



ENSAYOS

sobre política económica

Desequilibrios nominales y reales del tipo de cambio en Colombia

Hugo Oliveros C.
Carlos Huertas C.

Revista ESPE, No. 43, Junio 2003
Páginas 32-65



Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista *Ensayos Sobre Política Económica* (ESPE). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando nadie obtenga lucro por este concepto y además cada copia incluya la referencia bibliográfica de ESPE. El(los) autor(es) del documento puede(n) además colocar en su propio website una versión electrónica del documento, siempre y cuando ésta incluya la referencia bibliográfica de ESPE. La reproducción del documento para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización previa del Editor de ESPE.

Nominal and Real Disequilibria of the Colombian Exchange Rate

Hugo Oliveros C.*

Carlos Huertas C.**

This document is of complete responsibility of the authors and does not necessarily represent the opinions of Banco de la República or its Board of Directors. The authors thank Gloria Alonso and Ángela Cristina Pérez for their help in the estimation of net external assets.

* Consultant. E-mail: holiveros@cable.net.co

** Economic Research Unit, Banco de la República. E-mail: Chuertca@banrep.gov.co

Abstract

The nominal and real disequilibrium of the Colombian exchange rate (ER) are estimated by using two components: the permanent, associated with a stochastic trend (no stationary) and the transitory, linked with the cycle (stationary). The decomposition between the permanent and the transitory component is done by using the long-term relationships between nominal (real) ER and its fundamentals. The equilibrium level of the nominal (real) ER is obtained as the permanent component by common trend methodology, applied to both measures of the ER, nominal and real, and its fundamentals; meanwhile the transitory component is calculated as a residual, and is associated with the disequilibrium. The exercise is made for different information periods and different time frequencies (quarterly and annual). Different models were considered for the determination of both the nominal and real exchange rates.

Keywords: Real exchange rate, equilibrium.

JEL Classification: C32, F31.

*Desequilibrios nominales y reales del tipo de cambio en Colombia **

*Hugo Oliveros C**
*Carlos Huertas C***

La estimación de los desequilibrios nominales y reales del tipo de cambio (TC) en Colombia se construye a partir de dos componentes: el permanente asociado con una tendencia estocástica (no estacionaria) y el transitorio vinculado con el ciclo (estacionario). La separación entre lo permanente y lo transitorio se realiza a partir de las relaciones de largo plazo entre el TC nominal (real) y sus determinantes fundamentales. El nivel de equilibrio de la TC nominal (real) se obtiene como el componente permanente, según la metodología de “common trends”, aplicada a la TC nominal y a sus determinantes fundamentales, mientras que el componente transitorio se calcula por residuo y se asocia al desequilibrio. El ejercicio se lleva a cabo para diferentes frecuencias (anual y trimestral) y períodos de información y se usan varios modelos de determinación del TC nominal y real.

Palabras clave: tasa de cambio real, equilibrio de la tasa de cambio real.

Clasificación JEL: C32, F31

* El contenido de este ensayo no compromete al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Se agradece la colaboración de Gloria Alonso y Ángela Cristina Pérez por la estimación de los activos externos netos, variable importante en este documento.

* Consultor. Correo electrónico: holiveros@cable.net.co

** Jefe Sección de Estadística, Banco de la República. Correo electrónico: Chuertca@banrep.gov.co

I. INTRODUCCIÓN

En Colombia se calculan dos índices de tasa de cambio real (ITCR) basados en la paridad de poder de compra: el ITCR-IPC deflactado con precios al consumidor y el ITCR-IPP, el cual utiliza los precios del productor como medida de precios interna y externa. Estos indicadores reflejan la tendencia de apreciación o depreciación real en el tiempo del peso frente a una canasta de monedas de los principales socios comerciales del país. Sin embargo, dichos índices no permiten establecer si en un período determinado la tasa de cambio real (TCR) está subvaluada o sobrevaluada, es decir, si el valor observado del índice es superior o inferior a su nivel de equilibrio.

Presentar una metodología que permita estimar el sendero de equilibrio de la TCR y derivar una medida de los desequilibrios nominales y reales del tipo de cambio hace parte de los propósitos del presente documento. Como se colige de la revisión de literatura económica, la TCR de equilibrio no es única, puesto que ésta cambia según los fundamentos que la determinan. Variables como los activos externos netos, nivel de productividad y la diferencia entre la tasa de interés interna y la externa, entre otras, son fundamentos que conducen a la TCR de equilibrio por un sendero diferente en el tiempo. Por tal motivo se hace necesario de un lado, mediante métodos estadísticos y técnicas econométricas, establecer cuáles de dichos fundamentos son significativos para el caso colombiano y de otro, evaluar qué tipo de metodología se debe usar para aproximar adecuadamente el nivel de equilibrio de la TCR. En este documento se opta por derivar el componente permanente o de largo plazo de la TCR y asociarlo a su nivel de equilibrio y obtener por residuo su componente transitorio y relacionarlo con el desequilibrio. Dicha descomposición además de recuperar el componente no-estacionario (la tendencia estocástica) y estacionario (el ciclo), permite derivarlos usando para ello los determinantes de la TCR¹. El uso de técnicas de cointegración en un contexto multivariado y de conceptos como el de tendencias comunes (*common trends*), permite construir el componente de tendencia estocástica, o el transitorio, de la TCR a partir de sus fundamentales.

El documento se divide en cuatro partes, siendo esta introducción la primera. En la segunda, se hace un breve resumen teórico de los componentes y determinantes de la TCR, y en el tercero, se presentan los resultados de las estimaciones de los modelos tipo comportamiento de la tasa de cambio de equilibrio (en inglés *Behavioural Equilibrium Exchange Rate, BEER*) para los tipos de cambio nominal y real. Por último, se concluye.

¹ Véase, McDonald (2000) y Alberola y López (2001), entre otros.

En los anexos 1 y 2 se presenta una descripción de las variables usadas y de la metodología escogida para derivar las medidas, respectivamente.

II. LA TCR Y SUS COMPONENTES

La TCR es un precio relativo importante en una economía abierta que refleja los cambios en competitividad de un país. Su evolución afecta principalmente al sector de bienes comerciables y, por lo tanto, a la balanza comercial. Dicho indicador se define como el cociente entre los precios externos e internos llevados ambos a una misma moneda. En términos de logaritmos, esta medida se puede expresar de la siguiente forma:

$$(1) \quad q_t = s_t + p_t^* - p_t$$

Donde q , p y p^* y s se refieren al logaritmo de la TCR, de los precios internos y externos (*), y del tipo de cambio nominal (pesos por unidad monetaria de la canasta) respectivamente. En esta definición, el tipo de cambio nominal indica el número de unidades monetarias domésticas que se necesitan para adquirir una unidad monetaria extranjera.

Para distinguir los componentes de la TCR, se debe dividir los precios de una economía en dos tipos: precios de bienes y servicios transables p_t^T y no transables p_t^{NT} . Si la participación de estos últimos es $0 \leq \alpha \leq 1$ en la economía doméstica y $0 \leq \alpha^* \leq 1$ en la externa, el nivel general de precios de cada país puede representarse como un promedio ponderado de cotizaciones transables y no transables:

$$(2) \quad p_t = \alpha p_t^{NT} + (1 - \alpha) p_t^T$$

$$(3) \quad p_t^* = \alpha^* p_t^{*NT} + (1 - \alpha^*) p_t^{*T}$$

Remplazando (2) y (3) en (1) se puede expresar a q_t de la siguiente forma:

$$(4) \quad q_t = s_t + p_t^{*T} - p_t^T + \alpha (p_t^T - p_t^{NT}) - \alpha^* (p_t^{*T} - p_t^{*NT})$$

En la anterior ecuación se puede distinguir dos términos:

$$(5a) \quad q_t^E = s_t + p_t^{*T} - p_t^T, \text{ y}$$

$$(5b) \quad q_t^I = \alpha (p_t^T - p_t^{NT}) - \alpha^* (p_t^{*T} - p_t^{*NT})$$

De esta forma, la TCR tiene dos componentes². El primero q_t^E llamado TCR externa³ es una medida de competitividad de la economía doméstica que afecta la cuenta corriente, y corresponde a la relación de precios transables externos e internos en moneda local. En otras palabras, refleja si el bien transable del país doméstico es más favorable en “precio” que el que se produce en el extranjero⁴, situación que, de ser cierta, incentiva las exportaciones. El segundo q_t^I (TCR interna), que representa el diferencial entre precios transables y los no transables en el país doméstico y en el foráneo ponderados por su respectiva participación de no transables, mide el efecto de sesgo de productividad de Balassa-Samuelson. Dicho sesgo aduce que en países con una alta productividad de bienes transables, superior a la de los no transables, conducen a una apreciación de la TCR.

Una vez distinguidos los dos componentes de la TCR es necesario definir su equilibrio \bar{q}_t : aquel consistente con el objetivo dual de balance interno y externo de la economía, dadas otras variables que pueden tener un efecto sobre dichos objetivos. En este contexto, al tener balance interno⁵ y externo q_t^E y q_t^I se encuentran en equilibrio⁶, alcanzando de esta forma el equilibrio \bar{q}_t :

$$(6) \quad \bar{q}_t = \bar{q}_t^E + \bar{q}_t^I$$

El siguiente paso es establecer los determinantes de las TCR interna y externa que las conducen a diferentes niveles de equilibrio en el tiempo. Dichos determinantes, o fundamentos, pueden tener un efecto permanente o de largo plazo sobre la TCR, y su influencia se da a través de la oferta o la demanda agregada de la economía. Los incrementos en los niveles de gasto público y privado se asocian a fundamentos de demanda que aprecian la TCR. Por su parte, los fundamentos de la TCR que operan a través de la oferta se relacionan con la

² Para ver cuál de los dos componentes tiene mayor efecto sobre la volatilidad de la TCR, Engel (1993) realizó un estudio con los países del G7 y encontró que $V(q_t^E) > V(q_t^I)$. También hallaron poca evidencia de que: q_t^E sea un proceso $I(0)$ y que los componentes estén cointegrados.

³ Véase Alberola y López (2001).

⁴ Si se cumple la PPP (*Purchasing Power Parity*), dicha medida debería ser cero, o al menos tender a una constante.

⁵ Alberola y López (2001) definen el balance interno como la situación de estado estacionario en términos de producción sectorial.

