en la flota de camiones recolectores de aceite vehicular usado.

Según el propietario, cada 2750 Km le realiza el mantenimiento al vehículo y este tiene en promedio un costo de \$175.000. Este valor se le asignó al costo del mantenimiento del camión Dong Feng debido a que es de características similares al camión de carga del propietario. Para calcular el costo del mantenimiento del otro camión se tomó como base la cifra anterior y se aumentó en 10%, ya que según el experto, el modelo del camión FAW que será utilizado es de mayor potencia y posee más cilindros, por lo tanto es un poco más complejo su mantenimiento.

Para determinar el costo por kilómetro del mantenimiento se utilizó la siguiente fórmula:

$$\text{Costo mantenimiento} = \frac{\text{Costo mantenimiento (\$)}}{\text{Frecuencia mantenimiento (Km)}} \quad (41)$$

Tabla 22. Costo mantenimiento por Km

Modelo Camión	Costo Mantenimiento general	Costo del mantenimiento por Km (\$/Km)
DONG FENG HZZ5163	\$ 175.000,00	63,64
FAW HZZ5162	\$ 195.000,00	70,91

Fuente: Elaboración propia

El costo por kilómetro del mantenimiento del camión DONG FENG es 63,64 \$/Km recorrido y para el FAW 70,91 \$/Km.

En resumen, el costo total por kilómetro recorrido se muestra y se desglosa en sus distintos componentes en el siguiente cuadro.

Tabla 23. Costos variables según el tipo de camión

Modelo Camión	Costo combustible por Km (\$/Km)	Costo Llantas por Km (\$/Km)	Costo lubricación por Km (\$/Km)	Costo filtros por Km (\$/Km)	Costo Man/nto por Km (\$/Km)	Costo recorrido por Km (\$/Km)
DONG FENG HZZ5163	467,47	64,60	16,34	21,23	63,64	633,28
FAW HZZ5162	465,71	64,60	18,17	21,23	70,91	640,62

Fuente: Elaboración propia

El costo variable por kilómetro recorrido dentro de la red de logística inversa es de 640,62 \$/Km para el camión marca FAW y 633,28 \$/Km para el vehículo marca DONG FENG. A partir de estos dos valores se construye la matriz de costos operativos.

5.3.3.3. Matriz de costos operativos (C)

$$C = \begin{bmatrix} c_{00} & \cdots & c_{096} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{960} & \cdots & c_{9696} \end{bmatrix}$$

En esta matriz se define el costo que tiene recorrer la distancia existente entre dos puntos pertenecientes a la red de logística inversa y el costo esta dado en pesos colombianos (\$). c_{ij} representa el costo en pesos del recorrido que se debe realizar desde el punto i hasta el punto j . Igual que en la matriz de distancias $c_{ij} \neq c_{ji}$.

A partir de los costos operativos, los cuales muestran el costo en que incurre un camión al recorrer un kilómetro se construyó la matriz de costos. El valor del costo por kilómetro recorrido del camión se multiplicó por la matriz de distancia, dando por resultado la matriz de costos.

$$[C] = \text{Costo Operativo Camión } i * \begin{bmatrix} d_{00} & \cdots & d_{096} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{960} & \cdots & d_{9696} \end{bmatrix}$$

Las unidades del costo por kilómetro recorrido se expresan en $\frac{\$}{Km}$ y las unidades de la matriz de distancias se expresan en Km , por lo tanto los costos quedaran expresados en pesos colombianos (\$).

En la matriz de costos (C) se consignaron 9409 datos. Las matrices con los costos operativos de los dos camiones se encuentran en los **Anexos 2 y 3**, respectivamente.

5.4. Formulación del modelo matemático para resolver el CVRP

Para la creación de una red de logística inversa de recolección de aceite vehicular usado en la ciudad de Pereira, se ha determinado la ubicación de los puntos generadores, la cantidad de aceite generado en cada punto, el costo de recolección y transporte del desecho por kilómetro (Km) recorrido, la capacidad de los vehículos que se van a utilizar y la localización del depósito o centro de acopio. De acuerdo a los modelos matemáticos empleados en los sistemas de distribución y recolección de bienes o servicios, se considera la recolección de aceite vehicular usado como una variante del VRP (*Vehicle Routing Problem*), donde además de contar con una flota de vehículos, unos clientes distribuidos en una zona geográfica, cada uno de ellos con una demanda determinada, y unos costos de

transporte entre los diferentes clientes y el deposito, también cuenta con una restricción de capacidad en los vehículos.

Esa variante es conocida como CVRP (*Capacited Vehicle Routing Problem*) problema de ruteo de vehículos capacitado, el cual consiste en tener una flota de M vehículos con una capacidad homogénea y cada uno de ellos corresponde a una ruta de un vehículo con costo mínimo, donde el deposito es el punto de partida y de llegada, cada cliente es visitado una vez por un ciclo, la demanda de los nodos no excede la capacidad del vehículo, y se define el costo total como la suma de todos los arcos que pertenecen al ciclo.

El modelo de programación lineal entera (PLE) para CVRP, en el caso de la recolección de aceite usado en la ciudad de Pereira, puede definirse en un grafo $G = (V, A)$, donde $V = \{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$ es un conjunto de $n=97$ nodos y A representa el conjunto de arcos (i, j) que conectan dichos nodos. Asociado a cada arco del grafo existe una matriz $C = (C_{ij})$ de tamaño $n \times n$ (97×97), con $C_{ij} \neq C_{ji}$. D es un arreglo de la forma D_i que especifica la información de demanda de cada nodo.

El objetivo del problema consiste en encontrar un conjunto de rutas con el menor costo posible, que le permita a los vehículos m recolectar el aceite generado por sus clientes. Cada uno de los vehículos m cuenta con una capacidad máxima $P_k = 3329$ galones, la cual es homogénea y no puede ser superada por la demanda de los clientes, que en total es de 11 852 galones, lo que significa que un solo camión no puede recolectar todo el aceite, es necesario insertar varios a la red, permitiendo así, descartar que el problema del aceite vehicular usado sea un TSP (*Traveling Salesman Problem*) problema del agente viajero, y se ajuste a las características del CVRP.

El modelo matemático del problema CVRP plantea que cada vehículo de la red inicie y finalice su recorrido en el depósito, que corresponde al nodo 0 (cero), todos los clientes deben ser atendidos una sola vez por un solo vehículo, y la demanda de cada cliente no puede ser fraccionada, o sea que la carga de un cliente es transportada completamente por un único vehículo, el que lo visita.

A continuación se presentan los componentes del modelo matemático del CVRP para la recolección de aceite usado en Pereira:

Los índices del modelo son:

$i = \text{nodo de partida } i (0, 1, 2, \dots, 96)$

$j = \text{nodo de llegada } j (1, 2, \dots, 96)$

$k = \text{flota } (1, 2, \dots, m)$

Los parámetros del problema son:

$C_{ij} = \text{Costo de transporte del nodo } i \text{ al nodo } j \text{ (anexo 2)}$

$D_i =$ Demanda en el nodo

$P_k =$ Capacidad del recursok

$n =$ Cantidad de puntos generadores de aceite vehicular usado (nodos)

Variable auxiliar:

$S =$ Demanda máxima que satisface un vehículo

La variable de decisión queda definida de la forma siguiente:

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{si el arco } (i, j) \text{ es usado en la solución para ser visitado por } k \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

$m =$ numero de vehiculos necesario para satisfacer la demanda $\{\geq 0, \text{entero}\}$

De manera general la formulación matemática del CVRP puede ser establecida como sigue:

Función Objetivo:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m C_{ij} x_{ijk} \quad (42)$$

La expresión (42) describe la función objetivo del problema, la cual consiste en minimizar la sumatoria de los costos asociadas a cada arco (i, j) visitado por k .

Sujeto A:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n X_{0jk} = m \quad m \geq 0 \quad (43)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=0}^n X_{ijk} = 1 \quad \forall i \in [1, n] \quad (44)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{0jk} = \sum_{l=1}^n X_{0lK} \quad \forall k \in [1, m] \quad (45)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n D_i X_{ijk} \leq P_k \quad \forall k \in [1, m] \quad (46)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} X_{ijk} \leq |S| - 1, \forall S \subseteq (V - \{0\}), |S| \geq 2, K \in (1, m), \forall (i, j) \in \{1, n\} \quad (47)$$

$$X_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A \quad \forall k \in [1, m] \quad (48)$$

$$1 \leq k \leq m \quad (49)$$

La restricción (43) indica que del centro de acopio parten m vehiculos, la (44) y (45) garantizan que solo un vehículo visite y abandone cada cliente, la restricción (46) determina que la demanda total de los puntos generadores visitados por un camión no puede superar la capacidad máxima del vehículo P_k , este tipo de problema es conocido como *Bin Packing Problem* (BPP). La (47) establece la

inexistencia de sub-tours, mientras que la (48) y (49) indica los valores admisibles para las variables.

5.5. Solución Planteada Para CVRP

La solución del CVRP en la recolección de aceite vehicular usado en Pereira, es un problema de naturaleza *NP-Hard* y de optimización combinatoria compleja, que no puede ser resuelto con técnicas exactas por el gran tamaño (número de nodos o clientes) y el tiempo que tarda en encontrar el óptimo, ya que el tiempo de cálculo incrementa con rapidez a medida que los nodos n aumentan y para el diseño de la red se cuenta con 96 puntos generadores de AU. Pero, si se pueden implementar otras técnicas que permiten obtener soluciones aproximadas en un tiempo razonable y sirven para la toma de decisiones, como son las heurísticas. Dentro de las cuales se pueden encontrar diferentes métodos adecuados para la solución del CVRP presentado anteriormente, que permiten construir una red de recolección con diferentes rutas que permitan satisfacer la demanda total de los clientes. [25]

Para resolver el problema se ha seleccionado una heurística de dos fases que consiste en rutear primero y agrupar después o *route-first and cluster-second*, la cual se divide en dos instancias, en la primera permite crear diferentes rutas, usando una heurística constructiva como es el método de ahorro (*Clarke and Wright*), y en la segunda, de acuerdo a una restricción de capacidad en los camiones asigna a cada vehículo una cantidad de clientes determinada.

Ambos algoritmos son programados y solucionados en Matlab, un software que permite realizar cálculos numéricos, desarrollar algoritmos, y crear modelos, para encontrar las rutas con el costo mínimo y la asignación de cada una de ellas a los vehículos con capacidad limitada, garantizando la recolección del 100% de aceite generado en los puntos de acopio en la ciudad de Pereira. Este algoritmo se puede ver en el **Anexo 4**.

5.5.1. Rutear primero o *route-first*

En esta primera fase se emplea el método de ahorro o *savings method* de Clarke y Wright el cual genera una ruta donde se incluyen todos los nodos como si fueran a ser visitados por un solo vehículo sin tener en cuenta las restricciones de capacidad del problema.

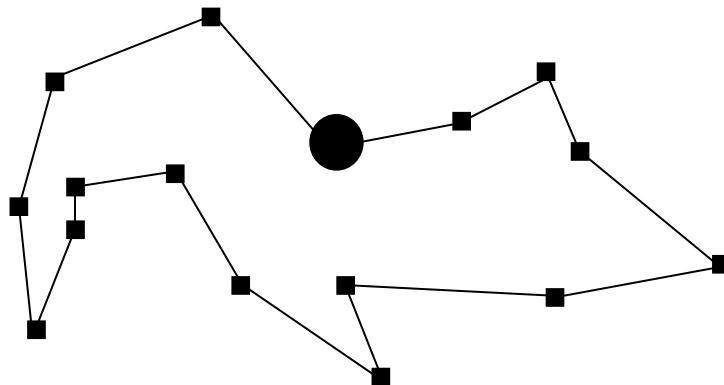
Antes de resolver el problema de ruteamiento se construye la información que alimenta el algoritmo de la siguiente manera:

- Primero que todo, son ubicados en un mapa los puntos generadores de aceite usado que se encuentran localizados en la ciudad de Pereira. *Este proceso se desarrolla en el numeral 5.1*

- Después de ubicados los agentes generadores, se procede a localizar el centro de acopio de aceite usado en un punto que este a menor distancia del resto de nodos. *Este proceso se desarrolla en el numeral 5.2*
- Ubicados los puntos generadores y el centro de acopio de AU, se determinan los camiones y se establecen los parámetros de los vehículos transportadores que conforman la flota. *Este proceso se desarrolla en el numeral 5.3.2*
- A partir de los costos variables de los camiones recolectores se construye la matriz de costos. *Este proceso se desarrolla en el numeral 5.3.3*

Después de construida la información, se implementa el algoritmo del ahorro [7] para solucionar el VRP, que representa la primera fase del metodo, porque es una heurística de construcción y optimización que consiste en combinar los nodos de forma tal que al estar todos en una sola ruta (*Gran ruta R*) se generen ahorros en los costos.

Ilustración 14. Gran ruta R (primera fase)



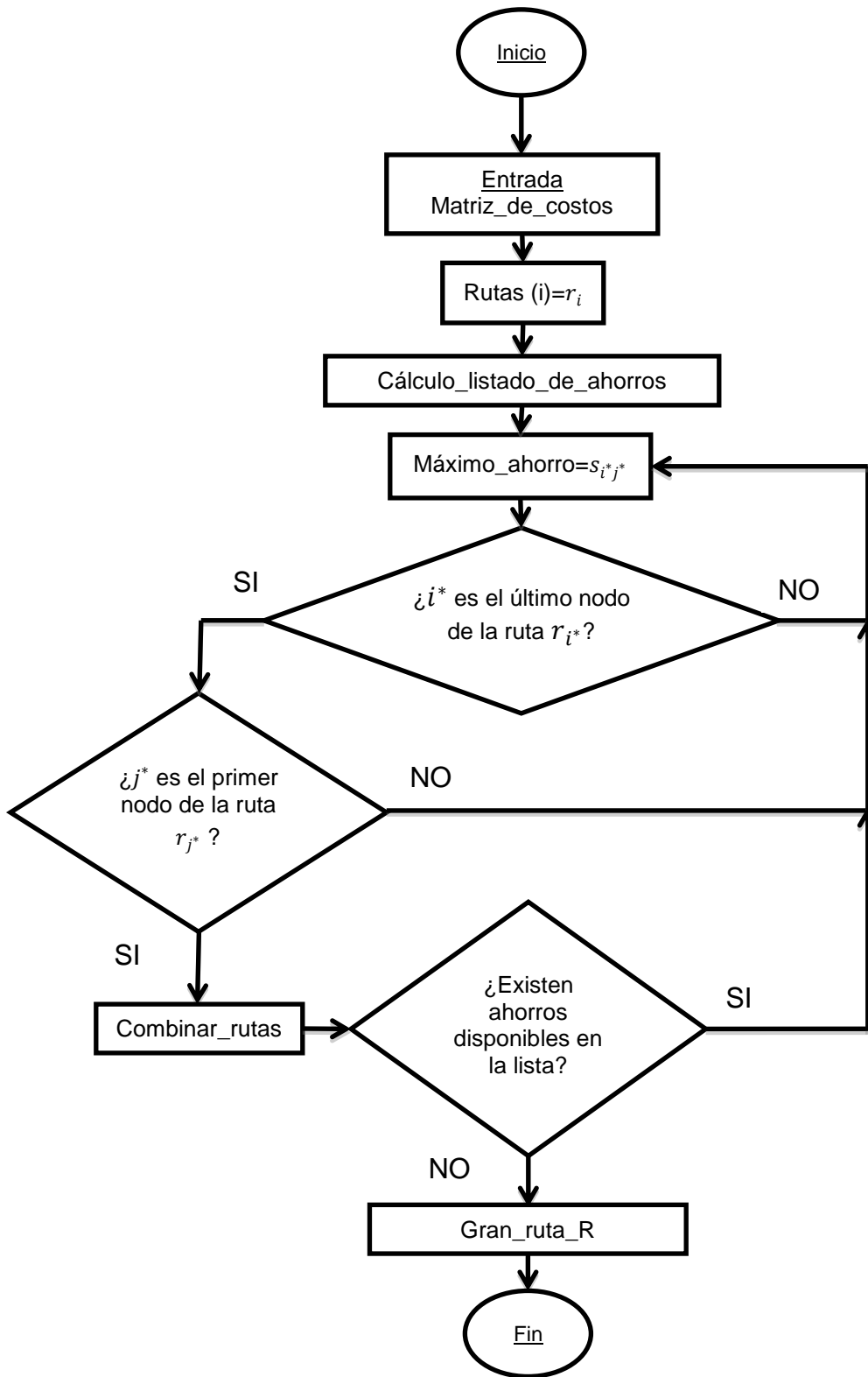
Además pertenece a las heurísticas clásicas para la solución de VRP y sus variantes que ofrecen una solución en una corta cantidad de tiempo y son fáciles de implementar, el algoritmo encuentra soluciones aproximadas de buena calidad, y también ha sido muy utilizado en aplicaciones prácticas, lo que significa que es un modelo digno de imitación en la solución de estos problemas.

1. Para cada cliente i se construye la ruta $(0, i, 0)$. Lo que indica que cada vehículo visita un solo cliente.
2. Se calculan los ahorros en costos s_{ij} para cada par de puntos generadores o combinaciones posibles i y j , donde n_i es el punto inicial de la ruta y n_j donde termina, con la siguiente ecuación:

$$S_{ij} = C_{i0} + C_{0j} - C_{ij} \quad (50)$$

3. Se listan todos los ahorros s_{ij} y se selecciona el máximo ahorro teniendo en cuenta que aún no haya sido considerado. Se considera $(s_{i^*j^*} = \max s_{ij})$ como el máximo ahorro entre los nodos i^* y j^* que pertenecen a las rutas r_i y r_j , respectivamente. Si i^* es el último punto generador de la ruta r_i y j^* es el primer punto generador de la ruta r_j , es factible combinar ambas rutas.
4. Para las próximas iteraciones, se excluye el máximo ahorro $s_{i^*j^*}$ que se seleccionó previamente de la lista de ahorros.
5. Si todavía hay ahorros s_{ij} en la lista de ahorros, se selecciona de nuevo el máximo y se continúa con el procedimiento del paso 3, de lo contrario no.
6. Finalmente, se genera una ruta con los 96 puntos generadores a partir de los ahorros obtenidos en los costos de transporte entre nodos.

Ilustración 15. Diagrama de flujo primera fase (Algoritmo del ahorro)



El algoritmo del ahorro en esta primera fase utiliza todos los nodos para encontrar una ruta $R = (0, i, \dots, j, 0)$, como si se utilizara un solo vehículo para recórrela. El proceso empieza con una solución donde el camión parte del depósito y visita un solo cliente, después calcula el ahorro en distancias o costos para todas las combinaciones posibles.

Después de los cálculos se selecciona la combinación con el ahorro S_{ij} mayor y se unen los nodos hasta tener la ruta. Por ejemplo, se tiene un depósito y tres nodos, cada arco formado entre los nodos y el depósito tienen unos costos asociados, como se muestra en la ilustración 6, para determinar la ruta se calculan los S_{ij} asociados a cada pareja de nodos de la siguiente forma:

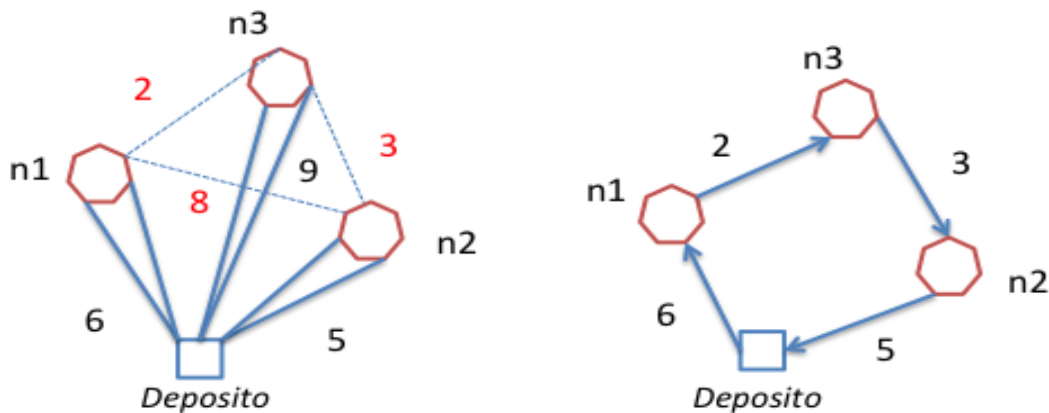
$$S_{12}=S_{21} = 6 + 5 - 8 = 3$$

$$S_{13}=S_{31} = 6 + 9 - 2 = 13$$

$$S_{23}=S_{32} = 5 + 9 - 3 = 11$$

Luego se selecciona la pareja que más ahorro genera, en este caso es ir del nodo 1 al 2 o viceversa, luego esta de ir del nodo 2 al 3 o al contrario y por ultimo ir del nodo 1 al 3 o inversamente. Después de seleccionar que nodos se insertan de acuerdo al de mayor ahorro generado se tiene que la ruta es: 0-1-3-2-0 ó 0-2-3-1-0 con un costo mínimo total de 16, ya que los costos son iguales tanto de ida como de regreso, se puede iniciar en el nodo 1 o 2 y el resultado final será el mismo, lo anterior se puede ver en la ilustración 6:

Ilustración 16. Ejemplo método del ahorro.



Fuente: Elaboración propia

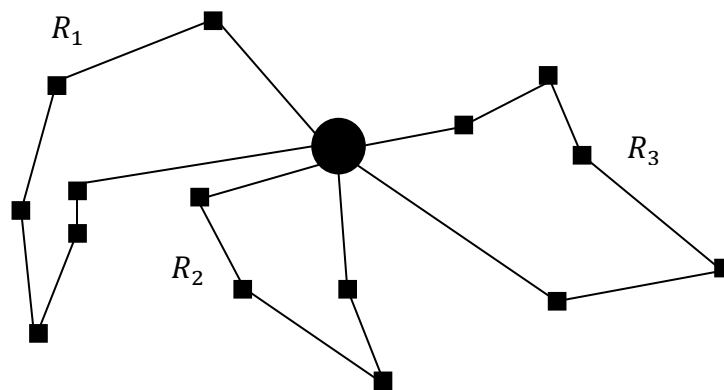
5.5.2. Agrupar después o *cluster-second*

En esta fase se realiza la creación de los *clusters* a través del algoritmo de agrupamiento o *Clustering*, porque en el CVRP, para la recolección de aceite usado en Pereira, los camiones seleccionados tienen una capacidad limitada de 3329 Galones y la demanda de todos los nodos no puede ser satisfecha por un solo vehículo, así que es necesario realizar una asignación de nodos a un número determinado de vehículos sin exceder la capacidad de los mismos.

