

# **ECONOMIA SUBTERRANEA EN COLOMBIA 1976-2003: UNA MEDICION A PARTIR DE LA DEMANDA DE EFECTIVO\***

**Carlos A. Arango A.  
Martha Misas A.  
Enrique López E.**

**Banco de la República**

## **Resumen**

La economía subterránea (ES), definida ampliamente como aquella asociada con actividades al margen del código legal de un país, es de particular relevancia en Colombia debido al alcance que tiene la economía del narcotráfico y la economía informal evasora de la legislación fiscal y laboral. Esto es particularmente relevante no solo para el Banco Central, pues la ES tiene una ingerencia directa en la demanda de efectivo, sino también por sus implicaciones fiscales e institucionales. En este trabajo se hace una revisión crítica del estado del arte en la estimación de la ES representado en los modelos estructurales: “multiple indicators multiple causes” (MIMIC) y “dynamic multiple indicators multiple causes” (DYMIMIC). En particular, se documenta el posible sesgo de variable omitida que estos pueden presentar en su estimación y las ventajas que pueden tener representaciones más generales del tipo estado-espacio estimadas mediante filtro de Kalman. Este último enfoque es aplicado al caso colombiano donde se parte de una función de demanda de efectivo y se estima la dinámica y tamaño de la ES en el período 1976-2003. Debido a los limitados grados de libertad, se calcularon intervalos de confianza implementando “bootstrapping” para establecer la significancia de las distintas “causas” de la ES.

---

\* Los autores agradecen la asistencia de Catalina Escobar, Lina Montoya y Nicolás Hernández. Igualmente se agradece la colaboración del Departamento de Economía de la Universidad Javeriana y en especial a Luisa Fernanda Bernal en la construcción de algunas de las series laborales. Asimismo, agradecemos a Ana María Iregui, María Teresa Ramírez, Leopoldo Fergusson y Luis Eduardo Arango por suministrarnos sus series para complementar la base de datos. Agradecimientos van también para los asistentes al seminario interno de la Unidad de Investigaciones por sus atinados comentarios a una versión anterior de este documento..

## **1. Introducción**

Esta investigación surge como respuesta a un interrogante planteado en el trabajo de Misas et al. (2004) sobre las posibles causas de las innovaciones recientes en la demanda de efectivo en Colombia. No obstante, el esfuerzo realizado al considerar posibles no-linealidades en la relación entre la demanda de efectivo y sus determinantes tradicionales, así como variables que capturan los avances tecnológicos en los sistemas de pago existe aún un considerable error de pronóstico. De ahí la necesidad de entender y cuantificar de alguna manera aquella variable omitida que afecta la demanda de efectivo.

Una posible respuesta a esta forma de “missing money” o dinero desaparecido que se explora en este trabajo es que dichas innovaciones se deben al comportamiento reciente de la economía informal e ilegal, intensivas en el uso del efectivo, las cuales experimentan un crecimiento importante durante la segunda mitad de los 90 y comienzos del 2000.

Profundizando en este aspecto, encontramos que en la literatura internacional existe un gran interés por dicha cuantificación. Así, se cuenta con una literatura muy amplia y en franca expansión que aborda la problemática desde varios ángulos. En un trabajo crítico sobre el acuñamiento de billetes europeos de alta denominación, Rogoff (1998) sostiene que la tenencia de efectivo, y en especial de grandes billetes, por los agentes está dominada por el deseo de evitar el control del gobierno, especialmente, en lo referente al pago de impuestos. Igualmente, sostiene que acuñar billetes de gran denominación constituye un subsidio para las actividades criminales.

En la discusión que se plantea al referirse a las actividades que demandan gran cantidad de efectivo, tal vez, lo más importante es precisar acerca de qué se está hablando y no simplemente generalizar a actividades criminales. Muchas de ellas no son propiamente ilegales, mientras que otras sí lo son. De otro lado, hay algunas actividades que no nacen por la acción predatoria del Estado sino por razones asociadas a la acción criminal de algunos elementos de la sociedad. Se hace necesario, en consecuencia, hacer una taxonomía

de esas actividades y determinar en donde se encuentra el umbral que separa lo legal de lo ilegal.

Ahora bien, por su naturaleza las actividades de ese tipo no son un fenómeno cuantificable directamente, esto lleva a que los investigadores que se han interesado por el tema recurran a los métodos indirectos de estimación los cuales usualmente parten de diferentes supuestos y apuntan a diferentes definiciones de lo que genéricamente se ha llamado la economía subterránea (ES). Existen varias posibilidades metodológicas entre las cuales hemos escogido la que mejor se adapta al caso colombiano. Considerando, en particular, las limitaciones de información y la principal motivación de este trabajo: develar el vínculo entre las actividades evasoras del marco jurídico colombiano y la demanda de dinero.

En el trabajo se lleva a cabo una revisión crítica de los modelos estructurales: “multiple indicators multiple causes” (MIMIC) y “dynamic multiple indicators multiple causes” (DYMIMIC) utilizados en la estimación de la economía subterránea. En particular, se documenta el posible sesgo de variable omitida que estos pueden presentar y las ventajas que pueden tener representaciones más generales estado-espacio estimadas mediante máxima verosimilitud considerando el filtro de Kalman. Este último enfoque es aplicado al caso colombiano para determinar una función de demanda de efectivo en un modelo estado-espacio, en el cual se incorpora la dinámica y tamaño de la ES en el período 1976-2003. Debido a los limitados grados de libertad, se calcularán intervalos de confianza implementando el procedimiento “*bootstrapping*” para establecer la significancia de las distintos factores que afectan la ES, así como, el efecto que ésta tiene sobre la demanda de efectivo.

El documento está dividido en cinco secciones incluida esta introducción. En la segunda sección se define el concepto de economía subterránea, seleccionando el más adecuado para definir el fenómeno al que hacemos referencia. En la sección siguiente hacemos una primera aproximación narrativa a la magnitud del fenómeno en la economía colombiana. En la cuarta sección se presenta la metodología utilizada para hacer nuestra medición, así como las diferentes representaciones Estado-Espacio que son estimadas mediante máxima verosimilitud considerando el Filtro de Kalman. A continuación de la presentación de la

metodología se muestran los principales resultados obtenidos con base en su utilización. La quinta sección concluye.

## **2. Definición de economía subterránea**

Durante mucho tiempo, la preocupación por las actividades al margen de las estadísticas oficiales de producto, comercio e inversión no fueron del interés de los economistas. Esa era una preocupación circunscrita a la sociología y la antropología. En las décadas de los cincuenta y sesenta, las dimensiones informales de la vida organizacional comenzaron a ser un tópico común de investigación entre los economistas (Blau y Scott, 1963; Gouldner, 1954)<sup>1</sup>.

Desde entonces la preocupación por ese tipo de actividades ha ido aumentando paulatinamente. De pensar que eran un tema marginal, se ha pasado a considerarlas como elementos sustanciales de la dinámica económica y social de cualquier país y, en especial, de los países en desarrollo. Recientemente, se han elaborado una gran cantidad de estudios que abordan el tema para las llamadas economías en transición.

Una de las características centrales de la literatura desarrollada en esta área es la falta de consenso en la formulación de una teoría unificada acerca de este tipo de actividades, y mucho menos sobre la forma en que éstas deben ser denominadas. Así como también de la cobertura que tiene cada uno de los conceptos que buscan definirla. El término economía “informal”, uno de los primeros en surgir, hace referencia, en la mayoría de los casos, a la producción en pequeña escala o a actividades artesanales que se llevan a cabo principalmente en los países en desarrollo<sup>2</sup>. Los términos economía “escondida” y “subterránea” han sido asociados con la evasión de impuestos. En algunos casos, sin embargo, la economía “escondida” es entendida como el ingreso nacional no registrado, el

---

<sup>1</sup> Citados por Gërkhani (1999).

<sup>2</sup> Keith Hart (1971, 1973) –un antropólogo social– fue la primera persona en hacer referencia, en la literatura académica, al término sector informal. El concepto de sector informal describía una parte de la fuerza de trabajo urbana que laboraba por fuera del mercado laboral formal. Hart consideraba al sector informal como un sinónimo de todas las categorías de empleados por cuenta propia. El significado del término se fue modificando a lo largo del tiempo.

cual puede ser superior a la parte del ingreso que no paga impuestos (Bhattacharyya, 1999)<sup>3</sup>. Los términos economía “paralela” y “negra” han sido vinculados principalmente con el lavado de activos. En tanto que, economía “no oficial” y “no registrada” se refieren a actividades que escapan de la recolección de cifras realizadas por los organismos oficiales.

El término economía “en la sombra” (*shadow economy*) ha tenido recientemente una amplia difusión porque tiene algún poder explicativo de la situación de las economías en transición. En algunas investigaciones, la economía “en la sombra” corresponde a actividades de valor agregado que las estadísticas oficiales no registran, aunque deberían hacerlo (Eilat y Zinnes, 2000 p.14).

Todas estas definiciones tienen problemas y dejan abiertas muchas preguntas con relación a las actividades mencionadas. ¿Cuál es la distribución entre actividades no registradas legales, y actividades ilegales? ¿El nivel de desarrollo de un país tiene relación con el tamaño de las actividades no formales o subterráneas?, entre otras.

Recientemente, se ha hecho un esfuerzo por tratar de precisar el fenómeno que se está tratando de describir. En general, de acuerdo con Fleming et al. (2000), se puede hablar de dos aproximaciones. En la primera, las actividades consideradas corresponden simplemente a las no *registradas*. El segundo enfoque se centra en la definición de algunas actividades que responden a una forma de comportamiento determinado. En el primer caso, se trata de un enfoque descriptivo mientras que, en el segundo, habría un soporte teórico. Un ejemplo de esta última aproximación es la de Feige (1990 p.990), para quien la distinción entre actividad económica oficial e informal se encontraría en sí “la actividad adhiere a las reglas del juego establecidas. El respeto por las reglas establecidas representa la participación en la economía formal....mientras que el no cumplimiento de esa reglas o su circunvolución constituye la participación en la economía informal”.

---

<sup>3</sup> Este mismo autor cita un trabajo de Kaldor (1956), en el que se hace el primer intento por estimar el ingreso nacional no registrado (Bhattacharyya, 1999 p. F349).

El Cuadro 1 presenta la taxonomía de las actividades de la economía subterránea, permitiendo la construcción de un consenso sobre el concepto que se trabaja en esta investigación. De acuerdo con el Cuadro 1, la economía subterránea puede incluir el ingreso no reportado de la producción de bienes y servicios legales, ya sea de transacciones monetarias o de trueque. También estarían las actividades que podrían ser gravadas si fueran reportadas a las autoridades tributarias. Una alternativa sería incluir las actividades ilegales monetarias y no monetarias.

En la definición que finalmente adoptan Schneider y Enste (2000 p. 78), la economía subterránea incluye el ingreso no reportado proveniente de la producción legal de bienes y servicios, ya sea de transacciones monetarias o no monetarias. La gran parte de estos ingresos pueden ser clasificados como trabajo “negro” o clandestino. De acuerdo con el Cuadro 1, esta definición estaría “por debajo de la línea” y dejaría por fuera las actividades ilegales.

<b>Cuadro 1. Taxonomía de las actividades de la economía subterránea</b>				
	Transacciones monetarias		Transacciones no monetarias	
<b>Actividades ilegales</b>	Comercio de bienes robados; tráfico y producción de drogas; prostitución juego; contrabando y fraude		Trueque: drogas, bienes robados, contrabando. Producción drogas para uso personal. Robar para uso personal.	
	<b>Actividades legales</b>	<b>Elusión</b>	<b>Evasión impuestos</b>	<b>Elusión</b>
	Ingresos no reportados de empleo; Salarios, sueldos y activos de trabajo en bienes y servicios legales.	Descuentos a empleados; Beneficios al margen	Trueque de bienes y servicios legales	Todo trabajo cuenta propia y realizado con ayuda de vecinos

Fuente: Schneider y Enste (2000)

Dado que nuestro mayor interés es determinar el efecto de movimientos en actividades al margen de la ley sobre la demanda de efectivo, nuestra definición de ES comprende

aquellas actividades descritas por la primera columna del cuadro 1 y que están estrechamente atadas al uso del efectivo como medio de pago. Con este enfoque dejamos en claro que nuestra estimación de la ES incluye actividades ilegales, como la producción y el tráfico de drogas y sus actividades conexas, y actividades productivas que, no obstante su carácter legal, involucran acciones de evasión y de elusión al margen de la ley.

### **3. La economía subterránea en Colombia.**

#### **Narcotráfico**

Hasta la propagación del narcotráfico, las actividades de la economía subterránea colombiana se concentraban en el comercio y la producción informal en las ciudades, el contrabando de importación de bienes y, esporádicamente, en el contrabando de exportación de ganado, esmeraldas y de café.

La aparición del narcotráfico marca un hito en la historia de la economía subterránea en Colombia. Como es conocido, los primeros registros de producción de narcóticos se encuentran en la década de los setenta, con la aparición de los cultivos de marihuana en la zona norte del país con destino al mercado de Estados Unidos. A finales de la década de los setenta y en la década de los ochenta se da una expansión en la producción y la comercialización de la cocaína, con un subsiguiente descenso en el consumo de la marihuana, lo cual lleva a una transformación de la economía y de la sociedad colombiana (Thoumi, 1994). Esta cadena de actividades asociadas con el narcotráfico se ha visto ampliada más recientemente, con el cultivo de amapola, base de la heroína, en zonas aisladas del país.

Los registros que se tienen de estimaciones sobre la extensión del cultivo de marihuana en los años setenta son erráticos. La Procuraduría General de la Nación, por ejemplo, estimó para 1978 cerca de 70.000 hectáreas de marihuana sembradas en el norte del país. El estudio pionero de Junguito y Caballero (1978) cuestionó esta cifra arguyendo que un área sembrada de tal extensión superaría con creces la de algunos cultivos legales y que, en consecuencia, el cálculo exageraba el tamaño de las siembras, el cual en realidad era más

cercano a las 40.000 hectáreas. En otro de los trabajos de la época se calculó un área de 30 mil hectáreas (Ruiz, 1979).

Años más tarde, para el período comprendido entre 1982 y 1991, con estimativos basados en información proveniente de satélites, se mostró que la extensión sembrada en marihuana había disminuido notoriamente, de un pico de alrededor de 13 mil hectáreas en 1987 a 3 mil hectáreas sembradas en 1991 (Gomez y Santamaría, 1994).

La producción colombiana de cocaína paso de ser una producción con base en la pasta de coca importada de los países andinos limítrofes, a hacerse con coca cultivada localmente. La operación a gran escala del narcotráfico aumentó sustancialmente las ganancias y propició la formación de los llamados “carteles” de Medellín, Cali y la Costa. Fueron estos últimos quienes llevaron a cabo la integración vertical de todas las etapas de la producción de este narcótico, desde el cultivo de la hoja, pasando por la comercialización de insumos y precursores, el procesamiento en laboratorios, la producción y el transporte y la comercialización del alcaloide. De igual forma, se crearon los mecanismos y procesos necesarios para el lavado de activos (Díaz y Sánchez, 2004).

Aunque la medición de este tipo de producto es imperfecta principalmente porque se trata de bienes cuya producción, transformación y comercialización es ilícita, existe alguna evidencia que muestra los cambios que se han dado en esta actividad. Durante los años noventa Colombia se consolidó como el mayor productor mundial de hoja de coca, lugar que ya ocupaba como productor de cocaína. Entre 1990 y 1994 se calcula que existían alrededor de 40 mil hectáreas de coca cultivadas en todo el territorio colombiano. A partir de la segunda mitad de la década, el área destinada al cultivo de coca creció considerablemente, pasando de 50 mil hectáreas en 1995 a 166 mil en el año 2000.

Existe, de otro lado, alguna evidencia que muestra un descenso posterior en el área sembrada en coca. Según el sistema integrado de monitoreo de cultivos ilícitos (SIMCI), basado en información satelital y censos en terreno, Colombia tenía en diciembre de 2003 cerca de 86.300 hectáreas sembradas de coca distribuidas en 23 de los 32 departamentos del país. Esto representa un descenso de 16.000 has (-16%) si se compara con el estimativo de



diciembre de 2002, cuando se midieron 102.100 has de coca. Es el tercer año consecutivo que decrecen los cultivos de coca con un total de 47% (- 11% en 2001, - 30% en 2002 y - 16% en 2003). De otro lado, según algunos cálculos el 80% de la cocaína mundial se producía en Colombia.

