

Expectativas, Tasa de Interés y Tasa de Cambio. Paridad Cubierta y no Cubierta en Colombia 2000-2007¹

Juan José Echavarría
Diego Vásquez
Mauricio Villamizar

25 de Febrero de 2008

Resumen:

En este trabajo se utilizan tasas marginales de interés, tasas de cambio forwards y encuestas sobre expectativas de devaluación con el fin de verificar las hipótesis de paridad cubierta (PC) y no cubierta (PNC) de las tasas de interés en Colombia en el período 2000-2007. Se encuentra evidencia de cumplimiento de PC para períodos mayores o iguales a 1 día y de PNC en todos los plazos cuando se mide correctamente la influencia del riesgo país. La “anomalía” que en algunos casos se detecta al utilizar el diferencial de tasas de interés como variable independiente, parece ser el resultado de variables omitidas o mal medidas. En este contexto merece énfasis especial el sesgo que introduce el supuesto de expectativas racionales.

Clasificación JEL: E42, E43, E58

Palabras clave: paridad no cubierta, paridad cubierta, expectativas de devaluación, *forwards* de tasa de interés, *forwards* de tasa de cambio, tasa de cambio *spot*.

¹ Los puntos de vista de este documento no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva. El trabajo fue presentado en seminarios en el Banco de la República, en el CEDE en la Universidad de los Andes y en Fedesarrollo, con valiosos aportes de los participantes. Se agradecen en especial, los comentarios de los miembros de la Junta Directiva del Banco, de Dairo Estrada, Marcela Eslava, Javier Gómez, Andrés González, Luis Fernando Melo, Silvia Juliana Mera, Martha Misas, Alejandro Reveiz, Hernán Rincón y Jorge Toro. Carolina Osorio, Felipe Lega y Carlos León construyeron la curva de rendimientos cero cupón. Un agradecimiento especial merece Hernando Vargas, quien resolvió satisfactoriamente buena parte de las preguntas que surgieron en el camino.

Tabla de Contenido

I. Introducción	3
II. Paridad Cubierta (PC) y Tasas de Interés Marginales	5
III. Paridad No Cubierta (PNC) con Expectativas Racionales y la Anomalía	14
A. Paridad no Cubierta	14
B. La <i>Anomalía</i> , el Riesgo y la Alta Rentabilidad del “ <i>carry-trade</i> ”	17
C. ¿Cómo Explicar la <i>Anomalía</i> ? Fama (1984) y la Importancia del Riesgo Variable	19
D. La PNC en Colombia	20
IV. Riesgo vs Expectativas no Racionales	25
A. ¿Persiste la <i>anomalía</i> cuando se Utilizan Encuestas?	26
B. Riesgo Cambiario vs Expectativas no Racionales en la Explicación de la <i>Anomalía</i>	26
C. ¿Cómo aislar (parte de) el riesgo país? Una solución simple	28
D. Hoja de Ruta	30
V. Conclusiones	32
VI. Bibliografía	33
VII. Apéndice.	36
A. Análisis de Raíz Unitaria	36
B. La Metodología de Estimación. Estimación por Medio del Método de Momentos Generalizados (GMM)	36

I. Introducción

La literatura sobre paridad cubierta (PC) y no cubierta (PNC) es sumamente amplia, y las conclusiones que de allí se derivan guardan relación con un sin número de preguntas en la literatura económica: ¿fluyen perfectamente los capitales entre países?; en caso contrario ¿cuáles son los obstáculos? ¿Revalúa la tasa de cambio la decisión del Banco Central de elevar la tasa REPO de interés? ¿Qué papel juegan el riesgo país y el riesgo cambiario? ¿Son racionales las expectativas de los agentes? ¿Pueden los bancos centrales intervenir con éxito el mercado cambiario?

Las conclusiones del debate entre Friedman (1953) y Nurkse (1944) sobre los costos y beneficios de un régimen de flotación pura dependen en buena parte de la existencia (o ausencia) de mercados cambiarios *spot* y *forward* estables y bien desarrollados (Hodrick (1987), p.1). Además, la supuesta existencia de PNC lleva a la llamada “trilogía imposible” según la cual, en presencia de movilidad perfecta de capitales, una política monetaria exógena sólo puede existir en un ambiente de relativa flotación cambiaria.²

Si los mercados son altamente líquidos y competitivos se deberían eliminar las oportunidades de arbitraje e igualar las rentabilidades en distintas monedas.³ Sin embargo, al evaluar el cumplimiento de la PNC la literatura empírica tiende a encontrar una “*anomalía*” difícil de explicar, consistente en la mayor rentabilidad de las inversiones en los países que mantienen tasas de interés nominales altas (con diferenciales positivos respecto al exterior). Por ello autores como Flood y Rose (2002) consideran que “la hipótesis de PNC es un tópico clásico en finanzas internacionales, un bloque central en la mayoría de modelos teóricos y una terrible falla en términos empíricos”.

Este documento estudia el caso colombiano con base en un conjunto de fuentes relativamente inexploradas. La Sección II muestra que en Colombia se cumple la hipótesis de paridad cubierta (PC) para todos los períodos de maduración considerados, y analiza la evolución del riesgo país en el período 1 de enero de 2000 – 31 de diciembre de 2007.

La Sección III considera la ecuación de paridad no cubierta (PNC) bajo expectativas racionales, discute la llamada “*anomalía*” obtenida en buena parte de la literatura internacional, y encuentra que en Colombia la hipótesis de PNC resulta válida para todos los períodos de maduración cuando se utiliza información para 2000-2007, y en períodos de vencimiento superiores a 1-2 años para 2003-2007.

La *anomalía* observada en algunos casos podría obedecer a expectativas irracionales o a la influencia de un factor riesgo variable en el tiempo. En la Sección IV se utilizan los resultados de encuestas sobre expectativas y una metodología diseñada por Froot y Frankel (1989) para mostrar el alto poder explicativo que tienen las expectativas no racionales y el riesgo en el corto plazo (1 mes) y las expectativas no racionales en períodos de maduración mayores (1 año).

La Sección IV.A discute una metodología que permite aislar parcialmente la influencia del riesgo variable en los cálculos y agrupa los resultados de las diferentes Secciones en una “hoja de

² La *trilogía imposible* puede existir en ausencia de la PNC si los especuladores atacan exitosamente cuando la autoridad monetaria trata de fijar la tasa de cambio nominal. En ese caso no es posible mantener una tasa de cambio nominal fija.

³ En 1989 el volumen mundial de transacciones diarias era US\$ 430 mil millones, unas 20 veces el PIB diario de los Estados Unidos y cerca de 40 veces el volumen diario de comercio mundial (Frankel y Froot, 1990). Un buen porcentaje de estas transacciones se realiza en dólares y tienen lugar, en su orden, en el Reino Unido, los Estados Unidos, Japón y Singapur (Sarno y Taylor (2001)). Según Frankel y Froot (1990) el 95% de dichas transacciones se realizan entre bancos y firmas del sector financiero, con una participación mínima del sector real.

ruta” resumen. La *anomalía* que erróneamente se detecta al utilizar el diferencial de tasas de interés como variable independiente parece ser el resultado de variables omitidas o mal medidas. En este sentido, los resultados mejoran sustancialmente cuando se utilizan las expectativas cambiarias consignadas en las encuestas elaboradas por el Banco de la República (en lugar de suponer expectativas racionales) y, en menor medida, cuando se aísla el impacto del riesgo variable.

Luego de las Conclusiones, el Apéndice presenta los resultados de las pruebas de raíz unitaria para las variables utilizadas en el documento y describe algunos aspectos de la metodología de estimación *GMM* utilizada. Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2008b) discuten en otro documento las características de las expectativas cambiarias en Colombia y muestran que éstas tienden a ser estabilizadoras.

II. Paridad Cubierta (PC) y Tasas de Interés Marginales

La ecuación de paridad cubierta (PC) suele expresarse como

$$\frac{F_t^{t+k}}{\varepsilon_t} = \frac{(1+i_t)}{(1+i_t^*)(1+\rho_{pais,t})} \quad (1)$$

donde i_t y i_t^* corresponden a las tasas de interés nominales internas y externas, respectivamente, $\rho_{pais,t}$ al factor riesgo variable en la ecuación de paridad cubierta (ver abajo), F_t^{t+k} a la tasa de cambio *forward* existente en t para $t+k$ y ε_t a la tasa de cambio *spot* en t .⁴

La ecuación suele presentarse en dos formas alternativas:

$$f_t^{t+k} - e_t = \ln\left(\frac{1+i_t - \rho_{pais,t}}{1+i_t^*}\right) \approx i_t - \rho_{pais,t} - i_t^* \quad (2)$$

y

$$\frac{F_t^{t+k} - \varepsilon_t}{\varepsilon_t} \approx i_t - \rho_{pais,t} - i_t^* \quad (3),^5$$

siendo f_t^{t+k} y e_t el logaritmo de F_t^{t+k} y de ε_t , respectivamente. En el texto se utilizan indistintamente las variables $\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$ e $i_t - i_t^*$ pero todas las estimaciones se realizan con la primera de ellas.

La ecuación de PC se debe cumplir, a menos que existan altos costos de transacción u oportunidades inexploradas de arbitraje. Para el cálculo de la variable i_t se utilizó como base las tasas cero cupón de los TES emitidos por el gobierno en Colombia, y para el cálculo de las tasas de interés "externas" (i_t^*) se utilizó la tasa de los tesoros emitidos en dólares por el gobierno de los Estados Unidos.⁶

⁴ Un ciudadano de los Estados Unidos puede pedir prestado un dólar y depositarlo en un banco en ese país con lo cual tendrá $(1US\$).(1+i_t^*)$ al final del año. Alternativamente, el mismo ciudadano puede invertir ese dólar en Colombia: lo convierte a $(1US\$).(e_t)$ pesos, y al final del año tendrá $(1US\$).(e_t).(1+i_t).\phi$ pesos, siendo ϕ la probabilidad de que el banco colombiano pague (menor a 1 en algunos casos). Lo anterior, convertido nuevamente a dólares en el mercado de futuros, equivale a $\frac{(1US\$).(e_t).(1+i_t).\phi}{F_t^{t+k}}$ dólares. Las rentabilidades tenderán a igualarse, con lo que:

$$(1US\$).(1+i_t^*) = \frac{(1US\$).e_t.(1+i_t).\phi}{F_t^{t+k}}, \text{ y } \frac{F_t^{t+k}}{e_t} = \frac{(1+i_t).\phi}{(1+i_t^*)}. \text{ Si suponemos que } \phi = \frac{1}{1+\rho_{pais}} \text{ (} \rho_{pais} \text{ está}$$

inversamente relacionada con la probabilidad de pago) se tendrá que: $f_t^{t+k} - e_t = i_t - \rho_{pais} - i_t^*$ como en la ecuación (2) en el texto.

⁵ La conversión de (1) en (3) requiere suponer que $F = \varepsilon$, ver Krugman y Obstfeld (1991), p.346-348.

⁶ La única curva disponible en Colombia es la de los TES. Boudoukh, Richardson, y Whitelaw (2005) utilizan la tasa LIBOR para horizontes de 6 y 12 meses y tasas *swap* para períodos mayores a 1 año, con el argumento de que estas

En la construcción de la curva *spot* o cero cupón, se calcula el valor presente de un TES que paga cupones y principal al vencimiento. Dicho valor presente se descompone en bonos cero cupón con vencimientos equivalentes. Esto permite disponer de rentabilidades a más corto plazo que la del TES transado, con base en las cuales se construye la curva cero cupón. En el caso de Colombia sería deseable (pero no indispensable) contar con más TES a diferentes plazos que permitan que el tramo corto de la curva dependa menos de los cupones de unos pocos bonos de largo plazo.

La variable $\rho_{país,t}$ desaparece en la *versión simple* de las ecuaciones (1) – (3), cuando los agentes son neutrales al riesgo, o cuando el riesgo es enteramente diversificable. En un escenario más general, con agentes adversos al riesgo (o riesgo no enteramente diversificable), éstos descuentan el riesgo $\rho_{país,t}$ de la tasa de interés nominal i_t , antes de tomar su decisión de comprar o vender títulos en pesos. La variable $\rho_{país,t}$ incluye el riesgo de *default* de los papeles colombianos, el riesgo de controles de capital y el riesgo de nuevos impuestos en Colombia; la operación no conlleva riesgo cambiario debido a que todas las variables son conocidas en el momento t . Todo ello significa que, cuando se cumple la hipótesis de *PC*, la variable $f_t^{t+k} - e_t$ constituye una buena *proxy* del diferencial de tasas de interés menos el riesgo país, un resultado ampliamente utilizado en la Sección IV.C del documento.

Siguiendo a Boudoukh, Richardson, y Whitelaw (2005), se transformaron las tasas de interés cero cupón en tasas marginales o *forward*, el concepto más simple y también más cercano al de tasa de interés esperada en la teoría de expectativas de la curva de rendimiento.⁷ *Infoval* ha publicado desde 2003 los parámetros de la curva cero cupón calculada a través de la metodología de Nelson y Siegel (1987) y en este documento se utilizó la misma metodología para los cálculos diarios en el período 2000-2006.⁸

En la teoría de las expectativas para la curva de rendimiento, la tasa cero cupón puede ser expresada como un promedio ponderado (geométrico) de las tasas marginales-*forward*.

$$i_{0,T} = \sqrt[T]{(1+i_{0,1})(1+i_{1,2}^e)\dots(1+i_{T-1,T}^e)} - 1$$

donde $i_{0,T}$ corresponde a la tasa de interés cero cupón entre 0 y T, e $i_{0,1}, i_{1,2}^e, i_{T-1,T}^e$ a las tasas marginales - *forward* para períodos de 1 año; el superíndice “e” indica valores esperados. De allí puede derivarse la tasa marginal-*forward* entre T y T+1 en términos de la tasa cero cupón en esos plazos:

$$(1+i_{T,T+1}) = \frac{(1+i_{0,T+1}^s)^{T+1}}{(1+i_{0,T}^s)^T} \quad (4)$$

Para el cálculo de las tasas a horizontes menores a 1 año se consideró el número de días de ese periodo en relación a los 360 días del año. Así, la tasa de interés para 3 meses se calculó como

tasas son más líquidas, menos sujetas a ausencia de información, al impacto de cambios puntuales en oferta y demanda y a sesgos producidos por impuestos.

⁷ Según esta teoría, la tasa marginal-*forward* para un determinado período futuro es igual a la tasa cero cupón *esperada* para ese mismo período (Hull (2002), p.102). La tasa marginal o *forward* es la tasa de interés de un préstamo entre dos fechas futuras, contratado hoy.

⁸ Ver Arango, Melo, y Vásquez (2003)

$$(1 + i_{0,3\text{meses}}^s) = \frac{(1 + i_{0,3\text{meses}}^s)^{\frac{90}{360}}}{(1 + i_{0,1\text{día}}^s)^{\frac{1}{360}}} \quad (5)$$

donde $i_{0,3\text{meses}}^s$ y $i_{0,1\text{día}}^s$ corresponden a las tasas de interés efectivas anuales a 3 meses y a 1 día obtenidas a partir de la curva cero cupón.

Como en cualquier comparación entre valores medios y marginales, la tasa *forward* -marginal está por encima de la cero cupón cuando la media aumenta, está por debajo cuando la media disminuye, y las dos coinciden cuando la primera es constante (Salomon Brothers (1995)). Por la misma razón, la curva marginal-*forward* aumenta las variaciones en la pendiente de la curva *spot*. Las diferencias entre ambas pueden ser significativas: una tasa cero cupón de 6% a 2 años y de 6.5% a 3 años produce una tasa marginal-*forward* de 7.51%; y una tasa cero cupón que pasa de 9% a 11% en ese mismo período produce una tasa marginal-*forward* de 15.1%. Para facilitar la terminología se denominan i_t e i_t^* a las tasas de interés marginales-*forward* entre t y $t+1$ en Colombia y los Estados Unidos.

El Gráfico 1 presenta las tasas de interés *forward-marginales* obtenidas a partir de la curva de cero cupón de Colombia en el período 2000-2007, anualizando las tasas para períodos menores a 1 año.⁹ En cada año se indica el valor promedio (estimado con la información diaria) para las tasas a 1 día, 1 mes, 1 trimestre, 1 semestre y 1 año, 1-2 años hasta 6-7 años. Para Colombia se observa una caída sostenida en el nivel de la curva de rendimientos, posiblemente como resultado la dinámica decreciente de la inflación. La pendiente es positiva en todos los años excepto en 2007 (la parte larga cae). El comportamiento es mucho más heterogéneo en los Estados Unidos, con mayor volatilidad en el tramo corto de la curva: se presentan caídas pronunciadas entre 2000 y 2004 y niveles intermedios entre 2000 y 2007. En 2006 y 2007 las curvas resultan relativamente planas.