El método asume esta segunda parte como un problema de empaquetamiento o embalaje BPP (*Bin Packing Problem*), el cual consiste en empaclar un conjunto de objetos, en el caso del aceite usado es una cantidad en galones, y será transportado en varias cisternas o vehículos tipo cisterna de forma que el volumen máximo permitido en ellos no vaya a ser excedido.

El objetivo principal del problema consiste en minimizar el número total de vehículos y el costo por la utilización de ellos en la recolección del residuo, para ello el algoritmo se desarrolla bajo una única restricción de capacidad, dividiendo la gran ruta R en sub-rutas que terminan hasta que la capacidad del camión se cumpla o no se exceda, sin fraccionar las demandas de los clientes.

Ilustración 17. Sub-rutas R_i (clusters)



Fuente: Elaboración Propia

En el ejemplo de la ilustración 7, la gran ruta R se subdivide en 3 sub-rutas, donde cada una de estas no puede superar la capacidad del camión recolector y deben ser recorridas por su respectivo vehículo recolector, por lo tanto se necesitan 3 camiones para satisfacer la demanda de la red en su totalidad.

Para el caso de la recolección de aceite usado, los 96 puntos generadores fueron agrupados considerando solo la restricción de capacidad en los vehículos, ya que la optimización de los costos y las distancias estaban determinadas en la fase anterior, lo que permitió realizar una agrupación siguiendo el orden de la ruta determinada por la gran ruta R .

El procedimiento que se llevó a cabo en segunda fase de la heurística es el siguiente:

1. En el primer paso se importa toda la información necesaria para solucionar el CVRP en esta instancia, los datos necesarios que hacen parte son la gran ruta R que fue construida en la primera instancia mediante el algoritmo de ahorro, la demanda o generación de AU en cada nodo y la capacidad de los camiones recolectores.

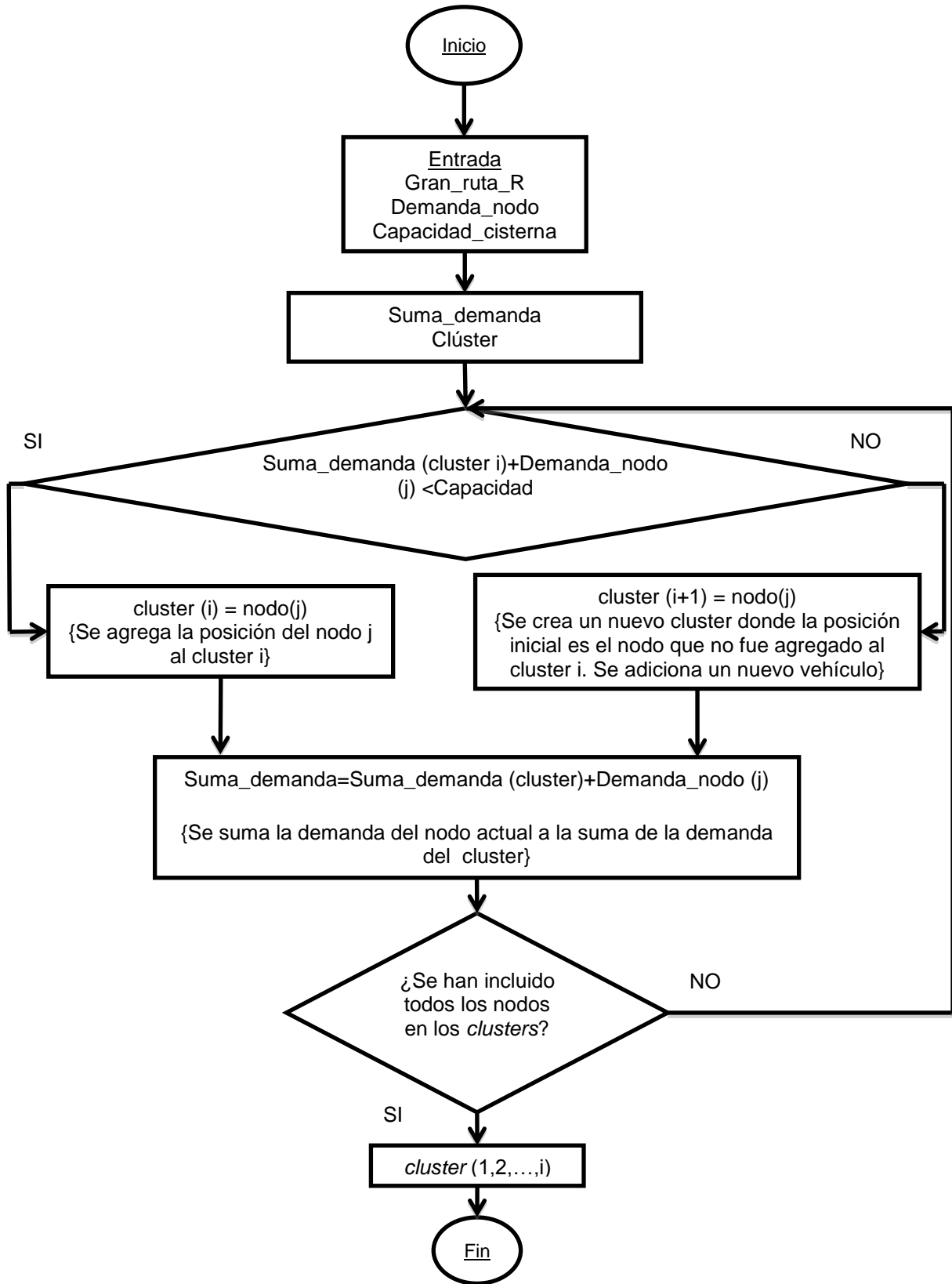
2. El algoritmo inicia el recorrido de la gran ruta R en el orden indicado para formar el clúster i desde el nodo 0 hasta el último nodo. De esta manera se garantiza que todos los puntos queden dentro de un clúster. La variable *suma_demanda* almacena la cantidad de AU generado en cada punto generador, al inicio el valor de esta variable es cero.
3. A medida que se recorre la gran ruta R se evalúa que la demanda actual de un cliente sea menor a la capacidad del camión. Si la demanda actual del cliente es menor a la capacidad del camión su posición actual se agrega al tour del clúster y la demanda del nodo se agrega a la variable *suma_demanda*, la cual determina la cantidad del desecho que se ha recolectado hasta ese punto y también garantiza que no se supere la capacidad del camión recolector.

Si la cantidad del desecho que ha recolectado el camión (*suma_demanda*) hasta el nodo i sumada a la demanda del nodo actual i es mayor a la capacidad del vehículo, se almacena el clúster actual sin incluir el último nodo

4. Se incluye un nuevo camión para iniciar una nueva sub-ruta desde la posición actual (la cual no fue incluida en el clúster anterior). El nodo actual se adiciona el nuevo clúster como punto de partida. Se continua con el procedimiento descrito en el paso 3 hasta que se haya incluido el último punto de la gran ruta R en algún clúster, de lo contrario se finaliza.

A continuación se presenta un diagrama de flujo donde se muestra cómo funciona el algoritmo de clusterización en esta segunda fase:

Ilustración 18. Diagrama de flujo segunda fase (Clusters)



El siguiente ejemplo tiene como fin presentar de una forma sencilla la manera como se implementa el algoritmo de agrupamiento y su funcionamiento. Los 96 puntos se agruparan en *nclusters*, donde cada uno serán atendido por un respectivo camión. Los camiones tienen capacidad limitada y la demanda total de estos no puede superar dicha capacidad. Cada clúster inicia y finaliza el recorrido en el depósito central.

Para encontrar los *clusters*, primero se debe definir la capacidad de los camiones recolectores que se utilizaran, en segundo lugar tener la ruta que se obtuvo en la fase uno a través de la solución al problema de ruteamiento mediante el algoritmo de ahorro y conocer la demanda en cada uno de los nodos.

Tabla 24. Ejemplo de orden de la ruta para agrupar

	Orden de la ruta																
Nodos	0	5	3	15	2	11	13	1	4	7	9	12	6	10	14	8	0
Demanda	0	45	25	20	20	10	30	25	10	20	5	15	10	50	40	35	0

El algoritmo crea el primer clúster que inicia desde el nodo 0, agrega puntos a la sub-ruta sin que el próximo punto generador que visite supere la capacidad del camión. Por eso es importante conocer la demanda en cada punto. La capacidad del camión para el ejemplo será de 100 Galones.

Tabla 25. Ejemplo clusters

	Orden de la ruta																
Nodos	0	5	3	15	2	11	13	1	4	7	9	12	6	10	14	8	0
Demanda	0	45	25	20	20	10	30	25	10	20	5	15	10	50	40	35	0
	Clúster 1				Clúster 2					Clúster 3				Clúster 4			

Del ejemplo anterior se crearon 4 sub-rutas. A continuación se exponen sus respectivas características:

Clúster 1:

Sub-ruta: 0 5 3 15 0 Cantidad recolectada: 90 Galones Camión: 1

Clúster 2:

Sub-ruta: 0 2 11 13 1 4 0 Cantidad recolectada: 95 Galones Camión: 2

Clúster 3:

Sub-ruta: 0 7 9 12 6 10 0 Cantidad recolectada: 100 Galones Camión: 3

Clúster 4:

Sub-ruta: 0 14 8 0

Cantidad recolectada: 75 Galones Camión: 4

Finalmente, la red de logística inversa de AU estará conformada por varias sub-rutas, como las que se muestran en el ejemplo anterior, estas inician y finalizan el recorrido en el depósito, y serán creadas a partir de la implementación del algoritmo de agrupamiento.

6. RESULTADOS Y DISEÑO DE LA RED DE LOGÍSTICA INVERSA PARA RECOLECTAR ACEITE VEHICULAR USADO

Para determinar el mínimo costo se seleccionan dos tipos de camiones, ambos con diferente capacidad y costos de transporte, con la finalidad de poder seleccionar el mejor vehículo para el transporte del desecho. A continuación, se evaluarán y analizarán los resultados obtenidos con cada uno de los dos camiones.

6.1. Resultados utilizando el camión Faw

La marca del vehículo es FAW y tiene una capacidad de almacenamiento de 3170 Gal. Al correr el modelo bajo esta condición, la red de logística inversa necesitará 4 camiones cisterna para recolectar la cantidad de lubricante usado producido por los puntos pertenecientes a la red. Por lo tanto, la flota estará compuesta por 4 vehículos recolectores y cada uno cubrirá una ruta específica.

Las rutas asignadas a cada camión son:

- **Ruta 1A**

Tabla 26. Ruta 1A

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)																			
FAW 1	21	\$36 279,66	3046																			
Ruta 1A																						
0	96	95	92	91	88	87	84	83	80	79	76	75	72	71	68	67	64	63	60	59	56	0

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón recolectado del residuo es 11,91 \$/Gal y el uso del tanque cisterna es del 96%.

- Ruta 1B

Tabla 27. Ruta 1B

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)																		
FAW 2	40	\$104 876,08	3167,5																		
Ruta 1B																					
0	55	52	51	48	47	44	43	40	39	36	35	32	31	28	27	24	23	20	19	16	→
→	15	12	11	8	7	4	3	1	2	5	6	9	10	13	14	17	18	21	22	25	0

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón recolectado del residuo es 33,11 \$/Gal y el uso del tanque cisterna es del 99,9%.

- Ruta 1C

Tabla 28. Ruta 1C

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)																
FAW 3	18	\$ 60 955,10	3065																
Ruta 1C																			
0	26	29	30	33	34	37	38	41	42	45	46	49	50	53	54	57	58	61	0

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón recolectado del residuo es 19,89 \$/Gal y el uso del tanque cisterna es del 92%.

- Ruta 1D

Tabla 29. Ruta 1D

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)															
FAW 4	17	\$ 28 612,7	2543,5															
Ruta 1D																		
0	62	65	66	69	70	73	74	77	78	81	82	85	86	89	90	93	94	0

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón recolectado del residuo es 11,25 \$/Gal y el uso del tanque cisterna es del 80%.

Tabla 30. Resumen resultados camión 1

Camiones utilizados	Puntos visitados	Costo de las rutas	AU recolectado (Gal)
4 camiones FAW	96	\$ 230 723, 54	11 822

Fuente: Elaboración propia

El costo total de la ruta bajo estas condiciones es de \$ 230 723,54, el costo por galón recolectado es de 19,52\$/Gal, el uso del tanque cisterna es del 92% y se deben usar 4 camiones cisterna.

6.2. Resultados utilizando el camión Dong Feng

La marca del vehículo es DONG FENG y tiene una capacidad de almacenamiento de 3329 Gal. Al correr el modelo bajo esta condición, la red de logística inversa necesitará 4 camiones cisterna para recolectar la cantidad de lubricante usado producido por los puntos pertenecientes a la red. Por lo tanto, la flota estará compuesta por 4 vehículos recolectores y cada uno cubrirá una ruta específica.

Las rutas asignadas a cada camión son:

- **Ruta 2A**

Tabla 31. Ruta 2A

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)																			
DONG FENG 1	21	\$35 864,01	3046																			
Ruta 2A																						
0	96	95	92	91	88	87	84	83	80	79	76	75	72	71	68	67	64	63	60	59	56	0

Fuente: Elaboración propia

En esta ruta, el costo por galón recolectado del residuo es 11,77 \$/Gal y el uso del tanque cisterna es del 91%.

- **Ruta 2B**

Tabla 32. Ruta 2B

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)																																												
DONG FENG 2	46	\$111 178,89	3283,5																																												
Ruta 2B																																															
0	55	52	51	48	47	44	43	40	39	36	35	32	31	28	27	24	23	20	19	16	15	12	11	8	7	4	3	1	2	5	6	9	10	13	14	17	18	21	22	25	26	29	30	33	34	37	0

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón recolectado del residuo es 33,86 \$/Gal y el uso del tanque cisterna es del 99%.

- **Ruta 2C**

Tabla 33. Ruta 2C

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)										
DONG FENG 3	12	\$49 598,62	2949										
Ruta 2C													
0	38	41	42	45	46	49	50	53	54	57	58	61	0

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón recolectado del residuo es 16,82 \$/Gal y el uso del tanque cisterna es del 88%.

- Ruta 2D

Tabla 34. Ruta 2D

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)															
DONG FENG 4	17	\$28 284,9	2543,5															
Ruta 2D																		
0	62	65	66	69	70	73	74	77	78	81	82	85	86	89	90	93	94	0

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón recolectado del residuo es 11,12 \$/Gal y el uso del tanque cisterna es del 76%.

Tabla 35. Resumen resultados camión 2

Camiones utilizados	Puntos visitados	Costo de las rutas	AU recolectado (Gal)
4 camiones DONG FENG	96	\$ 224 926,42	11 822

Fuente: Elaboración propia

El costo total de la ruta bajo estas condiciones es de \$ 224926,42, el costo por galón recolectado es de 19,03\$/Gal, el uso del tanque cisterna es del 88,5% y se deben usar 4 camiones cisterna.

6.3. Resultados utilizando rutas exclusivas para cada nivel con el Dong Feng

Con el fin de evaluar otra alternativa para recolectar el residuo, se selecciona el camión cisterna con el menor costo de operación para realizar los recorridos, posteriormente se clasifican los puntos de acopio con el vehículo seleccionado en dos tipos, los tipo I, correspondiente a los lugares que generan una cantidad de aceite usado inferior a 55 galones/mes, y los tipo II, aquellos puntos que generan desde 55 galones/mes en adelante. Esto con el objetivo de determinar si es factible o no asignar una ruta para los de menor generación de aceite y otras para los de mayor. Se asignaran rutas exclusivas para los puntos generadores del nivel 1 y 2, respectivamente. A continuación, se estudiarán los resultados que arroja el modelo bajo esta condición.

- **Ruta 1A Nivel I**

Se genera poco aceite vehicular usado y solo es necesario utilizar un camión cisterna.

Tabla 36. Ruta 1A nivel I

Camión		Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)																				
Dong FENG 1		48	\$102 803,78	865,5																				
Ruta 1A Nivel I																								
0	48	47	44	43	40	39	36	35	32	31	28	27	24	23	20	19	16	15	12	11	8	7	4	3
1	2	5	6	9	10	13	14	17	18	21	22	25	26	29	30	33	34	37	38	41	42	45	46	0

Fuente: Elaboración propia

El costo total de la ruta para el nivel I es \$102 803,78 y el costo por galón recolectado del residuo es 118,78 \$/Gal, el uso del tanque cisterna es del 27% y debe ser usado un camión Faw.

- **Ruta 2A Nivel II**

Tabla 37. Ruta 2A nivel II

Camión		Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)									
DONG FENG 2		12	\$18 940, 2	3130									
Ruta 2A Nivel II													
0	48	47	44	43	40	39	36	35	32	31	28	27	0

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón transportado del residuo es 6,05 \$/Gal, el uso del tanque cisterna es del 94%.

- **Ruta 2B Nivel II**

Tabla 38. Ruta 2B nivel II

Camión		Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)								
DONG FENG 3		11	\$ 27 082,29	3021								
Ruta 2B Nivel II												
0	24	23	20	19	16	15	12	11	8	7	4	0

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón transportado del residuo es 8,96 \$/Gal, el uso del tanque cisterna es del 91%.

- **Ruta 2C Nivel II**

Tabla 39. Ruta 2C nivel II

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)																		
DONG FENG 4	16	\$ 47 836,19	3219,5																		
Ruta 2C Nivel II																					
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 5%;">0</td> <td style="width: 5%;">3</td> <td style="width: 5%;">1</td> <td style="width: 5%;">2</td> <td style="width: 5%;">5</td> <td style="width: 5%;">6</td> <td style="width: 5%;">9</td> <td style="width: 5%;">10</td> <td style="width: 5%;">13</td> <td style="width: 5%;">14</td> <td style="width: 5%;">17</td> <td style="width: 5%;">18</td> <td style="width: 5%;">21</td> <td style="width: 5%;">22</td> <td style="width: 5%;">25</td> <td style="width: 5%;">26</td> <td style="width: 5%;">29</td> <td style="width: 5%;">0</td> </tr> </table>				0	3	1	2	5	6	9	10	13	14	17	18	21	22	25	26	29	0
0	3	1	2	5	6	9	10	13	14	17	18	21	22	25	26	29	0				

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón transportado del residuo es 8,41 \$/Gal, el uso del tanque cisterna es del 97%.

- **Ruta 2D Nivel II**

Tabla 40. Ruta 2D nivel II

Camión	Puntos visitados	Costo de la ruta	AU recolectado (Gal)											
DONG FENG 5	9	\$ 16 436,82	1586											
Ruta 2D Nivel II														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 5%;">0</td> <td style="width: 5%;">30</td> <td style="width: 5%;">33</td> <td style="width: 5%;">34</td> <td style="width: 5%;">37</td> <td style="width: 5%;">38</td> <td style="width: 5%;">41</td> <td style="width: 5%;">42</td> <td style="width: 5%;">45</td> <td style="width: 5%;">46</td> <td style="width: 5%;">0</td> </tr> </table>				0	30	33	34	37	38	41	42	45	46	0
0	30	33	34	37	38	41	42	45	46	0				

Fuente: Elaboración propia

El costo por galón transportado del residuo es 10,36 \$/Gal, el uso del tanque cisterna es del 47%.

El costo total de la ruta para los puntos productores del nivel II es \$ 110295,5, el costo por galón transportado es 10,07 \$/Gal, el uso del tanque cisterna es del 82% y deben ser usados 4 camiones Dong Feng.

Tabla 41. Resumen resultados de rutas por nivel

Camiones utilizados	Puntos visitados	Costo de las rutas	AU recolectado (Gal)
5 camiones DONG FENG	96	\$213099,28	11 822

Fuente: Elaboración propia

El costo total de la red de logística inversa diseñando rutas exclusivas para cada nivel es de \$213 099,28, el costo por galón de AU transportado es 18,03 \$/Gal, el uso del tanque cisterna es del 71% y se deben usar cinco camiones cisterna marca DONG FENG para suplir la demanda de los productores de ambos niveles.

6.4. Análisis y comparación de los resultados

Para seleccionar uno de los tres resultados con en el que se diseñara la red de logística inversa, estos deben ser analizados teniendo en cuenta algunas variables como el costo total de las rutas que forman la red de recolección, el costo de transporte del AU por galón (\$/Gal), el porcentaje de uso de los tanques cisterna

de los vehículos y la cantidad de camiones a usar. Al seleccionar los resultados óptimos, se garantiza la viabilidad en los costos de recolección implementando el ruteamiento de vehículos para diseñar la red de logística inversa de lubricantes usados en Pereira.

Tabla 42. Resultados del modelo en diferentes escenarios

Resultados del modelo bajo distintos escenarios					
	Escenarios	No de camiones	Costo total de las rutas	Costo por galón transportado	Uso de los tanques cisterna
1	Camión FAW	4	\$ 230 723,54	19,52 \$/Gal	92%
2	Camión DONG FENG	4	\$ 224 926,42	19,03 \$/Gal	88,5%
3	Rutas exclusivas por nivel	5	\$ 213 099,28	18,03 \$/Gal	71%

Fuente: Elaboración propia

Bajo el primer escenario, utilizando el camión FAW, el modelo arroja resultados positivos en cuanto al uso de la cisterna del camión, este es del 92%. Los costos totales, \$ 230 723,54 y los costos por galón transportado, 19,52 \$/Gal estos son los más altos de los tres escenarios. Para suplir la demanda de la red usando este tipo de vehículos se deben tener 4 camiones.

