

DEUDA EXTERNA PÚBLICA E INVERSIÓN EN COLOMBIA 1994-2007:

Evidencia de un Modelo No-Lineal TAR[♣]

Andrés Salamanca Viviana Monroy[♣]

Resumen

Este documento analiza la relación existente entre la deuda externa pública y la inversión privada para Colombia entre 1994 y 2007, a partir del modelo de series de tiempo no lineales TAR. La estimación del modelo se realizó a través de los métodos MCMC y el enfoque bayesiano. Los resultados muestran evidencia de una relación no lineal entre las variables de estudio, explicada por el modelo TAR. Además, el análisis indica la existencia de una relación inversa entre el crecimiento de la inversión privada y el crecimiento de la deuda pública externa.

Abstract

This document analyzes the relationship between public external debt and private investment for Colombia during the period 1994 to 2007, through nonlinear TAR model. In this work MCMC methods and Bayesian approach were used to estimate the model. The results show evidence of a nonlinear relationship between the variables studied, explained by TAR model. Moreover, the analysis indicates the existence of an inverse relationship between private investment growth and public external debt growth.

Palabras clave: Hipótesis de sobreendeudamiento, deuda externa pública, inversión, TAR, Enfoque bayesiano, MCMC.

Clasificación JEL: C11, C32, E22, E62

[♣] Las opiniones y resultados aquí presentados son de exclusiva responsabilidad de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Los autores agradecen la colaboración de Milena Hoyos y Norberto Rodríguez en el modelo econométrico, así como los comentarios de Enrique López, Luis F. Melo, Munir Jalil y Martha Misas. También agradecemos los comentarios realizados por los participantes del Seminario de Economía del Banco de la República y el VI Foro de Estudiantes de Economía de la Universidad del Rosario.

[♣] Los autores son asistentes de investigación de la Unidad de Investigaciones y del Departamento de Modelos Macroeconómicos del Banco de la República respectivamente.
asalamancal@unal.edu.co, vpmonroym@unal.edu.co.

1. INTRODUCCIÓN

Desde finales del siglo XX Colombia ha enfrentado periodos de persistentes y elevados déficit presupuestarios que han elevado rápidamente el valor nominal de la deuda pública. El endeudamiento externo se ha convertido en la principal fuente de financiación para la economía colombiana, en una situación en la que el persistente déficit fiscal ha sido el resultado de una escasez en los fondos derivados del ahorro interno. No obstante, es fácil observar que el continuo endeudamiento externo torna insolvente al país deudor creando así expectativas sobre el desempeño general de la economía.

Como resultado de las crisis de la deuda observadas en los países pobres altamente endeudados, la teoría económica ha desarrollado numerosos estudios a cerca de la hipótesis de sobreendeudamiento de los países en desarrollo (*Debt Overhang*), según la cual los agentes del sector privado ven la deuda externa como un impuesto futuro sobre la rentabilidad del capital, esto debido a que el gobierno deberá financiar los pagos del servicio de deuda incrementando los impuestos futuros, elevando el costo del capital y de este modo, el costo de oportunidad de las inversiones presentes. Como consecuencia de esto, el mayor endeudamiento crea expectativas que desplazan los recursos de inversión (*Crowding Out*) hacia actividades que generan mayores niveles de rentabilidad a corto plazo.

Es sensato pensar que niveles razonables de endeudamiento contribuyen al crecimiento, y que de este modo se generan expectativas positivas sobre el desempeño general de la economía que incentivan la inversión privada¹, sin embargo, altos saldos de deuda acumulada conducen, como se mencionó anteriormente, a una reducción de la inversión.

¹ El nexo entre deuda e inversión puede verse además a través de la cuenta fiscal (Serieux & Samy, 2001). Niveles superiores de endeudamiento hacen necesario reducir parte de la inversión pública debido a la insuficiencia de recursos para cubrir los pagos del servicio de deuda. Además, se presentaría una reducción de la inversión privada dado que esta es complementaria de los proyectos de inversión pública.

Estudios realizados recientemente corroboran la existencia de una relación de tipo no lineal entre el endeudamiento externo y la inversión². Este es el caso de la investigación empírica para Colombia realizada por Rubio, Ojeda y Montes (2003) en la cual se evalúa el impacto de la deuda externa sobre la inversión privada y el crecimiento empleando una especificación de dos ecuaciones estimadas simultáneamente mediante mínimos cuadrados en dos etapas con variables instrumentales, en la cual la relación entre deuda y crecimiento es de tipo curva de Laffer.

Con este trabajo se examina si la deuda externa pública es una variable de control que afecta indirectamente a la inversión. Es importante anotar que esta investigación no pretende realizar una exploración a cerca de los determinantes de la inversión en Colombia. En este sentido el objetivo central del trabajo es tratar de responder a la siguiente pregunta: ¿Existe para Colombia evidencia de que el endeudamiento público externo influye sobre la inversión privada? Para esto examinaremos la relación existente entre la deuda externa pública y la inversión en Colombia para el periodo 1994-2007 empleando un modelo de series de tiempo no-lineales TAR (por sus siglas en inglés Threshold Autoregressive), el enfoque de Nieto (2005) y Hoyos (2006), la metodología de Tong (1990) y el método Bayesiano. Cabe mencionar que, en el caso colombiano al conocimiento de los autores, este es el segundo estudio relacionado directamente con el tema³. Así pues, los resultados derivados de este análisis deben ser considerados como una evidencia preliminar sólo para el periodo de estudio.

El documento se encuentra dividido en cinco secciones incluyendo esta introducción: en la segunda, se presenta un conjunto de hechos estilizados para la deuda externa pública; en la tercera el planteamiento teórico de la hipótesis de sobreendeudamiento y del modelo TAR; en la cuarta los resultados empíricos; y en la quinta, las conclusiones.

² Muchos de los estudios realizados alrededor de éste tema se concentran en el efecto indirecto del endeudamiento externo sobre el crecimiento de los países a través de la reducción de la inversión privada. No obstante, la relación no lineal entre endeudamiento externo e inversión privada se mantiene para el caso en el cual se estudia el efecto indirecto de la deuda externa sobre la inversión como se verificará posteriormente.

³ El primer estudio relacionado con la relación entre deuda externa e inversión para el caso colombiano, como se mencionó anteriormente es el realizado por Rubio et al (2003).

2. HECHOS ESTILIZADOS DE LA DEUDA EXTERNA PÚBLICA

La Figura 1 presenta la evolución de la deuda pública externa como proporción del PIB durante los años de 1994 – 2007. Desde el periodo de 1993 hasta 1998 la deuda se incremento de manera gradual, coincidiendo con un marco de liberalización de la economía colombiana impuesto por un proceso de apertura internacional de mercados y de un notable crecimiento del gasto privado. Entonces en busca de financiamiento, el sector público decidió emitir bonos en el mercado interno (TES) y externo, aumentando la participación en el valor de saldo de la deuda de estas nuevas fuentes de financiación. Por su parte, los préstamos otorgados por la banca multilateral y bilateral se redujeron como resultado de sustitución de la deuda externa por interna.

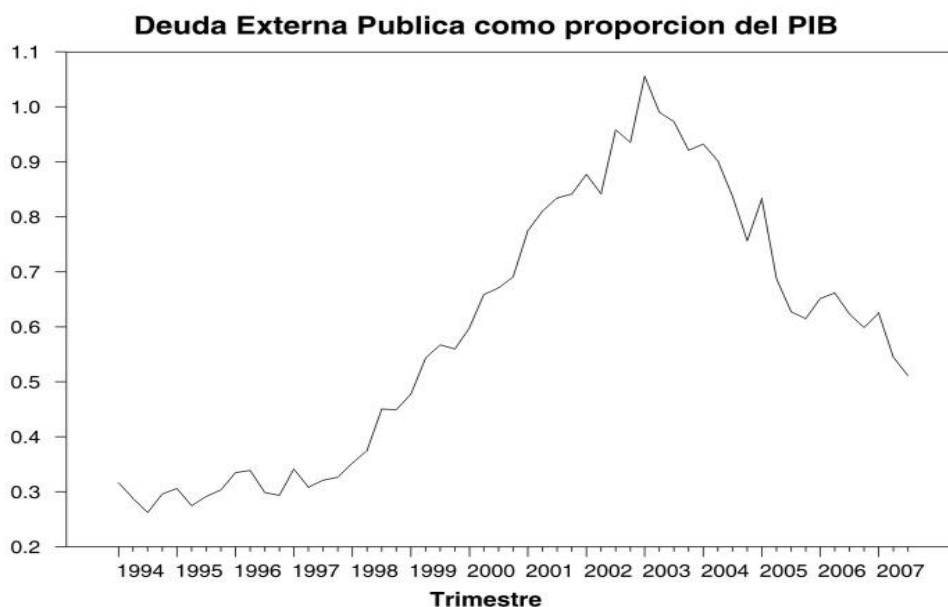


Figura 1: Deuda pública externa como proporción del PIB

Como consecuencia de la crisis financiera internacional iniciada a finales de 1997, los flujos de capitales hacia las economías de la región disminuyeron dramáticamente, lo cual se reflejó en un déficit de recursos principalmente para la banca privada. Así, la deuda externa colombiana disminuyó de una manera sustancial hacia 1998, no obstante la crisis también trajo

un aumento del déficit fiscal y por ende se presentó un aumento de la deuda pública hacia finales de 1999 que coincidió con bajas tasas de crecimiento de la inversión privada y en particular del PIB. Sin embargo, cabe señalar que entre 2001 y 2002, se presentó una leve recuperación del flujo neto de endeudamiento externo. También es importante señalar que entre 2001 y 2002 el saldo de la deuda externa como proporción del PIB aumentó como consecuencia de la devaluación del peso frente al dólar en cálculo del PIB nominal.

Entre 2003 y 2005 la deuda externa se redujo en US \$1.523 millones, principalmente por la ejecución de prepagos de deuda externa que se llevaron a cabo durante este periodo. No obstante varios hechos han influido en este comportamiento: “las reformas estructurales, la búsqueda de la calificación de la deuda externa en grado de inversión, el crecimiento económico, la alta liquidez de los mercados internacionales y las bajas tasa de interés internas y externas. Todo ello facilitó la aplicación de políticas de financiamiento activas y la ejecución de operaciones de manejo de la deuda pública”⁴. Para el 2004 la inversión extranjera directa aumento un 35%, principalmente por las políticas de atracción de capitales en el sector turismo y petróleo.

Para el 2006, a pesar que se ejecutaron operaciones para el manejo de la deuda con las cuales se redujo la exposición del Gobierno, hacia finales de ese año se realizó un pre-financiamiento del presupuesto que incremento nuevamente los saldos y así la proporción en el PIB. No obstante, para el 2007 la deuda pública externa de Colombia se redujo a un 16,7 por ciento del Producto Interno Bruto (PIB) al final del año pasado, comparado con el 19,3 por ciento del PIB que representó en el 2006, debido a la mayor expansión de la economía en las últimas tres décadas, de un 7,52 por ciento y la inversión extranjera directa una cifra récord de 6.768,3 millones de dólares, un 71 por ciento más que el año anterior.

⁴ Contraloría General de República. (2007, mayo). *La Situación de la Deuda Pública*, 23.

3. EL EFECTO DE LA DEUDA EXTERNA SOBRE LA INVERSIÓN

3.1. Hipótesis de Sobreendeudamiento

Todo país posee la capacidad para llevar a cabo financiamiento de sus obligaciones fiscales en condiciones de escasez de recursos internos y así mismo realizar el reembolso de sus obligaciones externas. Este escenario es sostenible siempre que el saldo de la deuda sea compatible con los proyectos productivos a los cuales se destinan estos recursos. Sin embargo, si el saldo de la deuda alcanza niveles muy elevados es muy probable que el gobierno comience a incumplir con la programación de sus desembolsos, lo cual puede conducir a financiar sus obligaciones externas incrementando los impuestos futuros, llevando a cabo políticas inflacionarias y/o precipitando una devaluación de la moneda como consecuencia de la demanda de divisas. Así pues, la hipótesis de sobreendeudamiento (*Debt Overhang*) establece que los agentes del sector privado y posiblemente los potenciales inversionistas extranjeros al observar un mayor endeudamiento externo por parte del gobierno generan expectativas de desincentivo sobre la inversión que llevan a una reducción de la inversión privada lo que a su vez conduce a una menor tasa de crecimiento (Borensztein 1990). De esta manera se pierde buena parte del incentivo para llevar a cabo proyectos de inversión por parte del sector privado y programas de ajuste por parte del sector público (Rubio et al 2003, 13).