El Gráfico 2 presenta la relación entre las tasas doméstica y externa, calculada como $\left[\ln \frac{1+i}{1+i^*} \right] \approx i - i^*$. Se observa que la curva diferencial permanece en niveles relativamente altos entre 2000 y 2004, pero cae sustancialmente en 2005 - 2007, debido a la disminución del nivel promedio de la curva en Colombia. Adicionalmente se observa que la curva presenta una forma sinusoidal con un empujamiento mayor en períodos de maduración entre 1 y 4 años y sustancialmente marcados en 2000, 2003 y 2005.

⁹ Para el caso de 3 meses, por ejemplo, se elevó el lado derecho de la ecuación (5) a 360/90.

Gráfico 1
Tasas de Interés *Forward* en Colombia y en los Estados Unidos, 2000-2007

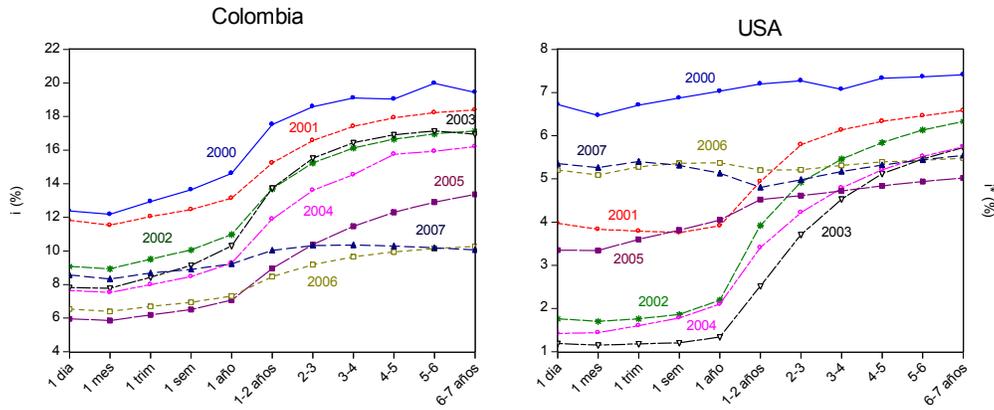
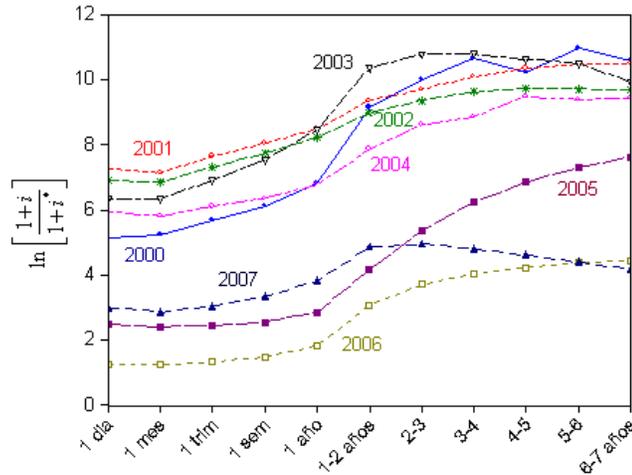


Gráfico 2
Diferencia entre las Tasas de Interés *Forward* en Colombia y en los Estados Unidos, 2000-2007



El mercado de deuda pública en Colombia comienza durante la década de los 90, y se consolida en el período 2000-2006¹⁰ y en la actualidad se cuenta con una base histórica de curvas *spot* para los TES colombianos denominados en pesos y en UVR. Sólo desde 2002 existen títulos a 10 años, aún cuando en este documento se utilizarán períodos de maduración hasta de 6 años. La financiación del gobierno recaía inicialmente en fuentes externas (esencialmente préstamos sindicados y con agencias multilaterales) en los primeros años de la década pasada, pero luego fue ganando importancia la financiación a través de instrumentos de deuda en el mercado externo, permitiendo la diversificación de las fuentes de recursos. La financiación a través de deuda local se limita aún a colocaciones *convenidas* y *forzadas* con entidades públicas.

¹⁰ Los siguientes párrafos se basan en Mera (2007).

Varios factores favorecieron el fortalecimiento de la financiación del gobierno a través de instrumentos en el mercado local: i) la estructuración de un calendario para las subastas de TES B; ii) el establecimiento del programa de creadores de mercado¹¹, y iii) el desarrollo de los inversionistas institucionales como demandantes finales de papeles. En 1998 se lanzó el mercado electrónico SEN, que ha contribuido al mayor crecimiento y liquidez del mercado de deuda pública. Ello, unido al incremento en los plazos de colocación y a la emisión de títulos a diferentes vencimientos, ha tenido un efecto favorable para la construcción de la curva *spot* cada vez más larga y robusta.

No obstante, aún hoy día las transacciones se encuentran concentradas en unos pocos papeles. En 2006 y 2007, por ejemplo, los papeles de 2020 representaron 54.8% de las transacciones en tasa fija (en pesos), los de 2014 13.1%, y los de 2009 7.5%. Ello significa que los títulos con períodos de maduración mayor a 5 años representan aproximadamente el 70% del total de transacciones, si se considera que del total de negociaciones a tasa fija y variable el 99.7% corresponde a títulos de tasa fija.

Los trabajos iniciales en el campo de la paridad cubierta (PC) utilizaron papeles emitidos en diferentes mercados (tal como en nuestro caso) y no encontraron evidencia para validar la hipótesis $\beta_{pc} = 1$ (Isard (1995), p.78).¹² No obstante, la mayoría de trabajos recientes encuentran que dicha hipótesis es válida, y principalmente para períodos cortos de maduración.¹³ Taylor (1989) atribuye ese último resultado a las políticas de *stop-loss* que imponen los gerentes de los bancos a sus subalternos.¹⁴

Los trabajos recientes utilizan títulos emitidos en un mismo mercado financiero (e.g. títulos emitidos por el gobierno de Alemania y por el gobierno de los Estados Unidos en Nueva York), con lo cual desaparece parcialmente el riesgo de controles de capital o de nuevos impuestos (se mantiene el riesgo de *default*). En este caso, el riesgo país es bajo debido a que es poco probable que Alemania se declare en moratoria y/o imponga controles de capital y/o nuevos impuestos a las transacciones financieras.¹⁵ Dado lo anterior, sería muy útil considerar en el trabajo los títulos emitidos por el gobierno colombiano en los Estados Unidos (bonos “globales” o *yankees*). Sin embargo, éstos comienzan a emitirse desde hace dos años con un bajo registro de transacciones y poca liquidez.

El Cuadro 1 muestra los coeficientes estimados para la ecuación de paridad cubierta (PC):

¹¹ El programa de creadores de mercado corresponde a la selección de intermediarios especializados, que al ser parte del programa poseen ciertos privilegios (únicos intermediarios autorizados a participar en las subastas y en el sistema del Banco de la República) y obligaciones (están obligados a adquirir una cantidad mínima de las subastas realizadas en el año, así como a colocar puntas en el sistema de negociación).

¹² Con α_{pc} diferente de cero. La mayoría de estudios en el área se concentran en el valor de β_{pc} , pues $\beta_{pc} = 1$ indica sustitubilidad perfecta entre títulos. El parámetro α_{pc} está asociado a costos de transacción o a un factor riesgo constante. Ver nota 29 para el caso de paridad no cubierta.

¹³ Ver Branson (1969), Frenkel y Levich (1975) y Frenkel y Levich (1977). Para períodos recientes ver Taylor (1987) y Taylor (1989). El último autor concluye que en períodos de calma no existen oportunidades de arbitraje desperdiciadas, pero éstas podrían existir en alguna medida en períodos de turbulencia.

¹⁴ Sin embargo, Balke y Wohar (1998) encuentran evidencia de desviaciones importantes a la hipótesis de PC y sostienen que los mercados no arbitran a menos que los márgenes de rentabilidad sean altos, por encima de un nivel específico. Estudios para la década de los años 1920s encuentran que este nivel podría estar cercano a los 50 puntos básicos (Peel y Taylor (2002)).

¹⁵ Ver Aliber (1973). Sobre el papel de costos de transacción y la incertidumbre financiera ver Frenkel y Levich (1975) y Frenkel y Levich (1977); sobre el potencial de los controles de capital ver Dooley y Isard (1980).

$$f_t^{t+k} - e_t = \alpha_{pc} + \beta_{pc} \ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right) + \mu_{pc,t} \quad (6)$$

donde $\beta_{pc} = 1$ es la hipótesis nula. Se realizan estimaciones para cada plazo k y, teniendo en cuenta los resultados sobre raíz unitaria (ver Apéndice A), se utilizan todas las variables en niveles. En esta Sección y en las siguientes se utiliza el método de estimación GMM, debido a los problemas de autocorrelación y de incumplimiento del supuesto de exogeneidad estricta que surgen en modelos de expectativas racionales con observaciones traslapadas, tales como el utilizado en este documento (ver Apéndice B). Los resultados de las estimaciones no difieren sustancialmente de los obtenidos por mínimos cuadrados ordinarios cuando se ignoran los problemas señalados.¹⁶

Las columnas (1) y (2) del Cuadro presentan los valores estimados para α_{pc} y β_{pc} y sus correspondientes estadísticos “t”, y las columnas (3) y (4) la significancia marginal asociada a la estadística de prueba tipo *Wald* para contrastar las hipótesis $H_0 : \alpha_{pc} = 0$ y $H_0 : \beta_{pc} = 1$, respectivamente; las columnas (4) y (5) indican el número de observaciones y el valor del coeficiente R^2 .

Como en Branson (1969), se excluyó la información correspondiente a los mayores niveles de “turbulencia”. Para ello se eliminaron los valores extremos de la variable dependiente (menores al percentil 5 o mayores al percentil 95). Para $k=1$ año los errores se concentran en agosto, septiembre y octubre de 2002 (quiebras de Enron y otras grandes firmas en los Estados Unidos, crisis a comienzos del gobierno de Lula en Brasil) y en algunos meses de 2007. Los resultados solo cambian ligeramente cuando no se excluyen dichos *outliers*. El mismo procedimiento se aplicó para las estimaciones de las demás secciones del trabajo.

Con base en los resultados, y en concordancia con buena parte de la literatura internacional, se observa evidencia contundente en favor de la hipótesis de PC, excepto para períodos de maduración de 1 semestre. Para períodos de 0-3 días se obtiene un coeficiente $\beta_{pc} = 5.25$ que de todas formas es igual o mayor a 1 y significativo¹⁷, y para 1 semestre se obtiene un valor promedio de β_{pc} alto, pero no igual a 1 (intervalo de confianza entre 0.85 y 0.95). A nivel formal, la aplicación de la prueba de Wald permite no rechazar la hipótesis $\beta_{pc} = 1$ en 4 de los 5 períodos considerados (1 mes, 1 trimestre y 1 año). El coeficiente R^2 resulta mucho mayor para períodos de maduración de 1 semestre y 1 año, en parte porque en esos casos α_{pc} es significativamente diferente de cero. Para el caso de 1 año el R^2 es 0.903 (y se cumple la hipótesis de PC).¹⁸

Los resultados son mucho menos satisfactorios cuando se trabaja con tasas *spot* (no reportadas en detalle): β_{pc} es igual a 0.23 para 3 meses, y a 0.44 para 6 meses), en lugar de tasas marginales – forward, o cuando se utiliza la tasa de los CDTs de 90 días ($\beta_{pc} = 0.24$). Y no mejoran cuando se incluyen variables *dummy* para los diferentes años o para los días de la semana.

Los resultados del Cuadro 1 podrían parecer sorprendentes para quienes consideran que en Colombia no se ha desarrollado la parte corta de la curva *spot*, al tener en cuenta que solo se tranzan

¹⁶ La metodología GMM y MCO producen los mismos coeficientes α_{pc} y β_{pc} . El estadístico “t” resulta menor en el caso de MCO, pero con niveles de significancia similares.

¹⁷ La varianza de β_{pc} es muy alta, sin embargo, con un intervalo de confianza que se encuentra entre -0.11 y 10.61.

¹⁸ Las variables dependientes no son idénticas, por lo que el R^2 no es estrictamente comparable.

unas pocas emisiones de títulos a mediano y largo plazo (como se mencionó arriba, los títulos con períodos de maduración mayores a 5 años representan hoy cerca del 70% de las transacciones totales). Sería en efecto deseable contar con más títulos a diferentes plazos, pues ello permitiría que el tramo corto de la curva dependa menos de los cupones de unos pocos bonos de largo plazo. Ello no es indispensable si se tiene en cuenta la descomposición descrita del TES de largo plazo en bonos cero cupón de más corto plazo (página 5). Adicionalmente, a pesar de la falta de emisiones de títulos a corto plazo, nuestros resultados sugieren que los mercados funcionan con relativa eficiencia en el corto plazo: siempre es posible comprar un título con madurez de 1 año y venderlo el próximo mes.

Cuadro 1

$$\text{Paridad Cubierta: } f_t^{t+k} - e_t = \alpha_{pc} + \beta_{pc} \ln \left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*} \right) + \mu_{t+k}, 2000-2007$$

	α_{pc}	β_{pc}	Ho: $\alpha_{pc}=0$: valor p	Ho: $\beta_{pc}=1$: valor p	obs	R ²
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0-3 Días	-0.00 (-1.8*)	5.25 (1.9)**	0.00	0.08	1,692	0.004
0-1 Mes	-0.00 (-0.4)	0.99 (13.4)***	0.69	0.85	1,695	0.409
0-1 Trimestre	0.00 (0.8)	0.96 (27.0)***	0.40	0.23	1,692	0.803
0-1 Semestre	0.00 (5.5)***	0.90 (34.0)***	0.00	0.00	1,689	0.908
0-1 año	0.00 (2.7)***	1.00 (36.3)***	0.01	0.87	1,667	0.903

Se eliminaron los valores extremos de la variable dependiente (menores al percentil 5 o mayores al percentil 95). Los valores en paréntesis corresponden a los coeficientes t obtenidos mediante la metodología GMM sugerida por Hansen & Hodrick (1982); ***, **, * indican niveles de significancia de 1%, 5% y 10%. Los valores de las columnas (3) y (4) corresponden al p value para el test de Wald. Se corrigió heteroscedasticidad en todos los casos

Si a la ecuación de PC con riesgo $f_t^{t+k} - e_t = \alpha_{pc} + \beta_{pc} (i - \rho_{país} - i_t^*) + \mu_{pc,t}$ se resta el término $(i_t - i_t^*)$ en ambos lados, se tiene que $er_{pc} = (f_t^{t+k} - e_t) - (i_t - i_t^*) = \alpha_{pc} + \beta_{pc} (i - \rho_{país} - i_t^*) + \mu_{pc,t} - (i_t - i_t^*)$. Es decir, que:

$$er_{pc} = \alpha_{pc} + (\beta_{pc} - 1)(i_t - i_t^*) - \beta_{pc} \rho_{país} + \mu_{pc,t} \quad (7)$$

Al hacer abstracción del término de error y suponer $\beta_{pc} = 1$ (supuesto correcto k=1 año), se tiene que $er_{pc} = \alpha_{pc} - \rho_{país}$. En otras palabras, cuando $\beta_{pc} = 1$ los valores positivos para el exceso de rendimiento (er_{pc}) significan que los costos de transacción (α_{pc}) tienen un valor mayor que el riesgo país ($\rho_{país}$) y viceversa.

El Gráfico 3 muestra la evolución de los diferentes componentes de la ecuación de PC para k = 1 año: el diferencial de tasas de interés *forward-marginales* en Colombia y en los Estados

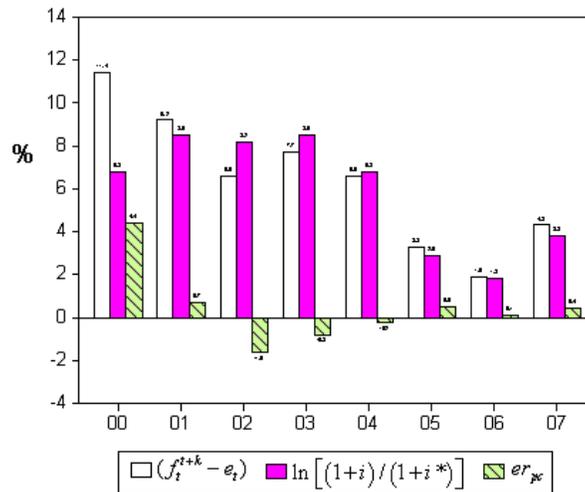
Unidos $\left(\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)\right) \approx i_t - i_t^*$, ver también el Gráfico 1), la denominada prima *forward* ($f_t^{t+k} - e_t$) y el exceso de rendimiento para la ecuación de paridad cubierta er_{pc} . Para esta última variable se observan valores positivos en 2000-2001 y en 2005-2007, y valores negativos en 2002 (especialmente), 2003 y 2004.

