UN JUEGO BILATERAL DE GUERRA Y COMERCIO

Leonardo Raffo López[1]

Resumen

En este trabajo construyo las bases de lo que puede llamarse una *teoría económica de la guerra bilateral*, esto es, una teoría en la que se elucidan las interconexiones existentes entre el comercio y la guerra entre pares de países altamente especializados y dependientes entre sí. Se demuestra, en un juego en dos etapas con información completa y pagos endógenos, que las propensiones de los países hacia la guerra o hacia la paz, dependen de las asimetrías existentes en la distribución de la demanda y de los recursos entre ellos. El análisis revela que "la guerra" constituye el único equilibrio posible.

JEL CLASSIFICATION: D78, F10, F50.

Palabras Clave: Comercio internacional, guerra bilateral, paz, equilibrios asimétricos de Nash.

Abstract

In this paper I lay down the foundations for what can be called an economic *theory of bilateral war*, that is, a theory where the interconnections between trade and war for pairs of states highly specializated and interdependent are elucidated. In a two-stage game with complete information and endogenous payoffs, it is proved that the propensities of countries to peace or war depend basically on the asymmetries in the distribution of demand and resources between them. The analysis reveals that the only possible equilibrium is war.

JEL CLASSIFICATION: D78, F10, F50.

Keywords: International trade, bilateral war, peace, asymmetrical Nash equilibria.

[1] Leonardo Raffo López, Economista de la Universidad del Valle. Magister en Economía de la Universidad del Valle. Profesor en el Departamento de Economía de la Universidad del Valle y en el Departamento de Economía de la Universidad ICESI. Miembro del grupo de Conflicto, Aprendizaje y Teoría de Juegos y miembro del grupo de Crecimiento y Desarrollo Económico de la Universidad del Valle.

INTRODUCCIÓN

La existencia de un conflicto político entre dos estados o grupos políticos hace muy probable el desencadenamiento de una guerra. En esas circunstancias se generan suficientes incentivos como para que los países procuren armarse y destinen una parte importante de sus recursos a la defensa nacional, así finalmente logren concertar un tratado de paz. Paradójicamente, muchos países o grupos políticos enemigos resultan ser buenos socios comerciales en potencia, o lo converso, muchos buenos socios comerciales son potencialmente enemigos acérrimos. Tal fue el caso de Inglaterra y Alemania durante el siglo XIX y la primera mitad del siglo XX, el de Estados Unidos con algunos países del Medio Oriente durante las últimas décadas, o más recientemente el caso de Estados Unidos y Venezuela. Este tipo de situaciones no está tan distante de la realidad como podría parecerle a un economista neoclásico ortodoxo. Por el contrario, tratados historiográficos de gran envergadura como *Coerción, Capital y los Estados Europeos, 990-1992* de Charles Tilly[2] demuestran que la historia de los últimos 1000 años ha estado marcada por una constante interconexión entre la acumulación del capital y el uso de la coerción. En efecto, ésta parece ser una de las más intrincadas encrucijadas del capitalismo: la acumulación y la concentración del capital requieren la salida de la producción a través de nuevos mercados, cuya conquista muchas veces sólo es rentable a través de la guerra, con la consecuente "destrucción" parcial de la misma.

En este artículo se exploran las particularidades del intercambio comercial entre dos estados, países o grupos políticos altamente dependientes y en conflicto, así como sus consecuencias para el desencadenamiento de la guerra entre ellos. Esto se hace construyendo un juego en dos etapas a partir del modelo básico de formación estatal en equilibrio general de Skaperdas y Syropuolos (Skaperdas (1991,1992a,1992b), Skaperdas y Syropoulos (1995,1997)) y de la teoría clásica-ricardiana del comercio internacional, con el objeto de sentar las bases de lo que podría considerarse *una teoría económica de la guerra bilateral*. Se demuestra en el contexto de un juego en dos etapas con información completa, cierta y simétrica pero imperfecta para cada etapa, que (*ceteris paribus*) entre más pequeña (grande) sea la demanda total que enfrenta la producción de un país, mayor es su proclividad a preferir la guerra (paz) a un tratado de libre comercio (a la guerra). También se demuestra que (*ceteris paribus*) entre más grande relativamente (pequeña relativamente) sea su dotación total de recursos, más fuerte es su propensión a hacer la guerra (la paz). Además, y este es quizá el resultado fundamental, se prueba que, bajo los supuestos del modelo, "hacer la guerra" constituye el único equilibrio posible: ¡"la paz" no es viable como equilibrio!

El papel del carácter asimétrico del equilibrio de Nash que se obtiene es clave aquí, ya que son las asimetrías en la distribución de la demanda total (o de los recursos totales) en relación con el balance de esfuerzos bélicos, las que impulsan en un momento dado a los países a la guerra o a la paz. En buena parte, la razón por la que en la mayor parte de la literatura de conflicto y formación de estados existente se han dejado de lado las interconexiones entre el intercambio y la guerra –tal vez inconscientemente–, es la dificultad

[2] Tilly, C.1990. Coercion, Capital, and European States, AD. 990-1992. Cambridge, MA:Blackwell.

matemática que entraña la obtención explícita de soluciones de equilibrio de Nash no simétricos. Por esto, la mayor parte de los trabajos en el área que exploran modelos paramétricos en los que es posible hallar soluciones explícitas, como los de Hirshleifer (1995, 2000), se han enfocado fundamentalmente en los equilibrios simétricos, los cuales si bien pueden resolverse fácilmente, ocultan las sutilezas del umbral entre la guerra y la paz, que a mi parecer, constituyen el caballo de batalla de una *teoría económica de la guerra bilateral*. En el modelo propuesto se presentan soluciones explícitas de los equilibrios de Nash no simétricos y se examinan sus consecuencias para la guerra y la paz. Por otra parte, llama la atención que recientemente se han desarrollado unos pocos trabajos inquietantes, que exploran la relación entre el comercio y la seguridad (Skaperdas y Syropoulos (2001)), o la relación entre los conflictos locales y los mercados mundiales de mercancías (Haaparanta y Kuisma (2004)), bajo la hipótesis de que una situación de libre comercio puede coexistir con un ambiente de conflicto –donde algunos recursos pueden ser expropiados aún en condiciones de paz, y simultáneamente el comercio genera una externalidad positiva que previene la guerra ("*externalidad de seguridad del comercio*"[3])–.

Skaperdas y Syropoulos (2001) desarrollan un modelo de comercio con conflicto en el que es posible la expropiación de una porción de la cantidad de tierra total, de modo que los países pueden producir armas para apropiarse de una parte de éste recurso, que en el modelo se utiliza para producir petróleo. Los países, que se suponen "pequeños", también pueden producir otro bien (mantequilla) para cuya producción sólo se requiere la utilización de trabajo. Se prueba que si el precio internacional del recurso en disputa es menor que el precio de autarquía de un país, el costo de oportunidad de armarse de ese país crece y se reduce la escalada armada. Pero, lo contrario sucede si el precio internacional del recurso en contienda es mayor que su precio autárquico. De manera que se hallan condiciones bajo las cuales el punto de vista *liberal* y el punto de vista *realista* de las relaciones internacionales se sostienen.

Haaparanta y Kuisma (2004) demuestran que la posibilidad de comerciar con muchos países externos incrementa la intensidad de los conflictos locales y que, aunque las barreras comerciales impuestas por países externos pueden intensificar un conflicto local, altas barreras pueden llegar a reducir las inversiones militares.

Martin, Mayer y Thoenig (2006) demuestran en el contexto de una estructura teórica de juegos de negociación en un modelo de las nuevas teorías del comercio, que cualquier par de países con mayor comercio bilateral tiene una menor probabilidad de desencadenar una guerra bilateral, pero que, en general, una mayor apertura hacia el comercio multilateral, como la resultante de los procesos de globalización por los que han atravesado la mayor parte de las economías del globo terráqueo, tiene el efecto opuesto. Entre mayor sea la apertura de los países al resto del mundo, menor es su grado de dependencia bilateral, por lo que mayor es su probabilidad de desencadenamiento de una guerra bilateral.

[3] Comillas de Skaperdas y Syropoulos (2001, 353) retomando a Joanne Ghowa (1994). Las cursivas son propias.

Estos trabajos dan pistas cruciales para diseñar una *teoría económica de la guerra*, pero no abordan frontalmente la disyuntiva guerra-paz, como se intenta hacer en este trabajo. Aquí se supone que mientras un ambiente de libre comercio es uno en el que la paz y la propiedad privada se instituyen, tal como se ha supuesto tradicionalmente en la teoría pura del comercio internacional, en un ambiente de guerra, en cambio, predomina la anarquía o la *guerra natural* (parafraseando a Hobbes). Esto permite configurar una parábola analítica sencilla para poder elucidar los enigmas de la disyuntiva guerra-paz. Próximos trabajos pueden tratar entornos comerciales más realistas como los que simulan Skaperdas (2001), Haaparanta y Kuisma (2004) o Martin, Mayer y Thoenig (2006). De hecho, sospecho que si bien estos trabajos –inquietantes como alternativas explicativas más realistas del comercio que las de la teoría pura del comercio internacional– abordan caminos, en principio, diferentes, todos seguramente convergerán hacia una manera de estudiar el comercio internacional mucho *más progresiva* que la teoría ortodoxa: hacia una *teoría económica de la guerra* o hacia una *teoría del comercio bajo conflicto*, o hacia ambas. Al fin y al cabo, la inspiración de los últimos trabajos parece ser la misma: las interconexiones entre la guerra y la paz; la siguiente cita lo reitera.

> Muchos observadores antes de la Primera Guerra Mundial, por ejemplo, consideraron que la expansión del comercio y de la interdependencia entre Gran Bretaña y Alemania, hasta entonces sin precedentes, hacían impensable e imposible la guerra, no obstante la guerra se desencadenó y con mucha ferocidad y destrucción [Skaperdas y Syropoulos 2001, 353].[4]

Las preguntas fundamentales de esta investigación son: ¿Qué relaciones existen entre la guerra y la paz como procesos ligados a la acumulación capitalista? ¿Por qué se desata una guerra bilateral? ¿Cómo toman sus decisiones de producción (de armas y de bienes), así como sus decisiones políticas sobre la paz o la guerra pares de países altamente especializados y dependientes entre sí? Las hipótesis iniciales son: En primer lugar, que la guerra y la paz son ambas caras de la misma moneda. El capitalismo se reproduce en una constante tensión entre actos de violencia y expropiación, por una parte y la paz de los mercados por otra. Por lo tanto no puede comprenderse el desencadenamiento de una guerra bilateral, si no se analizan sus causas en una situación de paz preexistente. En segundo lugar, que la "cooperación" o la "paz" entre países o estados no necesariamente implica no producir armas, ni dejar de invertir en seguridad nacional y, así mismo, que producir cantidades positivas de armas no necesariamente implica la detonación de una guerra.

En las siguientes líneas se expone y se resuelve todo el juego en dos etapas que permite entender las bases analíticas de una teoría económica de la guerra bilateral. En *la primera etapa* los agentes deciden simultáneamente cuánto en armas y cuánto en bienes producen. En la *segunda etapa* los agentes deciden si hacen la guerra o la paz, y luego, si se han decidido por la paz, deciden cuánto exportan y cuánto importan; En cambio, si se han decidido por la guerra ponen automáticamente en acción sus armas para conquistar la mayor parte de la utilidad o la producción de los países. Aunque las decisiones comerciales (de importaciones y exportaciones) representan una tercera fase analítica del modelo, no se consideran como una tercera fase del juego, porque éstas no implican ninguna interacción

[4] Traducción propia.

adicional por parte de los países, debido a que ya se ha resuelto en la primera etapa el problema de producción de bienes y de armas.[5] De modo que en una situación de paz los países resuelven sus problemas de elección de consumo de bienes domésticos y de importaciones individualmente. En la segunda sección se exponen los supuestos del modelo. El método utilizado para resolver el juego es el de inducción hacia atrás (backward induction), por lo que en la tercera sección se analizan las decisiones de exportaciones e importaciones en una situación de libre comercio. Luego, en la cuarta sección, las decisiones sobre la guerra y la paz y, por último en la quinta sección, las decisiones de producción de armas y de bienes así como sus implicaciones para la solución del juego completo. Finalmente se plantean algunas conclusiones.

1. EL MODELO: UN JUEGO DE GUERRA Y COMERCIO EN DOS ETAPAS

El punto de partida es que las decisiones bélicas de un par de países dependientes están ligadas a las limitaciones que impone el sistema de comercio prevaleciente en una situación de paz: en este caso un sistema de libre comercio. Para comenzar a pensar una *teoría económica de la guerra* propongo primero la construcción de un modelo híbrido de conflicto y comercio basado tanto en el modelo de Skaperdas y Syropoulos como en el modelo ricardiano de comercio internacional, a partir del cual puede entenderse la manera como dos países altamente dependientes y especializados toman sus decisiones de producción de bienes, así como sus decisiones políticas sobre la guerra y la paz. Se trata de un caso polar en el que se hace abstracción tanto de posibles variaciones de las productividades marginales, como de la elasticidad de sustitución en el consumo, y se normaliza la cantidad total de recursos disponible para concentrarse únicamente en el efecto de una determinada distribución de la demanda y de los recursos sobre las decisiones de los países. Pero sus alcances se amplían al considerar no sólo las decisiones de producción y consumo en una situación de guerra, sino también las decisiones comerciales y de consumo en una situación de paz, en la que la distribución de cargas y beneficios viene determinada por el sistema mundial de intercambio de mercancías.