Adicionalmente al efecto indirecto de la deuda sobre el crecimiento a través de la reducción de la inversión, el sobreendeudamiento tiene un efecto directo sobre el crecimiento al reducir la eficacia de la inversión ya que los inversionistas tienden a asignar sus recursos a proyectos de corto plazo que son menos eficientes. (Pattillo, Poirson & Ricci 2002, 34).

La literatura relacionada con la hipótesis del sobreendeudamiento está basada principalmente en dos conjeturas: En primer lugar, se encuentra la hipótesis de Krugman (1988) según la cual los altos niveles de endeudamiento externo son concebidos por el sector privado como una alta

probabilidad de mayores impuestos futuros lo cual reduce el retorno esperado del capital generando un desincentivo para la inversión presente. En segundo lugar, se encuentra la hipótesis de Hjertholm, Laursen y White (1998); de acuerdo con ésta, un alto costo futuro del servicio de deuda consecuencia de una elevada acumulación de saldos de deuda externa, incrementa la probabilidad de que el gobierno lleve a cabo políticas inflacionarias con el objeto de obtener financiamiento por parte de la banca central y/o ocasione una devaluación de la moneda local resultado del exceso de demanda de divisas necesarias para cumplir con los desembolsos de deuda.

3.2. Disponibilidad de Recursos y Contracción del Financiamiento

Niveles elevados en el servicio de la deuda pueden conducir a incrementar el gasto público en intereses y de este modo el déficit público, lo que a su vez reduciría el ahorro interno y conllevaría posteriormente a una reducción del crédito disponible para la inversión privada (Clements, Bhattacharya & Quoc Nguyen, 2004). Por otro lado, diversos estudios a cerca de las fuentes de financiamiento de los países altamente endeudados, han encontrado que existe una fuerte relación directa entre el endeudamiento interno y externo del Gobierno. De este modo, un alto endeudamiento externo estaría acompañado por niveles igualmente elevados de financiamiento interno, que al igual que en el caso anterior conducirían a una disminución de los recursos derivados del ahorro interno disponibles para los proyectos de inversión.

Particularmente en Colombia durante los años 90's e incluso hasta el 2003 la relación entre el endeudamiento interno y externo del Gobierno Nacional Central fue prácticamente uno a uno; como se anotó anteriormente, sólo hasta mediados del año 2003 tras las reformas estructurales, la búsqueda de la calificación de la deuda externa en grado de inversión y la reducción de la exposición del Gobierno mediante la modificación de la composición de la cartera, esta relación se mantuvo estable. Adicionalmente, trabajos como el desarrollado por Ocampo y Tovar (1996) han mostrado que el financiamiento externo tanto privado como público tuvo un

rol crucial en la evolución del ahorro y la inversión en Colombia en los 90's. Por otro lado, investigaciones como las realizadas por Tenjo y López (2002), Tenjo, Martínez & López (2007) y Delgado (2003), han revelado que el acceso al crédito, las restricciones al financiamiento y la disponibilidad de los recursos del ahorro interno repercutieron de forma importante en la determinación del gasto en inversión por parte del sector privado desde los años 1990's hasta la actualidad. Esto pone de manifiesto la preponderancia que posee el efecto del financiamiento externo público sobre la disponibilidad de recursos en la economía y consecuentemente sobre la inversión privada.

3.3. Curva de Laffer para la Deuda Externa

La curva de Laffer es una representación del valor esperado del servicio de la deuda que perciben los prestamistas o el mercado en función del saldo nominal de ésta (Figura 2). Cuando los saldos de la deuda externa se encuentran en niveles bajos se espera que el gobierno cumpla con la programación de los pagos del servicio de deuda, luego la probabilidad de no pago es cero y la curva tiene pendiente positiva. Sin embargo, una vez se alcanza el punto A, el pago esperado del servicio de deuda comienza a aumentar menos que proporcionalmente con respecto al crecimiento de la deuda, de modo que la probabilidad de no pago deja de ser nula. Una vez se llega el punto máximo E, el pago esperado del servicio de deuda comienza a descender.

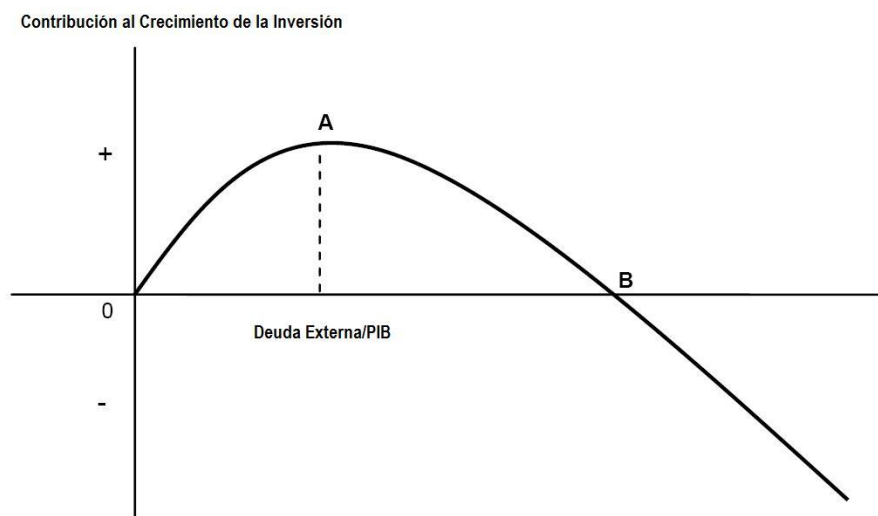


Figura 3: Curva de Laffer de la deuda externa y el crecimiento de la inversión.
 Fuente: Rubio et al (2003) y construcción de los autores.

A partir del punto A de la Figura 3 el impacto marginal del endeudamiento externo comienza a ser decreciente, es decir, el mayor endeudamiento comienza a actuar como un impuesto sobre la inversión. Este umbral corresponde al punto A en la Figura 2.

Como se mencionó anteriormente numerosos estudios para diferentes países han mostrado la existencia de una relación de tipo no lineal entre la deuda externa y la inversión. Estos estudios han empleado diferentes técnicas de estimación econométrica, tales como el método de mínimos cuadrados ordinarios (OLS), mínimos cuadrados en dos etapas con variables instrumentales (*Two-Stage Least Squares*) y el método generalizado de los momentos (GMM). Además, se utilizan diferentes modelos para investigar la relación entre la deuda externa y la inversión, a través de especificaciones cuadráticas pero lineales en los parámetros. Por otro lado, ese tipo de especificaciones no tienen en cuenta el carácter dinámico de las series de estudio. En consideración a lo anterior, en este trabajo se emplea una especificación de series de tiempo no lineales, a través del modelo TAR y la estimación se lleva a cabo mediante el enfoque Bayesiano y los métodos de simulación MCMC.

3.4. Especificación del Modelo TAR

El sistema dinámico representado por el modelo TAR está conformado por un proceso estocástico endógeno X y uno exógeno Z . Para el caso particular de esta investigación X es un indicador de inversión privada y Z un indicador de endeudamiento público externo. La ecuación del sistema dinámico está dada por:

$$X_t = a_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{k_j} a_i^{(j)} X_{t-i} + h^{(j)} \varepsilon_t,$$

Si Z_t pertenece al intervalo real $B_j = (r_{j-1}, r_j]$ para algún $j = 1, \dots, l$, donde $r_0 = -\infty$ y $r_l = \infty$. Los números reales r_j ($j = 1, \dots, l$) son llamados los umbrales del proceso $\{Z_t\}$ y ellos definen l regímenes para el mismo. Entiéndase por umbrales aquellos valores de la variable exógena Z que particionan el conjunto de observaciones de la misma variable. Cada conjunto se define como un régimen y determina el comportamiento dinámico de la variable X (proceso autoregresivo) sobre ese conjunto. Es decir, esta ecuación significa que la respuesta dinámica del indicador de inversión privada depende de los valores del endeudamiento público externo. Además, $\{\varepsilon_t\}$ es un proceso ruido blanco Gaussiano de media cero y varianza uno, independiente de $\{Z_t\}$. Los coeficientes $a_i^{(j)}$ y $h^{(j)}$ ($j = 1, \dots, l; i = 0, 1, \dots, k_j$) son números reales y los números enteros no negativos k_1, \dots, k_l denotan los órdenes autoregresivos de $\{X_t\}$ en cada régimen. Se empleará la notación TAR($l; k_1, \dots, k_l$). El proceso $\{Z_t\}$ es exógeno y sigue una cadena de Markov homogénea de orden p . Adicionalmente, se supone que la cadena de Markov $\{Z_t\}$ tiene una distribución estacionaria.

El análisis del modelo consta de las siguientes fases: i) Identificación, la cual se realiza a través de la metodología propuesta por Tong (1990); ii) Estimación, para la cual se emplea el enfoque Bayesiano y los métodos de simulación MCMC (Gibbs Sampler) y iii) La validación.

3.5. Identificación del Modelo TAR

Identificación de los umbrales y órdenes autoregresivos. La identificación de los umbrales se realiza a través de la minimización del criterio de información NAIC de Tong (1990) y de la suma de cuadrados de los residuos, por medio de una búsqueda entre cuantiles de la distribución empírica de los datos de \mathbf{z} . Los umbrales deben calcularse para los posibles valores del número de regímenes, $l = 2, \dots, l_o$ considerando todas las combinaciones ordenadas de cuantiles y de los órdenes autoregresivos. Nieto (2005) recomienda para la selección del orden \bar{k} máximo, ajustar diversos modelos autoregresivos lineales a los datos \mathbf{x} y usar el criterio de información AIC para seleccionar entre ellos.

Número de regímenes. En esta aplicación se asumirá que el número máximo de regímenes del proceso $\{Z_t\}$ es dos. De acuerdo con la hipótesis de la curva de Laffer para la relación entre deuda externa y las amortizaciones (Pattillo et al 2002), su extensión al caso de la relación entre deuda externa y crecimiento de la inversión y la relación no lineal entre deuda externa e inversión determinada en parte por la hipótesis de sobreendeudamiento es plausible asumir la existencia de máximo dos regímenes de deuda externa que determinen el comportamiento de la inversión en cada uno de ellos. De este modo, es razonable pensar que existe un nivel de deuda (umbral) que define dos comportamiento de la inversión; el primero para el cual el endeudamiento contribuye al crecimiento, generando expectativas positivas sobre el desempeño general de la economía que incentivan la inversión privada, y el segundo donde la acumulación de saldos de deuda conduce a un detrimento de la inversión.

3.6. Estimación del Modelo TAR

La densidad condicional de interés es $p(\boldsymbol{\theta}_x | \mathbf{x}, \mathbf{z})$, donde $\boldsymbol{\theta}_x$ es el vector de parámetros de $\{X_t\}$. Para su obtención se calculan las densidades completas de los parámetros desconocidos $a_i^{(j)}$ y $h^{(j)}$ ($j = 1, \dots, l; i = 0, 1, \dots, k_j$).

Una vez se tienen las densidades condicionales completas⁵ $p(\theta_j | \theta_i; i \neq j, h, \theta_z, X, Z)$ y $p(h_j | h_i; i \neq j, \theta_j, \theta_z, X, Z)$ se emplea el muestreador de Gibbs para obtener las estimaciones de los parámetros. Se emplea la media de la muestra $\{h^{(i,j)}\}_{i=1}^M$ como estimador final de la varianza del término de perturbación, con $h^{(i,j)}$ el valor simulado de $h^{(j)}$ en la iteración i , y M el número de iteraciones de la simulación. Y como estimador final de los coeficientes de los órdenes autoregresivos se emplea la media de la muestra $\{\theta_j^i\}_{i=1}^M$ con θ_j^i el valor simulado de θ_j en la iteración i .

3.7. Validación del Modelo TAR

Para cada $t = 1, \dots, T$, sea

$$\hat{\varepsilon}_t = \frac{X_t - X_{t,t-1}}{h^{(j)}}$$

si $Z_t \in B_j$ para algún j ($j = 1, \dots, l$), donde $X_{t,t-1} = a_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{k_j} a_i^{(j)} X_{t-i}$ es el predictor un paso delante de X_t . Nieto (2005) denomina a estos residuos, residuos pseudoestandarizados. El autor usa las gráficas CUSUM y CUSUMQ, para chequear especificación del modelo y heteroscedasticidad en $\{\varepsilon_t\}$. Adicionalmente se emplea el estadístico Q Ljung-Box para chequear autocorrelación. Se realiza además, la prueba Jarque-Bera para examinar normalidad

⁵ Las densidades condicionales completas se describen detalladamente en el anexo 7.4.

de los residuos⁶. Por último, con el fin de detectar subespecificación relacionada con no-linealidad no modelada, se emplea la adaptación para modelos TAR de la estadística de prueba propuesta por Eitrheim y Teräsvirta (1996) para modelos STAR (por sus siglas en inglés Smooth Transition Autoregressive)⁷, en la que se contrasta la hipótesis nula de no estructuras no-lineales adicionales contra la alternativa de componente aditivo STAR adicional, a partir de una evaluación de la no-linealidad residual.