La mayoría de los trabajos internacionales en el área suponen que $\rho_{país} \approx 0$, con lo cual $er_{pc} \approx \alpha_{pc}$ (ver abajo), donde α_{pc} suele asociarse con costos de transacción relativamente constantes (α_{pc} también puede incluir un factor de riesgo constante). El supuesto $\rho_{país} \approx 0$ parece ser acertado pues en estos casos se utilizan títulos con bajo riesgo de *default* (e.g. títulos del gobierno alemán y de los Estados Unidos), emitidos en un mismo mercado (e.g. Nueva York), con lo cual desaparecen los riesgos asociados a controles de capital y a nuevos impuestos. Los trabajos citados encuentran valores muy pequeños (que oscilan entre 0.15% y 0.18% al año) para er_{pc} y concluyen por tanto que se trata de mercados financieros eficientes.¹⁹ Pero esos resultados no son directamente comparables con los de este trabajo pues, como se mencionó arriba, acá se utilizan tasas de interés de los TES emitidos por el gobierno de Colombia en el país, los cuales incorporan riesgos de *default*, de nuevos impuestos y de controles de capital.

Gráfico 3

Diferencial de Tasas de Interés, $f_t^{t+k} - e_t, k=1$ año y Exceso de Rendimiento en Paridad Cubierta

$$\left[er_{pc} = (f_t^{t+k} - e_t) - \ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right) \right], 2000-2007 - media-$$



¹⁹ Branson (1969), por ejemplo, encuentra un valor de 0.18% para el er_{pc} de la relación Estados Unidos – Canadá (Julio de 1962 a Diciembre de 1964) y Estados Unidos – Reino Unido (Enero de 1959 a Diciembre de 1964). Frenkel y Levich (1975) encuentran un exceso de rendimiento promedio cercano a 0.15% por año para la relación entre el dólar, la libra esterlina y el dólar canadiense entre 1962 y 1967 y lo atribuyen enteramente a costos de transacción. Frenkel y Levich (1977) llegan a conclusiones similares e indican que los costos de transacción se elevaron sustancialmente en el período de flotación administrada 1973-75.

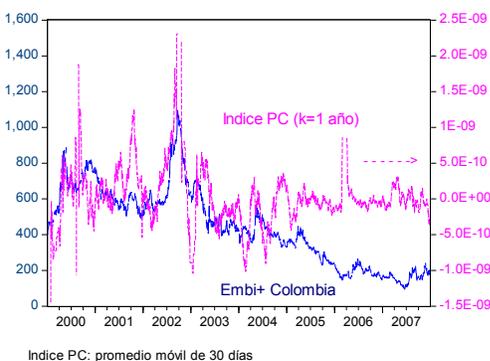
Es posible calcular el riesgo país ($\rho_{país}$) a partir de la ecuación (7):

$$\rho_{país,t} = \frac{er_{pc} - \alpha_{pc} - (\beta_{pc} - 1) \ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right) - \mu_{pc,t}}{-\beta_{pc}} \quad (8)$$

El Gráfico 4 muestra la evolución del $\rho_{país,t}$ calculado a partir de la ecuación de PC (8) – *Indice PC*²⁰ y lo compara con el EMBI+, una medida de riesgo de *default* producida diariamente por la firma *J.P.Morgan* y ampliamente utilizada por los analistas financieros. La diferencia principal es que el EMBI+ no incluye riesgo de controles de capital o de nuevos impuestos y para su cálculo se utilizan títulos con períodos de maduración de corto y de largo plazo.²¹ El movimiento de las dos variables es sorprendentemente similar en el período 2000-2004, y ambos recogen adecuadamente el impacto de la moratoria argentina en 2002 y de la crisis de Emron - primeros días de Lula en 2002.

No obstante, se presentan diferencias importantes. El *Indice PC* presenta un pico importante en 2000, que no recoge con la misma fuerza el EMBI+, y que coincide con la propuesta del Presidente Pastrana de convocar un referendo para reformar el Congreso. Y un pico importante en 2006 que recoge la llamada “crisis de los TES”. Además, los dos índices se alejan en 2004-2007. Mientras el EMBI+ desciende en forma paulatina, el *Indice PC* se mantiene a niveles relativamente constantes. Se destaca la menor volatilidad del *Indice PC* en 2004-2007 que en 2000-2004.

Gráfico 4
Evolución del Riesgo País. EMBI vs PC



²⁰ Para el cálculo de $\rho_{país,t}$ se utilizaron los valores exactos de α_{pc} (0.0043411) y de β_{pc} (0.9955978). Los valores reportados en el Cuadro 1 son aproximados.

²¹ El llamado EMBI + solo incluye títulos denominados en dólares, regidos por leyes de uno de los países del llamado Grupo de los 7 (G7). Solo pueden adicionarse títulos con períodos de vencimiento mayores a 2 años y medio, y una vez incluido, el título solo puede permanecer en la canasta hasta que su período de maduración sea mayor a 12 meses (J.P.Morgan (2004)). Cuatro títulos con períodos de maduración mayores a 9 años poseen un peso conjunto superior a 60% del total en el caso del EMBI+ Colombia.

III. Paridad No Cubierta (PNC) con Expectativas Racionales y la Anomalía

A. Paridad no Cubierta

La hipótesis de paridad no cubierta (PNC) puede expresarse como:

$$\frac{\varepsilon_t^{e^{t+k}}}{\varepsilon_t} = \frac{(1+i_t)(1+\rho_{\text{cambiaro},t})}{(1+i_t^*)(1+\rho_{\text{país},t})} \quad (9),$$

donde $\varepsilon_t^{e^{t+k}}$ el valor esperado en t para la tasa de cambio en $t+k$. Como en el caso de la PC, la ecuación se presenta en dos formas alternativas:

$$e_t^{e^{t+k}} - e_t = \ln \left(\frac{(1+i_t)(1+\rho_{\text{cambiaro},t})}{(1+i_t^*)(1+\rho_{\text{país},t})} \right) \approx i_t - \rho_{\text{país},t} - i_t^* + \rho_{\text{cambiaro},t} \quad (10)$$

y

$$\frac{\varepsilon_t^{e^{t+k}} - \varepsilon_t}{\varepsilon_t} \approx i_t - \rho_{\text{país},t} - i_t^* + \rho_{\text{cambiaro},t} \quad (11),^{22}$$

con $e_t^{e^{t+k}}$ y e_t el logaritmo de ε_{t+k} y de ε_t , respectivamente.

Para agentes neutrales al riesgo (o riesgo enteramente diversificable) la ecuación de *PNC simple* se puede representar como:

$$e_t^{e^{t+k}} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc} \ln \left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*} \right) + \mu_{pnc,t} \quad (12)$$

Y en el caso de expectativas racionales, como:²³

$$e_{t+k} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc} \ln \left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*} \right) + \mu_{pnc,t} \quad (13)$$

A diferencia del caso de PC es necesario incorporar ahora el riesgo cambiario debido a que no se garantiza que la tasa de cambio esperada ($e_t^{e^{t+k}}$) sea igual a la tasa *spot* al final del período (e_{t+k}). En este sentido, el agente puede ganar o perder dependiendo de la relación *ex - post* entre las dos variables. El cumplimiento simultáneo de las hipótesis de PC y PNC (ecuaciones (2) y (11)) con agentes neutrales al riesgo implica que la tasa *forward* coincide con la *spot* esperada $e_t^{e^{t+k}}$.

El Gráfico 5 presenta la evolución de la tasa de cambio nominal de Colombia frente a los Estados Unidos. Desde comienzos de 2000 hasta mediados de 2003 se deprecia y entre 2003 y 2008 se revalúa fuertemente, con un período de devaluación transitorio a principios de 2006. La dinámica se caracteriza por devaluaciones y revaluaciones anuales pronunciadas, devaluaciones superiores a 30% a principios de 2003, y revaluaciones cercanas a -30% a mediados de 2007.

²² La conversión de (9) en (11) requiere suponer que $\varepsilon^e = \varepsilon$, ver Krugman y Obstfeld (1991).

²³ En el caso de expectativas racionales $E(e_t^{e^{t+k}}) = E(e_{t+k})$, lo cual significa que $e_t^{e^{t+k}} = e_{t+k} + v_{t+k}$, con v_{t+k} un error aleatorio de media cero y varianza constante. Si el error no es de media cero, los agentes no utilizan toda la información disponible para su decisión y las expectativas no son racionales.

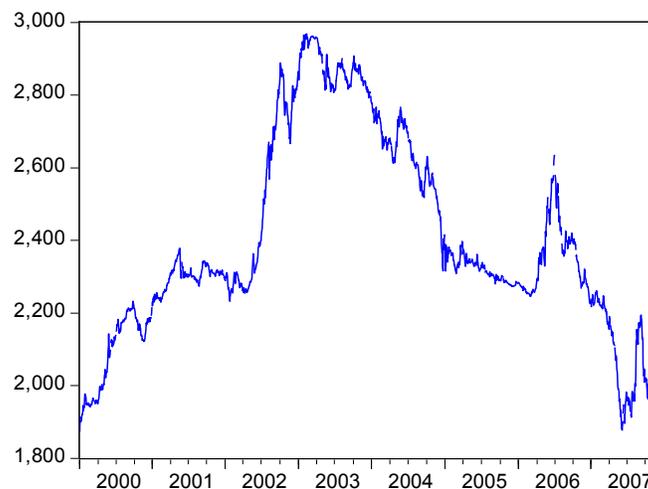
Durante los últimos años, el mercado cambiario colombiano ha experimentado un crecimiento importante en los volúmenes de transacciones. En efecto, el promedio diario de negociación en el sistema transaccional *Datatec- SET-FX* fue US\$ 168 millones en 2001 y US\$ 837 millones en 2007, con un crecimiento anual de 30%. Los montos son aún mayores cuando se incluyen las operaciones realizadas por fuera del sistema transaccional SET FX, con un valor diario cercano a \$ 1.090 millones en 2007.

El mercado de futuros es aún pequeño, pero ha crecido a tasas muy altas. El volumen diario de transacciones fue US \$ 40 millones en 1998 y US\$ 554 millones en julio de 2007, con un crecimiento anual de 34%. Las operaciones *forwards* de tasa de cambio tienen la mayor participación (se prohíben los derivados de crédito), con transacciones diarias de US\$ 80 millones en 2001, US\$ 226 millones en 2004 y US\$ 464 millones en 2007. Las transacciones a corto plazo tienen un mayor peso en el mercado cambiario *forward*. Así, los de vencimiento inferior a 35 días representan 88% de los contratos vigentes en 2007.²⁴ Son 13 las entidades que transan en el mercado *forward* en Colombia.

La volatilidad de la tasa de cambio ha incentivado a los agentes a cubrir la exposición cambiaria de sus posiciones lo cual, junto con el mayor número de participantes en el mercado (agentes *offshore* y fondos de pensiones), ha estimulado durante los últimos años un mayor grado de profundidad y liquidez. Como ocurre a nivel internacional, los contratos *forwards* son más seguros que los del mercado *spot*: operan con un marco regulatorio internacional y son *non-delivery* (no hay riesgo de principal pues cada día se cancelan las pérdidas o ganancias netas).

En abril de 2004 el promedio de negociación en el mercado de tasa de cambio *forward* colombiano representaba el 37% del mercado *spot*, indicador que supera la media para América Latina, aun cuando es inferior al de un país como Chile (Mera (2007)).

Gráfico 5
Tasa de Cambio Nominal de Colombia frente a Estados Unidos (\$/US)



²⁴ Las siguientes son las participaciones de los diferentes períodos de maduración en el mercado de tasa de cambio *forward* en 2006: 57% para 15 a 35 días, 15% para 91 a 180 días, 13% para 36 a 60 días; 13.8% para “otros plazos”.

En la Sección II se discutieron aspectos asociados al riesgo país. Respecto a la explicación del riesgo cambiario, al nivel más general Lucas (1982) plantea un modelo de equilibrio general dinámico con 2 bienes y 2 países en que los agentes tienen preferencias idénticas y dotaciones estocásticas diferentes. Si se cumple la hipótesis de PC la maximización de utilidad de los agentes lleva a una prima de riesgo que varía en el tiempo, y que depende del coeficiente de aversión al riesgo de los agentes y de la covarianza entre la tasa *spot* en $t+1$ (e_{t+1}) y el consumo en $t+1$.²⁵

Otros trabajos tratan de explicar la prima de riesgo en el contexto de modelos de portafolio a partir de la maximización de una función de utilidad que depende de la media y de la varianza del portafolio. Corresponden a modelos de equilibrio parcial donde se consideran exógenas la tasa de interés y la tasa de cambio (Lewis (1995)). En términos simples Dominguez y Frankel (1993) plantean que los agentes mantienen un portafolio donde la cantidad de dólares (o de cualquier otro activo del portafolio) depende positivamente del riesgo propio de los bonos en pesos: $x_t = a + b\rho_t$, donde $x_t = \frac{\varepsilon_t US\$}{W}$ es la participación del portafolio en dólares ($\varepsilon_t US\$$) en la riqueza total del agente (W). Al despejar la función se obtiene $\rho_t = -a\frac{1}{b} + \frac{1}{b}x_t$. El coeficiente b indica el grado de sustituibilidad entre activos: $\rho=0$ (sustitutos perfectos) se da cuando $b = \infty$; $\rho > 0$ (sustitutos imperfectos) cuando $b < \infty$. Es probable que este tipo de modelos de portafolio, que asume sustitución imperfecta entre títulos, pierda relevancia en la medida que se profundizan los mercados financieros y se incrementa dicha sustituibilidad.

Dornbusch (1980) modela los determinantes del diferencial entre las tasas de interés internas y externas. Para una función de utilidad CRRA (riesgo constante) el autor encuentra que $\bar{r}^* - \bar{r} = \gamma\sigma_t^2\left(\frac{V^*}{W} - \bar{x}\right)$, donde r y r^* corresponden a las tasas de interés de los activos en pesos y en dólares (reales en este caso), γ al coeficiente de aversión al riesgo de los agentes, σ_t^2 a la varianza – volatilidad de la tasa de cambio nominal, $\frac{V^*}{W}$ a la relación entre la oferta de dólares y el nivel de riqueza de los agentes locales; \bar{x} corresponde a la participación de dólares en un portafolio de mínima varianza. Lo anterior significa que el diferencial entre las tasas de interés interna y externa depende positivamente de la aversión al riesgo de los agentes, de la volatilidad de la tasa de cambio y del diferencial entre la participación de los dólares en el portafolio de los agentes y su nivel de participación en el portafolio de mínima varianza.²⁶ Algunos autores argumentan, sin embargo, que la variable riesgo difícilmente explica algunos de los hallazgos de la literatura empírica en el

²⁵ Ver Sarno y Taylor (2002), p.20-24). ¿Cómo se explica que los activos denominados en pesos sean más riesgosos que los denominados en dólares, cuando existe una sola tasa de cambio que los relaciona? Siguiendo a Froot y Thaler, 1990, se supone que existe integración completa entre activos y entre bienes de dos países (A y B) de igual tamaño, cada país tiene un activo que paga consumo futuro, cada país produce un bien y consume en cantidades iguales el bien local y el bien externo. Se supone adicionalmente que la relación entre el activo y el producto es mayor en A que en B. Teniendo en cuenta que los inversionistas consumen en cantidades iguales el bien nacional y el extranjero, también les interesa diversificar su portafolio por igual entre el activo de A y el de B. En este caso sólo aceptarán mantener una fracción mayor de su portafolio en A que en B si reciben una prima por tener el activo A. En ese caso, los activos denominados en los bienes de A son más riesgosos que los denominados en los bienes de B.

²⁶ Sobre el modelo de portafolio ver Sarno y Taylor (2002), capítulo 4. El modelo requiere la no existencia de equivalencia ricardiana (Backus y Kehoe (1988)). Ver también Lewis (1995). Baillie y Osterberg (1997) presentan un modelo más general donde el exceso de rendimiento depende de la volatilidad del producto, de la tasa de cambio y de la participación del dólar en el portafolio de los agentes. Los autores solo utilizan la volatilidad de la tasa de cambio en su trabajo empírico por no existir información diaria o mensual para las otras variables.

campo.²⁷ La siguiente Sección discute la versión de Fama sobre el papel que juega el riesgo en la llamada *anomalía* en la PNC.