Utilizando camiones DONG FENG para transportar el residuo, el uso promedio de las cisternas es del 88,5% y el costo es menor en comparación con el primer escenario. El costo total de la ruta es de \$ 224 926,42 y el costo por galón del residuo transportado es de 19,03 \$/Gal. Se deben comprar 4 camiones de este tipo para cubrir la demanda.

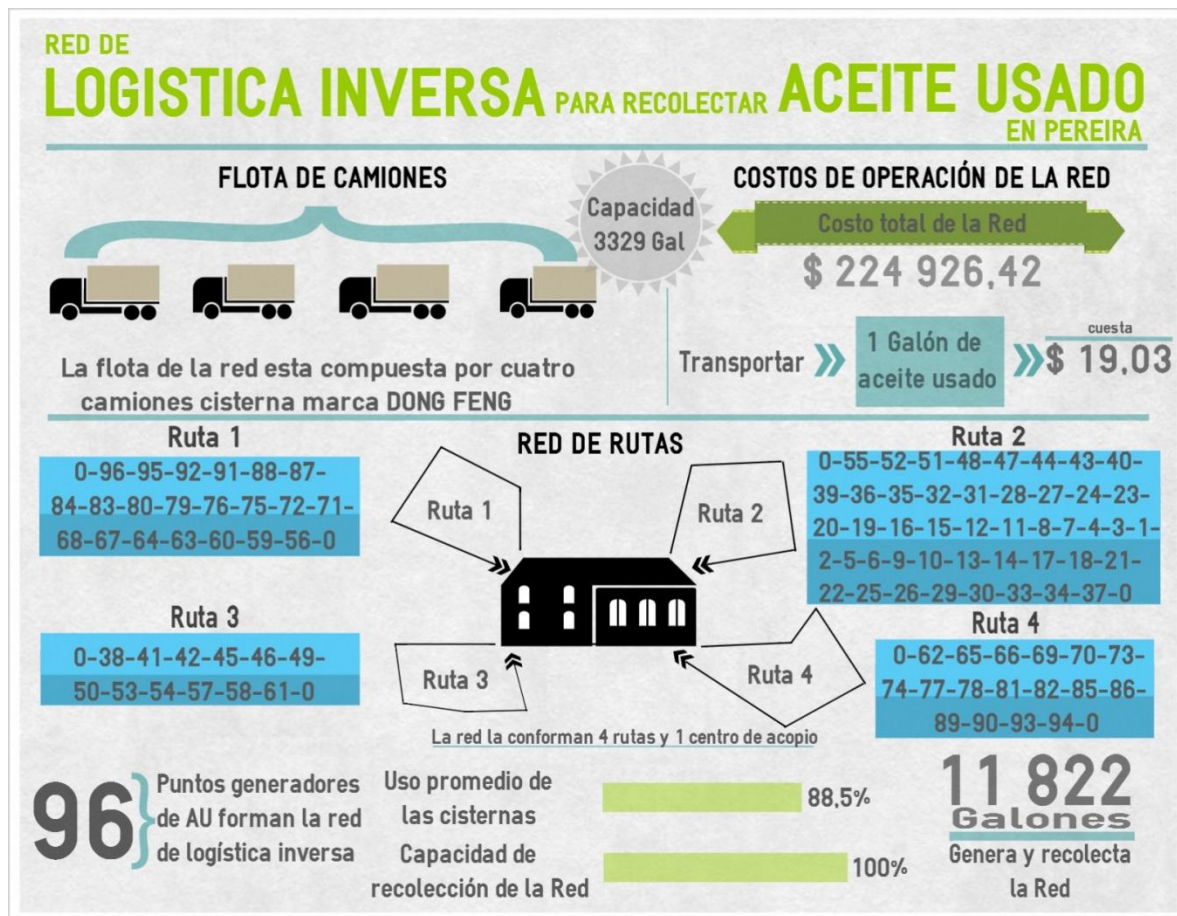
Al diseñar rutas exclusivas para cada nivel usando el camión DONG FENG, los costos operaciones disminuyen y son los más bajos de los tres niveles, el costos total de las rutas es \$ 213 099,28 y el costo por galón transportado es 18,03 \$/Gal, mientras que el uso de las cisternas es el más bajo y no están óptimo, tan solo se utilizan en un 71% y se deben tener 5 camiones para suplir la demanda, un camión más que los dos resultados anteriores.

Finalmente, al considerar los tres indicadores que evaluaban al modelo bajo tres condiciones diferentes, se decidió escoger el camión del modelo DONG FENG para recolectar el AU y diseñar la red de logística inversa. Se optó por tomar este escenario como el óptimo, porque en el escenario 1, a pesar del alto uso de las cisternas de los camiones, los costos de las rutas fueron muy elevados. Por otra parte, en el escenario 3, donde se rutea para los productores de AU cada nivel, los costos de recolección del residuo eran los más bajos, pero la cantidad de camiones que se debían usar para satisfacer la producción de lubricante usado era mayor, 5 camiones, lo cual implicaría una inversión más alta para conseguir los vehículos que gestionarían el residuo. También, en este escenario el uso de

las cisternas era el más bajo de los tres resultados. Debido a que el costo de recolección usando el camión DONG FENG no superaba por mucho a los costos de recolección del escenario 3, el número de camiones que se tendrían que usar tan solo serían 4 y el uso de las cisternas era del 88,5%, se seleccionó el escenario 2 para diseñar la red de logística inversa para recolectar AU en Pereira.

6.5. Diseño de la red de logística inversa para recolectar aceite vehicular usado

Ilustración 19. Red de logística inversa para recolectar AU en Pereira.



Fuente: Elaboración propia

La ilustración 13, muestra cómo se aplicó el resultado arrojado por el modelo para diseñar la red de logística inversa. La red se compone de cuatro rutas, cada una atendida por un camión que hace parte de una flota de 4 vehículos que satisface la demanda del sistema. Las cisternas de los camiones tienen una capacidad de almacenamiento de 3 329 galones. Cada ruta inicia el recorrido en el centro de acopio que está ubicado en la calle 20 entre carrera 12 y 13, y regresa a este mismo punto con el lubricante usado que recolecto. El costo de operación del sistema de recuperación es \$ 224 926,42. Los 96 puntos generadores de AU que

conforma la red de logística inversa producen 11 822 galones del residuo y la red está en capacidad de recolectar el 100% del AU generado.

La red de logística inversa tiene una capacidad de recuperación de 13 316 galones de AU, tiene una capacidad mayor a la generada por los 96 puntos.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1. Conclusiones

- Se ubicaron 96 puntos que producen aceite usado en la ciudad de Pereira y se localizó el centro de almacenamiento del residuo en la calle 20 entre carrera 12 y 13, debido a que los costos de transporte desde los nodos hasta este punto son menores.
- De acuerdo a las características y contexto de la recolección de aceite usado, se determinó que el problema de ruteamiento se ajustaba a un CVRP (*Capacited Vehicle Routing Problem*), porque los camiones cisterna empleados para la recolección tenían capacidad limitada y constante.
- Se implementó una heurística de dos fases para resolver este problema. Esta consiste en rutear primero y luego agrupar (*Route-first and Clúster-second*). Para resolver la primera fase se utilizó el Algoritmo de Ahorro y para la segunda fase el algoritmo para conformar los clúster. A través de esta metodología se resolvió el CVRP y se diseñó una red de logística inversa que la conforma un centro de acopio, 4 camiones, 4 rutas y 96 puntos generadores.
- Al diseñar la red de logística inversa ruteando para los productores de aceite de cada nivel, se encontró que los costos operativos son menores a los resultados obtenidos al generar rutas sin clasificar los puntos generadores de acuerdo a su producción de aceite vehicular usado, pero la inversión es mayor, ya que se necesitarían 5 camiones para satisfacer la cantidad de aceite generado.
- Se determinó que la red de logística inversa diseñada, tiene una capacidad de recolección de 13 316 galones de aceite vehicular usado. Los 96 puntos generadores que la conforman producen 11 822 galones, por lo tanto solo se está utilizando el 89% de la capacidad de la red.

7.2. Recomendaciones y Trabajos Futuros

- El diseño de la red de logística inversa puede ser implementado para recuperar otro tipo de residuos como llantas usadas, aceite de cocina usado, filtros de aceites usados, escombros, etc.
- El método de solución se puede desarrollar a través de otro lenguaje de programación diferente a Matlab, buscando mejorar los tiempos computacionales.
- Resolver el problema identificado utilizando como método de solución una heurística o metaheurística que arroje mejores resultados que la heurística del ahorro.
- Identificar posibles usos (materia prima, aceites industriales, combustibles, etc.) para el aceite vehicular usado que se recolecta en la red de logística inversa.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Barros, A., Dekker, R. y Scholten, V. (1998). A two-level network for recycling sand: A case study. En: *European Journal of Operational Research*, Vol. 110, pp. 199-214.
- [2] Srivastava, S. K. (2008). Network design for reverse logistics. En: *Omega*, Vol. 36, pp. 535-548.
- [3] Figueiredo, J. N., y Mayerle, S. F. (2008). Designing minimum-cost recycling collection networks with required throughput. En: *Transportation Research Part E*, Vol.44, pp. 731-752.
- [4] Dehghanian, F. y Mansour, S. (2009). Designing sustainable recovery network of end-of-life products using genetic algorithm. En: *Resources, Conservation and Recycling*, Vol. 53, pp. 559-570.
- [5] Cruz, R. y Ertel, J. (2009). Reverse logistics network design for the collection of End-of-Life Vehicles in Mexico. En: *European Journal of Operational Research*, Vol. 196, pp. 930-939.
- [6] Florez, L., Toro E. y Granada M. (2012). Diseño de redes de logística inversa: una revisión del estado del arte y aplicación práctica. En: *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*. Diciembre 2012. Vol. 22-2, pág. 153-177.
- [7] Lysgaard, Jens. Clarke & Wright Algoritmo de Ahorros. *Departamento de Ciencias de la Gestión y Logística, la Aarhus School of Business*, 1997.
- [8] Corona León, José Alejandro. Hiperheurísticas a través de programación genética para la resolución de problemas de vehículos. Tesis (Magister en ciencias en sistemas inteligentes. Instituto tecnológico y de estudios superiores de Monterrey. México. 2005.
- [9] Villegas R., Juan Guillermo. Heurísticas GRASP híbridas para el problema de rutas de vehículos con restricciones de capacidad. Tesis (Magister en Matemáticas Aplicadas). Universidad EAFIT, Escuela de ciencias y humanidades, Departamento de ciencias Básicas. Medellín, Colombia. 2008
- [10] Ortega Mier, Miguel Ángel. Utilización de métodos cuantitativos para el análisis de problemas de localización en logística inversa. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, España, 2008.
- [11] Daza, Julio Mario, Montoya, Jairo R., Narouscci, Francesco. Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando

un procedimiento metaheurístico de dos fases. En: Revista EIA (Escuela de Ingeniería de Antioquia). N° 12, pp. 23-28.

[12] Mar-Ortiz, Julio, González-Velarde, José Luis; Adenso-Díaz, Belarmino. Modelos y Algoritmos párrafo logística inversa: Optimización de Sistemas de recolección de RAEE *Computación y Sistemas*, 2012, vol. 16, n ° 4. Pág. 491-496.

[13] Arias Osorio, Javier. Optimización aplicada a un problema de recolección de residuos industriales. Revista Gerencia, Tecnológica, Informática Vol. 11. N° 29 Enero – Abril 2013. Pág. 25 – 33.

[14] REPOUSSIS, Panagiotis. Un sistema de apoyo a las decisiones operativas para el manejo de los desechos de aceites lubricantes de reciclaje.

[15] GARCIA OLIVARES, Arnulfo Arturo. Implementar un programa de logística inversa, Estudio de caso en la industria de reciclaje de Plásticos. Edición electrónica gratuita. Texto completo en www.eumed.net/libros/2006a/ . Universidad de Málaga. 2006.

[16] Monroy, Néstor; Ahumada, Claudia. “Logística Reversa: Retos para la Ingeniería Industrial”. En: Revista de ingeniería facultad de ingeniería Universidad de los Andes. Noviembre 2006. Vol 23. Pág. 23-33

[17] SBIHI, Abdelkader and EGGLESE, Richard W. Combinatorial optimization and Green Logistics. En: Annals of Operations Research. January 2010. Vol.175. no.1.pág.159-175.

[18] PEREIRA. CAMARA DE COMERCIO DE PEREIRA. Base de datos empresas afiliadas según clasificación CIU G4520 y G473. Consultado en Septiembre de 2013.

[19] Beasley, J.: Route first – cluster second methods for vehicle routing. Omega 11 (1983) 403–408

[20] Networking Emerging Optimization Research Group. Universidad de Málaga, España. Branch and Bound. Recuperado el 10 de abril de 2014, del sitio web NEO: <http://neo.lcc.uma.es/vrp/solution-methods/branch-and-bound/>

[21] Olivera, Alfredo. Heurísticas para problemas de ruteo de vehículos. Montevideo, Uruguay. 2004, 63p. Universidad de la Republica. Facultad de ingeniería. Instituto de Computacion.

[22] Vasquez DELGADO, Francisco de asís. Escuela técnica superior de ingenieros, universidad de sevilla. 2012. Implementación de un algoritmo basado en la Búsqueda Tabú para la resolución de un problema de ruteo de vehículos con

ventana temporal de acceso. *Capítulo 4 resolución del problema de ruteo de vehículos VRP* pág. 27-39

[23] Xie, Ruhe; Qiu, Zhuqiang. VRP based on residual loading capacity in reverse logistics. 2005. Vol. 5, pág. 1742 – 1750.

[24] Buhrkal, Katja; Larsen, Allan; Ropke, Stefan. The waste collection vehicle routing problem with time windows in a city logistics context. En: *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 2012. Vol. 39, pág. 241 – 254.

[25] Lüer, Armin; Benavente, Magdalena; Bustos, Jaime; Venegas, Bárbara. El problema de rutas de vehículos: extensiones y métodos de resolución, estado del arte. En: *Workshop Internacional EIG 2009 (Universidad de la Frontera, Chile)*. Diciembre 2009.

[26] Damon Gulczynski, Bruce L. Golden, Edward A. Wasil. The multi-depot split delivery vehicle routing problem: An integer programming-based heuristic, new test problems, and computational results. En: *Computers & Industrial Engineering*. 2011. Vol. 61 pág. 794-804

[27] Li, F., Golden, B., & Wasil, E. A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. En: *Computers & Operations Research*. 2007. Research 34, pág. 2734 – 2742.

[28] Cordeau, J.-F., Laporte, G., & Mercier, A. A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows. En: *Journal of the Operational Research Society*. 2001. Vol 52, pág. 928-936.

[29] Naddef, Denis; RINALDI, Giovanni. Algoritmos Rama y corte para el VRP capacitado. *El problema de ruteo de vehículos*, 2002, vol. 9, p. 53-81.

[30] Toth, Paolo; Vigo, Daniele. Algoritmos y con destino a Rama para el VRP capacitado. *El problema de ruteo de vehículos*, 2002, vol. 9, p. 29-51.

[31] COLOMBIA. MINISTERIO DE AMBIENTE, VIVIENDA Y DESARROLLO TERRITORIAL. Convenio 063 2005 (2006). Manual técnico para el manejo de aceites lubricantes usados. Bogotá D.C.

[32] SIGAUS. www.sigaus.es. Consultado febrero de 2014.

ANEXO 1. Matriz de Distancias

(Columnas 0 a 22, Filas 0 a 27)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
0	0,00	14,7		2,11	1,27	1,84	2,3	1,85	1,35	0,83	1,74	1,09	1,27	1,42	16,6	0,98	2,19	1,86	1,42	2,68	2,43	7,25	1,59
1	14,8	0,00	14,1	15,2	15,0	14,1	14,5	14,8	14,1	13,2	13,2	13,6	13,1	12,6	1,8	14,4	15,1	14,6	12,6	12,9	12,5	8,1	12,7
2	0,46	17,6	0,0	1,4	0,85	1,7	1,5	1,6	1,01	0,65	0,85	1,0	1,1	1,4	15,0	0,55	1,9	1,9	2,0	2,3	2,4	6,6	1,4
3	2,11	20,2	2,40	0,00	1,60	2,70	2,90	0,80	2,24	2,90	3,50	2,00	2,30	2,50	16,1	1,00	0,50	0,60	2,60	3,30	3,40	7,30	2,50
4	0,81	18,2	1,10	1,60	0,00	1,50	1,30	1,30	1,08	1,70	1,40	1,90	1,70	2,00	15,5	0,26	1,60	1,20	2,00	2,70	2,90	7,30	2,00
5	1,05	18,0	1,50	2,20	1,50	0,00	1,00	1,70	0,82	0,95	1,20	1,20	1,50	2,00	15,4	1,20	2,00	1,70	2,00	3,00	2,90	5,80	2,00
6	1,04	18,7	1,20	1,80	1,10	1,20	0,00	1,30	0,75	1,40	1,90	1,70	2,20	2,50	16,1	0,90	1,10	0,75	2,50	3,40	3,50	6,90	2,50
7	1,71	19,3	1,80	0,50	1,40	2,10	2,30	0,00	1,59	2,30	2,90	2,60	2,80	3,10	16,6	1,60	0,35	1,20	2,70	3,50	3,60	7,80	3,10
8	1,14	14,4	1,28	1,88	1,19	0,71	0,76	1,47	0,00	0,95	1,51	1,20	1,81	2,07	16,3	1,33	1,72	1,12	2,07	2,92	3,05	7,46	2,13
9	0,98	19,8	2,30	2,50	2,20	1,80	1,70	2,00	0,99	0,00	3,00	2,80	3,30	3,60	17,2	2,00	2,20	2,00	3,70	4,50	4,60	7,60	3,60
10	1,46	18,4	1,30	2,40	2,10	1,30	1,70	1,90	1,31	0,45	0,00	0,85	0,35	1,80	15,7	1,60	2,30	1,80	1,70	2,60	2,70	6,20	2,10
11	0,6	17,5	0,80	2,10	1,00	1,60	2,00	1,80	1,08	0,50	0,70	0,00	1,00	1,30	14,8	0,75	2,10	1,80	1,30	2,10	2,20	6,50	1,30
12	2,0	18,1	1,60	2,90	2,50	1,00	1,50	2,40	2,20	1,50	1,00	1,00	0,00	1,90	15,5	2,00	2,50	2,20	1,90	2,7	2,80	6,00	2,30
13	1,4	16,6	1,70	2,80	1,70	1,90	2,30	3,20	1,88	1,10	1,00	0,90	1,20	0,00	14,0	1,70	3,30	3,00	0,01	0,90	1,00	5,50	0,50
14	17,6	1,4	15,4	16,6	16,3	15,4	15,8	16,1	16,9	14,6	14,2	15,0	14,5	13,9	0,0	15,7	16,4	15,9	13,9	14,9	13,8	9,4	14,0
15	0,4	17,9	0,40	1,50	0,85	1,20	1,00	1,10	0,37	1,40	1,10	1,30	1,40	1,70	15,3	0,00	1,40	0,90	1,70	2,60	2,60	7,00	1,70
16	2,01	19,5	3,00	0,30	1,60	3,00	2,50	0,75	2,25	3,20	3,80	3,40	3,00	3,30	17,9	1,80	0,00	1,40	3,30	3,70	3,80	8,70	3,30
17	0,7	18,6	1,20	1,30	0,90	1,60	1,90	0,75	0,69	1,90	2,40	2,10	2,20	2,50	16,1	1,10	1,10	0,00	2,50	3,40	3,90	7,40	2,50
18	1,41	16,6	1,70	2,80	1,70	1,80	2,30	3,20	1,88	1,10	1,00	0,90	1,20	0,01	14,0	1,70	3,30	3,00	0,00	0,90	1,00	5,50	0,50
19	2,34	16,7	2,60	3,80	2,70	2,80	3,20	3,60	2,81	1,90	1,50	1,80	2,20	0,95	14,1	2,60	3,80	3,50	0,95	0,00	0,75	5,60	1,10
20	2,31	16,3	2,50	3,60	2,60	2,70	3,10	3,40	2,69	1,80	1,40	1,80	2,10	0,85	13,6	2,50	4,20	3,80	0,85	0,28	0,00	5,10	1,00
21	7,26	12,8	6,70	7,70	7,50	6,20	7,00	7,20	7,41	5,70	5,30	6,10	5,60	5,00	10,2	7,20	7,60	7,10	5,10	5,40	5,00	0,00	5,20
22	2,11	16,4	2,20	3,20	2,40	2,10	2,90	2,70	2,00	1,20	0,80	1,60	1,10	0,75	13,8	2,30	3,00	2,60	0,75	1,20	0,90	5,30	0,00
23	7,18	11,3	9,00	10,1	9,80	9,00	9,40	9,60	7,33	8,10	7,70	8,50	8,00	7,40	8,70	9,30	10,0	9,50	7,40	7,80	7,30	3,00	7,60
24	5,65	14,4	6,20	7,40	7,10	6,20	6,70	6,90	5,81	5,40	5,00	5,80	5,30	4,70	11,8	6,60	7,20	6,80	4,70	5,10	4,60	3,30	4,90
25	1,26	17,1	1,30	3,10	1,50	1,20	1,70	2,60	2,39	0,65	0,30	0,50	0,65	0,90	14,5	1,30	2,70	2,40	0,90	1,80	1,80	6,20	0,90
26	1,64	18,9	1,40	2,20	1,50	0,95	0,85	1,70	1,51	1,90	2,10	2,20	2,50	2,70	16,3	1,20	2,00	1,50	2,70	3,90	4,00	6,70	2,70
27	3,57	13,5	4,26	5,20	4,48	3,26	4,05	4,79	3,89	3,99	3,61	4,03	3,90	3,67	15,4	4,30	5,04	4,41	3,67	3,58	3,33	5,81	3,83

(Columnas 23 a 46, Filas 0 a 27)