El modelo constituye un juego en dos etapas y dos eventos: *la guerra y la paz*. En la primera etapa los países deciden cuánto producen de armas y de bienes. En la segunda deciden si se hace la paz o la guerra conociendo los resultados del juego en la primera etapa. Cada etapa constituye un juego simultáneo con información completa, cierta, y simétrica, pero imperfecta, de modo que los agentes toman sus decisiones simultáneamente en cada etapa. Así, haciendo inducción hacia atrás, los agentes toman sus decisiones de producción en la primera etapa condicionadas a las estrategias que consideran creíbles para la segunda etapa, de manera que el equilibrio resultante es uno *perfecto de subjuego*. Si en la segunda etapa los agentes eligen hacer la guerra, entonces automáticamente ponen en acción "sus armas" y su maquinaria bélica para conquistar la mayor parte posible de la utilidad total o la producción total de los dos países[6]. Si deciden concertar la paz y firmar

[5] Esto va a implicar que en la tercera fase del modelo la oferta relativa de bienes se considera exógena.
[6] Se puede hablar de la expropiación de la *utilidad total* o de la *producción total* indiferentemente, gracias al supuesto de homogeneidad lineal de la utilidad.

un tratado de libre comercio, entonces deben decidir qué parte de sus bienes útiles producidos se exporta y qué parte de la producción de su respectivo socio se importa. Esta última sería una tercera etapa del análisis pero no tiene que considerarse como una tercera etapa del juego, ya que las decisiones de exportaciones e importaciones de los países se toman individualmente sin dar lugar a ninguna interacción, puesto que las decisiones de producción se toman *ex ante* durante la primera etapa. Esto implica que la oferta relativa mundial de los bienes se considera exógena, esto es, independiente de los términos de intercambio.

Se supone como ya se dijo arriba que los agentes 1 y 2 son dos países en conflicto, es decir, son dos socios comerciales enemigos que pueden terminar enfrentados militarmente o aprovechando las posibilidades que ofrece el sistema mundial de intercambio de mercancías. Cada país puede producir un bien útil y armas. Las armas no son transables y no existen precios de mercado de las mismas porque no son útiles. Como en el modelo ricardiano de comercio internacional, las funciones de producción son lineales y ambos países disponen de un único recurso R (que podría ser trabajo). Como es usual en los modelos de la teoría pura del comercio internacional se supone que los recursos son inmóviles internacionalmente pero móviles entre los dos sectores productivos de cada economía. Se hace abstracción de cualquier fenómeno monetario y se supone que los dos países comparten una moneda común, de modo que el tipo de cambio nominal es unitario. Además, existe competencia perfecta en los mercados internacionales. Para hacer más interesante y realista la parábola, supóngase que los dos bienes producidos no son "pan" y mantequilla", sino "alimentos" (B_1), producidos por 1 y "manufacturas" (B_2), producidas por 2. Esto es consistente con la estructura de la demanda de cualquier país, en la que una parte del gasto se orienta hacia la satisfacción de necesidades básicas (bienes necesarios o "alimentos") y otra parte hacia la demanda de manufacturas y servicios. Para concentrarme en el efecto de la distribución de la demanda entre los dos países sobre las decisiones de intercambio, así como sobre las decisiones económicas para hacer la guerra o la paz –esto último en la siguiente sección– hago abstracción del efecto de posibles modificaciones en los demás parámetros (de los coeficientes de input, o de las cantidades totales de recursos). Para ello normalizaré todos los parámetros del modelo, excepto los parámetros de distribución del gasto[7] en la función de utilidad y los parámetros de distribución de los recursos totales. Esto también facilita la obtención de soluciones numéricas para diferentes valores de los parámetros de distribución del gasto y de la distribución de los recursos totales entre los dos agentes. Las funciones de producción del país 1 son

$$B_1 = R_{11}, \tag{1}$$

en donde R_{11} es la cantidad de sus recursos que 1 que asigna a la producción del bien útil que puede elaborar. El costo unitario de B_1 en unidades del recurso disponible se ha normalizado[8]. Por otra parte, la producción de armas de 1 depende de

[7] En este caso con una función de utilidad Cobb-Douglas, los parámetros de valoración relativa de los bienes α y $1-\alpha$ corresponden a los valores de la distribución del gasto, que en general están dados por $\frac{U_i B_i}{U}$, $i=1,2$.

[8] Recuérdese que en este tipo de modelos lineales con un solo factor productivo los coeficientes de input corresponden a los recíprocos de los costos unitarios en unidades del factor, o sea de los requerimientos de

$$G_1 = R_{12}\,, \tag{2}$$

en donde el coeficiente de producción de armas de 1 también se ha normalizado a 1, G_1 es la cantidad de armas producidas por 1 y R_{12} la cantidad de recursos de 1 utilizados para producir armas. La restricción de recursos de 1 viene dada por

$$R_1 = R_{11} + R_{12} \tag{3}$$

Por otra parte, 2 tiene funciones de producción de manufacturas y armas dadas por (4) y (5) respectivamente.

$$B_2 = R_{21}\,, \tag{4}$$

$$G_2 = R_{22}\,, \tag{5}$$

en donde los coeficientes de input tienen una interpretación análoga a los de 1. Nótese que en este caso éstos también se han normalizado. La restricción de recursos de 2 es

$$R_2 = R_{21} + R_{22} \tag{6}$$

Las preferencias de los consumidores representativos de los dos países son idénticas, homotéticas y del tipo Cobb-Douglas.[9]

$$U(B_1, B_2) = B_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0,1), \tag{7}$$

Por simplicidad, como no es relevante el volumen de recursos de que dispone cada país, sino cómo están distribuidos, el total de recursos "del mundo" *R*, que es la suma de los recursos de cada país, también se normaliza a 1.

$$R = R_1 + R_2 = 1 \tag{8}$$

En el caso de una situación de guerra los agentes ponen en uso sus funciones de éxito en la contienda, las cuales expresan su tecnología militar. Éstas se suponen idénticas para los dos agentes, aditivas y de parámetro *m* unitario. Para un perfil de armas elegido por los dos países dado (G_1, G_2), la función de éxito en la contienda de 1 es

$$p(G_1, G_2) = \frac{G_1}{G_1 + G_2}\,. \tag{9}$$

Como debe cumplirse la condición logit (definida en el capítulo anterior), la función de éxito en la contienda de 2 es

$$1 - p(G_1, G_2) = \frac{G_2}{G_1 + G_2}\,. \tag{10}$$

Con lo anterior, las funciones de pago bajo el evento guerra vienen dadas por

---

insumo por unidad de producto. Así que normalizar los coeficientes de input es lo mismo que normalizar los costos unitarios en unidades del recurso disponible.

[9] Este supuesto es muy recurrente tanto en la teoría pura del comercio internacional como en la teoría del conflicto y de la formación de estados.

$$\pi^1(G_1, G_2; W) \equiv p(G_1, G_2)U(B_1, B_2) \equiv p(G_1, G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha}, \qquad (11)$$

para 1; en donde *W* representa al evento guerra, y

$$\pi^2(G_1, G_2; W) \equiv (1 - p(G_1, G_2))U(B_1, B_2) \equiv (1 - p(G_1, G_2))B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha}, \text{ para 2.} \qquad (12)$$

En cambio, en una situación de paz, los pagos dependen de las cantidades de ambos bienes que los consumidores representativos de cada país compran, ya sea en sus respectivos mercados locales o en los mercados internacionales; Estos son: Para 1

$$\pi^1(G_1, G_2; P) \equiv U(c_{11}, c_{12}) \equiv c_{11}^{\alpha}c_{11}^{1-\alpha}, \qquad (13)$$

en donde *P* representa el evento paz, c_{11}, es el consumo que hace el agente representativo del país 1 de su propio bien (alimentos), y c_{12}, el consumo que hace el agente representativo del país 1 del bien que produce su rival. Para 2

$$\pi^2(G_1, G_2; P) \equiv U(c_{21}, c_{22}) \equiv c_{21}^{\alpha}c_{22}^{1-\alpha}, \qquad (14)$$

en donde c_{21} son las cantidades consumidas por el agente representativo del país 2 de los bienes producidos por su socio rival, y c_{22} representa la cantidad consumida por él mismo de su propio bien (manufacturas). En estas dos últimas expresiones las pagos también se han escrito en función de las cantidades producidas de armas, porque como se verá, las cantidades consumidas por cada agente dependen de las cantidades de los bienes producidos en la primera etapa del juego, y, por ende, de las cantidades de armas producidas en esa misma etapa (ceteris paribus las dotaciones de recursos). En general las funciones de pago se pueden definir así:

$$\pi^i(G_1, G_2; e) = \begin{Bmatrix} p^i(G_1, G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha}, si\, e = W \\ c_{i1}^{\alpha}c_{i2}^{1-\alpha}, si\, e = P \end{Bmatrix}, \qquad (15)$$

en donde i =1,2.; Nótese que aquí $p^1(G_1, G_2) = p(G_1, G_2)$ para 1, mientras que $p^2(G_1, G_2) = 1 - p(G_1, G_2)$ para 2; *e* representa cualquiera de los dos eventos posibles.

Antes de proseguir, conviene definir los perfiles de estrategias de subjuego de los agentes en la segunda etapa que implican el desencadenamiento de la guerra o la firma de la paz, y que, por ende, configuran los dos eventos o “estados del mundo”[10] posibles. Las siguientes definiciones precisan esto.

Definición 1 (Declaración de Guerra): *Se declara la guerra (el evento W) y, en consecuencia, se procede a utilizar las armas para expropiar una parte de la producción*

[10] Escribo estado del mundo entre comillas, en este modelo se supone por sencillez que no hay incertidumbre. Así, aunque lo que se configura no es un *estado del mundo* en el sentido preciso que Savage (1954) le da al término, si lo es en un sentido determinístico: las acciones de los agentes configuran una situación concreta en el sentido de Popper (1994, capítulo 8).

del enemigo sí y sólo si al menos uno de los dos agentes enfrentados elige la estrategia de subjuego G (guerra)[11].

Definición 2 (Firma del TLC): *Se puede declarar la paz y firmar un TLC (el evento P), aceptando que la distribución de la utilidad se haga de acuerdo a las fuerzas del mercado, sí y sólo si los dos agentes eligen la estrategia de subjuego TLC (paz: tratado de libre comercio).*

Formalmente, el evento W se realiza cuando se obtienen cualquiera de los siguientes "estados del mundo" o perfiles de acciones en la segunda etapa del juego: $(G;G),(G,TLC)$, o (TLC,G). Así que

$$W=\{(G,G),(G,TLC),(TLC,G)\}. \tag{16}$$

En cambio, el evento P ocurre únicamente cuando se obtiene el perfil de acciones (TLC,TLC), de modo que

$$P=\{(TLC,TLC)\}. \tag{17}$$

Así, mientras en la primera etapa los espacios de acciones vienen dados por $A_i^1=[0,R_i)\subseteq\Re_0^+,\forall i\in\{1,2\}$, en donde $R_i=\begin{Bmatrix} R_1 & si & i=1 \\ 1-R_1 & si & i=2\end{Bmatrix}$,

en la segunda etapa corresponden a $A_i^2=\{G,TLC\},\forall i\in\{1,2\}$. Se obvia cualquier estrategia que implique para un país producir cantidades máximas de armas (iguales a R_i), ya que esto implicaría que no produce bienes, y por la convexidad estricta de las preferencias esto significaría para los dos países obtener ganancias nulas. Los espacios de estrategias en la primera etapa corresponden a las respectivas acciones: $S_i^1=[0,R_1)\subseteq\Re_0^+,\forall i\in\{1,2\}$. Pero no sucede lo mismo con las de la segunda etapa del juego. Éstas no son iguales al espacio de acciones, porque representan unos planes de acción completos que describen una respuesta ante cada par de movimientos (o estrategias) factibles de los dos jugadores en la primera etapa. En consecuencia pueden definirse así:

$S_i^2: S_i^1\times S_{-i}^1\rightarrow A_2^1,\forall i,-i\in\{1,2\}$.

O si el espacio de estrategias se define por *abstracción*[12], se tiene.

$S_i^2=\{a_i^2(G_i,G_{-i}):G_i\in A_i^1,G_{-i}\in A_{-i}^1,a_i^2\in\{G,TLC\}\}$; Aquí a_i^2 representa una acción cualquiera del conjunto de acciones de i en la segunda etapa. En general a_i^t representa la acción del jugador i en la t-ésima etapa del juego (t=1,2.)

Se supone a lo largo de todo el juego que hay dominio público de la racionalidad, de todas las posibles acciones y de las preferencias de los países sobre los resultados del juego.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, la forma normal del juego completo puede escribirse de la siguiente manera:

---

[11] He llamado a *TLC* y a *G* "estrategias de subjuego", porque, en estricto, no son estrategias sino acciones de del juego en su segunda etapa. Sin embargo, sí son estrategias en los subjuegos de la segunda etapa, como se verá más adelante.

[12] Ver Suppes (1968) para una definición y una utilización amplia de definiciones por *abstracción* en la teoría de conjuntos de Zérmelo-Fraenkel.