B. La *Anomalía*, el Riesgo y la Alta Rentabilidad del “*carry-trade*”

Si se supone que la tasa de cambio esperada (e^e_{t+k}) fluctúa menos que la tasa de cambio *spot* (e_t),²⁸ y que $\beta_{pnc} = 1$, la ecuación (10) implica que la tasa de cambio *spot* se revalúa en países con tasas de interés altas (diferenciales positivos de tasas de interés) y viceversa, lo cual tiende a igualar las rentabilidades relativas en las distintas monedas sin que resulte particularmente rentable invertir en una u otra de ellas (Lewis (1995)). Una forma de entender el comportamiento de la tasa de cambio *spot* es la siguiente: si la tasa de interés es “alta” los flujos de capital hacia el país revaluarán la tasa de cambio *spot*.

Sin embargo, lejos de obtener valores estimados cercanos a 1, la mayoría de trabajos empíricos en los países desarrollados hallan coeficientes negativos y significativos para β_{pnc} .²⁹ En este escenario alternativo, lejos de igualar rentabilidades entre monedas, los movimientos en la tasa de cambio exacerban los diferenciales de rentabilidad. En ese caso resulta rentable invertir en los países con altas tasas de interés nominales cuando la tasa de cambio es fija, y aún más rentable cuanto la tasa de cambio es variable. Si existe la *anomalía* se obtienen ganancias no asociadas a mayores niveles de riesgo al invertir en países con altas tasas de interés nominal, el origen del llamado “*carry trade*”.

El coeficiente β_{pnc} promedio obtenido en los 75 trabajos revisados por Froot (1990) es -0.88; β_{pnc} resulta positivo en unos pocos casos, pero en ninguno de ellos mayor a 1. De otra parte Fama (1984) encuentra coeficientes negativos con valor absoluto mayor a 2 para la relación del dólar con la libra, el marco y el yen en 1973-1982, y Chinn y Meredith (2004) encuentran coeficientes negativos para el período 1980-2000 en 6 de las 7 monedas consideradas (5 de ellas significativas estadísticamente) con un valor promedio para todas ellas de -0.8, similar al valor promedio reportado por Froot (1990). Finalmente, el trabajo de Burnside, et al. (2006) para 1976-

²⁷ Ver también Lewis, 1995, Sarno y Taylor, 2002, Obstfeld y Rogoff (1996), p.589-592. Existe un amplio debate sobre el impacto del riesgo, reseñado recientemente por Engel (1996). El modelo simple de activos de Lucas (1982) puede dar cuenta de la covarianza negativa entre el riesgo y la tasa de cambio, pero ni estos modelos ni los modelos de portafolio pueden fácilmente explicar la alta volatilidad del riesgo. Modelos como el de Bekaert, Hodrick, y Marshall (1997) generan una prima de riesgo mucho menor a la que se requiere con base en la información observada. La prima de riesgo necesario para explicar algunos episodios en los 1980s en los Estados Unidos es superior al 16%, muy difícil de explicar en términos intuitivos. También ha sido difícil relacionar el llamado riesgo con la evolución de algunas variables macroeconómicas. Ver también Engel (1995), Bansal y Dahlquist (2000) y Froot y Thaler (1990).

²⁸ El supuesto de menor volatilidad de las expectativas que de la tasa de cambio *spot* parece acertado. Para 2003-2006 en Colombia, por ejemplo, la volatilidad (desviación estándar) de la devaluación observada a 1 mes ha sido 4.9 veces la volatilidad de la devaluación esperada en las encuestas del Banco de la República; con una relación de 7.7 veces para períodos de maduración de 1 año. La mayor volatilidad relativa de la devaluación observada aparece en cada uno de los años 2003-2006 en que existe la encuesta (Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2008b)). A nivel internacional, Allen y Taylor (1990) encuentran una tendencia de las expectativas (consignadas en encuestas) a sub-predecir los mercados *spot* al alza, y a sobre-predecir los mercados a la baja, con lo que la elasticidad de las expectativas a la devaluación de la tasa *spot* es menor a 1. Este resultado también se obtiene para Colombia.

²⁹ Pocos trabajos se preocupan por el valor de α_{pnc} . Chinn y Meredith (2004) afirman que la existencia de α_{pnc} diferente de cero puede ser explicada por la llamada desigualdad de Jensen o por la existencia de un exceso de rendimiento (er_{pnc}) o prima de riesgo constante. Los activos en diferentes monedas pueden ser considerados sustitutos perfectos cuando $\beta_{pnc} = 1$ (Takagi (1990))

2005 encuentra coeficientes negativos y significativos a 1 mes para 6 de los 9 países considerados y a 3 meses para 4 de ellos.³⁰

Como se mencionó en la introducción, autores como Flood y Rose (2002) consideran que la hipótesis de PNC es un tópico clásico en finanzas internacionales, un bloque central en la mayoría de modelos teóricos y una terrible falla en términos empíricos. De hecho, la unanimidad en los resultados fallidos en el campo puede ser considerada única en la literatura empírica en economía (Chinn y Meredith, 2004).

La presencia de la *anomalía* explica parcialmente el relativo fracaso de Meese y Rogoff (1983) en predecir la tasa de cambio nominal. Según los autores, la tasa de cambio contemporánea es mejor indicador de la tasa de cambio futura que los pronósticos obtenidos de modelos monetarios estándar, de modelos de series de tiempo más sofisticados o que la tasa de cambio *forward*. Los autores encuentran que un proceso de paseo aleatorio predice mejor la tasa de cambio nominal que la hipótesis de PNC cuando se impone $\beta_{pnc} = 1$, aún cuando no realizan el ejercicio sin fijar el parámetro.

En el lenguaje de analistas financieros, la *anomalía* hace rentable el *carry trade*. En efecto, Burnside, et al. (2006) y Burnside, Eichenbaum, y Rebelo (2007) muestran que las operaciones de *carry trade* han llevado a una relación de *Sharpe* (ganancia/desviación estándar) alta (en parte gracias a la menor volatilidad) y a ganancias similares (con menor volatilidad) a las que se obtienen invirtiendo en el índice *S&P 500*. Como concluyó Bilson (1981) hace varias décadas, la *anomalía* lleva a excesos de rentabilidad que no guardan relación con el riesgo. En la misma dirección, Colombia sería un país especialmente atractivo para el *carry-trade* si se considera que las tasas de interés nominales son aún sumamente altas. En noviembre de 2007, por ejemplo, la tasa REPO a 1 día era 9.25% en Colombia, sólo superada por Turquía (16.75%) y Brasil (11.25%); la tasa repo en México era en ese momento 7.5%, en Chile 5.75% y en Perú 5.0%.

La literatura empírica sugiere que la *anomalía* es menos frecuente para periodos largos de vencimiento lo cual podría deberse a que la parte larga de la curva captura mejor los fundamentales de tasas de interés que el tramo corto (más influenciada por volatilidades de corto plazo y por la influencia de los bancos centrales)³¹ o a que las expectativas cambiarias de largo plazo capturan mejor los quiebres en tendencia de la tasa de cambio *spot*. La literatura internacional encuentra que las apreciaciones inesperadas producen expectativas de nuevas apreciaciones en el corto plazo pero van acompañadas de expectativas de devaluación para el largo plazo (Takagi (1990); para Colombia ver Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2008b)).

La *anomalía* es menos marcada para países con inflación alta y volátil y/o con crisis cambiarias,³² y parece ser menos evidente en la década de los 90s que en décadas anteriores, menos evidente entre países de la Comunidad Europea y en la relación dólar - marco. Bansal y Dahlquist (2000) encuentran que la *anomalía* es especialmente fuerte en economías desarrolladas, pero Flood y Rose (2002) no hallan diferencias significativas entre economías desarrolladas y emergentes. La *anomalía* es más fuerte en períodos de intervención activa del los bancos centrales en el mercado cambiario (Mark y Moh (2003)). Para algunos autores la *anomalía* es simplemente el resultado del

³⁰ Los resultados son muy heterogéneos entre países y periodos. De los 21 casos estimados por Flood y Rose (2002) para la década de los 1990, el coeficiente resulta negativo en 12 casos, positivo en 7 y cercano a cero en 2 casos.

³¹ Ver Campbell (1995) y Froot (1989).

³² Sobre la PNC y el período de maduración ver Alexius (2001) y Boudoukh, Richardson, y Whitelaw (2005). Para el caso de los 1990s y los regímenes cambiarios ver Flood y Rose (2002). Sobre el impacto de la inflación y su volatilidad ver Bansal y Dahlquist (2000). Los autores también encuentran que la anomalía en los Estados Unidos solo se presenta cuando la tasa de interés en ese país supera la tasa “externa”.

bajo poder de las pruebas estadísticas disponibles al considerar muestras pequeñas.³³

C. ¿Cómo Explicar la *Anomalía*? Fama (1984) y la Importancia del Riesgo Variable

¿Cómo explicar la *anomalía*? Isard (1995), p.83-84 agrupa las posibles causas en tres categorías. La primera categoría consiste en conjeturas que no requieren el rechazo de la PNC o de expectativas racionales, incluidas las explicaciones basadas en “*peso problems*”, sesgos de simultaneidad, información incompleta, “aprendizaje” racional y profecías auto - cumplidas o “burbujas racionales”; son áreas no exploradas en este documento, las cuales deberán ser objeto de futuras investigaciones.³⁴ La segunda categoría abandona la hipótesis de agentes racionales,³⁵ tema que será abordado en la Sección IV.³⁶

La tercera categoría rechaza la hipótesis de PNC simple pero no la de expectativas racionales y asigna la *anomalía* a una prima de riesgo que varía en el tiempo. Una primera aproximación al tema fue presentada por Fama (1984), para quien los valores de β_{pnc} mayores a 1 se explican en términos de las varianzas y covarianzas entre la tasa de cambio y el riesgo variable en el tiempo. Los motivos de dicho riesgo variable fueron explicados antes (página 16).

La segunda columna del Cuadro 2, tomado de Bansal y Dahlquist (2000), presenta los diferentes valores posibles de β_{pnc} en la ecuación de paridad no cubierta (10) para el esquema propuesto por Fama (1984) bajo expectativas racionales (segunda categoría, riesgo variable). El riesgo (ρ_{pnc}), definido en la literatura como $f_t^{t+k} - e_t^{t+k}$, juega un papel importante en las diferentes filas del Cuadro, excepto en el caso de la *PNC simple* ($\beta_{pnc}=1$, fila 1) cuando $\text{var}(\rho_{pnc}) = 0$.

La *anomalía* ($\beta_{pnc} < 0$) se produce cuando el riesgo es altamente volátil, incluso más volátil que la tasa de cambio, y viceversa para valores de β_{pnc} mayores a 1; ambas volatilidades coinciden para $\beta_{pnc} = 0.5$. La covarianza entre las dos variables es cero para la ecuación simple, y menor a cero para el caso de la *anomalía* y de $\beta_{pnc} > 1$. Como se mencionó arriba (página 5), la mayoría de trabajos en el área, incluyendo Fama (1984), utilizan títulos con bajo riesgo de *default* y emitidos en el mismo mercado. Por ello, Fama solo menciona el riesgo cambiario en su análisis, mientras que en nuestro caso también existe riesgo país (*default*, controles de capital e impuestos).³⁷

³³ Ver, por ejemplo, Baillie y Bollerslev (2000).

³⁴ El “*peso problem*” ocurre cuando los agentes asignan una pequeña probabilidad a un cambio fuerte en las variables fundamentales, lo cual introduce *skewness* en la distribución. Algo similar sucede cuando existen burbujas “racionales” (compro divisas por que se que los agentes van a comprar divisas, independientemente de los fundamentales. Finalmente, la existencia de procesos de aprendizaje lleva a detectar información no utilizada en la data *ex - post*.

³⁵ Sobre este tema ver también Lewis (1995).

³⁶ Podría considerarse una categoría adicional relacionada con el efecto que producen las intervenciones de los bancos centrales en el mercado cambiario, un tema que se estudia en Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2008a). No se mencionas acá la relación que parece existir entre la anomalía y la rigidez de precios de corto plazo. Ver Eichenbaum y Evans (1995).

³⁷ Para entender el sentido de la columna final del Cuadro 2, recuérdese que en la ecuación de paridad no cubierta (se

asume paridad cubierta) $e_{t+k} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc} (f_t^{t+k} - e_t) + \mu_{pnc,t+k}$, por lo que $\beta_{pnc} = \frac{\text{cov}(\Delta e_t^{t+k}, f_t^{t+k} - e_t)}{\text{var}(f_t^{t+k} - e_t)}$.

Y, puesto que $f_t^{t+k} - e_t = (f_t^{t+k} - e_t^{t+k}) + (e_t^{t+k} - e_t)$, siendo $f_t^{t+k} - e_t^{t+k} = \rho_{pnc,t}$, luego de alguna manipulación algebraica se tiene que:

Cuadro 2
Significado de los Coeficientes en la Ecuación de Paridad no Cubierta (PNC) con Riesgo Variable en el Tiempo y Expectativas Racionales

Caso	$\beta_{pnc} = \frac{\text{cov}(\Delta e_t, \Delta e_t + \rho_{pnc})}{\text{var}(\Delta e_t + \rho_{pnc})}$	$\text{var}(\rho_{pnc})$ & $\text{var}(\Delta e_t)$	$\text{cov}(\Delta e_t, \rho_{pnc})$
1. UIP	= 1	$\text{var}(\Delta e_t) > \text{var}(\rho_{pnc}) = 0$	= 0
2. Anomalía	< 0	$\text{var}(\rho_{pnc}) > \text{cov}(\Delta e_t, \rho_{pnc}) > \text{var}(\Delta e_t)$	< 0
3.	> 1	$\text{var}(\Delta e_t) > \text{cov}(\Delta e_t, \rho_{pnc}) > \text{var}(\rho_{pnc})$	< 0
4.	< 0.5	$\text{var}(\rho_{pnc}) > \text{var}(\Delta e_t)$?

$\Delta e = e_{t+k} - e_t$; $\rho_{pnc,t}$: riesgo (riesgo cambiario en Fama, 1984; riesgo cambiario y riesgo país en nuestro caso). Fuente: Bansal & Dahlquist (2000)

D. La PNC en Colombia

El Cuadro 3 muestra los coeficientes estimados β_{pnc} para la ecuación de paridad no cubierta (PNC). Tal como el caso de la paridad cubierta (PC), se estiman los coeficientes para cada plazo k, y se reporta el estadístico “t” calculado con base en los errores estándar corregidos por autocorrelación y heteroscedasticidad bajo la metodología de GMM sugerida por Hansen y Hodrick (1980) – ver Apéndice B. Nuevamente se eliminaron los períodos de mayor “turbulencia”, excluyendo aquellas observaciones extremas de la variable dependiente (valores menores al percentil 5 o mayores al percentil 95).

$$\beta_{pnc} = \frac{\text{var}(\Delta e_t^{t+k}) + \text{cov}(\rho_{pnc,t}, \Delta e_t^{t+k})}{\text{var}(f_t^{t+k} - e_t)}$$

donde var corresponde a las varianzas y cov a las covarianzas de diferentes variables. Puesto que las varianzas siempre son positivas, β_{pnc} será negativo si $\text{cov}(\rho_t, \Delta e_t^{t+k}) < 0$, tal como aparece en el Cuadro 2.

Para entender la relación entre las varianzas de $\rho_{pnc,t}$ y de Δe_t^{t+k} consignadas en la columna 3 del Cuadro, recuerde que:

$$\text{var}(f_t^{t+k} - e_t) = \text{var}(\rho_{pnc,t}) + \text{var}(\Delta e_t^{t+k}) + 2\text{cov}(\rho_{pnc,t}, \Delta e_t^{t+k})$$

$$\text{si } \beta_{pnc} = \frac{\text{var}(\Delta e_t^{t+k}) + \text{cov}(\rho_{pnc,t}, \Delta e_t^{t+k})}{\text{var}(\rho_{pnc,t}) + \text{var}(\Delta e_t^{t+k}) + 2\text{cov}(\rho_{pnc,t}, \Delta e_t^{t+k})} < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2\text{var}(\Delta e_t^{t+k}) + 2\text{cov}(\rho_{pnc,t}, \Delta e_t^{t+k}) < \text{var}(\rho_{pnc,t}) + \text{var}(\Delta e_t^{t+k}) + 2\text{cov}(\rho_{pnc,t}, \Delta e_t^{t+k})$$

$$\Rightarrow \text{var}(\rho_{pnc,t}) > \text{var}(\Delta e_t^{t+k}), \text{ como también aparece en el Cuadro.}$$

Las columnas (3) y (4) presentan el nivel de significancia marginal asociada a la estadística de prueba tipo Wald para contrastar las hipótesis $H_0 : \alpha_{pnc} = 0$ y $H_0 : \beta_{pnc} = 1$, y las columnas (5) - (6) el número de observaciones y el coeficiente R^2 , respectivamente. El coeficiente β_{pnc} resulta igual o mayor a 1 en la mayoría de los períodos de maduración. A diferencia de la experiencia internacional, solo se observa la *anomalía* para algunos períodos de maduración “largos” (3-4 años y 4-5 años).³⁸ El R^2 es relativamente bajo, excepto para períodos superiores a 2 años.