A finales de los ochenta surgieron en Colombia cultivos de amapola que se establecieron principalmente en páramos y en resguardos indígenas a una altura ente 2200 y 2800 metros sobre el nivel del mar. En los años noventa se presentó un crecimiento muy importante de las hectáreas cultivadas de amapola, localizándose en las zonas altas de los departamentos de Caquetá, Cauca, Huila, Tolima, Cesar Cundinamarca y Boyacá. De acuerdo con el Gobierno colombiano, el total de área cultivada en amapola no ha variado mucho durante los noventa, a pesar de los esfuerzos de la aspersion. Aparte de un corto *boom* en 1994, el cultivo de amapola se ha mantenido entre las 4.000 y las 7.000 hectáreas. En noviembre de 2003, los estimados basados en sobrevuelos de reconocimientos y operaciones de aspersion estimaron 4,026 hectáreas de amapola, en comparación con 4.253 hectáreas en el 2002 (SIMCI, 2003 p. 47).

Los cálculos de la repatriación de ingresos al país provenientes de la comercialización de los narcóticos plantean problemas aún más complejos que los del área cosechada en coca, marihuana y amapola. Tratar de resolver la pregunta es fundamental por el impacto que esos recursos pueden tener sobre la economía.

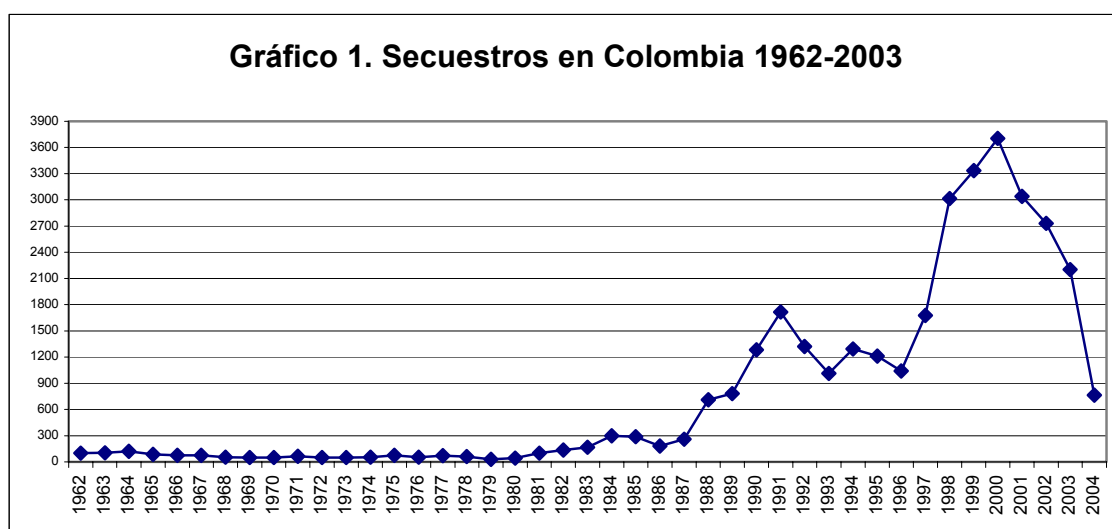
Los análisis macroeconómicos de los efectos de la producción de drogas realizados por Steiner (1998) reportan que el ingreso anual por el tráfico drogas fue aproximadamente del 3% del Producto Interno Bruto (PIB) y el 25% de las exportaciones<sup>4</sup>. Rocha (1997) encontró que los ingresos más representativos se deben a las transferencias netas. También identificó algunos sectores económicos más vulnerables como, por ejemplo la agricultura, debido a los cambios desfavorables en los precios relativos; la construcción y los servicios. Este mismo autor (Rocha, 2000) determinó que la producción de capital y su repatriación

---

<sup>4</sup> Datos a partir del año 1981 hasta el año 1995. El autor comparó los ingresos de coca con los ingresos por café, que también son cercanos al 3% del PIB, los cuales proveen para el sostenimiento de cerca de 300,000 familias.

era equivalente en promedio al 4% del PIB anual (entre 1982 y 1998 sumó cerca de US\$ 23 mil millones). La actividad generó 57 mil empleos directos que correspondieron al 6.7% del empleo rural<sup>5</sup>.

La expansión del narcotráfico, el cual, como muchas veces se ha escrito, es el combustible de la explosiva situación social y política en Colombia, ha estado acompañada del crecimiento de una actividad criminal muy rentable para sus ejecutores y, que por tanto, ha alcanzado un alto grado de organización: el secuestro (Gráfico 1). Este último también es parte de nuestra definición de la economía subterránea y se caracteriza por el manejo de grandes sumas de efectivo en pesos y en dólares.



Fuente: Fondelibertad y Pais Libre

La expansión del narcotráfico ha ido acompañada de un tráfico creciente de armas y de insumos químicos. Igualmente, ha llevado a que actividades ilegales, presentes de tiempo atrás en Colombia, como el contrabando, se imbriquen y conecten con el nuevo negocio.

### **Informalidad**

Los primeros trabajos que buscaron definir y cuantificar el fenómeno de la informalidad observada en las ciudades colombianas fueron llevados a cabo en los años setenta y ochenta. Las primeras mediciones se realizaron para las cuatro principales ciudades y

<sup>5</sup> Citado por Tabares et al. (2005).

muestran que, en promedio, entre 1976 y 1980, el trabajo informal puede alcanzar un rango entre 31,7 y 64,1% del empleo total. La explicación de la diferencia tan amplia en los dos estimativos radica en la forma como se recopilaban las cifras oficiales del mercado laboral<sup>6</sup>. En el primer caso, la definición utilizada correspondía a la suma de trabajadores independientes, trabajadores familiares no remunerados y empleados domésticos dividida sobre el empleo total reportado por el DANE. La segunda medición se basaba en la diferencia del empleo total y el empleo protegido (de acuerdo con el Instituto de Seguro Social) dividida por el empleo total.

Unos años después, el DANE comienza a trabajar con una definición operativa que facilita el trabajo empírico<sup>7</sup>. Según el DANE se definen como pertenecientes al sector informal de la economía a los ayudantes de familia a quienes no se les paga un salario, a las empleadas del servicio doméstico, a los trabajadores por cuenta propia (excluyendo trabajadores y técnicos) y a los obreros y empleados asalariados del sector privado y patronos o empleadores vinculados a empresas con diez o menos personas ocupadas. Por el contrario, el empleo formal agrupa a los profesionales y técnicos independientes, los empleados del Estado, los asalariados y los patronos de empresas privadas de más de diez personas.

Definido así, el grado de informalidad del empleo urbano colombiano ha sido tradicionalmente muy elevado (situado entre el 54 y el 57%); mayor en las ciudades intermedias; menor en las grandes ciudades. Entre 1984 y 1988 la informalidad del empleo urbano se elevó considerablemente en las cuatro principales ciudades, pasando del 54.1% al 55.5% y, sólo ligeramente en las seis ciudades intermedias donde, en promedio, pasó del 62.9% al 63.5%. Esa tendencia general se revirtió en la primera mitad de los noventa. Para 1994 la informalidad del empleo había caído ya al 51.7% en las cuatro áreas principales y

---

<sup>6</sup> Véase López *et al.* (1982).

<sup>7</sup> En Colombia se inició la medición del sector informal con la Encuesta de Hogares realizada en junio de 1984. Sin embargo, no existe en ninguna encuesta la posibilidad de medir el empleo que no se acoge a la normatividad vigente y, por lo tanto, la medición operativa entiende por empleo informal a los trabajadores por cuenta propia que no son profesionales ni técnicos, a los patronos y asalariados de las empresas de menos de diez trabajadores permanentes, a los trabajadores del servicio doméstico y a los trabajadores familiares sin remuneración.

al 62.1% en las seis intermedias (CIDE, 1996). Entre 1996 y 1998 se detectó un nuevo aumento en la tasa de informalidad, la cual para el conjunto de las siete principales áreas metropolitanas pasó de 52.7 en junio de 1996 a 55.5% en junio de 1998 (Henaó *et al*, 1999).

Para el 2000 un estudio, un poco más reciente, muestra que en el país los sectores informales o de baja productividad generan cerca del 61% del empleo total (Florez, 2001). De acuerdo con Gordo (2002) este es un registro elevado en comparación a otros países latinoamericanos: en Brasil la población ocupada en sectores de baja productividad es del 47%, en Ecuador es del 58%, en Costa Rica el 41.6% y en Argentina el 40% (Hasta antes de la crisis). En 2001 en Colombia la economía informal generó el 37% de la producción y más del 60% del empleo. De acuerdo con la información del Departamento Nacional de Estadística (DANE) existen 955 mil establecimientos económicos clasificados como informales, la mayor parte de ellos son personas naturales (97%), lo que demuestra la poca capacidad para asociarse en unidades productivas, que es la esencia de la economía de mercado. Por actividad económica, los informales se concentran en la distribución de bienes o en la prestación de servicios poco tecnificados (Cuadro 2). Se estima que aproximadamente el 10% de la informalidad se concentra en los vendedores ambulantes y el servicio doméstico.

Cuadro 2

Número de Establecimientos Informales de acuerdo a la Organización Jurídica y a la Actividad Económica					
Principales trece áreas metropolitanas , 2001					
Actividad Económica	Total	Organización Jurídica			
		Sociedad de hecho	Persona Natural	Sociedad Comercial	Cooperativa
Comercio	441.476	8.881	429.666	2.160	769
Servicios	375.134	6.560	365.027	2.962	585
Industria	139.316	4.413	134.670	76	157
Total	955.926	19.854	929.363	5.198	1.511

Fuente: DANE

## **Contrabando**

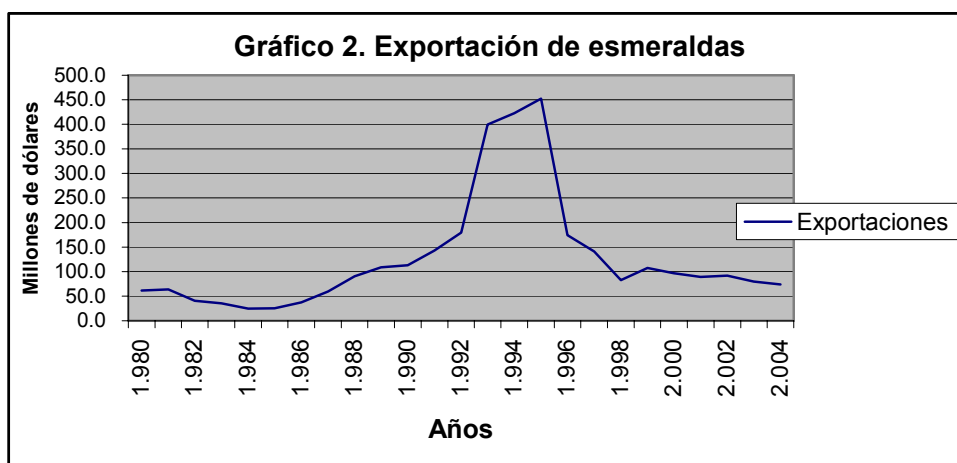
En Colombia el contrabando ha sido tradicionalmente en dos vías. Hasta principios de los años noventa había contrabando de exportación de café, ganado y esmeraldas, el cual todavía persiste, así como también, el de oro. En el caso del café, el contrabando de exportación se propició por el mayor valor del precio externo frente al precio interno. La diferencia en precios se dio porque con ella se buscó fortalecer al Fondo Nacional del Café. En esas condiciones, existía un incentivo para que, en las llamadas bonanzas cafeteras, se exportaran importantes cantidades del grano sin llenar los requisitos legales que se exigían para ello. Con esto se evadían los impuestos *ad valorem* de ripio y pasilla, y la llamada retención cafetera. De esta forma, se presentó contrabando de exportación de café en los períodos de bonanza que se dieron entre 1977 y 1980, y entre 1985 y 1987, mientras que en los años noventa, en que la tendencia era a una reducción del precio internacional, las cifras de contrabando fueron negativas (Gómez y Santa María, 1994).

También se presentó contrabando de ganado hacia Venezuela y Ecuador durante los períodos de devaluación del peso colombiano frente a las monedas de esos países ya que era rentable asumir el riesgo de eludir la exigencia de los permisos para la exportación legal. Este fenómeno también disminuyó durante los años noventa a medida que fué cerrándose la brecha entre los precios colombianos y los de los países vecinos y se fué apreciando el peso colombiano frente a las monedas de esos países (Gómez y Santamaría, 1994).

El contrabando de exportación de esmeraldas ha sido tradicional en Colombia. De hecho, el destino de la producción de estas piedras preciosas es la exportación y se estima que tan solo un 2% de lo producido se mantiene en el país. La característica del alto valor unitario de la esmeralda, la dificultad técnica que existe para determinar dicho valor y su facilidad de transporte sin ser detectada, hace que su exportación sea objeto de sobre y subfacturación, o que simplemente no sea declarada. El hecho de no tener un precio estándar y la existencia de diferentes calidades lleva, de otro lado, a que las piedras sean ideales para el lavado de dólares provenientes del tráfico de drogas o de otras actividades

ilegales, ya sea exportando varias veces la misma piedra o declarando en la exportación un precio superior al de transacción.

Por esa razón es difícil establecer con precisión el tamaño del negocio. Las cifras de exportaciones que se presentan en el Gráfico 2 son un indicador de esto último, y muestran que el negocio se disparó entre 1992 y 1998 y después se redujo al tamaño que tenía anteriormente. Sin embargo, existe evidencia acerca de la presencia de distorsiones en las cifras oficiales de exportaciones. Fadul (2003) muestra como, al comparar las cifras declaradas de las exportaciones de esmeraldas hacia Estados Unidos no coinciden con las importaciones reportadas por ese país. El ejercicio realizado entre 1989 y 2002 muestra que en el período 1993-1996 habría sobrefacturación mientras que en el resto de los años habría subfacturación.



Fuente: DANE. Cálculo propios

Algo similar puede decirse acerca del mercado de oro, el cual ha sido poco estudiado y cuyas cifras de producción y de comercio exterior son muy inciertas y poco confiables. De acuerdo con los análisis realizados por Minercol (1999) y el Ministerio de Minas (2003) se ha encontrado que las cifras de producción de oro consideradas como oficiales en Colombia, no reflejan la magnitud real de la producción y estarían distorsionadas ante la

evidencia de un amplio comercio informal interno y externo del mineral<sup>8</sup>. Las autoridades también han decomisado importaciones ilegales de oro que buscan ingresar al país como una modalidad de lavado de recursos provenientes del narcotráfico<sup>9</sup>.

El contrabando de importación de bienes es un fenómeno secular de la economía colombiana, con una magnitud que se mantuvo aún después de las reformas comerciales de comienzos de los años noventa. Al respecto, frecuentemente se arguye que el contrabando estuvo estrechamente asociado al racionamiento de divisas que era un mecanismo inherente a la etapa de promoción de exportaciones del modelo de sustitución de importaciones. En el evento de un desplome de los precios de exportación de los productos colombianos, o al encarecerse las importaciones, además de devaluar la tasa de cambio, se racionaba la utilización de divisas. El racionamiento, en un caso como el descrito, se llevaba a cabo por medio del aumento de los aranceles y del manejo de la licencia previa requerida para la importación de ciertos bienes, con lo cual la rentabilidad del contrabando se incrementaba.

Los estimativos de contrabando realizados para la época anterior a las reformas comerciales son puntuales como, por ejemplo, en el trabajo de Gómez y Santamaría (1994), en el cual se calcula que el contrabando en el año 1990 fue alrededor de US\$ 4700 millones mientras que las importaciones registradas fueron en el mismo año de US\$ 5590 millones.

Se suponía que la reducción sustancial del arancel promedio y la eliminación de la licencia previa que se dieron a principios de los años noventa deberían traer, como una de sus consecuencias, la reducción del contrabando, en la medida en que se estaban reduciendo los incentivos para que este último se diera. Unos años después de las reformas, Steiner y Fernández (1994) mostraron que el contrabando no había disminuido de la manera tan radical en que se había previsto. Para 1993, estos autores estimaron el contrabando en alrededor de US\$ 1600 millones. Recientemente, los estimativos de la DIAN, construidos

---

<sup>8</sup> Las cifras oficiales registrar un promedio de 22 toneladas por año en la década de los años noventa con un mínimo de 18.8 toneladas para los años 1997-1998 y un máximo de 37 toneladas para el año 2000. En 2001 y 2001 la producción habría caído nuevamente alrededor del promedio histórico.