4. RELACIÓN ENTRE LA DEUDA EXTERNA PÚBLICA Y LA INVERSIÓN EN COLOMBIA 1994 – 2007.

Aunque las cuentas nacionales proporcionan útil información acerca de las fuentes del crecimiento económico, no explican de forma amplia los resultados de dicho crecimiento. Por simplicidad las tasas de crecimiento de los factores de la economía se toman como dadas, de modo que no puede explicar la dinámica del capital o el trabajo a lo largo del tiempo. El crecimiento del acervo de capital específicamente está determinado por una multitud de factores que influyen en las decisiones de ahorro e inversión de los agentes.

Esta investigación tiene por objetivo examinar de forma algo más detallada la dinámica del proceso de crecimiento de la inversión, para ello se abandona el supuesto de que el stock de capital es fijo y estudiamos en particular como afecta el crecimiento del endeudamiento público externo al crecimiento del acervo de capital y por supuesto el crecimiento general de la economía. Nuestro análisis está basado sobre “la teoría del stock de capital deseado y el costo de uso ajustado”. La decisión sobre la cantidad de inversión que desean realizar las empresas depende en gran medida de las expectativas sobre el futuro de la economía. Cuando

⁶ Es importante resaltar que el proceso $\{\hat{\epsilon}_t\}$ no es necesariamente un ruido blanco igual que $\{\epsilon_t\}$ como lo demuestra Nieto (2005).

⁷ Con el fin de implementar la estadística de prueba a los modelos TAR se siguen las líneas propuestas por los autores tomando un parámetro de suaviamiento (γ) lo suficientemente grande de modo que permita representar el modelo TAR a través de un modelo LSTAR (por sus siglas en inglés Logistic Smooth Transition Autoregressive) con bastante precisión.

las empresas invierten capital, comprometen sus recursos actuales en la ampliación de su capacidad productiva con el fin de obtener mayores beneficios futuros.

La variable dependiente analizada es el crecimiento de la inversión privada relativa, medida ésta a través de la Formación Bruta de Capital Fijo (FBKF) como proporción del Producto Interno Bruto (PIB), y la explicativa es el crecimiento de la Deuda Externa Pública del Gobierno Nacional Central (DEXT) como proporción del PIB⁸.

Para esta aplicación las variables se construyeron como se indica⁹:

$$X_t = \left[\ln \left(\frac{FBKF_t}{PIB_t} \right) - \ln \left(\frac{FBKF_{t-1}}{PIB_{t-1}} \right) \right]$$

y

$$Z_t = \left[\ln \left(\frac{DEXT_t}{PIB_t} \right) - \ln \left(\frac{DEXT_{t-1}}{PIB_{t-1}} \right) \right]$$

Las observaciones empleadas para estas variables corresponden al periodo 1994 a 2007 en frecuencia trimestral. Las dos series de estudio se presentan en las Figuras 4 y 5:

⁸ Se emplea la Deuda Externa como proporción del PIB dado que lo que se quiere analizar es el efecto del endeudamiento excesivo. Obsérvese que un mayor ingreso le permite a la nación deudora comprometer mayor cantidad de recursos en financiamientos adicionales sin comprometer su capacidad de pago, luego considerar un aumento de saldo absoluto no tiene en cuenta este efecto. Por otro lado, la variable de umbrales no satisface la condición de estacionariedad exigida por el modelo, por lo cual se emplea su tasa de crecimiento.

⁹ Las variables en nivel hacen parte del conjunto de variables analizado por Rubio et al (2003) a través de modelos de regresión lineal.

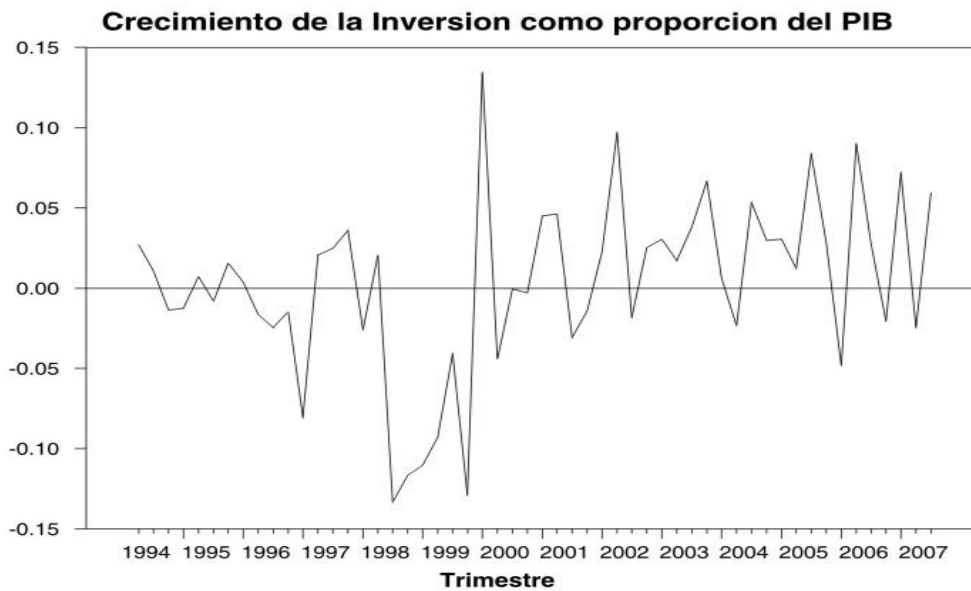


Figura 4: Crecimiento de la inversión como proporción del PIB

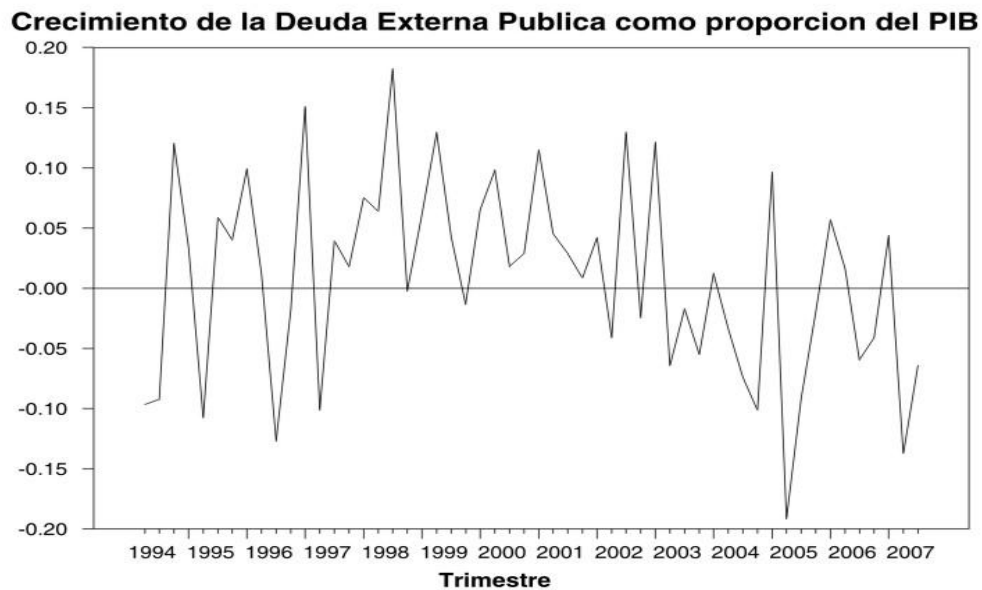


Figura 5: Crecimiento de la deuda externa como proporción del PIB

Para realizar la prueba de no linealidad entre la variable endógena X (crecimiento de la inversión privada como proporción del PIB) y la variable exógena Z (crecimiento de la deuda pública como proporción del PIB) se emplea la estadística de prueba propuesta por Tsay (1989) para modelos de umbral, en la que se contrasta la hipótesis nula de linealidad contra la

alternativa de no linealidad explicada por la presencia de umbrales, a partir de una regresión ordenada estimada por el método de mínimos cuadrados recurrentes.

La prueba de no linealidad se realizó para diferentes rezagos de la variable de umbrales Z_{t-d} , con $d = 1, \dots, 8$. Para determinar el orden \bar{k} máximo se ajustó un modelo autoregresivo lineal a la variable X . Con base en los criterios de información AIC y BIC, el valor obtenido fue $\bar{k} = 2$. Los resultados se presentan en el Cuadro 1.

Cuadro 1: Prueba de no linealidad

Rezagos de la variable de umbral, d									
k = 1									
Test	0	1	2	3	4	5	6	7	8
F	0.40144	3.59001	0.89170	0.99250	1.33624	0.89372	0.14282	0.01702	1.84692
p-valor	0.67154	0.03508	0.41664	0.37828	0.27284	0.41627	0.86731	0.98313	0.17030
k = 2									
Test	0	1	2	3	4	5	6	7	8
F	0.26577	2.45126	0.40115	0.90269	0.54396	1.14817	0.47955	1.23963	0.94195
p-valor	0.84971	0.07534	0.75283	0.44732	0.65479	0.34055	0.69824	0.30772	0.42945

La hipótesis nula de linealidad es rechazada para el rezago uno al 5% para un valor de $k = 1$ y al 10% para un valor de $k = 2$. Luego el valor de d para los datos es 1, que corresponde al primer rezago de la variable de umbrales Z . Este resultado se mantiene para valores de $k > 2$, así como para valores de d superiores.

Con el propósito de explorar de forma gráfica la no-linealidad de la variable endógena X se realizaron diagramas de dispersión de X_t vs. X_{t-h} ; $h = 1, 2$. Los gráficos presentados en la Figura 6 muestran que no existe asociación lineal entre las variables X_t vs. X_{t-h} . Lo anterior no significa que no haya algún tipo de relación entre las variables, sino más bien que ésta puede ser de tipo no lineal.

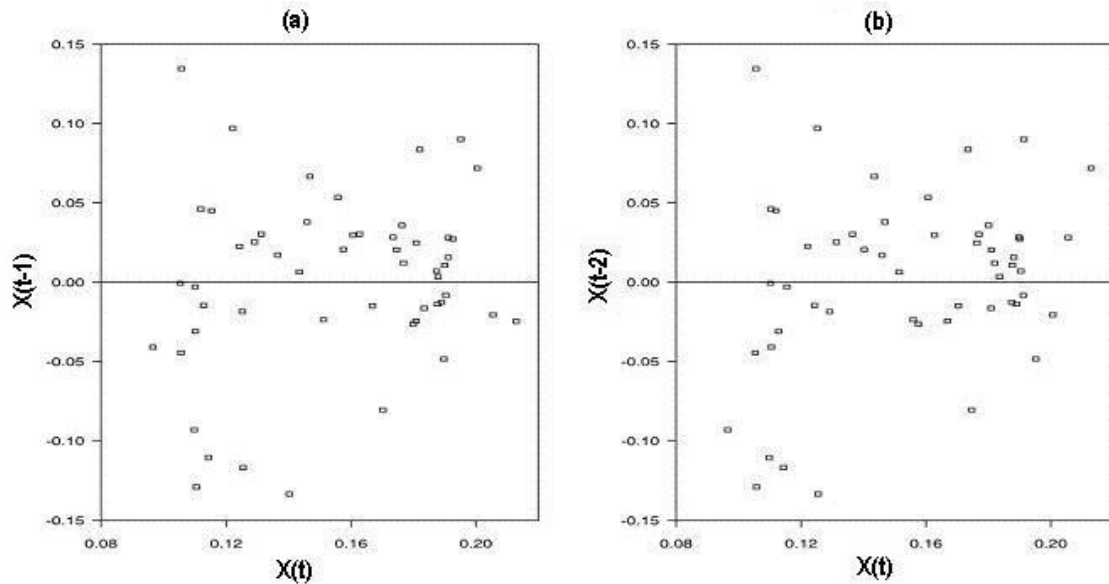


Figura 6: (a) Gráfico de dispersión X_{t-1} vs. X_t
 (b) Gráfico de dispersión X_{t-2} vs. X_t

Por lo anterior, en lo que sigue de esta aplicación la variable de entrada al sistema dinámico será $\tilde{Z} = Z_{t-1}$, correspondiente a un rezago de un trimestre¹⁰. La Figura 7 ilustra el crecimiento de la inversión como proporción del PIB y el crecimiento de la deuda externa como proporción del PIB rezagada 1 trimestre. En esta se aprecia alta correlación negativa entre las variables, particularmente entre 1994-2001. Además se observa poca variabilidad en el crecimiento de la inversión exceptuando el periodo 1998-1999 caracterizado por bajas tasas de crecimiento de la inversión privada y del PIB, y en particular por la contracción económica ocurrida en 1999. Por lo demás, el comportamiento de la inversión es bastante estable a lo largo del periodo de estudio. Adicionalmente se resalta la reducción de la inversión, luego de periodos de alto endeudamiento.