Nuevamente, como en el caso de PC, los resultados (no reportados en detalle) son más satisfactorios cuando se trabaja con tasas marginales – *forward* que con tasas *spot*: Aparecen relativamente similares para períodos de maduración mayores a 1 año, pero en ningún caso se aproximan a 1 para períodos menores. Los resultados a 1 día no mejoran cuando se utiliza la tasa interbancaria (TIB) en el lado derecho de las ecuaciones (en relación a la tasa a 1 día en los Estados Unidos) y empeoran sensiblemente cuando se utiliza la tasa CDT a 90 días.

Cuadro 3

$$\text{Paridad no Cubierta: } e_{t+k} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc} \ln \left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*} \right) + \mu_{pnc,t}, 2000-2007$$

	Variable dependiente: $e_{t+k} - e_t$		Ho: $\alpha_{pnc}=1$	Ho: $\beta_{pnc}=1$	obs	R ²
	α_{pnc}	β_{pnc}	valor p	valor p		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0-1 Día	0.00 (-1.6*)	9.08 (2.4)***	0.11	0.04	1,698	0.006
0-1 Mes	-0.01 (-4.2***)	2.86 (5.0)***	0.00	0.00	1,681	0.029
0-1 Trimestre	-0.03 (-7.7***)	2.58 (8.4)***	0.00	0.00	1,645	0.070
0-1 Semestre	-0.06 (-7.9***)	1.94 (7.8)***	0.00	0.00	1,591	0.081
0-1 año	-0.09 (-7.3***)	1.32 (7.2)***	0.00	0.08	1,485	0.067
1-2 años	-0.17 (-7.6***)	1.91 (6.8)***	0.00	0.00	1,278	0.090
2-3 años	-0.40 (-10.2***)	3.76 (9.2)***	0.00	0.00	1,060	0.240
3-4 años	0.01 (0.2)	-0.96 (-2.6***)	0.81	0.00	842	0.591
4-5 años	0.03 (0.6)	-0.98 (-2.0***)	0.56	0.00	625	0.389
5-6 años	-0.86 (-10.4***)	7.57 (10.0)***	0.00	0.00	411	0.491

Se eliminaron los valores extremos de la variable dependiente (menores al percentil 5 o mayores al percentil 95). Los valores en paréntesis corresponden a los coeficientes t; para la estimación se utilizó la metodología GMM sugerida por Hansen & Hodrick (1982); ***, **, * indican niveles de significancia de 1%, 5% y 10%. Los valores de las columnas (3) y (4) corresponden al valor p para el test de Wald. Se corrigió por heteroscedasticidad en todos los casos.

³⁸ La metodología de MCO (no es adecuada en estos casos y no se reporta) tiende a elevar el valor de la estadística “t”. Las conclusiones son muy similares, sin embargo.

El Cuadro 4 presenta los valores de las estimaciones para un ejercicio similar, considerando ahora el subperíodo 2003-2007 en el que hay revaluación de la tasa de cambio (Gráfico 5) y en el que existen encuestas sobre expectativas cambiarias (ver abajo). En este caso los resultados sugieren que la hipótesis de PNC solo se cumple para períodos de maduración de 1 día y 1 mes³⁹ y mayores a 2 años. Los valores obtenidos son cercanos a cero para períodos de maduración de 1 trimestre, con *anomalía* para 1 semestre y 1 año. El coeficiente R^2 es cercano o mayor a 0.4 para períodos de maduración iguales o superiores a 1 semestre. No se hace el ejercicio para horizontes superiores a 5 años por no disponer de suficiente información.

Cuadro 4

$$\text{Paridad no Cubierta: } e_{t+k} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc} \ln \left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*} \right) + \mu_{pnc,t}, 2003-2007$$

Variable dependiente: $e_{t+k}-e_t$						
	α_{pnc}	β_{pnc}	Ho: $\alpha_{pnc}=1$ valor p	Ho: $\beta_{pnc}=1$ valor p	obs	R^2
	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(5)
0-1 Día	0.00 (-1.1)	1.31 (0.3)	0.00	0.95	1,080	0.005
0-1 Mes	-0.01 (-2.7***)	0.43 (0.6)	0.01	0.40	1,062	0.049
0-1 Trimestre	0.00 (-1.2)	0.01 (0.5)	0.22	0.00	1,080	0.005
0-1 Semestre	-0.03 (-4.1***)	-0.73 (-3.1***)	0.00	0.00	972	0.402
0 -1 año	-0.04 (-3.8***)	-0.84 (-5.8***)	0.00	0.00	865	0.558
1-2 años	-0.12 (-6.7***)	0.66 (3.0)***	0.00	0.12	658	0.405
2-3 años	-0.46 (-10.9***)	4.19 (10.1)***	0.00	0.00	440	0.403
3-4 años	-0.41 (-4.6***)	2.67 (3.0)***	0.00	0.06	222	0.694
4-5 años	-0.19 (-8.3***)	0.83 (3.8)***	0.00	0.48	5	1.000

No existen suficientes observaciones para la regresión con 5-6 años. Se eliminaron los valores extremos de la variable dependiente (menores al percentil 5 o mayores al percentil 95). Los valores en paréntesis corresponden a los coeficientes t; para la estimación se utilizó la metodología GMM sugerida por Hansen & Hodrick (1982); ***, **, * indican niveles de significancia de 1%, 5% y 10%. Los valores de la columna (3) corresponden al valor p para el test de Wald. Se corrigió por heteroscedasticidad en todos los casos.

³⁹ La varianza del coeficiente β es muy alta, sin embargo. El coeficiente presenta un rango entre -7.58 y 10.19 para períodos de maduración de 1 día, y entre -0.92 y 1.77 para 1 mes. exageradamente presenta una varianza exageradamente alta, con un intervalo de confianza entre -7.56 y 10.19.

¿Cómo se comparan los resultados anteriores con los de otros trabajos para Colombia? No existen muchos, y la metodología de los pocos disponibles es sustancialmente diferente.⁴⁰ El trabajo más cercano es el de Rowland (2002), el cual utiliza información semanal de la tasas DTF a 90, 180 y 360 días. Encuentra evidencia para validar la hipótesis de PNC simple para el sub-período 1996-2002, y subestima resultados opuestos para 1994-2002 y para 1999-2002, con el argumento de que “las series no son estacionarias en estos dos últimos períodos”. Más aún, los “malos” resultados obtenidos en 1999-2002 le sugieren a Rowland que la hipótesis simple de PNC podría estar debilitándose y probablemente no se cumplirá en el futuro en un régimen de baja inflación (como se mencionó, la *anomalía* es más intensa en países con baja inflación). Los resultados de este trabajo difieren de los de Rowland, con $\beta_{pnc} = 0.64$ (2000-2007) y $\beta_{pnc} = -0.12$ (2003-2007) cuando el período de maduración es de 3 meses.

Otros trabajos incorporan factores externos e internos en la determinación de la tasa de interés en Colombia. Edwards (1985), por ejemplo, utiliza información trimestral para el período 1968-1982 y analiza el comportamiento de las tasas de interés internas (no reguladas) y externas a 3 meses⁴¹ en una economía “semi-abierta” con fuertes controles de capital. En estas circunstancias el autor concluye que las tasas de interés locales responden tanto a la evolución de la tasa de interés internacional como a las condiciones monetarias del país: obtiene un coeficiente de 0.36 para la relación entre i_t y $i_t^* + (e_{t+k} - e_t)$ donde la mitad de las mayores tasas internacionales de interés o la mayor devaluación se trasladan en un trimestre a las tasas internas. Toro (1987) (para 1967-1985) y Gómez (1996) (para 1971-1994) realizan ejercicios relativamente similares al de Edwards, y encuentran una relación de sólo 0.10 (y no significativa) entre ambas variables. Los autores también construyen índices de liberalización financiera y concluyen que ya para ese entonces la economía colombiana era relativamente abierta a los flujos de capital. Los resultados de este trabajo coinciden con los de los 3 autores anteriores, con una relación apenas *parcial* entre las tasas de interés internas y externas (más devaluación) cuando el período de maduración es de 3 meses.

Finalmente, Villar y Rincón (2000) estiman un coeficiente muy cercano a 1 para una regresión entre r_t y $r_t^* + tax$, siendo r_t la tasa de interés real, y tax el efecto del impuesto que existió en los 1990s al ingreso de capitales. Los resultados no son enteramente comparables con los de este trabajo pues los autores no incluyen la tasa devaluación de la tasa de cambio en sus cálculos al no encontrar una relación de cointegración o de largo plazo entre r_t , $r_t^* + tax$ y la devaluación (real en este caso).

El Gráfico 6 tiene un formato similar al del Gráfico 3 en la Sección sobre PC, y muestra la evolución de $e_{t+k} - e_t$, de $\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$ y del exceso de rendimiento en la PNC

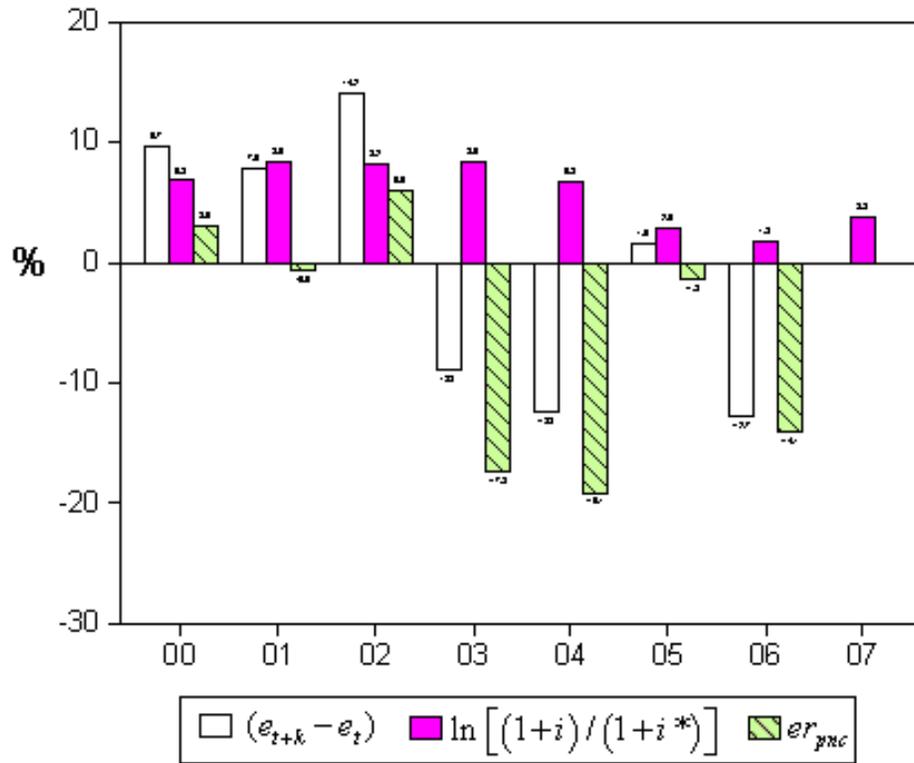
$er_{pnc} = e_{t+k} - e_t - \ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$ (nuevamente, para $k = 1$ año). Resultó más rentable invertir en dólares (valor positivo) en 2000 y 2002; e invertir en pesos en los demás años, principalmente en 2003, 2004 y 2006.

⁴⁰ Una razón es que solo desde 2000 existen estimaciones de la curva de rendimientos cero cupón (a partir de la cual se calcularon las tasas de interés marginales, ver Sección II).

⁴¹ El autor menciona que su ejercicio es robusto para diferentes períodos de maduración.

Gráfico 6

Devaluación ($e_{t+k} - e_t$), Diferencial de Tasas de Interés $\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$ y Exceso de Rendimiento en Paridad no Cubierta $er_{pnc} = e_{t+k} - e_t - \ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$, k = 1 año, 2000-2007 – media para cada año



IV. Riesgo vs Expectativas no Racionales

¿Qué explica la *anomalía* observada en 2003-2007 para horizontes de vencimiento de 1 semestre y 1 año?⁴² Bajo el supuesto de expectativas racionales la *anomalía* puede ser explicada con base en la mayor volatilidad del riesgo (cambiario y país) frente a la volatilidad de la tasa de cambio (Sección III.C); sin embargo la hipótesis de expectativas racionales debe probarse en lugar de suponerse.

La Sección IV.A utiliza la encuesta sobre expectativas que realiza el Banco de la República desde mediados de 2003 (en lugar de asumir expectativas racionales) y muestra que desaparece la *anomalía* observada en 2003-2007 para períodos de maduración de 1 año. Este resultado sugiere que la hipótesis de expectativas racionales no siempre es adecuada.

En la Sección IV.B se replica la metodología diseñada por Froot y Frankel (1989) en la versión presentada por Macdonald y Torrance (1990) con el fin de asignar un peso relativo a la contribución del riesgo variable y de las expectativas no racionales en la determinación del sesgo observado en β_{pnc} .⁴³ Se muestra que, al igual que en los Estados Unidos, la anomalía observada para períodos de maduración de 1 año en el Cuadro 4 la explica el sesgo introducido por la hipótesis de expectativas racionales. El riesgo y las expectativas irracionales juegan un papel similar para períodos de 1 mes, período en que de todas formas no se observaba anomalía.

Se utiliza la encuesta mensual que realiza el Banco de la República desde el 1 de Octubre de 2003, se calcula la mediana mensual y se interpolan los datos para obtener observaciones diarias. La encuesta se realiza a tres grupos de agentes: a) bancos y organismos internacionales; b) Sociedades Comisionistas de Bolsa; y c) Corporaciones, Fondos de Pensiones y Cesantías, y Fiduciarias. El número de encuestados varía entre 27 y 50, siendo 35 el número más frecuente. Se aplica al comienzo de cada mes y se pregunta por la devaluación esperada a 1 mes y a 1 año. La interpolación de los datos permite aumentar el número de observaciones si se tiene en cuenta que sólo se dispone de 51 datos en las encuestas. Se verifica la solidez de los resultados frente a 5 diferentes metodologías de interpolación, pero trabajos futuros deberán profundizar en el campo.

Algunos economistas muestran escepticismo frente a las encuestas bajo el argumento de economía positiva según el cual se aprende más del comportamiento de los agentes en el mercado que de su respuesta a encuestas. Takagi (1990) argumenta, adicionalmente, que mientras la tasa de cambio en el mercado refleja un precio marginal, los valores de las encuestas representan valores promedio, sin que exista una relación clara entre ambos conceptos. Finalmente, se menciona que la mediana que utiliza la mayoría de trabajos no captura adecuadamente la heterogeneidad de las respuestas.

Sin embargo, las encuestas sobre expectativas cambiarias al menos tienen ventajas frente a encuestas adelantadas en otras áreas: quienes participan también apuestan en el mercado y tienen un conocimiento preciso sobre su funcionamiento (Frankel y Froot (1987); Takagi (1990)). Las encuestas permiten una mejor aproximación a las expectativas de devaluación que las observaciones *ex – post* de la tasa de cambio (expectativas racionales), y también que la prima *forward*.⁴⁴ La primera medida requiere suponer expectativas racionales, y la segunda incluye una prima de riesgo.

⁴² También se observa *anomalía* en el período 2000-2007 en el Cuadro 3 para 2000-2007, pero en este caso no se cuenta con la información que exige la metodología aplicada en la Sección.

⁴³ Como se dijo arriba (ver nota 34), en este trabajo no se abordan otros problemas relacionados con expectativas, tales como el llamado “*peso problem*” o el proceso de aprendizaje. Ver Lewis (1995) y Sarno y Taylor (2002), p.24-32.

⁴⁴ Bajo expectativas racionales y PC se cumple que $f_t^{t+k} = e^{e^{t+k}}$.

A. ¿Persiste la anomalía cuando se Utilizan Encuestas?

El Cuadro 5 reproduce los resultados del Cuadro 4 para el período 2003-2007, utilizando en este caso la devaluación implícita que arrojan las encuestas del Banco ($e^e_{t+k} - e_t$) como variable dependiente, en lugar de la devaluación observada ex – post ($e_{t+k} - e_t$). En este caso se interpolan linealmente los resultados mensuales de las encuestas.

Los valores estimados de β_{pnc} en el Cuadro 5 “mejoran” sustancialmente con respecto a los del Cuadro 4, tanto para períodos de maduración de 1 mes como de 1 año. El coeficiente cambia desde 0.43 hasta 1.06 para 1 mes, y desde -0.84 hasta 0.72 para 1 año. El coeficiente de determinación R^2 es similar en ambos cuadros para 1 mes (cercano a 0.05) pero se eleva desde 0.56 hasta 0.85 para 1 año. Los resultados sugieren por tanto que las expectativas no han sido racionales en Colombia.