$G(\Gamma) = \left\{N = \{1,2\}, \{S_i\}_{i=1}^{2}, \{\pi_i\}_{i=1}^{2}\right\}$, en donde los pagos se definen tal como se establece en (15), y los espacios de estrategias puras de cada jugador se conforman por la unión de sus espacios de estrategias de la primera etapa con los de la segunda, es decir, $S_i = S_i^1 \cup S_2^2$. La *forma extensiva* permite definir las estrategias de los países en la segunda etapa de forma más precisa: ésta es

Pero para tener una mayor claridad de los espacios de estrategias de la segunda etapa conviene definirlos exhaustivamente así. Para 1 se tiene

$$
\begin{aligned}
S_1^2 = \{ &\{G(0,0),G(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),G(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2)\} \\
&\{G(0,0),TLC(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2)\},\{G(0,0),G(0,G_2),TLC(G_1,0),G(G_1,G_2)\}, \\
&\{G(0,0),G(0,G_2),G(G_1,0),TLC(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),TLC(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2)\} \\
&\{TLC(0,0),G(0,G_2),TLC(G_1,0),G(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),G(0,G_2),G(G_1,0),TLC(G_1,G_2)\} \\
&\{G(0,0),TLC(0,G_2),TLC(G_1,0),G(G_1,G_2)\},\{G(0,0),TLC(0,G_2),G(G_1,0),TLC(G_1,G_2)\} \\
&\{G(0,0),G(0,G_2),TLC(G_1,0),TLC(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),TLC(0,G_2),TLC(G_1,0),G(G_1,G_2)\} \\
&\{TLC(0,0),G(0,G_2),TLC(G_1,0),TLC(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),TLC(0,G_2),G(G_1,0),TLC(G_1,G_2)\} \\
&\{G(0,0),TLC(0,G_2),TLC(G_1,0),TLC(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),TLC(0,G_2),TLC(G_1,0),TLC(G_1,G_2)\}
\end{aligned}
$$

Y para 2

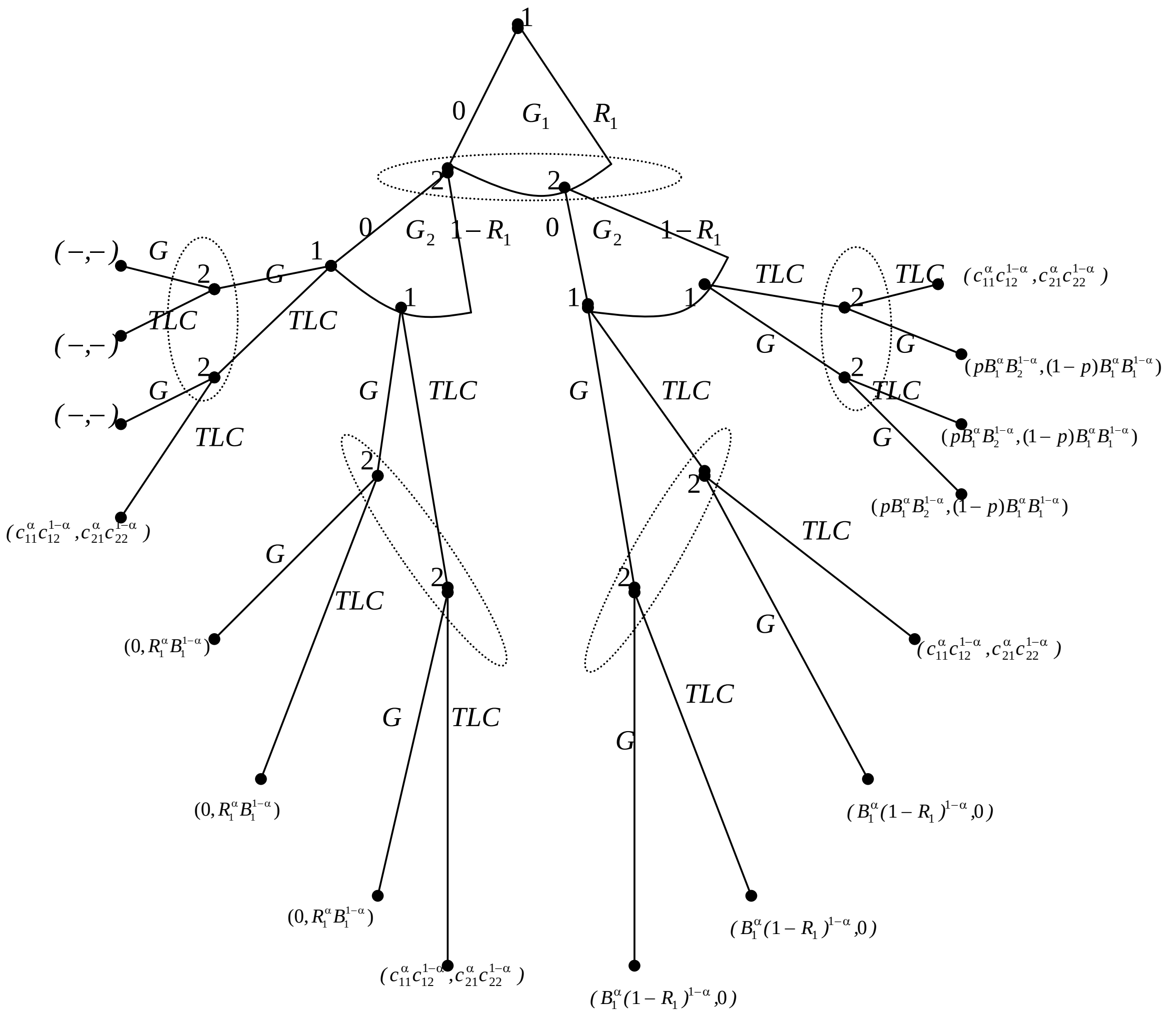
$$
\begin{aligned}
S_2^2 = \{ &\{G(0,0),G(G_1,0),G(0,G_2),G(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),G(G_1,0),G(0,G_2),G(G_1,G_2)\} \\
&\{G(0,0),TLC(G_1,0),G(0,G_2),G(G_1,G_2)\},\{G(0,0),G(G_1,0),TLC(0,G_2),G(G_1,G_2)\}, \\
&\{G(0,0),G(G_1,0),G(0,G_2),TLC(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),TLC(G_1,0),G(0,G_2),G(G_1,G_2)\} \\
&\{TLC(0,0),G(G_1,0),TLC(0,G_2),G(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),G(G_1,0),G(0,G_2),TLC(G_1,G_2)\} \\
&\{G(0,0),TLC(G_1,0),TLC(0,G_2),G(G_1,G_2)\},\{G(0,0),TLC(G_1,0),G(0,G_2),TLC(G_1,G_2)\} \\
&\{G(0,0),G(G_1,0),TLC(0,G_2),,TLC(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),TLC(G_1,0),TLC(0,G_2),G(G_1,G_2)\} \\
&\{TLC(0,0),TLC(G_1,0),G(0,G_2),TLC(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),G(G_1,0_2),TLC(0,G_2),TLC(G_1,G_2)\} \\
&\{G(0,0),TLC(G_1,0),TLC(0,G_2),TLC(G_1,G_2)\},\{TLC(0,0),TLC(G_1,0),TLC(0,G_2),TLC(G_1,G_2)\}
\end{aligned}
$$

Por conveniencia analítica el espacio de estrategias de cada jugador en la primera etapa, $S_i^1 = [0,R_1)$ se ha particionado en dos partes: la producción nula, 0, y la producción de cualquier cantidad positiva $G_i \in [0, R_i)$. Hay infinitas estrategias de *i* para las cuales uno o los dos jugadores deciden producir una cantidad positiva de armas independientemente de lo que éste elija en la segunda etapa, debido a la continuidad de $[0,R)$; así que para *i* cada componente de una estrategia que esté en función de G_1 o G_2 define la respuesta de éste jugador ante infinitas acciones (o estrategias) de los dos jugadores en la primera etapa.[13]

Con las consideraciones anteriores, el árbol del juego completo quedaría de la siguiente manera.

[13] De ahí que cada agente realmente tiene infinitos nodos e infinitos conjuntos de información, pero la forma del árbol permite proceder en el juego como si 1 tuviera 5 nodos y 5 conjuntos de información y, como si 2 tuviera 10 nodos y 5 conjuntos de información. En realidad éstos nodos y conjuntos de información representan *tipos* de nodos y de conjuntos de información, respectivamente.

Gráfica No 1: Árbol del Juego Completo



2. COMERCIO INTERNACIONAL

Cuando los países ya han decidido cuántos recursos asignan a la seguridad nacional y cuántos asignan la producción de bienes útiles deben decidir si en efecto “hacen uso” de las armas en la guerra para apropiarse de la producción del enemigo, o si consolidan un tratado de libre comercio entre los dos. Esto se hará en la próxima sección. Por ahora, supóngase que se ha concertado un tratado de libre comercio en la segunda etapa del juego, el cual no genera riesgos de incumplimiento. La decisión relevante bajo este evento para cada país por separado es determinar qué parte de la producción de bienes útiles[14] se exporta a cambio de importaciones del rival, y qué parte se va para autoconsumo. Para esto deben hallarse los términos de intercambio, esto es, los precios de equilibrio internacional de los bienes transables, con el objeto de determinar los niveles de consumo de cada uno de los bienes

[14] La producción de bienes se determina *ex ante* en la primera etapa del juego junto con la producción de armas.

para los dos países (o lo que es lo mismo, el nivel de exportaciones e importaciones de cada país). Aquí es esencial obtener las curvas de oferta relativa y demanda relativa mundiales, ya que es su cruce lo que determina los precios internacionales de equilibrio.

OFERTA RELATIVA MUNDIAL

Como las armas no son transables, el problema de producción resuelto en la primera etapa (ver mas adelante sección 5) permite obtener las cantidades ofrecidas de cada uno de los bienes útiles. Ya que las respectivas ofertas son independientes de los precios mercado, se deduce que la curva de oferta relativa mundial, no es una línea quebrada como en el modelo ricardiano de comercio internacional tradicional. En este caso es simplemente una constante, que se expresa como una línea vertical. Se tiene

$$OR = \frac{B_1}{B_2} \tag{19}$$

Este tipo de curva de oferta relativa mundial es el resultado de que la especialización de las economías en sus respectivos bienes útiles esté predeterminada, tal como se precisó antes.

DEMANDA RELATIVA MUNDIAL

Para hallar la curva de demanda relativa mundial deben hallarse las funciones de demanda marshallianas de cada bien para los consumidores representativos de cada país[15], los cuales como se sabe, tienen preferencias idénticas. Las restricciones presupuestarias se expresan en unidades monetarias del único bien que transa cada país, $P_i^c B_i$, *i=1,2.;* en donde P_i^c representa el precio internacional del bien que produce el país *i*. Aunque estas expresiones no representan todos los recursos de cada país, constituyen las restricciones relevantes para el intercambio internacional, ya que *ex ante* los agentes ya han decidido destinar una parte de sus recursos a la guerra y la seguridad nacional. Los problemas de elección de los agentes de 1 y de 2 son ahora: Para 1

$$\begin{aligned} &\max U(c_{11}, c_{12}) = c_{11}{}^{\alpha} c_{12}{}^{1-\alpha}, \\ &\text{s.a. } P_1^c B_1 = P_1^c c_{11} + P_2^c c_{12}; \end{aligned} \tag{20}$$

Para 2, el problema de elección es

$$\begin{aligned} &\max U(c_{21}, c_{22}) = c_{21}{}^{\alpha} c_{22}{}^{1-\alpha}, \\ &\text{s.a. } P_2^c B_2 = P_1^c c_{21} + P_2^c c_{22}; \end{aligned} \tag{21}$$

Las condiciones de primer orden de este problema permiten obtener las siguientes funciones de demanda marshallianas. Para 1

$$c_{11} = \alpha B_1 \tag{22}$$

$$c_{12}(P_1^c, P_2^c) = \frac{(1-\alpha)P_1^c B_1}{P_2^c} \tag{23}$$

Así que la demanda de alimentos del consumidor representativo del país 1 es una proporción constante de su producción de los mismos, que depende del parámetro de su

[15] Note que por sencillez se ha supuesto que hay un único consumidor representativo.

función de utilidad, mientras que su demanda de manufacturas depende de los términos de intercambio y de su producción de alimentos. Para 2 se obtienen,

$$c_{21}(P_1^c, P_2^c) = \frac{\alpha P_2^c B_2}{P_1^c} \tag{24}$$

$$c_{22} = (1-\alpha)B_2 \tag{25}$$

Por lo que la demanda marshalliana de alimentos del consumidor representativo de 2 depende de los términos de intercambio y de su producción de manufacturas. Su demanda de manufacturas es una proporción constante de la producción total que lleva a cabo de dicho bien.

Como la demanda relativa mundial se define contablemente como

$$DR = \frac{c_{11} + c_{21}}{c_{12} + c_{22}}, \tag{26}$$

sustituyendo las funciones de demanda marshallianas en esta última expresión, se halla la función de demanda relativa mundial. Tras un poco de álgebra se llega a

$$DR(P_1^c / P_2^c) = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{P_1^c}{P_2^c}\right)^{-1}, \tag{27}$$

la cual es una función hiperbólica en los términos de intercambio (P_1^c / P_2^c).

EQUILIBRIO INTERNACIONAL

La condición de equilibrio internacional exige que la curva de oferta relativa internacional se iguale a la curva de demanda internacional. Con (19) y (27) se pueden despejar los términos de intercambio de equilibrio. Se obtiene

$$(P_1^c / P_2^c) = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{B_2}{B_1} \tag{28}$$

La gráfica No 2 ilustra el equilibrio internacional. Adicionalmente, sustituyendo (28) en las funciones de demanda marshallianas se encuentran las cantidades efectivamente consumidas por los consumidores representativos de cada uno de los dos bienes transados. Las demandas de los bienes propios (esto es, el autoconsumo) se mantienen como aparecen en (22) y (25) para los consumidores representativos de 1 y 2, respectivamente. La cantidad que 1 demanda de manufacturas es

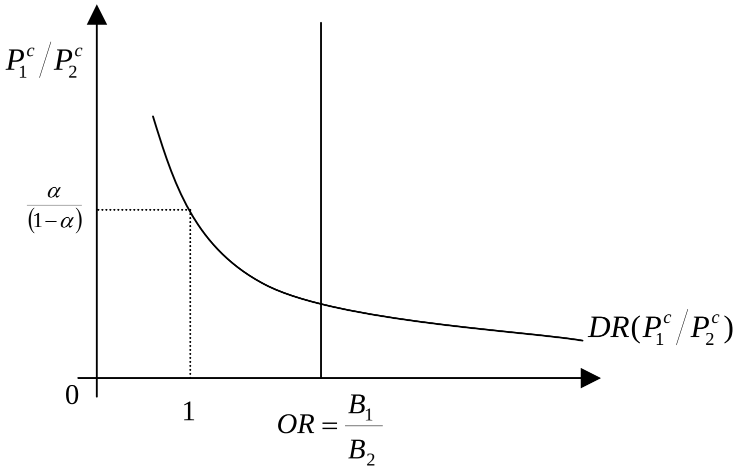
$$c_{12} = \alpha B_2. \tag{29}$$

Así mismo, la cantidad que 2 consume de alimentos es

$$c_{21} = (1-\alpha)B_1. \tag{30}$$

Con estas expresiones de equilibrio internacional de las cantidades consumidas ((22), (25), (29) y (30)) se cierra el modelo en esta parte, y puede plantearse la siguiente proposición.

Gráfica No 2: Equilibrio Internacional



Proposición 1: *En este modelo híbrido de conflicto y comercio existe un único punto de equilibrio internacional.*

Prueba: *Directamente de la forma algebraica de las funciones de oferta y demanda relativa mundiales*.