23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
10,8	3,71	0,62	2,96	1,64	2,17	2,47	2,59	5,74	1,99	2,26	7,02	5,82	1,76	1,24	1,76	1,67	0,6	1,83	7,73	0,36	2,3	1,19	21
10,8	12,2	14,0	15,4	13,8	12,6	11,7	11,6	14,2	15,3	12,3	11,4	9,3	14,4	13,1	12,8	13,7	14,2	14,5	9,79	14,0	15,7	13,1	20,5
7,0	3,1	0,50	2,50	1,50	2,50	2,50	0,35	1,80	2,20	5,40	5,16	5,88	6,50	1,30	1,40	1,5	0,44	1,4	7,41	0,1	2,2	1,0	19,4
7,70	4,30	1,70	1,50	3,25	1,90	3,60	4,00	1,20	1,00	3,30	6,68	7,63	1,80	2,70	2,40	2,20	1,30	0,55	9,16	1,40	0,57	1,80	22,1
7,50	3,50	1,10	2,20	2,52	1,50	4,30	3,00	0,45	1,80	2,70	5,47	6,90	2,00	1,70	2,20	2,20	0,45	1,10	8,43	0,60	1,59	1,20	22,1
6,70	3,90	3,50	1,20	0,70	1,50	2,80	3,20	1,00	2,20	2,90	6,19	5,07	2,20	2,00	1,20	0,70	1,10	1,40	6,61	0,85	2,60	1,50	20,6
9,10	4,20	1,60	1,20	1,77	2,00	3,90	3,60	1,00	1,90	3,30	6,31	6,15	2,10	2,40	2,00	1,80	1,10	0,65	7,68	1,40	1,80	2,30	21,7
9,00	4,80	2,20	2,00	2,60	2,60	4,10	3,70	1,80	0,40	3,40	6,33	6,98	2,00	2,50	2,90	4,00	1,80	1,10	8,52	1,90	0,96	3,20	22,6
8,58	4,25	1,16	1,38	1,66	2,71	3,02	3,22	1,12	1,94	2,88	5,86	6,03	2,31	1,92	1,53	1,68	1,15	1,20	7,57	0,90	2,35	1,74	20,9
10,2	5,40	2,70	1,00	0,81	3,10	4,60	4,20	2,10	2,50	4,40	5,04	5,19	3,20	3,50	3,10	2,50	2,20	1,90	6,72	2,50	2,68	3,40	22,4
8,80	4,00	1,20	2,60	1,02	1,80	3,20	2,80	1,40	2,50	2,50	5,52	5,40	2,60	1,60	0,002	1,10	1,40	1,7	6,93	1,2	2,95	0,3	21,0
7,90	3,00	0,35	2,90	1,07	0,80	2,30	2,30	0,55	2,30	2,00	5,04	5,45	1,70	1,10	1,60	1,40	0,7	1,8	6,98	0,35	2,3	0,9	21,3
6,00	3,70	1,40	2,40	0,84	1,90	3,00	2,90	1,50	3,00	2,60	5,65	5,21	2,7	1,7	1,0	0,9	1,6	2,1	6,8	1,4	3,24	1,3	20,8
4,50	2,20	1,30	3,20	1,56	0,50	1,50	1,10	1,50	2,70	0,80	3,89	4,82	2,60	0,30	1,00	1,70	1,50	2,90	6,73	1,30	2,92	1,00	20,3
10,1	13,3	15,3	16,8	16,6	14,4	13,2	12,9	15,5	16,6	13,6	14,2	12,1	16,4	14,2	14,2	14,4	15,6	15,9	12,6	15,3	18,5	14,4	24,8
8,30	3,40	0,80	1,90	1,87	1,30	2,70	2,80	0,35	1,60	2,40	5,49	6,24	1,60	1,70	1,90	1,90	0,40	0,85	7,78	0,55	2,00	1,40	21,8
9,90	5,10	2,40	2,20	3,70	2,90	4,30	4,00	2,00	1,00	3,70	6,66	8,07	2,20	2,70	3,80	3,60	2,00	1,30	9,61	2,2	0,91	4,10	23,5
9,10	4,20	1,60	1,60	2,19	2,10	3,50	4,00	1,30	1,30	3,80	5,81	6,56	1,90	2,80	2,40	2,30	1,30	0,50	8,10	1,50	1,79	2,70	22,2
4,50	2,20	1,30	3,20	1,57	0,50	1,50	1,10	1,50	2,70	0,80	3,89	4,82	2,60	0,30	1,00	1,70	1,50	2,90	6,74	1,30	2,92	1,00	20,3
5,90	2,30	2,20	4,10	2,59	1,40	2,00	1,10	2,40	3,40	0,65	3,31	4,84	2,10	1,30	1,50	2,60	2,40	3,40	6,76	2,20	3,95	1,80	20,4
6,70	1,80	2,10	4,00	2,46	1,40	1,40	0,65	2,30	3,70	0,21	3,01	4,36	2,30	1,20	1,50	2,50	2,30	3,70	6,27	2,10	3,82	1,70	20,0
3,20	4,40	7,10	7,20	7,10	5,60	4,40	4,10	7,00	7,80	4,80	9,35	1,89	6,90	5,40	5,30	6,40	7,10	7,00	1,72	6,80	9,04	5,60	15,8
5,10	1,90	1,90	3,90	1,72	1,20	1,20	1,00	2,10	3,20	0,75	3,55	4,47	3,1	1,1	0,8	2,3	2,1	2,5	6,4	1,9	3,64	1,1	20,1
0,00	6,90	8,90	10,3	7,05	7,90	6,80	6,50	9,10	10,2	7,20	8,68	2,52	9,30	7,70	9,40	8,80	9,10	9,40	3,46	8,90	8,96	8,00	10,3
3,10	0,00	6,20	7,60	5,52	5,20	4,10	3,80	6,40	7,40	4,50	5,44	2,11	6,6	5,0	5,0	5,7	6,4	6,7	4,02	6,2	7,4	5,3	18,1
5,80	2,60	0,00	2,30	1,03	0,50	1,90	1,90	1,00	3,20	1,60	4,69	5,41	2,2	0,85	1,3	3,1	1,1	2,3	6,94	0,85	2,8	0,6	21,0
7,60	4,50	1,80	0,00	1,85	2,30	3,70	4,20	1,40	2,20	3,80	6,75	6,23	2,20	2,90	2,10	3,70	1,40	1,40	7,76	1,60	2,90	2,40	21,6
7,64	3,31	4,13	3,95	0,00	3,38	2,82	3,11	4,09	5,27	3,16	5,49	4,38	5,28	3,78	3,59	0,025	4,12	4,55	5,91	3,88	5,67	3,85	19,2

(Columns 47 a 70, Filas 0 a 27)

47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
0,46	0,56	0,39	2,34	2,33	3,37	1,17	2,16	1,89	1,12	1,08	1,91	0,76	2,43	2,94	2,86	2,56	0,92	3,67	3,15	6,69	1,38	0,88	1,99
14,2	14,7	14,9	14,9	13,0	12,7	12,7	13,9	16,5	19,1	15,6	14,0	15,9	14,5	15,9	12,6	16,5	16,5	14,5	13,3	14,1	14,1	14,7	13,8
0,4	0,35	0,14	0,18	2,3	2,3	4,00	5,50	2,20	1,60	0,85	1,00	1,80	1,00	2,10	3,40	2,40	1,80	0,80	3,20	3,50	1,04	0,90	0,85
1,9	2,3	2,2	2,2	3,7	3,8	4,4	2,8	1,5	0,7	1,5	3	0,6	3	2,2	5,7	0,85	1,2	2,4	5,9	3,3	2,34	2	2,9
0,9	0,8	0,6	0,65	2,8	2,8	4,8	1,4	2,2	1,2	0,55	1,5	1,4	1,4	1,8	4,6	2,1	2,9	1,2	3,9	3,4	1,04	1,7	2,71
1,1	1,0	0,84	2,78	2,77	2,43	1,61	2,38	1,66	1,56	1,43	1,7	1,2	1,56	3,38	2,48	2,55	0,74	3,97	2,74	5,95	0,66	1,32	1,44
1,6	1,86	1,39	3,41	3,4	3,5	2,16	2,08	0,76	1,02	2,08	0,86	1,75	0,67	3,93	2,18	2,25	1,31	4,66	3,82	7,02	0,86	1,87	2,2
1,6	2,03	1,85	3,43	3,42	4,33	2,51	1,09	0,61	1,2	2,59	0,28	2,18	1,66	4,37	0,93	1,01	2,15	5,09	4,65	7,85	1,69	2,3	3,03
1,00	1,42	0,94	2,96	2,95	3,38	1,72	2,13	1,47	1,66	1,63	1,45	1,3	1,38	3,48	2,23	2,3	0,87	4,21	3,7	6,9	0,41	1,42	1,75
2,7	0,596	0,8	2,14	1,22	2,41	1,97	1,49	1,3	1,73	0,9	1,88	3,08	2,51	2,58	0,49	3,81	2,86	6,06	8,19	1,02	1,02	1,2	1,5
1,4	1,08	1,28	2,62	2,61	2,75	0,29	2,73	2,44	1,98	0,239	2,05	1,38	2,34	3,57	2,83	2,9	0,81	4,29	3,06	6,27	1,34	1,5	0,48
0,6	0,2	0,414	2,1	2,14	2,8	0,85	2,17	2,23	1,11	0,8	1,81	0,52	2,14	2,7	2,59	2,67	0,58	3,43	3,12	6,32	1,11	0,639	2,06
1,6	1,21	1,41	2,75	2,74	2,56	0,096	3,19	2,21	2,47	1,25	2,47	1,51	2,11	4,13	3,28	3,36	1,67	4,1	2,88	6,08	2,3	1,63	1,26
1,30	1,03	1,23	0,99	0,979	3,29	0,859	2,7	2,94	1,73	0,807	2,62	1,02	2,84	1,94	3,4	3,47	1,38	2,67	3,61	5,69	1,91	0,75	1,04
15,6	16,7	16,9	14,7	14,9	15,1	15,9	20,8	17,6	21,2	15,8	17,6	16,5	18	14,4	18,4	18,5	16,4	15,2	15,9	14	16,9	16,2	15,6
0,80	0,745	0,583	2,53	2,52	3,59	1,36	1,79	1,07	0,92	1,27	1,11	0,94	1,6	3,13	1,89	1,96	0,86	3,85	3,91	7,11	0,4	1,06	2,49
1,80	2,35	2,18	3,75	3,75	5,42	2,83	1,42	0,9	1,52	2,91	0,57	2,77	1,96	4,96	0,88	0,957	2,44	5,68	5,74	8,94	1,99	2,89	3,9
1,60	1,07	0,903	2,85	2,84	3,91	1,68	1,57	0,81	0,89	1,59	0,89	1,26	1,35	3,45	1,67	1,74	1,18	4,17	4,23	7,43	0,72	1,39	2,81
1,30	1,03	1,23	0,99	0,98	3,3	0,86	2,7	2,94	1,74	0,81	2,62	1,02	2,85	1,94	3,4	3,47	1,38	2,67	3,61	5,69	1,91	0,76	1,05
2,20	2,04	2,24	0,97	0,95	4,32	1,79	2,72	3,61	2,76	1,74	3,55	2,05	3,87	1,97	2,98	3,05	2,31	2,69	4,16	5,71	2,84	1,77	1,5
2,20	1,9	2,13	0,48	0,47	3,28	1,67	2,98	3,39	2,63	1,62	3,43	1,92	3,75	1,48	3,23	3,31	2,19	2,21	3,59	5,23	2,72	1,65	1,39
7,10	7,18	7,38	5,16	5,44	4,87	6,39	8,83	8,11	8,07	6,34	8,15	6,97	7,74	4,95	8,93	9	6,91	5,68	5,66	0,67	7,44	6,71	6,1
2,0	1,77	1,92	0,798	0,788	3,05	0,98	3,42	2,7	2,43	0,93	2,74	1,71	3,06	1,59	3,52	3,59	1,5	2,32	3,36	5,34	2,03	1,45	0,695
9,10	7,09	7,29	5,09	5,35	5,5	6,31	8,75	8,02	7,99	6,26	8,06	6,89	8,39	4,87	8,84	8,92	6,83	5,59	6,29	2,41	7,360	6,62	6,02
6,4	5,57	5,77	3,55	3,83	4,86	4,78	7,22	6,5	6,47	4,73	6,54	5,36	6,86	3,34	7,32	7,39	5,3	4,07	5,17	2,98	5,83	5,1	4,5
1,1	0,691	0,89	1,72	1,72	2,76	0,56	3,38	2,4	1,59	0,47	2,7	0,14	2,31	2,33	3,48	3,55	1,04	3,05	3,07	6,28	2,5	0,26	1,69
1,80	3	1,84	3,79	3,78	3,58	2,62	2,68	2,22	1,83	2,53	2	2,2	0,898	4,39	2,78	2,86	2,07	5,11	3,9	7,1	1,62	2,32	2,6
3,97	4,09	3,91	2,86	3,23	1,73	3,8	5,46	4,76	4,63	3,75	4,77	4,27	4,12	3,29	5,55	5,63	3,81	3,27	2,05	5,25	3,73	4,39	3,51

(Columnas 71 a 96, Filas 0 a 27)

71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
2,24	1,86	2,65	3,43	2,01	1,8	1,83	1,86	2,59	2,07	2,1	1,27	1,47	1,34	1,59	1,11	0,03	2,17	2,29	2,5	2,4	1,98	3,14	2,3	6,15	4,95
13,7	15,2	13,7	12,5	12,2	13,7	13,8	13,7	13,9	16,7	16,4	16,4	14,9	15,1	13,7	13,8	15,1	15,1	15,3	13,0	12,8	12,0	12,9	16,6	16,8	11,1
2,20	1,60	2,50	2,20	2,20	2,3	2,3	1,00	2,20	1,80	1,80	1,80	0,85	1,10	1,30	1,50	0,35	0,40	1,60	2,20	2,50	2,30	2,20	4,00	2,10	4,00
3,7	2,7	3,1	4,2	5,9	3,70	3,50	3,50	3,00	0,65	0,3	0,3	2,1	2,4	3,9	3,3	2,0	2,0	2,8	4,8	5,4	0,85	4,1	3,2	0,2	9,6
1,57	1,92	2,96	5,24	2,73	2,76	2,8	2,82	1,69	1,36	1,39	0,93	1,13	2,16	2,12	0,77	0,85	1,5	3,11	3,06	3,23	2,3	2,38	1,59	7,24	5,12
0,89	2,2	3,09	3,42	1,46	1,25	1,28	1,31	2,7	2,37	2,40	0,89	0,46	1,78	2,03	1,36	1,07	0,82	2,73	2,94	2,85	2,42	1,94	2,37	5,41	3,29
1,06	2,77	3,64	4,49	2,22	2,01	2,04	2,07	2,09	1,66	1,7	0,68	0,88	2,33	2,58	1,01	1,1	1,13	3,28	3,49	3,4	2,97	1,34	1,47	6,48	4,37
2,05	2,79	3,83	5,32	3,05	2,84	2,87	2,9	1,06	0,75	0,78	1,51	1,71	2,77	2,98	1,6	1,72	2,12	3,71	3,93	3,83	3,17	2,33	0,6	7,32	5,2
0,7	2,32	3,19	4,37	1,77	1,56	1,59	1,62	2,45	2,12	2,15	0,23	0,43	1,89	2,13	1,46	1,17	0,63	2,83	3,05	2,95	2,53	2,21	2,18	6,37	4,25
2,54	3,53	1,26	1,05	1,08	1,11	2,78	1,11	2,78	2,45	2,48	0,91	1,11	1,49	1,7	1,3	1	1,13	2,43	2,65	2,55	1,88	2,54	2,68	5,52	3,41
1,66	1,98	3,02	3,74	0,5	0,056	0,087	0,115	3,05	2,72	2,75	1,23	1,43	1,97	2,18	1,78	1,48	1,6	2,91	3,13	3,03	2,36	3,01	3,15	5,73	3,61
1,46	1,5	2,41	3,19	2,08	1,31	1,34	1,37	2,4	2,07	2,1	1	1,2	1,1	1,35	0,92	0,62	1,39	2,05	2,26	2,17	1,74	2,8	2,3	5,78	3,67
1,43	2,11	3,15	3,55	1,28	1,07	1,1	1,13	3,5	3,17	3,2	2,12	1,39	2,1	2,31	2,12	1,61	1,37	3,47	3,69	2,59	2,49	2,78	2,92	5,55	3,46
2,16	0,35	1,39	2,43	1,06	1,1	1,13	1,15	3,02	2,69	1,72	1,8	2	0,37	0,45	1,73	1,44	2,09	1,29	1,35	1,26	0,73	3,51	2,92	5,15	4,16
17,3	15,6	14,5	14,2	15,6	15,7	15,7	15,7	18,6	18,3	18,3	16,8	17	15,5	15,8	17,4	17,1	17,2	14,9	15,1	14,3	14,9	18,6	18,3	12,4	13,9
0,91	1,95	2,83	3,62	2,51	2,54	2,57	2,6	2,11	1,78	1,81	0,29	0,49	1,53	1,78	0,32	0,4	0,84	2,47	2,69	2,59	2,17	2,27	1,73	6,58	4,46
2,35	3,11	4,15	6,41	3,92	3,14	3,17	3,2	1,01	0,65	0,68	1,8	2	3,36	3,31	1,93	2,04	2,67	4,3	4,25	4,42	3,49	2,62	0,5	8,41	6,29
1,23	2,27	3,15	3,94	2,83	2,86	2,89	2,92	1,89	1,56	1,59	0,61	0,81	1,85	2,1	0,68	0,76	1,16	2,79	3,01	2,91	2,49	2,02	1,51	6,9	4,78
2,17	0,35	1,39	2,43	1,07	1,1	1,13	1,16	3,02	2,69	2,72	1,81	2,01	0,38	0,45	1,73	1,44	2,1	1,29	1,36	1,26	0,73	3,51	2,92	5,16	4,16
3,19	0,8	1,36	2,89	1,52	1,56	1,59	1,61	3,56	3,72	3,75	2,73	2,93	1,42	1,15	2,75	2,46	3,12	1,75	1,78	1,68	1,17	4,54	3,95	5,18	3,97
3,07	0,68	0,88	2,97	1,4	1,44	1,47	1,5	3,81	3,59	3,62	2,62	2,82	1,31	1,03	2,63	2,34	3	1,17	1,28	1,19	0,68	4,42	3,82	4,69	3,49
7,79	6,11	4,99	4,75	6,12	6,16	6,19	6,21	9,15	8,82	8,85	7,33	7,15	6,02	6,27	7,88	7,58	7,72	5,44	5,65	4,85	5,37	8,4	8,77	2,23	3,69
2,38	0,94	1,15	2,08	0,71	0,75	0,78	0,81	3,74	3,41	3,44	1,93	2,13	0,62	0,002	2,43	2,13	2,31	0,94	1	0,91	0,45	3,73	3,36	4,8	3,6
7,71	6,03	4,9	4,67	6,04	6,07	6,1	6,13	9,06	8,73	8,76	7,25	7,45	5,94	6,19	7,8	7,5	7,64	5,35	5,57	4,77	5,29	9,05	8,68	2,85	4,32
6,18	4,51	3,38	3,14	4,51	4,55	4,58	4,61	7,54	7,21	7,24	5,73	5,93	4,42	4,67	6,27	5,98	6,12	3,83	4,05	3,25	3,76	7,53	7,16	2,44	3,91
1,63	1,15	2,03	2,81	1,71	1,74	1,77	1,8	2,87	2,54	2,57	1,46	1,59	0,73	0,98	1,58	1,1	1,56	1,67	1,89	1,79	1,37	2,97	3,11	5,74	3,62
0,87	3,21	4,09	4,57	2,62	2,4	2,44	2,46	3	2,67	2,7	1,44	1,64	2,79	3,04	1,62	1,7	0,94	3,73	3,95	3,85	3,43	0,83	2,62	6,56	4,45
3,99	3,62	3	2,72	3,53	3,57	3,6	3,62	5,77	5,44	5,47	3,96	3,53	3,59	3,84	4,43	4,14	3,92	2,64	2,85	2,75	2,88	4,78	5,47	4,71	2,6

(Columnas 86 a 96, Filas 0 a 32)

86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
711,089	16,0155	1390,15	1467,02	1601,55	1537,49	1268,43	2011,55	1473,43	3939,82	3171,07
8840,57	9673,38	9673,38	9801,5	8328,07	8199,95	7687,45	8264,01	10634,3	10762,4	7110,89
960,932	224,217	256,248	1024,99	1409,37	1601,55	1473,43	1409,37	2562,48	1345,3	2562,48
2114,05	1281,24	1281,24	1793,74	3074,98	3459,35	544,528	2626,55	2049,99	128,124	6149,96
493,278	543,887	960,932	1992,33	1960,3	2069,21	1473,43	1524,68	1018,59	4638,1	3279,98
871,245	685,465	522,747	1748,9	1883,43	1825,77	1550,3	1242,8	1518,27	3465,76	2107,64
647,027	704,683	723,902	2101,24	2235,77	2178,11	1902,64	858,432	941,713	4151,22	2799,51
1024,99	1101,87	1358,12	2376,7	2517,64	2453,58	2030,77	1492,65	385,654	4689,35	3331,23
935,307	749,527	404,873	1812,96	1953,89	1889,83	1620,77	1415,77	1396,55	4080,76	2722,64
832,807	640,621	723,902	1556,71	1697,65	1633,58	1204,37	1627,18	1716,86	3536,23	2184,52
1140,31	948,119	1024,99	1864,21	2005,14	1941,08	1511,87	1928,27	2017,96	3670,76	2312,64
586,168	397,826	890,463	1313,27	1447,8	1390,15	1114,68	1793,74	1473,43	3702,79	2351,08
1358,12	1031,4	877,651	2222,96	2363,89	1659,21	1595,15	1780,93	1870,61	3555,45	2216,55
1108,27	922,494	1338,9	826,401	864,839	807,183	467,013	2248,58	1870,61	3299,2	2664,98
11146,8	10954,6	11018,7	9545,25	9673,38	9160,88	9545,25	11915,6	11723,4	7943,7	8904,63
205,639	258,811	540,044	1582,33	1723,27	1659,21	1390,15	1454,21	1108,27	4215,29	2857,17
1236,4	1306,87	1710,46	2754,67	2722,64	2831,55	2235,77	1678,43	321,592	5387,62	4029,51
433,701	486,872	743,121	1787,33	1928,27	1864,21	1595,15	1294,05	967,338	4420,29	3062,17
1108,27	922,494	1345,3	826,401	871,245	807,183	468,935	2248,58	1870,61	3305,6	2664,98
1761,71	1575,93	1998,74	1121,09	1140,31	1076,24	749,527	2908,42	2530,45	3318,42	2543,27
1684,83	1499,05	1921,86	749,527	819,995	762,339	436,263	2831,55	2447,17	3004,51	2235,77
5048,09	4855,91	4945,6	3484,98	3619,51	3107,01	3440,14	5381,22	5618,25	1428,59	2363,89
1556,71	1364,52	1479,83	600,262	640,621	581,043	286,358	2389,52	2152,49	3074,98	2306,24
4996,84	4804,66	4894,35	3427,32	3568,26	3055,76	3388,89	5797,62	5560,59	1825,77	2767,48
4016,69	3830,91	3920,6	2453,58	2594,52	2082,02	2408,74	4823,88	4586,85	1563,12	2504,83
1012,18	704,683	999,369	1069,84	1210,77	1146,71	877,651	1902,64	1992,33	3677,17	2319,05
1037,81	1089,06	604,746	2389,52	2530,45	2466,39	2197,33	532,997	1678,43	4202,47	2850,76
2837,95	2652,17	2511,23	1691,24	1825,77	1761,71	1844,99	3062,17	3504,2	3017,33	1665,61
1223,59	1031,4	1121,09	1947,49	2088,42	2024,36	1883,43	2030,77	1793,74	3760,45	2402,33
2139,67	1947,49	2222,96	603,465	17,9374	265,858	653,434	3126,23	2889,2	2812,33	2037,18
1889,83	1704,05	2101,24	485,591	560,543	498,403	407,435	3004,51	2773,89	2536,86	1761,71
474,06	285,076	1005,78	1428,59	1563,12	1505,46	653,434	1909,05	1358,12	3818,1	2459,99
1114,68	1165,93	1588,74	2607,33	2748,26	2684,2	2351,08	1864,21	864,839	5265,91	3907,79