⁶ Otra definición de balance interno es aquel nivel de producto consistente con pleno empleo y baja inflación (NAIRU), y el ahorro neto generado en este nivel de producto debe ser igual al balance en cuenta corriente, el cual no necesariamente es igual a cero para dicha aproximación.

productividad y el ingreso permanente de la economía. Los incrementos en la productividad de un país o en su nivel de ingreso permanente, debido, por ejemplo, a una mejora en los términos de intercambio o a una bonanza petrolera, tienden a apreciar la TCR.

A. LA TCR EXTERNA DE EQUILIBRIO, ENFOQUE DE BALANZA DE PAGOS

Un equilibrio de balanza de pagos con régimen de tasa de cambio flexible puede describirse de la siguiente forma:

$$(7) \quad cc_t + ck_t = 0$$

$$(8) \quad cc_t = nx_t + i'_t aen_t$$

$$(9) \quad ck_t = \mu (i_t - i_t^* - \Delta S_{t+k}^e) \quad \mu < \infty$$

Donde cc y ck es la cuenta corriente y de capital, respectivamente; nx se refiere a las exportaciones netas (exportaciones menos importaciones); i' es la tasa real promedio de rendimiento de los activos externos netos (aen); i e i^* son la tasa de interés doméstica y la externa, y Δ es el operador de primeras diferencias aplicado sobre S_{t+k}^e : tasa de cambio nominal esperada (e) en $t+k$ ⁷.

Como se mencionó anteriormente, q_t^E afecta la balanza comercial a través de su efecto positivo sobre las exportaciones. De igual forma, comúnmente se asume en la literatura económica que incrementos en el ingreso doméstico (y) deteriora la balanza comercial a través del aumento en la demanda de bienes importados, mientras que una mejora en el ingreso externo (y^*) tiene un efecto positivo sobre las exportaciones netas debido a la mayor demanda de los agentes extranjeros por los bienes nacionales exportados. En términos formales⁸:

$$(10) \quad nx_t = \alpha_1 q_t^E - \alpha_2 y_t + \alpha_3 y_t^* \quad \text{con } \alpha_1 > 0 < \forall i$$

Combinando las ecuaciones (7) a la (10) se llega a una expresión para q_t^E :

$$(11) \quad q_t^E = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} y_t - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} y_t^* - \frac{1}{\alpha_1} i'_t aen_t - \frac{\mu}{\alpha_1} (i_t - i_t^* - \Delta S_{t+k}^e)$$

⁷ $\Delta X_{t+k} = X_{t+k} - X_t$.

⁸ Se asume el cumplimiento de las condiciones de Marshall-Lerner.

De (1) se deduce que $\Delta q_{t+k} = \Delta S_{t+k}^e + \Delta p_{t+k} - \Delta p_{t+k}^*$ ⁹, por lo tanto, la expresión (11) se puede escribir como:

$$(12) \quad q_t^E = \frac{\mu}{\alpha_1 + \mu} (q_{t+k}^E + \Delta q_{t+k}^l) + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \mu} y_t - \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \mu} y_t^* - \frac{1}{\alpha_1 + \mu} i_t' aen_t - \frac{\mu}{\alpha_1 + \mu} (r_t - r_t^*)$$

Donde $r_t = i_t - \Delta p_{t+k}$ y $r_t^* = i_t^* - \Delta p_{t+k}$.

En estado estacionario $\bar{q}^E = q_t^E = q_{t+k}^E$ y $q_{t+k}^l = q_t^l$. El equilibrio resultante \bar{q}^E se puede interpretar como aquella representación de equilibrio en TCR para bienes transables consistente con un equilibrio en balanza de pagos:

$$(13) \quad \bar{q}^E = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \bar{y} - \frac{\alpha_3}{\alpha_1} \bar{y}^* - \frac{1}{\alpha_1} i' aen - \frac{\mu}{\alpha_1} (r_t - r_t^*)$$

La anterior ecuación muestra algunos de los fundamentales de la TCR externa en estado estacionario, según los supuestos realizados en las cuentas corriente y de capital. Se pueden adicionar otras variables como, por ejemplo, los términos de intercambio, bajo el supuesto que tienen un efecto positivo sobre la balanza comercial (10), y por tal motivo en (12) y (13) dicha variable tendría signo negativo.

B. LA TCR INTERNA DE EQUILIBRIO

Uno de los determinantes de la TCR es el llamado efecto de Balassa-Samuelson (BS), el cual argumenta que las diferencias de productividad entre sectores productivos de transables y no transables afecta la evolución de la TCR. El argumento central es que la productividad de un país se concentra en mayor grado en la producción de bienes transables, ya que este sector es más intensivo en capital y el progreso tecnológico se aplica con mayor rapidez, situación que genera altos niveles salariales en el sector. Si en el país existe una perfecta movilidad laboral, se producirían incrementos salariales en el sector no transable, tendientes a equiparar las remuneraciones del otro sector, subiendo los costos de producción y por este motivo, el equilibrio sólo será alcanzado a través de un incremento en los precios de los no transables. Así, en una economía pequeña y abierta como la colombiana, en donde el precio de los bienes que se pueden comerciar internacionalmente es exógeno, se presentaría una caída del precio relativo de transables con relación al de los no transables, apreciándose la TCR.

⁹ Otra forma es utilizar la TCR externa (5a) en lugar de esta ecuación, y por lo tanto, $\Delta q_{t+k}^l = 0$ y la tasa de interés real en (12) estaría deflactada por los precios transables (Δq^T). No obstante, la única modificación en la ecuación de estado estacionario (13) es una tasa de interés real que se obtiene con un deflactor diferente.

Otros autores explican que las diferencias de precios se inician por la discrepancia de demanda entre sectores. Por ejemplo, los incrementos en el gasto público más allá de los niveles de ingreso de un país, están generalmente acompañados de aumentos en la demanda de bienes y servicios no transables, produciéndose alzas en los precios de este sector superiores a las de las cotizaciones de los transables, efecto que aprecia la TCR. Adicionalmente, si el gasto público es deficitario, este tiene que ser financiado por deuda interna o externa. En el primer caso, se genera un aumento en la tasa de interés interna que incentiva el ingreso de capitales externos que conlleva a una caída en el tipo de cambio nominal y real. En el segundo caso, el ingreso de divisas provenientes de los préstamos externos aumenta la oferta de moneda extranjera y también se genera una revaluación nominal y real, al menos en forma temporal.

La anterior diferencia de productividades que conduce a distintos precios se puede deducir a través de un modelo de dos sectores, transables y no transables, con dos factores de producción: trabajo L y capital K , bajo los supuestos de pleno empleo, perfecta movilidad laboral y un producto Y con tecnología tipo Cobb-Douglas:

$$(14) \quad Y_t^T = A^T (L_t^T)^\theta (K_t^T)^{1-\theta}$$

$$(15) \quad Y_t^{NT} = A^{NT} (L_t^{NT})^\delta (K_t^{NT})^{1-\delta}$$

La perfecta movilidad laboral implica que los salarios entre sectores sean iguales $W^T = W^{NT} = W$, y el salario se paga según el producto marginal del trabajo $\partial Y^j / \partial L^j = \partial W^j / \partial P^j$ con $j = T, NT$ ¹⁰. Por otra parte, al derivar (14) y (15) con respecto a L , se obtiene $\partial Y^T / \partial L^T = \theta Y^T / L^T$ y $\partial Y^{NT} / \partial L^{NT} = \delta Y^{NT} / L^{NT}$, respectivamente. Así, la razón de productividades marginales de los sectores es proporcional al cociente de la producción promedio por trabajador:

$$(16) \quad \frac{\partial Y^T / \partial L^T}{\partial Y^{NT} / \partial L^{NT}} = \frac{W^T / P^T}{W^{NT} / P^{NT}} = \frac{P^{NT}}{P^T} = \frac{\theta Y^T / L^T}{\delta Y^{NT} / L^{NT}}$$

Aplicando logaritmos y multiplicando la igualdad por -1, la expresión (16) queda:

$$(17) \quad p_t^T - p_t^{NT} = \log(\delta / \theta) + y_t^{NT} - y_t^T$$

¹⁰ En competencia perfecta, el beneficio de cada sector es igual a cero $P^j Y^j - W^j L^j - r^j K^j = 0$, y al despejar Y^j y derivando con respecto a L^j , se obtiene dicha relación.

Donde la expresión y^j representa el logaritmo de la producción promedio por trabajador en el sector j . La anterior expresión ilustra cómo las diferencias en niveles de productividad entre sectores de un país conducen a niveles distintos de precios. Un incremento en la productividad del sector transable genera una caída del precio relativo de dicho sector con respecto al precio del no transable, efecto que aprecia la TCR.

Al reemplazar el resultado (17) en la definición de TCR interna (5b), se observa que q_t^I se explica por el diferencial de productividades entre países, más una constante¹¹ que representa la intensidad de recurso humano asignado a cada sector.

$$(18) \quad q_t^I = \alpha (p_t^T - p_t^{NT}) - \alpha^* (p_t^{*T} - p_t^{*NT}) = c + \alpha (y_t^{NT} - y_t^T) - \alpha^* (y_t^{*NT} - y_t^{*T})$$

En este contexto, la TCR interna puede expresarse como el diferencial sectorial de precios entre países, y la reasignación de recursos entre sectores puede reflejar una desviación temporal de q^I con respecto a su nivel de equilibrio \bar{q}^I . Por ejemplo, si $\alpha = \alpha^*$, y denotando a $p^{T,NT} = (p_t^T - p_t^{NT}) - (p_t^{*T} - p_t^{*NT})$, el desequilibrio interno sería el siguiente:

$$(19) \quad q_t^I - \bar{q}_t^I = \alpha [p_t^{T,NT} - \bar{p}_t^{T,NT}]$$

C. COMPORTAMIENTO DE LA TASA DE CAMBIO DE EQUILIBRIO- BEHAVIOURAL EQUILIBRIUM EXCHANGE RATE (BEER)

Otra aproximación al equilibrio de la TCR es la llamada *Behavioural Equilibrium Exchange Rate* (BEER). Esta aproximación aduce que la cuenta corriente y de capital son probablemente, los determinantes más importantes de la TCR. Parte de la paridad de tasas de interés, es decir, la devaluación nominal esperada s_{t+k}^e se explica exclusivamente por el diferencial de tasas de interés: interna menos externa, lo que es equivalente a suponer en (9) que $\mu \rightarrow \infty$, y por lo tanto $i_t - i_t^* = \Delta s_{t+k}^e$. Al sumar y restar en ambos lados de la anterior ecuación $\Delta p_{t+k}^* - \Delta p_{t+k}$ se obtiene¹²:

$$(20a) \quad \Delta q_{t+k}^e = (r_t - r_t^*)$$

$$(20b) \quad q_t = q_{t+k}^e - (r_t - r_t^*)$$

¹¹ $c = \alpha \log(\delta/\theta) - \alpha^* \log(\delta^*/\theta^*)$.