Cuadro 5

$$\text{Paridad no Cubierta con Encuestas sobre Expectativas } e^e_{t+k} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc} \ln \left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*} \right) + \mu_{pnc},$$

2003-2007

	α_{pnc}	β_{pnc}	Ho: $\alpha_{pnc}=1$ valor p	Ho: $\beta_{pnc}=1$ valor p	obs	R^2
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0-1 Mes	-0.01 (-4.2***)	1.06 (2.5)***	17.33	0.00	905	0.051
0 -1 año	0.02 (11.0)***	0.72 (17.7)***	121.59	0.00	905	0.848

Fuente: Banco de la República. Se eliminaron los valores extremos de la variable dependiente (menores al percentil 5 o mayores al percentil 95). Los valores en paréntesis corresponden a los coeficientes t para la metodología GMM sugerida por Hansen & Hodrick (1982); ***, **, * indican niveles de significancia de 1%, 5% y 10%. El valor de las columnas (3) y (4) corresponde al p value para el test de Wald. Se corrigió heteroscedasticidad en todos los casos.

B. Riesgo Cambiario vs Expectativas no Racionales en la Explicación de la Anomalía

La hipótesis de PNC evaluada en la Sección III puede considerarse como una hipótesis conjunta sobre *expectativas racionales* y *PNC simple* (i.e. sin riesgo). Por ello, cuando no se dispone de información de encuestas algunos autores suponen expectativas racionales y atribuyen la *anomalía* a un factor riesgo variable, en tanto que otros asumen que el riesgo es enteramente diversificable o que los agentes son neutrales al riesgo, por lo que la *anomalía* aparece enteramente explicada por la ausencia de expectativas racionales (Froot y Thaler (1990)). Con base en los resultados de encuestas Froot y Frankel (1989) desarrollan una metodología que permite asignar un peso relativo a los dos factores. Nuestra presentación se basa en Macdonald y Torrance (1990),⁴⁵ quienes muestran que:

$$\beta_{pnc} = 1 - \beta_{er} - \beta_{\rho} \quad (14)$$

⁴⁵ Ver también Sarno y Taylor (2002), p.32-34.

siendo β_{pnc} el parámetro asociado a la ecuación de paridad no cubierta bajo expectativas racionales, β_{er} el sesgo generado por la ausencia de expectativas racionales ($\beta_{er} = 0$ indica expectativas racionales) y β_{ρ} el sesgo que introduce el riesgo variable en el tiempo ($\beta_{\rho} = 0$ indica la ausencia de una prima de riesgo variable en el tiempo). Los parámetros pueden estimarse a partir de las siguientes regresiones:

$$e_t^{et+k} - e_{t+k} = \alpha_{er} + \beta_{er}(f_t^{t+k} - e_t) + \mu_{er,t} \quad (15)$$

$$\beta_{\rho} = 1 - \rho_1 \text{ con } e_t^{et+k} - e_t = \rho_0 + \rho_1(f_t^{t+k} - e_t) + \mu_{\rho,t} \quad (16)$$

Cuando existen expectativas racionales se cumple que $e_t^{et+k} = e^{t+k} + v_t$, siendo v_t un error aleatorio con media cero, y por ello resulta cero el promedio del lado derecho y el coeficiente β_{er} en la ecuación (15). Adicionalmente, cuando existe riesgo se cumple que $\rho_1 = 1$ ($\beta_{\rho} = 0$) en la ecuación (16), recordando que el factor riesgo se define como $f_t^{t+k} - e_t^{et+k}$. En síntesis, β_{er} representa el sesgo que introducen las expectativas no racionales, y β_{ρ} el sesgo que introduce el factor riesgo variable; β_{pnc} es igual a 1 cuando $\beta_{er} = 0$ y $\beta_{\rho} = 0$.

El Cuadro 6 presenta los coeficientes β_{er} y β_{ρ} estimados a partir de las ecuaciones (15) y (16). Además, incluye resultados para las 5 metodologías de interpolación mencionadas: lineal entre cada par de puntos; con tasa de crecimiento geométrica entre cada par de puntos; B-Spline cúbica⁴⁶; con promedio móvil ponderado exponencialmente (EWMA, *exponentially weighted moving average*); y con interpolación polinómica de grado 3. Las tres últimas metodologías utilizan el conjunto completo de información (para una discusión de las bondades de las distintas metodologías ver Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2008b)).

Los resultados son robustos al método de interpolación para períodos de maduración de 1 año, con un sesgo para el supuesto de expectativas racionales sistemáticamente superior al que introduce el riesgo variable. Pero aparecen menos robustos para períodos de maduración de 1 mes: las expectativas irracionales y el riesgo juegan un papel relativamente similar en las columnas (1), (3) y (4), con un sesgo muy superior para el riesgo en las columnas (2) y (5).

⁴⁶ Sobre la metodología ver Vásquez y Melo (2005)

Cuadro 6
Riesgo Cambiario y Expectativas no Racionales en la Explicación de β_{pnc} a 1 Mes y 1 Año, 2003-2007

	Lineal (1)	B-Spline Cúbica (2)	Geométrica (3)	EWMA (4)	Polinomio Grado 3 (5)
$e_t^{t+k} - e_{t+k} = \alpha_{er} + \beta_{er}(f_t^{t+k} - e_t) + \mu_{er,t}$					
0-1 Mes	0.77 (3.0)***	-0.34 (-1.1)	0.77 (3.0)***	0.56 1.71	-1.36 (-3.0)***
0-1 Año	2.13 (16.1)***	2.03 (16.1)***	2.13 (16.1)***	2.20 (17.1)***	1.79 (18.9)***
$\beta_\rho = 1 - \rho_1$ en $e_t^{t+k} - e_t = \rho_0 + \rho_1(f_t^{t+k} - e_t) + \mu_t$					
0-1 Mes	0.56 (3.3)***	1.63 (2.34)	0.56 (3.2)***	0.74 (2.0)***	2.72 (-4.2)***
0-1 Año	0.27 (19.7)***	0.38 (11.9)***	0.27 (19.7)***	0.25 (18.2)***	0.64 (5.1)***
$\beta_{pnc} = 1 - \beta_{er} - \beta_\rho$					
0-1 Mes	-0.33	-0.29	-0.33	-0.30	-0.36
0-1 Año	-1.40	-1.41	-1.40	-1.45	-1.43

Fuente: Banco de la República Ber: sesgo que introduce el supuesto de expectativas racionales; Bp: sesgo que introduce la existencia de un premium de riesgo. Se eliminaron los valores extremos de la variable dependiente (menores al percentil 5 o mayores al percentil 95). Se obtuvieron valores diarios para las expectativas mensuales y anuales interpolando los resultados de las encuestas a 1 mes y a 1 año. Se utilizaron 5 métodos de estimación: lineal entre cada dos puntos; B-Spline cúbica, con tasa de crecimiento geométrica entre cada par de puntos; con promedio móvil ponderado exponencialmente (EWMA, exponentially weighted moving average); y con interpolación polinómica de grado 3. Para una discusión sobre las bondades de las 5 metodologías ver Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2008a). Los valores en paréntesis corresponden a los coeficientes t estimados con la metodología GMM sugerida por Hansen & Hodrick (1982). ***, **, * indican niveles de significancia de 1%, 5% y 10%. Los valores "t" en la segunda parte del Cuadro son para ρ_1 en la ecuación. Se corrigió por heteroscedasticidad en todos los casos.

C. ¿Cómo aislar (parte de) el riesgo país? Una solución simple

Gran parte de la literatura empírica supone paridad cubierta (PC) y evalúa la hipótesis de PNC con modelos en los cuales se utiliza a $f_t^{t+k} - e_t$ como variable explicativa. Una decisión relativamente inocua en el caso de países desarrollados, en los cuales el riesgo país es bajo y se incorpora información de títulos emitidos en el mismo lugar (ver página 5) tiene implicaciones importantes en este documento pues permite aislar de los cálculos algunos componentes del riesgo país.

Si se combina la ecuación (2) de paridad cubierta (PC) con la ecuación (13) de PNC se llega a que, bajo el supuesto de expectativas racionales: $e_{t+k} - e_t \approx f_t^{t+k} - e_t - \rho_{cambiario}$, con lo cual desaparece el riesgo país ($\rho_{país,t}$) como variable adicional. En otras palabras, al utilizar $f_t^{t+k} - e_t$ en lugar de $\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$ en el lado derecho de la ecuación de PNC se incorpora automáticamente el efecto del riesgo país en los cálculos.

El ejercicio sólo puede realizarse para horizontes de hasta 1 año, sin embargo, el plazo máximo para el cual se obtiene información en el mercado cambiario *forward* Colombiano. Pero

ello es suficiente para los propósitos de este trabajo pues la *anomalía* sólo se presenta para vencimientos de 1 semestre y 1 año en 2003-2007 (Cuadro 4).⁴⁷

Los resultados del Cuadro 7, con $f_t^{t+k} - e_t$ sugieren ligeras “mejoras”, pero solo en algunos de los casos. Para el período completo 2000-2007, por ejemplo, para el período de maduración 0-3 días se obtiene ahora un coeficiente $\beta_{pnc}=0.89$ que ahora es significativo estadísticamente (los demás resultados son similares). La anomalía continúa presentándose para períodos de maduración de 1 semestre y 1 año (también ahora para 1 trimestre).

Cuadro 7

Paridad no Cubierta: $e_{t+k} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc}(f_t^{t+k} - e_t) + \mu_t$, 2000-2007 y 2003-2007 (se supone Paridad Cubierta)

variable dependiente $e_{t+k}-e_t$	α_{pnc}	β_{pnc}	Ho:	Ho:	obs	R^2
			$\alpha_{pc}=0$: valor p	$\beta_{pnc}=1$ valor p		
A.2000-2007	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0-3 Días	0.00 (0.2)	0.89 (18.3)***	0.86	0.03	2,610	0.222
0-1 Mes	-0.00 (-2.8***)	0.93 (4.6)***	0.01	0.74	2,593	0.017
0-1 Trimestre	-0.01 (-2.0**)	0.63 (2.8)***	0.05	0.10	2,533	0.007
0-1 Semestre	-0.04 (-6.7***)	1.47 (7.1)***	0.00	0.02	2,446	0.052
0 -1 año	-0.10 (-12.1***)	1.54 (11.8)***	0.00	0.00	2,250	0.120
B.2003-2007						
0-3 Días	-0.00 (-2.3**)	0.91 (14.4)***	0.02	0.13	1,623	0.223
0-1 Mes	-0.01 (-4.6***)	0.10 (0.4)	0.00	0.00	1,602	0.053
0-1 Trimestre	-0.01 (-3.2***)	-0.77 (-2.7***)	0.00	0.00	1,548	0.168
0-1 Semestre	-0.02 (-2.2**)	-1.15 (-5.0***)	0.03	0.00	1,467	0.356
0 -1 año	-0.02 (-2.1**)	-1.16 (-8.8***)	0.04	0.00	1,305	0.565

Se eliminaron los valores extremos de la variable dependiente (menores al percentil 5 o mayores al percentil 95). Los valores en paréntesis corresponden a los coeficientes t obtenidos mediante la metodología GMM sugerida por Hansen & Hodrick (1982); ***, **, * indican niveles de significancia de 1%, 5% y 10%. Los valores de las columna (3) corresponden al p value para el test de Wald. Se corrigió heteroscedasticidad en todos los casos

⁴⁷ Poco puede decirse sobre la “anomalía” que se presenta para el período completo 2000-2007 en los períodos de maduración de 3-4 y 4-5 años (Cuadro 3).

En el Cuadro 8 se presentan los resultados de una estimación similar a la anterior utilizando ahora a $e_t^{t+k} - e_t$ (con base en las encuestas del Banco) como variable dependiente y (nuevamente) $f_t^{t+k} - e_t$ como variable independiente. Sólo existen encuestas para k=1 mes y 1 año, y únicamente para el período 2003-2007, pero los resultados son muy satisfactorios, pues desaparece ahora la anomalía observada en los Cuadros 4 y 7 para períodos de maduración de 1 año.

Cuadro 8

Paridad no Cubierta: $e_t^{t+k} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc} (f_t^{t+k} - e_t) + \mu_t$, 2003-2007 (se supone Paridad Cubierta)

variable dependiente $e_t^{t+k} - e_t$			Ho:	Ho:	obs	R ²
	α_{pnc}	β_{pnc}	$\alpha_{pnc}=0$ valor p	$\beta_{pnc}=1$ valor p		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0-1 Mes	-0.00 (-5.3***)	0.44 (3.3)***	28.14	0.00	1,370	0.05
0-1 año	0.02 (13.7)***	0.73 (19.7)***	187.58	0.00	1,370	0.89

Fuente: Encuesta de Expectativas del Banco de la República. Se eliminaron los valores extremos de la variable dependiente (menores al percentil 5 o mayores al percentil 95). Los valores en paréntesis corresponden a los coeficientes t obtenidos mediante la metodología GMM sugerida por Hansen & Hodrick (1982) ***, **, * indican niveles de significancia de 1%, 5% y 10%. Los valores de la columna (3) corresponden al valor p para el test de Wald. Se corrigió heteroscedasticidad en todos los casos.

D. Hoja de Ruta

No se observa con la misma fuerza la *anomalía* en Colombia que en los países desarrollados y ello sólo ocurre para horizontes cortos en 2003-2007. Adicionalmente, los resultados para el corto plazo mejoran sensiblemente con dos innovaciones metodológicas: a) la utilización de $e_t^{t+k} - e_t$ a partir de encuestas, en lugar de $e_{t+k} - e_t$ (supuesto de expectativas racionales) como variable dependiente; y b) la utilización de $f_t^{t+k} - e_t$ en lugar de $\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$ como variable independiente, con lo cual se incorpora el riesgo país ($\rho_{país,t}$) en los cálculos. Lo anterior sugiere que la *anomalía* obedece a problemas de medición y al impacto de variables omitidas en los pocos casos en que ésta se encuentra. Por lo tanto, las dos innovaciones metodológicas permiten obtener resultados más acordes con la hipótesis de PNC para Colombia.

En el Cuadro 9 se resumen los resultados obtenidos para el coeficiente β_{pnc} en las estimaciones de cada una de las distintas Secciones del trabajo, ordenados de “mejor” en la columna 1 a “peor” en la columna 9 según su poder explicativo para el corto plazo. El ordenamiento obedece a preferencias subjetivas que se sustentan en los siguientes párrafos.

Se incluye el número del Cuadro en el que se presentan originalmente los resultados, el período de análisis (2000-2007 o 2003-2007), la variable dependiente e independiente, y los valores del estimador del coeficiente β_{pnc} según el horizonte de vencimiento. Dichos resultados se clasifican en 4 categorías: AN (*anomalía*, sombreado cuando el coeficiente no resulta estadísticamente

significativo), 0.0 – 0.5, 0.5 – 1.0 y 1 o >1.

La columna (5) resume los resultados relativamente satisfactorios del Cuadro 3 (2000-2007), confirmando la hipótesis de PNC para todos los períodos de maduración (con *anomalía* para 3-4 años y 4-5 años), y relativamente similares cuando se utiliza $f_t^{t+k} - e_t$ en lugar de $\ln\left(\frac{1+i}{1+i^*}\right)$ en la columna (2).

Los resultados para 2003-2007 en la columna 6 son menos satisfactorios que para 2000-2007 (columna 5): los valores de β_{pnc} presentan una varianza excesiva en el muy corto plazo y se observa anomalía para 1 semestre y 1 año (los resultados son nuevamente satisfactorios para el largo plazo). Pero la anomalía desaparece cuando se utilizan las expectativas ($e_t^{t+k} - e_t$) en lugar del supuesto de expectativas racionales ($e_{t+k} - e_t$) en las columnas (1) y (4). El contraste con los resultados anómalos de la columna (3) sugiere (nuevamente) que el sesgo que introduce el supuesto de expectativas racionales es mayor al que produce el riesgo país.