<sup>9</sup> Véase al respecto una crónica de la revista Cromos de junio 14 de 2002 basada en información provista por las agencias de inteligencia del Estado. El New York Times también realizó en el primer trimestre de 2002 una denuncia similar.

con la metodología que calcula las diferencias entre los reportes de exportaciones dirigidas a Colombia y las cifras de importación a nuestro país, señalan que para el año 2002 el contrabando total es de US\$ 1584 millones, de los cuales el 67% corresponde a la subfacturación de importaciones y el resto a contrabando abierto. En 2003 cae el contrabando a un monto de US\$1272 millones de los cuales el 77% corresponde a subfacturación de importaciones.

Una posible explicación de este comportamiento no previsto es la asociación que, al parecer, existe entre el lavado de activos provenientes del tráfico de droga y el contrabando. La presencia del narcotráfico sería una de las razones que podría explicar la persistencia del contrabando abierto y la subfacturación de importaciones aún a pesar de la desaparición de los incentivos económicos que explican que estos fenómenos se presenten antes de las reformas.

#### **4. Estimación de la economía subterránea**

Hay dos enfoques para estimar la economía subterránea: directo e indirecto. Del enfoque indirecto, como se explica más adelante, existen a su vez varias versiones.

El enfoque directo se basa en encuestas o auditorías fiscales y otros métodos de cumplimiento. Estas son aproximaciones que ofrecen estimaciones puntuales de la economía subterránea. Aquellas basadas en encuestas dependen en forma crítica de la calidad y confiabilidad de las respuestas, las cuales usualmente son poco fiables ya que los individuos son reacios a declarar verazmente actividades no registradas o comportamientos fraudulentos. Por su parte, aquellos basados en discrepancias entre ingresos declarados y aquellos calculados con base en auditorías selectivas enfrentan el problema de sesgo de selección dado que las auditorías usualmente están basadas en características claves de los declarantes (grandes contribuyentes por ejemplo).

Los enfoques indirectos, por su parte, usan información observable estrechamente relacionada con la economía subterránea; mediante la cual se infiere el comportamiento de



esta última en el tiempo, ya sea por medio de un método contable o econométrico. Uno de ellos se basa en el análisis de las diferencias entre ingresos y gastos de las cuentas nacionales. No obstante, este procedimiento tiene al menos dos debilidades: en primer lugar, las cuentas nacionales se basan en muchos casos en imputaciones las cuales tratan de estimar parte de las actividades económicas no registradas, como el contrabando o el producto del narcotráfico; en segundo lugar, aún cuando la información original (sin imputaciones) puede ser utilizada, ésta sufre de los usuales errores y omisiones.

Una segunda estrategia, dentro del enfoque indirecto, se basa en el comportamiento de variables del mercado laboral tales como la participación de la fuerza de trabajo en la economía oficial. Debido a que el comportamiento de estas variables es el resultado de muchas otras fuerzas diferentes a la dinámica de la economía subterránea, se producen indicadores débiles del tamaño de ésta.

Otro método indirecto es el enfoque transaccional, el cual se basa en la ecuación cuantitativa del dinero en la versión de Irving Fisher. Suponiendo que el valor total de las transacciones en la economía mantiene una relación constante con el PIB (registrado y no registrado), la economía subterránea es la diferencia entre el PIB observado y el PIB inferido de la relación. Además de requerir una gran cantidad de información acerca del valor total de las transacciones en la economía, este método se basa en supuestos muy exigentes sobre la estabilidad de la velocidad del dinero y sobre la razón de las transacciones al PIB.

Una tercera metodología de estimación indirecta se basa en el consumo de electricidad. Asumiendo que la elasticidad producto-energía es cercana a uno, el crecimiento en la economía subterránea se estima como la diferencia entre el crecimiento del PIB oficial y el crecimiento en el consumo de electricidad. Su debilidad principal es el supuesto de una intensidad igual en el consumo de electricidad aún para actividades tales como servicios personales. Además, en esta metodología no se controla por cambio tecnológico, precios relativos de sustitutos cercanos a la electricidad e imputaciones sobre la economía no registrada consideradas en el cálculo del PIB.

En el enfoque estructural, el cual es también un método indirecto, se estima el tamaño de la economía subterránea a partir de un conjunto de señales observables relacionadas con el mercado laboral, el entorno fiscal y el monetario. Además de incorporar más estructura y por ende evitar algunos supuestos considerados en los anteriores enfoques, esta metodología permite ver el comportamiento de la actividad subterránea a lo largo del tiempo. La técnica clásica y ampliamente utilizada es la de inferir el tamaño de la economía subterránea mediante un modelo económico de demanda de efectivo (Cagan, 1958; Tanzi, 1980 y 1983).

En este enfoque se estima la demanda por efectivo incluyendo todos los factores tradicionales y algunas variables exógenas, las cuales potencialmente hacen parte de la decisión del agente de entrar en la economía subterránea, tales como los impuestos y las restricciones laborales y financieras. El tamaño de la economía subterránea es estimado comparando la demanda por efectivo en regímenes fiscales y laborales menos restrictivos, en contraste con la demanda en situaciones más astringentes. Este cálculo es posible, en la medida en que se establezca el supuesto de una velocidad de circulación constante para la economía subterránea y que sea igual a la velocidad para la economía registrada. No obstante, este enfoque solo captura aquellas actividades no registradas intensivas en efectivo las cuales pueden ser la mayoría pero no el total de las transacciones en la economía subterránea, y adicionalmente, el supuesto de velocidades ingreso idénticas para la economía registrada y no registrada puede ser fuerte (Strom et al 1980 y 1984).

Recientemente, se ha optado por modelos indirectos con una “mayor estructura”, en el sentido en que estos explotan el hecho de que la economía subterránea afecta simultáneamente varios aspectos de la actividad económica tales como los mercados de bienes, de trabajo, de capital, de dinero y cambiarios. El enfoque empírico se basa en modelos econométricos para la estimación de variables no observables. Entre estos, “Multiple Indicators and Multiple Causes” MIMIC es el más utilizado<sup>10</sup>. Bajo esta técnica,

---

<sup>10</sup> Véase, por ejemplo, los diferentes trabajos de Gilles (1999, 1997) y el de Bhattacharyya (1990).

la dinámica de indicadores tales como efectivo, empleo informal, tasa de participación, consumo de electricidad, se modela en función de un factor común no observable que en este caso es la economía subterránea. En una segunda ecuación dicho factor, a su vez, depende de diferentes causas tales como altas tasas impositivas, regulación económica astringente, corrupción y cambios institucionales entre otros. Los principales retos en estos modelos como veremos mas adelante son la disponibilidad de información y los inevitables supuestos de su especificación.

#### 4.1 MIMIC, DYMIMIC y más allá

Watson y Engle (1980) demuestran que MIMIC es tan solo un caso particular de una familia de modelos con una componente no observada, los cuales pueden ser expresados mediante una representación estado-espacio. Para ellos la ventaja de ver estos modelos de esta manera es la existencia de una solución general basada en el principio de máxima verosimilitud y del filtro de Kalman.

El modelo estado-espacio de Watson y Engle (1980) está compuesto por dos conjuntos de ecuaciones: las ecuaciones de transición y las ecuaciones de medida. Las primeras presentadas en la ecuación (1) representan la dinámica de un vector de  $j \times 1$  variables latentes,  $\alpha_t$ , el cual depende de su rezago y de un vector,  $z_t$ , de dimensión  $k \times 1$  de variables exógenas o rezagos de la variable dependiente y un vector  $m \times 1$ ,  $\eta_t$ , de errores:

$$\alpha_t = T\alpha_{t-1} + c_t + \eta_t \quad (1)$$

donde:  $c_t = \gamma z_t$ ;  $E[\eta_t] = 0$ ,  $Var - Cov(\eta_t) = Q$

Las ecuaciones de medida, ecuación (2), por su parte describen la manera como el vector de estado,  $\alpha_t$ , afecta al  $p \times 1$  vector de variables observables o indicadores  $Y_t$ , el cual puede también depender de  $z_t$  y un vector de errores  $\varepsilon_t$ :

$$Y_t = Z\alpha_t + d_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

donde  $d_t = d z_t$ ;  $E[\varepsilon_t] = 0$ ,  $Var - Cov(\varepsilon_t) = H$

de tal forma que: 
$$\begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{pmatrix} \sim NI \left( 0 \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & H \end{pmatrix} \right) \quad (3)$$

Definiendo  $v_t = Y_t - \hat{Y}_{t|t-1} = Y_t - E(Y_t | Y_{t-1}, \dots, Y_1, z_t, \dots, z_1)$   $t = 1, \dots, T$ , como el error de  $Y_t$ , y  $F_t = ZP_{t|t-1}Z' + H$ , la función de máxima verosimilitud es:

$$\text{Log } L = -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |F_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T v_t' F_t^{-1} v_t \quad (4)$$

Las ecuaciones (1) – (4) conforma el sistema básico para la estimación por filtro de Kalman del vector de variables latentes  $\alpha_t$ . (ver anexo 1 para una discusión detallada de la técnica de estimación).

Para los propósitos de este trabajo, podemos asumir que los parámetros en (1)-(4), conforman el vector  $\theta$ , es decir, dicho vector está constituido por los parámetros asociados a las matrices:  $Z, d, T, \gamma, H, Q$ . Con esta representación, es fácil clasificar los diferentes modelos utilizados en la literatura reciente para estimar la economía subterránea. MIMIC supone que  $T = 0$ , y en todas las aplicaciones de las cuales tenemos conocimiento, también que  $d = 0$ . Por su parte, las aplicaciones más recientes, bajo el rótulo de DYMIMIC, permiten una especificación dinámica en la ecuación de transición,  $T \neq 0$ , aun cuando continúan suponiendo que  $d = 0$ .

En este estudio se hace un uso explícito de todas las posibilidades de la representación estado-espacio, incorporando una mayor estructura en la modelación de la economía subterránea. En particular, se levanta el supuesto de  $d = 0$ . De esta manera se reconoce que los indicadores en la ecuación de medida no solo dependen de la variable latente (en este caso la economía subterránea) sino también de otras variables exógenas. Al no incorporar este aspecto dentro de la modelación MIMIC y DYMIMIC, muchas de estas aplicaciones pueden presentar serios problemas de sesgo por variable omitida, aún cuando los resultados pasen todos los requerimientos estadísticos.

En este estudio se intenta extender la representación DYMIMIC modelando explícitamente cada una de las variables observables o indicadores de la ecuación de medida.

#### 4. 2 Estimación por filtro de Kalman de la economía subterránea.

La base del desarrollo de nuestra representación estado-espacio es el enfoque estándar de la demanda de dinero para estimar la economía subterránea. Tal como fue discutido anteriormente, la interacción entre economía subterránea y demanda por efectivo se basa en el supuesto que la economía no registrada efectúa casi la totalidad de las transacciones con efectivo. De esta manera, se puede suponer que el individuo representativo demanda efectivo motivo transacciones para cubrir tanto operaciones en el sector registrado como en el subterráneo, y que la velocidad de circulación difiere entre estas dos clases de transacciones debido a que hay menos substitutos de medios de pago para operaciones en el sector no registrado de la economía. En este sentido, se propone una función de demanda de dinero similar a la utilizada en Gilles ( 1999b ) de la forma:

$$\ln(EFR)_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(DTF_t) + \alpha_2 \ln(ATM_t) + \alpha_3 \ln(IAC_t) + \alpha_4 VIT_t + \alpha_5 DIPC_t + \alpha_6 \ln(Y_{rt}) + \alpha_7 \ln(Y_{st}) + \varepsilon_{1t} \quad (5)$$

donde el efectivo real promedio anual depende de factores tradicionalmente considerados en un modelo de demanda de efectivo como: la tasa de interés medida como la tasa de depósitos a termino fijo promedio anual,  $DTF_t$ , el desarrollo de la red de cajeros electrónicos medida como el valor en dólares de las importaciones de equipos de distribución de efectivo<sup>11</sup>,  $ATM_t$ , el desarrollo de otras innovaciones en el manejo de efectivo estimado como la suma acumulada de las tasas de interés ajustada por una tasa de depreciación,  $IAC_t$ , el valor del impuesto a las transacciones financieras,  $VIT_t$ , y la tasa de inflación promedio anual,  $DIPC_t$ . Nótese la ambigüedad del signo esperado en la elasticidad del efectivo respecto al desarrollo de la red de cajeros. Esto refleja el estado de

---

<sup>11</sup> Se estima como el valor de las importaciones de equipos de distribución de efectivo reportadas al DANE descontado por una tasa de depreciación lineal del 20% anual.

la literatura al respecto ya que los cajeros electrónicos por un lado sirven como punto de pago de las redes de tarjetas débito-crédito induciendo un menor uso de efectivo, pero por otro lado, éstos reducen los costos de retiro de efectivo de la red bancaria al aumentar la red de distribución de efectivo incentivando el uso de éste<sup>12</sup>.

A estos factores se adiciona el factor de escala o de medida del volumen de transacciones de la economía. No obstante, en este caso se descompone dicho factor en operaciones asociadas a la economía registrada y operaciones asociadas a la economía no registrada o subterránea.

Acogiéndonos a la definición amplia de economía subterránea discutida en la sección 2, se optó por tomar como indicador de la actividad registrada,  $y_{rt}$ , el valor agregado real de la industria manufacturera calculado con base en la encuesta anual manufacturera ya que ésta representa a las actividades económicas con una alta probabilidad de cumplimiento de las distintas restricciones regulatorias: laboral, financiera, cambiaria, fiscal y judicial. Obviamente, éste es solo un indicador de la dinámica de la economía formal ya que no incluye el PIB de servicios y del sector agrícola formal o registrado. No obstante, debido a las diferentes imputaciones hechas en las cuentas nacionales para estimar el PIB sectorial, muchas de ellas encaminadas a capturar muchas de las actividades no registradas, optamos por esta medida de economía registrada.

La economía subterránea,  $y_{st}$ , en consecuencia, estaría recogiendo todas las operaciones asociadas con actividades que eluden alguna de las restricciones económicas mencionadas. Aquí se asume que la economía subterránea es la suma de actividades informales elusivas tanto de la ley fiscal, laboral y financiera, como de la ley penal, incluidas las actividades asociadas con el narcotráfico.

---

<sup>12</sup> En el anexo 3 se presentan las series utilizadas para la estimación máximo verosímil correspondiente al filtro de Kalman.

En un trabajo de Loayza (1996), se modela la razón sector informal/sector formal,  $Y_i / Y_r$ ,<sup>13</sup> a partir de un modelo de crecimiento endógeno con dos sectores, un sector informal y un sector formal. En este modelo, la función de producción tanto del sector formal como del sector informal depende de la disponibilidad de bienes o servicios públicos y del capital, y los ingresos, producto de la actividad real, están afectados por una tasa impositiva,  $\tau$  (que se puede entender como un sobre-costo asociados al cumplimiento de diferentes regulaciones como el salario mínimo, seguridad social, aranceles y tasas impositivas, entre otros). En esta economía, los agentes escogen entre operar en el sector formal pagando los respectivos sobre-costos regulatorios u operar en el sector informal, en cuyo caso sus ingresos se verán afectados por la tasa efectiva de penalización,  $\pi$ , y por el menor acceso relativo a los bienes públicos representados por un factor  $0 \leq \delta < 1$ . De esta manera, los ingresos netos para los dos sectores serán:

$$y_i^r = (1 - \tau)A \left( \frac{G}{Y} \right)^\phi k_i \quad (6)$$

$$y_i^s = (1 - \pi)A \left( \frac{\delta G}{Y} \right)^\phi k_i \quad (7)$$

Donde la tasa efectiva de penalización,  $\pi$ , es mayor entre más efectiva sea la acción de control a la evasión por parte del estado,  $\lambda$ , y mayor el tamaño del sector informal,  $I = Y_s / Y_r$  :

$$\pi = \pi(\lambda, I), \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial \lambda} > 0, \quad \frac{\partial \pi}{\partial I} > 0$$

---

<sup>13</sup> Realmente el modelo original esta definido en términos de la razón del producto agregado del sector informal sobre el valor agregado total de una economía,  $Y_{it} / Y_{rt}$ . No obstante, las conclusiones son fácilmente expresables en términos de  $Y_i / Y_r$

Por su parte la disponibilidad de servicios públicos depende de los ingresos fiscales provenientes del sector formal multiplicados por una fracción,  $\rho$ , disponible para la provisión de los servicios públicos la cual depende de la calidad de las instituciones gubernamentales,  $q$ , y de la eficacia en las funciones de control a la evasión,  $\lambda$ , así:

$$G = \rho(q, \lambda)(\tau Y^r), \quad 0 \leq \rho(\cdot) \leq 1$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial q} > 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial \lambda} > 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial \lambda \partial q} > 0$$

La fracción,  $1 - \rho$ , en parte es desperdiciada en actividades improductivas o dedicada a la financiación del sistema de control a la evasión.