¹² Nótese que si $\mu \rightarrow \infty$ en la ecuación 12, se obtiene el mismo resultado de la ecuación 20 b, con la diferencia que se refiere a la TRC externa.

Donde r y r^* se refieren a la tasa de interés real interna y externa esperada¹³. Por su parte, la TCR esperada q_{t+k}^e se interpreta como el componente sistemático de largo plazo de la misma, determinado por variables reales. Por ejemplo, Clark y MacDonald (2000) hicieron este tipo de modelación para la TCR de los Estados Unidos, Canadá, y el Reino Unido. El componente de largo plazo $q_{t+k}^e = \bar{q}_t$ se asumió como función de los activos externos netos, términos de intercambio y el efecto BS. Los resultados produjeron dos vectores de cointegración, donde el primero representaba para cada país el componente sistemático de largo plazo, mientras que el segundo se interpretó como la diferencia de tasas de interés reales.

III. ESTIMACIÓN DE LOS DESEQUILIBRIOS

En esta sección se presentan los métodos estadísticos y econométricos que se usan para la estimación de un indicador de la variable no-observada, tasa de cambio nominal de equilibrio (\bar{s}) y de TCR de equilibrio, (\bar{q}). Su estimación puntual se hace reconociendo que existen unos determinantes del comportamiento de s y q , a partir de los cuales es posible derivar una medida de equilibrio. El eventual desalineamiento puede evaluarse desde diferentes métricas. En el caso de la tasa de cambio nominal, los desequilibrios están regularmente asociados a las desviaciones de dicha variable con respecto a su paridad de poder de compra *Purchasing Power Parity* (PPP)¹⁴. En cuanto a la TCR, se construyen medidas de equilibrio provenientes de modelos y métodos estadísticos que postulan la existencia de una relación de largo plazo entre q y sus determinantes.

Dos premisas son fundamentales para entender la construcción de la medida de equilibrio. En una primera instancia es indispensable considerar que las propiedades estadísticas¹⁵ de la variable no-observada deben ser similares a las de la variable observada. El otro aspecto que se considera está relacionado con el nivel de desequilibrio que se derive al usar dichas medidas, el cual debe ser estacionario y tener una media que tienda a cero¹⁶.

¹³ $r_t = i_t - \Delta p_{t+k}$.

¹⁴ PPP: $s = p - p^*$.

¹⁵ El orden de integración de \bar{s} y \bar{q} debe ser el mismo. Regularmente, estas variables son no-estacionarias, y usualmente son catalogadas como I(1).

¹⁶ Desde la estadística y la econometría, tanto la serie observada como su nivel de equilibrio (lo no-observado) deben tener órdenes de integración iguales, de tal forma que aquello soportable económicamente se verifique estadísticamente, es decir, que los des-alineamientos observados no sean permanentemente sesgados. En otras palabras, que tengan una media de cero y que retornen a dicho

Los anteriores argumentos sugieren que la metodología que se ha de usar para derivar medidas de equilibrio debe estar basada en la evaluación de las relaciones de largo plazo de q y s y sus posibles determinantes.

De otro lado, a partir de información económica, se pueden construir algunas medidas estadísticas que permiten derivar de un lado, el componente permanente o de largo plazo de la variable y asociarlo con un nivel de equilibrio¹⁷, y del otro, obtener por residuo el componente transitorio y relacionarlo con el desequilibrio¹⁸. Así, se puede optar por las siguientes alternativas: i) probar la existencia de PPP en un sentido estricto o leve. Ello implica una TCR de equilibrio constante en el tiempo; ii) si la PPP no se cumple es por la existencia de un diferencial de tasas de interés distinto de cero. De esta forma, es posible construir un modelo donde la medida de equilibrio esté basada en PPP más un argumento que integra la existencia de paridad descubierta de intereses¹⁹, iii) utilizar modelos en los cuales se reconoce la existencia de determinantes asociados con el componente real, (niveles de actividad económica domésticos y externos) de tal forma que se pueda establecer una relación entre q y sus fundamentos²⁰.

Para la economía colombiana se evalúan modelos con periodicidad anual desde 1958 hasta 2001, y con información trimestral desde 1980:1 hasta 2002:1. El propósito de ésta última es evaluar en un período reciente y con una frecuencia más alta medidas de equilibrio de s y de q . En el Anexo 1 se describen las variables que se usaron en este documento.

nivel con una alta frecuencia (estacionarios alrededor de cero). En este contexto es importante recordar que bajo análisis de cointegración multivariado, Johansen (1988,1995) el valor esperado de $\beta' X_t$ no necesariamente es igual a cero, $E(\beta' X_t) = \alpha(\Gamma C - I)\mu$, a menos que $(\Gamma C = I)$ o $\mu = 0$. Así, el componente transitorio que regularmente depende de una matriz de ponderación, (LM), y de β' , (LM) $\beta' X_t$, requiere que se le descuenta su media para obtener una medida de desequilibrio adecuada. En el Anexo 2 se presenta una discusión detallada de la descomposición utilizando fundamentales económicos.

¹⁷ Gonzalo y Granger (1995), Escribano y Peña (1993).

¹⁸ Ariño y Newbold (1998).

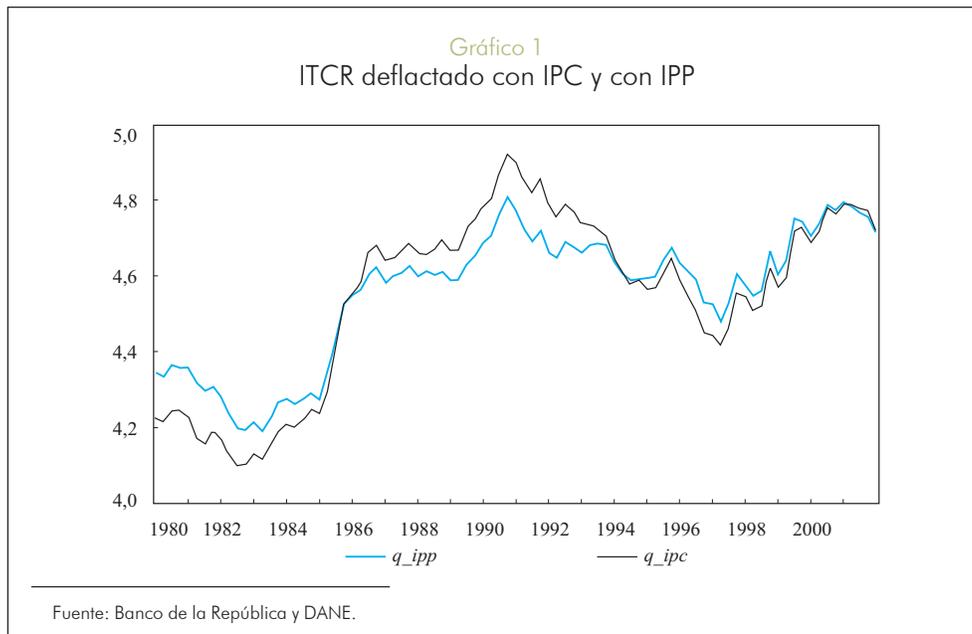
¹⁹ En McDonald (2000) el modelo se conoce con el nombre de: *Capital Enhanced Measures of the Equilibrium Exchange Rate* (CHEERS), el cual permite recoger el efecto de los flujos de capital sobre la \bar{q} . Formalmente equivale a tener la siguiente relación: $s_t = \omega(p_t - p_t^*) - (i_t - i_t^*)$. Nótese que esta expresión al tener en cuenta exclusivamente la cuenta de capital, ignora el efecto de variables como los activos externos netos y los términos de intercambio sobre la TCR.

²⁰ Estos modelos son conocidos como BEER.ppp

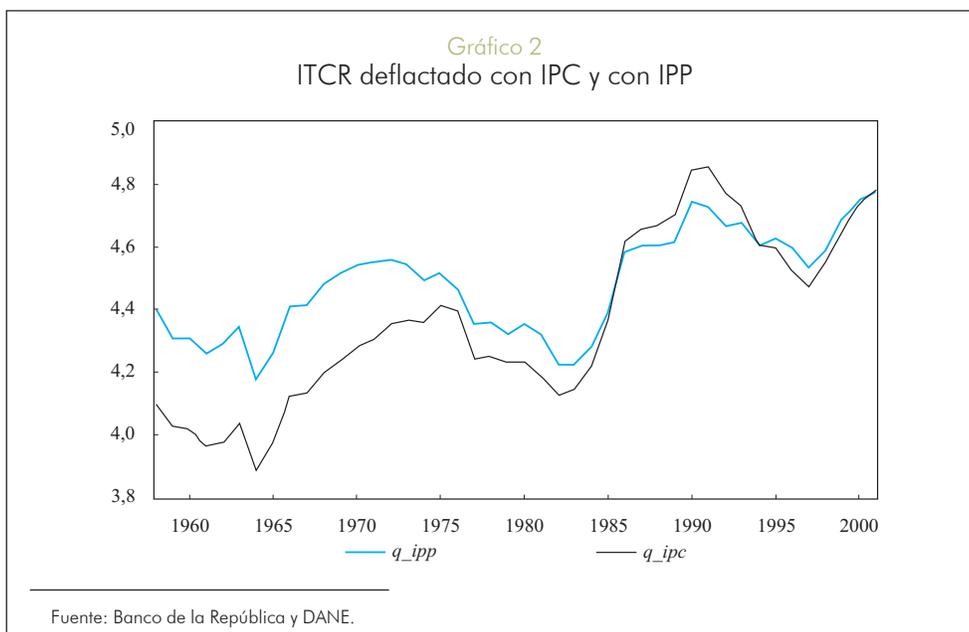
A. PRUEBAS DE RAÍZ UNITARIA

En la literatura de TCR es común encontrar referencias sobre la alta persistencia de la tasa de cambio nominal y de la TCR, y en particular de su no-estacionariedad. La evolución de la TCR en logaritmos, deflactada por precios al consumidor (q_{ipc}) y por precios al productor (q_{ipp}), descrita en los gráficos 1 y 2, permite señalar la existencia de algún tipo de tendencia secular y variabilidad no estable a lo largo del tiempo²¹.