Cuadro 9
Hoja de Ruta Sobre los Resultados Empíricos

Cuadro		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Período		8	7	7	5	3	4
Variable Dependiente		03-07	00-07	03-07	03-07	00-07	03-07
Variable Independiente		$e_t^{t+k} - e_t$	$e_{t+k} - e_t$	$e_{t+k} - e_t$	$e_t^{t+k} - e_t$	$e_{t+k} - e_t$	$e_{t+k} - e_t$
Período de Maduración		$f_t^{t+k} - e_t$	$f_t^{t+k} - e_t$	$f_t^{t+k} - e_t$	$\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$	$\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$	$\ln\left(\frac{1+i_t}{1+i_t^*}\right)$
Corto Plazo	0-1 o 1-3 días		0.5 - 1.0	1 o >1		1 o >1	1 o >1
	1 mes	0.0 - 0.5	1 o >1	0.0 - 0.5	1 o >1	1 o >1	1 o >1
	1 trim		1 o >1	AN		1 o >1	0.0 - 0.5
	1 sem		1 o >1	AN		1 o >1	AN
	1 año	0.5 - 1.0	1 o >1	AN	0.5 - 1.0	1 o >1	AN
Largo Plazo	1-2 años					1 o >1	1 o >1
	2-3 años					1 o >1	1 o >1
	3-4 años					AN	1 o >1
	4-5 años					AN	1 o >1
	5-6 años					1 o >1	1 o >1

Fuente: Diferentes Cuadros de este trabajo; AN: "anomalía" (valores sombreados corresponden a coeficientes t no significativos al 1% o 5%).

V. Conclusiones

No interesa tanto el nivel de la tasa de interés de la curva cero cupón como su pendiente. Las tasas *forward* – marginales utilizadas en este trabajo se encuentran más cercanas al concepto que guía las decisiones económicas de los agentes y en el caso colombiano producen resultados más “satisfactorios”, tanto para el caso de PC como de PNC.

Los trabajos para Estados Unidos y otros países desarrollados encuentran que la hipótesis de PC se cumple para la mayoría de periodos de maduración, y con más fuerza aún en horizontes cortos, quizá debido a las políticas de *stop-loss* que imponen los gerentes de los bancos a sus subalternos. La hipótesis resulta válida en Colombia para todos los períodos de maduración (con varianza muy alta en el muy corto plazo)..

En el caso de la hipótesis de PNC no parece observarse la *anomalía* en Colombia con la misma fuerza que en los países desarrollados. En los pocos casos en que ello ocurre parece ser consecuencia de la influencia de variables omitidas o mal medidas. El sesgo que introduce el supuesto de expectativas racionales es especialmente fuerte, aun cuando el riesgo también introduce sesgos en las estimaciones de muy corto plazo.

Desde el punto de vista de la política económica el incremento de las tasas de interés a 1 día o 1 mes atrae capitales, con un coeficiente β_{pmc} mayor a 0.5 en algunas de las estimaciones. El resultado neto dependerá, sin embargo, del impacto que dicho incremento tenga sobre la parte larga de la curva, ya que la respuesta de los capitales parece ser aún mayor a las tasas de largo plazo. Podría suceder, por ejemplo, que el incremento de la tasa REPO del Banco de la República aplane la curva ante menores expectativas de inflación y con ello produzca una salida neta de capitales.

La influencia del riesgo en la ecuación de PNC abre la posibilidad de que el Banco Central pueda afectar la tasa de cambio con sus intervenciones esterilizadas si logra afectar el riesgo de los papeles locales. En el trabajo se sugiere que los riesgos de *default*, de nuevos controles de capital o de nuevos impuestos afectan la tasa de cambio y la ecuación de PNC, pero no se cuantifica su influencia. Ambos temas se tratan en un próximo documento de los autores (Echavarría, Vásquez, y Villamizar (2008a)).

VI. Bibliografía

- Alexius, A., (2001) "Uncovered Interest Parity Revisited", *Review of International Economics*, v.9-3, pp.505-517.
- Aliber, R. Z., (1973) "The Interest Rate Parity Theorem: A Reinterpretation", *The Journal of Political Economy*, v.81-6, pp.1451-1459.
- Allen, H., M. P. Taylor, (1990) "Charts, Noise and Fundamentals in the London Foreign Exchange Market", *The Economic Journal*, v.100-400, pp.49-59.
- Arango, L. E., L. F. Melo & D. Vásquez, (2003), "Estimación de la Estructura a Plazo de las Tasas de Interés en Colombia", *Coyuntura Económica*.
- Backus, D. K., P. J. Kehoe, (1988) "On the Denomination of Government Debt: A Critique of the Portfolio Balance Approach", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Staff Report*, v.116
- Baillie, R. T., T. Bollerslev, (2000) "The Forward Premium Anomaly is not as Bad as You Think", *Journal of International Economics*, v.19, pp.471-488.
- Baillie, R. T., W. P. Osterberg, (1997) "Central Bank Intervention and Risk in the Forward Market", *Journal of International Economics*, v.43, pp.483-497.
- Balke, N. S., M. E. Wohar, (1998) "Non Linear Dynamics and Covered Interest Parity", *Empirical Economics*, v.23, pp.535-559.
- Bansal, R., M. Dahlquist, (2000) "The Forward Premium Puzzle: Different Tales from Developed and Emerging Economies", *Journal of International Economics*, v.51, pp.115-144.
- Baum, C. F., M. E. Schaffer, S. Stillman, (2003) "Instrumental Variables and GMM: Estimation and Testing", *Boston College Department of Economics Working Paper*, v.545
- Bekaert, G., R. J. Hodrick, D. A. Marshall, (1997) "The Implications of First-Order Risk Aversion for Asset Market Risk Premiums", *Journal of Monetary Economics*, v.40, pp.3-39.
- Bilson, J. F., (1981) "The Speculative Efficiency Hypothesis", *Journal of Business*, v.54, pp.435-451.
- Boudoukh, J., M. Richardson, R. Whitelaw, (2005) "The Information in Long-Maturity Forward Rates: Implications for Exchange Rates and the Forward Premium Anomaly", *NBER Working Paper*, v.1840
- Branson, W. H., (1969) "The Minimum Covered Interest Differential Needed for International Arbitrage Activity", *The Journal of Political Economy*, v.77-6, pp.1028-1035.
- Burnside, C. et al, (2006) "The Returns to Currency Speculation", *NBER Working Paper*, v.12489
- Burnside, C., M. Eichenbaum, S. Rebelo, (2007) "The Returns to Currency Speculation in Emerging Markets", *NBER Working Paper*, v.12916
- Campbell, J., (1995) "Some Lessons from the Yield Curve", *Journal of Economic Perspectives*, v.9-3, pp.129-152.
- Chinn, M. D., G. Meredith, (2004) "Monetary Policy and Long-Horizon Uncovered Interest Parity", *IMF Staff Papers*, v.51-3, pp.409-430.
- Dickey, D. A., W. A. Fuller, (1979) "Distribution of the Estimators for Time Series Regressions With a Unit Root", *J.A.S.A.*, -4, pp.427-431.
- Dominguez, K. M., J. A. Frankel, (1993) "Does Foreign Exchange Intervention Matter? The Portfolio Effect", *American Economic Review*, v.83-5, pp.1356-1369.
- Dooley, M., P. Isard, (1980) "Capital Controls, Political Risk and Deviations from Interest-Rate Parity", *Journal of Political Economy*, v.88, pp.70-84.
- Dornbusch, R., (1980) "Exchange Rate Risk and the Macroeconomics of Exchange Rate Determination", *NBER Working Paper Series*, v.493
- Echavarría, J. J., D. Vásquez & M. Villamizar, (2008a), "El Impacto del Riesgo País, los Controles de Capital y las Intervenciones del Banco Central sobre la Tasa de Cambio",

- (*mimeo*).
- , (2008b), "Expectativas Cambiarias en Colombia", (*mimeo*).
- Edwards, S., (1985) "Money, the Rate of Devaluation and Interest Rates in a Semi-Open Economy: Colombia 1968-82", *Journal of Money, Credit and Banking*, pp.59-68.
- Eichenbaum, M., C. L. Evans, (1995) "Some Empirical Evidence on the Effects of Shocks to Monetary Policy on Exchange Rates", *Quarterly Journal of Economics*, v.110-4, pp.975-1009.
- Engel, C., (1995) "The Forward Discount Anomaly and the Risk Premium: A Survey of Recent Evidence", *NBER Working Paper*, v.5312
- , (1996) "The Forward Discount Anomaly and the Risk Premium: A Survey of Recent Evidence", *Journal of Empirical Finance*, v.3, pp.123-192.
- Fama, E. F., (1984) "Forward and Spot Exchange Rates", *Journal of Monetary Economics*, v.14, pp.319-338.
- Flood, R. P., P. Garber, (1980) "Market Fundamentals Versus Price-Level Bubbles: the First Test", *Journal of Political Economy*, v.88, pp.745-770.
- Flood, R. P., A. K. Rose, (2002) "Uncovered Interest Parity in Crisis", *IMF Staff Papers*, v.49-2, pp.252-266.
- Frankel, J. A., K. A. Froot, (1987) "Using Survey Data to Test Standard Propositions Regarding Exchange Rate Expectations", *The American Economic Review*, v.77-1, pp.133-153.
- , (1990) "Chartists, Fundamentalists, and Trading in the Foreign Exchange Market", *American Economic Review*, v.80-2, pp.181-185.
- Frenkel, J. A., R. M. Levich, (1975) "Covered Interest Arbitrage: Unexploited Profits?", *Journal of Political Economy*, v.83-2, pp.325-338.
- , (1977) "Transaction Costs and Interest Arbitrage: Tranquil versus Turbulent Periods", *Journal of Political Economy*, v.85-6, pp.1209-1226.
- Friedman, M., (1953) *Essays in Positive Economics*, University of Chicago Press, Chicago
- Froot, K. A., (1990) "Short Rates and Expected Asset Returns", *NBER Working Paper*, v.3247
- , (1989) "New Hope for the Expectations Hypothesis of the Term Structure of Interest Rates", *The Journal of Finance*, v.44-2, pp.283-305.
- Froot, K. A., J. A. Frankel, (1989) "Forward Discount Bias: Is it an Exchange Risk Premium?", *Quarterly Journal of Economics*, v.104-1, pp.139-161.
- Froot, K. A., R. H. Thaler, (1990) "Anomalies: Foreign Exchange", *Journal of Economic Perspectives*, v.4, pp.179-192.
- J.P.Morgan, (2004), "Emerging Markets Bond Index Plus (EMBI+). Rules and Methodology", .
- Gómez, C., (1996) "Movilidad de Capital en la Economía Colombiana, 1970-1994", *Ensayos de Economía*, v.11-7, pp.11-43.
- Hansen, L. P., (1982) "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators", *Econometrica*, v.50, pp.1269-1286.
- Hansen, L. P., R. J. Hodrick, (1980) "Forward Exchange Rates as Optimal Predictors of Future Spot Rates: An Econometric Analysis", *Journal of Political Economy*, v.88-5, pp.829-853.
- Hodrick, R. J., (1987) *The Empirical Evidence on the Efficiency of Forward and Futures Foreign Exchange Markets*, Harword Academic Publishers, Switzerland
- Hull, J. C., (2002) *Options, Futures, and Other Derivatives, 5th ed.*, Prentice Hall, New Jersey
- Isard, P., (1995) *Exchange Rate Economics*, Cambridge Surveys of Economic Literature, Cambridge
- Krugman, P. R., M. Obstfeld, (1991) *International Economics, Theory and Policy*, Harper Collins Publishers, second edition, New York
- Lewis, K. K., (1995) "Puzzles in International Financial Markets", *Handbook of international macroeconomics, Volume III, Chapter 37*, pp.1913-1971.
- Lucas, R. E., (1982) "Interest Rates and Currency Prices In a Two-Country World", *Journal of*

- Monetary Economics*, v.10, pp.335-359.
- Macdonald, R., T. S. Torrance, (1990) "Expectations Formation and Risk in Four Foreign Exchange Markets", *Oxford Economic Papers*, v.42-3, pp.544-561.
- MacKinnon, J., (1991) "Critical values for Cointegration Tests, Long-Run Economic Relationships", R. F. Engle, C. W. Granger, *Long Run Economic Relationships. Readings in Cointegration*, Oxford University Press, pp.267-276.
- Mark, N. C., Y.-K. Moh, (2003) "Official Interventions and the Forward Premium Anomaly", *NBER Working Paper Series*, v.9948
- Meese, R., K. S. Rogoff, (1983) "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies: Do they out of sample?", *Journal of International Economics*, v.14, pp.3-24.
- Mera, S. J., (2007), "Desarrollo del Mercado de Capitales en Colombia", (*mimeo*).
- Nelson, C., A. F. Siegel, (1987) "Parsimonious Modeling of Yield Curves", *The Journal of Business*, v.60-4, pp.473-489.
- Newey, W. K., K. D. West, (1987) "A Simple Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, v.55, pp.703-708.
- Nurkse, R., (1944) *International Currency Experience*, League of Nations, Geneva
- Obstfeld, M., K. S. Rogoff, (1996) *Foundations of International Macroeconomics*, The MIT Press, Cambridge
- Peel, D. A., M. P. Taylor, (2002) "Covered Interest Arbitrage in the Inter-War Period and the Keynes-Einzig Conjecture", *Journal of Money, Credit and Banking*, v.34-1, pp.51-75.
- Rowland, P., (2002) "Uncovered Interest Parity and the USD/COP Exchange Rate", *Borradores de Economía*, v.227
- Salomon Brothers, (1995) "Overview of Forward Rate Analysis", *Understanding the Yield Curve Part 1*
- Sarno, L., M. P. Taylor, (2001) "The Microstructure of the Foreign-Exchange Market: A Selective Survey of the Literature", *Princeton Studies in International Economics*, v.89, pp. ----, (2002) *The Economics of Exchange Rates*, Cambridge University Press, Cambridge
- Schmidt, P., P. C. Phillips, (1992) "LM Test for a Unit Root in the Presence of Deterministic Trends", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, v.54-3, pp.257-287.
- Takagi, S., (1990) "Exchange Rate Expectations: A Survey of Survey Studies", *IMF Working Paper*, v.90/52
- Taylor, M. P., (1987) "Covered Interest Parity: A High-Frequency, High-Quality Data Study", *Economica, New Series*, v.54-216, pp.429-438.
- , (1989) "Covered Interest Parity and Market Turbulence", *Economic Journal*, v.99, pp.376-391.
- Toro, J., (1987) "Tasa de Interés y Variaciones en el Grado de Apertura de la Economía Colombiana durante el Período 1967-1985", *Desarrollo y Sociedad*, v.20, pp.129-175.
- Vásquez, D., L. F. Melo, (2005) "Estimación de la Estructura a Plazo de las Tasas de Interés en Colombia por Medio del Método de Funciones B-Spline Cúbicas", *Revista de Economía del Rosario*, v.8-1, pp.1-23.
- Villar, L. & H. Rincón, (2000), "The Colombian Economy in The Nineties: Capital Flows And Foreign Exchange Regimes", *Paper presented at the Conference on "Critical Issues in Financial Reform: Latin American-Caribbean and Canadian Perspectives*, University of Toronto.

VII. Apéndice.

A. Análisis de Raíz Unitaria

En la literatura internacional se acepta en general que la devaluación es I(0), pero existe una amplia discusión sobre las características del diferencial de tasas de interés: la mayoría de trabajos en el área concluyen que es I(0), pero resulta I(1) en algunos de ellos (Ver Mark y Moh (2003)). En términos económicos es difícil pensar en un diferencial de tasas I(1) pues ello significaría que cualquier choque que cambie el nivel de tasas de interés interna o externa, crearía un diferencial permanente.

El Cuadro A. 1 presenta el valor de la estadística de Dickey-Fuller aumentada (Dickey y Fuller (1979)) y el de Schmidt y Phillips (1992) para diferentes variables utilizadas a lo largo del documento: el exceso de rendimiento (er_{pnc}), la devaluación observada ($e_{t+k} - e_t$) y el diferencial de

tasas de interés ($\ln \frac{1+i_t}{1+i_t^*} \approx i_t - i_t^*$), para períodos de 1 día, 1 mes, 1 trimestre y 1 semestre.

Se rechaza la hipótesis de raíz unitaria para todas las variables. El exceso de rendimiento y la devaluación semestral resultan I(1) según la prueba de Schmidt y Phillips pero no según la de Dickey-Fuller aumentada, y lo contrario sucede para el diferencial semestral de tasas de interés.⁴⁸

Cuadro A. 1
Análisis de Raíz Unitaria

Variable	Dickey y Fuller aumentada			Schmidt y Phillips		
	Estadística τ	Vr. Crítico al 10%	Resultado	Estadística τ	Vr. Crítico al 10%	Resultado
Exceso de rendimiento (er_{pnc})						
diario	-37.33*	-1.62	I(0)	-5.81**	-3.26	I(0)
mensual	-6.03*	-1.62	I(0)	-3.97*	-2.75	I(0)
trimestral	-2.53*	-1.62	I(0)	-3.37**	-3.26	I(0)
semestral	-1.78*	-1.62	I(0)	-0.91*	-2.75	I(1)
Devaluación Observada ($e_{t+k} - e_t$)						
diario	-7.48*	-1.62	I(0)	-40.40**	-3.26	I(0)
mensual	-3.49*	-1.62	I(0)	-6.19*	-2.75	I(0)
trimestral	-3.14*	-1.62	I(0)	-3.17*	-2.75	I(0)
semestral	-3.52*	-1.62	I(0)	-1.99*	-2.75	I(1)
Diferencial de tasas de interés $\ln(1+i)/(1+i^*)$						
diario	-4.43***	-3.13	I(0)	-8.15*	-2.75	I(0)
mensual	-4.07***	-3.13	I(0)	-6.13**	-3.26	I(0)
trimestral	-3.32***	-3.13	I(0)	-5.79**	-3.26	I(0)
semestral	-2.36*	-3.13	I(1)	-4.85**	-2.75	I(0)

* Parametrización sin constante ni tendencia; ** Parametrización con constante; *** Parametrización con constante y tendencia

B. La Metodología de Estimación. Estimación por Medio del Método de Momentos Generalizados (GMM)

El problema de Autocorrelación.