¹⁰ Este valor para el rezago coincide con el que encontraron óptimo Rubio et al (2003) de acuerdo con los criterios de información AIC y BIC, para relacionar las dos variables de estudio.

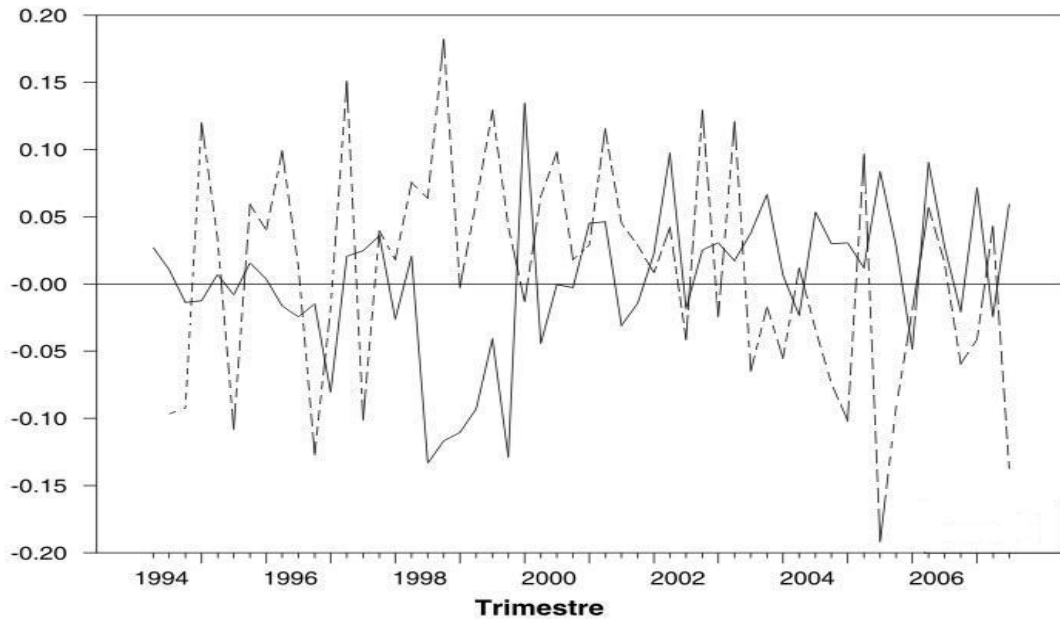


Figura 7: — Crecimiento FBKF/PIB, $X(t)$ - - - Crecimiento DEXT/PIB rezagada, $Z(t-1)$

Para la identificación del umbral se tomaron como posibles candidatos los percentiles de la distribución empírica de Z : 20,21,...,79,80, con sus respectivos valores. Para la escogencia del umbral del modelo se realizó una búsqueda entre el conjunto de posibles candidatos. Los umbrales seleccionados de acuerdo con el mínimo NAIC y RSS (Residual Sum of Squares) para las diferentes combinaciones de órdenes autoregresivos son presentados en el Cuadro 2.

Cuadro 2: Identificación de umbrales y órdenes autoregresivos

Umbral	Órdenes		
	Autoregresivos	Mínimo NAIC	Mínimo RSS
-0,0056	1,1	-2,5491	0,1262
-0,0056	1,2	-2,5836	0,1089
-0,0056	2,1	-2,4646	0,1247
-0,0114	2,2	-2,5463	0,1088

Nótese que para todas las combinaciones de órdenes autoregresivos el umbral identificado en cada caso coincide tanto para el NAIC como para el RSS. Además, el umbral identificado en la mayoría de los casos fue el que corresponde al percentil 40 de la distribución empírica de Z , es decir, $Z = -0,0056$.

Para la selección de los órdenes autoregresivos se tomó el conjunto de órdenes que minimizaban el NAIC y el RSS dentro del conjunto de umbrales identificados. De acuerdo con el RSS el conjunto de órdenes autoregresivos corresponde a un AR(2) en ambos regímenes, sin embargo empleando el criterio de información NAIC, el conjunto de órdenes autoregresivos identificados es un AR(1) en el régimen uno y un AR(2) en el régimen dos (véase Cuadro 2). Observemos que la diferencia en la suma del cuadrado de los residuos entre el modelo TAR(2;1,2) y el modelo TAR(2;2,2) es poco significativa por tanto se empleó el criterio NAIC para la selección de los órdenes autoregresivos.

Los resultados anteriores muestran que el umbral identificado corresponde a un crecimiento significativamente nulo de la deuda externa pública rezagada un trimestre ($Z_{t-1} = -0,0056$). De este modo, la caracterización de los diferentes regímenes es como sigue: crecimiento negativo de la deuda pública externa ($Z_{t-1} < 0$)¹¹ para el primer régimen y crecimiento positivo para el segundo ($Z_{t-1} > 0$). La Figura 8 muestra que la mayor cantidad de observaciones del primer régimen hacen parte del periodo 2003-2007, mientras que la mayor parte de las observaciones del segundo régimen hacen parte del periodo 1994-2002.

¹¹ Aunque la caracterización de los regímenes se realiza empleando como umbral un valor nulo de crecimiento de la deuda externa pública con el propósito de realizar una mejor interpretación económica, para efectos de las estimaciones se empleó el valor identificado del umbral. En términos de las observaciones, la diferencia entre uno y otro valor es de un dato entre regímenes.

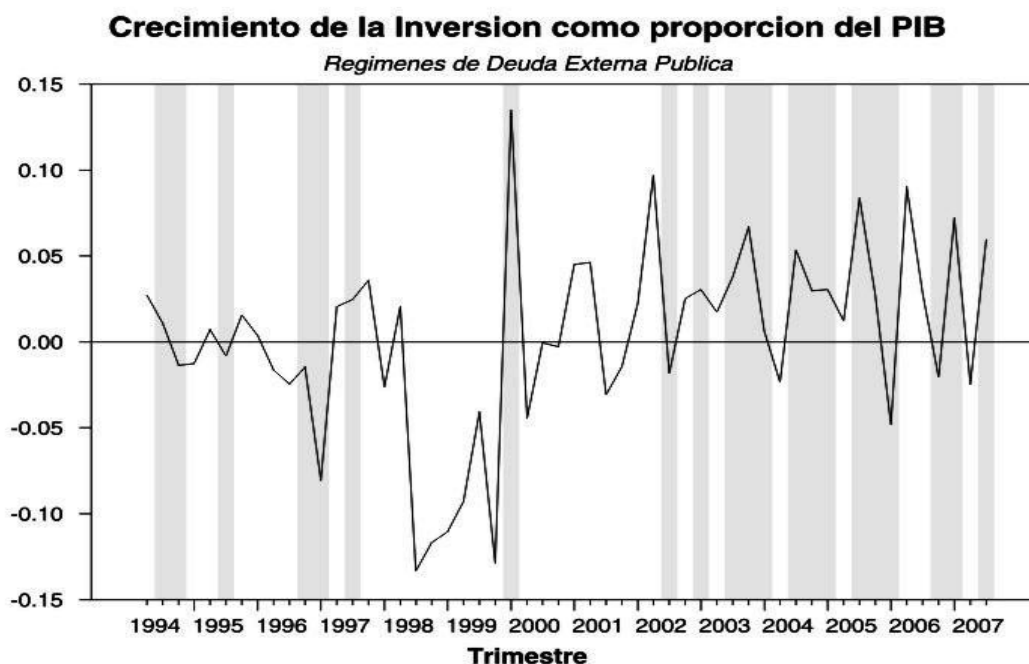


Figura 8: – Crecimiento FBKF/PIB, $X(t)$.

Las observaciones sombreadas corresponden al primer régimen de deuda externa pública.

Como se observa, la Figura 8 muestra que durante el periodo 1994:01 hasta 2000:01 el comportamiento de la inversión está caracterizado por múltiples cambios de régimen. Se esperaría de acuerdo con las hipótesis de sobreendeudamiento y contracción del financiamiento enunciadas anteriormente, que las observaciones identificadas en el primer régimen (crecimiento negativo de la deuda externa pública) estuviesen asociadas a crecimientos positivos de la inversión privada y viceversa para aquellas identificadas en el segundo régimen, sin embargo, se observa que algunas datos identificados en el régimen uno poseen signo negativo, como es el caso particular de 1997:01. Esto se explica, como se mencionó anteriormente debido a que durante el periodo de 1993 – 1998 la política económica se orientó hacia la liberalización de la economía, de acuerdo con el proceso de apertura iniciado al inicio de la década, hecho que estuvo acompañado de la diversificación de las fuentes de financiamiento del sector público, mediante la sustitución del crédito externo por interno, emisión de bonos en el mercado internacional de capitales y TES en el mercado interno. A pesar de los esfuerzos del gobierno por reducir el riesgo cambiario de sus

obligaciones externas, por un lado la deuda pública externa en términos del tamaño de la economía se incrementó en 8 puntos del producto, pasando del 16.8% del PIB a 24.8% del PIB entre los años 1995 – 2001, aunque con crecimientos heterogéneos y volátiles (véase Cuadro 3)¹² que imposibilitaban la formación de expectativas adecuadas por parte de los inversionistas privados a cerca de la corriente de impuestos futuros asociados con el financiamiento del servicio de deuda; por otro lado, la tendencia creciente que la inversión venía enseñando se revirtió totalmente, hasta alcanzar tasas negativas de crecimiento del orden del -13% en 1999 (véase Figura 9). Este conjunto de hechos pudieron haber ocasionado que la relación inversa entre el endeudamiento externo y la inversión privada que sustenta las tesis de sobreendeudamiento no se satisficiera para varios de los años del periodo 1994 – 1998.

Cuadro 3: Deuda Externa Pública

Año	%PIB	Variación
1995	16,8	-
1996	16,7	1%
1997	15,4	8%
1998	18,6	-17%
1999	22,8	-18%
2000	24,4	-7%
2001	24,8	-2%
Promedio	19,9	-6%

Fuente: Clavijo, 2001

¹² Clavijo, S. (2001). La Viabilidad de la Deuda Externa en Colombia. *Borradores de Economía, Banco de la República, 179*.

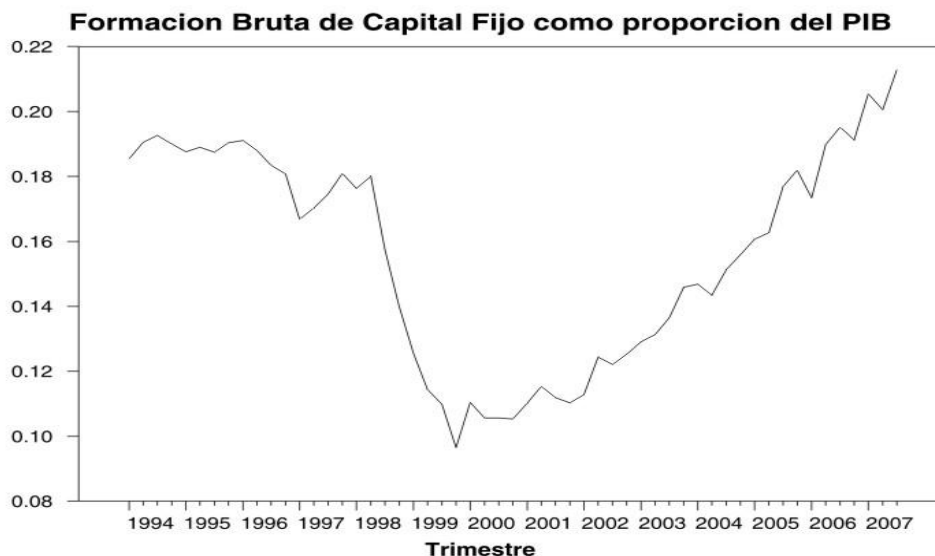


Figura 9: — FBKF/PIB.