Los resultados de las pruebas presentados en el Cuadro 1 permiten señalar que existe evidencia a favor de la no-estacionariedad de s y de q en ambas frecuencias. La prueba, $\tau_{\mu} (*)$ o $\tau_{\tau} (*)$ informa el resultado del ADF (Augmented Dickey-Fuller) y el rezago (*) usado para realizar el test. La estadística Q corresponde al valor de la prueba Chi-Cuadrado que se usa para evaluar la condición de ruido blanco de los residuos involucrados en la prueba de raíz unitaria.



²¹ Esto se evidencia dentro del período en el cual se pasa de régimen de tasa de cambio fijo, a mini-devaluaciones, y luego, al de bandas cambiarias con distintas pendientes, para finalizar con uno de flotación. En el caso de las series anuales todos operaron, en tanto que para la serie trimestral (1980-2002) tan solo los tres últimos regímenes están involucrados.



Cuadro 1
Test de raíz unitaria

Muestra trimestral, (1980:1-2002:1)

Variable	ADF (Rezago):(CV 5%) <i>Q</i> (12):(P-value)	KPSS (CV 10%)
<i>S</i>	$\tau_{\tau}(7) = -2,17 (-3,46)$ $Q(12) = 4,39 (0,98)$	$\eta_{\tau} = 0,192$ (0,119)
<i>q_ipp</i>	$\tau_{\mu}(7) = -1,64 (2,90)$ $Q = 8,01 (0,78)$	$\eta_{\mu} = 0,782$ (0,347)
<i>q_ipc</i>	$\tau_{\mu}(12) = -2,56 (-2,90)$ $Q = 4,39 (0,98)$	$\eta_{\mu} = 0,617$ (0,347)

Muestra anual (1958:2001)

Variable	ADF (lag):(CV 5%) <i>Q</i> (4):(P-value)	KPSS (CV 10%)
<i>S</i>	$\tau_{\tau}(1) = -2,31 (-3,52)$ $Q = 2,70 (0,61)$	$\eta_{\tau} = 0,124$ (0,119)
<i>q_ipp</i>	$\tau_{\mu}(1) = -1,39 (-2,93)$ $Q = 3,20 (0,52)$	$\eta_{\mu} = 0,49$ (0,347)
<i>q_ipc</i>	$\tau_{\mu}(1) = -1,25 (-2,93)$ $Q = 1,82(0,77)$	$\eta_{\mu} = 0,68$ (0,347)

B. MEDIDAS DE DESEQUILIBRIO NOMINAL²²

Dado que algunas medidas de desequilibrio de la tasa de cambio nominal pueden derivarse a partir de la presencia de la PPP, a continuación se discute la estimación de dicha condición evaluada en un sentido relativo. Si la PPP se cumple, ello implicaría que algunos movimientos de la tasa de cambio nominal se explican por los cambios en los precios domésticos y externos, es decir, que s es homogénea de grado uno con respecto a p y p^* . Posteriormente, ante la no homogeneidad de grado uno, se permitió la existencia de un efecto precio similar, y se adicionaron variables como el diferencial de tasas de interés nominales, el efecto BS, los términos de intercambio y los aranceles²³.

1. El problema de la PPP

En el Cuadro 2 se reportan los resultados de la estimación de los parámetros y de las pruebas estadísticas de una medida de PPP relativa derivada del uso de indicadores de precios al por mayor. En este caso se cuenta con tres parámetros de largo plazo, uno de los cuales se normaliza a uno, (β_{11}) , en tanto que para los restantes componentes del vector de cointegración, (β_{12}, β_{13}) , se evalúa si ellos son inversos aditivos. Adicionalmente, se examina la posibilidad de que los precios externos, ipp^* , se comporten como una variable exógena en este sistema²⁴.

Los resultados de las pruebas estadísticas permiten concluir que no existe homogeneidad de grado uno, que los precios externos son exógenos y que el 14% de los desequilibrios se ajustan en un período. En el Gráfico 3 se presenta el comportamiento del desequilibrio de la tasa de cambio nominal durante el período comprendido entre 1982:01 y 2002:1 usando para ello una descomposición de tipo permanente-transitorio ($P-T$) según la propuesta hecha por Stock y Watson (1988), SW, en adelante. En dicha descomposición la componente permanente, P , depende del componente ortogonal del vector de

²² Los resultados que se reportan en esta sección corresponden a aquellos que mantienen los requerimientos mínimos tanto económica como estadísticamente para ser seleccionados. En todos los casos se evaluaron modelos usando los dos tipos de información disponible.

²³ En estos ejercicios se controla la variación de régimen de tipo de cambio al introducir a los modelos en dos variables *dummies*: *dumband* y *flo*, asociadas con el régimen de banda cambiaria y de flotación "libre" del tipo de cambio, respectivamente. Adicionalmente, se usan variables *dummies* centradas para capturar la componente determinística estacional.

²⁴ Esto último significa que la velocidad con que se ajustan los cambios en precios externos a los desequilibrios en el largo plazo del tipo cambio nominal es nula, es decir, $\alpha_{31} = 0$.

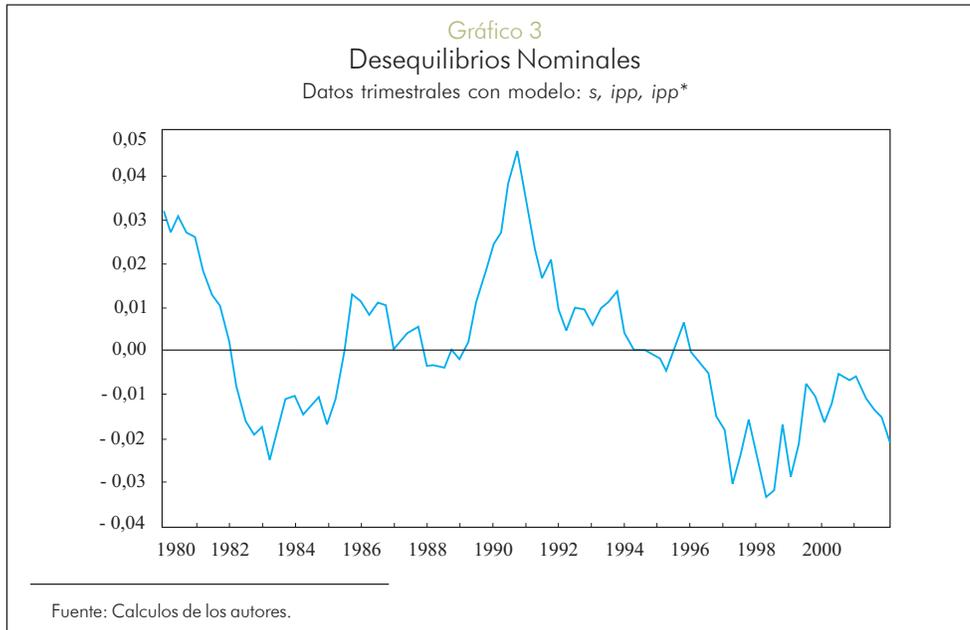
Cuadro 2
Resultados de la estimación PPP con WPI^{1/}
(Información trimestral 1982:1 2002:1)

Modelo	Variables	Test (P-value)	Vector $\beta' = (\beta_{11} \beta_{12} \beta_{13})$ $(\beta_{12}, -\beta_{13}, \alpha_{31} = 0)$
			Velocidadde ajuste $\alpha' = (\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{31})$
VAR(5): <i>Drift</i>	s, ipp, ipp*	$\chi^2(2) = 4,28$ (0,12)	$\beta' = (1,00 \ -1,727 \ 1,727)$ $\alpha' = (-0,14 \ 0,04 \ 0,00)$
Test de comportamiento de los residuales			
Normalidad multivariada Test (P-value)		Autocorrelación: Test (P-value)	
$\chi^2(6) = 15,1: (0,03)$		Portmanteau (12) = 93,49: (0,04) LM(1) = 9,23 (0,41)	
Pruebas de diagnóstico iniciales: r = 1			
Exclusión (VC5%: s, ipp, ipp*) = (3,84: 7,28; 12,63; 12,75)			
Estacionariedad (VC5%: s, ipp, ipp*) = (5,99: 21,55; 23,35; 24,36)			
Exogeneidad (VC5%: s, ipp, ipp*) = (3,84: 3,65; 3,17; 4,04)			
<small>^{1/} Los resultados de la prueba de cointegración corregida por tamaño de muestra son los siguientes: (r>0, CV10%) = (32,94; 26,7); (r>1, CV10%) = (11,30; 13,31); (r>2, CV10%) = (0,16; 2,71). Los valores críticos no se corrigen con la presencia de <i>dummies</i> no estacionales.</small>			

cointegración y la transitoria, T , depende del vector de cointegración²⁵. En este caso, el componente transitorio, T , depende del vector de cointegración y tiene unas ponderaciones (*loading factors*) que también están asociadas a éste.

En tal sentido, no existe una diferencia entre esta aproximación del ciclo, en cuanto a su forma, y la que se deriva de observar tan solo los desequilibrios que provienen del vector de cointegración. En este caso el desequilibrio negativo que se observa en los últimos

²⁵ Véase en el Anexo 2 los detalles de la descomposición y sus características.



dos trimestres, diciembre de 2001 y marzo de 2002, significa que el tipo de cambio nominal colombiano estuvo sobrevaluado en 1,5% y 2,0%, respectivamente²⁶.

2. La aproximación BEER al tipo de cambio nominal²⁷

En el Cuadro 3 se reportan los resultados de la estimación de los parámetros y de las pruebas estadísticas para una medida de PPP relativa derivada del uso de indicadores de precios al consumidor y un indicador de productividad, asociado con el efecto BS²⁸. En este caso se cuenta con cuatro parámetros de largo plazo. El primero es normalizado a uno, (β_{11}), en tanto que para las restantes componentes del vector de cointegración, (β_{12} , β_{13} , β_{14}) se evalúa la posibilidad de que $\beta_{12} = -\beta_{13}$. Adicionalmente, se examina si los precios externos se comportan como una variable exógena en este sistema.

²⁶ La evaluación de PPP usando indicadores de precios al consumidor no arroja resultados significativos tanto en el sentido estricto como en el leve.

²⁷ En Brook and Hargreaves (2001) se encuentra una aproximación similar a la presentada aquí en el caso de la tasa de cambio de Nueva Zelanda.

²⁸ En la segunda sección de este documento se discute ampliamente sobre esta alternativa metodológica.