(Columnas 68 a 83, Filas 0 a 32)

68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83
873,9	554,8	1260,2	1418,6	1177,9	1678,2	2172,2	1272,9	1139,9	1158,9	1177,9	1640,2	1310,9	1329,9	804,3	930,9
8929,3	9309,2	8739,3	8676,0	9625,9	8676,0	7916,0	7726,0	8676,0	8739,3	8676,0	8802,6	10575,8	10385,8	10385,8	9435,9
658,6	570,0	538,3	1393,2	1013,3	1583,2	1393,2	1393,2	1456,5	1456,5	633,3	1393,2	1139,9	1139,9	1139,9	538,3
1481,9	1266,6	1836,5	2343,1	1709,9	1963,2	2659,8	3736,4	2343,1	2216,5	2216,5	1899,8	411,6	190,0	190,0	1329,9
658,6	1076,6	1716,2	994,3	1215,9	1874,5	3318,4	1728,9	1747,9	1773,2	1785,9	1070,2	861,3	880,3	587,7	715,6
418,6	835,9	911,9	560,5	1393,2	1956,8	2165,8	924,6	791,6	810,6	829,6	1709,9	1500,9	1519,9	561,1	291,3
544,0	1184,2	1393,2	671,3	1754,2	2305,1	2843,4	1405,9	1272,9	1291,9	1310,9	1323,6	1051,2	1076,6	427,5	554,1
1070,2	1456,5	1918,8	1298,2	1766,9	2425,5	3369,1	1931,5	1798,5	1817,5	1836,5	671,3	475,0	494,6	956,3	1082,9
260,9	899,3	1108,2	443,9	1469,2	2020,2	2767,4	1120,9	987,9	1006,9	1025,9	1551,5	1342,6	1361,6	143,8	270,4
645,9	759,9	949,9	1608,5	2235,5	797,9	664,9	683,9	702,9	1760,5	702,9	1760,5	1551,5	1570,5	578,8	702,9
848,6	949,9	304,6	1051,2	1253,9	1912,5	2368,5	316,6	35,5	55,1	72,8	1931,5	1722,5	1741,5	778,9	905,6
702,9	404,7	1304,6	924,6	949,9	1526,2	2020,2	1317,2	829,6	848,6	867,6	1519,9	1310,9	1329,9	633,3	759,9
1456,5	1032,2	797,9	905,6	1336,2	1994,8	2248,1	810,6	677,6	696,6	715,6	2216,5	2007,5	2026,5	1342,6	880,3
1209,6	477,5	658,6	1367,9	219,7	880,3	1538,9	671,3	696,6	715,6	728,3	1912,5	1703,5	1089,2	1139,9	1266,6
10702,5	10259,2	9879,2	10955,8	9879,2	9182,6	8992,6	9879,2	9942,5	9942,5	9942,5	11779,0	11589,1	11589,1	10639,1	10765,8
253,9	671,3	1576,9	577,6	1234,9	1792,2	2292,5	1589,5	1608,5	1627,5	1646,5	1336,2	1127,2	1146,2	185,6	312,2
1260,2	1830,2	2469,8	1488,2	1969,5	2628,1	4059,3	2482,5	1988,5	2007,5	2026,5	639,6	411,6	431,3	1139,9	1266,6
456,6	880,3	1779,5	778,9	1437,5	1994,8	2495,1	1792,2	1811,2	1830,2	1849,2	1196,9	987,9	1006,9	388,2	514,9
1209,6	479,4	664,9	1374,2	221,6	880,3	1538,9	677,6	696,6	715,6	734,6	1912,5	1703,5	1722,5	1146,2	1272,9
1798,5	1120,9	949,9	2020,2	507,3	861,3	1830,2	962,6	987,9	1006,9	1019,6	2254,5	2355,8	2374,8	1728,9	1855,5
1722,5	1044,9	880,3	1944,2	433,2	557,9	1880,8	886,6	911,9	930,9	949,9	2412,8	2273,5	2292,5	1659,2	1785,9
4711,6	4249,3	3863,0	4933,3	3869,4	3160,1	3008,1	3875,7	3901,0	3920,0	3932,7	5794,5	5585,5	5604,5	4642,0	4528,0
1285,6	918,3	440,1	1507,2	597,2	728,3	1317,2	452,2	473,7	493,3	510,4	2368,5	2159,5	2178,5	1222,2	1348,9
4661,0	4192,3	3812,4	4882,6	3818,7	3103,1	2957,4	3825,0	3844,0	3863,0	3882,0	5737,5	5528,5	5547,5	4591,3	4717,9
3692,0	3229,7	2849,8	3913,7	2856,1	2140,5	1988,5	2856,1	2881,4	2900,4	2919,4	4774,9	4566,0	4585,0	3628,7	3755,4
1583,2	165,3	1070,2	1032,2	728,3	1285,6	1779,5	1082,9	1101,9	1120,9	1139,9	1817,5	1608,5	1627,5	924,6	1006,9
1025,9	1469,2	1646,5	552,2	2032,8	2590,1	2894,1	1659,2	1519,9	1545,2	1557,9	1899,8	1690,9	1709,9	911,9	1038,6
2362,1	2780,1	2222,8	2526,8	2292,5	1899,8	1722,5	2235,5	2260,8	2279,8	2292,5	3654,0	3445,1	3464,1	2507,8	2235,5
930,9	1032,2	83,6	1152,6	1336,2	1994,8	2457,1	95,6	117,2	136,8	154,5	2013,8	1804,9	1823,9	861,3	987,9
2013,8	1494,5	1171,6	2235,5	1114,6	366,0	1317,2	1177,9	1203,2	1222,2	1241,2	2932,1	2723,1	2742,1	1950,5	2077,2
1899,8	1247,6	1051,2	2121,5	873,9	92,5	1412,2	1063,9	1082,9	1108,2	1120,9	2685,1	2476,1	2495,1	1830,2	1956,8
639,6	517,4	1418,6	1038,6	1070,2	1640,2	2134,2	1431,2	1456,5	1475,5	1488,2	1405,9	1196,9	1215,9	568,7	696,6
1266,6	1684,5	2533,1	1614,9	1792,2	2444,5	3939,0	2545,8	2260,8	2279,8	2298,8	690,3	575,0	594,7	1196,9	1323,6

(Columnas 84 a 96, Filas 0 a 32)

84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
848,6	1006,9	702,9	15,8	1374,2	1450,2	1583,2	1519,9	1253,9	1988,5	1456,5	3894,7	3134,7
9562,6	8676,0	8739,3	9562,6	9562,6	9689,2	8232,7	8106,0	7599,4	8169,3	10512,5	10639,1	7029,4
696,6	823,3	949,9	221,6	253,3	1013,3	1393,2	1583,2	1456,5	1393,2	2533,1	1329,9	2533,1
1519,9	2469,8	2089,8	1266,6	1266,6	1773,2	3039,8	3419,7	538,3	2596,5	2026,5	126,7	6079,5
1367,9	1342,6	487,6	537,7	949,9	1969,5	1937,8	2045,5	1456,5	1507,2	1006,9	4585,0	3242,4
1127,2	1285,6	861,3	677,6	516,8	1728,9	1861,8	1804,9	1532,5	1228,6	1500,9	3426,1	2083,5
1475,5	1633,9	639,6	696,6	715,6	2077,2	2210,2	2153,2	1880,8	848,6	930,9	4103,7	2767,4
1754,2	1887,2	1013,3	1089,2	1342,6	2349,5	2488,8	2425,5	2007,5	1475,5	381,2	4635,6	3293,1
1196,9	1348,9	924,6	740,9	400,2	1792,2	1931,5	1868,2	1602,2	1399,6	1380,6	4034,0	2691,4
943,6	1076,6	823,3	633,3	715,6	1538,9	1678,2	1614,9	1190,6	1608,5	1697,2	3495,7	2159,5
1247,6	1380,6	1127,2	937,3	1013,3	1842,8	1982,2	1918,8	1494,5	1906,2	1994,8	3628,7	2286,1
696,6	854,9	579,5	393,3	880,3	1298,2	1431,2	1374,2	1101,9	1773,2	1456,5	3660,4	2324,1
1329,9	1462,9	1342,6	1019,6	867,6	2197,5	2336,8	1640,2	1576,9	1760,5	1849,2	3514,7	2191,2
236,8	283,1	1095,6	911,9	1323,6	816,9	854,9	797,9	461,7	2222,8	1849,2	3261,4	2634,5
9815,9	10005,8	11019,1	10829,1	10892,4	9435,9	9562,6	9055,9	9435,9	11779,0	11589,1	7852,7	8802,6
968,9	1127,2	203,3	255,8	533,9	1564,2	1703,5	1640,2	1374,2	1437,5	1095,6	4167,0	2824,4
2127,8	2096,2	1222,2	1291,9	1690,9	2723,1	2691,4	2799,1	2210,2	1659,2	317,9	5325,9	3983,3
1171,6	1329,9	428,7	481,3	734,6	1766,9	1906,2	1842,8	1576,9	1279,2	956,3	4369,6	3027,1
238,7	285,0	1095,6	911,9	1329,9	816,9	861,3	797,9	463,6	2222,8	1849,2	3267,7	2634,5
899,3	728,3	1741,5	1557,9	1975,8	1108,2	1127,2	1063,9	740,9	2875,1	2501,5	3280,4	2514,1
829,6	652,3	1665,5	1481,9	1899,8	740,9	810,6	753,6	431,3	2799,1	2419,1	2970,1	2210,2
3812,4	3970,7	4990,3	4800,3	4888,9	3445,1	3578,0	3071,4	3400,7	5319,6	5553,9	1412,2	2336,8
389,5	1,3	1538,9	1348,9	1462,9	593,4	633,3	574,4	283,1	2362,1	2127,8	3039,8	2279,8
3761,7	3920,0	4939,6	4749,6	4838,3	3388,1	3527,4	3020,8	3350,1	5731,2	5496,9	1804,9	2735,8
2799,1	2957,4	3970,7	3787,0	3875,7	2425,5	2564,8	2058,2	2381,1	4768,6	4534,3	1545,2	2476,1
459,8	617,4	1000,6	696,6	987,9	1057,6	1196,9	1133,6	867,6	1880,8	1969,5	3635,0	2292,5
1766,9	1925,2	1025,9	1076,6	597,8	2362,1	2501,5	2438,1	2172,2	526,9	1659,2	4154,3	2818,1
2273,5	2431,8	2805,4	2621,8	2482,5	1671,9	1804,9	1741,5	1823,9	3027,1	3464,1	2982,8	1646,5
1329,9	1462,9	1209,6	1019,6	1108,2	1925,2	2064,5	2001,2	1861,8	2007,5	1773,2	3717,4	2374,8
1120,9	1101,9	2115,2	1925,2	2197,5	596,6	17,7	262,8	645,9	3090,4	2856,1	2780,1	2013,8
1000,6	854,9	1868,2	1684,5	2077,2	480,0	554,1	492,7	402,8	2970,1	2742,1	2507,8	1741,5
810,6	968,9	468,6	281,8	994,3	1412,2	1545,2	1488,2	645,9	1887,2	1342,6	3774,4	2431,8
1982,2	2140,5	1101,9	1152,6	1570,5	2577,5	2716,8	2653,4	2324,1	1842,8	854,9	5205,6	3863,0

(Columnas 23 a 44, Filas 33 a 64)

759,9	3039,8	1076,6	1456,5	2659,8	1665,5	949,9	0,0	1804,9	2628,1	1646,5	823,3	1203,2	2153,2	1583,2	2469,8	3844,0	1456,5	2526,8
2647,1	4793,9	2298,8	3318,4	6396,1	3552,7	2786,4	2115,2	0,0	3635,0	3084,1	2710,4	2919,4	3571,7	3457,7	4116,3	6712,8	3318,4	4414,0
2906,8	3210,7	2374,8	3723,7	3609,7	3312,1	2716,8	2514,1	3400,7	0,0	3831,4	2856,1	2849,8	3331,1	3711,0	3983,3	2026,5	3559,0	4698,9
1646,5	4496,3	2596,5	1203,2	1773,2	1614,9	1393,2	1456,5	2995,4	4388,6	0,0	1266,6	1709,9	1836,5	823,3	1203,2	5357,6	886,6	1526,2
475,0	3609,7	1773,2	696,6	1899,8	905,6	190,0	696,6	2609,1	3679,4	1266,6	0,0	1076,6	1139,9	823,3	1709,9	4648,3	696,6	1760,5
1329,9	4496,3	2596,5	759,9	1646,5	658,6	1139,9	1583,2	3483,0	3432,4	1646,5	1013,3	0,0	1899,8	886,6	1076,6	4401,3	759,9	1849,2
1963,2	4749,6	2976,4	1393,2	1456,5	2191,2	1646,5	2343,1	3457,7	2754,8	2089,8	1773,2	1329,9	0,0	1393,2	1583,2	3730,0	1203,2	3578,0
949,9	3989,7	2089,8	316,6	1646,5	772,6	633,3	1393,2	3299,4	3546,4	949,9	696,6	1076,6	1076,6	0,0	1013,3	4515,3	88,7	1323,6
1266,6	4369,6	2469,8	696,6	1139,9	1329,9	1013,3	1773,2	3622,4	4097,3	949,9	1076,6	1773,2	2659,8	443,3	0,0	5072,6	538,3	1184,2
4382,3	3799,7	3850,4	5199,2	5078,9	4787,6	4192,3	3989,7	6712,8	1488,2	5306,9	4331,6	4325,3	4806,6	5186,6	5458,9	0,0	5034,6	6168,2
823,3	3926,3	2026,5	221,6	1519,9	677,6	506,6	1329,9	3204,4	3445,1	1076,6	633,3	1013,3	2153,2	380,0	949,9	4420,3	0,0	1450,2
2374,8	6649,5	3907,3	1944,2	2444,5	2621,8	2672,4	2602,8	4496,3	5395,6	1709,9	2001,2	2330,5	2640,8	1538,9	1228,6	6396,1	1640,2	0,0
1139,9	4243,0	2343,1	570,0	1456,5	607,3	886,6	1393,2	3280,4	3381,7	1456,5	823,3	759,9	1899,8	696,6	886,6	4350,6	570,0	1646,5
13045,6	12412,3	12412,3	13868,9	13932,2	13235,6	13108,9	12665,6	15135,4	10449,1	13995,5	12982,3	12982,3	12539,0	13868,9	14058,9	8422,6	13678,9	14565,5
1076,6	4179,7	2279,8	506,6	1456,5	867,6	823,3	1583,2	3375,4	3635,0	823,3	886,6	1583,2	1519,9	114,0	759,9	4610,3	221,6	1171,6
759,9	4844,6	2102,5	141,2	1323,6	542,1	1127,2	1215,9	3109,4	3312,1	1583,2	535,8	671,3	557,9	766,3	867,6	4287,3	626,3	1583,2
829,6	4914,3	2172,2	214,7	1437,5	652,3	1196,9	1291,9	3185,4	3426,1	1089,2	609,2	785,3	671,3	355,3	981,6	4395,0	216,6	1431,2
766,3	3856,7	1120,9	1437,5	2583,8	1671,9	905,6	302,7	1754,2	2450,8	1918,8	829,6	1038,6	1684,5	1576,9	2140,5	3666,7	1437,5	2533,1
772,6	3869,4	1127,2	1443,9	2723,1	1678,2	1044,9	309,7	1760,5	2457,1	1925,2	835,9	1171,6	1690,9	1583,2	2279,8	3673,0	1443,9	2539,5
2659,8	4515,3	1773,2	2602,8	2488,8	2191,2	2469,8	2267,1	3153,7	1678,2	3324,7	2609,1	2602,8	2210,2	2596,5	2862,4	2647,1	2438,1	3578,0
1399,6	5306,9	2564,8	804,3	1380,6	468,0	1690,9	1627,5	3521,0	3242,4	1830,2	1025,9	597,8	483,8	949,9	1165,2	4211,3	810,6	1994,8
2412,8	6256,8	3514,7	1798,5	2317,8	2495,1	2653,4	2229,2	3875,7	5262,6	1032,2	1988,5	2514,1	2507,8	1412,2	1500,9	6237,8	1507,2	721,9
1792,2	5876,9	3141,1	1177,9	1564,2	1469,2	2165,8	2450,8	4179,7	4243,0	1437,5	1570,5	1602,2	1488,2	905,6	522,5	5211,9	1000,6	728,3
1329,9	5414,6	2672,4	715,6	1234,9	1412,2	1697,2	1785,9	3628,7	4179,7	842,3	1108,2	1431,2	1424,9	329,3	766,3	5154,9	426,8	1171,6
1228,6	5332,2	2596,5	633,3	1450,2	677,6	1519,9	1456,5	3343,7	3445,1	1507,2	854,9	804,3	690,3	772,6	1000,6	4420,3	633,3	1716,2
1893,5	5978,2	3236,1	1272,9	1728,9	1633,9	2241,8	2178,5	4065,7	4401,3	1323,6	1576,9	1760,5	1646,5	1070,2	619,3	5357,6	1165,2	664,9
526,9	4610,3	1868,2	677,6	1830,2	918,3	892,9	981,6	2881,4	3204,4	1576,9	305,2	1025,9	930,9	823,3	1614,9	4420,3	683,9	1893,5
1804,9	5889,5	3147,4	1190,6	880,3	1057,6	2178,5	2267,1	4160,7	3831,4	1456,5	1583,2	1386,9	1076,6	943,6	791,6	4800,3	1032,2	1722,5
1906,2	3229,7	487,6	2583,8	3255,1	2957,4	1716,2	1513,5	2393,8	1823,9	2830,8	1855,5	1849,2	2976,4	2723,1	2951,1	3033,4	2583,8	3660,4
2210,2	6104,8	3362,7	1760,5	2279,8	2457,1	2501,5	2077,2	3723,7	5224,6	880,3	1836,5	2482,5	2469,8	1374,2	1348,9	6199,8	1475,5	536,4
2241,8	6136,5	3394,4	1792,2	2311,5	2488,8	2533,1	2108,8	3761,7	5262,6	911,9	1868,2	2514,1	2507,8	1412,2	1380,6	6231,5	1507,2	949,9
1450,2	5528,5	2792,8	829,6	1089,2	1266,6	1817,5	1906,2	3799,7	4034,0	1836,5	1228,6	1285,6	1279,2	823,3	639,6	5009,3	671,3	1348,9

(Columnas 45 a 66, Filas 33 a 64)