Las expresiones de los niveles de consumo de equilibrio también permiten conocer mejor las funciones de pago que los países obtienen bajo el evento paz. Esto será crucial para resolver el juego en su segunda etapa. Sustituyendo (22), (25), (29) y (30) en (13) y (14) se obtienen

$$\pi^1(G_1, G_2; P) \equiv U(c_{11}, c_{12}) \equiv \alpha B_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha}, \text{ y} \tag{31}$$

$$\pi^2(G_1, G_2; P) \equiv U(c_{21}, c_{22}) \equiv (1-\alpha) B_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha}, \tag{32}$$

4. LA SEGUNDA ETAPA: ¿LA GUERRA O LA PAZ?

En esta sección se analizan las decisiones económicas sobre la guerra y la paz bajo el supuesto de que *ex ante* los agentes ya han tomado sus decisiones de producción. Como en la segunda etapa del juego los países conocen, tanto las probabilidades de éxito en la contienda de equilibrio que tendrían en el caso de desatarse la guerra, como los resultados que obtendrían en el comercio en caso de firmarse la paz, éstos se enfrentan a la disyuntiva de hacer la guerra (atacar) o la paz (cooperar), que en este caso equivale a firmar un tratado de libre comercio. Esta es una disyuntiva diferente a las decisiones de producción de armas y bienes, en la que conociendo tanto los niveles de utilidad óptimos (o las proporciones de la utilidad total) que pueden alcanzarse en una situación pacífica en la que es viable el comercio, como las porciones de la utilidad (o sus proporciones) que pueden llegar a obtenerse en el caso de una situación de guerra, los países deciden si hacen la guerra o la paz o, lo que es lo mismo, deciden si atacan o cooperan. Se trata de una disyuntiva fundamental para una *teoría económica de la guerra bilateral*, y hasta donde conozco, no ha sido adecuadamente tratada en la teoría del conflicto y de la formación de estados hasta la fecha. De hecho, a diferencia de otros trabajos como los de Skaperdas (1991) y Grossman (2004) en los que se comparan las proporciones de la utilidad total (o producción total) que se obtienen en guerra con las que se obtendrían en una situación de paz, definidas éstas últimas arbitrariamente, en este trabajo las porciones que se pueden obtener en una situación de paz se endogenizan: *La porción de la utilidad que se puede obtener en una situación de paz está determinada por el mercado, por la demanda "mundial" de mercancías; que con los supuestos de este modelo, corresponde a* α *en el caso de 1 y a* $1-\alpha$. *en el caso de 2*[16].

Para resolver este problema de elección con interacción estratégica es necesario recordar lo siguiente: En primer lugar, que hay dominio público de la racionalidad, de las posibles acciones y de sus preferencias sobre los resultados del juego. En segundo lugar, que cada país dispone de dos acciones (o estrategias de subjuego): "hacer la guerra" o "atacar" (*G*), y "hacer la paz" o "cooperar" (*TLC*). En tercer lugar, que se supone que el juego es simultáneo, por lo que hay información completa pero imperfecta.

El primer supuesto implica que los agentes conocen los resultados que obtendrían bajo dos *eventos* diferentes: "la declaración de la guerra" (*W*) o "la firma de la paz" (*P*). En el caso del evento guerra, los países conocen los resultados que obtendrían de desatarse una confrontación armada: $(pU,(1-p)U)$. En el caso del evento paz, los países conocen los resultados que obtendrían si se firmara la paz, que serían aquellos que dictamina el mercado en presencia de libre comercio entre los dos países: $(\alpha U,(1-\alpha)U)$. En el primer caso, sus posibilidades económicas están determinadas por todos aquellos factores que según la *teoría de la formación de estados* inciden en el éxito en la contienda. En el segundo caso, sus posibilidades económicas están determinadas por todos aquellos factores que según *la teoría pura del comercio internacional*, inciden en la repartición de las utilidades en presencia de comercio. Aquí es clave entender que el orden de las preferencias sobre los estados o resultados del juego depende de las posibilidades económicas de cada país bajo un evento o el otro (*W* o *P*), cuya realización depende de las Definiciones 2 y 3 establecidas atrás.

Con los resultados del comercio de la sección anterior, los pagos de 1 y 2 pueden replantearse de la siguiente manera.

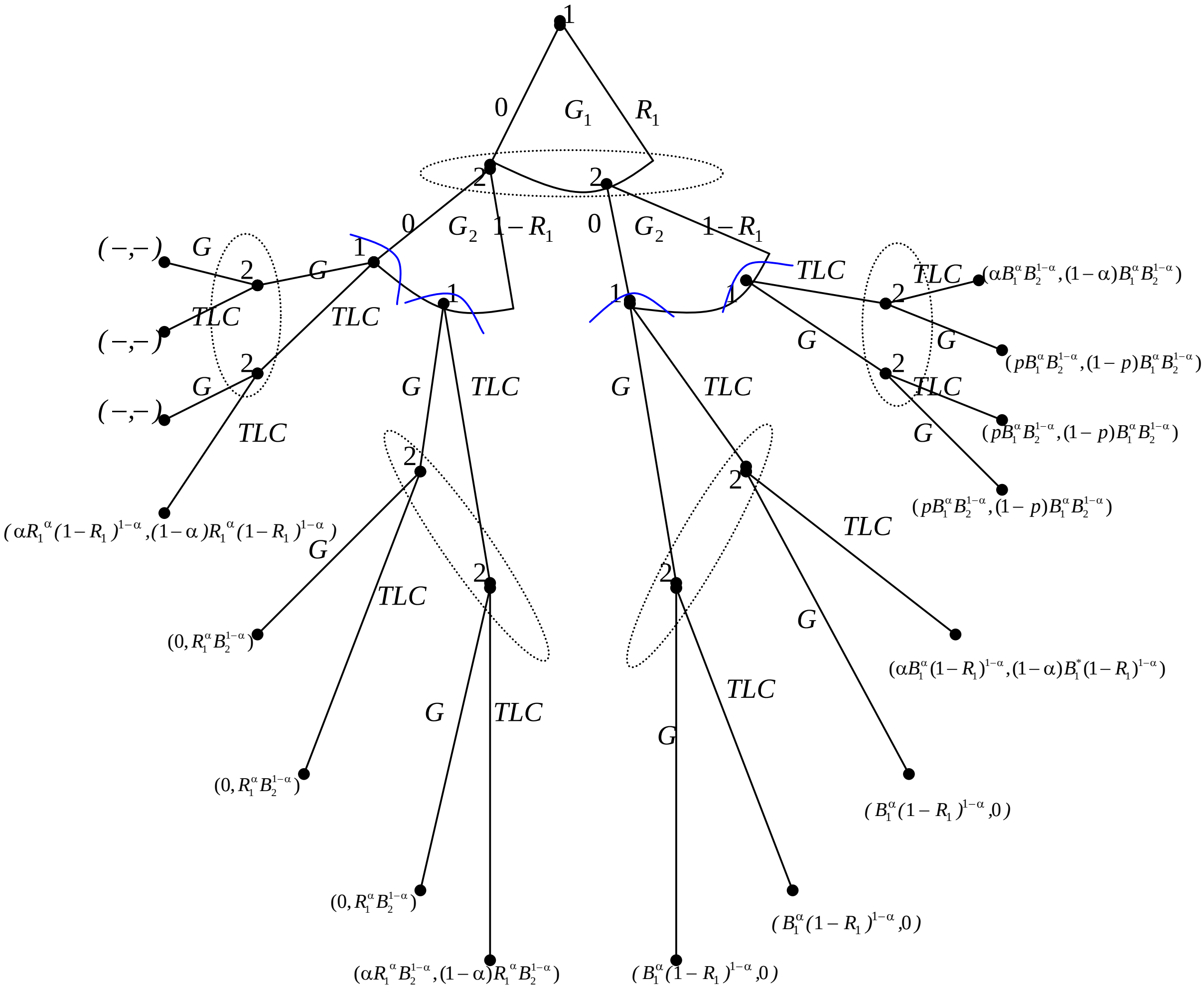
$$\pi^1(G_1,G_2;e)=\left\{\begin{matrix} p^1(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha}, si\ e=W \\ \alpha B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha}, si\ e=P \end{matrix}\right\}, \tag{33}$$

y
$$\pi^2(G_1,G_2;e)=\left\{\begin{matrix} p^2(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha}, si\ e=W \\ \alpha B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha}, si\ e=P \end{matrix}\right\}, \tag{34}$$

[16] En Grossman (2004), por ejemplo, la proporción que el agente *i* puede obtener en una situación de paz como fruto de una negociación es k_i, donde $k_i+k_j=1$. Sin embargo, en principio, no hay nada que explique esta fracción, como se hace en este trabajo. En Skaperdas (1991) sucede lo mismo.

El árbol del juego completo también puede precisarse más. La siguiente gráfica lo muestra.

Gráfica No 3: Árbol del Juego Completo con los Resultados del Comercio[17]



Como el árbol lo ilustra, en la segunda etapa se tienen 4 tipos de subjuegos: en los subjuegos de tipo 1 los dos países producen cantidades nulas de armas en la primera etapa. Obviamente solamente hay un subjuego de este tipo, por lo que el tipo 1 implica una producción puntual de armas por parte de los países. En los subjuegos de tipo 2 el primer país no produce armas, mientras que el segundo produce una cantidad positiva que, en principio, puede ser cualquier $G_2 \in (0, 1\text{-}R_1)$. Por eso, se ve que bajo el evento guerra en este caso el último país siempre se queda con todo. En los subjuegos de tipo 3, mientras el primer país produce una cantidad positiva de armas, en principio, cualquier cantidad $G_1 \in (0, R_1)$, el segundo país no produce armas; De ahí que en una situación de guerra 1 se

[17] Los tipos de subjuegos de la segunda etapa se marcan con las líneas azules que señalan sus nodos iniciales. En lo que sigue de denominarán de izquierda a derecha subjuegos de tipo 1, subjuegos de tipo 2, subjuegos de tipo 3 y subjuegos de tipo 4.

queda con todo el botín (con la utilidad total en función de las cantidades producidas de los dos bienes útiles). Por último, en los subjuegos de tipo 4 los dos países producen cantidades positivas de armas en la primera etapa. Los últimos tres tipos de subjuegos representan cada uno infinitos subjuegos con la misma estructura, ya que el país o los países que producen cantidades positivas de armas pueden producir cualquier cantidad puntual perteneciente al dominio respectivo: para 1 $G_1 \in (0, R_1)$, y para 2 $G_2 \in (0, 1\text{-}R_1)$. Lo importante es que todos los subjuegos de un mismo tipo pueden tratarse analíticamente como si fuesen un único subjuego debido a su estructura semejante.

Antes de obtener los equilibrios para cada uno de los cuatro tipos de subjuegos de la segunda etapa, conviene definir explícitamente las preferencias de los jugadores sobre los estados. Esto –como se verá– permite establecer un resultado muy fuerte que garantiza la existencia de una solución específica en los último tres subjuegos de la segunda etapa.

Definición 3 (Relación de Preferencia entre Estados del Mundo):
i) El país i prefiere cualquier perfil de guerra al único perfil de paz, sí y sólo si el nivel de utilidad que obtiene en el evento guerra es estrictamente mayor que el que obtiene en el evento paz. Formalmente,

$$W \succ_i P \Leftrightarrow p^i(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha} > c_{i1}{}^{\alpha}c_{i2}{}^{1-\alpha}\text{; } i=1,2.$$

ii) El país i prefiere el único perfil de paz a cualquier perfil de guerra, sí y sólo si el nivel de utilidad que obtiene en el evento paz es estrictamente mayor que el que obtiene en el evento guerra. Formalmente,

$$P \succ_i W \Leftrightarrow p^i(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha} < c_{i1}{}^{\alpha}c_{i2}{}^{1-\alpha}\text{; } i=1,2.$$

iii) El país i es indiferente entre el único perfil de paz y cualquier perfil de guerra sí y sólo si el nivel de utilidad que obtiene en el evento guerra es exactamente igual al que obtiene en el evento paz. Formalmente,

$$W \sim_i P \Leftrightarrow p^i(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha} = c_{i1}{}^{\alpha}c_{i2}{}^{1-\alpha}\text{; } i=1,2.$$

Utilizando (33), con la Definición 3 y simplificando se tiene que el país 1 prefiere el evento guerra, es indiferente entre el evento guerra y el evento paz, o prefiere el evento paz al evento guerra sí y sólo sí

$$p(G_1,G_2) \overset{\geq}{\underset{<}{=}} \alpha.;^{18} \tag{35}$$

Formalmente, queda

$$W \overset{\succ}{\underset{\prec_1}{\sim}} P \Leftrightarrow p(G_1,G_2) \overset{\geq}{\underset{<}{=}} \alpha, \tag{36}$$

---

[18] Nótese que esta simplificación es posible si al menos uno de los dos países produce cantidades positivas de armas.