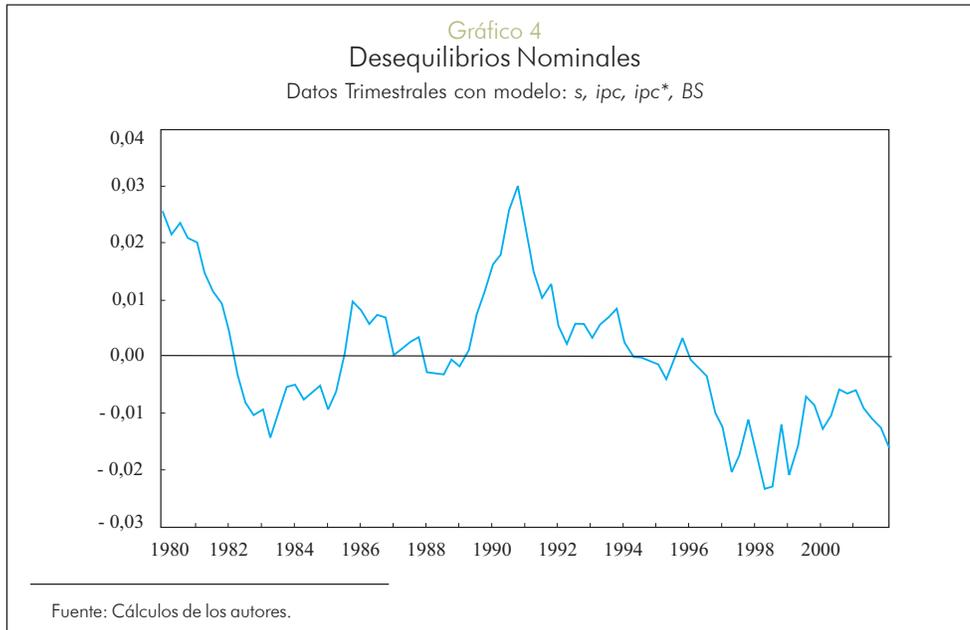
Cuadro 3
Resultados de la estimación BEER^{1/}
(Información trimestral, 1982:1 2002:1)

Modelo	Variables	Test (P-value)	Vector
		$(\beta_{12}, -\beta_{13}, \alpha_{31} = 0)$	$\beta' = (\beta_{11} \beta_{12} \beta_{13} \beta_{14})$
			Velocidadde ajuste $\alpha' = (\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{31} \alpha_{41})$
VAR(5): <i>Drift</i>	(s, ipc, ipc*, BS)	$\chi^2(2) = 1,63$ (0,44)	$\beta' = (1,00 -1,729 1,792 -1,809)$ $\alpha' = (-0,12 0,09 0,00 - 0,05)$
Test de comportamiento de los residuales			
Normalidad multivariada Test (P-value)		Autocorrelación: Test (P-value)	
$\chi^2(6) = 11,7: (0,17)$		Portmanteau (12) = 164,3: (0,02) LM(1) = 13,07 (0,67)	
Pruebas de diagnóstico iniciales: $r = 1$			
Exclusión (VC5%: s, ipc, ipc*) = (3,84; 5,69; 13,58; 13,16; 4,69)			
Estacionariedad (VC5%: s, ipc, ipc*) = (5,99; 28,45; 27,31; 28,54; 21,16)			
Exogeneidad (VC5%: s, ipc, ipc*) = (3,84; 3,00*; 10,08; 1,31; 4,68)			
^{1/} Los resultados de la prueba de cointegración corregida por tamaño de muestra son los siguientes: ($r > 0$, CV10%) = (50,7; 43,8); ($r > 1$, CV10%) = (24,5; 26,7); ($r > 2$, CV10%) = (7,3; 13,31); ($r > 3$, CV10%) = (0,0; 2,71). Los valores críticos no se corrigen con la presencia de <i>dummies</i> no estacionales. ^{2/} Se rechaza al 10%.			

Los resultados de las pruebas estadísticas permiten concluir que no existe homogeneidad de grado uno y que los precios externos son exógenos. Los desequilibrios nominales se presentan en el Gráfico 4 y son muy similares a los descritos en el Gráfico 3 y tan sólo el 12% de estos se ajusta en un período.

Por último, resulta conveniente señalar que el examen conjunto de la estimación de la matriz de impacto, $C(1) = C = \beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha'_{\perp}$, descrita en el Anexo 2, sección II²⁹, y

²⁹ La cual hace posible decidir sobre cuáles son las fuerzas que en el largo plazo determinan el comportamiento del sistema estimado. ppp



de sus respectivos “*t-tests*”, permite señalar lo siguiente en lo referente a la estimación de los equilibrios nominales:

- i) Para el ejercicio de PPP, Cuadro 2, tan solo persisten los choques provenientes de los errores asociados a los precios externos [$c(1,3) = -6,5$, “*t*” = -1,8] en el largo plazo, en la determinación del tipo de cambio nominal y de los precios domésticos [$c(2,3) = 1,0$, “*t*” = -1,8]. Estos últimos responden también a sus propios choques con [$c(3,3) = 5,6$, “*t*” = -1,9].
- ii) En el caso de la “*BEER approach*”, el tipo de cambio nominal y los precios domésticos al consumidor responden tan solo a choques en los precios externos al consumidor [$c(1,3) = -8,4$, “*t*” = -1,7] y [$c(1,3) = 4,6$, “*t*” = -1,9], respectivamente.

C. MEDIDAS DE DESEQUILIBRIO REAL

En esta sección se presentan los resultados de las estimaciones de desequilibrios de la TCR, usando para ello un enfoque similar al descrito por McDonald (2000) y Alberola y López (2001).

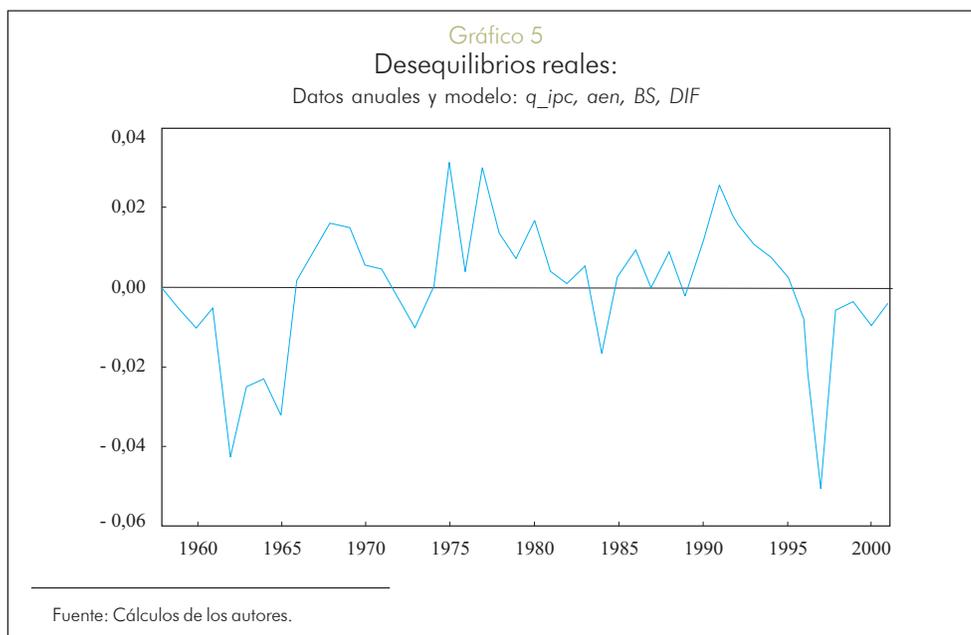
1. La aproximación BEER (Datos anuales: 1958-2001)

En el capítulo 2 se mostró cómo la TCR de equilibrio \bar{q}_t está determinada por fundamentos de la economía. También se explicó de qué modo al separarla en su componente externo e interno, se puede establecer el signo de las diferentes variables que afectan su comportamiento. Basados en dicha teoría, con información anual para el período 1958-2001 se estimó un modelo tipo BEER que considera la evolución de los *aen*, el diferencial de tasas de interés ($DIF = r - r^*$), y el efecto BS. Los resultados se presentan en el Cuadro 4 y en el Gráfico 5³⁰.

Cuadro 4 Resultados de la estimación BEER ^{1/} (Información anual, 1958-2001)			
Modelo	Variables	Test (P-value)	Vector
		$(\alpha_{21} = 0)$	$\beta' = (\beta_{11} \beta_{12} \beta_{13} \beta_{14})$
			Velocidadde ajuste $\alpha' = (\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{31} \alpha_{41})$
VAR(1): <i>Drift</i>	(<i>q_ipc</i> , <i>aen</i> , BS, DIF)	$\chi^2(1) = 0,16$ (0,69)	$\beta' = (1,00 \ 0,025 \ -1,308 \ 2,968)$ $\alpha' = (-0,20 \ 0,00 \ 0,06 \ -0,22)$
Test de comportamiento de los residuales			
Normalidad multivariada Test (P-value)		Autocorrelación: Test (P-value)	
$\chi^2(8) = 13,9: (0,08)$		Portmanteau (12) = 169,6: (0,87) LM(1) = 11,5 (0,78)	
Pruebas de diagnóstico iniciales: $r = 1$			
Exclusión (VC5%: <i>q_ipc</i> , <i>aen</i> , BS, DIF) = (3,84: 13,83; 19,17; 6,31; 18,45)			
Estacionariedad (VC5%: <i>q_ipc</i> , <i>aen</i> , BS, DIF) = (7,81: 41,94; 32,48; 47,75; 35,90)			
Exogeneidad (VC5%: <i>q_ipc</i> , <i>aen</i> , BS, DIF) = (3,84: 13,69; 0,16; 9,48; 13,95)			
^{1/} Los resultados de la prueba de cointegración corregida por tamaño de muestra son los siguientes: ($r > 0$, CV10%) = (50,7; 43,8); ($r > 1$, CV10%) = (24,5; 26,7); ($r > 2$, CV10%) = (7,3; 13,31); ($r > 3$, CV10%) = (0,0, 2,71). Los valores críticos no son corregidos por la presencia de "dummies" no estacionales.			

Los resultados del VEC sugieren que el tipo de cambio real responde a sus fundamentales correctamente y ajusta el 20% a los desequilibrios en un período. En el largo plazo, la TCR deflactada con IPC (q_{ipc}), responde significativamente a sus propios choques [$c(1,1)=0,75$, " t "= 3,5] y a sus determinantes. Choques a los errores: de los activos externos netos, aen , producen un efecto de [$c(1,2) = -0,01$, " t " = 3,5]; de la variable que mide el efecto BS, generan un cambio en el largo plazo, [$c(1,3) = 0,33$, " t " = 3,5] y, finalmente, el efecto de los choques provenientes del diferencial de tasas de interés reales (DIF) producen un efecto de largo plazo en q de [$c(1,4) = -0,75$, " t " = -1,9].