En equilibrio, la libre movilidad entre sector informal y formal lleva a la igualación de los retornos relativos al capital en los dos sectores definidos por las ecuaciones (6) y (7) lo cual permite despejar el tamaño relativo de la economía informal:

$$I = \frac{\lambda \delta^\phi}{(1 - \tau) - (1 - \lambda) \delta^\phi} \quad (8),$$

De donde se desprende que:

$$I = f(\lambda, \tau, \delta, \phi), \quad (8a)$$

es decir que la economía informal o subterránea aumenta con la tasa de sobre-costos regulatorios, y la proporción de bienes públicos disponibles para el sector informal, y decrece a medida que mejora la acción de control a la evasión por parte del estado y en la medida en que los bienes públicos se vuelven más importantes en la función de producción.

En este sentido, el modelo de Loaiza (1996) es una formalización de las razones teóricas citadas en varios trabajos empíricos sobre los factores que determinan el tamaño de le



economía informal y que en general se basan en el nivel de restricciones regulatorias, en la eficacia del estado para hacerlas cumplir y en las ineficiencias relativas entre operar formalmente o bajo la sombra representadas aquí por la no accesibilidad a servicios públicos.

La ecuación (8) es la base de nuestra segunda ecuación:

$$\frac{Y_{st}}{Y_{rt}} = B_0 \left[ \frac{Y_{st-1}}{Y_{rt-1}} \right]^{\beta_1} TS_t^{\beta_2} IV_t^{\beta_3} AN_t^{\beta_4} SM_t^{\beta_5} CL_t^{\beta_6} LP_t^{\beta_7} U_t^{\beta_8} AC^{\beta_9} \exp(\varepsilon_{3t}) \quad (9)$$

donde la razón de la economía informal a la economía registrada esta en función de: su nivel en el período anterior (costos de ajuste frente a impactos en los esquemas regulatorios); de distintas tasas impositivas al capital,  $TS_t$ , y al consumo,  $IV_t$ ; el arancel nominal promedio,  $AN_t$ , el cual induce actividades subterráneas relacionadas con el contrabando<sup>14</sup>; dos variables “proxies” de sobre-costos en el mercado laboral, como el salario mínimo real,  $SM_t$ , y los sobre-costos a la nomina,  $CL_t$ ; una variable “proxy” de los recursos destinados a hacer cumplir las restricciones regulatorias, medida por el número de empleados públicos,  $LP_t$ <sup>15</sup>; una medida del ciclo económico ya que en épocas de expansión aumentan los recursos fiscales para el control y vigilancia y, además, los agentes adoptan nuevas tecnologías y procedimientos productivos que los pueden hacer más dependientes de bienes públicos o mas ”visibles”,  $U_t$ ; y, finalmente, una medida de

---

<sup>14</sup> También, como señal de grado de apertura, puede medir cambios en  $\phi$  ya que una economía más abierta puede depender en mayor grado de servicios públicos tales como comunicaciones, bancos, e infraestructura de transporte. Los dos efectos van en la misma dirección: aumentos en el arancel inducen contrabando y “autarquizan” la economía aumentando el tamaño del sector informal.

<sup>15</sup> Este indicador debe mirarse con precaución dado que también está asociado al impacto que puede tener el empleo en el sector público sobre el peso del empleo formal y sobre el total de ocupados. Así mismo, el indicador puede estar recogiendo el crecimiento del Estado y por ende una mayor dependencia de la economía del sector Público, lo cual se puede asociar con una disminución de  $\delta$ . Todos estos efectos se mueven en la misma dirección en el sentido de reducir el tamaño de la economía informal. En este sentido, es deseable en versiones futuras de este estudio incluir otras variables que midan directamente el acceso de las actividades informales a servicios públicos tales como carreteras, puertos, telecomunicaciones, etc., así como también, medidas de efectividad en el control a la evasión.

actividades relacionadas con el narcotráfico que aquí se suponen función del área cultivada de coca,  $AC_t$ .

Tomando logaritmos en (9) y asumiendo que  $Y_{rt} = \lambda_0 + \lambda_1 Y_{r,t-1} + \varepsilon_{3t}$ , se tiene:

$$\ln(Y_{it}) = (\beta_0 + \lambda_0) + \beta_1 \ln(Y_{i,t-1}) + (\lambda_1 - \beta_1) \ln(Y_{r,t-1}) + \beta_2 TS_t + \beta_3 IV_t + \beta_4 AN_t + \beta_5 \ln(SM)_t + \beta_6 CL_t + \beta_7 \ln(LP_t) + \beta_8 U_t + \beta_9 \ln(AC_t) + \varepsilon_2 \quad (10)^{16}$$

Las ecuaciones (5) y (10) son la representación estado-espacio más sencilla de un modelo de economía subterránea basado en el enfoque de demanda de dinero. Esta representación, no obstante, ilustra claramente la propuesta de este trabajo en el sentido de extender los modelos MIMIC y DYMIMIC hasta ahora utilizados en la estimación de la economía subterránea, para incorporar otros elementos de carácter estructural que determinan el comportamiento de las variables de medida o indicadores (en este caso el efectivo). Permitiendo, como se dijo antes, que  $T \neq 0$  en la representación estado espacio de Watson y Engel, se evita el problema de posibles sesgos impredecibles en la estimación de la variable latente.

Los modelos MIMIC y DYMIMIC los cuales pueden ser vistos como una aproximación por factores comunes a la economía subterránea, incluyen sin excepción el efectivo como uno de los indicadores más importantes. Sin embargo, esos modelos desdeñan totalmente la estructura econométrica que soporta la demanda por efectivo, y fundamentan la identificación de la variable latente en la correlación común a las variables de medida o indicadores.

---

<sup>16</sup> Aquí todas las variables, excepto,  $Y_{it}, Y_{i,t-1}, SM_t, CL_t$  y  $LP_t$ , entran en niveles ya que muchas de ellas son tasas y en este sentido preferimos una especificación semi-logarítmica. En efecto, la ecuación puede ser fácilmente transformada para que incorpore estas diferencias en el tratamiento de cada variable.

Lo mismo puede decirse de otros indicadores usualmente incluidos en los modelos MIMIC y DYMIMIC tales como variables asociadas con la evasión de obligaciones fiscales o laborales, o aquellas asociadas con la demanda de insumos utilizados tanto por las actividades registradas como las no registradas como el consumo de energía. Todas estas variables “indicadores” usualmente son una función de factores exógenos que determinan su comportamiento más allá de lo que puede recoger la dinámica de la economía subterránea.

Por ejemplo, tratándose de indicadores laborales tales como la proporción de individuos trabajando por cuenta propia  $CP_t$ , su comportamiento no solo está asociado a actividades informales inducidas por evasión regulatoria o ilegal, en efecto, parte de sus actividades pueden ser de naturaleza formal, no obstante, su decisión de ser cuenta-propia es inducida por restricciones laborales tales como el salario mínimo y sobre-costos a la nomina como  $SM_t$  y  $CL_t$ . Igualmente, el ciclo económico puede inducir una mayor proporción de individuos por cuenta propia en actividades de carácter formal. En este sentido, dado que en la ecuación (10) ya se está controlando directamente por el efecto de estos sobrecostos en la economía subterránea, la inclusión de  $CP_t$  como un indicador que suministre información adicional sobre las actividades no registradas debe controlar por estos factores:

$$CP_t = \varphi_0 + \varphi_1 Y_{st} + \varphi_2 SM_t + \varphi_3 CL_t + \varphi_4 U_t + \varepsilon_{4t} \quad (11)$$

En el frente fiscal, las variables “indicadores” usualmente utilizadas como las tasas efectivas de tributación,  $Te$ , son afectadas por la dinámica de la actividad subterránea ya que esta mina la base tributaria,  $b$ , en la medida en que aumentan las tasas nominales,  $\tau$ ,  $b \cdot \gamma(I(\tau))$  donde  $0 \leq \gamma(I(\tau)) \leq 1$ , es la fracción de la base potencial que efectivamente tributa. Una vez el efecto de la economía subterránea es controlado, la tasa efectiva depende, por definición, del nivel de las tasas nominales asociadas,  $\tau$ . Esto es:

$$Te = \gamma(y_s(\tau))\tau \quad (12)$$

Tomando logaritmos y asumiendo un error de medida<sup>17</sup>:

$$\ln(Te_t) = \varpi_0 + \varpi_1 Y_{st} + \ln(\tau_t) + \varepsilon_t \quad (13)$$

Esto sugiere incluir, además de la variable latente, la tasa nominal en el conjunto de determinantes de la tasa efectiva como indicador de movimientos en la actividad subterránea.

Finalmente, algunos autores como Alañón and Gómez (2004) incluyen un indicador de utilización de energía. Estos autores, sin embargo, se dan a la tarea de descomponer el movimiento en el consumo agregado de energía, estimando un modelo de energía para el sector formal y substrayendo ésta del total de energía consumida. Solo para efectos ilustrativos, esto se puede modelar, de manera estructural agregando la siguiente ecuación de medida:

$$W_t = \psi_0 Y_{rt} + \psi_0 Y_{st} + \varepsilon_{5t} \quad (14)$$

Las anteriores consideraciones nos llevan a una representación estado-espacio con una ecuación de medida (15):

$$\begin{bmatrix} \ln(EFR) \\ \ln(TE) \\ CP \\ W \end{bmatrix}_{(4 \times 1)} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix}_{(4 \times 1)} [Y_s]_{(1 \times 1)} + \begin{bmatrix} d_{1,0} & d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} & d_{1,4} & d_{1,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{1,11} \\ d_{2,0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{2,9} & d_{2,10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{3,6} & d_{3,7} & d_{3,8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{11} \end{bmatrix}_{(4 \times 11)} \begin{bmatrix} c \\ \ln(DTF) \\ \ln(ACH) \\ \ln(IAC) \\ VIT \\ \ln(DIPC) \\ \ln(SM) \\ CL \\ U \\ IC \\ AN \\ Y_L \end{bmatrix}_{(11 \times 1)} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix}_{(4 \times 1)} \quad (15)$$

<sup>17</sup> Aquí se está haciendo el supuesto que  $\gamma(Y_s) = \exp(\varpi_0)Y_s^{\varpi_1}$  lo cual no es totalmente satisfactorio ya que esta especificación no cumple con la restricción de que la fracción  $\gamma(Y_s)$  este entre cero y uno.

y una ecuación de transición:

$$[Y_S]_{(1 \times 1)} = [T_{1,1}]_{(1 \times 1)} [Y_{S_{t-1}}]_{(1 \times 1)} + [1 \quad c_{1,2} \quad \dots \quad c_{1,11}]_{(1 \times 11)} \begin{bmatrix} c \\ Y_{L_{t-1}} \\ TS \\ IC \\ AN \\ \ln(SM) \\ CL \\ \ln(LP) \\ U_{t-1} \\ \ln(AC) \\ \ln(AC_{t-1}) \end{bmatrix}_{(11 \times 1)} + [1][\eta] \quad (16)$$

donde:

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_\tau) = \begin{cases} H & t = \tau \\ 0 & t \neq \tau \end{cases}, \quad E(\eta_t \eta_\tau) = \begin{cases} Q & t = \tau \\ 0 & t \neq \tau \end{cases}, \quad \text{y } E(\varepsilon_t \eta_\tau) = 0 \text{ para todo } t \text{ y } \tau.$$

Nótese que en esta representación hay 35 parámetros por estimar lo cual afecta considerablemente los grados de libertad. Dado que, como se discute más adelante, el número de observaciones es relativamente pequeño el procedimiento de estimación de Kalman es complementado con *bootstrapping* para la estimación de intervalos de confianza; método robusto en presencia de muestras pequeñas (ver anexo 2).

Se probaron varios modelos los cuales son versiones más simplificadas que la reportada en las ecuaciones (15) y (16). En las siguientes dos secciones se presentan dos representaciones estado espacio. La primera con base en el modelo de demanda de efectivo y la segunda que considera elementos del mercado laboral y de energía. También se

corrieron otras especificaciones incluyendo elementos fiscales como tasas efectivas de tributación no obstante estos modelos no presentaron propiedades econométricas y de estabilidad adecuadas.

#### 4.2.1 Filtro de Kalman con base en la demanda de efectivo (DEF)

Dadas las restricciones de la muestra utilizada en este trabajo, la representación estado espacio más completa y más fiel a nuestra propuesta es la de la estimación de la economía subterránea con base en la demanda de efectivo (DEF). En este caso, la ecuación de medida consta de un solo indicador que es el logaritmo del efectivo real, el cual es función de sus determinantes según la ecuación (5):

$$[\ln(EFR)_t] = [\theta_1][Y_s] + [\theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad \theta_6 \quad \theta_7 \quad \theta_8] \underbrace{\begin{bmatrix} c \\ DTF_t \\ \ln(ATM)_t \\ \ln(IAC)_t \\ VIT_t \\ DIPC_t \\ \ln(Y_r)_t \end{bmatrix}}_{d_t} + \varepsilon_t \quad (17)^{18}$$

$$Y_t = Z \alpha_t + d_t + \varepsilon_t$$

$$H = VAR(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 = \theta_{19} \quad (18)$$

Por su parte, la ecuación de transición, que representa la dinámica de la economía subterránea en función de las posibles causas, según la ecuación (10), es:

<sup>18</sup> La notación en la parte inferior sigue la utilizada por Harvey (1994) y se incluye para facilitar la conexión con el anexo 1, donde se detalla el procedimiento econométrico utilizado en la estimación.

$$[Y_{S_t}] = [\theta_9][Y_{S_{t-1}}] + \underbrace{[\theta_{10} \quad \theta_{11} \quad \theta_{12} \quad \theta_{13} \quad \theta_{14} \quad \theta_{15} \quad \theta_{16} \quad \theta_{17} \quad \theta_{18}]}_{c_t} \begin{bmatrix} \ln(Y_{r_{t-1}}) \\ TS_t \\ IC_t \\ AN_t \\ \ln(SMR)_t \\ CL_t \\ \ln(LP)_t \\ U_{t-1} \\ VCO_t \end{bmatrix} + \eta_t \quad (19)^{19}$$

$$\alpha_t = T \alpha_{t-1} + c_t + \eta_t$$

$$Q = VAR(\eta_t) = [\sigma_\eta^2] = [\theta_{20}] \quad (20)$$

En esta representación estado-espacio, los parámetros a estimar son veinte (20) como lo indican los subíndices del vector  $\theta = \{\theta_i\}$  y  $v_t = x_t - \hat{x}_{t|t-1}$  siendo  $x_t : \ln(EFR)_t$ .

## Resultados

El Cuadro 3 presenta los resultados del filtro de Kalman<sup>20</sup> para el modelo basado en la demanda de dinero. Lo primero que se debe destacar es que el parámetro asociado al rezago de la ecuación de transición de la economía subterránea,  $\theta_9$ , es menor que uno garantizando que el proceso de la ecuación de transición es estacionario y, por ende, que el sistema es estable. Por su parte, no existe evidencia de autocorrelación serial tanto en los errores de la ecuación de medida como en los errores de la ecuación de transición.

En segundo lugar, los signos de los parámetros asociados a los determinantes clásicos de la demanda de efectivo son los esperados, con las variables asociadas a los costos de oportunidad, en este caso la tasa de interés y la inflación, operando en forma negativa sobre

<sup>19</sup> La notación en las representaciones específicas es un poco diferente a la de la representación general (15) para hacer énfasis en el número de parámetros a ser estimados por el filtro de Kalman.

<sup>20</sup> Las estimaciones de las representaciones Estado-Espacio son llevadas a cabo a través del Módulo IML de SAS (versión 8e).

la demanda real de efectivo, y la variable asociada a la actividad registrada o formal afectando positivamente la demanda de dinero.

Por su parte, la tasa de interés acumulada entra con el signo negativo, indicando un progreso técnico ahorrador de efectivo. En contraste, el crecimiento en la red de cajeros electrónicos parece haber reducido la demanda de dinero una vez se controla por cambio técnico.

De la misma manera, la ecuación de transición valida la hipótesis de una respuesta estadísticamente significativa de los agentes a desplazarse hacia actividades económicas elusivas de las restricciones legales tanto fiscales, como lo reflejan los signos positivos asociados a los impuestos al capital y al consumo, como laborales, reflejados en el salario mínimo y los costos parafiscales. Este efecto es parcialmente amortiguado por el impacto que tiene el crecimiento de la función pública y de los órganos de control como lo recoge el signo negativo de la variable de número de empleados públicos<sup>21</sup>. Finalmente, parece haber una relación complementaria entre las actividades formales e informales aun cuando no significativa como lo reflejan los estimativos correspondientes a  $\theta_{10}$ . Lo que si es claro es que las actividades asociadas a la economía subterránea son fuertemente anticíclicas como lo demuestra el signo positivo y significativo de la tasa de desempleo,  $\theta_{17}$ .