1393,2	12475,6	2089,8	1323,6	1450,2	172,9	167,8	1944,2	1165,2	2064,5	2533,1	1773,2	1133,6	2273,5	1317,2	2469,8	804,3	2222,8	2140,5
3090,4	15135,4	3362,7	3210,7	3337,4	2292,5	2286,1	3660,4	3052,4	3704,7	4198,7	5211,9	3020,8	4167,0	3204,4	3736,4	1811,2	3863,0	3856,7
3020,8	10449,1	3622,4	3692,0	3584,4	2203,8	2381,1	1899,8	2982,8	4559,6	4122,7	4040,3	2951,1	4129,0	3812,4	3717,4	2070,8	4623,0	2400,1
1456,5	14248,8	696,6	1032,2	924,6	1652,9	1646,5	2710,4	1317,2	721,9	1310,9	772,6	1367,9	1279,2	1266,6	1608,5	2286,1	880,3	2913,1
506,6	13552,2	696,6	567,4	690,3	772,6	766,3	2001,2	460,4	1557,9	1773,2	1013,3	427,5	1570,5	560,5	1716,2	1418,6	2064,5	2203,8
190,0	13298,9	886,6	664,9	791,6	1646,5	1640,2	1754,2	168,5	1716,2	1253,9	1234,9	136,2	1279,2	861,3	1488,2	2241,8	1773,2	1956,8
1519,9	13615,6	1393,2	2571,1	2463,5	1798,5	2032,8	1076,6	2387,5	3438,7	3001,8	2919,4	2355,8	3008,1	2691,4	2590,1	2064,5	3502,0	1279,2
633,3	13362,2	253,3	231,1	119,7	1424,9	1450,2	1868,2	633,3	1241,2	1114,6	576,3	602,3	1063,9	423,7	1450,2	1804,9	1564,2	2070,8
1076,6	13742,2	696,6	618,7	516,1	1747,9	1741,5	2425,5	1006,9	1051,2	753,6	506,6	956,3	616,2	747,3	918,3	2127,8	1108,2	2621,8
4496,3	8422,6	5097,9	5167,6	5059,9	3679,4	3856,7	3375,4	4458,3	6035,2	5598,2	5515,9	4426,6	5604,5	5287,9	5186,6	3546,4	6098,5	3875,7
570,0	13235,6	380,0	133,6	22,2	1329,9	1323,6	1773,2	537,7	1583,2	1412,2	702,9	504,7	1146,2	326,1	1348,9	1709,9	1640,2	1969,5
2191,2	14755,5	1469,2	1773,2	1659,2	2659,8	2653,4	3717,4	2077,2	1044,9	937,3	1247,6	2127,8	816,9	2039,2	1602,2	3419,7	829,6	3913,7
0,0	12982,3	696,6	463,6	590,2	1443,9	1437,5	1703,5	861,3	1513,5	1051,2	1032,2	911,9	1076,6	658,6	1285,6	2039,2	1570,5	1899,8
13172,3	0,0	13868,9	13552,2	13488,9	12095,7	12285,7	11779,0	12855,6	14438,8	13995,5	13932,2	12855,6	13995,5	13678,9	13615,6	11969,0	14502,1	12285,7
759,9	13552,2	0,0	323,6	212,1	1570,5	1564,2	1963,2	829,6	1089,2	956,3	418,6	696,6	905,6	569,3	1253,9	1950,5	1399,6	2159,5
505,4	12729,0	671,3	0,0	645,9	1241,2	1228,6	1633,9	493,3	1443,9	1279,2	1063,9	438,2	1013,3	230,5	1215,9	1614,9	1507,2	1836,5
549,7	12792,3	262,8	111,5	0,0	1304,6	1304,6	1747,9	515,5	1557,9	1386,9	677,6	482,6	1127,2	304,0	1329,9	1684,5	1621,2	1950,5
1203,2	12095,7	1481,9	1329,9	1462,9	0,0	175,4	1880,8	1171,6	2292,5	2539,5	1779,5	1139,9	2286,1	1323,6	2482,5	631,4	2457,1	2077,2
1342,6	8739,3	1488,2	1336,2	1469,2	5,7	0,0	1887,2	1304,6	2298,8	2393,8	1792,2	1272,9	2419,1	1329,9	2488,8	639,6	2913,1	2083,5
2773,8	11082,4	2501,5	2571,1	2463,5	1956,8	2134,2	0,0	2735,8	3438,7	3001,8	2919,4	2704,1	3008,1	2691,4	2596,5	1823,9	3502,0	1279,2
797,9	12602,3	854,9	702,9	829,6	1684,5	1678,2	1564,2	0,0	1956,8	1336,2	1500,9	734,6	1519,9	892,9	1279,2	2552,1	2020,2	1760,5
2178,5	14628,8	1272,9	1640,2	1532,5	2393,8	2387,5	3584,4	2058,2	0,0	1583,2	1114,6	2115,2	1120,9	1887,2	1874,5	3027,1	183,7	3787,0
1545,2	13615,6	1101,9	1139,9	1025,9	2267,1	2501,5	2564,8	1532,5	823,3	0,0	609,9	1475,5	63,3	1266,6	873,9	2647,1	880,3	2767,4
1000,6	13552,2	487,6	560,5	449,0	1804,9	1798,5	2501,5	1063,9	1342,6	880,3	0,0	930,9	905,6	804,3	1234,9	2184,8	1399,6	2704,1
67,1	12855,6	683,9	530,7	658,6	1507,2	1507,2	1766,9	924,6	1576,9	1120,9	1101,9	0,0	1146,2	721,9	1348,9	2108,8	1640,2	1969,5
1640,2	13805,5	1038,6	1241,2	1190,6	2229,2	2222,8	2729,4	1646,5	753,6	366,0	772,6	1570,5	0,0	1361,6	1032,2	2748,4	652,3	2925,8
503,5	12855,6	728,3	575,7	702,9	1000,6	1000,6	2007,5	469,3	2013,8	1785,9	1146,2	436,3	1583,2	0,0	1722,5	1380,6	2077,2	2210,2
1557,9	13235,6	1089,2	1152,6	1051,2	2279,8	2279,8	2153,2	1545,2	1583,2	810,6	975,3	1488,2	873,9	1279,2	0,0	2666,1	1646,5	2349,5
2013,8	11462,4	2634,5	2482,5	2609,1	1203,2	1380,6	1849,2	1982,2	3527,4	3071,4	3046,1	1950,5	3096,7	2349,5	3299,4	0,0	3590,7	2045,5
2026,5	14628,8	1298,2	1608,5	1494,5	2241,8	2235,5	3552,7	1906,2	214,7	1431,2	1082,9	1963,2	987,9	1849,2	1722,5	2875,1	0,0	3749,0
2064,5	14628,8	1336,2	1640,2	1526,2	2273,5	2273,5	3584,4	1937,8	248,9	1462,9	1114,6	1994,8	1424,9	1880,8	1760,5	2906,8	411,0	0,0
1196,9	13425,6	728,3	804,3	690,3	1925,2	1918,8	2355,8	1184,2	1215,9	759,9	835,9	1127,2	785,3	918,3	1101,9	2305,1	1279,2	1323,6

(Columnas 67 a 83, Filas 33 a 64)

3179,1	1830,2	1152,6	981,6	2045,5	658,6	426,2	1329,9	994,3	1013,3	1038,6	1051,2	2590,1	1747,9	2400,1	1760,5	1887,2
6326,5	3717,4	3039,8	2868,8	3939,0	2425,5	1912,5	2754,8	2881,4	2906,8	2925,8	2938,4	4230,3	4255,7	4274,7	3647,7	3774,4
1361,6	3470,4	3888,3	2799,1	3635,0	2805,4	2096,2	1944,2	2811,8	2837,1	2856,1	2875,1	4762,3	4553,3	4572,3	3616,0	3343,7
4939,6	1171,6	1348,9	1994,8	1507,2	1253,9	1906,2	2868,8	2007,5	2026,5	2045,5	2064,5	1247,6	1380,6	1399,6	1108,2	1234,9
4230,3	1127,2	393,9	810,6	1285,6	365,4	1025,9	1728,9	823,3	842,3	861,3	880,3	1823,9	1614,9	1633,9	1057,6	1184,2
3983,3	835,9	937,3	319,8	1057,6	1241,2	1899,8	2381,1	331,8	20,3	39,9	57,6	1912,5	1703,5	1722,5	766,3	892,9
3305,7	2349,5	2767,4	2210,2	2514,1	2273,5	1880,8	1703,5	2222,8	2241,8	2260,8	2279,8	3641,4	3432,4	3451,4	2488,8	2222,8
4097,3	620,0	500,3	1405,9	1019,6	1051,2	1621,2	2115,2	1412,2	1437,5	1456,5	1475,5	1393,2	1184,2	1203,2	551,6	677,6
4648,3	400,9	823,3	1722,5	721,9	1380,6	1944,2	2438,1	1735,2	1760,5	1779,5	1792,2	1247,6	1038,6	1057,6	332,5	459,1
835,9	4945,9	5363,9	4274,7	5110,6	4281,0	3571,7	3419,7	4287,3	4312,6	4331,6	4350,6	6237,8	6028,8	6047,8	5085,3	4819,3
3996,0	702,9	402,8	1304,6	924,6	962,6	1519,9	2020,2	1317,2	1336,2	1361,6	1374,2	1513,5	1304,6	1323,6	632,0	759,9
5946,5	1621,2	2115,2	2469,8	2020,2	2254,5	2913,1	4344,3	2482,5	2349,5	2368,5	2387,5	454,1	480,0	499,0	1507,2	1633,9
3932,7	631,4	734,6	880,3	854,9	1038,6	1697,2	2330,5	892,9	759,9	778,9	791,6	1709,9	1500,9	1519,9	563,0	690,3
9245,9	13362,2	13805,5	12665,6	13552,2	12729,0	11969,0	11842,4	12729,0	12729,0	12729,0	12792,3	14628,8	14438,8	14438,8	14628,8	13235,6
4186,0	461,0	645,9	1545,2	785,3	1203,2	1766,9	2260,8	1557,9	1583,2	1602,2	1621,2	1234,9	1025,9	1044,9	392,6	519,3
3863,0	537,7	306,5	1209,6	785,3	867,6	1424,9	1925,2	1222,2	690,3	709,3	728,3	1646,5	1437,5	1456,5	497,8	622,5
3977,0	677,6	380,6	1285,6	899,3	943,6	1500,9	1994,8	1298,2	1317,2	1336,2	1355,2	1494,5	1285,6	1304,6	609,9	734,6
3001,8	1836,5	1158,9	987,9	2051,8	785,3	251,4	1576,9	1000,6	1025,9	1044,9	1057,6	2596,5	2387,5	2406,5	1766,9	1893,5
3008,1	1975,8	1165,2	1127,2	2058,2	791,6	258,4	1583,2	1139,9	1158,9	1177,9	1196,9	2602,8	2393,8	2412,8	1906,2	2032,8
2229,2	2349,5	2767,4	2558,5	2514,1	2564,8	1849,2	1697,2	2564,8	2590,1	2609,1	2628,1	3641,4	3432,4	3451,4	2495,1	2222,8
3793,4	1399,6	975,3	740,9	848,6	1272,9	1937,8	2191,2	753,6	618,1	639,6	652,3	2153,2	1944,2	1963,2	1279,2	823,3
5813,5	1538,9	1963,2	2735,8	1887,2	1994,8	2647,1	4211,3	2748,4	2767,4	2786,4	2805,4	548,4	574,4	593,4	1475,5	1602,2
4793,9	892,9	1342,6	1741,5	1120,9	2102,5	2463,5	3191,7	1754,2	1621,2	1640,2	1659,2	791,6	584,5	604,2	772,6	899,3
4730,6	458,5	880,3	1576,9	804,3	1437,5	2001,2	3128,4	1589,5	1456,5	1475,5	1494,5	1241,2	1025,9	1051,2	390,1	516,8
3996,0	696,6	797,9	943,6	918,3	1101,9	1760,5	2393,8	956,3	823,3	842,3	861,3	1779,5	1570,5	1589,5	630,1	759,9
4952,3	1057,6	1443,9	1906,2	1279,2	1823,9	2482,5	3356,4	1912,5	1779,5	1804,9	1817,5	734,6	521,8	541,5	937,3	1063,9
3755,4	1133,6	76,6	981,6	1291,9	633,3	1196,9	1690,9	994,3	1013,3	1032,2	1051,2	1956,8	1747,9	1766,9	1063,9	1190,6
4382,3	911,9	1355,2	1526,2	633,3	1918,8	2476,1	2780,1	1538,9	1405,9	1424,9	1443,9	1785,9	1576,9	1595,9	791,6	918,3
2374,8	2647,1	2184,8	1798,5	2868,8	1804,9	1095,6	943,6	1811,2	1836,5	1855,5	1868,2	3730,0	3521,0	3540,0	2577,5	2704,1
5775,5	1507,2	1925,2	2583,8	1849,2	1842,8	2495,1	4179,7	2596,5	2615,5	2634,5	2653,4	364,1	390,1	409,1	1437,5	1564,2
5813,5	1538,9	1956,8	2615,5	1887,2	1874,5	2526,8	4211,3	2628,1	2653,4	2672,4	2685,1	778,9	804,3	823,3	1469,2	1595,9
4585,0	336,9	994,3	1431,2	658,6	1557,9	2115,2	2982,8	1443,9	1310,9	1329,9	1348,9	1418,6	1209,6	1228,6	268,5	395,2

(Columnas 84 a 96, Filas 33 a 64)

911,9	759,9	1773,2	1583,2	2001,2	608,6	683,9	621,2	300,8	2894,1	2526,8	2843,4	2077,2
2818,1	2647,1	5471,6	3470,4	3894,7	2235,5	2305,1	1830,2	2419,1	4793,9	4414,0	3844,0	3084,1
2754,8	2906,8	3913,7	3730,0	3590,7	2381,1	2514,1	2013,8	2336,8	4135,3	4572,3	224,8	1152,6
1640,2	1614,9	1006,9	816,9	1469,2	2146,8	2165,8	2108,8	1785,9	2026,5	1526,2	4597,6	3261,4
407,2	433,2	1013,3	823,3	1241,2	1006,9	1006,9	943,6	610,5	2140,5	1766,9	3894,7	2552,1
1228,6	1361,6	1114,6	924,6	1013,3	1830,2	1963,2	1906,2	1481,9	1906,2	1671,9	3647,7	2305,1
2254,5	2412,8	2792,8	2609,1	2469,8	1652,9	1792,2	1728,9	1811,2	3014,4	3451,4	2970,1	1627,5
791,6	949,9	451,5	264,7	975,3	1393,2	1532,5	1469,2	1196,9	1868,2	1329,9	3755,4	2419,1
1114,6	1272,9	373,0	425,6	683,9	1716,2	1849,2	1792,2	1519,9	1342,6	1006,9	4312,6	2970,1
4224,0	4382,3	5389,2	5205,6	5066,3	3856,7	3989,7	3483,0	3812,4	5610,9	6047,8	1697,2	2628,1
696,6	854,9	577,6	391,4	880,3	1298,2	1431,2	1367,9	1101,9	1317,2	1456,5	3660,4	2317,8
2406,5	2374,8	1500,9	1576,9	1975,8	3008,1	2970,1	3077,7	2495,1	2020,2	485,1	5604,5	4262,0
1025,9	1158,9	905,6	721,9	810,6	1627,5	1760,5	1703,5	1279,2	1703,5	1469,2	3590,7	2248,1
12665,6	12792,3	13805,5	13615,6	13488,9	12285,7	12412,3	11905,7	12222,3	13995,5	14438,8	10132,5	11019,1
937,3	1095,6	292,6	106,4	740,9	1538,9	1678,2	1614,9	1342,6	1671,9	1171,6	3850,4	2507,8
601,0	759,9	1222,2	778,9	747,3	1196,9	1336,2	1272,9	1006,9	1640,2	1728,9	3527,4	2184,8
677,6	835,9	555,4	369,2	854,9	1272,9	1412,2	1348,9	1082,9	1754,2	1431,2	3641,4	2298,8
918,3	766,3	1779,5	1595,9	2007,5	544,6	620,6	559,2	308,4	2900,4	2533,1	2666,1	1899,8
1076,6	772,6	1785,9	1602,2	2013,8	553,5	627,6	566,2	315,4	2906,8	2539,5	2672,4	1906,2
2507,8	2666,1	2792,8	2609,1	2469,8	1937,8	2077,2	1766,9	2089,8	3014,4	3451,4	1893,5	549,1
1266,6	1399,6	1279,2	962,6	804,3	2140,5	2273,5	2210,2	1519,9	1697,2	1785,9	3451,4	2108,8
2254,5	2412,8	1374,2	1424,9	1842,8	2856,1	2906,8	2932,1	2526,8	2298,8	848,6	5477,9	4135,3
1640,2	1798,5	867,6	918,3	1165,2	2235,5	2374,8	2311,5	2045,5	1291,9	392,0	4452,0	3115,7
1171,6	1329,9	291,3	343,2	759,9	1773,2	1906,2	1849,2	1576,9	1760,5	1177,9	4395,0	3052,4
1095,6	1228,6	975,3	791,6	873,9	1690,9	1830,2	1766,9	1342,6	1773,2	1538,9	3660,4	2317,8
1735,2	1893,5	1032,2	1082,9	1329,9	2330,5	2469,8	2406,5	2140,5	1456,5	328,0	4616,6	3274,1
370,5	528,2	1019,6	835,9	1253,9	968,9	1108,2	1044,9	778,9	2146,8	2235,5	3419,7	2558,5
1652,9	1811,2	905,6	962,6	482,6	2248,1	2387,5	2324,1	2058,2	677,6	1545,2	4040,3	2697,8
1747,9	1906,2	2925,8	2735,8	2824,4	1184,2	1323,6	1006,9	1336,2	3723,7	3489,4	2032,8	1272,9
2216,5	2210,2	1336,2	1386,9	1811,2	2735,8	2754,8	2697,8	2374,8	2146,8	664,9	5439,9	4097,3
2254,5	2241,8	1374,2	1424,9	1842,8	2773,8	2792,8	2729,4	2406,5	2178,5	1076,6	5471,6	4135,3
1291,9	1450,2	1095,6	835,9	615,5	1887,2	2026,5	1963,2	1697,2	1519,9	1177,9	4249,3	2906,8

(Columnas 68 a 83, Filas 65 a 96)

3723,7	3255,1	2875,1	3945,3	2881,4	2165,8	2020,2	2887,8	2906,8	2925,8	2944,8	4800,3	4591,3	4610,3	3654,0	3780,7
1070,2	1488,2	1386,9	1234,9	2045,5	2609,1	2634,5	1399,6	1266,6	1285,6	1298,2	2362,1	2153,2	2172,2	1209,6	943,6
4382,3	4800,3	3717,4	4547,0	3723,7	3008,1	2856,1	3723,7	3749,0	3768,0	3787,0	5674,2	5465,2	5484,2	4528,0	4255,7
0,0	867,6	1304,6	533,2	1431,2	1988,5	2856,1	1317,2	1184,2	1203,2	1215,9	1291,9	1082,9	1101,9	141,2	267,9
1057,6	0,0	905,6	1215,9	560,5	1120,9	1614,9	918,3	937,3	956,3	975,3	1880,8	1671,9	1690,9	987,9	1114,6
848,6	949,9	0,0	1070,2	1253,9	1912,5	2368,5	12,0	33,6	53,2	70,3	1925,2	1716,2	1735,2	778,9	905,6
546,5	994,3	1393,2	0,0	1551,5	2115,2	2843,4	1405,9	1272,9	1291,9	1310,9	1418,6	1209,6	1228,6	429,4	556,0
1709,9	1032,2	861,3	1931,5	0,0	658,6	1982,2	873,9	892,9	911,9	930,9	2400,1	2254,5	2273,5	1640,2	1766,9
2222,8	1570,5	1374,2	2444,5	1196,9	0,0	1323,6	1386,9	1405,9	1424,9	1443,9	3008,1	2799,1	2818,1	2153,2	2279,8
1703,5	1336,2	854,9	1925,2	1076,6	664,9	0,0	867,6	892,9	911,9	930,9	2786,4	2577,5	2596,5	1640,2	1766,9
835,9	939,8	908,1	1060,1	1243,8	1902,4	2358,3	0,0	21,5	41,2	58,9	1915,0	1706,1	1725,1	768,8	895,5
816,9	918,3	886,6	1038,6	1222,2	1880,8	2336,8	899,3	0,0	19,6	37,4	1893,5	1684,5	1703,5	747,3	873,9
791,6	899,3	867,6	1019,6	1203,2	1861,8	2317,8	880,3	747,3	0,0	17,7	1874,5	1665,5	1684,5	728,3	854,9
778,9	880,3	848,6	1000,6	1184,2	1842,8	2298,8	861,3	728,3	747,3	0,0	1855,5	1646,5	1665,5	709,3	835,9
1241,2	1659,2	2298,8	1564,2	1798,5	2457,1	3888,3	2311,5	2330,5	2349,5	2368,5	0,0	25,3	44,3	1171,6	1298,2
1215,9	1633,9	2273,5	1538,9	1773,2	2431,8	3863,0	2286,1	2305,1	2324,1	2343,1	329,3	0,0	19,0	1146,2	1272,9
1190,6	1614,9	2254,5	1519,9	1754,2	2412,8	3844,0	2267,1	2286,1	2305,1	2324,1	310,3	214,0	0,0	1127,2	1253,9
69,0	728,3	987,9	602,9	1291,9	1849,2	2343,1	1000,6	867,6	886,6	905,6	1361,6	1152,6	1171,6	0,0	126,7
246,3	602,3	861,3	842,3	1165,2	1722,5	2216,5	873,9	740,9	759,9	778,9	1475,5	1266,6	1285,6	328,0	0,0
1260,2	525,6	582,0	1418,6	266,0	924,6	1456,5	594,0	615,5	633,3	652,3	2020,2	1811,2	1830,2	1190,6	1317,2
1285,6	918,3	404,7	1507,2	595,9	728,3	1317,2	450,9	472,4	492,1	509,2	2368,5	2159,5	2178,5	1215,9	1342,6
658,6	590,9	1494,5	1057,6	1152,6	1709,9	2210,2	1507,2	1526,2	1545,2	1564,2	1431,2	1222,2	1241,2	589,6	715,6
734,6	538,9	1443,9	1127,2	1101,9	1659,2	2153,2	1456,5	1475,5	1494,5	1513,5	1507,2	1298,2	1317,2	664,9	791,6
478,8	924,6	1329,9	67,8	1481,9	2045,5	2780,1	1336,2	1203,2	1228,6	1241,2	1348,9	1139,9	1165,2	361,6	488,3
183,0	1184,2	981,6	2051,8	861,3	228,0	1355,2	994,3	1013,3	1032,2	1051,2	2621,8	2406,5	2431,8	1760,5	1887,2
2001,2	1475,5	1152,6	2222,8	1095,6	347,7	1304,6	1165,2	1184,2	1203,2	1222,2	2913,1	2704,1	2723,1	1931,5	2058,2
1754,2	1108,2	905,6	1975,8	785,3	498,4	1057,6	918,3	937,3	956,3	975,3	2545,8	2336,8	2355,8	1684,5	1811,2
1652,9	911,9	804,3	1804,9	596,6	480,0	1374,2	816,9	835,9	854,9	873,9	2349,5	2140,5	2159,5	1583,2	1709,9
1215,9	1665,5	1836,5	740,9	2222,8	2780,1	3084,1	1849,2	1716,2	1735,2	1754,2	2089,8	1880,8	1899,8	1101,9	1228,6
1437,5	2077,2	2286,1	1507,2	2070,8	2729,4	3736,4	2292,5	2159,5	2184,8	2197,5	506,6	297,6	316,6	1317,2	1443,9
3248,7	3660,4	2932,1	3407,1	2938,4	2229,2	2077,2	2944,8	2970,1	2989,1	3008,1	4534,3	4325,3	4344,3	3388,1	3115,7
2723,1	3141,1	2412,8	2887,8	2419,1	1703,5	1551,5	2425,5	2444,5	2463,5	2482,5	4015,0	3806,0	3825,0	2868,8	2596,5