Los desequilibrios reales no superan el 1% en los últimos cinco años. Para los años 2000 y 2001 dichos desequilibrios señalan que la TCR estuvo sobrevaluada que la TCR estuvo sobrevaluada aproximadamente en 0,9% y 0,4%, respectivamente.



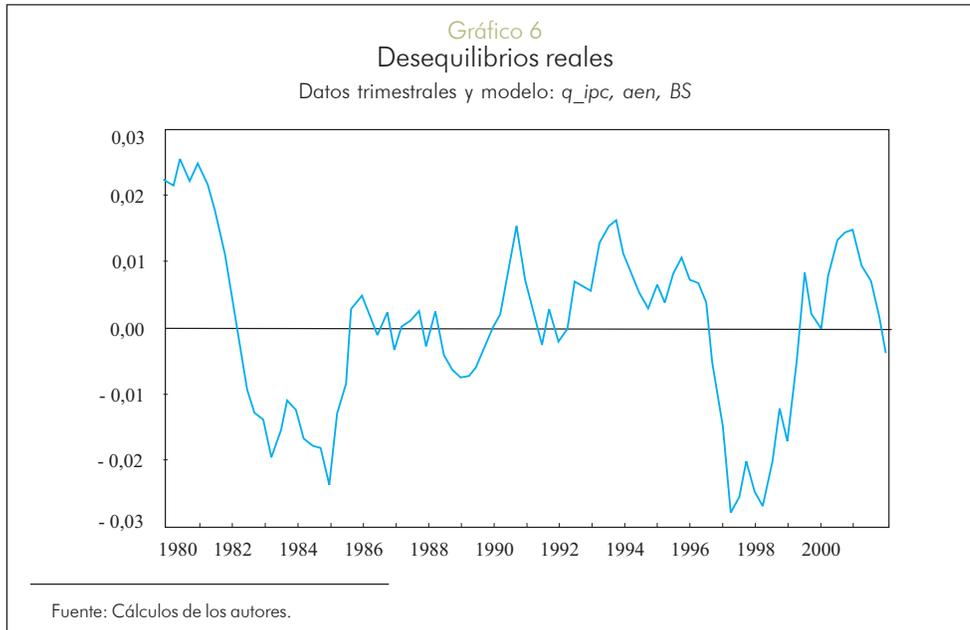
³⁰ Al igual que en el caso nominal, otras variables como términos de intercambio, aranceles efectivos y algunas medidas de gasto público no resultaron significativas. Con relación a esta última, la falta de información de series consistentes y los problemas metodológicos de las que existen pueden haber sido la causa de la no significación estadística.

2. La aproximación BEER (datos trimestrales: 1980:1-2002:1)

Similar al ejercicio anual, para el trimestral se estimó un modelo tipo BEER con las variables aen y BS³¹. En el Cuadro 5 se ilustran los resultados de la estimación, y el Gráfico 6 muestra el comportamiento de los desequilibrios reales.

El 22% del valor del desequilibrio real del tipo de cambio se ajusta en un trimestre. Los aen y los cambios en la productividad se comportan en el largo plazo como se espera (signos adecuados) y son tratados como variables exógenas.

Cuadro 5 Resultados de la estimación BEER ^{1/} (Información trimestral, 1980: 1-2002:1)			
Modelo	Variables	Test (P-value)	Vector
		$(\alpha_{21} = \alpha_{31} = 0)$	$\beta' = (\beta_{11} \beta_{12} \beta_{13})$
			Velocidadde ajuste $\alpha' = (\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{31})$
VAR(5): <i>Drift</i>	(<i>q_ipc</i> , aen, BS)	$\chi^2(2) = 2,38$ (0,30)	$\beta' = (1,00 \ 0,014 \ -2,554)$ $\alpha' = (-0,22 \ 0,00 \ 0,00)$
Test de comportamiento de los residuales			
Normalidad multivariada Test (P-value)		Autocorrelación: Test (P-value)	
$\chi^2(6) = 19,1$: (0,005)		Portmanteau (12) = 95,38: (0,04) LM(1) = 11,03 (0,27)	
Pruebas de diagnóstico iniciales: $r = 1$			
Exclusión (VC5%: <i>q_ipc</i> , aen, BS) = (3,84: 10,19; 18,39; 7,61)			
Estacionariedad (VC5% : <i>q_ipc</i> , aen, BS) = (5,99: 21,83; 12,53; 20,98)			
Exogeneidad (VC5%: <i>q_ipc</i> , aen, BS) = (3,84: 18,30; 0,34; 2,21)			
<p>^{1/} Los resultados de la prueba de cointegración corregida por tamaño de muestra son los siguientes: ($r > 0$, CV10%) = (32,64; 26,7); ($r > 1$, CV10%) = (11,85; 13,31); ($r > 2$, CV10%) = (0,64; 2,71). Los valores críticos no son corregidos por la presencia de <i>dummies</i> no estacionales.</p>			

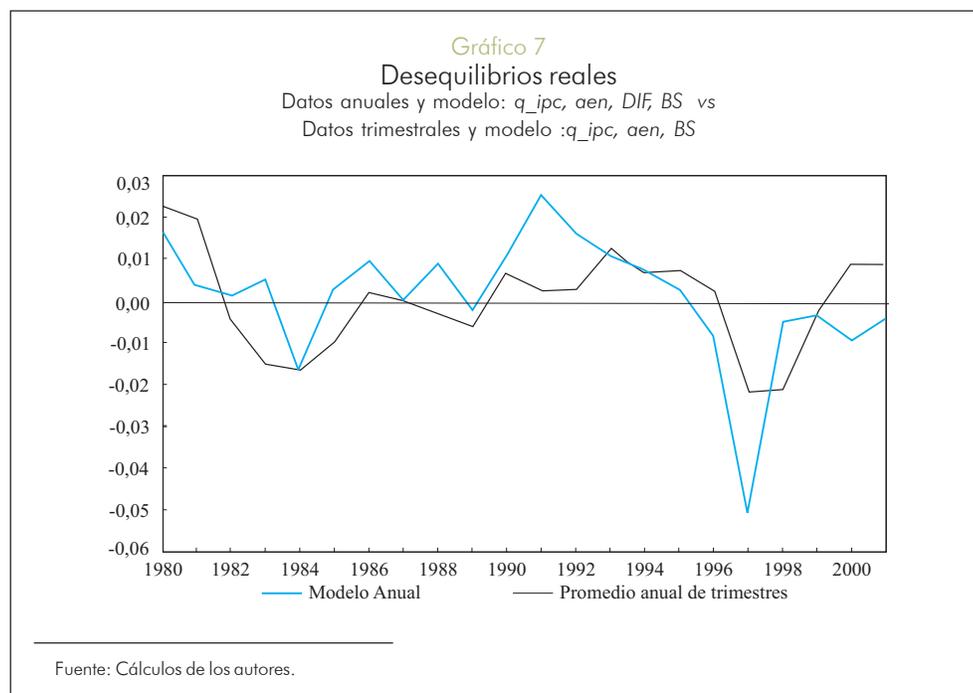


Los desequilibrios reales del tipo de cambio en este ejercicio sugieren que el tipo de cambio real estuvo sobrevaluado en el período de 1996 a 1999 y que a marzo de 2002 también lo está en 0,4%.

El gráfico 7 compara los resultados del modelo BEER con datos anuales y trimestrales, suavizando éstos últimos mediante promedios anuales. En él se puede observar una tendencia similar, con la salvedad de que el modelo con periodicidad anual tiende a reflejar mayores diferencias (en valor absoluto) con respecto a la TCR de equilibrio. Las discrepancias entre ellos se explican tanto por las distintas periodicidades, trimestrales y anuales, como también por las diferentes estructuras, ya que el de menor frecuencia contiene por ejemplo el diferencial de tasas de interés, variable que no resultó significativa en el modelo trimestral.

³¹ El diferencial de tasas no resultó significativo.

³² Véanse los detalles en el Anexo 2.



IV. CONCLUSIONES

En este documento se presentaron diferentes medidas de desequilibrio nominal y real del tipo de cambio. Para tal efecto, se utilizó una metodología que permite desagregar una serie en su componente permanente que se asocia al equilibrio, y el transitorio que se relaciona con los desequilibrios³². Inicialmente, se estimaron modelos basados en la PPP, es decir, que el tipo de cambio nominal se ajusta perfectamente al cambio en los precios y por lo tanto, la TCR es constante. Posteriormente, se calcularon modelos tipo BEER, para los cuales la TCR de equilibrio cambia según sus fundamentos.

En el caso del tipo de cambio nominal se descarta la posibilidad de la existencia de PPP en el sentido estricto y se observa que el tipo de cambio nominal a marzo de 2002 está sobrevaluado en 2,0%, aproximadamente. El modelo BEER en este contexto reporta comportamientos similares del tipo de cambio nominal. En ambos casos los modelos se desarrollan usando información trimestral desde marzo de 1980 hasta marzo de 2002.

En términos reales, con información anual el modelo estimado señala la existencia de una sobrevaluación de la TCR entre 1996 y hasta 2001, siendo 1997 el año con el mayor desequilibrio 5,0% y 2001 con el menor 0,4%. Un resultado similar se obtiene de la información trimestral, con excepción de los últimos dos años, 2000 y 2001, en los cuales el modelo estima que la TCR estuvo subvaluada en 0,9% y 0,8%, respectivamente. Para el primer trimestre de 2001, se halla que la TCR está sobrevaluada en un 0,4%.

Algunos de los procedimientos de descomposición ofrecen alternativas de identificación de los determinantes de las tendencias comunes (*common trends*), como es el caso de Gonzalo y Granger (1995). En este ejercicio no se presentan dado que se decidió utilizar SW para construir la descomposición.

Finalmente, es importante mencionar que el tratamiento que implícitamente se hace sobre los efectos que tiene la modificación de régimen cambiario sobre el tipo de cambio, en este documento, solamente permite controlar aquellos que están asociados con las potenciales variaciones en la media del proceso. La construcción de modelos que adicionalmente permitan considerar modificaciones en la dinámica de la tasa de cambio como resultado del cambio de régimen, es una tarea un tanto más compleja e interesante, la cual plantea problemas teóricos y computacionales que hasta ahora se están solucionando. Algunos de los inconvenientes teóricos se han resuelto en un contexto particular, por ejemplo, Wang y Zivot (2000), tratan el problema como uno de “selección de modelo”. Sin embargo, las alternativas de solución de este inconveniente pueden pasar por “*threshold cointegration*” o “*Markov Switching Cointegration*”, entre otras.

