



## AJUSTAREA DATELOR FOLOSIND METODA CELOR MAI MICI PĂTRATE (Adjustment of Data Using the Least Squares Theory)

**Asist. univ. drd. Dedu Silvia**

Academia de Studii Economice din Bucuresti  
silvia\_cristina\_dedu@yahoo.com

**Asist. univ. drd. Șerban Florentin**

Academia de Studii Economice din Bucuresti  
florentinserban@yahoo.com

Una din problemele actuale cu care se confruntă agenții economici este prognoza nivelului rezultatelor unei anumite activități. Pentru realizarea acestui obiectiv este necesară înregistrarea valorilor rezultatelor pentru o perioadă mai mare de timp și găsirea unei funcții care să modeleze cât mai exact fenomenul studiat.

În teoria economică matematică, cele mai utilizate sunt modelele de ajustare a datelor folosind metoda celor mai mici pătrate.

Vom prezenta un studiu de caz ce va fi abordat cu ajutorul acestei metode, utilizând ajustarea parabolică.

Volumul vânzărilor unui pachet de servicii turistice pe o perioadă de 7 luni a înregistrat următoarea evoluție:

| Luna                    | martie | aprilie | mai | iunie | iulie | august | septembrie |
|-------------------------|--------|---------|-----|-------|-------|--------|------------|
| Volum vânzări (mii lei) | 30     | 54      | 76  | 82    | 70    | 50     | 45         |

Să se realizeze o prognoză pentru luna următoare.

Disponerea valorilor sugerează forma unei parabole.

Pentru simplificarea calculelor, tabelul precedent poate fi reprezentat sub forma:

|       |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | -3 | -2 | -1 | 0  | 1  | 2  | 3  |
| $y_i$ | 30 | 54 | 76 | 82 | 70 | 50 | 45 |

Vom folosi funcția de ajustare  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Suma pătratelor erorilor este dată de funcția:

$$F(a, b, c) = \sum_{i=1}^7 [f(x_i) - y_i]^2 = \sum_{i=1}^7 [ax_i^2 + bx_i + c - y_i]^2.$$

Punem condiția ca suma pătratelor erorilor să fie minimă: 
$$\begin{cases} F'_a(a, b, c) = 0 \\ F'_b(a, b, c) = 0 \\ F'_c(a, b, c) = 0 \end{cases} \text{ Avem:}$$

$$\begin{cases} F'_a(a,b,c) = 2 \sum_{i=1}^7 (ax_i^2 + bx_i + c - y_i)x_i^2 \\ F'_b(a,b,c) = 2 \sum_{i=1}^7 (ax_i^2 + bx_i + c - y_i)x_i \\ F'_c(a,b,c) = 2 \sum_{i=1}^7 (ax_i^2 + bx_i + c - y_i) \end{cases} \text{ rezultă sistemul } \begin{cases} a \sum_{i=1}^7 x_i^4 + b \sum_{i=1}^7 x_i^3 + c \sum_{i=1}^7 x_i^2 - \sum_{i=1}^7 x_i^2 y_i = 0 \\ a \sum_{i=1}^7 x_i^3 + b \sum_{i=1}^7 x_i^2 + c \sum_{i=1}^7 x_i - \sum_{i=1}^7 x_i y_i = 0 \\ a \sum_{i=1}^7 x_i^2 + b \sum_{i=1}^7 x_i + 7c - \sum_{i=1}^7 y_i = 0 \end{cases} (*)$$

| $x_i^2$              | $y_i$                    | $x_i^2$                   | $x_i^3$                  | $x_i^4$                    | $x_i y_i$                   | $x_i^2 y_i$                     |
|----------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|----------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| -3                   | 30                       | 9                         | -27                      | 81                         | -90                         | 270                             |
| -2                   | 54                       | 4                         | -8                       | 16                         | -108                        | 216                             |
| -1                   | 76                       | 1                         | -1                       | 1                          | -76                         | 76                              |
| 0                    | 82                       | 0                         | 0                        | 0                          | 0                           | 0                               |
| 1                    | 70                       | 1                         | 1                        | 1                          | 70                          | 70                              |
| 2                    | 50                       | 4                         | 8                        | 16                         | 100                         | 200                             |
| 3                    | 45                       | 9                         | 27                       | 81                         | 135                         | 405                             |
| $\sum_{i=1}^7 x_i =$ | $\sum_{i=1}^7 y_i = 407$ | $\sum_{i=1}^7 x_i^2 = 28$ | $\sum_{i=1}^7 x_i^3 = 0$ | $\sum_{i=1}^7 x_i^4 = 196$ | $\sum_{i=1}^7 x_i y_i = 31$ | $\sum_{i=1}^7 x_i^2 y_i = 1237$ |

Sistemul (\*) este echivalent cu:

$$\begin{cases} 196a + 0 \cdot b + 28c = 1237 \\ 0 \cdot a + 28b + 0 \cdot c = 31 \\ 28a + 0 \cdot b + 7c = 407 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4,654 \\ b = 1,107 \\ c = 76,761 \end{cases}$$

Am obținut parabola de ajustare  $f(x) = -4,654x^2 + 1,107x + 76,761$ .

Pentru prognoza lunii următoare vom considera  $x = 4$  și rezultă  $f(4) = 6,725$  mii lei, adică 67.250.000 lei.