Posteriormente, con el inicio de las crisis financieras a finales de 1997 la economía colombiana atravesó por una disminución en los flujos de capital que redujo los niveles de financiamiento externo registrados en entre 1998 y 1999. Este estancamiento de los flujos de deuda externa estuvo acompañado por la reducción de la inversión privada debida a la contracción económica ocurrida en 1999. Sin embargo, es de señalar que los flujos de endeudamiento externo se recuperaron entre 2000 y 2001. A pesar de que el aumento del endeudamiento público externo fue poco significativo, su indicador como proporción del PIB aumentó 5.8 puntos al pasar de 18,6% en 1998 a 24,4% en 2000, consecuencia del bajo crecimiento de la economía por efecto de la recesión. En la Figura 8, podemos observar que durante este periodo los regímenes de deuda externa pública según la hipótesis de sobreendeudamiento están representando adecuadamente el comportamiento de la inversión privada.

Es de señalar que el periodo 2000:01 hasta 2002:02 está caracterizado por pertenecer al segundo régimen, sin embargo, el comportamiento de la inversión privada poco refleja el cumplimiento de la hipótesis de sobreendeudamiento. Esto se debe probablemente a que mientras el endeudamiento público externo aumentó como consecuencia del incremento en la

colocación de bonos en el mercado internacional de capitales y la mayor contribución de la banca multilateral, la inversión privada creció como parte de la estabilización de la economía después de la crisis de los años anteriores. El conjunto de hechos expuestos para el periodo 1994 – 2000 ponen en evidencia que si bien puede establecerse para la mayoría de observaciones una relación inversa entre el endeudamiento público externo y la inversión privada, esta no es muy fuerte, lo cual puede deberse a que existe un régimen de transición entre niveles excesivos de endeudamiento y niveles razonables¹³.

Por último, la Figura 8 muestra que durante el periodo 2002:03 hasta 2007:03 el comportamiento de la inversión se ubica persistentemente en el segundo régimen. Vemos que la fuerte reducción del endeudamiento público externo como resultado de la ejecución de prepagos entre el 2003 y 2007, las reformas estructurales, la búsqueda de la calificación de la deuda externa en grado de inversión, el crecimiento económico, la alta liquidez de los mercados internacionales y las bajas tasa de interés internas y externas mejoraron las expectativas del sector privado sobre la capacidad de pago del servicio de deuda por parte del gobierno y sobre el desempeño futuro de la economía, lo que a su vez redundó en el incremento de la inversión privada. Encontramos que durante este periodo la relación inversa entre endeudamiento público externo e inversión privada se hace fuerte y claramente explícita.

El último paso antes de realizar la validación del modelo es la estimación de los parámetros no estructurales¹⁴, es decir, aquellos que definen los efectos de la relación existente entre X y sus rezagos. Los parámetros de las densidades a priori para θ_x utilizados fueron: $\theta_{0,j} = \theta_{ML}^j$, $V_{0,j}^{-1} = \sigma_{ML}^2 (\mathbf{W}'_j \mathbf{W}_j)^{-1}$, $\gamma_{0,j} = \frac{n_j}{2} + 2$, $\beta_{0,j} = \sigma_{ML}^2 (\gamma_{0,j} - 1)$, con $j = 1, 2$, donde ML hace referencia al estimador de máxima verosimilitud¹⁵. Se realizaron 50.000 iteraciones y se

¹³ Debido a que la cantidad de observaciones en cada submuestra para el caso de dos regímenes resultó significativamente pequeña para realizar un ejercicio de inferencia adecuado, en ésta aplicación no se consideró la existencia de un tercer régimen.

¹⁴ $a_i^{(j)}$ y $h^{(j)}$ con $j = 1, \dots, l$ y $i = 0, 1, \dots, k_j$.

¹⁵ Para una mejor descripción de los parámetros de las densidades a priori véase el Anexo 7.4. Con el objeto de analizar la sensibilidad de los parámetros estimados a la especificación de los parámetros de las densidades a

descartaron el 10% de las simulaciones iniciales como punto de calentamiento y se monitoreó la convergencia del muestreador vía el enfoque de estacionariedad¹⁶.

El Cuadro 4 presenta los coeficientes estimados con sus respectivos errores estándar e intervalos de credibilidad al 95%. Los resultados muestran que todos los coeficientes resultaron estadísticamente significativos al 5%. Como se anotó anteriormente, ambos periodos poseen cierta homogeneidad en la estabilidad del crecimiento de la inversión. Sería de esperar que el régimen 2 caracterizado por tener varias observaciones del periodo de recesión tuviese una mayor variabilidad dada la reducción súbita en las tasas de crecimiento de la inversión como consecuencia de la crisis, sin embargo, como se señaló antes, algunas observaciones de éste régimen no están siendo caracterizadas adecuadamente, hecho que compensa la alta volatilidad del régimen. Por otro lado, el régimen uno posee gran homogeneidad en el comportamiento de la inversión, mostrando una variabilidad estable. Más aún, se estimó la volatilidad de las observaciones en el régimen 1 (std = 4.8%) y 2 (std = 5.6%) y se encontró que son similares¹⁷. Esta característica se ve reflejada en el valor estimado de la varianza del término de error, el cual es similar en ambos regímenes. Por tanto, la homoscedasticidad de los datos para la inversión está siendo bien explicada por los regímenes de la deuda pública externa.

Las diferencias en la magnitud del intercepto para los diferentes regímenes confirman la evidencia gráfica a cerca de la correlación negativa entre el crecimiento de la inversión y el crecimiento de la deuda externa. El signo negativo del segundo régimen (niveles de

priori, se llevó a cabo una estimación con densidades a priori poco informativos. Se encontró que los coeficientes estimados son robustos al cambio de las densidades.

¹⁶ Para el monitoreo de la convergencia del muestreador se empleo la función de autocorrelación, la cual decae rápidamente indicando la convergencia. Adicionalmente se emplearon los diagnósticos de Raftery-Lewis para determinar el punto de calentamiento, el diagnóstico de Geweke basado en análisis espectral de series de tiempo y el test χ^2 de Geweke para convergencia según medias de la muestra y el diagnóstico de Yu-Mykland.

¹⁷ De acuerdo con el modelo teórico se supone independencia entre los parámetros de cada régimen, por tanto el proceso generador de datos de cada régimen es independiente, es decir, las observaciones de cada muestra son independientes. Este hecho permitió realizar una prueba de hipótesis para diferencia entre las varianzas de ambas muestras. Se encontró que no había suficiente evidencia estadística para rechazar de la hipótesis nula de igualdad de varianzas.

crecimiento positivo de la deuda externa) muestra una tasa de crecimiento negativa para la inversión y el signo positivo del otro régimen (niveles de crecimiento negativo de la deuda externa), tasas de crecimiento positivas.

Cuadro 4: Parámetros estimados

	Régimen 1		Régimen 2	
	Coefficiente	IC 95%	Coefficiente	IC 95%
$a_0^{(j)}$	0.0311 (0.0075)	[0.0305, 0.0315]	-0.0067 (0.0061)	[-0.0071, -0.0063]
$a_1^{(j)}$	-0.4438 (0.1484)	[-0.4524, -0.4344]	0.2873 (0.1041)	[0.2809, 0.2935]
$a_2^{(j)}$			0.3702 (0.1000)	[0.3636, 0.3759]
$h^{(j)}$	0.0451		0.0486	

Errores estándar en paréntesis. IC: Intervalo de credibilidad.

Observemos el efecto negativo del endeudamiento externo público sobre la inversión privada en el corto plazo. Mientras que para el régimen uno (que corresponde a cancelación de saldos de deuda) las tasas de crecimiento promedio de la inversión son del 3.11%, para el régimen dos (que corresponde a crecimiento del endeudamiento) son del -0.67%. Notemos además, que los efectos de corto plazo del endeudamiento externo público sobre la formación de capital son asimétricos. Ahora bien, obtener tasas de crecimiento de la inversión privada positivas en el corto plazo no implica necesariamente que el endeudamiento no esté afectando las expectativas de inversión presente, ya que como se observa, los coeficientes de los rezagos uno y dos para la inversión son positivos; lo cual indica que un buen desempeño de la economía en periodos anteriores puede contrarrestar el efecto de endeudamiento. Sin embargo, durante periodos de recesión se esperaría que las tasas de crecimiento tanto de la economía como de la inversión, sean en el mejor de los casos nulas, de modo que el endeudamiento público externo agravaría la situación de recesión.

Con el fin de contrastar, de cierta forma, la robustez de los resultados frente a la posibilidad de explicar el comportamiento de la inversión sin cambios de régimen (eliminando la no linealidad) se ajustó un modelo lineal (véase el Anexo 7.5 para conocer los detalles de la estimación). En términos de la bondad del ajuste, se encontró que la suma de los residuos al cuadrado del modelo lineal ($SSR = 0,14495$) es mayor que aquella que reportó el modelo no lineal ($SSR = 0.1089$), por otro lado, la varianza estimada del término de error en el modelo lineal resultó ser más alta ($\sigma = 0,0533$) que la estimada para el modelo no lineal en ambos regímenes ($h^{(1)} = 0,045$, $h^{(2)} = 0,048$). Por otro lado, se realizó un contraste de ambos modelos en términos de la bondad del pronóstico mediante proyecciones fuera de muestra a través de *rolling*¹⁸. Los resultados se muestran en el Cuadro 5:

Cuadro 5: Evaluación del pronóstico un paso adelante

Evaluación del Pronóstico				
	Error Medio	Error Absoluto Medio	Error Cuadrático Medio	Theil - U
Modelo TAR	0,0131	0,0394	0,0020	0,6298
Modelo Lineal	0,0155	0,0418	0,0024	0,6833

Como se aprecia, el modelo TAR resultó notablemente mejor que el modelo lineal tanto en términos de la bondad de ajuste como del error de pronóstico.

Respecto a la validación del modelo, la estadística Ljung-Box con un valor (p-valor entre paréntesis) $Q(12-5) = 8,8619 (0,2627)$ ¹⁹ indica no correlación serial en los residuos.

¹⁸ Note que no es posible pronosticar más de un paso adelante con el modelo no-lineal sin conocer o suponer los valores futuros de la deuda pública externa. Para poder realizar pronósticos con un horizonte más amplio se requiere simular el proceso generador de datos de Z o bien ajustar un modelo lineal a los datos de la deuda pública externa para pronosticar sus valores. Se ajustó un modelo ARIMA a la serie de deuda pública externa con el fin de implementar un *rolling* con un horizonte de pronóstico más amplio, sin embargo la evaluación de los pronósticos de la deuda pública externa mostró poca bondad en las proyecciones.

¹⁹ Estadística calculada utilizando un número de observaciones igual a $T/4$.

Adicionalmente, las gráficas de CUSUM y CUSUMQ²⁰, presentadas en las Figuras 10 y 11, muestran que no hay evidencia de una especificación incorrecta del modelo o de heteroscedasticidad en X . Además, se encontró evidencia de distribución normal de los residuos según un valor del estadístico Jarque-Bera de (p-valor entre paréntesis) 2,6733 (0.2627). Por último, el test de Eitrheim-Teräsvirta arrojó un estadístico F igual a (p-valor entre paréntesis) 1,6987 (0.1433) que evidencia la correcta especificación en términos de la no-linealidad modelada.

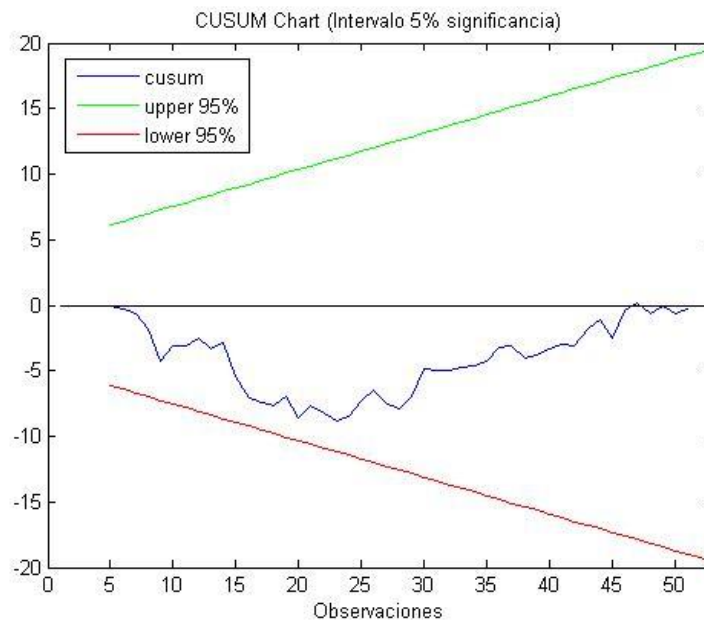


Figura 10: CUSUM chart

²⁰ Los niveles de confianza usados para construir las bandas fueron del 95% para ambas pruebas.