De manera análoga para el país 2, con (34), la Definición 3, y simplificando se tiene que éste prefiere el evento guerra, es indiferente entre el evento guerra y el evento paz, o prefiere el evento paz al evento guerra sí y sólo sí

$$(1-p(G_1,G_2)) \underset{<}{\overset{\geq}{=}} (1-\alpha). \qquad (37$$

Formalmente,

$$W \underset{\prec_1}{\overset{\succ}{\sim}} P \Leftrightarrow (1-p(G_1,G_2)) \underset{<}{\overset{\geq}{=}} (1-\alpha), \qquad (38)$$

Ahora interesa indagar como confluyen las preferencias de los agentes para configurar una determinada situación o “estado del mundo”. Las preguntas relevantes son: ¿Cuál de los dos eventos es más probable? ¿Qué tan probable es que en efecto se declare la guerra o qué se firme el tratado de libre comercio? ¿La guerra o la paz (el tratado de libre comercio)? ¿Cuál de los dos países obtiene mayores ganancias? Para responder estas preguntas es clave partir de las Definiciones 1 y 2: Basta con que uno de los agentes prefiera hacer la guerra para que ésta en efecto se haga. Para consolidar la paz es indispensable que ambos países prefieran concertar el tratado de libre comercio. Aquí es clave inferir que bajo los supuestos de este modelo, el “sistema” origina una restricción fundamental sobre el comportamiento de los agentes, que determina el resultado del juego. Como en los 4 tipos de subjuegos se supone que la producción ya está dada, se trata de juegos de suma constante (y por ende de suma cero), de modo que lo que gana un agente es una pérdida para el otro en cualquiera de los dos eventos posibles. *Con la definición de la relación de preferencia esto da lugar a una restricción muy fuerte: se condicionan mutuamente las preferencias.* Porque, cuando la participación de la producción útil en la demanda de un país es baja (alta), la del otro país necesariamente es alta (baja), por el tipo de utilidad existente con homogeneidad lineal y estructura de demanda constante (preferencias Cobb-Douglas) y por el hecho de que cada país produce únicamente un bien útil (estructura productiva ricardiana con especialización total). Por otra parte, la estructura de la macrotecnología del conflicto –dadas las condiciones propias de las funciones de éxito en la contienda– implica que bajo el evento guerra las ganancias de 1 agente son las pérdidas del otro, puesto que un incremento en la porción de la utilidad obtenida por un agente constituye una disminución en la del adversario. Entonces, se deduce que si un país prefiere el evento guerra (paz) y, consecuentemente, la participación en la demanda mundial del bien que produce es relativamente baja (alta) con respecto a su probabilidad de éxito en la contienda de equilibrio (y también con respecto a la participación en la demanda mundial del bien que produce el otro país), el otro país tiene que preferir el evento paz (guerra), ya que la participación de su propia producción en la demanda mundial es relativamente alta (baja) con respecto a su probabilidad de éxito en la contienda de equilibrio (y a la participación de la producción del otro agente en la demanda mundial). En cambio, si un agente es indiferente ente la guerra y la paz, en cuyo caso la participación de su producción en la demanda mundial es igual a su probabilidad de éxito en la contienda de equilibrio y a la participación de la producción del otro país en la demanda mundial, entonces éste último también tiene que ser indiferente entre el evento paz y el de guerra, y la participación de su propia producción en la demanda mundial también ha de ser idéntica a su probabilidad de éxito en la contienda (o a la porción del botín que ganaría). *Esto se cumple para los* *subjuegos de tipo 2,3 y 4, y, en consecuencia, determina sus respectivos perfiles de equilibrio. En el primer tipo subjuego –en donde ninguno de los dos países produce armas– esto no se cumple porque las probabilidades de éxito en la contienda se indeterminan, de modo que el único perfil razonable de equilibrio es aquel en que los dos agentes deciden elegir su estrategia TLC, y se firma un tratado de libre comercio.*[19]

Proposición 2 (Preferencias Condicionales):
Bajo los supuestos del modelo, si al menos uno de los dos países produce cantidades positivas de armas se cumple que

i) $W \succ_1 P \rightarrow P \succ_2 W$

ii) $P \succ_1 W \rightarrow W \succ_2 P$

iii) $W \sim_1 P \rightarrow P \sim_2 W$

iv) $W \succ_2 P \rightarrow P \succ_1 W$

v) $P \succ_2 W \rightarrow W \succ_1 P$

vi) $W \sim_2 P \rightarrow P \sim_1 W$

Prueba:
i) Supóngase que 1 prefiere el evento guerra al evento paz. En ese caso por Definición 3 y (35) $p(G_1, G_2) > \alpha$. *Pero entonces de esa misma desigualdad sale que* $1 - p(G_1, G_2) < 1 - \alpha$, *lo que, de nuevo, por la Definición 4 y la ecuación (37) exige que 2 prefiere el evento paz al de guerra.*

ii) Ahora supóngase que 1 prefiere el evento paz al evento guerra. En ese caso por la Definición 3 y la ecuación (35) se sigue que $p(G_1, G_2) < \alpha$. *Pero entonces de esa misma desigualdad sale que* $1 - p(G_1, G_2) > 1 - \alpha$, *lo que, de nuevo, por la Definición 3, y la ecuación (37) se sigue que 2 prefiere el evento guerra al de paz.*

iii) Supóngase que $p(G_1, G_2) = \alpha$. *En ese caso por la Definición 3 y (35) el país 1 es indiferente entre el evento guerra y el evento paz. Desde luego, si* $p(G_1, G_2) = \alpha$ *también se tiene* $1 - p(G_1, G_2) = 1 - \alpha$, *por lo que, teniendo en cuenta la Definición 3 y la ecuación (37) el país 2 también es indiferente entre el evento guerra y el evento paz.*

iv), v) y vi) se prueban de forma análoga utilizando Definición 3, (35) y (37).

Proposición 3: *Bajo los supuestos del modelo, si al menos uno de los dos agentes produce cantidades positivas de armas, un país prefiere el evento guerra sí y sólo si el otro prefiere*

[19] Sin embargo si se trabajara con funciones de éxito en la forma de la diferencia (o logísticas), en las que si ninguno de los dos países produce armas, el botín se dividiría en partes iguales, este planteamiento –y las dos siguientes proposiciones que se derivan de aquí– también sería válido aún en el caso del subjuego de tipo 1. Esto corrobora que las dos siguientes proposiciones son un resultado muy fuerte, que también se cumple en modelos análogos más generales, con preferencias tipo CES, de modo que puede considerarse como la base de una teoría económica de la guerra bilateral.

el evento paz, y viceversa. Además, un país es indiferente entre los dos eventos sí y sólo si el otro también lo es. Formalmente,

vii) $W \succ_1 P \leftrightarrow P \succ_2 W$,

viii) $P \succ_1 W \leftrightarrow W \succ_2 P$,

ix) $W \sim_i P \leftrightarrow P \sim_i W$, $\quad i, j = 1,2.$

Prueba: *vii) sale juntando i) y v) de la Proposición 2. viii) sale juntando ii) y iv) de la Proposición 2. ix) sale con (iii) y (vi) de la Proposición 2.* [20]

Con lo anterior pueden resolverse los 4 tipos de subjuegos de la segunda etapa. La pregunta ahora es, ¿Cuál o cuáles son los perfiles de equilibrio de estos juegos? ¿Es la guerra una situación probable como equilibrio? ¿Lo es una situación de paz? ¿Quién sale ganando en equilibrio? Para ello considérese la forma estratégica de los 4 tipos de subjuegos de la segunda etapa.

La forma normal o estratégica de $G(\Gamma_{SJ}) = \{N = \{1,2\}, \{S_{SJ\,i}\}_{i=1}^{2}, \{\pi_i\}_{i=1}^{2}\}$,en donde $S_{SJ\,1} = \{G, TLC\}$, y $S_{SJ\,2} = \{G, TLC\}$, SJ=1,2,3,4., en donde *SJ* representa un tipo de subjuego específico. Los pagos de los agentes se definen como se hizo antes. Considérense las matrices de cada uno de los 4 tipos de subjuegos. Comenzaré con los subjuegos de tipo 4 por ser los de mayor generalidad, ya que involucran infinitas estrategias puras posibles para los dos países en la primera etapa[21].

Subjuegos de tipo 4: $0 < G_1 < R_1,\ \ 0 < G_2 < (1 - R_1)$

La matriz de pagos queda entonces como

1/2	*G*	*TLC*
G	$(p(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha},(1-p(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha})$	$(p(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha},(1-p(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha})$
TLC	$(p(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha},(1-p(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha})$	$(\alpha B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha},(1-\alpha)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha})$

De esta forma, con los supuestos planteados se tienen 3 casos posibles de solución.

Caso 1: $p > \alpha$; En este caso es claro que mientras *TLC* está débilmente dominada para 1, *G* lo está para 2, y esto se debe al cumplimiento de las Proposiciones 1 y 2. De manera que 1 elige *G y* 2 debe elegir *TLC*. Aunque, como 2 sabe que 1 es racional y que para él la estrategia de subjuego *TLC* está débilmente dominada, entonces, ya que conoce la Definición de Declaración de Guerra y sabe que 1 también la conoce, infiere que por la elección de 1 tiene que declararse la guerra, ya que 1 no perderá la oportunidad que tiene de desatar la guerra. Por consiguiente, 2 sabe que independientemente de lo que él elija se

[20] Es evidente que la condición logit de las funciones de éxito en la contienda, así como el supuesto de homogeneidad lineal de las preferencias y la existencia de especialización total en la producción de los bienes útiles, son claves para obtener éstos resultados.

declara la guerra, así que eventualmente él puede llegar a elegir *G*. De modo que en definitiva 2 es indiferente entre la estrategia *G* y la estrategia *TLC*. 1, por su parte, sabe que la estrategia *G* está débilmente dominada para 2, y que por esto, así 2 sea indiferente entre elegir *G* y TLC, no puede correr el riesgo de elegir *TLC*. En consecuencia, elige *G*. Por lo tanto, los perfiles de equilibrio son (*G, G)* y (*G, TLC)*. En efecto, estos dos perfiles son los dos equilibrios de Nash en estrategias puras de este tipo de subjuego. Puede probarse –utilizando programación matemática o hallando analíticamente las funciones de mejor respuesta de los 2 países– que 1 no tiene ninguna estrategia mixta de equilibrio, y que 2 tiene infinitas estrategias mixtas de equilibrio (correspondientes a cualquier distribución de probabilidad de sus dos estrategias puras), dada la elección de *G* en equilibrio por parte de 1. En consecuencia, por las Definiciones 1 y 2 todos los equilibrios en estrategias mixtas posibles implican el estallido de la guerra. Según esto, en este caso, no es viable la paz y la guerra es inevitable.

Caso 2: $p < \alpha$*;* Por un razonamiento análogo, en este caso se deduce que los perfiles de equilibrio de subjuego son (*G, G)* y (*TLC, G)*, los cuales efectivamente corresponden a los equilibrios de Nash en estrategias puras. Como en el caso anterior, puede probarse en este que, mientras 2 no tiene ninguna estrategia mixta de equilibrio –eligiendo siempre *G* en equilibrio–, 1 tiene infinitas estrategias de equilibrio de Nash. De modo que con las Definiciones 1 y 2 todos los equilibrios en estrategias mixtas también conllevan a la detonación de la guerra. De acuerdo con esto, en este caso tampoco es viable la paz: indefectiblemente se desata la guerra. De nuevo, es el cumplimiento de las Proposiciones 1 y 2 el elemento clave para resolver el juego, ya que lleva a que la estrategia *G* domine débilmente a la estrategia *TLC* para 2, mientras para 1 *TLC* domina débilmente a su estrategia G

Caso 3: $p = \alpha$*;* En este último caso, los dos países son indiferentes entre el evento guerra y el evento paz, por lo que ambos son indiferentes entre las dos estrategias de subjuego de que dispone cada uno. Esto es factible por las Proposiciones 1 y 2. Por lo tanto los cuatro perfiles de la matriz representan equilibrios de Nash. ¿Pero cuál o cuáles de los cuatro predominan? En principio, el modelo no dice nada al respecto; lo cierto es que en este caso si es viable a paz. Sin embargo, puede probarse que existen infinitos perfiles de equilibrio de Nash en estrategias mixtas que conducen a la guerra, y, en estricto (según las Definiciones 1 y 2), sólo uno que conduce a una situación de paz: el perfil de equilibrio en estrategias puras *(TLC, TLC).*

Para todos los subjuegos de este tipo la solución muestra que la paz sólo es viable si los dos agentes son indiferentes entre el evento guerra y el evento la paz. Puesto que según las Proposiciones 1 y 2, no es posible que los dos agentes prefieran el evento paz al mismo tiempo, ni que mientras uno prefiera el evento paz, el otro sea indiferente entre las dos situaciones. Pero, aún en el caso excepcional en que los dos agentes fueran indiferentes entre los dos eventos es posible que los dos agentes o uno de los dos se decida por la guerra: ¡Nada asegura que se logre la paz incluso en el caso excepcional en que los dos países son indiferentes entre una situación y la otra! Tal vez sólo ciertos acontecimientos fortuitos de la historia inclinen la balanza hacia un lado o hacia el otro. Por todo lo anterior conviene plantear el siguiente teorema.

Teorema 1: *Bajo los supuestos del análisis, la paz no es un resultado probable cuando los dos agentes producen cantidades positivas de armas y de bienes útiles, porque ésta es viable únicamente cuando los dos agentes son indiferentes entre el evento guerra y el evento paz y, por ende,* $p = \alpha$. *Pero aún en ese caso la resolución del conflicto es incierta. Ésta dependerá de otros aspectos políticos o económicos no considerados aquí, o quizá de acontecimientos fortuitos de la historia.*

Prueba: *Ya se demostró que por las Proposiciones 6 y 7 y las Definiciones 2 y 3 la paz sólo es viable como equilibrio de Nash del tipo de subjuego analizado, cuando los dos agentes son indiferentes entre la guerra y la paz.*

Subjuegos de tipo 2: $G_1 = 0, 0 < G_2 < (1 - R_1)$

1/2	*G*	*TLC*
G	$(0, R_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha})$	$(0, R_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha})$
TLC	$(0, R_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha})$	$(\alpha R_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha}, (1-\alpha) R_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha})$

Los perfiles de equilibrio de Nash son *(G, G) y (TLC, G),* que tienen ambos los mismos perfiles de pagos. Lo que hace que en este caso el equilibrio sea también la guerra, es la lógica impuesta por las Proposiciones 1 y 2. 2 prefiere el evento guerra al evento paz ya que $1 - p = 1 > \alpha$. En consecuencia, según las Proposiciones 1 y 2, 1 prefiere la paz ya que para él $p = 0 < \alpha$. Por eso *G* domina débilmente a *TLC* para 2 y esto es suficiente para que se haga la guerra en equilibrio, según las Definiciones 1 y 2.

Subjuegos de tipo 3: $0 < G_1 < R_1, G_2 = 0$

1/2	*G*	*TLC*
G	$(B_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}, 0)$	$(B_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}, 0)$
TLC	$(B_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}, 0)$	$(\alpha R_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha}, (1-\alpha) R_1^{\alpha} B_2^{1-\alpha})$

En este caso los perfiles de equilibrio de Nash son *(G, G) y (G, TLC),* ambos con el mismo perfil de pagos. Lo que hace que, una vez más, el equilibrio sea la guerra, es la lógica impuesta por las Proposiciones 1 y 2. 1 prefiere el evento guerra al evento paz ya que $p = 1 > \alpha$. En consecuencia, según las Proposiciones 6 y 7, 2 prefiere la paz ya que para él $1 - p = 0 < \alpha$. Por eso *G* domina débilmente a *TLC* para 1 y esto es suficiente para que se haga la guerra en equilibrio, según las Definiciones 2 y3.