Finalmente, la economía subterránea parece tener una elasticidad sustancialmente menor a la elasticidad estimada para la economía formal como se desprende de la comparación de  $\theta_1$  y  $\theta_8$ . En otras palabras, la velocidad de dinero entre actividades subterráneas es mucho más alta que la velocidad del dinero en operaciones formales o registradas. Este resultado, es difícil de interpretar, pues se esperaría una alta elasticidad ingreso, ya que se supone que las actividades subterráneas son intensivas en el uso de efectivo. No obstante, también es posible que la velocidad de circulación sea alta entre agentes informales.

---

<sup>21</sup> Una estimación alternativa utilizando una variable en la cual se reemplaza la variable de número de empleados públicos por una en que esta última variable se divide por empleo total en la economía no altero los resultados de nuestro ejercicio.



Alternativamente, este resultado puede estar asociado a un problema de identificación asociado con una representación estado-espacio que solo cuenta con un indicador para reconocer la dinámica de la economía subterránea. Dado que todo el trabajo de estimación de la variable latente es hecho mediante el efectivo real, es posible que la relación de la economía formal y la subterránea (como ya se discutió) hagan difícil lograr estimadores estables de los parámetros asociados a las dos economías<sup>22</sup>.

El gráfico 3 presenta los pronósticos del filtro de Kalman respecto a la demanda de efectivo. Debe destacarse la excelente bondad de ajuste del modelo dado que éste se basa en una relación donde no entra ninguna consideración dinámica o de ajuste parcial.

Por su parte, el gráfico 4 presenta el comportamiento de la actividad subterránea durante el período muestral. Es evidente el fuerte crecimiento de las actividades subterráneas hacia finales de los 70 el cual alcanza su máxima expresión hacia mediados de los 80, estabilizándose entre el 85 y el 96 para luego reiniciar un período de aceleración pronunciada a finales de la década de los 90. Nótese que, no obstante la inferencia de la variable latente esta basada en el comportamiento del efectivo y su relación con la economía subterránea sin mediar ninguna indicador de informalidad su dinámica coincide con el repunte de medidas tales como la fracción del trabajo por cuenta propia y la fracción de trabajadores por debajo del mínimo en los últimos 5 años del período analizado (ver anexo 3).

---

<sup>22</sup> Una tercera razón puede ser que el efectivo resulte un insumo “inferior” para la economía subterránea; a medida que esta crece, encuentra canales más sofisticados de elusión fiscal y regulatoria haciendo menos uso del efectivo como garantía de anonimidad.

Cuadro 3. Resultados del filtro de Kalman para el modelo basado en la demanda de dinero.

Parámetro	Estimación	Gradiente	Intervalo de confianza 95% Estimación <i>Bootstrapping</i>	
$\theta_1$	0.0198	-0.0058	0.0027	0.0216
$\theta_2$	0.9054	-0.0087	-3.0827	0.9225
$\theta_3$	-0.6385	0.0004	-0.9477	-0.3036
$\theta_4$	-0.0059	-0.0234	-0.0182	-0.0025
$\theta_5$	-0.2948	-0.0110	-0.3883	-0.1586
$\theta_6$	2.7041	0.0035	2.7038	3.6063
$\theta_7$	-0.5969	-0.0002	-0.8787	-0.4262
$\theta_8$	0.8178	-0.0426	0.7936	1.0434
$\theta_9$	0.2436	-0.0007	0.0042	0.4491
$\theta_{10}$	1.2385	-0.0023	-0.2496	1.6029
$\theta_{11}$	2.4723	-0.0008	2.0033	3.0095
$\theta_{12}$	2.7904	0.0000	2.6907	2.9303
$\theta_{13}$	3.1974	-0.0074	1.2135	3.2050
$\theta_{14}$	1.5874	0.0043	1.4546	2.7632
$\theta_{15}$	2.2775	-0.0005	2.0429	2.5356
$\theta_{16}$	-3.6644	-0.0019	-4.6907	-3.3707
$\theta_{17}$	1.0935	0.0030	1.0932	1.8670
$\theta_{18}$	1.4223	-0.0034	1.4030	9.6422
$\theta_{19}$	0.0011	0.0052	0.0000	0.0013
$\theta_{20}$	2.6458	0.0032	0.3108	2.6559
$v_t$ : <i>Pvalue: Lung-Box (Lags:6) = 0.68</i> <i>Jarque-Bera = 0.61</i> $\hat{\eta}_t$ : <i>Pvalue: Lung-Box (Lags:6) = 0.75</i>  $corr(v_t, \hat{\eta}_t) = -0.138$ $VAR(\alpha_t) = 1.382$				

Gráfico 3  
Logaritmo del Efectivo Real  
Modelo 1

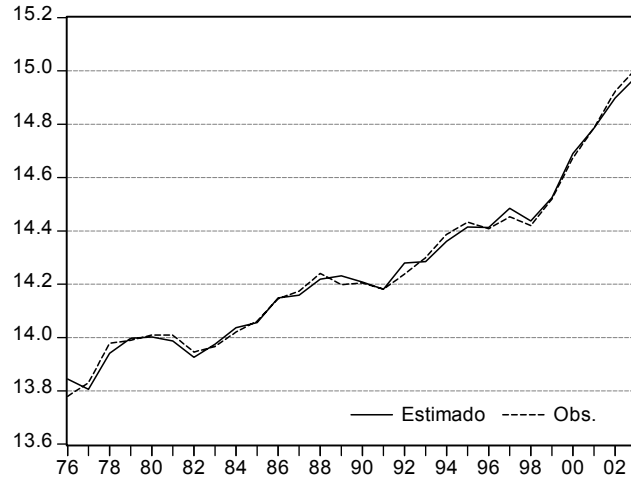
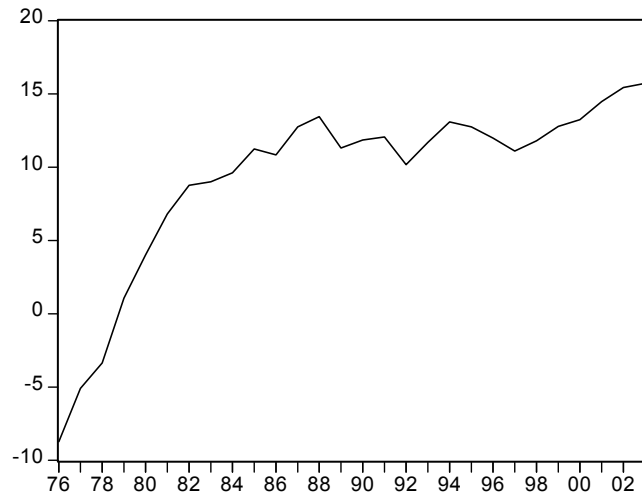


Gráfico 4

Economía Subterránea  
Modelo 1



#### 4.2.2 Filtro de Kalman con trabajo informal, consumo de energía y demanda de efectivo (ECW)

Cualquier intento por acercarse a la representación estado-espacio (11) incorporando nuevos indicadores en la ecuación de medida implica sacrificar algo de la estructura inicial ya que el estudio enfrenta una fuerte restricción de grados de libertad. El modelo que se reporta en esta sección intenta mantener al máximo la filosofía del modelo inicial incorporando dos elementos adicionales: la proporción de los trabajadores por cuenta propia en la economía y el consumo de energía según las ecuaciones (11) y (14), los cuales pueden reflejar cambio en la demanda por insumos asociada a actividades informales. No obstante, al incluir estos indicadores aumenta en 7 el número de parámetros a estimar. Por esto, optamos por reducir el número de variables explicativas tanto en la función de demanda de dinero, dejando solo los factores tradicionales que la determinan, como en la función de transición, dejando un mínimo de variables fiscales, laborales, y de actividad económica.

La ecuación de medida, en este caso es:

$$\begin{bmatrix} \ln(EFR)_t \\ CP_t \\ \ln(W)_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} [Y_{S_t}] + \underbrace{\begin{bmatrix} \theta_4 & \theta_5 & 0 & 0 & \theta_6 \\ 0 & 0 & \theta_7 & \theta_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_9 \end{bmatrix}}_{d_t} \begin{bmatrix} DTF_t \\ DIPC_t \\ CL_t \\ U_t \\ \ln(Y_r)_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$Y_t = Z\alpha_t + d_t + \varepsilon_t$$

$$H = VAR - COV \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\varepsilon_1}^2 & & \\ & \sigma_{\varepsilon_2}^2 & \\ & & \sigma_{\varepsilon_3}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{17} & & \\ & \theta_{18} & \\ & & \theta_{19} \end{bmatrix} \quad (22)$$

y la ecuación de transición:

$$[Y_{S_t}] = [\theta_{10}] [Y_{S_{t-1}}] + \underbrace{[\theta_{11} \quad \theta_{12} \quad \theta_{13} \quad \theta_{14} \quad \theta_{15} \quad \theta_{16}]}_{c_t} \begin{bmatrix} \ln(Y_r)_{t-1} \\ IC_t \\ AN_t \\ SMR_t \\ U_{t-1} \\ HC_t \end{bmatrix} + [\eta_t] \quad (23)$$

$$\alpha_t = T \quad \alpha_{t-1} + \quad \quad \quad c_t \quad \quad \quad + \eta_t$$

$$Q = VAR(\eta_t) = [\sigma_\eta^2] = [\theta_{20}] \quad (24)$$

donde  $[\alpha_t]$ : *Economía subterránea*  $Y_s$

$$\begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ v_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1t} - \hat{x}_{1t|t-1} \\ x_{2t} - \hat{x}_{2t|t-1} \\ x_{3t} - \hat{x}_{3t|t-1} \end{bmatrix} \quad \text{siendo} \quad \begin{cases} x_{1t} : \ln(EFR)_t \\ x_{2t} : CP_t \\ x_{3t} : W_t \end{cases}$$

## Resultados

En el Cuadro 4 se presentan los valores estimados de los parámetros así como su intervalo de confianza. De nuevo, el coeficiente asociado con el rezago de la variable latente en la ecuación de transición es menor que uno, garantizando la existencia de estacionariedad y convergencia. No obstante, su valor es sustancialmente más alto que el modelo de demanda de efectivo. En segundo lugar, solo dos de los tres parámetros que vinculan la economía subterránea con los indicadores en la ecuación de medida,  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ , resultaron significativos y con los signos esperados: el asociado a la demanda de efectivo y el asociado a la demanda de energía. El componente laboral, no resulto agregar ninguna información adicional a la identificación de la variable latente.

Los coeficientes de las variables asociadas a la demanda de efectivo son significativos y con los signos esperados, no obstante, las diferencias son importantes frente a los estimados en el modelo DEF. Los signos de los factores determinantes de la fracción de cuenta-propia y la demanda de energía son los esperados. Encontrándose, en el primer caso que el ciclo y

los costos laborales parafiscales inciden de manera significativa en la elección del sector cuenta-propia, y en el segundo caso que la demanda por electricidad del sector formal tiene una mayor “elasticidad producto” que en el sector informal ( $\theta_3, \theta_9$  en el Cuadro 2).

Por su parte, los determinantes de la economía subterránea incluidos en la ecuación de transición, tienen los signos esperados, excepto el parámetro asociado a la actividad formal,  $\theta_{11}$ , el cual resulta negativo y estadísticamente significativo. Así mismo, la magnitud de los parámetros difiere sustancialmente de la encontrada en el modelo de demanda de dinero.

Los diferentes paneles que componen el gráfico 5 indican que la bondad de ajuste, aun cuando razonable, es insatisfactoria, sobre todo en lo que concierne al efectivo que es el objeto central del trabajo. Por su parte, la economía subterránea que se desprende de este modelo, a pesar de que mantiene la misma tendencia de la estimada con el modelo de la sección anterior, se queda corta en identificar los ciclos que son evidentes en la estimación basada en la demanda de efectivo. No obstante, señala una caída mas pronunciada al final del período muestral frente al aparente estancamiento registrado en el modelo DEF, ilustrando el aporte potencial de incluir otros indicadores como el consumo de energía en este caso.

Sorprende el hecho de que el coeficiente de la variable latente asociado a la fracción de cuenta propia,  $\theta_2$ , no sea significativo una vez se controla por costos laborales y ciclo. En este sentido, no parece haber un vínculo entre la decisión de ser cuenta-propia y la economía subterránea más allá del canal directo de rigideces laborales ya capturado en la ecuación de transición.

Las lecciones que se desprenden de este ejercicio son, en primer lugar, que existe un importante riesgo potencial de sesgo por variable omitida en los distintos componentes de la representación estado-espacio: en los coeficientes asociados con la ecuación de medida; y, mas importante aun, en los asociados con la ecuación de transición, y por ende, en la estimación de la variable latente. En este sentido, el ejercicio es un claro ejemplo de los problemas que pueden enfrentar modelos tales como MIMIC y DYMIMIC con sus fuertes

supuestos sobre las variables que determinan el sistema estado-espacio. En segundo lugar, asumiendo que se tienen los grados de libertad adecuados, la inclusión de otros indicadores diferentes al efectivo pueden aportar información adicional en la identificación de la variable latente, no obstante, algunos indicadores que en un MIMIC-DYMIMIC pueden aparecer relevantes, no necesariamente lo son, cuando se modelan otros factores que los determinan, distintos a los asociados a la variable latente.

Cuadro 4

Parámetro	Estimación	Gradiente	Intervalo de confianza 95%	
			Estimación <i>Bootstrapping</i>	
$\theta_1$	0.0009	0.0238	0.0001	0.0018
$\theta_2$	-0.0001	0.0080	-0.0003	0.0001
$\theta_3$	0.0092	0.0071	0.0047	0.0126
$\theta_4$	-0.8414	-0.0033	-1.3125	-0.1815
$\theta_5$	-1.0374	0.0107	-1.8407	-0.3200
$\theta_6$	0.8036	-0.0187	0.7977	0.8095
$\theta_7$	0.4590	-0.0025	0.4067	0.5058
$\theta_8$	0.5575	0.0039	0.3811	0.7551
$\theta_9$	0.5497	-0.0026	0.5426	0.5547
$\theta_{10}$	0.7873	0.0029	0.6941	0.8952
$\theta_{11}$	-1.8225	0.0014	-1.8729	-1.7726
$\theta_{12}$	2.0873	-0.0005	2.0848	2.0906
$\theta_{13}$	1.8953	-0.0021	1.8659	1.9082
$\theta_{14}$	1.6618	-0.0001	1.6299	1.6917
$\theta_{15}$	3.0968	-0.0030	3.0895	3.0974
$\theta_{16}$	1.4821	0.0222	1.4820*	1.7850*
$\theta_{17}$	0.0040	0.0001	0.0020	0.0056
$\theta_{18}$	0.0002	0.0119	0.0001	0.0002
$\theta_{19}$	0.0046	0.0003	0.0011	0.0170
$\theta_{20}$	9.9960	-0.0008	9.9781	9.9960
$v_{1t}$ Pvalue: Lung-Box (Lags:6) = 0.16 Jarque-Bera = 0.81 $v_{2t}$ Pvalue: Lung-Box (Lags:6) = 0.001 Jarque-Bera = 0.41 $v_{3t}$ Pvalue: Lung-Box (Lags:6) = 0.92 Jarque-Bera = 0.003  $\hat{\eta}_t$ : Pvalue: Lung-Box (Lags:6) = 0.37  $corr(v_{1t}, \hat{\eta}_t)$ 0.013 $corr(v_{2t}, \hat{\eta}_t)$ -0.096 $corr(v_{3t}, \hat{\eta}_t)$ -0.118  $VAR(\alpha_t) =$ 13.77 *Intervalo al 99%				