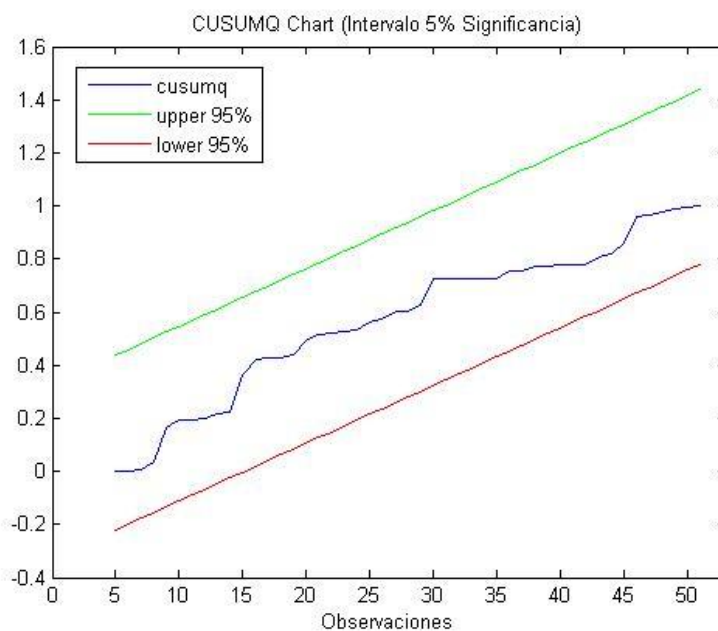


Figura 11: CUSUMQ chart

Examinando cada régimen por separado, se observa que la condición de estacionariedad se satisface en ambos regímenes (véase Cuadro 6) lo cual permite realizar análisis de largo plazo. En el Cuadro 7 se observa la media de largo para cada régimen.

Cuadro 6: Estacionariedad en cada régimen

Estacionariedad			
Régimen 1		Régimen 2	
		$ a_2^{(2)} < 1$	0,37
$ a_1^{(1)} < 1$	0,44	$a_2^{(2)} + a_1^{(2)} < 1$	0,66
		$a_2^{(2)} - a_1^{(2)} < 1$	0,08

Cuadro 7: Estadísticas de los regímenes

Estadísticas		
	Régimen 1	Régimen 2
Media de largo plazo	0,02	-0,02
Media muestral	0,02	-0,01
Desviación estándar muestral	0,0483	0,0566

Como se observa en el Cuadro 7, la media de largo plazo para el régimen de crecimiento negativo de la deuda externa (régimen 1) es 2%, mientras que la media para el régimen de crecimiento positivo de la deuda externa (régimen 2) es -2%. Nótese que ambas tasas promedio son en magnitud iguales, sin embargo sus efectos sobre el crecimiento de la inversión son contrarios, lo que evidencia una vez más la relación negativa entre endeudamiento externo e inversión privada. Veamos además, que a diferencia de los efectos de corto plazo del endeudamiento público externo sobre los niveles inversión, los efectos de largo plazo son simétricos; lo que significa que en el largo plazo se espera que tanto niveles razonables como excesivos de endeudamiento externo afecten de igual forma a la formación de capital.

La Figura 12 presenta la respuesta de la inversión privada en cada régimen de forma independiente, esto es suponiendo que la economía permanecerá indefinidamente en un régimen u otro, ante un choque negativo de la inversión igual a -13%, equivalente a la tasa más baja de crecimiento reportada durante la recesión de 1999.

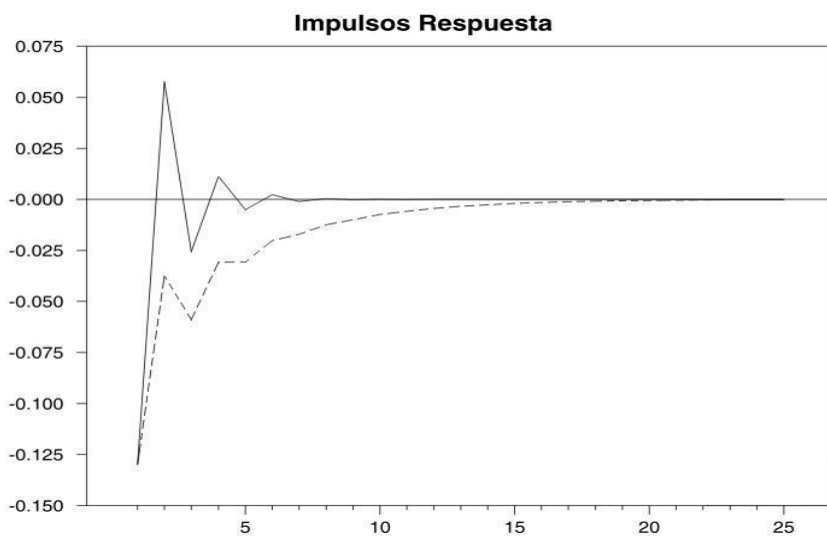


Figura 12: Respuesta de la inversión en cada régimen ante un *shock* negativo de la misma.
 — Respuesta en el régimen uno; - - - Respuesta en el régimen dos

Un *shock* negativo de la inversión privada afecta de manera permanente el crecimiento de la misma en el régimen dos. Este resultado es relativamente consistente con lo que cabría esperar en el largo plazo, ya que como se mencionó anteriormente cuando la economía se encuentra en el régimen de deuda externa pública creciente, los agentes del sector privado poseen desincentivos sobre la inversión derivados de la mayor corriente de impuestos futuros sobre el capital que se esperan, lo cual mantiene consistentemente los niveles de inversión bajos. Nótese que los efectos sobre las expectativas del sector privado, si bien no generaron la recesión de 1999, si perpetuaron sus consecuencias hasta varios años después de la crisis. Por otro lado, un *shock* negativo de la inversión privada en el régimen uno posee poca persistencia debido en gran parte a las buenas expectativas de retorno sobre el capital que incentivan rápidamente las nuevas inversiones.

5. CONCLUSIONES

En este documento se encontró evidencia de no linealidad entre el endeudamiento externo público y la inversión privada, explicada por el modelo TAR, en el modelo económico de estudio para el periodo de 1994 a 2007. Además, el análisis indica la existencia de una relación inversa entre el crecimiento de la inversión y el crecimiento de la deuda externa pública. Si bien en esta investigación se exponen algunas hipótesis que pueden dar cuenta de algunos de los resultados obtenidos de este estudio, nosotros no nos preocupamos por verificar si ellas explican en realidad la relación entre el endeudamiento público externo y la inversión privada; tan sólo nos concentramos en determinar si tal relación existe, si es significativa y cuáles son sus efectos de corto y largo plazo. Estos resultados ponen de manifiesto la importancia de un estudio más detallado a cerca de la vía por la cual el endeudamiento público externo está afectando a la inversión privada.

Como se observó anteriormente la media de largo plazo para el régimen de crecimiento negativo de la deuda externa (régimen 1) es 2%, mientras que la media para el régimen de

crecimiento positivo de la deuda externa (régimen 2) es -2%. Esto evidencia que la relación inversa de largo plazo entre el crecimiento de la inversión privada y el crecimiento del endeudamiento externo del Gobierno es simétrica. Respecto al análisis de corto plazo, observemos nuevamente el efecto negativo del endeudamiento externo sobre la inversión privada. Mientras que para el régimen uno las tasas de crecimiento promedio de la inversión son del 3.11%, para el régimen dos son del -0.67%. A diferencia de los efectos de largo plazo, los efectos de corto plazo son asimétricos. Así mismo, se encontró que los efectos negativos de las recesiones económicas afectan de manera más permanente a la inversión, cuando la economía se encuentra en un estado de endeudamiento externo excesivo del Gobierno.

Por último, es importante resaltar el hecho que estos resultados deben ser tomados como una evidencia preliminar sólo para el periodo de estudio y teniendo en cuenta que se han despreciado los efectos de otros determinantes importantes sobre la inversión privada.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Borensztein, E. (1990). Debt overhang, debt reduction and investment: the case of the Philippines. *IMF Working Paper*. WP/90/77.
- Clavijo, S. (2001, mayo). La Viabilidad de la Deuda Externa en Colombia. *Borradores de Economía, Banco de la República*, 179.
- Clements, B. Bhattacharya, R. & Quoc Nguyen, T. (2004). External Debt, Public Investment, and Growth in Low-Income Countries. En Fondo Monetario Internacional (Ed.), *Helping Countries Develop: The Role of Fiscal Policy of Economics* (Capítulo 5). Washington.
- Contraloría General de República. (2007, mayo). *La Situación de la Deuda Pública*, 23.
- Delgado, C. (2003, octubre). Inversión y restricciones crediticias en la década de los 90 en Colombia. *Archivos de Economía, Departamento Nacional de Planeación*, 241.
- Eitrheim, Ø. & Teräsvirta T. (1996). Testing the adequacy of smooth transition autoregressive models. *Journal of Econometrics*, 74, 59 - 75.
- Hjertholm, P. Laursen, J. & White, H. (1998). Macroeconomic Issues in Foreign Aid. Institute of Economics, University of Copenhagen.
- Hoyos, N. (Junio de 2006). *Una aplicación del modelo no lineal TAR en economía*. Tesis de grado Master en Estadística (no publicada). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Krugman, P. (1988, diciembre). Financing vs. Forgiving a Debt Overhang. *Journal of Development Economics*, 29. 253 – 268.
- Nieto, F. (2005). Modeling bivariate threshold autoregressive processes in the presence of missing data. *Communications in Statistics: Theory and Methods*, 34. 905 – 930.
- Ocampo, J. & Tovar C. (1997, mayo). Capital flows, savings and investment in Colombia 1990-1996. *Archivos de Macroeconomía, Departamento Nacional de Planeación*, 58.
- Pattillo, C., Poirson, H. & Ricci, L. (2002, junio). La Deuda Externa y el Crecimiento. *Finanzas y Desarrollo*. 32 – 35.

- Rubio, O., Ojeda, J. & Montes, E. (2003, 3 de diciembre). Deuda externa, inversión y crecimiento en Colombia, 1970 – 2002. *Borradores de Economía, Banco de la República*, 272.
- Serieux, J. & Samy, Y. (2001, agosto). The Debt Service Burden and Growth: Evidence From Low Income Countries. The North – South Institute.
- Tenjo, F. & López, E. (2002, agosto). Burbujas y estancamiento del crédito en Colombia. *Borradores de Economía, Banco de la República*, 215.
- Tenjo, F. Martínez, J. & López, E. (2007, abril). Los ciclos de la inversión y su financiamiento en Colombia. *Borradores de Economía, Banco de la República*, 438.
- Tong, H. (1990). Nonlinear time series, a dynamical system approach. Oxford University Press.
- Tsay, R. (1988). Testing and modeling threshold autoregressive processes. *Journal of the American Statistical Association*, 84, 231 - 240.