Subjuego de tipo 1:

1/2	G	TLC
G	(-,-)	(-,-)
TLC	(-,-)	$(\alpha R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha},(1-\alpha)R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha})$

Como los pagos únicamente están definidos para el perfil *(TLC, TLC),* éste es el único equilibrio de Nash de este subjuego. Con otro tipo de funciones de éxito en la contienda como las funciones en la forma de diferencia (logísticas), sí estarían definidos los pagos en una situación de guerra en este subjuego. En ese caso la probabilidad de éxito en la contienda sería 0.5 para cada país, de manera que por la misma lógica de las Proposiciones 6 y 7 también se haría la guerra, a no ser de que α fuese exactamente 0.5. Sólo en ese caso especial los países serían, de nuevo, indiferentes entre la guerra y la paz, pero esto –como se explicó en el *caso c* de los subjuegos de tipo 4– no implica necesariamente la detonación de la guerra. Esto corrobora la fortaleza de las Proposiciones 1 y 2.

Se deduce que las de estrategias de *equilibrio de Nash perfecto de subjuego en la segunda etapa del juego son*:

Para 1:
a) Si $p > \alpha$ *cuando ambos producen cantidades positivas de armas*
$\{TLC(0,0),G(0,G_2) \vee TLC(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2)\}$.
b) Si $p < \alpha$ *cuando ambos producen cantidades positivas de armas*
$\{TLC(0,0),G(0,G_2) \vee TLC(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2) \vee TLC(G_1,G_2)\}$.
c) Si $p = \alpha$ *cuando ambos producen cantidades positivas de armas*
$\{TLC(0,0),G(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2)\}$, $\{TLC(0,0),TLC(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2)\}$,
$\{TLC(0,0),G(0,G_2) \vee TLC(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2) \vee TLC(G_1,G_2)\}$.

Sin embargo, este último caso se obvia en lo que sigue, ya que como exige el cumplimiento de unas condiciones muy restrictivas de los parámetros α y R_1, es muy poco probable que se obtenga, a no ser de que $\alpha = R_1 = 0.5$.

Para 2
a) Si $(1-p) > (1-\alpha)$ *cuando ambos producen cantidades positivas de armas*
$\{TLC(0,0),G(G_1,0) \vee TLC(G_1,0),G(0,G_2),G(G_1,G_2)\}$.
b) Si $(1-p) < (1-\alpha)$ *cuando ambos producen cantidades positivas de armas*
$\{TLC(0,0),G(G_1,0) \vee TLC(G_1,0),G(0,G_2),G(G_1,G_2) \vee TLC(G_1,G_2)\}$
c) Si $(1-p) = (1-\alpha)$ *cuando ambos producen cantidades positivas de armas*
$\{TLC(0,0),G(G_1,0) \vee TLC(G_1,0),G(0,G_2),G(G_1,G_2) \vee TLC(G_1,G_2)\}$.

Este último caso se obvia, porque corresponde a la misma situación del numeral c) del otro país, ya que $(1-p) = (1-\alpha) \leftrightarrow p = \alpha$.

Estas estrategias representan las *correspondencias de mejores respuesta* de los países en la segunda etapa del juego con respecto a sus propias estrategias en la primera etapa y son esenciales para hallar el equilibrio de Nash perfecto de subjuego de todo el juego. Ahora bien, teniendo en cuenta que (por las Proposiciones 1 y 2) el caso a) para 1 sólo es compatible con el caso b) para 2, y que el caso b) para 1 sólo es compatible con el caso a) para 1, los perfiles de equilibrio de Nash perfecto de subjuego para la segunda etapa son:

a) Si $p > \alpha$ *cuando ambos producen cantidades positivas de armas*
$(\{TLC(0,0), G(0,G_2) \vee TLC(0,G_2), G(G_1,0), G(G_1,G_2)\},$
$\{TLC(0,0), G(G_1,0) \vee TLC(G_1,0), G(0,G_2), G(G_1,G_2) \vee TLC(G_1,G_2)\})$

b) Si $p < \alpha$ *cuando ambos producen cantidades positivas de armas*
$(\{TLC(0,0), G(0,G_2) \vee TLC(0,G_2), G(G_1,0), G(G_1,G_2) \vee TLC(G_1,G_2)\},$
$\{TLC(0,0), G(G_1,0) \vee TLC(G_1,0), G(0,G_2), G(G_1,G_2)\})$.

Así puede plantearse la siguiente proposición:

Proposición 3: *Los perfiles de equilibrio de Nash perfecto de subjuego en la segunda etapa son*
$(\{TLC(0,0), G(0,G_2) \vee TLC(0,G_2), G(G_1,0), G(G_1,G_2)\},$
$\{TLC(0,0), G(G_1,0) \vee TLC(G_1,0), G(0,G_2), G(G_1,G_2) \vee TLC(G_1,G_2)\})$ y
$(\{TLC(0,0), G(0,G_2) \vee TLC(0,G_2), G(G_1,0), G(G_1,G_2) \vee TLC(G_1,G_2)\},$
$\{TLC(0,0), G(G_1,0) \vee TLC(G_1,0), G(0,G_2), G(G_1,G_2)\})$.[22]

Prueba: *Teniendo en cuenta las soluciones a los 4 tipos de subjuegos identificados, así como las definiciones de estrategias de los jugadores en la segunda del juego dadas antes y las Proposiciones 1 y 2.*

Es evidente que, tanto en el caso a) como el caso b) independientemente de los resultados específicos de la primera etapa, se cumple que estalla la guerra sí y sólo sí al menos uno de los dos jugadores produce cantidades positivas de armas en la primera etapa, y se firma la paz sí y sólo sí los dos agentes producen cantidades nulas de armas en la primera etapa
Los anteriores resultados permiten reducir la forma matricial del juego en la primera etapa así:

1/2	0	G_2
0	$(\alpha R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}, (1-\alpha)R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha})$	$(0, R_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha})$
G_1	$(B_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}, 0)$	$(p(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha}, (1-p(G_1,G_2)B_1^{\alpha}B_2^{1-\alpha})$

[22] En general estos perfiles de estrategias de mejores respuestas pueden escribirse como $(a_1^2 * (a_1^1, a_2^1), a_2^2 * (a_1^1, a_2^1))$.

Este juego es un *dilema del prisionero modificado,* un tipo de juego que se diferencia del dilema del prisionero tradicional en que los pagos de los agentes cuando ambos cooperan, y cuando ambos van a la suya no tienen que ser iguales. Tampoco tienen que serlo para el que coopera cuando uno de los dos coopera y el otro va a la suya. Desde hace más de una década ha sido reconocida la importancia de este tipo de juegos en la *teoría política de las relaciones internacionales* para analizar desde una óptica *realista*[23] el problema de la cooperación internacional en escenarios donde las ganancias relativas de la cooperación pueden incidir en la disposición a cooperar de los países. De ahí que la estructura del modelo desarrollado sea la apropiada para analizar las decisiones económicas sobre la guerra y la paz de pares países altamente dependientes y especializados.
Este juego reducido aún no puede resolverse, ya que aún no se conocen los valores de equilibrio de las cantidades de bienes y de armas que producen los países en una situación de guerra. Para esto hay que resolver el juego en la primera etapa. Por lo pronto puede plantearse el siguiente teorema:

Teorema 1*: En la segunda etapa del juego siempre se hace la guerra, excepto cuando ninguno de los dos países produce armas o cuando* $p = \alpha$*. En el primer caso se firma la paz, en el segundo ésta sólo puede llegar a alcanzarse eventualmente.*

Prueba*: Por las Definiciones 1 y 2 y las Proposiciones 6 y 7y 8.*

Ahora, por la partición hecha a las estrategias de producción de armas en la primera etapa, es claro que los dos agentes cooperan (eligen *TLC*) en la segunda etapa si ninguno produce armas en la primera etapa. Además los resultados en los otros 3 tipos de subjuegos aclaran que, si al menos uno de los dos países produce armas, se hace la guerra, excepto en el caso especial en que $p = \alpha$, cuando puede llegarse a firmar la paz, aunque sólo eventualmente. Por lo tanto descartando la posibilidad de que $p = \alpha$, es posible plantear el siguiente teorema que simplifica el problema de producción de armas en la primera etapa.

Teorema 2: *Si se obvia la posibilidad de que los países eventualmente puedan alcanzar la paz teniendo* $p = \alpha$*, se cumple que los dos países producen cantidades nulas de armas sí y sólo si se firma la paz.*

Prueba: *Directamente de la solución de los subjuegos en la segunda etapa del juego, obviando la posibilidad de que la paz pueda llegar a ser firmada cuando* $p = \alpha$. con las Proposiciones 1, 2 y 3.

Corolario: *Al menos uno de los dos países produce cantidades positivas de armas sí y sólo si se hace la guerra.*

Estos resultados simplifican la solución del juego en la primera etapa, porque en el caso de Paz (P) automáticamente se resuelve el problema de producción de armas y de bienes en la

[23] Se refiere a un análisis desde la perspectiva de la *teoría política realista*. Desde este punto de vista, se supone que los estados son *posicionales en carácter* (Grieco ,1988); esto es, que existe una tendencia muy marcada en los estados a evaluar el nivel de logros en cualquier tipo de actividad comparando su propio desempeño con el de los otros estados.

primera etapa: ninguno de los dos países produce armas. Adicionalmente, si cuando al menos uno de los dos países produce cantidades positivas de armas, no es viable la paz, queda claro que en ese caso sólo tiene sentido el equilibrio que se obtendría en una situación de guerra.
¿Pero cuántas armas y cuántos bienes producen los países en el caso de guerra? Para responder esta pregunta es necesario concentrarse en la primera etapa del juego.

5. PRIMERA ETAPA: PRODUCCIÓN DE ARMAS Y DE BIENES Y SOLUCIÓN DEL JUEGO

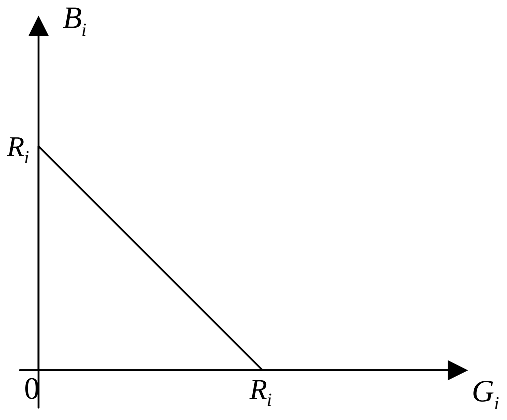
PRODUCCIÓN DE ARMAS Y DE BIENES EN GUERRA

De (1) y (2) en (3) se obtiene la frontera de posibilidades de producción de 1. Análogamente, de (4), (5) y (6) se obtiene la de 2. Así que, en general, las fronteras de posibilidades de producción están dadas por

$$R_i = B_i + G_i; \quad i = 1,2. \tag{39}$$

Gráficamente,

Gráfica No 4: Frontera de Posibilidades de Producción



Los problemas que resuelven los agentes 1 y 2 para determinar cuánto producen en armas y cuánto en bienes útiles se basan en hallar

$$\max \pi^1 \equiv \frac{G_1}{G_1 + G_2} U(B_1, B_2) \tag{40a}$$

$$\max \pi^2 \equiv \frac{G_2}{G_1 + G_2} U(B_1, B_2)\,. \tag{40b}$$

De (39) en (40), utilizando (8) es posible plantear los problemas de elección únicamente en función de la cantidad producida de armas;

$$\max_{G_1} \pi^1(G_1, G_2) = \frac{G_1}{G_1 + G_2} \left(R_1 - G_1\right)^{\alpha} \left(\left(1 - R_1\right) - G_2\right)^{1-\alpha} \tag{41a}$$

$$\max_{G_2} \pi^2 (G_1, G_2) = \frac{G_2}{G_1 + G_2} (R_1 - G_1)^{\alpha} ((1 - R_1) - G_2)^{1-\alpha} \tag{41b}$$

Hallando las condiciones de primer orden y simplificando se obtienen dos ecuaciones cuadráticas en G_1 y G_2, para 1 y 2 respectivamente,

$$G_1^{\ 2} + \frac{(1+\alpha)}{\alpha} G_2 G_1 - \frac{R_1 G_2}{\alpha} = 0 \tag{42}$$

$$G_2^{\ 2} + \frac{(2-\alpha)}{(1-\alpha)} G_1 G_2 - \frac{(1-R_1)G_1}{(1-\alpha)} = 0. \tag{43}$$

Resolviendo estas ecuaciones cuadráticas se obtienen las funciones de reacción de 1 y 2:

$$G_1(G_2) = -\frac{(1+\alpha)}{2\alpha} G_2 + \sqrt{\left(\frac{(1+\alpha)}{2\alpha} G_2\right)^2 + \frac{R_1}{\alpha} G_2} \tag{44}$$

y
$$G_2(G_1) = -\frac{(2-\alpha)}{2(1-\alpha)} G_1 + \sqrt{\left(\frac{(2-\alpha)}{2(1-\alpha)} G_1\right)^2 + \frac{(1-R_1)}{(1-\alpha)} G_1}\,. \tag{45}$$

Puede probarse que las funciones de reacción de ambos países son crecientes y cóncavas en las cantidades producidas por sus rivales y que por ello existe un único perfil de estrategias de equilibrio de Nash.