Gráfico 5

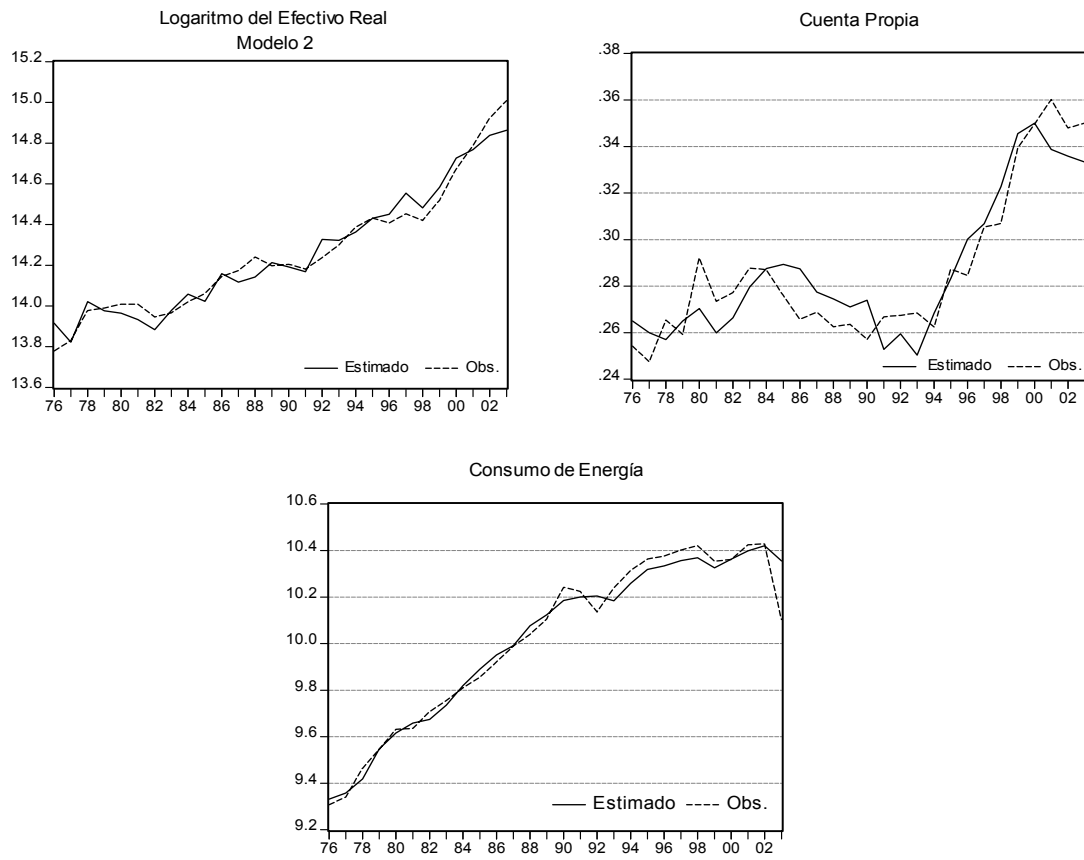
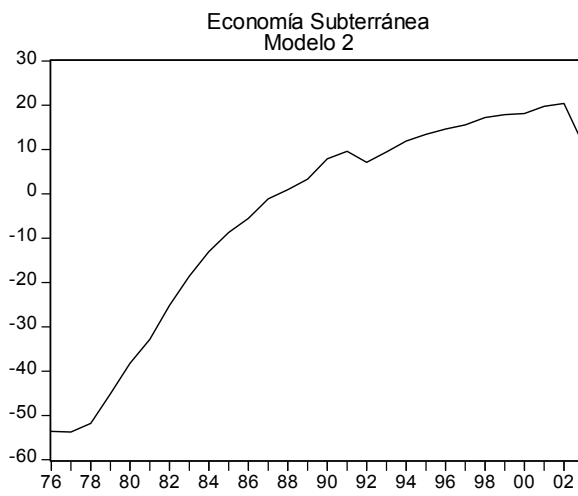


Gráfico 6





### 4.2.3 Economía subterránea asociada al uso del efectivo

Dados los problemas que presenta la segunda representación estado espacio ECW, aquí relacionamos de manera más detallada los resultados de la estimación con la representación DEF. En este sentido, lo que sigue refleja el comportamiento de las actividades no formales intensivas en el uso del efectivo; medida que es bastante confiable dados los excelentes resultados en términos del pronóstico del efectivo.

Este modelo permite descomponer la dinámica de la economía subterránea entre los diferentes factores o “causas” incluidas en la ecuación de transición. Obviamente, gran parte de la historia de la economía subterránea esta asociada al desempeño de las actividades ilícitas asociadas con el narcotráfico, pero los otros factores han tenido, en el margen, un impacto también significativo.

El panel superior del Cuadro 5 descompone la variación por períodos según los factores fiscal, laboral, cíclico y de la economía del narcotráfico. En términos relativos, esta última ha tenido un impacto sustancial y siempre positivo sobre la economía subterránea, excepto en el último período 1998-2003. También cabe resaltar el alto peso relativo de la variable “empleados públicos” (*LP*). Tanto su signo como su peso relativo indican el efecto sustancial que ha tenido el desarrollo de la burocracia estatal en la economía informal. No obstante, este efecto debe mirarse como el resultado combinado de por lo menos tres fuerzas que operan en la misma dirección y que pueden estar recogidas en la variable *LP*: un aumento en ésta puede indicar un aumento en el tamaño del estado, un aumento en el aparato regulatorio y de control, o reflejar el efecto directo del crecimiento de la nómina estatal sobre la participación relativa del trabajo formal sobre el total de ocupados. Este último, sin embargo, no parece ser el caso ya que la participación del empleo público sobre el empleo total decrece secularmente pasando del 22.5% promedio durante los 80 al 11.2% durante los noventa.<sup>23</sup>

---

<sup>23</sup> Véase nota (4).

El panel inferior del Cuadro 5 muestra la variación de la economía subterránea descontando el impacto de la economía formal ( $Y_r$ ), la economía subterránea ( $AC$ ) y la nomina estatal ( $LP$ ). Los hitos más importantes del crecimiento en la economía subterránea del primer período 1976-1988 son el aumento en el impuesto a la renta a personas jurídicas, el aumento en el arancel nominal promedio y el crecimiento en el salario mínimo, todos con un peso relativo similar. En el segundo período de contracción 1988-1994, se destaca el sustancial impacto de la reducción en el arancel nominal promedio, seguido por la reducción del salario mínimo. En el tercer período 1994-1998, las causas principales del aumento en la actividad subterránea fueron el aumento en los costos laborales parafiscales y el aumento del IVA y del impuesto a la renta de sociedades. Y finalmente, en el último período 1998-2003, los factores preponderantes del aumento en la actividad informal fueron el fuerte incremento del salario mínimo y la fase recesiva del ciclo.

La serie de la variable latente estimada debe ser interpretada como un índice el cual muestra cambios de orden en la dinámica de la ES. Este es el caso en estimaciones de filtro de Kalman en donde no se tiene información confiable sobre los valores iniciales, y es la forma en que se interpretan los resultados de estimaciones en los modelos MIMIC y DYMIMIC. El gráfico 7 muestra el desempeño relativo de la ES respecto a la dinámica del PIB total como la razón de los índices respectivos (2000=100). Se destaca el fuerte crecimiento relativo de la ES que alcanza su nivel máximo en 1985, año después del cual se observa una reducción secular hasta 1996 con un repunte importante durante el período 1997-2003. Como se puede apreciar, su comportamiento coincide con los períodos ya estudiados en la sección anterior y que responden a razones de distinta naturaleza más allá de la historia del narcotráfico y al ciclo de la actividad económica agregada.

Respecto al tamaño relativo de la ES, Schneider (2002), utilizando diferentes técnicas como el método de insumo físico (electricidad), la demanda de efectivo y el modelo DYMIMIC, estima la economía subterránea para 110 países incluida Colombia. Para casi todos los países en la muestra, la fecha de la medición es 1999/2000. En esa época la economía subterránea colombiana representaría un 39% del producto, muy cerca por cierto

del promedio latinoamericano (Gráfico 8). Por su parte, Loayza (1996) estima que a principios de los años noventa la economía subterránea en Colombia era un 35% del PIB.

Aun cuando dichas medidas no necesariamente siguen la definición adoptada en este trabajo, coinciden en tratar de estimar el tamaño de las actividades evasoras principalmente de normas fiscales. En este sentido, éstas representan un límite inferior de lo que aquí se ha definido como economía subterránea. Con el fin de dar una idea del tamaño de la ES como porcentaje del PIB, el mismo gráfico 7 re-escala el índice relativo con base en el valor estimado por Schneider (2002).<sup>24</sup> Esta serie presenta niveles máximos del 58% en los ochenta y niveles más moderados durante los noventa con un mínimo del 34% en 1997, pero con un repunte al final del período de estudio, alcanzando alrededor del 40%.

No obstante, los resultados del estudio deben mirarse como una primera aproximación a la estimación de la ES mediante métodos estructurales ya que se basan en un solo indicador: la demanda de efectivo. En este sentido, en primer lugar, puede estar dejándose de lado un alto porcentaje de actividades que aun cuando elusivas de las restricciones fiscales y laborales no son intermediadas por el efectivo. En segundo lugar, parte del fuerte aumento en la ES estimado para finales de la década de los 90 puede estar reflejando tanto un aumento en el PIB subterráneo como un aumento en el valor de transferencias de activos (ej. dólares) y de bienes sin la creación de valor agregado.

---

<sup>24</sup> Las dos medidas dan un escalamiento similar para el índice relativo ES/PIB por lo cual solo se presenta el asociado a la medida de Schneider (2002)

Cuadro 5: Descomposición de la Variación de la Economía subterránea  
(Porcentaje sobre la variación total)

	Variación de la Economía Subterránea	Impuesto a la Renta Sociedades	IVA	Arancel Nominal	Salario Mínimo Real	Costos Laborales Parafiscales	Nomina Estatal (sin empleados oficiales)	Tasa de Desempleo	Area cultivada de Coca
1977-1988	Aumento	2.06%	0.06%	2.67%	3.27%	0.34%	-10.12%	0.12%	101.59%
1988-1994	Reducción	-2.32%	10.46%	-117.98%	-7.73%	-3.97%	-13.68%	-3.31%	38.52%
1994-1998	Aumento	10.88%	4.91%	1.15%	0.71%	15.59%	-39.98%	3.73%	103.01%
1998-2003	Aumento	0.00%	0.00%	2.47%	48.16%	0.00%	110.51%	19.80%	-80.94%
Variación de la economía subterránea excluyendo narcotráfico y nómina estatal.									
1977-1988	Aumento	24.12%	0.70%	31.34%	38.35%	4.04%		1.45%	
1988-1994	Reducción	-1.86%	8.38%	-94.50%	-6.19%	-3.18%		-2.65%	
1994-1998	Aumento	29.42%	13.28%	3.10%	1.92%	42.18%		10.10%	
1998-2003	Aumento	0.00%	0.00%	3.51%	68.37%	0.00%		28.12%	

Fuente: Cálculo de los autores.

Gráfico 7

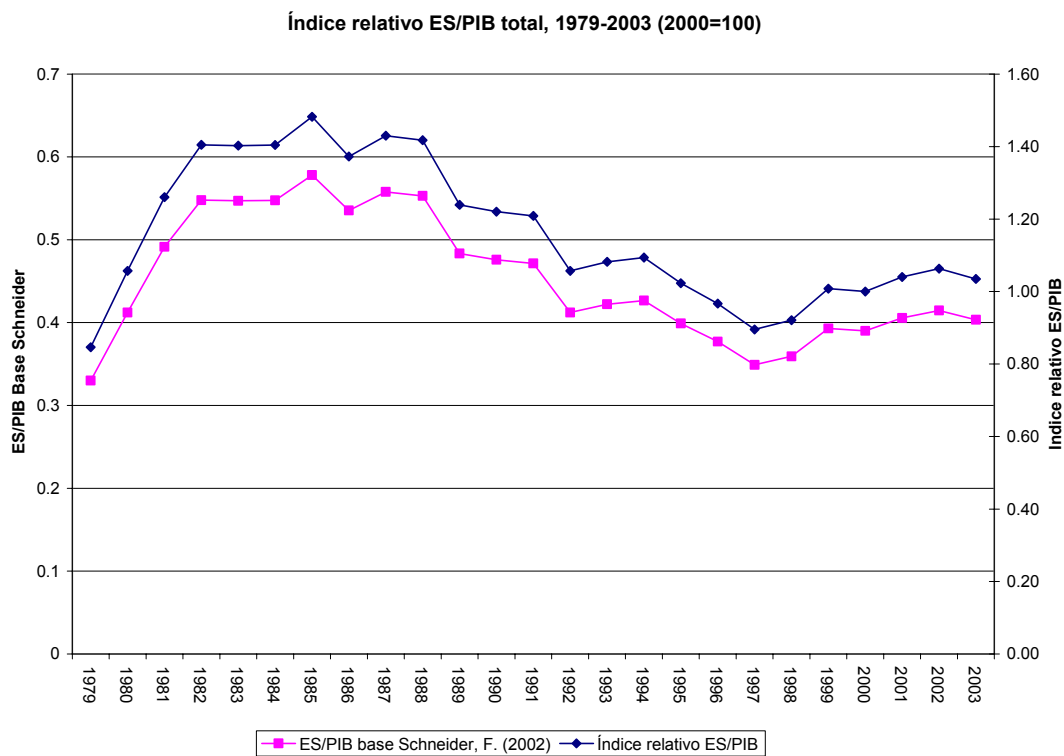
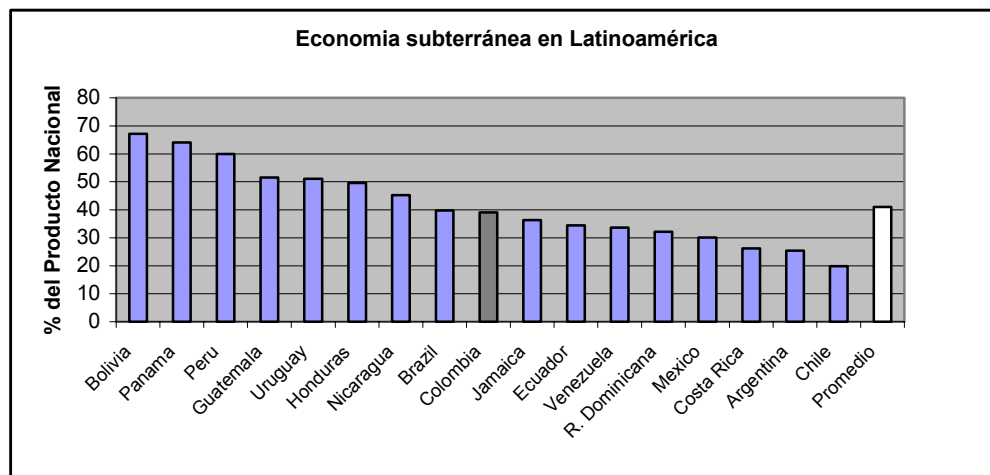


Gráfico 8



Fuente: Schneider (2002)

## 5. Conclusiones

La economía subterránea (ES), definida ampliamente como aquella asociada con actividades al margen del código legal de un país, es de particular relevancia en Colombia debido al alcance que tiene la economía del narcotráfico y la economía informal evasora de la legislación fiscal y laboral. Esto es particularmente relevante no solo para el Banco Central, pues la ES tiene una ingerencia directa en la demanda de efectivo, sino también por sus implicaciones fiscales e institucionales.

En este trabajo se hace una revisión crítica de los modelos estructurales: “multiple indicators multiple causes” (MIMIC) y “dynamic multiple indicators multiple causes” (DYMIMIC) comúnmente usados para estimar la ES. En particular, se documenta el posible sesgo de variable omitida que estos pueden presentar en su estimación y las ventajas que pueden tener representaciones más generales del tipo estado-espacio estimadas mediante filtro de Kalman. Este último enfoque es aplicado al caso colombiano donde se parte de una función de demanda de efectivo y se estima la dinámica y tamaño de la ES en el período 1976-2003.

Para efectos de la estimación se construyó una base de datos en la que se incluyó el máximo de variables asociadas directa o indirectamente tanto con la ES como con la demanda de efectivo. Dichas variables se pueden dividir en 6 grupos: aquellas variables que tradicionalmente entran en la demanda de efectivo, aquellas relacionadas con avances tecnológicos en medios de pago, aquellas asociadas con aspectos fiscales de la decisión de actuar al margen de la ley, aquellas asociadas con la eficiencia del estado en hacer valer el código legal, aquellas asociadas con la regulación laboral y las actividades informales, y finalmente, aquellas asociadas con las actividades del narcotráfico.

Los resultados soportan la hipótesis de que la ES ha jugado un papel significativo en la dinámica de la demanda de efectivo y en particular sobre el fuerte aumento de esta a finales de los 90 y los primeros años de este siglo. La representación estado-espacio cumple con todos los requerimientos estadísticos y arroja una muy buena bondad de ajuste sobre la demanda de efectivo.