7. AÑEXOS

7.1. Gráficas simulaciones muestreador de Gibbs

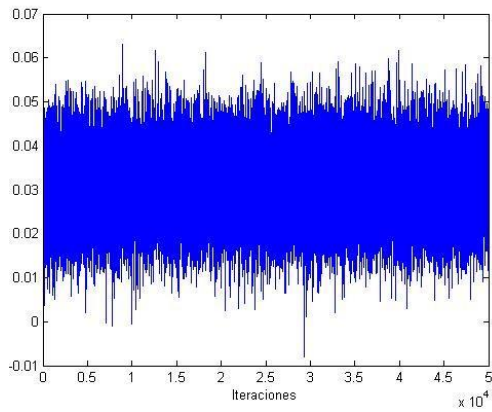


Figura A1: Simulación coeficiente $a_0^{(1)}$

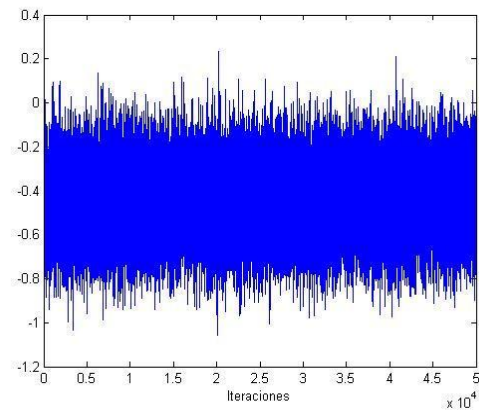


Figura A2: Simulación coeficiente $a_1^{(1)}$

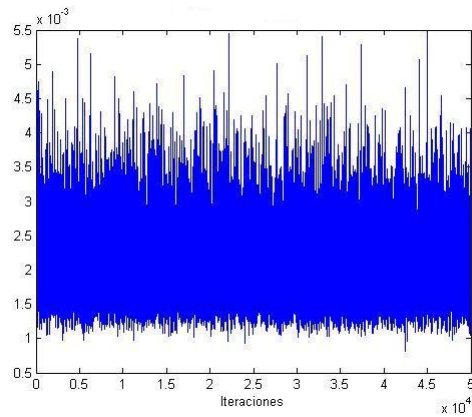


Figura A3: Simulación coeficiente $[h^{(1)}]^2$

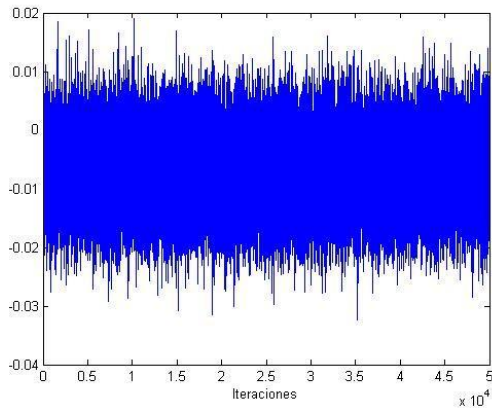


Figura A4: Simulación coeficiente $a_0^{(2)}$

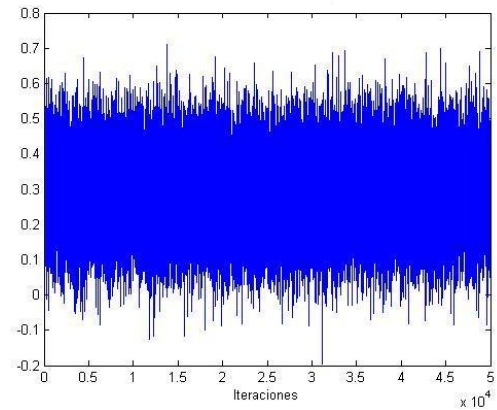


Figura A5: Simulación coeficiente $a_1^{(2)}$

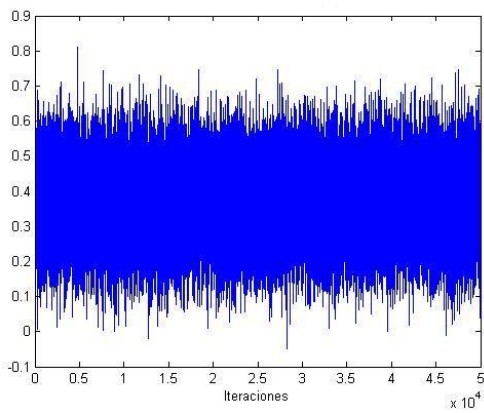


Figura A6: Simulación coeficiente $a_2^{(2)}$

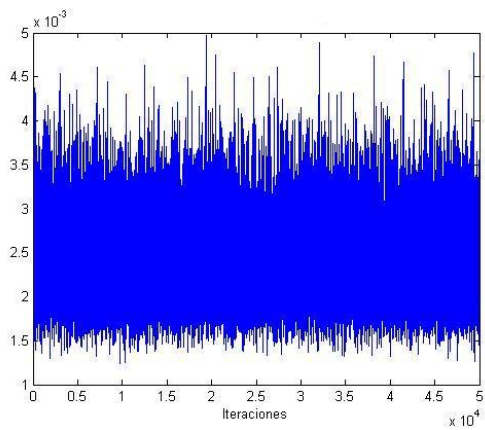


Figura A7: Simulación coeficiente $[h^{(2)}]^2$

7.2. Gráficas densidades a priori y a posteriori

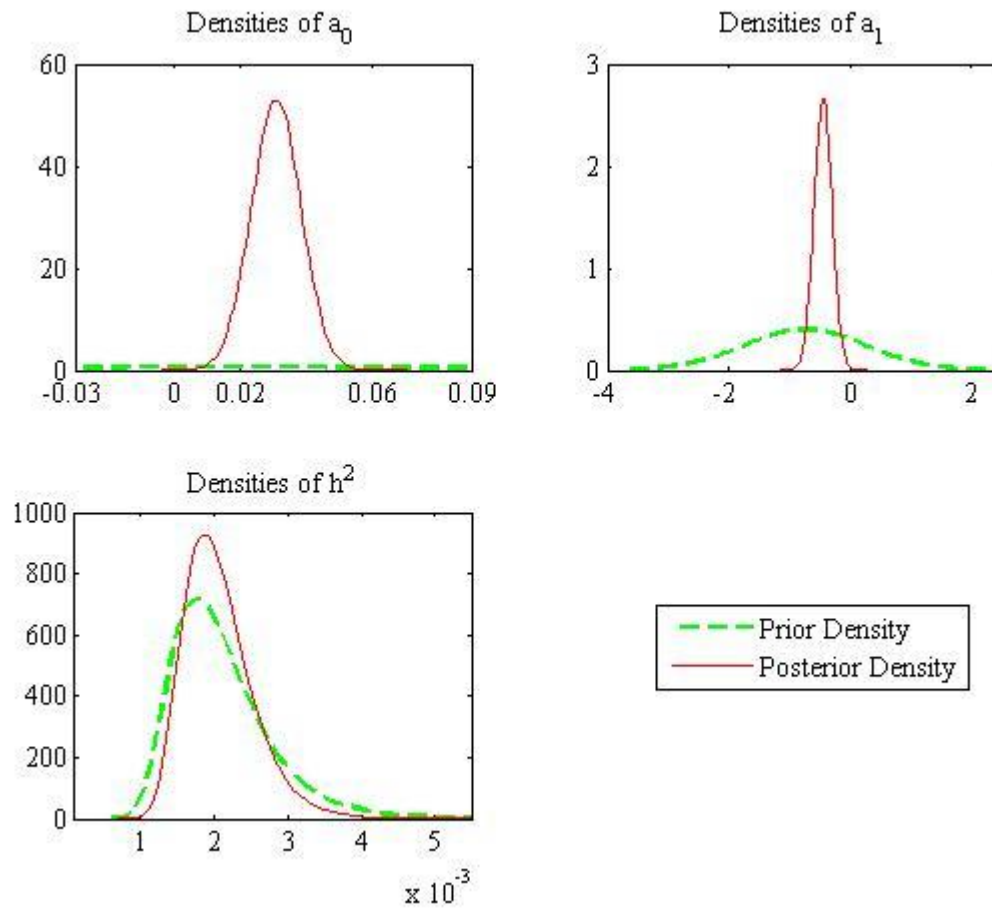


Figura A8: Densidades a priori y a posteriori para los coeficientes del primer régimen

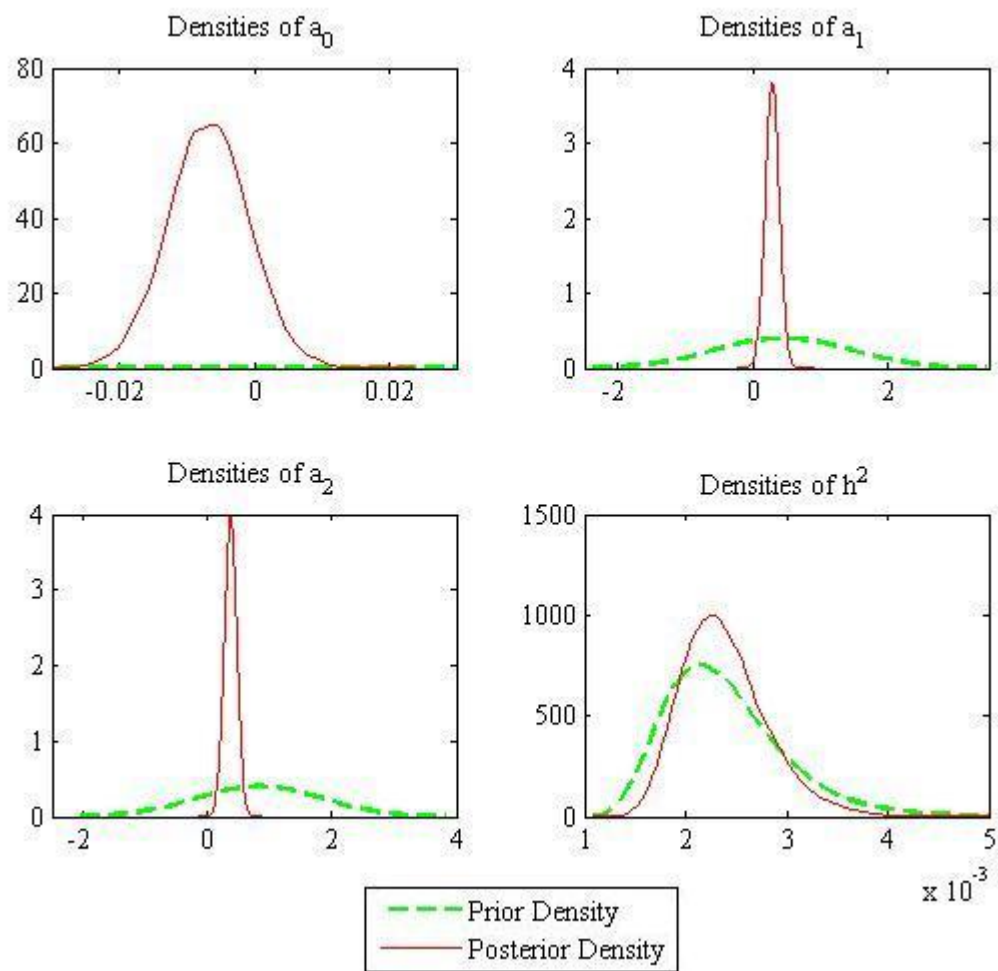


Figura A9: Densidades a priori y a posteriori para los coeficientes del segundo régimen

7.3. Diagnósticos de convergencia

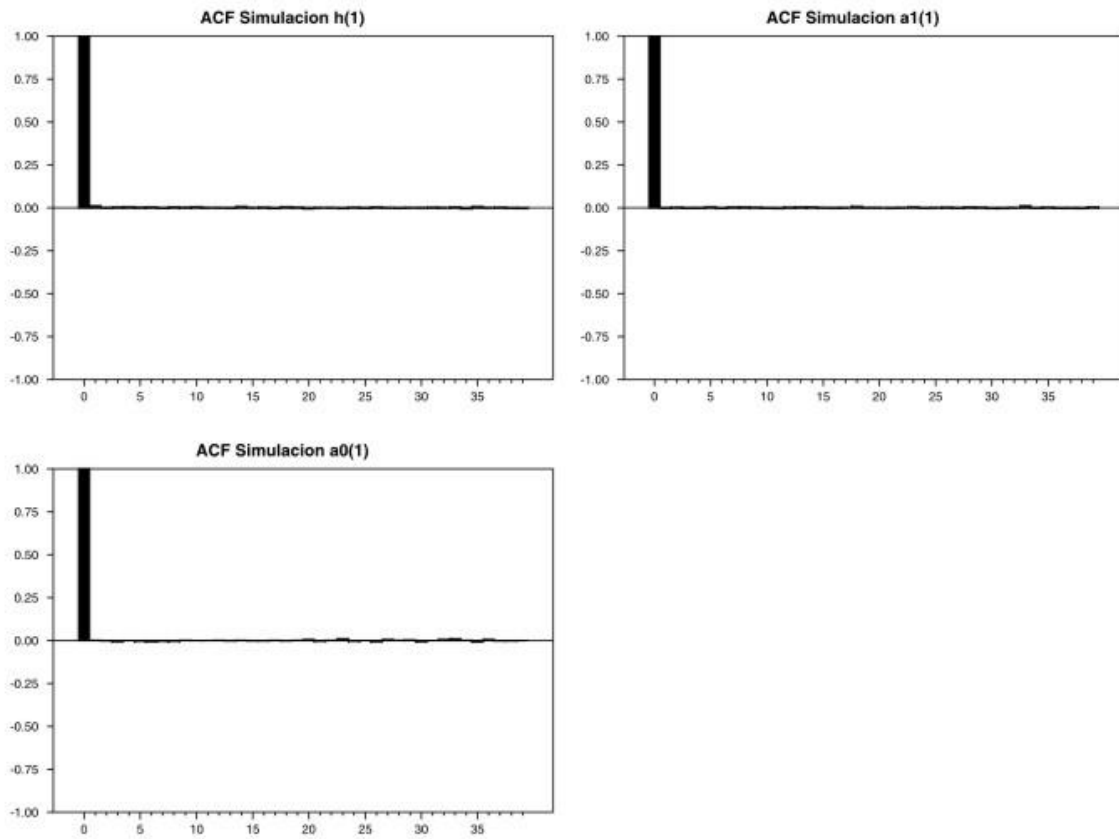


Figura A10: Funciones de autocorrelación muestras régimen 1: (a) coeficiente $[h^{(1)}]^2$, (b) coeficiente $a_0^{(1)}$, (c) coeficiente $a_1^{(1)}$.