(Columnas 83 a 96, Filas 65 a 96)

2824,4	2982,8	4002,3	3812,4	3901,0	2450,8	2590,1	2083,5	2412,8	4793,9	4559,6	1576,9	2501,5
1779,5	1937,8	1513,5	1329,9	1190,6	2381,1	2514,1	2457,1	2184,8	1735,2	2172,2	3901,0	2558,5
3666,7	3825,0	4825,6	4642,0	4502,6	3293,1	3432,4	2925,8	3248,7	5047,3	5484,2	1139,9	2064,5
1165,2	1323,6	968,9	709,3	489,5	1760,5	1899,8	1836,5	1570,5	1393,2	1051,2	4122,7	2780,1
294,5	452,2	943,6	759,9	1177,9	892,9	1032,2	968,9	696,6	2070,8	2159,5	3343,7	2482,5
1241,2	1374,2	1127,2	937,3	1025,9	1842,8	1975,8	1918,8	1494,5	1918,8	1684,5	3635,0	2292,5
1285,6	1443,9	544,0	596,6	67,8	1887,2	2020,2	1963,2	1690,9	975,3	1063,9	4110,0	2767,4
810,6	633,3	1652,9	1462,9	1887,2	956,3	1025,9	968,9	652,3	2780,1	2406,5	3071,4	2311,5
1323,6	1177,9	2191,2	2007,5	2400,1	797,9	873,9	395,8	721,9	3293,1	3058,8	2412,8	1652,9
804,3	962,6	1982,2	1798,5	1880,8	436,3	573,1	511,7	593,4	2780,1	2545,8	2887,8	1570,5
1231,1	1364,1	1110,8	927,1	1015,8	1832,7	1965,7	1908,7	1484,4	1908,7	1674,4	3624,9	2282,3
1209,6	1342,6	1089,2	905,6	994,3	1811,2	1944,2	1887,2	1462,9	1887,2	1652,9	3603,4	2260,8
1190,6	1323,6	1070,2	886,6	975,3	1792,2	1925,2	1868,2	1443,9	1868,2	1633,9	3584,4	2241,8
1171,6	1304,6	1051,2	867,6	956,3	1773,2	1906,2	1849,2	1424,9	1849,2	1614,9	3565,4	2222,8
1950,5	1918,8	1051,2	1120,9	1519,9	2552,1	2514,1	2628,1	2039,2	1855,5	407,8	5148,6	3812,4
1925,2	1893,5	1025,9	1095,6	1494,5	2526,8	2488,8	2602,8	2013,8	1830,2	381,9	5123,2	3787,0
1906,2	1874,5	1006,9	1076,6	1475,5	2507,8	2469,8	2583,8	1994,8	1811,2	362,9	5104,2	3768,0
1025,9	1184,2	753,6	568,7	559,2	1621,2	1760,5	1697,2	1431,2	1462,9	1120,9	3704,7	2362,1
899,3	1057,6	628,8	442,0	797,9	1494,5	1633,9	1570,5	1304,6	1576,9	1234,9	3578,0	2235,5
0,0	143,1	1203,2	1019,6	1374,2	734,6	778,9	715,6	424,9	2267,1	1956,8	3185,4	2419,1
388,2	0,0	1532,5	1348,9	1462,9	592,1	633,3	573,1	281,8	2362,1	2127,8	3039,8	2273,5
886,6	1044,9	0,0	51,9	1013,3	1481,9	1621,2	1557,9	1291,9	1912,5	1367,9	3799,7	2457,1
835,9	994,3	565,5	0,0	1082,9	1431,2	1570,5	1507,2	1241,2	1975,8	1443,9	4008,7	2666,1
1215,9	1374,2	476,2	528,8	0,0	1817,5	1956,8	1893,5	1621,2	1025,9	1114,6	4040,3	2697,8
930,9	791,6	1804,9	1614,9	2007,5	0,0	136,8	75,4	398,3	2900,4	2666,1	2450,8	1684,5
1101,9	1082,9	2096,2	1906,2	2178,5	578,2	0,0	244,4	628,2	3071,4	2837,1	2761,1	1994,8
854,9	715,6	1728,9	1538,9	1931,5	333,1	407,2	0,0	323,0	2824,4	2590,1	2780,1	2020,2
728,3	519,9	1532,5	1348,9	1760,5	645,9	721,9	658,6	0,0	2653,4	2286,1	2894,1	2127,8
1956,8	2115,2	1215,9	1266,6	791,6	2552,1	2691,4	2628,1	2362,1	0,0	1849,2	4350,6	3008,1
2368,5	2526,8	1323,6	1374,2	1551,5	2963,8	3103,1	3039,8	2311,5	1678,2	0,0	4996,6	3654,0
2881,4	3039,8	3692,0	3502,0	3362,7	2317,8	2457,1	2140,5	2469,8	3907,3	4350,6	0,0	930,9
2362,1	2520,5	3166,4	2982,8	2843,4	1798,5	1931,5	1621,2	1950,5	3388,1	3825,0	1342,6	0,0

ANEXO 4. Metodo de solución desarrollado en Matlab
Codigo Principal

```
clear all

clc

% se introduce en el archivo Datos.m incluido en la carpeta actual, los
%datos de los Costos entre nodos y las demandas de cada uno de ellos,
%incluido el deposito, y la capacidad del vehículo.

Datos;

%La longitud del tour equivale la cantidad de nodos que contiene el
%problema, sin incluir el deposito.

LongitudTour=size(Costos,1)-1;

%Num_Nodos equivale a la cantidad de nodos que contiene el tour,
%incluyendo el depósito.

Num_Nodos=size(Costos,1);

%para calcular el tour se emplea el método del ahorro, el cual esta
%incluido en la carpeta actual en el archivo SavingTSP.m, para encontrar
%la ruta con menor costo.

SavingTSP;

%Al tener la ruta con el menor costo, se pasa a realizar la
%clusterización, es decir, asignar un numero determinado de nodos que
%cumplan con la restricción de capacidad.

%Cluster: Que va a ser el arreglo donde se van a formar cada cluster,
%luego se lleva su contenido a una estructura que se llama Cluster y se
%limpia para formar un cluster nuevo en este mismo vector.

Cluster=[];

[Clusters]=CrearCluster(Tour, Demanda, LongitudTour, Capacidad);

%Se calcula el costo de cada uno de los cluster unido al deposito.

%i: denota cada cluster

%j:recorre cada posicion al interior del cluster

for i=1:length(Clusters)

%se inicializa el Costo total en cero, cada vez que se vaya a

%calcular el costo de cada uno de los cluster

Costo_Cluster=0;
```



```

%Se agrega el deposito al cluster sumando el Costo que hay del
%deposito al primer nodo del cluster
Costo_Cluster=Costo_Cluster+Costos(1,Clusters(i).Cluster(1)+1);
for j=1:size((Clusters(i).Cluster),2)-1Clusters(i).Costos=Costo_Cluster;
end

%se calcula el Costo total de todos los cluster incluido el deposito
Suma_Total=0;
for i=1:length(Clusters)
Suma_Total=Suma_Total+Clusters(i).Costos;
end

Suma_Total

```

Algoritmo de Ahorros

```

% numero de lugares de acopio
Num_Nodos = length(Costos)-1;
% punto central = nodo 0
puntoCentral = 0;
%Inicializar el arreglo para almacenar el listado
listadoAhorros = [];
for i=2:Num_Nodos+1
for j=2:Num_Nodos+1
    i
j
if i~=puntoCentral+1 && j~=puntoCentral+1 && i<j
    listadoAhorros = [listadoAhorros; i-1 j-1
(Costos(i,puntoCentral+1) + Costos(j,puntoCentral+1) - Costos(i,j))];
end
end
--

```



```

else

if b == 1

Tour = [listadoAhorros(i,1) Tour]

listadoAhorros(i,:)=[];

elseif b==length(Tour)

Tour = [Tour listadoAhorros(i,1)]

listadoAhorros(i,:)=[];

end

end

elseif ~isempty(a) && ~isempty(b)

listadoAhorros(i,:)=[];

end

end

end

end

```

Algoritmo Clusters

```

function [Clusters]=CrearCluster(Tour, Demanda, LongitudTour,
Capacidad)

%Se inicializa la demanda del nuevo cluster en cero para que no se
acumule

%con las demandas de los otros clusters.

sum_demanda=0;

j=1;

numCluster=1;

%Se repite este procedimiento para la longitud completa del
cluster, de tal

%manera que todos los nodos del tour queden incluidos en algun
cluster.

for i=1:LongitudTour

```

```

%Siempre que la suma de la demanda actual de un cluster sea menor a la
%capacidad del vehiculo, entonces:
if sum_demanda+Demanda(Tour(i)+1,2)<Capacidad
%Se adiciona el elemento en la posición actual del tour al cluster
%actual.
    Cluster(j)=Tour(i);
%Se suma la demanda del nodo actual a la suma de la demanda del
%cluster.
    sum_demanda=sum_demanda+Demanda(Tour(i)+1,2);
    j=j+1;
else
%Si la suma de la demanda actual del cluster actual adicionando la
%demanda del nodo actual es mayor que la capacidad del vehiculo,
%entonces se guarda el cluster que se ha formado dentro de la estructura
%Cluster (aquí se almacenan todos los clusters que se vayan formando).
    Clusters(numCluster).Cluster=Cluster;
%Se introduce la suma de la demanda calculada en Clusters también (por
%supuesto todo sin el último nodo que no se adicionó ni sin su
%demanda).
    Clusters(numCluster).sum_demanda=sum_demanda;
%Se deja vacío el vector Cluster para empezar a formar un nuevo cluster
%(recordar que el cluster anterior ya ha sido almacenado en la estructura
%Clusters, al igual que su sum_demanda correspondiente).
    Cluster=[];
%Se suma 1 a la variable numCluster para indicar que se va a iniciar un
%nuevo cluster.
    numCluster=numCluster+1;

```

```
%Se adiciona el nodo actual al nuevo cluster.
    Cluster(1)=Tour(i);
%Se suma la demanda del nodo actual en la variable sum_demanda.
sum_demanda=Demanda(Tour(i)+1,2);
    j=2;
end
end

%Para el último cluster, como no hay que regresar al ciclo para iniciar un
%nuevo cluster, se introduce en la estructura Clusters.
Clusters(numCluster).Cluster=Cluster;
%Se introduce sum_demanda del cluster actual en Clusters.
Clusters(numCluster).sum_demanda=sum_demanda;
```


(Columnas 0 a 30, Filas 61 a 96)

61	2533	3363	3179	2818	2907	3103	2628	2102	2343	2046	1704	2837	3268	3135	1710	1780	1621	2729	1906	3255	2957	1716	1305	1115
63	2058	1064	1248	2084	1925	1203	1577	2147	1767	2001	1963	1286	1248	1400	1957	1900	2216	6168	2242	2311	2489	2533	2774	2438
64	823,3	1058	892,9	861,3	696,6	791,6	318,5	728,3	1083	1248	1343	1007	956,3	658,6	1343	1938	1982	4946	1450	1089	1267	1818	2008	2084
66	1311	2001	1539	772,6	1273	1742	1172	1216	1260	1476	1830	1431	1900	1495	1830	2425	2470	4591	1938	1203	911,9	2305	2495	2571
72	1438	2286	1748	1691	1970	2166	1691	1165	1070	1102	552,2	1564	2324	2191	554,1	388,2	463,6	3768	633,3	2457	1545	778,9	1013	566,8
76	886,6	1533	1343	797,9	1077	1273	797,9	269,8	511,1	209	1058	1007	1431	1298	1064	1602	1678	4294	1343	1564	614,9	1640	1925	1786
85	1336	2001	1818	1267	1545	1742	1267	740,9	981,6	683,9	497,8	1450	1906	1773	499,7	728,3	566,2	3736	521,2	2039	1089	355,3	616,2	658,6
86	36,1	1248	709,3	804,3	1096	1115	639,6	441,4	652,3	734,6	937,3	404	1279	1083	937,3	1476	1577	4490	1045	1412	810,6	1412	1602	1678
87	362,9	1324	785,3	873,9	1165	1191	715,6	508,5	677,6	785,3	886,6	480	1349	1159	880,3	1476	1520	4705	968,9	1488	1026	1362	1552	1628
89	1602	2546	2362	1811	2090	2286	1811	1286	1222	1222	886,6	1716	2444	2311	886,6	842,3	683,9	3141	785,3	2584	1634	899,3	118,4	297
90	1767	2717	2197	1982	2254	2457	1982	1457	1514	1393	994,3	2008	2615	2482	1001	1070	911,9	3458	1083	2748	1799	1064	633,3	409,1
91	1526	2470	2286	1735	2014	2210	1735	1210	1146	1146	690,3	1640	2368	2235	690,3	766,3	608	3477	715,6	2508	1558	823,3	389,5	469,3
93	1229	1729	1089	962,6	873,9	1469	1153	1558	1716	1913	2008	1127	1628	1045	2008	2603	2647	5041	2115	494	1362	2482	2672	2748
95	3489	4173	3819	2945	3445	3914	3344	3236	3432	3179	2837	3603	4072	3673	2843	2913	2755	2584	3040	3382	3090	2850	2438	2254
96	2964	3654	3198	2425	2926	3394	2824	2717	2913	2653	2318	3084	3553	3147	2318	2394	2235	2039	2520	2856	2565	2330	1913	1729

(Columnas 31 a 96, Filas 61 a 96)

2704	3407	1514	2394	1824	2831	1856	2951	3660	11462	Inf	3635	2311	2046	1805	1837	1906	2926	2736	1184
1393	702,9	2109	3762	5263	911,9	1868	1381	949,9	14629	2907	Inf	2096	3787	1875	2653	2242	1374	1425	2774
804,3	1096	1906	3800	4034	1837	1229	639,6	1349	13426	2305	1324	Inf	2558	1558	1311	1450	1096	835,9	1887
1298	2039	2394	4389	3686	2046	1716	1583	2299	13046	2793	2267	1115	Inf	2046	1267	1938	1514	1330	2381
1431	2330	352,1	2248	2862	1495	702,9	2014	2400	12476	1039	2084	1374	2489	Inf	892,9	633,3	1653	1463	956,3
873,9	1571	1571	3464	3388	1628	968,9	1121	1830	12792	2223	1805	477,5	1913	1222	Inf	1343	1089	905,6	1811
1317	2046	459,1	2248	2824	1976	696,6	1590	2299	12476	1007	2273	949,9	2121	595,9	472,4	Inf	1533	1349	592,1
20,9	1172	1501	3337	3584	1026	823,3	1070	1362	12982	1900	1647	499,7	2109	1153	1526	1045	Inf	51,93	1482
347,7	1248	1450	3344	3800	1102	766,3	1146	1438	13172	1849	1723	566,8	2318	1102	1476	994,3	565,5	Inf	1431
1583	2590	575,7	1938	2235	2191	968,9	2134	2552	11842	414,2	2818	1495	1944	861,3	1013	791,6	1805	1615	Inf
1881	2755	804,3	2052	2546	2419	1146	2305	2850	12159	728,3	2989	1659	2109	1096	1184	1083	2096	1906	578,2
1507	2514	500,3	2065	2571	2115	892,9	2058	2476	12222	747,3	2742	1419	1868	785,3	937,3	715,6	1729	1539	333,1
1235	1767	2571	4465	4135	1761	1894	1102	2027	13552	2970	2001	1507	2660	2223	1716	2115	1216	1267	2552
3470	4218	2647	3534	886,6	4224	2989	3762	4471	10322	2204	4446	3293	2178	2938	2970	3040	3692	3502	2318
2951	3692	2128	3008	1127	3698	2470	3236	3952	10512	1685	3920	2774	1653	2419	2444	2520	3166	2983	1799

*ANEXO 6.Sub-Matriz de costos operativos para los puntos generadores tipo II con el camión DONG FENG
(Columnas 0 a 52, Filas 0 a 62)*

	0	1	2	10	14	23	24	25	38	39	40	42	43	45	47	48	49	50	51	52
0	Inf	9309,24	89,29	1101,9	10512,5	6839,4	2349,5	389,47	1114,6	1057,6	380,6	4895,3	227,35	753,61	288,14	352,74	249,51	1481,9	1475,6	2134,2
1	9372,57	Inf	8929,3	8359,3	1139,91	6839,4	7726	8865,9	8106	8676	8992,6	6199,8	8865,9	8296	8992,6	9309,24	9435,9	9435,9	8232,7	8042,7
2	289,41	11145,8	Inf	538,29	9499,22	4433	1963,2	316,64	886,59	949,92	278,64	4692,6	88,66	633,28	253,31	221,65	88,66	113,99	1456,6	1456,6
10	924,59	11652,4	823,27	Inf	9942,52	5572,9	2533,1	759,94	1,27	696,61	886,59	5800,9	759,94	189,98	886,59	683,94	810,6	1659,2	1652,9	1741,5
14	11145,8	886,59	9752,5	8992,6	Inf	6396,1	8422,7	9689,2	8992,6	9119,3	9879,2	5338,6	9689,2	9119,3	9879,2	10575,8	10702,5	9309,2	9435,9	9562,6
23	4546,96	7156,08	5699,5	4876,3	5509,55	Inf	4369,6	5636,2	5952,9	5572,9	5762,9	4186	5636,2	5066,3	5762,9	4489,97	4616,62	3223,4	3388,1	3483,1
24	3578,04	9119,26	3926,4	3166,4	7472,72	1963,2	Inf	3926,4	3166,4	3609,7	4053	4863,6	3926,4	3356,4	4053	3527,38	3654,03	2248,2	2425,5	3077,8
25	797,93	10829,1	823,27	189,98	9182,58	3673	1646,5	Inf	823,27	1963,2	696,61	5395,6	538,29	379,97	696,61	437,6	564,89	1089,2	1089,2	1747,9
38	911,93	11652,4	823,27	949,92	9942,52	4496,3	2596,5	759,94	Inf	1899,8	886,59	4255,7	759,94	189,98	886,59	664,95	791,6	1646,5	1640,2	1754,2
39	2248,15	11905,7	1139,9	1329,9	10259,2	4749,6	2976,4	1393,2	1329,9	Inf	1393,2	4388,6	1203,2	1519,9	1393,2	2571,12	2463,47	1798,5	2032,8	1076,6
40	248,88	11145,8	379,97	538,29	9499,22	3989,7	2089,8	316,64	1076,6	1076,6	Inf	4420,3	88,66	633,28	253,31	231,15	119,69	1424,9	1450,2	1868,2
42	5009,26	6396,14	5275,2	4338	7599,38	3799,7	3850,4	5199,2	4325,3	4806,6	5186,6	Inf	5034,6	4496,3	5097,9	5167,58	5059,92	3679,4	3856,7	3375,4
43	375,54	11209,1	506,63	443,3	9372,57	3926,4	2026,5	221,65	1013,3	2153,2	379,97	4274,7	Inf	569,95	379,97	133,62	22,16	1329,9	1323,6	1773,2
45	702,94	9055,93	633,28	759,94	9752,54	4243	2343,1	569,95	759,94	1899,8	696,61	4262	569,95	Inf	696,61	463,56	590,22	1443,9	1437,6	1703,5
47	90,56	11335,7	253,31	1583,2	9689,21	4179,7	2279,8	506,63	1583,2	1519,9	113,99	7979,4	221,65	759,94	Inf	323,61	212,15	1570,5	1564,2	1963,2
48	943,59	8549,3	854,93	658,61	9752,54	4844,6	2102,5	141,22	671,28	557,92	766,27	4926,9	626,32	505,36	671,28	Inf	645,95	1241,2	1228,6	1633,9
49	353,37	8612,63	442,66	766,27	9815,87	4914,3	2172,2	214,68	785,27	671,28	355,27	6085,8	216,58	549,69	262,81	111,46	Inf	1304,6	1304,6	1747,9
50	1576,87	7536,05	1665,5	1051,3	8739,29	3856,7	1120,9	1437,6	1038,6	1684,5	1576,9	5129,6	1437,6	1203,2	1481,9	1329,89	1462,88	Inf	175,42	1880,9
51	1583,2	7599,38	1671,9	1184,2	8106	3869,4	1127,2	1443,9	1171,6	1690,9	1583,2	4268,3	1443,9	1342,6	1488,2	1336,22	1469,21	5,7	Inf	1887,2
52	2577,46	7979,35	2678,8	2615,5	9182,58	4515,3	1773,2	2602,8	2602,8	2210,2	2596,5	4281	2438,1	2773,8	2501,5	2571,12	2463,47	1956,8	2134,2	Inf
53	1190,57	8992,6	1260,2	589,59	10195,8	5306,9	2564,8	804,27	597,82	483,83	949,92	3970,7	810,6	797,93	854,93	702,94	829,6	1684,5	1678,2	1564,2
54	1412,22	10385,8	1494,5	2501,5	11589,1	6256,8	3514,7	1798,5	2514,1	2507,8	1412,2	1089,2	1507,2	2178,5	1272,9	1640,2	1532,54	2393,8	2387,5	3584,4
55	905,59	9562,55	880,26	1583,2	10765,8	5876,9	3141,1	1177,9	1602,2	1488,2	905,59	4040,3	1000,6	1545,2	1101,9	1139,91	1025,92	2267,2	2501,5	2564,8
56	327,41	9119,26	412,9	1418,6	10322,5	5414,6	2672,5	715,61	1431,2	1424,9	329,31	2191,2	426,83	1000,6	487,63	560,45	449	1804,9	1798,5	2501,5
57	772,6	9055,93	861,26	791,6	10259,2	5332,2	2596,5	633,28	804,27	690,28	772,6	2545,8	633,28	67,13	683,94	530,69	658,61	1507,2	1507,2	1766,9
58	1063,91	9689,21	975,25	1747,9	10892,4	5978,2	3236,1	1272,9	1760,5	1646,5	1070,3	4395	1165,2	1640,2	1038,6	1241,23	1190,57	2229,2	2222,8	2729,4
59	937,26	8295,99	905,59	1038,6	11399,1	4610,3	1868,2	677,61	1025,9	930,92	823,27	4914,3	683,94	503,46	728,27	575,65	702,94	1000,6	1000,6	2007,5
60	924,59	9625,88	892,93	1374,2	10765,8	5889,5	3147,4	1190,6	1386,9	1076,6	943,59	3742,7	1032,3	1557,9	1089,2	1152,57	1051,25	2279,8	2279,8	2153,2
62	2121,49	10259,2	1456,6	2463,5	11462,4	6104,8	3362,7	1760,5	2482,5	2469,8	1374,2	3780,7	1475,6	2026,5	1298,2	1608,54	1494,54	2241,8	2235,5	3552,7
65	3609,71	6459,47	3888,4	2938,4	7662,71	2767,4	27,86	3660,4	2919,4	3540	3799,7	4534,3	3660,4	3090,4	3704,7	3552,71	3679,37	2279,8	2450,8	3103,1