Proposición 4: *En la primera etapa del juego en una situación de guerra la interacción estratégica de los agentes –países en este caso– permite obtener funciones de reacción cóncavas con complementariedad estratégica en la cantidad armas producidas por los rivales respectivos.*

Prueba: *Ver Apéndice.*

Proposición 5: *En este modelo existe un perfil de estrategias puras de equilibrio de Nash* (G_1^*, G_2^*) tal que $G_1^* \in [0, R_1) \subset \Re_0^+$, y $G_2^* \in [0, (1-R_1)] \subset \Re_0^+$. *Además ese equilibrio es único y es estable.*

Prueba: *Directamente por Proposición 1 de Raffo (2007), teniendo en cuenta el cumplimiento de los Teoremas 1 y 2 de Skaperdas y Syropoulos (1997)*

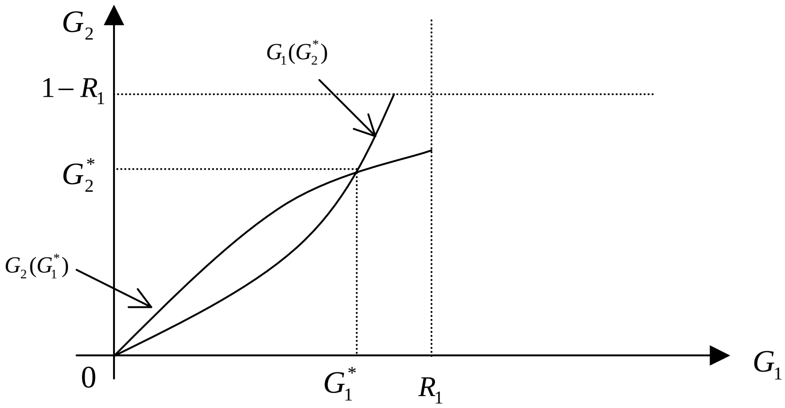
La gráfica No 5 ilustra estos resultados. Resolviendo (44) y (45) se obtienen las cantidades de armas de equilibrio de Nash. No se pueden obtener soluciones analíticas *compactas* de este sistema de ecuaciones no lineales, por lo que éstas no se presentan[24]. Pero si es posible obtener soluciones numéricas para valores concretos de los parámetros α, y R_1. La tabla No1 ilustra los valores de equilibrio obtenidos de G_1^*, G_2^*, B_1^*, B_2^*, y p^* para distintos valores de α, en el caso en que los recursos están distribuidos de forma equitativa.

[24] Utilizando un paquete computacional como Mathematica o Matlab pueden obtenerse las soluciones generales de este sistema de ecuaciones: ¡la expresión general de la solución cubre varias páginas de extensión, por lo que no tiene sentido presentarla aquí!

Tabla No 1 : Efecto de Cambios en la Distribución de la Demanda $(R_1 = 0.5)$ [25]

α	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**
G_1^*	0.388944	0.331623	0.294987	0.269177	0.25	0.235341	0.224048	0.215524	0.209636
G_2^*	0.209636	0.215524	0.224048	0.235341	0.25	0.269177	0.294987	0.331623	0.350222192
B_1^*	0.111056	0.168377	0.205013	0.230823	0.25	0.264659	0.275952	0.284476	0.290364
B_2^*	0.290364	0.284476	0.275952	0.264669	0.25	0.230823	0.205013	0.168377	0.111056
p^*	0.649777807	0.606094888	0.568337395	0.533540398	0.5	0.466467004	0.431662602	0.393905111	0.350222192

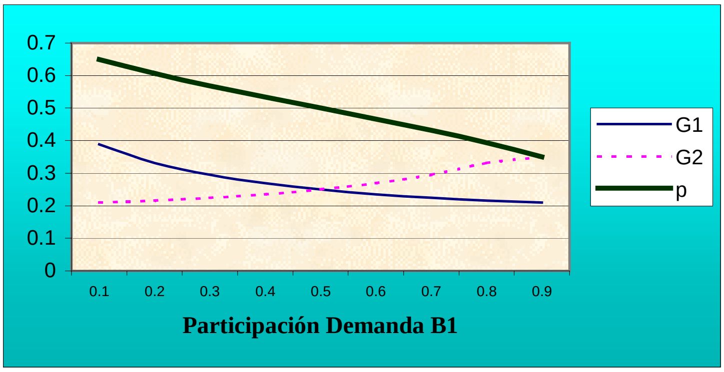
Gráfica No. 5: Equilibrio de Nash



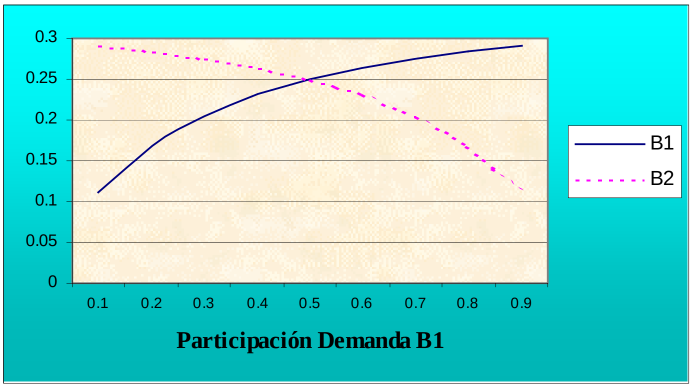
Queda claro que a medida que la participación de la demanda de la producción de 1 $(\alpha,)$ se incrementa, baja su propia cantidad de armas producidas (G_1^*) (a una tasa decreciente), y se incrementa la cantidad producida de armas del oponente (a una tasa creciente) $(G_2^*),$ como sugiere el modelo de Skaperdas y Syropoulos. Lo recíproco sucede con las cantidades de bienes producidas: a medida que α se incrementa, B_1^* sube a una tasa (decreciente), mientras que B_2^* baja (a una tasa creciente). Por lo tanto su propia probabilidad de ganar desciende (a una tasa constante) a medida que se incrementa la participación de la demanda de $B_1^*,$ mientras lo contrario sucede con la probabilidad de ganar del oponente: ésta se incrementa a medida que la participación de la demanda de la producción del primero sube, es decir, a medida que la participación de su propia producción (B_2^*) en la demanda desciende. Nótese que todo esto se ha analizado haciendo abstracción de posibles cambios en la distribución de los recursos totales. En el caso de equilibrio simétrico $(\alpha = 0.5),$ como era de esperarse la probabilidad de ganar de cada país es 0.5, y cada uno gasta la mitad de los recursos produciendo armas; la otra mitad, desde luego, se gasta produciendo bienes útiles (más exactamente, el único bien útil que cada uno es capaz de producir). En este caso la solución se puede hallar "a mano" directamente de (17) o (18) haciendo $\alpha = 0.5,$ $R_1 = 0.5,$ y $G_1^* = G_2^*.$ Las gráficas No. 6 y No. 7 muestran a $G_1^*, G_2^*,$ y p^* en función de $\alpha,$ y a B_1^* y B_2^* en función de $\alpha,$ respectivamente.

[25] Cálculos utilizando Mathematica.

Gráfica No. 6: Distribución de la Demanda y Éxito en el Conflicto



Gráfica No. 7: Distribución de la Demanda y Producción de Bienes



La tabla No 2, que se presenta a continuación, exhibe los niveles de equilibrio de G_1^*, G_2^*, B_1^*, B_2^*, y p^* para asignaciones diferentes de los recursos totales entre los dos países, cuando la distribución de la demanda es simétrica entre los bienes finales producidos por cada uno de los países.

Tabla No 2: Efecto de Cambios en la Distribución de los Recursos ($\alpha = 0.5$) [26]

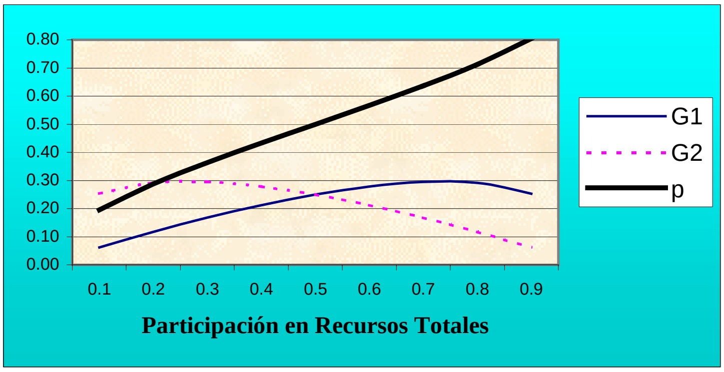
R_1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
G_1^*	0.0616623	0.11755	0.168044	0.212571	0.25	0.278433	0.294559	0.291832	0.253263
G_2^*	0.253263	0.291832	0.294559	0,2784333	0.25	0.212571	0.168044	0.11755	0.0616623
B_1^*	0.0383377	0.08245	0.131956	0.187429	0.25	0.321567	0.405441	0.508168	0.646737
B_2^*	0.646737	0.508168	0.405441	0.3215667	0.25	0.187429	0.13956	0.08245	0.0383377
p^*	0.195799765	0.287140128	0.36325748	0.432928654	0.5	0.5670687	0.63674252	0.712859987	0.804200234

Queda claro que a medida que crece R_1, la cantidad producida de armas de 1 tiende a crecer a una tasa decreciente salvo cuando R_1 llega a ser relativamente alto; en ese

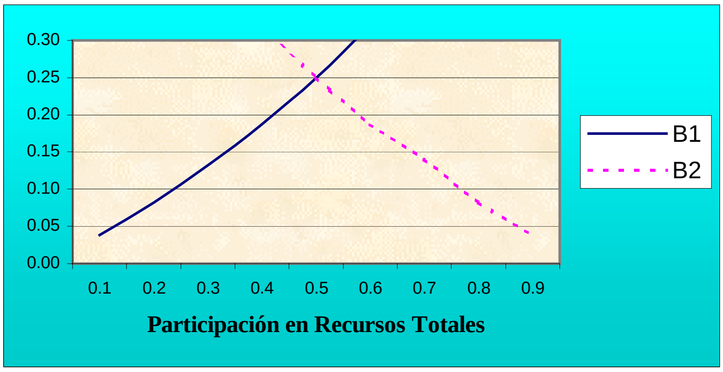
[26] Cálculos utilizando Mathematica.

momento comienza a disminuir. La cantidad producida de armas por el otro país G_2^*, tiende a crecer a medida que R_1 lo hace, para valores relativamente pequeños de éste, pero a partir de cierto punto comienza a disminuir a una tasa creciente. Como resultado de estas dos fuerzas contrapuestas, la probabilidad de éxito en la contienda de 1 tiende a crecer (a una tasa relativamente constante) a medida que éste dispone de una mayor cantidad relativa de recursos, mientras lo opuesto ocurre con la del otro país. Por otra parte, a medida que la dotación de recursos de 1 crece, las cantidades que éste produce de B_1 crecen a ritmos crecientes; en cambio, las cantidades producidas de B_2 por parte del otro país disminuyen (a ritmos decrecientes) a medida que esto pasa, esto es, a medida que su propia dotación relativa de recursos disminuye. Las dos gráficas siguientes ilustran estos resultados.

Gráfica No. 8: Distribución de los Recursos y Éxito en el Conflicto



Gráfica No. 9: Distribución de los Recursos y Producción de Bienes



Los resultados numéricos obtenidos permiten plantear la siguiente proposición.

Proposición 5: *En este modelo en una situación de guerra la cantidad producida de armas de un país depende inversamente de la proporción de la demanda total que corresponde a los bienes que produce ese país, también depende positivamente de la proporción de los recursos totales que posee (para valores no muy altos de* R_1*). En consecuencia, su probabilidad de éxito en la contienda depende inversamente de la proporción de la* *demanda total que le corresponde a su propia producción y directamente de la proporción de recursos totales que le corresponde. Formalmente,*

(46) $G_1^* = G_1^*(\alpha, R_1)$, *tal que* $\frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{d\alpha} < 0$, y $0 < \frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1} < 1$ *para valores no muy altos de* R_1.

(47) $G_2^* = G_2^*(\alpha, R_1)$ *tal que* $\frac{dG_2^*(\alpha, R_1)}{d\alpha} > 0$, y $-1 < \frac{dG_2^*(\alpha, R_1)}{dR_1} < 0$ *para valores no muy bajos de* R_1.

$$\text{y } p^* = p^*(\alpha, R_1) \text{ } \textit{tal que } \frac{dp^*(\alpha, R_1)}{d\alpha} < 0, \text{ y } \frac{dp^*(\alpha, R_1)}{dR_1} > 0. \tag{48}$$

Prueba: *Ver Apéndice*

Proposición 6: *En este modelo en una situación de guerra la cantidad producida de bienes de un país depende positivamente de la proporción de la demanda total que representa el bien producido. También depende positivamente de la proporción de recursos totales que posee el país en cuestión. Formalmente,*

$$B_1^* = B_1^*(\alpha, R_1), \textit{ tal que } \frac{dB_1^*(\alpha, R_1)}{d\alpha} > 0, \text{ y } \frac{dB_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1} > 0, \tag{49}$$

$$B_2^* = B_2^*(\alpha, R_1), \textit{ tal que } \frac{dB_2^*(\alpha, R_1)}{d\alpha} < 0, \text{ y } \frac{dB_2^*(\alpha, R_1)}{dR_1} < 0, \tag{50}$$

Prueba: *Ver Apéndice.*

SOLUCIÓN DEL JUEGO

Antes de dar una solución definitiva al juego, conviene precisar las relaciones que definen las preferencias de los agentes sobre la guerra y la paz con los resultados obtenidos en la sección anterior.

Teniendo en cuenta que en equilibrio G_1^* y G_2^* son funciones de α y R_1 se tiene que en la segunda etapa del juego el país 1 prefiere el evento guerra al evento paz, es indiferente entre el evento guerra y el evento paz, o prefiere el evento paz al evento guerra sí y sólo sí $p(\alpha, R_1) \gtreqless \alpha$.; Formalmente la ecuación (36) puede replantearse así:

$$W \underset{\prec_1}{\succsim} P \Leftrightarrow p(\alpha, R_1) \gtreqless \alpha, \tag{51}$$

Así, teniendo en cuenta que $\frac{dp^*(\alpha, R_1)}{d\alpha} < 0$, y que $\frac{dp^*(\alpha, R_1)}{dR_1} > 0$, se infiere que cuanto menor sea la participación de la producción de 1 en la demanda mundial (α) y cuanto mayor sea su dotación de recursos (su participación en los recursos totales para ser mas preciso), más fuerte es su propensión a preferir el evento guerra (*W*) y por ende a elegir *G* en la segunda etapa (porque $p^1(\alpha, R_1)$ tiende a ser mayor que α), y que cuanto mayor sea la participación de la producción de 1 en la demanda mundial (α) y cuanto menor sea su dotación de recursos más fuerte es su propensión a preferir el evento paz y por ende a elegir la estrategia *TLC* (porque $p^1(\alpha, R_1)$ tiende a ser menor que α). Puede plantearse un análisis similar para el otro país. Con todo esto es posible plantear el siguiente teorema.