REFERENCIAS

- Alberola E.; López, H. (2001). "Internal and external exchange rate equilibrium in a cointegration framework. An application to the Spanish peseta", en *Spanish Economic Review*, No. 3, pp. 23-40.
- Ariño, M.; Newbold, P. (1998). "Computation of the Beridge-Nelson decomposition for multivariate economic time series", en *Economics Letters*, No. 61, pp. 37-42.
- Brook, A. M.; Hargreaves, D. (2001). "PPP-based analysis of New Zealand's equilibrium exchange rate", en *Reserve Bank of New Zealand*, Discussion Paper Series, DP2001/01.
- Campbell, J.; Perron, P. (1991). "Pitfalls and Opportunities: What macroeconomics should know about unit roots", en *NBER*, Macroeconomics Annual, pp. 141-201.
- Clark, P.; MacDonald, R. (2000). "Filtering the BEER: A permanent and Transitory Decomposition", en *Fondo Monetario Internacional*, documento de trabajo, WP/144.
- Cochrane, J. (1994). "Univariate vs. Multivariate Forecast of GNP Growth and Stock Returns: Evidence and Implications for the Persistence of Shocks, Detrending Methods", en *NBER*, documento de trabajo, No. 3427.
- Escribano, A.; Peña, D. (1994). "Cointegration and Common Factors", en *Journal of Time Series*, No. 15, pp. 577-586.
- Engel, C. (1993). "Real Exchange Rates and Relative Prices: An Empirical Investigation", en *Journal of Monetary Economics*, Vol. 32, pp. 33-50.
- Feyzioglu, T. (1997). "Estimating the Equilibrium Real Exchange Rate: An Application to Finland", en *Fondo Monetario Internacional*, WP/97/109.
- Gonzalo, J.; Granger, C. (1995). "Estimation of Common Long Memory Components in Cointegrated Systems", en *Journal of Business and Economic Statistics*, No. 13, pp. 27-35.

- _____; Serena, Ng. (2001). "A Systematic Framework for Analyzing the Dynamic Effects of Permanent and Transitory Shocks," en *Journal of Economics Dynamic & Control*, No. 25, pp. 1527-1546.
- Johansen, S. (1995). *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Auto-Regressive Models*, Oxford University Press.
- MacDonald, R. (2000). "Concepts to Calculate Equilibrium Exchanges Rates: An Overview", Discussion Paper, 3/00, Economic Research Group, *Deutsche Bundesbank*.
- Misas, Martha; Ramírez, María Teresa; Silva, Luisa F. (2001). "Exportaciones no tradicionales en Colombia y sus determinantes", en *Ensayos sobre Política Económica*, No. 39 junio.
- _____; Oliveros, Hugo (1997). "Cointegración, exogeneidad y crítica de lucas: funciones de demanda de dinero en Colombia: un ejercicio más", *Borradores de Economía*, No. 75, *Banco de la República*.
- Mongardini, J. (1998). "Estimating Egypt's Equilibrium Real Exchange Rate", *Fondo Monetario Internacional*, WP/98/5.
- Montiel Peter J.; Hinkle Lawrence E. (1999). "Exchange Rate Misalignment: Concepts and Measurement for Developing Countries", en *Banco Mundial*, publicación de investigación.
- Morley, J., Nelson, C. and Zivot, E., (2001). "Why Are Beveridge Nelson and Unobserved-Component decompositions of GDP so different?", Mimeo. Department of Economics, Washington, University St. Louis, Universidad de Washington.
- Oliveros, Hugo; Silva, Luisa F. (2001). "La demanda por importaciones en Colombia", *Borradores de Economía*, No. 187, Bogotá, *Banco de la República*.
- Quah, D. (1992). "The relative importance of Permanent and Transitory Components: Identification and some Theoretical Bounds", *Econometrica*, No. 59, pp. 283-306.

Stock, J.; Watson, M. (1988). "Testing for common trends", en *Journal of the American Statistical Association*, No. 83, pp. 1097-1107.

Wang, J.; Zivot, E. (2000). "A Bayesian Time Series Model of Multiple Structural Changes in Level, Trend and Variance", en *Journal of Business and Economic Statistics*, julio.

ANEXO 1

PROMEDIOS TRIMESTRALES Y ANUALES

q_ipp : índice de la tasa de cambio real basado en indicadores de precios del productor o precios mayoristas (en logaritmo).

q_ipc : índice de la tasa de cambio real basado en indicadores de precios al consumidor (en logaritmo).

s : indicador de tasa de cambio *spot* (logaritmo de: pesos \times unidad monetaria de los 20 países que participan en el cálculo del ITCR).

ipp^* : indicador de precios externos: promedio ponderado de los 20 países que participan en el cálculo del ITCR, del productor o al por mayor (en logaritmo).

ipp : Colombia: hasta 1990 precios al por mayor, en adelante del productor (en logaritmo).

ipc^* : índice de precios al consumidor externo: promedio ponderado de los 20 países que participan en el cálculo del ITCR (en logaritmo).

ipc : Colombia: índice de precios al consumidor (en logaritmo).

r : tasa de interés real doméstica suponiendo perfecta información de precios (CDT-90 días real Colombia).

r^* : tasa de interés real externa suponiendo perfecta información de precios: CDT-90 días real Estados Unidos.

tt : términos de intercambio (exportados/importados: ipp en logaritmo).

$tarif$: arancel efectivo.

BS = construido como: $\log [ipp/ipc] - \log [ipp^*/ipc^*]$

aen = activos externos netos (véase siguiente nota metodológica).

METODOLOGÍA UTILIZADA EN LA ESTIMACIÓN DE LOS *AEN*:

A partir del dato de posición de inversión internacional de diciembre de 1996 y de los datos anuales de la cuenta corriente (*cc*) de la balanza de pagos se estimaron las cifras anuales de los *aen* desde 1980, según la siguiente ecuación:

$$aen_t = aen_{t+1} - cc_t$$

Para la estimación trimestral de los *aen* también se partió de la posición de inversión internacional observada en diciembre de 1996. Con respecto a la *cc*, entre 1996:1 y 2002:1 se utilizó la serie observada con fuente sección sector externo del Banco de la República, y entre 1980:1 y 1995:4 fue necesario hacer una estimación. Para este último efecto, se utilizaron las series mensuales de la balanza cambiaria y de importaciones y exportaciones de bienes. Con ellas se estableció la proporción de los montos observados trimestralmente sobre el total anual para cada uno de los rubros de la *cc*. Estas proporciones se aplicaron a los datos anuales de la balanza de pagos para obtener una estimación de las cifras trimestrales.

Otros aspectos importantes en la estimación de la *cc* entre 1980:1 y 1995:4 fueron: 1) se excluyeron las exportaciones de oro en los datos trimestrales de la balanza comercial; 2) dentro de la cuenta de servicios no se incluyeron las transacciones petroleras; 3) los datos correspondientes a embarques y otros transportes se calcularon utilizando las series de exportaciones e importaciones del DANE; 4) para el cálculo de otros servicios que incluyen viajes y otras transacciones se utilizaron las cifras de la balanza cambiaria; 5) las cifras trimestrales de intereses se calcularon utilizando los datos de la balanza cambiaria incluyendo dentro de los egresos, los pagos de intereses de la deuda pública y la privada, y del Banco de la República; 6) para el cálculo de utilidades y dividendos se utilizaron las cifras de egresos por utilidades de la balanza cambiaria, las cifras netas de la balanza de pagos, y finalmente, 7) las cifras trimestrales de transferencias se calcularon utilizando los datos de ingresos de la balanza cambiaria y las cifras netas de las transferencias de la balanza de pagos.

ANEXO 2

A PROPÓSITO DE LA DESCOMPOSICIÓN ENTRE LO PERMANENTE Y LO TRANSITORIO

I. TENDENCIA ESTOCÁSTICA Y CICLO

El problema de la descomposición entre lo permanente y lo transitorio en el contexto de series de tiempo se ha abordado sistemáticamente a partir del reconocimiento de la existencia de un componente de tendencia, regularmente estocástico y no-estacionario y otro componente, también estocástico, denominado de ruido, cuyo carácter es el ser estacionario en tiempo. El artículo con que se inicia esta tradición es el de Beveridge y Nelson (BN) (1981) y a partir de éste, un sinnúmero de técnicas de extracción de la componente de tendencia han sido sugeridas por los analistas de series de tiempo¹. Sin embargo, el punto fundamental, como lo señala Morley *et al.* (2001), es la falta de convergencia en los resultados cuando se trata de caracterizar bien sea la tendencia, o el ciclo, de una variable económica. En este sentido, los problemas de la caracterización del ciclo, (tendencia) están supeditados a la forma como éste(a) se relaciona con su tendencia (ciclo)².

De otro lado, el uso de información económica para construir el ciclo (tendencia) de una manera menos estadística y automatizada, si bien se había sugerido desde finales de los ochenta y principios y mediados de los noventa³, su utilización no se ha generalizado porque adolece de un problema de identificación aun no resuelto. La dificultad, en este caso, se deriva del mecanismo de ponderación (*loading matrix* (LM)) que se usa y de la forma como se construye el componente permanente, regularmente a partir de la identificación de tendencias comunes "*common factors*"⁴. En este sentido el argumento mas comúnmente usado para introducir la discusión es el siguiente:

¹ Unobserved Components Methods, (UCM), Hodrick y Prescott con y sin I cambiante, (HP), band-pass filters, (BP), promedios móviles, (MA), entre otros.

² Por ejemplo: en BN se supone que la tendencia y el ciclo se correlacionan negativa y perfectamente; en HP se procede a derivar la tendencia a partir de un proceso de ajuste a priori que no especifica la relación entre el ciclo y la tendencia; la alternativa de UC permite establecer y probar un mecanismo menos restrictivo donde se estima la correlación entre el ciclo y la tendencia, y son los datos los que determinan dicha relación, es decir, los datos "hablan" de la naturaleza de su relación.

³ Stock y Watson (1988), Quah (1992), Cochrane (1994), entre otros.