Por su parte, los resultados muestran que las actividades asociadas con el narcotráfico han sido un factor que permanentemente ha incidido en la dinámica de la ES. No obstante, las estimaciones validan las hipótesis tradicionales de elusión y/o evasión de las restricciones laborales y fiscales como determinantes estadísticamente significativos del tamaño y comportamiento de la ES.

Sin embargo, los limitados grados de libertad con que contamos nos obligan a ser cautos respecto al tamaño y dinámica de la ES. En estricto sentido, el modelo estimado identifica innovaciones en la demanda de efectivo ocasionadas por variaciones en el valor de transacciones intensivas en efectivo asociadas con actividades informales o ilegales. En este sentido, en primer lugar, puede estar dejándose de lado un alto porcentaje de actividades que aun cuando elusivas de las restricciones fiscales y laborales no son intermediadas por el efectivo. En segundo lugar, parte del fuerte aumento en la ES estimado para finales de la década de los 90 puede estar reflejando tanto un aumento en el PIB subterráneo como un aumento en el valor de transferencias de activos (ej. dólares) y de bienes sin la creación de valor agregado.

## Bibliografía

Alañón Pardo, A.; M. Gómez de Antonio (2004). "Estimación del tamaño de la economía sumergida en España: un modelo estructural de variables latentes ", Documento de trabajo de la Fundación de las Cajas de Ahorros ( FUNCAS), nº 184.

Arango, L.E.; Posada, C.E. (2002). El desempleo en Colombia. Borradores de Economía, # 176.

Bhattacharyya, D. (1999). On the economic rationale of estimating de hidden economy” The economic journal, Vol 109, No.456, Features, F348-F359.

Bhattacharyya, D.K. (1990). An Econometric Method of Estimating the ‘Hidden Economy’, United Kingdom (1960-1984): Estimates and Tests, *EconomicJournal*, 100, 703-717.

Blau, P.M.; Scott, W.R. (1963). *Formal Organizations: A Comparative Approach*. London, Routledge and Kegan Paul.

Cagan, Ph. (1958); "The Demand for Currency Relative to Total Money", *JPE*

Clar, M.; Ramos, R.; Suriñach, J. (1998). “*A latent variable model to measure regional manufacturing production in Spain*”, Workshop on Regional Economic Indicators, University of Minho, Braga.

Corporación para el Desarrollo de la investigación y docencia económica –CIDE- (1996). “El empleo informal urbano: un balance de los cambios acaecidos entre los ochenta y los noventa” Mimeo, Medellín.

Cuthbertson, K., S. Hall; Taylor, M. (1992). *Applied Econometric Techniques*, Harvester Wheatsheaf.

Diaz, A.; Sánchez, F. (2004). “Geografía de los cultivos ilícitos y conflicto armado en Colombia” Documento Cede 2004-18, Universidad de los Andes.

Eilat, Y.; Zinnes, C. (2000). “The evolution of the shadow economy in transition countries: consequences for economic growth and donor assistance.” CAER II Discussion paper No. 83.

Fadul, M. (2003). “Análisis de los ingresos y operaciones entorno al cobro de las regalías de oro, carbón y esmeraldas” Informa de Consultoria UPME-Fedesarrollo.

Feige, E. (1990). “Defining and estimating underground and informal economies: the new institutional economics approach.” *World Development*, Vol. 18, No. 7.

Fergusson, L. (2003). Tributación, crecimiento y bienestar: el caso colombiano, Documento CEDE, No. 2.

Fleming, M., J. Roman and G. Farrell (2000). “The shadow economy”, *Journal of international affairs*. Spring Vol. 53, no.2 pp 387-409.



Florez, C.E. (2001). “ The function of the urban informal sector in employment:evidence from Colombia 1984-2000, CEDE, Universidad de los Andes y Universidad de Princeton.

Gërkhani, K. (1999). “The informal sector in developed and less developed countries” Tinbergen Institute Discussion Paper 1999-083/2. Amsterdam Institute for Advanced Labor Studies (AIAS)/Amsterdam School for Social Science Research (ASSR), University of Amsterdam.

Gilles, D.E.A. (1999a). “Measuring the hidden economy: implications for econometric modelling” *Economic Journal* vol. 109, no. 456, pp. 370-380(11).

\_\_\_\_\_ (1999b). “Modelling the hidden economy and the tax-gap in New Zealand” Mimeo, University of Victoria.

\_\_\_\_\_ (1997a). The hidden economy and the tax-gap in New Zealand: a latent variable analysis, Working Paper 97-08, Department of Economics, University of Victoria.

\_\_\_\_\_ (1997b); Causality between the measured and underground economies in New Zealand, *Applied Economic Letters*, 4, 63-67.

\_\_\_\_\_ (1997c); The Hidden economy and tax-evasion prosecutions in New Zealand, *Applied Economic Letters*, 4, 281-285.

\_\_\_\_\_ (1997d); Testing for asymmetry in the measured and underground business cycles in New Zealand, *Economic Record*, 72, 225-232.

Gómez, H. y M. Santa Maria (1994); “La economía subterránea en Colombia” en Ocampo, J. A. Gran Enciclopedia Temática de Colombia. V.8: 313-320. Circulo de Lectores.

Gordo, M. (2002); “El cumplimiento tributario voluntario en Colombia: notas para la discusión”, mimeo.

Gouldner, A.W. (1954); *Patterns of Industrial Bureaucracy*. New York: Free Press.

Hart, K. (1971); Small Scale Entrepreneurs in Ghana and Development Planning. *Journal of Development Planning*, July.

Hart, K. (1973); Informal Income Opportunities and Urban Employment in Ghana. *Journal of Modern African Studies* 11(1): 61-89.

Harvey, A. (1994); *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, Cambridge University Press.

Henao, M.L., N. Rojas; Parra, A. (1999); “El mercado laboral urbano y la informalidad en Colombia: evolución reciente.” Documento de trabajo No.5 DNP.

- Hendry, D. (1995); *Dynamic Econometrics*, Oxford University Press.
- Horowitz, J. L. (2001); "The Bootstrap", *Handbook of Econometrics*, Vol 5, Chapter 52, Pages 3161 – 3228, Editors Heckman J. and E. Leamer, North Holland.
- Judge, G.; W. Griffiths; R. Carter Hill; H. Lütkepohl, y T. Lee (1985); *The Theory and Practice of Econometrics*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.
- Junguito, R.; Caballero, C. (1978); "La otra economía" *Coyuntura económica* Vol. VIII No.4, Fedesarrollo, Bogotá.
- Laflèche, T. (1994); "The demand for currency and the underground economy" *Bank of Canada review*, Autumn pp. 39-58.
- Loayza, N. V. (1996); *The economics of the informal sector: a simple model and some empirical evidence from Latin America*. Carnegie -Rochester Conference Series on Public Policy 45, pp. 129-162.
- López, H.; Henao, M. L.; Sierra, O. (1982); "El empleo en el sector informal, el caso de Colombia" en *La problemática del empleo en América Latina y Colombia*, Centro de Investigaciones Económicas, Universidad de Antioquia, Medellín.
- Nieto, F.; Melo (2001); "About a Coincident Index for the State of the Economy", *Borradores de Economía No 194*, Banco de la República, Bogotá.
- Melo, L. F., F. Nieto, C. E. Posada, R. Betancourt y J. D. Barón (2001); "Un índice coincidente para la actividad económica colombiana", *Borradores de Economía No 195*, Banco de la República, Bogotá.
- Misas, M., D. Vásquez y C. E. Posada (2001); "¿Está determinado el nivel de precios por las Expectativas de Dinero y Producto en Colombia?", *Borradores de Economía No 191*, Banco de la República, Bogotá.
- Minercol (1999) "Análisis de los mercados Nacional e internacional del oro" Mimeo.
- Misas, M., y D. Vásquez (2002); "expectativas de inflación en Colombia: un ejercicio econométrico", *Borradores de Economía No 212*, Banco de la República, Bogotá.
- Misas, M; López E.; Arango C.; Hernández N. (2004). No-linealidades en la demanda de efectivo en Colombia: las redes neuronales como herramienta de pronóstico. *Ensayos sobre Política Económica*, No. 45, junio.
- Rocha, R. (2000); *La economía colombiana tras 25 años de narcotráfico*. Bogotá.: Siglo del Hombre Editores.
- Rogoff, K. (1998); "Large Banknotes", *Economic Policy*, 26
- Ruiz, H. (1979); "Implicaciones sociales y económicas de la producción de marihuana", en *Marihuana: legalización o represión*, Bogotá, ANIF.

SAS/IML Software, Versión 8.0, Changes and Enhancements.

Schneider, F. (2002); "Size and measurement of the informal economy in 110 countries around the world"

Schneider, F.; Enstem, D. (2000); Informal Economies: Size, Causes, and Consequences, *The Journal of Economic Literature*, 38/1, pp. 77-114.

Sistema integrado de monitoreo de cultivos ilícitos -SIMCI- (2003). Colombia. Censo de Cultivos de Coca, Mimeo.

Steiner, R. (1998); "Colombia's income from the drug trade". *World Development*, 26 (6), 1013-1031.

Steiner, R.; Fernández, C. (1994); "Evolución de los determinantes del contrabando en Colombia" en *Coyuntura Económica Latinoamericana* Vol. XXIV No.3, Fedesarrollo, Bogotá.

Smith, R. (2002); "The underground economy: guidance for policy makers" *Canadian tax journal*, Vol 50 No.5 pp. 1655-1661.

Strom, S; Isachsen, A. (1980); "The Hidden Economy: The Labor Market and Tax Evasion", *The Scandinavian Journal of Economics*, Vol 82, 2, 304-311, 1980.

Strom, S. (1984); "The Size and Growth of the Hidden Economy in Norway", together with Arne J. Isachsen, *Review of Income and Wealth*, 21-38.

Tabares, E.; Rosales, R. (2005); "Políticas de control de oferta de coca: 'la zanahoria' y 'el garrote'" Documento CEDE No. 2005-10.

Tanzi, V. (1980); The underground economy in the United States: Estimates and implications. *Banca Nazionale Lavoro Quarterly Review* 135: 427-53.

\_\_\_\_\_ (1983); "The Underground Economy in the United States: Annual Estimates, 1930-1980, *IMF-Staff Papers*, 30:2, pp. 283-305.

Thoumi, F. (1994); *Economía política y narcotráfico* Tercer mundo editores, Bogotá.

UPME-Ministerio de Minas (2003) "Investigación sobre las exportaciones colombianas de oro presumiblemente irregulares" Mimeo.

Watson, M.; Engle, R. (1980); "A Time Domain Approach to Dynamic Factor Analysis and Mimic Models," *Les Cahiers de Seminaire d'Econometrie* No. 22, 1980.

Welch, G.; Bishop, G. (2001); "An Introduction to the Kalman Filter", Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill.

## ANEXO 1

### III. Marco econométrico

#### A. Representación estado-espacio y filtro de Kalman

De acuerdo a la notación de Harvey (1994), las representaciones estado-espacio, invariantes a través del tiempo, de los modelos DEF y ECW pueden ser escritas, de forma general, mediante las siguientes ecuaciones:

1.  $Y_t = Z\alpha_t + d_t + \varepsilon_t$  : ecuación de medida

donde  $E[\varepsilon_t] = 0$ ,  $Var - Cov(\varepsilon_t) = H$ .

En general los elementos de  $\alpha_t$  son no observables y se supone un proceso de Markov de primer orden como su ley de evolución, ecuación 2.

2.  $\alpha_t = T\alpha_{t-1} + c_t + \eta_t$  : ecuación de transición

donde  $E[\eta_t] = 0$ ,  $Var - Cov(\eta_t) = Q$

De tal forma que la especificación del sistema estado-espacio se completa considerando los siguientes supuestos:

- un vector de estado inicial  $\alpha_0$  con  $E[\alpha_0] = a_0$  y  $Var - Cov[\alpha_0] = P_0$
- $E[\varepsilon_t \eta_s'] = 0 \quad \forall t \neq s$
- $E[\varepsilon_t \alpha_0'] = 0$ ,  $E[\eta_t \alpha_0'] = 0 \quad \forall t = 1, \dots, N$

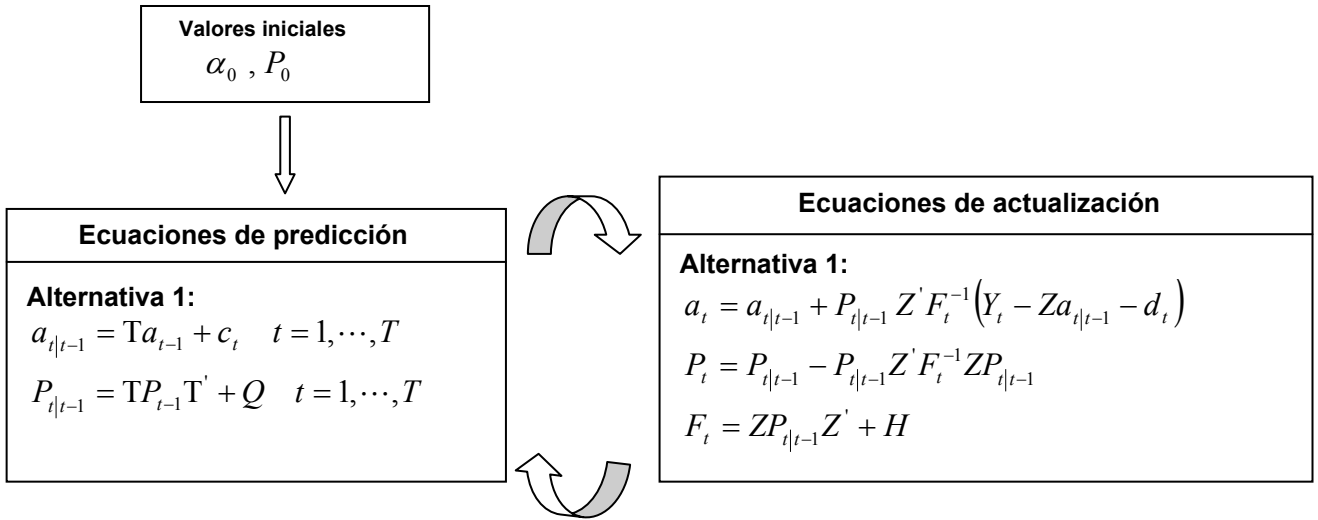
Una vez establecidas las representaciones estado-espacio y sus supuestos fundamentales, el trabajo econométrico se concentra en la estimación, en cada caso, del vector de estado, de los parámetros y de las distintas matrices de varianza-covarianza del sistema. Como señala Harvey (1994), para tal propósito existen diferentes algoritmos, siendo el principal el filtro de Kalman.

El filtro de Kalman se define como un procedimiento recursivo que permite calcular el estimador óptimo del vector de estado en cada momento del tiempo con base en la información disponible en el momento t-1, y actualizar, con la información adicional disponible en el momento t, dichas estimaciones (Clar *et al.* 1998). El proceso recursivo inherente al filtro de Kalman puede ilustrarse mediante el siguiente esquema<sup>25</sup> (Figura 1).

---

<sup>25</sup> Véase Welch y Bishop (2001). Cuatro trabajos recientes que han aplicado el filtro de Kalman en el análisis macroeconómico colombiano son los de Misas y Vásquez (2002), Nieto y Melo (2001) y Melo *et al.* (2001) y Misas *et al.* (2001).