Las pruebas de hipótesis de paridad cubierta y descubierta de tasas de interés se lleva a cabo mediante la estimación de los parámetros de las ecuaciones (6) y **Error! Reference source not found.** y la posterior inferencia estadística $H_0:(\alpha, \beta) = (0, 1)$. Dichas

⁴⁸ Se utilizan los valores críticos tabulados por MacKinnon (1991)

ecuaciones son:

$$f_t^{t+k} - e_t = \alpha_{pc} + \beta_{pc} \ln\left(\frac{1+i_f}{1+i_f^*}\right) + \mu_t \quad (\text{A.1})$$

$$e_{t+k} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc} \ln\left(\frac{1+i_f}{1+i_f^*}\right) + \mu_t \quad (\text{A.2})$$

El no rechazo de $H0: (\alpha_{pc}, \beta_{pc}) = (0,1)$ para la ecuación (A.1) estimada significa que existe evidencia estadística sobre el cumplimiento de paridad cubierta de tasas de interés. Tal como se señaló en el documento, la paridad cubierta (sin riesgo y sin arbitraje) se puede representar de dos maneras, una de ellas mediante la ecuación (2) así:

$$f_t^{t+k} - e_t = \ln\left(\frac{1+i_f}{1+i_f^*}\right) \approx i_t - i_t^* \quad (\text{A.3})$$

Teniendo en cuenta, que i_t y i_t^* corresponden a las tasas de interés nominales internas y externas observadas en el momento t para $t+k$ periodos adelante. Con fines de precisión, se puede redefinir (2) de la siguiente forma equivalente:

$$f_t^{t+k} - e_t = i_{t,t+k} - i_{t,t+k}^* \quad (\text{A.4})$$

Tal como se indica en el documento, f_t^{t+k} y e_t corresponden al logaritmo de F_t^{t+k} , siendo F_t^{t+k} la tasa de cambio *forward* existente en t para $t+k$ y e_t a la tasa de cambio *spot* en t .

Siguiendo a Boudoukh et al. (2005), la prueba de hipótesis de paridad descubierta de tasas de interés $H0: (\alpha_{pnc}, \beta_{pnc}) = (0,1)$ sobre la ecuación (A.2) estimada, suponiendo paridad cubierta, “constituye una forma estándar de probar la hipótesis de expectativas para las tasas de cambio”. Tal como señalan Sarno y Taylor (2002) y Hansen y Hodrick (1980)⁴⁹, dicha prueba es equivalente a la prueba de hipótesis de mercados eficientes, la cual se representa mediante:

$$e_{t+k} = f_t^{t+k} + \eta_{t+k} \quad (\text{A.5})$$

⁴⁹ Siguiendo la notación de Hansen y Hodrick (1980), esta hipótesis puede ser representada mediante: $f_{t,j} = E[s_{t+k} | \Phi_t]$ siendo $E[\cdot | \Phi_t]$ el valor esperado condicional al conjunto de información disponible para los agentes en el momento t .

Boudoukh, Richardson, y Whitelaw (2005) señalan que, desde el punto de vista empírico, la Prima *forward*⁵⁰ dada por $f_t^{t+k} - e_{t+k}$ es predecible, presenta sesgo sistemático cuando α_{pnc} es diferente cero y es divergente cuando β_{pnc} tiende a ser negativo.

Según la ecuación (A.5), bajo expectativas racionales y neutralidad al riesgo, la tasa de cambio *forward* observada en t para $t+k$ períodos adelante debe ser el predictor óptimo de la tasa de cambio *spot* que se observará en $t+k$ períodos adelante más un error η_{t+k} impredecible, el cual representa el efecto de eventos no previstos y noticias que ocurren entre $t+1$ y $t+k$. Tal como señalan Sarno y Taylor: “Debido a que $k-1$ errores de pronóstico consecutivos deben tener al menos un evento o noticia en común, habrá correlación serial hasta de orden $k-1$ ⁵¹. De hecho, este patrón de correlación serial, el cual salta repentinamente a cero después de $k-1$, es consistente con el error de pronóstico que sigue una media móvil de orden $k-1$:

$$\eta_t = u_t + \sum_{i=0}^{k-1} \theta_i u_{t-i} \quad (A.6)$$

Donde u_t es un ruido blanco.” Teniendo en cuenta la definición de diferencial de tasas de interés dado en (A.3) y sustituyendo en (A.2) dicho diferencial de tasas por su definición presentada en (A.4), la ecuación de paridad descubierta de tasas de interés puede redefinirse de la siguiente forma:

$$e_{t+k} - e_t = \alpha_{pnc} + \beta_{pnc} (f_t^{t+k} - e_t) + \eta_{t+k} \quad (A.7)$$

A partir de la estimación de α_{pnc} y β_{pnc} para (A.7) es posible, por lo tanto, probar al mismo tiempo la hipótesis de paridad descubierta de tasas de interés y la de mercados eficientes a través del contraste de $H_0: (\alpha_{pnc}, \beta_{pnc}) = (0,1)$. Debido al problema de autocorrelación del término de error de la ecuación (A.7), aunque el estimador OLS o ML de α_{pnc} y β_{pnc} es insesgado y consistente, el estimador de la matriz de varianzas y covarianzas de dicho estimador puntual será sesgado a inconsistente y, por lo tanto, se invalida el proceso de inferencia estadística. Por ejemplo la prueba de hipótesis de paridad descubierta de tasas de interés a partir de $H_0: (\alpha_{pnc}, \beta_{pnc}) = (0,1)$.

Boudoukh, Richardson, y Whitelaw (2005), Sarno y Taylor (2002) y Hansen y Hodrick (1980), entre otros, señalan que una solución a este problema en muchos trabajos consiste en eliminar las observaciones traslapadas de devaluación esperada y diferencial de tasas de interés *forward* para evitar así el problema de auto correlación. Sin embargo, esta estrategia es ineficiente en cuanto al uso de la información.

⁵⁰ Hansen y Hodrick (1980), definen a $e_{t+k} - f_{t,t+k}$ como una medida aproximada de la tasa de retorno a la especulación. Por lo tanto, bajo la hipótesis de eficiencia de mercado, la tasa esperada de retorno a la especulación respecto a la tasa de cambio externa *forward* condicionada a la información disponible es cero.

⁵¹ El número de eventos y noticias no previstas ocurridas es $k-1$ ya que el número de períodos ocurridos entre $t+1$ y $t+k$ se puede calcular a partir de $(t+k) - (t+1) = k-1$

El problema de incumplimiento del supuesto de exogeneidad estricta.

Aunque la estructura del problema de autocorrelación es conocida, la aplicación del estimador de Aitken (Mínimos Cuadrados Generalizados – *G.L.S* -) a los parámetros de la ecuación (A.7) no es apropiado. Sarno y Taylor (2002) citan trabajos tales como los de Flood y Garber (1980) en los que se prueba que en modelos de expectativas racionales dicho estimador no es aplicable. Adicionalmente, con base en Hansen y Hodrick (1980) es posible recordar que la validez del estimador *G.L.S* obtenido a partir de datos de series de tiempo depende del cumplimiento del supuesto de exogeneidad estricta. En el contexto de la ecuación (A.7), dicho supuesto se representa mediante la siguiente condición: $E[\varepsilon_{t-j,j+1} | dif_{t-j}^{j,j+1}] = 0$

Para el caso de la ecuación (A.7) se verifica el incumplimiento de este supuesto. En efecto, con base en la descripción de Sarno y Taylor (2002), teniendo en cuenta (A.6), se puede reescribir el término de error η_{t+k} como un proceso de media móvil de orden $k-1$ de la siguiente forma:

$$\eta_{t+k} = \theta(L)u_{t+k} \quad (A.8)$$

Donde $\theta(L) = 1 + \sum_{i=1}^{j-1} \theta_i L^i$ es un polinomio escalar de orden $k-1$ en el operador de rezagos.

Así, de (A.8) se tiene que:

$$\theta^{-1}(L)\eta_{t+k} = u_{t+k} \quad (A.9)$$

La ecuación (A.9) constituye la aplicación del filtro $\theta^{-1}(L)$ al error de pronóstico η_{t+k} . Por lo tanto si se aplica este mismo filtro a todos los elementos de (A.7) se tiene el siguiente modelo con perturbación estocástica ruido blanco (es decir libre de autocorrelación):

$$(A.10)$$

Dado $\theta(L)$, la aplicación de *O.L.S* para estimar los parámetros de (A.10) define el estimador *G.L.S* de dichos parámetros. Sin embargo, teniendo en cuenta que los parámetros θ_i en $\theta(L)$ son desconocidos se requiere un procedimiento de estimación no lineal. A parte de dicha no linealidad, el modelo propuesto bajo la ecuación (A.10) podría cumplir con todos los supuestos fundamentales para que el estimador *G.L.S* fuera válido, excepto el de estricta exogeneidad, es decir que el término de error sea independiente del diferencial de tasas de interés *forward* $(i_{t,t+k} - i_{t,t+k}^*)$ o de $(f_t^{t+k} - e_t)$. En virtud de la ecuación (A.9) se tiene que:

$$E\{[\theta^{-1}(L)(f_t^{t+k} - e_t)][u_{t+k}]\} = E\{[\theta^{-1}(L)(f_t^{t+k} - e_t)][\theta^{-1}(L)\eta_{t+k}]\} \quad (A.11)$$

En este caso, los choques y noticias contenidas en $\theta^{-1}(L)\eta_{t+k}$ no son, en general,

ortogonales a los valores contenidos en $[\theta^{-1}(L)(f_t^{t+k} - e_t)]$ y por lo tanto:

$$E\{[\theta^{-1}(L)(f_t^{t+k} - e_t)][e_{t+j}]\} \neq 0 \quad (\text{A.12})$$

Así, aunque u_{t+k} sea un término de error no autocorrelacionado, el proceso de inferencia estadística (validación de restricciones) sobre los parámetros de (A.10), una vez estimados por *G.L.S.*, será inválida debido al incumplimiento del supuesto de exogeneidad estricta.

Hansen y Hodrick (1980) señalan que, tradicionalmente, para probar eficiencia de mercado se incluyen como variables explicativas los valores contemporáneos de la tasa de cambio *forward*, los errores de pronóstico pasados o los valores rezagados de las tasas de retorno a la especulación ($e_{t+k} - f_t^{t+k}$) y en cada caso el supuesto de exogeneidad estricta es inapropiado ya que el conocimiento de los valores futuros de estas variables podrían suministrar información útil en el pronóstico de las tasas futuras de cambio *spot*, los errores de pronóstico, o las tasa de retorno. Por lo tanto al aplicar *GLS* se distorsiona la condición de ortogonalidad o supuesto de exogeneidad estricta.

Estimación con corrección a los errores estándar por medio del método Generalizado de Momentos (GMM).

Se dispone de una muestra diaria, semanal y mensual de datos sobre devaluación del peso colombiano respecto al dólar y de los diferenciales de tasa de interés (marginales) *forward* desde 1999 hasta 2006.

Con el fin de evitar las consecuencias enunciadas al aplicar *G.L.S.* como solución al problema de autocorrelación en presencia del incumplimiento de el supuesto de exogeneidad estricta, Hansen y Hodrick (1980) y Hansen (1982) proponen como solución la definición y aplicación del estimador denominado Método de Momentos Generalizado (*GMM*). Rescribiendo el modelo planteado bajo la ecuación (A.7) en forma matricial compacta se tiene:

$$e = FB + \eta \quad (\text{A.13})$$

Donde:

$$e' = [(e_{k+1} - e_1)(e_{k+1} - e_2) \cdots (e_{k+T} - e_T)],$$

$$F' = [(f_1^{t+k} - e_1)(f_2^{t+k} - e_2) \cdots (f_T^{t+k} - e_T)];$$

$$\eta' = [\eta_{k+1} \eta_{k+2} \cdots \eta_{k+T}], \quad B' = [\alpha, \beta]$$

El estimador *O.L.S.* de B' en presencia de autocorrelación y no exogeneidad estricta genera una matriz no escalar identidad de varianzas y covarianzas para dicho estimador, la cual se define a

partir de:

$$\text{cov}(\hat{B}) = (F'F)^{-1} (F'\Omega F)(F'F)^{-1} \quad (\text{A.14})$$

La solución a este problema, a través del método *GMM* propuesto por Hansen (1982), consiste en obtener el estimador *OLS* de B' y usar dicho método *GMM* para corregir la matriz $\text{cov}(\hat{B}')$, es decir, obtener un estimador consistente de ésta a partir del cual sea válido el proceso de inferencia estadística. Dicho estimador se obtiene al sustituir Ω en (A.14) por su estimador consistente, para el cual se utilizan los residuales estimados ($\hat{\eta} = S - F\hat{B}$).

Ω es una matriz simétrica cuyos elementos son las autocovarianzas de η . La autocovarianza de τ -ésimo orden es $\gamma(\tau) = E[\eta_{t+k}, \eta_{t+k-\tau}]$. Los elementos de la diagonal principal de $\hat{\Omega}$ son $\hat{\gamma}(0)$ y por encima y debajo de dicha diagonal son:

$$\hat{\omega}_\tau = \begin{cases} \hat{\gamma}(\tau) & \tau = 1, \dots, k-1 \\ 0 & \tau = j, \dots, T \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

$\hat{\gamma}(\tau)$ se obtiene, bajo el método *GMM*, a partir de los momentos muestrales así:

$$\hat{\gamma}(\tau) = \sum_{j=\tau+1}^T \hat{\eta}_{t+k} \hat{\eta}_{t+k-\tau} \quad (\text{A.16})$$

Con el cual se calcula el estimador consistente:

$$\text{cov}(\hat{B}) = (F'F)^{-1} F'\hat{\Omega}F(F'F)^{-1} = \hat{\Theta}$$

Cuando existe autocorrelación y adicionalmente heteroscedasticidad las autocovarianzas no son constantes y, por lo tanto se tiene que $E[\eta_{t+k}, \eta_{t+k-\tau}] \neq E[\eta_{s+k}, \eta_{s+k-\tau}] \forall t \neq s$, por lo tanto cada elemento de la triangular inferior de $\hat{\Omega}$ debe ser estimado por separado, lo que implica un total de $T(T+1)/2$ elementos por estimar. En este caso el estimador consistente de $\text{cov}(\hat{B}')$ es $\hat{\Theta}$, que garantiza que sea positiva definida siguiendo a Newey y West (1987), puede ser obtenido usando los momentos muestrales de las autocovarianzas individuales ponderadas por un factor de descuento así:

$$\hat{\gamma}(i, j) = \begin{cases} \hat{\eta}_i \hat{\eta}_j \delta(i, j) & \text{si } |i - j| < k \\ 0 & \text{si } |i - j| \geq k \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

Donde $\delta(i, j) = \lceil |i - j| / (m + 1) \rceil$, siendo m tan grande como sea posible para garantizar que $\hat{\Omega}$ sea positiva definida, por ejemplo $m = k$ o como recomiendan Frankel y Froot (1987) $m = 2k$.

Hansen y Hodrick (1980) señalan que los supuestos fundamentales del modelo (A.7) aseguran que el estimador de $\text{cov}(\hat{B}') = \hat{\Omega}$ sea consistente y asintóticamente válida aún en ausencia del supuesto de exogeneidad estricta y sin necesidad suponer que ésta es constante.

Aspectos Computacionales.

El método de estimación *GMM* es aplicado a la estimación de los parámetros de todas las ecuaciones del documento. Se utiliza el código desarrollado por Baum, Schaffer, y Stillman (2003) en STATA (versión 9.2). El código o comando `ivreg2` permite la aplicación del algoritmo descrito en la sección anterior, con o sin variables instrumentales, y dispone de una batería de pruebas que permiten un amplio proceso de inferencia estadística (heteroscedasticidad, correlación serial por *clusters* con su respectiva estimación robusta, validez y relevancia de instrumentos, restricciones de sobre identificación, pruebas de endogeneidad de regresores).