⁴ Escribano y Peña (1994) "...Por supuesto la diferencia entre esas dos formulaciones se debe al problema de normalización. Estos son ejemplos del conocido problema de identificación entre la LM y los factores que aparecen en los modelos de factores, tanto: estáticos como dinámicos.", Gonzalo y Granger (1995): "La identificación de estos factores comunes I(1) se alcanza por medio de la imposición de que ellos sean combinaciones lineales de las variables X_t originales y de los términos de conexión de error no causen a los factores comunes a frecuencias bajas".

Sea X_t un vector de n variables $I(1)$, las cuales permiten la construcción de $r < n$ combinaciones lineales, $\beta'X_t$ cuyo orden de integración es $I(0)$, es decir, las variables están cointegradas con vector de cointegración β : ($n \times r$) y rango de cointegración r .

Johansen (1995, 1988), propone el uso de estimadores de máxima verosimilitud, (MLE), para estimar valores para β y describe el comportamiento de X_t a partir de una descomposición de media móvil, (MA) que utiliza un aproximación similar a la descrita por BN pero desde un punto de vista multivariado, Campbell y Perron (1991).

$$(A2.1) \quad X_t = \underbrace{\beta_{\perp}(\alpha'_{\perp}\Gamma\beta_{\perp})^{-1}\alpha'_{\perp}}_{I(1)} \left[\sum_{i=1}^t (\xi_i + \Phi D_i) \right] + \underbrace{[C(B) [\xi_t + \Phi D]]}_{I(0)}$$

$$\text{con } S_t = \beta_{\perp}(\alpha'_{\perp}\Gamma\beta_{\perp})^{-1}\alpha'_{\perp} \sum_{i=1}^t \xi_i$$

$$(A2.2) \quad \nabla X_t = \alpha\beta'X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \nabla X_{t-1} + \Phi D_t + \xi_t; \quad \Gamma = I_n - \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i; \quad \beta'\beta_{\perp} = 0 = \alpha'_{\perp}\alpha;$$

$$\Pi = \alpha\beta' = I_n - \sum_{i=1}^k A_i = A(1)$$

$$(A2.3) \quad X_t = A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \dots + A_k X_{t-k} + \mu + \Psi D_t + \xi_t$$

$$A(B) = \mu + \Psi D_t + \xi_t$$

$$A(B) = I_n - \sum_{i=1}^k A_i B^i$$

El inconveniente que ofrece la representación (A2.1) es que ésta no permite una generación directa del componente permanente y transitorio de las series, dado que se requiere conocer las realizaciones de los errores del sistema⁵, donde las matrices $C(1) = \beta_{\perp}(\alpha'_{\perp}\Gamma\beta_{\perp})^{-1}\alpha'_{\perp}$ y la matriz $\Pi = \alpha\beta'$ tienen rango $(n-r)$ y r , respectivamente. Esta característica y el hecho de que $\beta'X_t$ y $R\beta'X_t$ son $I(0)$ y que por lo tanto se puede escoger un $T = R\beta'$, tal que $T'T = I$ permite suponer que β es normalizable, tal que $\beta'\beta = I$.

Los anteriores argumentos facilitan: i) considerar que las siguientes proposiciones son equivalentes (Escribano y Peña, 1994):

⁵ La estimación de los parámetros de (A2.2) se lleva a cabo concentrando la función de verosimilitud de tal forma que se estima primero β , luego α como una función de β , $\alpha = g(\beta)$, y, por último, los restantes parámetros, véase Johansen (1995) y Misas y Oliveros (1997), entre otros.

- (a) X_t está cointegrado con rango r ,
- (b) X_t es generado por $(n-r)$ tendencias comunes,
- (c) X_t es el resultado de $(n-r)$ factores comunes y r factores estacionarios,

y ii) construir combinaciones que por su naturaleza garantizan la existencia de una descomposición no única del vector, en términos de su componente permanente, es decir, existen diferentes formas de encontrar la componente permanente, la parte $I(1)$ de (A2.1) y, por lo tanto, lo mismo ocurre con la componente transitoria, la parte $I(0)$ de (A2.1). Con relación a este último punto se tiene que:

$$(A2.4) \quad \beta' \beta = I \text{ y } \beta'_{\perp} \beta_{\perp} = I \Rightarrow \underbrace{\beta \beta' \beta \beta'} = \beta \beta' \wedge \underbrace{\beta_{\perp} \beta'_{\perp} \beta_{\perp} \beta'_{\perp}} = \beta_{\perp} \beta'_{\perp}$$

$$(A2.5) \quad I = \beta_{\perp} \beta'_{\perp} + \beta \beta'$$

Así, al premultiplicar a (A2.1) por $\beta'_{\perp} : [(n-r) \times n]$, $\beta' X_t$ no es $I(0)$ dado que β'_{\perp} es el complemento ortogonal de β que es el que genera las combinaciones lineales $I(0)$ de éste. Así, es posible derivar el componente permanente de X al operar con la matriz $\beta'_{\perp} : [(n-r) \times n]$, es decir a partir de $\beta'_{\perp} X_t$; el cual es considerado como el “*common factor*”. La componente transitoria se puede encontrar por residuo, o generarla por construcción usando el segundo término del lado derecho de (A2.5). En ambos casos se presenta un problema de identificación, pues existen matrices D y E tales que:

$$(A2.6) \quad SW : D \beta'_{\perp} + E \beta' = I \quad ; \quad GG : D \alpha'_{\perp} + E \beta' = I$$

Para Stock y Watson (SW) (1988) y Gonzalo y Granger (GG) (1995); la forma que toman D y E , presentada en (A2.7), es diferente y cumple con lo señalado en (A2.6)⁶:

$$(A2.7) \quad SW : D = \beta_{\perp} (\beta'_{\perp} \beta_{\perp})^{-1}; E = \beta (\beta' \beta)^{-1}; GG : D = \beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \beta'_{\perp})^{-1}; E = \alpha (\beta' \alpha)^{-1}$$

El siguiente escollo por superar se asocia con la selección de alguna de las representaciones, SW, o GG para aproximar la componente permanente. Si se considera importante que los efectos de largo plazo no se disipen al considerar la representación VEC hecha en (A2.2), la opción de SW se puede considerar adecuada. Si, por el contrario, se desea que estos efectos desaparezcan, es decir, que los factores de cointegración tengan un

⁶ Escribano y Peña (1994) sugieren una representación distinta donde el “*common factor*” sigue una representación multivariada ARIMA. Ariño y Newbold (1998) sugieren una descomposición distinta.

efecto transitorio en X_t , la alternativa de GG resulta la indicada. Sin embargo, es posible que $\alpha'_\perp = \beta'$ y en dicha situación $\alpha_\perp X_t$ sería estacionario y por lo tanto, la propuesta de GG no podría considerarse como adecuada para la definición de la “*common trend*”. Es en ese sentido, Hansen y Johansen (1998, pp. 27-28) sugieren no usar esta alternativa como definición general de la “*common trend*”.

El efecto que tiene el uso de los diferentes “*loading matrix, (LM)*” como las descritas en (A2.7) en la construcción de la componente transitoria que en ambos casos depende de $\beta'X_t$ y el hecho de que bajo análisis de cointegración multivariado, (Johansen, 1995), el valor esperado de $\beta'X_t$ no necesariamente es igual a cero hace necesario descontarlo, (o en su defecto, adicionarlo al componente permanente), para derivar una medida de desequilibrio que desde el punto de vista económico tenga sentido⁷. Resulta importante señalar que tanto SW como GG permiten derivar un componente transitorio (el ciclo) que si bien, están altamente correlacionados (por ejemplo, los puntos de quiebre son los mismos) las magnitudes sí son distintas, dado que GG impone una restricción de nulidad a los choques que provienen de los factores de cointegración, los cuales están definidos como una función de β , en tanto que el componente permanente depende de β_\perp o de α_\perp , como se desprende de la definición de “*common factor*” descrita en Escribano y Peña como f_t , (A2.8), o como el componente no-estacionario, S_t , presentado en (A2.1).

$$(A2.8) \quad f_t = \begin{bmatrix} A_\perp \\ A \end{bmatrix} X_t ; \quad A_\perp = \begin{Bmatrix} \beta_\perp \\ \alpha_\perp \end{Bmatrix} ; \quad A = \beta'$$

En este sentido es importante reconocer que es a partir de la existencia de una relación estable entre los componentes permanentes que es posible establecer la relación entre los respectivos componentes transitorios⁸. Adicionalmente, el uso de restricciones de exogeneidad en el sistema es altamente sugerido en ambos casos (en el caso de GG el efecto se refleja más directamente) dado que la existencia de incertidumbre sobre la construcción del componente permanente se puede disminuir, imponiendo restricciones estadísticamente soportables a partir de pruebas de hipótesis, Gonzalo y Serena (2001).

⁷ Ariaño y Newbold (1998), página 41, hacen uso de un argumento similar para extender la descomposición de BN en modelos VARIMA al caso en el cual existe cointegración y descuentan en valor esperado de $\beta'X_t$ al derivar dicha descomposición. En este caso $E(\beta'X_t) = \mu_c$ y la descomposición propuesta es $X_t^P = X_t - X_t^T$ donde X_t^T es un proceso estacionario con media cero.

⁸ En particular, Escribano y Peña, señalan que los componentes permanentes provenientes de las descomposiciones de GG y SW están cointegrados.

II. ¿QUÉ TAN PERSISTENTES SON LOS CHOQUES?

Una medida de persistencia de los choques se puede derivar a partir de la representación MA, descrita en (A2.1), asociada con la representación VEC equivalente de sistema VAR bajo restricciones de cointegración⁹, presentados en (A2.2) y (A2.3), respectivamente.

La componente $I(1)$ de (A2.1) recoge la persistencia de los choques ξ_t en el largo plazo. El factor $C(1) = C = \beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \Gamma \beta_{\perp})^{-1} \alpha'_{\perp}$ permite derivar la magnitud de la persistencia de choques iniciales a las innovaciones del sistema cointegrado. C es conocida como la matriz de impactos y permite, dada la existencia de una representación VEC equivalente, descrita en (A2.2), usar el teorema de representación de Granger para encontrar la influencia que tiene el componente no-estacionario, la tendencia estocástica, definida como: $S_t = C \sum_{i=1}^t \xi_p$, del sistema implícito en el vector X_t , Johansen, (1995). CATS ofrece la posibilidad de asociar “t-values” a los componentes de la matriz $C(1)$ y por lo tanto, tener alguna idea sobre el grado de incertidumbre que se tiene en la estimación de estos.

⁹ Véase, en Misas *et al.* (2001) y Oliveros y Silva (2001) una discusión sobre el problema.