Figura 1



Siendo  $a_{t-1}$  el estimador óptimo de  $\alpha_{t-1}$  basado en la información disponible que incluye  $Y_{t-1}$ , y  $P_{t-1}$  la matriz de varianza-covarianza del error de estimación del vector de estado, es decir,

$$P_{t-1} = E[(\alpha_{t-1} - a_{t-1})(\alpha_{t-1} - a_{t-1})'].$$

### B. Estimación por máxima verosimilitud

La teoría clásica de estimación por máxima verosimilitud es aplicada para obtener estimaciones de los parámetros en  $T$ ,  $Z$ ,  $H$ ,  $Q$  y en las matrices asociadas a  $d_t$  y  $c_t$ . Si cada uno de los vectores conformados por las perturbaciones  $\{\varepsilon_t\}$  y  $\{\eta_t\}$  sigue una distribución normal implica que  $Y_t$ , condicional a su conjunto de información relevante en (t-1), sigue también la distribución normal. Así,

$$3. (Y_t | \mathfrak{I}_{t-1}) \sim \text{Distribución Normal}((Z a_{t|t-1} + d_t)(Z P_{t|t-1} Z' + H)) ; \mathfrak{I}_{t-1} \equiv \{Y_{t-1}, \dots, Y_1\}$$

con función de verosimilitud en forma matricial compacta dada por:

$$4. \text{Log } L = -\frac{N}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \log |F_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N v_t' F_t^{-1} v_t$$

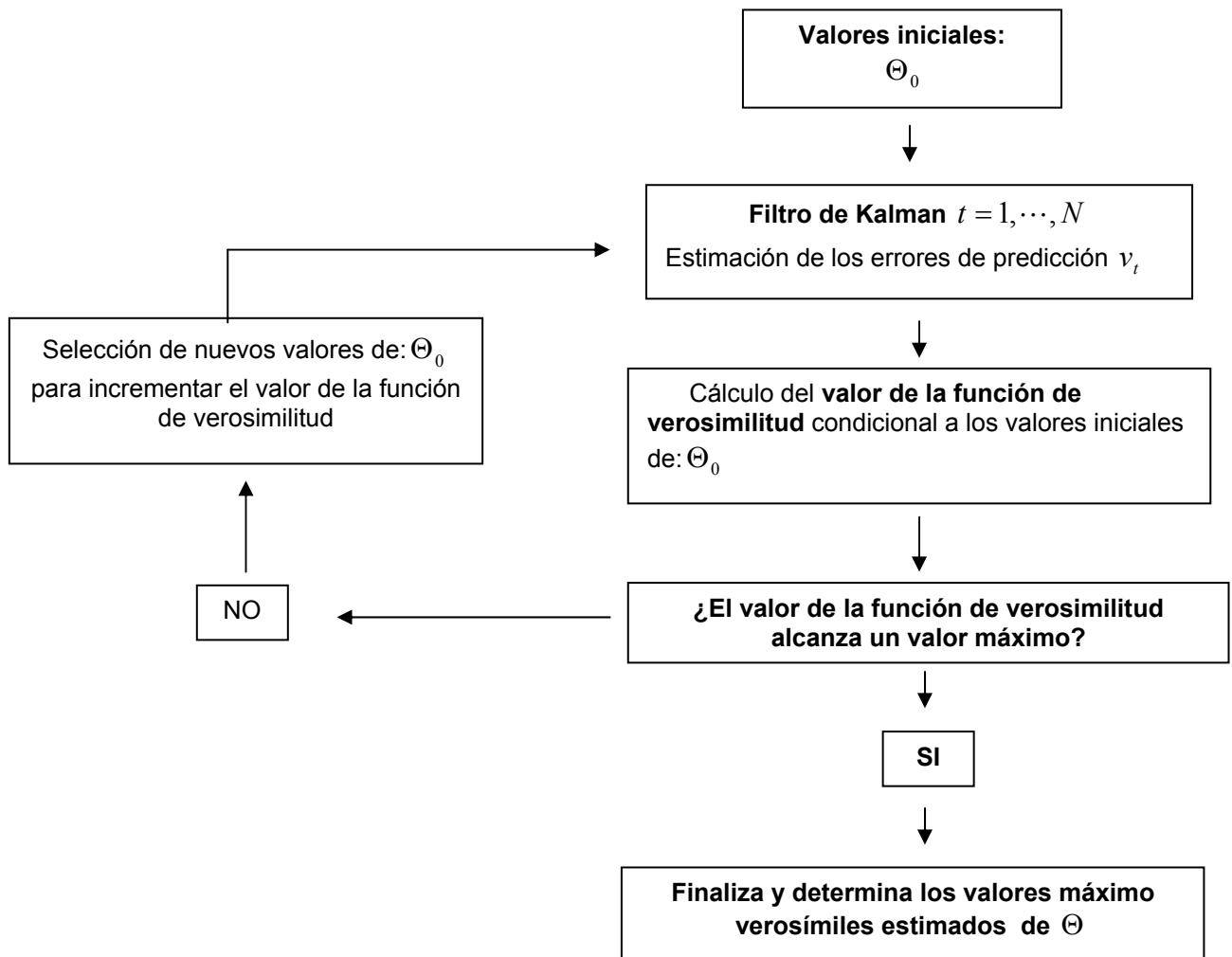
Siendo:

$$5. v_t = Y_t - \hat{Y}_{t|t-1} \quad t = 1, \dots, N \quad (36)$$

Como lo presentan Clar *et al.* (1998), la expresión de la función de verosimilitud 4 es usualmente demasiado compleja para obtener de sus expresiones analíticas los valores de los parámetros que la hacen máxima. Esta dificultad puede ser superada mediante procedimientos de optimización numérica<sup>26</sup> que considera el siguiente esquema:

<sup>26</sup> El procedimiento numérico de optimización no lineal utilizado es "Double - dogleg", el cual combina las ideas de los métodos "Quasi-Newton" y "Trust-Region" de acuerdo con Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shanno (véanse: Judge, G. *et al.* [1985], y Hendry [1995]).

Figura 2<sup>27</sup>



<sup>27</sup> Tomada de Cuthbertson *et al.* (1992).

## ANEXO 2

El procedimiento *bootstrapping*<sup>28</sup> se lleva a cabo generando  $m$  muestras aleatorias con reemplazamiento de los errores de la ecuación de medida,  $\{\varepsilon^i\}_{i=1,\dots,m}$ , asociada a la economía subterránea seleccionada<sup>29</sup>. Cada una de dichas muestras permite generar un nuevo vector  $\{Y^i\}_{i=1,\dots,m}$ . Con cada uno de estos vectores se procede bajo el esquema presentado en la Figura 2, considerando como  $\Theta$  inicial el  $\hat{\Theta}$  asociado también a la economía subterránea seleccionada. Los vectores de parámetros estimados resultantes se consideran adecuadas si cumplen con gradientes menores a 0.005 y si no se tienen situaciones de borde, es decir, cota superior o inferior. En caso contrario, el resultado se descarta. Finalmente dentro de los resultados adecuados se toma el percentil 2.5 y el percentil 97.5 los cuales definen un intervalo de confianza del 95% para cada parámetro, presentados en los Cuadros 1 y 2. El ejercicio se lleva a cabo con  $m = 5000$  de los cuales en promedio son adecuados aproximadamente 650.

---

<sup>28</sup> Véase, Horowitz (2001). El proceso de *bootstrapping* se obtiene a través del módulo IML de SAS (versión 8.0e).

<sup>29</sup> Tanto en el modelo 1 como en el modelo 2.

### Anexo 3: Datos utilizados para la estimación del filtro de Kalman

En este trabajo se hace un primer intento por recoger un conjunto consistente de series de tiempo asociadas de alguna manera con la economía subterránea. Las series fueron construidas con periodicidad anual para el período 1976-2003.

Posibles Indicadores de la actividad subterránea: efectivo, indicadores laborales, tasas efectivas de tributación y consumo de energía

Año	EFR(ln)	CP	BM	W(GWh)(Ln)	TE Consumo	TE Trabajo	TE Capital
1976	13.780	25.428	21.117	9.308	9.689	22.831	5.319
1977	13.830	24.740	22.374	9.340	10.133	20.912	5.828
1978	13.978	26.542	20.931	9.464	10.318	24.167	2.204
1979	13.990	25.927	17.150	9.546	11.193	19.476	7.595
1980	14.009	29.214	17.869	9.631	12.972	20.248	5.905
1981	14.008	27.347	16.334	9.635	12.900	21.498	4.043
1982	13.945	27.724	14.213	9.707	12.256	21.101	4.213
1983	13.966	28.773	14.209	9.755	10.987	20.209	7.762
1984	14.021	28.699	14.646	9.810	9.324	20.669	7.436
1985	14.062	27.598	16.299	9.856	10.502	21.553	7.665
1986	14.144	26.572	16.595	9.922	11.419	22.046	7.207
1987	14.174	26.884	15.768	9.989	12.142	21.544	7.987
1988	14.241	26.251	15.483	10.039	12.596	21.110	8.332
1989	14.198	26.363	14.966	10.106	12.407	21.586	9.502
1990	14.205	25.704	13.374	10.242	12.051	22.151	10.077
1991	14.181	26.683	13.585	10.224	10.945	23.364	12.669
1992	14.238	26.749	14.527	10.137	10.172	23.087	14.108
1993	14.300	26.847	14.224	10.238	12.008	23.796	13.118
1994	14.387	26.234	11.385	10.314	12.777	25.646	13.395
1995	14.432	28.726	10.699	10.363	12.491	27.275	13.115
1996	14.407	28.457	10.620	10.376	14.084	29.804	12.716
1997	14.452	30.533	10.481	10.402	14.944	31.091	14.475
1998	14.419	30.690	10.299	10.421	15.035	30.771	14.055
1999	14.519	33.936	13.361	10.353	14.605	30.961	16.396
2000	14.673	34.958	14.186	10.362	14.694	31.053	15.448
2001	14.786	36.014	16.999	10.425	16.620	32.136	18.552
2002	14.922	34.792	16.940	10.428	17.478	32.136	17.759
2003	15.008	35.008	17.337	10.104	17.478		

Fuente: EFR(LN) -LN del efectivo real- calculado como el promedio anual de los saldos reales mensuales de efectivo. CP -porcentaje de ocupados por cuenta propia- calculado por el Departamento de Economía de la Universidad Javeriana con base en la encuesta nacional de hogares para 7 áreas metropolitanas. BM -porcentaje de asalariados con salarios por debajo del salario mínimo- calculado por el Departamento de Economía de la Universidad Javeriana con base en la encuesta nacional de hogares para 7 áreas metropolitanas. W(GWh)(Ln) - LN del consumo de energía eléctrica- DNP (unidad de Infraestructura y Energía). Tasas efectivas de tributación (TE) para el consumo, el trabajo y el capital según series Fergusson( 2003) actualizadas por los autores.



Determinantes de la Demanda de Efectivo

<b>Año</b>	<b>DTF</b>	<b>ATM(In)</b>	<b>IAC(In)</b>	<b>VIT</b>	<b>DIPC</b>	<b>Yt(VAEAM)(In)</b>
<b>1976</b>	0.225	7.808	4.044	0.000	0.202	17.870
<b>1977</b>	0.225	8.973	4.275	0.000	0.331	17.921
<b>1978</b>	0.252	8.900	4.399	0.000	0.178	17.998
<b>1979</b>	0.348	8.987	4.502	0.000	0.246	18.122
<b>1980</b>	0.353	8.847	4.661	0.000	0.265	18.130
<b>1981</b>	0.373	8.796	4.804	0.000	0.275	18.119
<b>1982</b>	0.380	8.816	4.909	0.000	0.246	18.019
<b>1983</b>	0.337	8.938	4.953	0.000	0.197	18.021
<b>1984</b>	0.348	9.163	4.994	0.000	0.162	18.081
<b>1985</b>	0.352	8.959	5.029	0.000	0.240	18.137
<b>1986</b>	0.312	9.320	5.033	0.000	0.189	18.195
<b>1987</b>	0.310	9.747	5.033	0.000	0.233	18.194
<b>1988</b>	0.339	9.566	5.052	0.000	0.281	18.315
<b>1989</b>	0.330	9.794	5.059	0.000	0.259	18.362
<b>1990</b>	0.353	13.626	5.075	0.000	0.291	18.396
<b>1991</b>	0.367	15.012	5.096	0.000	0.304	18.396
<b>1992</b>	0.264	15.492	5.055	0.000	0.270	18.445
<b>1993</b>	0.256	16.401	5.017	0.000	0.224	18.369
<b>1994</b>	0.295	17.125	5.011	0.000	0.228	18.464
<b>1995</b>	0.320	17.244	5.022	0.000	0.209	18.548
<b>1996</b>	0.306	17.456	5.023	0.000	0.208	18.555
<b>1997</b>	0.238	17.804	4.979	0.000	0.185	18.581
<b>1998</b>	0.317	17.836	4.994	0.000	0.187	18.575
<b>1999</b>	0.208	17.669	4.931	0.002	0.109	18.485
<b>2000</b>	0.119	17.455	4.809	0.002	0.092	18.549
<b>2001</b>	0.123	17.267	4.703	0.003	0.080	18.587
<b>2002</b>	0.089	17.082	4.575	0.003	0.063	18.616
<b>2003</b>	0.077	16.936	4.445	0.003	0.071	18.655

Fuente: DTF tasa bancaria a 90 días 1976-1979 y CDT 90 días 1980-2003 según Caicedo et al.(1997) y GRECO. ATM importaciones acumuladas de cajeros automáticos depreciadas al 20% anual. IAC tasa acumulada de interés depreciada al 20% anual. VIT impuesto a las transacciones, el impuesto del 2\*1000 empieza a regir en noviembre de 1998, por esta razón este año se toma como cero. DIPC Inflación anual promedio: variación del IPC base 94. Yt (VAEAM)(In) Valor Agregado EAM a precios constantes de 1994.

Tasas Nominales Impositivas, Salario Mínimo, Costos Laborales Para-fiscales, tasa de desempleo y area cultivada de coca

Año	TS	IC	AN	SM Real(In)	CL (13)	LP(In)	Ut-1	VCO (Area Cultivada)(In)
1976	0.200	0.098	0.412	11.237	0.441	13.279	0.105	1.000
1977	0.200	0.097	0.412	11.351	0.441	13.323	0.103	1.000
1978	0.200	0.098	0.412	11.419	0.441	13.361	0.094	5.412
1979	0.200	0.097	0.325	11.491	0.461	13.405	0.089	6.328
1980	0.200	0.104	0.325	11.521	0.461	13.455	0.088	7.244
1981	0.200	0.098	0.325	11.515	0.461	13.479	0.099	8.161
1982	0.200	0.099	0.325	11.557	0.461	13.499	0.081	9.048
1983	0.180	0.102	0.423	11.598	0.461	13.502	0.094	9.680
1984	0.180	0.100	0.523	11.647	0.461	13.506	0.119	9.741
1985	0.180	0.100	0.523	11.615	0.461	13.544	0.134	9.649
1986	0.330	0.100	0.523	11.656	0.461	13.591	0.138	10.127
1987	0.320	0.100	0.523	11.647	0.461	13.629	0.135	10.042
1988	0.310	0.100	0.523	11.623	0.461	13.688	0.118	10.441
1989	0.300	0.100	0.350	11.632	0.471	13.691	0.113	10.670
1990	0.300	0.100	0.297	11.609	0.471	13.703	0.099	10.621
1991	0.300	0.120	0.297	11.574	0.429	13.669	0.105	10.554
1992	0.300	0.120	0.129	11.566	0.443	13.719	0.102	10.544
1993	0.300	0.140	0.129	11.586	0.443	13.688	0.102	10.611
1994	0.300	0.140	0.129	11.571	0.479	13.727	0.086	10.730
1995	0.300	0.140	0.129	11.568	0.513	13.768	0.089	10.860
1996	0.350	0.160	0.133	11.557	0.521	13.722	0.088	11.138
1997	0.350	0.160	0.133	11.578	0.521	13.790	0.112	11.304
1998	0.350	0.160	0.133	11.576	0.521	13.851	0.124	11.553
1999	0.350	0.160	0.133	11.620	0.521	13.776	0.153	12.006
2000	0.350	0.150	0.133	11.627	0.521	13.797	0.194	12.025
2001	0.350	0.160	0.133	11.645	0.521	13.829	0.202	11.905
2002	0.350	0.160	0.134	11.661	0.521	13.831	0.182	11.556
2003	0.350	0.160	0.135	11.664	0.528	13.764	0.177	11.388

Fuente: TS -impuesto a la renta sociedades- Se introdujo la tarifa que pagaban sociedades limitadas del 76 al 85 dado que estas son las más susceptibles de operar en la economía subterránea. IC Impuesto al consumo. 1976-1983: Se calculó una tasa a partir de los bienes que eran gravados con el impuesto a las ventas con sus tarifas respectivas se ponderó con sus proporciones con información de Cuentas Nacionales del DANE, 1984-2003 Impuesto al valor Agregado (IVA). AN -arancel nominal promedio- se hizo un promedio ponderado de la clasificación internacional uniforme (CIU) para los años 1976-1999 incluyendo sobretasa, y de ahí en adelante se le aplicaron los crecimientos de la serie de aranceles del Ministerio de Comercio, Industria y Turismo.

SM Real (In) -salario mínimo real- Para los años anteriores a la unificación del salario mínimo legal, se tomó el salario mínimo urbano según los decretos. CL -costos laborales calculados como la suma de los costos parafiscales a la nómina según serie actualizada de Arango et. al. (2002). LP - empleados públicos- DAFP, DANE y CGR, para 2003 se emplearon los crecimientos de la ECH de 2002 a 2003 y se aplicaron al número de empleados del año 2002. Ut-1 es la tasa de desempleo rezagada un período. VCO (In) es el área cultivada de cocaína.