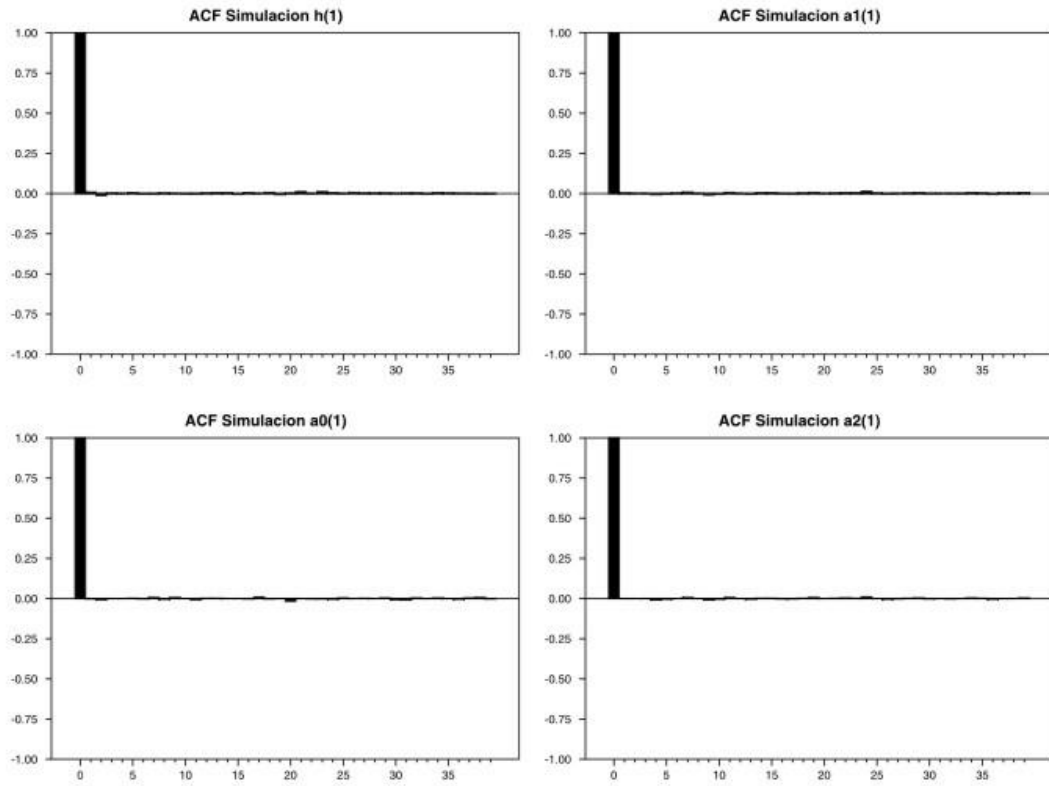


Figura A11: Funciones de autocorrelación muestras régimen 2: (a) coeficiente $[h^{(2)}]^2$, (b) coeficiente $a_0^{(2)}$, (c) coeficiente $a_1^{(2)}$, (d) coeficiente $a_2^{(2)}$.

7.4. Densidades a priori

Este apéndice tiene por objeto describir por un lado, las densidades condicionales completas necesarias para implementar el muestreador de Gibbs; y por otro lado, describir la forma como fueron construidos los parámetros de las densidades a priori.

Las siguientes proposiciones describen las densidades condicionales completas con las cuales se construyeron las simulaciones a través del muestreador de Gibbs.

Sea $\boldsymbol{\theta}_j = (a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, \dots, a_{k_j}^{(j)})'$ con $j = 1, \dots, l$ y $\mathbf{h} = (h^{(1)}, \dots, h^{(l)})'$. De modo que $\boldsymbol{\theta}_x = (\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_l, \mathbf{h})$

Se toma como densidades a priori para los componentes de $\boldsymbol{\theta}_x$ las siguientes:

$$\boldsymbol{\theta}_j \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}_{0,j}, \mathbf{V}_{0,j}^{-1})$$

y

$$[h^{(j)}]^2 \sim \mathcal{IG}(\gamma_{0,j}, \beta_{0,j}) \quad (j = 1, \dots, l)$$

Donde “ \mathcal{IG} ” denota la distribución gamma inversa y su función de densidad está dada por:

$$f(x|\gamma, \beta) = \frac{\beta^\gamma}{\Gamma(\gamma)} (1/x)^{\gamma+1} e^{-\beta/x}$$

Su media y varianza son:

$$E(x|\gamma, \beta) = \frac{\beta}{\gamma - 1} \quad V(x|\gamma, \beta) = \frac{\beta^2}{(\gamma - 1)^2(\gamma - 2)}$$

Además, los parámetros $\boldsymbol{\theta}_{0,j}, \mathbf{V}_{0,j}^{-1}, \gamma_{0,j}, \beta_{0,j}$ se suponen conocidos.

Las densidades a posteriori se presentan en las siguientes proposiciones:

Proposición 1. Para cada $j = 1, \dots, l$, sea $\{t: j_t = j\} = \{t_{1,j}, \dots, t_{n_j,j}\}$ donde n_j denota el número de observaciones de X en el régimen j . La distribución condicional completa de θ_j dado $\theta_i; i \neq j; h; \theta_z, \mathbf{x}, \mathbf{z}$ es multinormal con media:

$$\theta_j^* = \mathbf{V}_j^{-1} [(1/\{h^{(j)}\})^2 \mathbf{W}'_j \mathbf{X}_j + \theta_{0,j} \mathbf{V}_{0,j}]$$

y varianza

$$\mathbf{V}_j^{-1} = [(1/\{h^{(j)}\})^2 \mathbf{W}'_j \mathbf{W}_j + \mathbf{V}_{0,j}]^{-1}$$

donde $\mathbf{W}_j = (\mathbf{w}_{t_{1,j}}, \dots, \mathbf{w}_{t_{n_j,j}})'$, $\mathbf{w}'_t = (1, x_{t-1}, \dots, x_{t-k_j})$ y $\mathbf{X}_j = (x_{t_{1,j}}, \dots, x_{t_{n_j,j}})'$.

Demostración. Véase Hoyos (2006)

Proposición 2. La densidad completa de $[h^{(j)}]^{-2}$ dado $\theta_j, \theta_z, \mathbf{x}, \mathbf{z}; j = 1, \dots, l$; corresponde a una distribución gamma con parámetro de forma $\gamma_{0,j} + n_j/2$ y parámetro de escala $\beta_{0,j} + (1/2)(\mathbf{X}_j - \mathbf{W}_j \theta_j)'(\mathbf{X}_j - \mathbf{W}_j \theta_j)$. *Demostración.* Véase Hoyos (2006)

Para el cómputo de las anteriores densidades completas se supone ex-ante independencia de los parámetros entre regímenes, entre θ_j y $h^{(j)}$ y entre θ_x y θ_z .

Como parámetros de las densidades a priori de θ_j se emplearon los siguientes:

$$\theta_{0,j} = \theta_{ML}^j = (\mathbf{W}'_j \mathbf{W}_j)^{-1} \mathbf{W}'_j \mathbf{X}_j$$

$$\mathbf{V}_j^{-1} = \sigma_{ML}^2 (\mathbf{W}'_j \mathbf{W}_j)^{-1}$$

, donde

$$\sigma_{ML}^2 = \frac{(\mathbf{X}_j - \mathbf{W}_j \theta_{LM}^j)'(\mathbf{X}_j - \mathbf{W}_j \theta_{LM}^j)}{n_j}$$

Los parámetros de las densidades a priori de $[h^{(j)}]^2$ están determinados igualando los momentos de las densidades a priori con los momentos del estimador de máxima verosimilitud de la varianza del error. Como $[h^{(j)}]^2 \sim \mathcal{IG}(\gamma_{0,j}, \beta_{0,j})$, entonces su media y varianza son:

$$E[[h^{(j)}]^2] = \frac{\beta_{0,j}}{\gamma_{0,j}-1} \quad V[[h^{(j)}]^2] = \frac{\beta_{0,j}^2}{(\gamma_{0,j}-2)(\gamma_{0,j}-1)^2}$$

Igualando el primer momento de $[h^{(j)}]^2$ con el estimador de máxima verosimilitud σ_{ML}^2 tenemos:

$$\frac{\beta_{0,j}}{\gamma_{0,j}-1} = \sigma_{ML}^2$$

$$\beta_{0,j}^2 = (\sigma_{ML}^2)^2 (\gamma_{0,j}-1)^2 \quad (1)$$

Igualando el segundo momento de $[h^{(j)}]^2$ con el estimador de la varianza de σ_{ML}^2 ,

$$\frac{\beta_{0,j}^2}{(\gamma_{0,j}-2)(\gamma_{0,j}-1)^2} = \frac{2(\sigma_{ML}^2)^2}{n_j}$$

$$\beta_{0,j}^2 = \frac{2(\sigma_{ML}^2)^2}{n_j} (\gamma_{0,j}-2)(\gamma_{0,j}-1)^2 \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) y resolviendo para $\gamma_{0,j}$ se tiene que:

$$\gamma_{0,j} = \frac{n_j}{2} + 2$$

Resolviendo para $\beta_{0,j}$ tenemos:

$$\beta_{0,j} = \frac{(\mathbf{X}_j - \mathbf{W}_j \boldsymbol{\theta}_{ML}^j)' (\mathbf{X}_j - \mathbf{W}_j \boldsymbol{\theta}_{ML}^j)}{2} + 2\sigma_{ML}^2$$

Con el fin de contrastar los resultados de la inferencia obtenidos a través del enfoque *bayesiano* con los del enfoque *clásico*, se llevó a cabo la estimación del modelo empleando el método de máxima verosimilitud. Se encontró poca evidencia estadística sobre la significancia de los estimadores bajo el enfoque clásico, esto debido en gran parte a que el tamaño de muestra se reduce considerablemente para la estimación en cada régimen. Este resultado se ve confirmado a partir de la observación de las densidades presentadas en las Figuras A8 y A9, en las cuales se observa que las densidades a posteriori para los coeficientes autoregresivos y los interceptos son mucho más concentradas que las densidades a priori, las cuales están especificadas de modo que reflejan las características de los estimadores de máxima verosimilitud.

7.5. Resultados estimación modelo lineal

Se ajustó un modelo lineal autoregresivo a la serie completa de crecimiento de la inversión como proporción del PIB. El ejercicio se realizó introduciendo distintas combinaciones de variables dummy de intervención en el periodo 1998:01 – 1999:04 con el fin de capturar el efecto de la recesión económica ocurrida durante el año 1999, sin embargo ninguna dummy resultó estadísticamente significativa. El modelo final se presenta en el cuadro A1:

Cuadro A1: Estimación modelo lineal

Box-Jenkins - Estimation by Gauss-Newton				
Dependent Variable: Growth of Investment/GDP				
Quarterly Data From 1994:04 To 2007:03				
Usable Observations		52		
Centered R ²		0,093380		
Uncentered R ²		0,094467		
Standard Error of Estimate		0,053313		
Sum of Squared Residuals		0,144957		
Log Likelihood		79,16180		
Q(13-1)		8,260184		
Significance Level of Q		0,764482		

Estimates				
Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
AR{2}	0,3105668	0,1346424	2,3066	0,0251743

Las estadísticas sobre los residuos se presentan en el Cuadro A2:

Cuadro A2: Estadísticas de los residuos del modelo lineal

Statistics on RESIDUOS			
Observations	52		
Sample Mean	0,001307	Variance	0,002841
Standard Error	0,053297	of Sample Mean	0,007391
t-Statistic (Mean=0)	0,176865	Signif Level	0,860315
Skewness	-0,09512	Signif Level (Sk=0)	0,785663
Kurtosis (excess)	0,665011	Signif Level (Ku=0)	0,360711
Jarque-Bera	1,036607	Signif Level (JB=0)	0,59553