(Columnas 53 a 73, Filas 0 a 62)

54	55	56	57	58	59	60	62	65	67	68	69	70	71	73
1367,89	1196,9	709,28	683,94	1209,57	478,76	1538,87	1811,19	2324,1	4236,7	873,93	554,75	1260,2	1418,55	1678,2
8802,61	10449,2	12095,7	9879,19	8865,94	10069,2	9182,58	7979,35	9182,6	8929,3	8929,27	9309,24	8739,3	8675,96	8676
3483,05	1393,22	1013,25	538,29	633,28	1139,91	633,28	2153,16	506,63	2216,5	658,61	569,95	538,29	1393,22	1583,2
1728,86	1545,21	1253,9	151,35	1298,23	873,93	1481,88	1792,19	2716,8	3970,7	848,6	949,92	304,61	1051,25	1912,5
13172,3	11145,8	13425,6	10005,9	11145,8	10449,2	11399,1	11652,4	9625,9	8865,9	10702,5	10259,2	9879,2	10955,8	9182,6
5541,21	5078,92	5059,92	3964,34	5104,25	4363,31	5313,23	5598,21	3540	1526,2	4660,95	4192,32	3812,4	4882,6	3103,1
4572,29	4116,33	4097,33	2995,42	4141,66	3394,39	4344,31	4635,62	2577,5	1887,2	3692,03	3229,74	2849,8	3913,68	2140,5
2140,49	1519,88	1006,92	297,01	1709,86	89,29	1462,88	2203,82	1931,5	3977	1583,2	165,29	1070,3	1032,25	1285,6
1716,19	1253,9	1234,9	136,16	1279,23	861,26	1488,21	1773,19	2729,4	3983,3	835,93	937,26	319,81	1057,58	1899,8
3438,72	3001,75	2919,43	2355,81	3008,09	2691,45	2590,12	3502,05	2051,8	3305,7	2349,47	2767,44	2210,2	2514,13	1880,9
1241,23	1114,58	576,29	602,25	1063,91	423,67	1450,21	1564,21	2267,2	4097,3	619,98	500,29	1405,9	1019,58	1621,2
6035,17	5598,21	5515,88	4426,64	5604,54	5287,9	5186,58	6098,5	3825	835,93	4945,93	5363,9	4274,7	5110,58	3571,7
1583,2	1412,22	702,94	504,73	1146,24	326,14	1348,89	1640,2	2172,2	3996	702,94	402,77	1304,6	924,59	1519,9
1513,54	1051,25	1032,25	911,93	1076,58	658,61	1285,56	1570,54	2501,5	3932,7	631,38	734,61	880,26	854,93	1697,2
1089,24	956,26	418,6	696,61	905,59	569,32	1253,9	1399,55	2412,8	4186	461,03	645,95	1545,2	785,27	1766,9
1443,88	1279,23	1063,91	438,23	1013,25	230,51	1215,9	1507,21	2070,8	3863	537,66	306,51	1209,6	785,27	1424,9
1557,87	1386,89	677,61	482,56	1127,24	303,98	1329,89	1621,2	2146,8	3977	677,61	380,6	1285,6	899,26	1500,9
2292,48	2539,46	1779,52	1139,91	2286,15	1323,56	2482,46	2457,13	1089,2	3001,8	1836,52	1158,91	987,92	2051,83	251,41
2298,81	2393,8	1792,19	1272,9	2419,14	1329,89	2488,8	2913,1	1101,9	3008,1	1975,84	1165,24	1127,2	2058,17	258,38
3438,72	3001,75	2919,43	2704,11	3008,09	2691,45	2596,45	3502,05	1747,9	2229,2	2349,47	2767,44	2558,5	2514,13	1849,2
1956,84	1336,22	1500,88	734,61	1519,88	892,93	1279,23	2020,17	2539,5	3793,4	1399,55	975,25	740,94	848,6	1937,8
Inf	1583,2	1114,58	2115,16	1120,91	1887,18	1874,51	183,65	3489,4	5813,5	1538,87	1963,17	2735,8	1887,18	2647,1
823,27	Inf	609,85	1475,55	63,33	1266,56	873,93	880,26	3109,4	4793,9	892,93	1342,56	1741,5	1120,91	2463,5
1342,56	880,26	Inf	930,92	905,59	804,27	1234,9	1399,55	2647,1	4730,6	458,5	880,26	1576,9	804,27	2001,2
1576,87	1120,91	1101,91	Inf	1146,24	721,94	1348,89	1640,2	2564,8	3996	696,61	797,93	943,59	918,26	1760,5
753,61	366,04	772,6	1570,54	Inf	1361,56	1032,25	652,28	3204,4	4952,3	1057,58	1443,88	1906,2	1279,23	2482,5
2013,84	1785,85	1146,24	436,33	1583,2	Inf	1722,53	2077,16	1842,9	3755,4	1133,57	76,63	981,59	1291,89	1196,9
1583,2	810,6	975,25	1488,21	873,93	1279,23	Inf	1646,53	3122,1	4382,3	911,93	1355,22	1526,2	633,28	2476,1
214,68	1431,22	1082,91	1963,17	987,92	1849,18	1722,53	Inf	3337,4	5775,5	1507,21	1925,18	2583,8	1849,18	2495,1
4603,96	4141,66	4122,66	3027,09	4166,99	3426,05	4375,98	4660,95	Inf	1912,5	3723,7	3255,07	2875,1	3945,34	2165,8

(Columnas 74 a 94, Filas 0 a 62)

74	75	77	78	79	80	81	82	83	84	88	92	94
2172,2	1272,9	1158,9	1177,9	1640,2	1310,89	1329,89	804,27	930,92	848,6	1374,22	1253,9	1456,55
7916	7726	8739,3	8676	8802,61	10575,8	10385,8	10385,8	9435,9	9562,6	9562,55	7599,4	10512,5
1393,2	1393,2	1456,6	633,28	1393,22	1139,91	1139,91	1139,91	538,29	696,61	253,31	1456,6	2533,13
2368,5	316,64	55,1	72,83	1931,51	1722,53	1741,52	778,94	905,59	1247,6	1013,25	1494,5	1994,84
8992,6	9879,2	9942,5	9942,5	11779	11589,1	11589,1	10639,1	10765,8	9815,9	10892,4	9435,9	11589,1
2957,4	3825	3863	3882	5737,53	5528,55	5547,55	4591,29	4717,95	3761,7	4838,27	3350,1	5496,88
1988,5	2856,1	2900,4	2919,4	4774,94	4565,96	4584,96	3628,7	3755,36	2799,1	3875,68	2381,1	4534,3
1779,5	1082,9	1120,9	1139,9	1817,52	1608,54	1627,53	924,59	1006,92	459,76	987,92	867,6	1969,51
2381,1	331,84	39,9	57,63	1912,51	1703,53	1722,53	766,27	892,93	1228,6	1013,25	1481,9	1671,86
1703,5	2222,8	2260,8	2279,8	3641,37	3432,39	3451,38	2488,8	2222,82	2254,5	2469,8	1811,2	3451,38
2115,2	1412,2	1456,6	1475,6	1393,22	1184,24	1203,24	551,59	677,61	791,6	975,25	1196,9	1329,89
3419,7	4287,3	4331,7	4350,6	6237,82	6028,84	6047,84	5085,25	4819,27	4224	5066,25	3812,4	6047,84
2020,2	1317,2	1361,6	1374,2	1513,54	1304,56	1323,56	632,02	759,94	696,61	880,26	1101,9	1456,55
2330,5	892,93	778,94	791,6	1709,86	1500,88	1519,88	562,99	690,28	1025,9	810,6	1279,2	1469,21
2260,8	1557,9	1602,2	1621,2	1234,9	1025,92	1044,91	392,63	519,29	937,26	740,94	1342,6	1171,57
1925,2	1222,2	709,28	728,27	1646,53	1437,55	1456,55	497,76	622,52	600,98	747,27	1006,9	1728,86
1994,8	1298,2	1336,2	1355,2	1494,54	1285,56	1304,56	609,85	734,61	677,61	854,93	1082,9	1431,22
1576,9	1000,6	1044,9	1057,6	2596,45	2387,47	2406,47	1766,86	1893,51	918,26	2007,5	308,41	2533,13
1583,2	1139,9	1177,9	1196,9	2602,79	2393,8	2412,8	1906,18	2032,83	1076,6	2013,84	315,37	2539,46
1697,2	2564,8	2609,1	2628,1	3641,37	3432,39	3451,38	2495,13	2222,82	2507,8	2469,8	2089,8	3451,38
2191,2	753,61	639,61	652,28	2153,16	1944,17	1963,17	1279,23	823,27	1266,6	804,27	1519,9	1785,85
4211,3	2748,4	2786,4	2805,4	548,42	574,39	593,38	1475,55	1602,2	2254,5	1842,85	2526,8	848,6
3191,7	1754,2	1640,2	1659,2	791,6	584,52	604,15	772,6	899,26	1640,2	1165,24	2045,5	392
3128,4	1589,5	1475,6	1494,5	1241,23	1025,92	1051,25	390,1	516,76	1171,6	759,94	1576,9	1177,9
2393,8	956,26	842,26	861,26	1779,52	1570,54	1589,54	630,12	759,94	1095,6	873,93	1342,6	1538,87
3356,4	1912,5	1804,9	1817,5	734,61	521,82	541,46	937,26	1063,91	1735,2	1329,89	2140,5	328,04
1690,9	994,25	1032,3	1051,3	1956,84	1747,86	1766,86	1063,91	1190,57	370,47	1253,9	778,94	2235,48
2780,1	1538,9	1424,9	1443,9	1785,85	1576,87	1595,87	791,6	918,26	1652,9	482,56	2058,2	1545,21
4179,7	2596,5	2634,5	2653,5	364,14	390,1	409,1	1437,55	1564,21	2216,5	1811,19	2374,8	664,95
2020,2	2887,8	2925,8	2944,8	4800,27	4591,29	4610,29	3654,03	3780,69	2824,4	3901,01	2412,8	4559,63

(Columnas 0 a 53, Filas 65 a 94)

65	3609,71	6459,47	3888,4	2938,4	7662,71	2767,4	27,86	3660,4	2919,4	3540	3799,7	4534,3	3660,4	3090,4	3704,7	3552,71	3679,37	2279,8	2450,8	3103,1	3058,75
67	4445,64	5781,86	4711,6	3774,4	6966,1	3179,1	3286,7	4635,6	3761,7	4243	4629,3	5959,2	4471	3932,7	4534,3	4603,96	4496,3	3115,8	3293,1	2811,8	3894,68
68	696,61	9119,26	785,27	1146,2	10322,5	5401,9	2666,1	702,94	1158,9	1152,6	696,61	3844	542,09	1070,3	602,88	677,61	564,25	1798,5	1792,2	2229,2	1057,58
69	861,26	8232,66	829,6	962,59	9435,9	4534,3	1792,2	602,88	949,92	854,93	747,27	6712,8	605,42	427,47	652,28	499,66	626,95	924,59	918,26	1931,5	393,27
70	924,59	9182,58	1013,3	60,8	10385,8	5484,2	2742,1	785,27	45,6	664,95	924,59	2026,5	785,27	215,95	829,6	677,61	804,27	1659,2	1652,9	1741,5	181,75
71	572,49	9245,91	526,26	1241,2	10449,2	5528,6	2786,4	829,6	1253,9	1139,9	581,99	5357,6	664,95	1190,6	728,27	791,6	690,28	1918,8	1912,5	2216,5	1177,9
73	1918,84	7282,74	2077,2	1437,6	8485,97	3609,7	867,6	1849,2	1418,6	2039,2	1988,5	4648,3	1849,2	1589,5	1893,5	1741,52	1874,51	590,22	766,27	2229,2	1557,87
74	1779,52	7789,36	1868,2	918,26	8992,6	4078,3	1336,2	1640,2	905,59	1519,9	1779,5	4401,3	1640,2	1076,6	1690,9	1538,87	1665,53	578,82	816,93	1475,6	1038,58
75	911,93	9182,58	1000,6	49,4	10385,8	5471,6	2729,4	772,6	34,2	652,28	911,93	3730	772,6	203,92	819,47	668,11	794,14	1649,1	1642,7	1731,4	169,72
77	867,6	9119,26	956,26	709,28	10322,5	5433,6	2691,5	734,61	728,27	612,38	873,93	4515,3	734,61	163,39	778,94	626,95	753,61	1608,5	1602,2	1690,9	128,56
78	848,6	9119,26	943,59	696,61	10322,5	5414,6	2672,5	715,61	709,28	594,65	854,93	5072,6	715,61	145,65	759,94	609,22	734,61	1589,5	1583,2	1671,9	110,82
79	1108,24	9879,19	1190,6	2178,5	11082,4	6193,5	3451,4	1494,5	2191,2	2184,8	1089,2	Inf	1184,2	1741,5	1013,3	1317,23	1203,24	2203,8	2197,5	3261,4	1621,2
80	1082,91	9879,19	1165,2	2153,2	11082,4	6168,2	3426,1	1469,2	2165,8	2159,5	1063,9	4420,3	1158,9	1716,2	987,92	1291,89	1177,9	2178,5	2172,2	3236,1	1595,87
81	1063,91	9879,19	1146,2	2134,2	11019,1	6149,2	3407,1	1450,2	2146,8	2140,5	1044,9	6396,1	1139,9	1697,2	968,92	1272,9	1158,91	2159,5	2153,2	3217,1	1576,87
82	552,85	8992,6	639,61	835,93	10132,5	5262,6	2520,5	562,99	848,6	734,61	554,75	4350,6	401,5	930,92	462,3	535,12	423,67	1652,9	1652,9	1811,2	918,26
83	426,2	8865,94	515,49	709,28	10005,9	5135,9	2393,8	436,33	721,94	608,58	428,1	8422,7	274,84	797,93	335,64	408,47	297,01	1526,2	1519,9	1684,5	791,6
84	1000,58	8106	1095,6	639,61	9309,24	4376	1640,2	861,26	627,58	1057,6	1006,9	4610,3	861,26	626,32	848,6	759,94	886,59	671,28	664,95	2134,2	592,12
88	490,79	9182,58	458,5	1171,6	10385,8	5458,9	2716,8	759,94	1184,2	1070,3	514,22	4287,3	597,18	1120,9	658,61	721,94	619,35	1849,2	1842,9	2153,2	1114,58
92	1329,89	7789,36	1418,6	867,6	8992,6	4091	1348,9	1190,6	848,6	1443,9	1329,9	4395	1190,6	1019,6	1241,2	1082,91	1215,9	227,35	221,65	1982,2	987,92
94	1291,89	10259,2	1203,2	1963,2	11525,7	6586,1	3869,4	1906,2	2140,5	2026,5	1361,6	3666,7	1456,6	2013,8	1285,6	2070,83	1475,55	2476,1	2476,1	3109,4	1893,51

(Columnas 54 a 74, Filas 65 a 94)

4603,96	4141,66	4122,66	3027,09	4166,99	3426,05	4375,98	4660,95	Inf	1912,5	3723,7	3255,07	2875,1	3945,34	2165,8
5471,55	5034,59	4952,26	3863,02	5040,92	4724,28	4629,29	5534,88	3261,4	Inf	4382,31	4800,27	3717,4	4546,96	3008,1
1089,24	630,75	709,28	1000,58	658,61	791,6	968,92	1152,57	2634,5	4458,3	Inf	867,6	1304,6	533,22	1988,5
1937,84	1709,86	1070,25	360,34	1507,21	492,69	1646,53	2001,17	1766,9	3679,4	1057,58	Inf	905,59	1215,9	1120,9
1728,86	1266,56	1247,56	148,82	1291,89	873,93	1500,88	1785,85	2716,8	3970,7	848,6	949,92	Inf	1070,25	1912,5
1222,23	614,28	677,61	1127,24	785,27	918,26	555,39	1279,23	2761,1	4445,6	546,52	994,25	1393,2	Inf	2115,2
2754,78	2640,78	2191,15	1519,88	2666,12	1735,19	2875,1	3160,08	842,26	2754,8	2222,82	1570,54	1374,2	2444,47	Inf
2583,79	2127,83	2108,83	1006,92	2153,16	1728,86	2355,81	2647,12	1310,9	3223,4	1703,53	1336,22	854,93	1925,18	664,95
1718,73	1256,43	1237,43	137,42	1281,76	863,8	1490,74	1775,72	2706,7	3960,5	835,93	939,79	908,13	1060,11	1902,4
1678,2	1215,9	1196,9	96,26	1241,23	823,27	1450,21	1735,19	2666,1	3920	791,6	899,26	867,6	1019,58	1861,9
1659,2	1196,9	1177,9	78,53	1222,23	804,27	1431,22	1716,19	2647,1	3901	778,94	880,26	848,6	1000,58	1842,9
728,27	747,27	791,6	1671,86	620,62	1583,2	1437,55	386,94	3426,1	5490,6	1241,23	1659,2	2298,8	1564,21	2457,1
702,94	721,94	766,27	1646,53	595,28	1557,87	1412,22	360,97	3400,7	5465,2	1215,9	1633,87	2273,5	1538,87	2431,8
683,94	702,94	747,27	1627,53	576,29	1538,87	1393,22	341,97	3381,7	5446,2	1190,57	1614,87	2254,5	1519,88	2412,8
1158,91	702,94	880,26	861,26	728,27	652,28	1038,58	1222,23	2495,1	4040,3	69,03	728,27	987,92	602,88	1849,2
1279,23	816,93	753,61	734,61	842,26	525,62	1158,91	1336,22	2368,5	3913,7	246,35	602,25	861,26	842,26	1722,5
2020,17	1906,18	1209,57	559,19	1703,53	690,28	1849,18	2197,49	1608,5	3521,1	1260,23	525,62	581,99	1418,55	924,59
1152,57	658,61	609,85	1057,58	721,94	848,6	602,25	1215,9	2691,5	4376	478,76	924,59	1329,9	67,76	2045,5
2172,16	2292,48	1532,54	956,26	2096,16	1076,58	2235,48	2330,48	1323,6	3229,7	1652,87	911,93	804,27	1804,85	480,03
1000,58	588,95	1063,91	1944,17	379,97	1994,84	1260,23	658,61	3837,7	5332,2	1437,55	2077,16	2286,2	1507,21	2729,4

(Columnas 75 a 94, Filas 65 a 94)

2020,2	2887,8	2925,8	2944,8	4800,27	4591,29	4610,29	3654,03	3780,69	2824,4	3901,01	2412,8	4559,63
2856,1	3723,7	3768	3787	5674,2	5465,22	5484,22	4527,96	4255,65	3666,7	4502,63	3248,7	5484,22
2856,1	1317,2	1203,2	1215,9	1291,89	1082,91	1101,91	141,22	267,88	1165,2	489,53	1570,5	1051,25
1614,9	918,26	956,26	975,25	1880,85	1671,86	1690,86	987,92	1114,58	294,48	1177,9	696,61	2159,49
2368,5	12,03	53,2	70,29	1925,18	1716,19	1735,19	778,94	905,59	1241,2	1025,92	1494,5	1684,53
2843,4	1405,9	1291,9	1310,9	1418,55	1209,57	1228,57	429,36	556,02	1285,6	67,76	1690,9	1063,91
1323,6	1386,9	1424,9	1443,9	3008,09	2799,1	2818,1	2153,16	2279,81	1323,6	2400,14	721,94	3058,75
Inf	867,6	911,93	930,92	2786,44	2577,46	2596,45	1640,2	1766,86	804,27	1880,85	593,38	2545,79
2358,3	Inf	41,16	58,9	1915,04	1706,06	1725,06	768,8	895,46	1231,1	1015,78	1484,4	1674,4
2317,8	880,26	Inf	17,73	1874,51	1665,53	1684,53	728,27	854,93	1190,6	975,25	1443,9	1633,87
2298,8	861,26	747,27	Inf	1855,52	1646,53	1665,53	709,28	835,93	1171,6	956,26	1424,9	1614,87
3888,4	2311,5	2349,5	2368,5	Inf	25,33	44,33	1171,57	1298,23	1950,5	1519,88	2039,2	407,83
3863	2286,2	2324,1	2343,1	329,31	Inf	19	1146,24	1272,9	1925,2	1494,54	2013,8	381,87
3844	2267,2	2305,2	2324,1	310,31	214,05	Inf	1127,24	1253,9	1906,2	1475,55	1994,8	362,87
2343,1	1000,6	886,59	905,59	1361,56	1152,57	1171,57	Inf	126,66	1025,9	559,19	1431,2	1120,91
2216,5	873,93	759,94	778,94	1475,55	1266,56	1285,56	328,04	Inf	899,26	797,93	1304,6	1234,9
1456,6	594,02	633,28	652,28	2020,17	1811,19	1830,18	1190,57	1317,23	Inf	1374,22	424,93	1956,84
2780,1	1336,2	1228,6	1241,2	1348,89	1139,91	1165,24	361,6	488,26	1215,9	Inf	1621,2	1114,58
1374,2	816,93	854,93	873,93	2349,47	2140,49	2159,49	1583,2	1709,86	728,27	1760,52	Inf	2286,15
3736,4	2292,5	2184,8	2197,5	506,63	297,64	316,64	1317,23	1443,88	2368,5	1551,54	2311,5	Inf