Teorema 3: *En el modelo híbrido de conflicto y comercio cuando al menos uno de los países produce cantidades positivas de armas y de bienes útiles, un país tiende a preferir el evento guerra entre más pequeña sea la participación de los bienes que produce en la demanda mundial, y entre mayor sea su dotación de recursos con respecto al total disponible.*

Prueba: *De la Definición 3 con (51) y una ecuación análoga para el otro país.*

Por lo anterior, queda claro que el agente con una mayor producción de armas obtiene mayores ganancias, ya que puede obtener una mayor parte de "botín". Entre más grande sea su propia dotación de recursos y menor sea la participación de su producción de bienes útiles en la demanda final, mayores serán sus ganancias, puesto que la guerra es el resultado inevitable del conflicto en presencia de asimetrías en los recursos y/ó en la demanda. Esto porque, como se ha visto, los resultados del juego revelan que se requiere el cumplimiento de una serie de condiciones especiales (muy restrictivas) sobre la manera como se distribuye la demanda total entre los países y sobre la distribución de los recursos entre éstos, para que la paz llegue a ser posible cuando dos países se encuentran en una situación conflictiva. Pero incluso el cumplimiento de tales condiciones no asegura que se alcance la paz. La historia ha probado que el capitalismo implica la perpetuación de fuertes asimetrías entre los países, en la manera como se distribuyen los recursos y la demanda. Estas son consustanciales a la consolidación de lo que Wallerstein (1974, 2004) llamó el sistema-mundo capitalista, el cual se estructura partir de un *centro*, una *periferia y una semiperiferia,* que garantizan la permanente existencia de una cierta estabilidad de los flujos de bienes y servicios en las redes del sistema mundial de intercambio de mercancías.
Los anteriores resultados permiten resolver el juego resultante después de haber hecho inducción hacia atrás: Ahora se conocen los valores endógenos de p y las cantidades especificas producidas de armas y bienes, de acuerdo con las soluciones de equilibrio en la primera etapa, tanto en el caso de guerra como en el de paz. En el primer caso los valores de equilibrio implican que los dos países producen cantidades positivas de armas y de bienes, que se han denotado con asteriscos. En el segundo caso ninguno de los países produce armas, por lo que asigna la totalidad de los recursos a la producción de bienes útiles. La pregunta final es, ¿Constituye la paz sin armas –el óptimo paretiano–el equilibrio? ¿O lo es la guerra con producción de armas por parte de los dos países? ¿O lo son las dos situaciones posibles?.

La matriz resultante del proceso de inducción planteada al final de la sección anterior queda ahora así con los valores de armas y de bienes de equilibrio hallados para el caso de guerra:

1/2	0	G_2^*
0	$(\alpha R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}, (1-\alpha)R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha})$	$(0, R_1^{\alpha} B_2^{*1-\alpha})$
G_1^*	$(B_1^{*\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}, 0)$	$(p^* B_1^{*\alpha} B_2^{*1-\alpha}, (1-p^*) B_1^{*\alpha} B_2^{*1-\alpha})$

El equilibrio de Nash de este juego tipo *dilema del prisionero modificado* es el perfil (G_1^*,G_2^*), a pesar de que el óptimo paretiano es el perfil (0,0). Así los *equilibrios de Nash perfectos de subjuego* de todo el juego del tipo $(a_1^1*,a_2^2*,a_1^2*(a_1^1,a_2^1),a_2^2*(a_1^1,a_2^2))$ vienen dados por los perfiles de estrategias:

$(G_1^*,G_2^*,\{TLC(0,0),G(0,G_2)\vee TLC(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2)\},$
$\{TLC(0,0),G(G_1,0)\vee TLC(G_1,0),G(0,G_2),G(G_1,G_2)\vee TLC(G_1,G_2)\})$ y
$(G_1^*,G_2^*,\{TLC(0,0),G(0,G_2)\vee TLC(0,G_2),G(G_1,0),G(G_1,G_2)\vee TLC(G_1,G_2)\},$
$\{TLC(0,0),G(G_1,0)\vee TLC(G_1,0),G(0,G_2),G(G_1,G_2)\})$[27], es decir
por el perfil de acciones $(G_1^*,G_2^*,G(G_1^*,G_2^*),G(G_1^*,G_2^*))$.

¿Pero por qué el perfil de acciones $(0,0,TLC(0,0),TLC(0,0))$, no constituye también un equilibrio de Nash? Porque con los valores paramétricos aceptados en el modelo puede probarse numéricamente que $B_1^{*\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha} > \alpha R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}$ o que $R_1^{\alpha}B_2^{*1-\alpha} > (1-\alpha)R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}$, de modo que cada agente tiene siempre incentivos para desviarse del óptimo paretiano, así sea produciendo *inicialmente* una cantidad infinitesimal de armas. Considérese primero lo que sucede cuando los recursos se distribuyen equitativamente entre los dos países $(R_1 = 0.5)$. Puede probarse que para cualquier valor de $\alpha \in (0,1)$ se cumple que efectivamente $B_1^{*\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha} > \alpha R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}$ o que $R_1^{\alpha}B_2^{*1-\alpha} > (1-\alpha)R_1^{\alpha}(1-R_1)^{1-\alpha}$. El siguiente teorema formaliza este resultado.

Teorema 6: *En el juego completo del modelo híbrido de comercio y conflicto, él único equilibrio de Nash existente cuando los recursos se distribuyen por igual es el perfil de acciones* $(G_1^*,G_2^*,G(G_1^*,G_2^*),G(G_1^*,G_2^*))$.

Prueba: *Es evidente que el perfil* $(G_1^*,G_2^*,G(G_1^*,G_2^*),G(G_1^*,G_2^*))$ *es un equilibrio de Nash. Falta probar que el perfil* $(0,0,TLC(0,0),TLC(0,0))$,*no es un equilibrio de Nash. Para esto, basta con probar que en este caso para cualquier valor de* α *al menos uno de los países tiene incentivos para desviarse de ese perfil. Entonces debe probarse que*

$$(\forall\alpha \in (0,1))(B_1^* > (\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}R_1) \vee B_2^* > (1-\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}(1-R_1)). \qquad (52)$$

La siguiente tabla muestra que esto en efecto se cumple. Aquí se pueden comparar los valores endógenos de B_1^* *y* B_2^* *para diferentes valores de* α, *con los valores calculados de* $(\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}R_1$ *y* $(1-\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}(1-R_1)$.

[27] Obsérvese que ahora la notación de las estrategias se ha precisado aclarando que las cantidades positivas de armas que los países producen en una situación de guerra no es cualquiera, sino que corresponden a los niveles de equilibrio de Nash, que se han denotado con asteriscos.

Tabla No 3: Valores Endógenos de B_1^* y B_2^* para diferentes valores de α.

α	B_1^*	$(\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} R_1$	B_2^*	$(1-\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}(1-R_1).$
0.1	0.111056	0.000000000005	0.290364	0.444762689
0.2	0.168377	0.00016	0.284476	0.378296643
0.3	0.205013	0.00937344826	0.275952	0.300387246
0.4	0.230823	0.050596442	0.264669	0.213413598
0.5	0.25	0.125	0.25	0.125
0.6	0.264659	0.213413598	0.230823	0.050596442
0.7	0.275952	0.300387246	0.205013	0.00937344826
0.8	0.284476	0.37829664	0.168377	0.00016
0.9	0.290364	0.444762689	0.111056	0.00000000005

Ahora considérese lo que sucede cuando la demanda se distribuye de forma equitativa entre los dos países, siendo $\alpha = 0.5,$ pero los recursos se distribuyen de forma desigual, de modo que $R_1 \neq 0.5.$ En ese caso, con argumentos análogos a los desarrollados para el caso de asimetrías en la demanda, puede probarse que el único equilibrio de Nash existente se da en el perfil de acciones $(G_1^*, G_2^*, G(G_1^*, G_2^*), G(G_1^*, G_2^*))$ El siguiente teorema formaliza este resultado.

Teorema 7: *En el juego completo del modelo híbrido de comercio y conflicto, él único equilibrio de Nash existente cuando la demanda se distribuye por igual entre los dos países es el perfil de acciones* $(G_1^*, G_2^*, G(G_1^*, G_2^*), G(G_1^*, G_2^*))$.

Prueba: *Resulta claro que el perfil de acciones* $(G_1^*, G_2^*, G(G_1^*, G_2^*), G(G_1^*, G_2^*))$ *es un equilibrio de Nash. Falta probar que el perfil de acciones* $(0{,}0, TLC(0{,}0), TLC(0{,}0))$*,no es un equilibrio de Nash. Para esto, resta probar que para cualquier valor de* R_1 *al menos uno de los países tiene incentivos para desviarse de ese perfil. Entonces debe probarse que*

$$(\forall R_1 \in (0,1))(B_1^* > (\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} R_1) \vee B_2^* > (1-\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}(1-R_1)), \tag{53}$$

La siguiente tabla muestra claramente que esto en efecto se cumple. Aquí se pueden comparar los valores endógenos de B_1^* *y* B_2^* *para diferentes valores de* R_1 *con los valores calculados de* $0.25R_1$ *y* $0.25(1-R_1)$.

Tabla No 4: Valores Endógenos de B_1^* y B_2^* para diferentes valores de R_1.

R_1	B_1^*	$(\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} R_1$	B_2^*	$(1-\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}(1-R_1)$
0.1	0.0383377	0.025	0.646737	0.225
0.2	0.08245	0.05	0.508168	0.2
0.3	0.131956	0.075	0.405441	0.175
0.4	0.187429	0.1	0.3215667	0.1
0.5	0.25	0.125	0.25	0.125
0.6	0.321567	0.15	0.187429	0.1
0.7	0.405441	0.175	0.13956	0.075
0.8	0.508168	0.2	0.08245	0.05
0.9	0.646737	0.225	0.03383377	0.025

Los resultados a los cuales se ha llegado son fuertes: en el juego completo correspondiente al modelo propuesto, la paz no es viable como equilibrio resultante de las interacciones económicas entre dos países altamente dependientes y especializados. El único equilibrio existente se obtiene cuando los dos países en conflicto producen cantidades positivas de armas y declaran la guerra. ¿Por qué? La razón fundamental es que los agentes siempre tienen incentivos para desviarse del equilibrio cooperativo como en cualquier juego tipo dilema del prisionero. No sólo la paz desarmada no es viable; la paz armada generalmente tampoco lo es, porque salvo bajo condiciones muy especiales para las que la probabilidad de éxito en la contienda coincide con la distribución de la utilidad que se obtiene en una situación de comercio para los dos países, en las que, además, se termina firmando la paz (a pesar de que los dos países son indiferentes entre la guerra), uno de los países siempre tiene incentivos para hacer la guerra si ha producido cantidades positivas de armas. Este es un resultado general que se cumple para cualquier tipo de función de éxito en la contienda, debido al cumplimiento de la condición logit: cuando uno de los agentes no produce armas, basta con el otro produzca una cantidad infinitesimal de las mismas para llevarse todo el botín.

Estas son las predicciones fundamentales en esta *teoría de la guerra bilateral* que por primera vez propongo.

6. CONCLUSIONES

1. Como la guerra constituye el equilibrio más probable del modelo, se infiere que una condición suficiente para el desencadenamiento de una guerra bilateral entre dos países altamente dependientes y especializados con preferencias similares, es la existencia de asimetrías en la distribución de la demanda y/o en los recursos de los países.

2. Por lo anterior, el desencadenamiento de una guerra bilateral depende de las limitaciones económicas que impone el sistema económico –generalmente de libre mercado– prevaleciente *ex ante*.

3. En consecuencia con los dos puntos anteriores, una guerra bilateral podría evitarse con medidas de política comercial que permitan redistribuir las ganancias derivadas del comercio. Para ello, deben seleccionarse medidas como aranceles que afecten los términos de intercambio a favor del país que gana menos en el comercio y, por lo tanto más en la guerra. De esa manera puede ser probable alcanzar una situación en la que los países hacen la paz, a pesar de que producen cantidades positivas de armas, si esas medidas de política económica permiten que para los dos países $p = \alpha$ y si, adicionalmente, existe un ambiente político favorable para la paz. Así puede alcanzarse la paz armada. Bajo los supuestos del modelo la paz desarmada no es factible, a no ser de que se contara con recursos adicionales –aparte de *R*–, que a modo de transferencias provenientes de un tercer agente, lograran disuadir a los países de la guerra y la escalada armada. Pero para esto habría que desarrollar otras extensiones del modelo.

4. En el mundo capitalista lo normal es que existan algunos países que enfrentan bajos niveles relativos de demanda, debido a la división internacional del trabajo inherente al sistema mundial de intercambio de mercancías. Bajo tales circunstancias dichos países son proclives a hacer la guerra, ya que resulta menos costoso conquistar nuevos mercados a través del uso de la fuerza, especialmente cuando se tienden a tener costos relativamente bajos en la producción de armas, así como rivales con menores dotaciones de recursos y por ende con menor poder económico y político Esto configura un escenario capitalista notablemente diferente al que anima la teoría pura del comercio internacional. La historia del capitalismo tiende a parecerse mucho más a la historia que Tilly nos narra sobre los estados europeos.

En el mundo globalizado actual los patrones de consumo –al igual que muchos patrones culturales– han tendido a homogenizarse. Así mismo, la especialización de los países en la producción de ramas específicas de la producción se ha acentuado Esto puede significar en el futuro una progresiva disminución de las demandas de los países que tienden a especializarse en la producción de ciertos tipos de bienes, por ejemplo, las de los países que se tienden a especializar en la producción de bienes primarios. Los patrones de cambio estructural detectados por muchos autores, como la ley de Engel, son prueba de ello. Modelos como el que se ha presentado, que es “hijo” de dos teorías diferentes, advierten que el futuro lejano o cercano del capitalismo estará marcado por frecuentes guerras impulsadas por la necesidad de conquistar o reconquistar mercados. Esto nos exige como economistas del siglo XXI un mayor acercamiento a las problemáticas propias de la política, el conflicto y la formación de estados. Ésta es tal vez la enseñanza de esta parábola.

ANEXO

Prueba Proposición 4: *La complementariedad estratégica se deduce de probar que* $\frac{dG_1}{dG_2}(G_2) > 0,$ *y que* $\frac{dG_2}{dG_1}(G_1) > 0.$ *Para ver esto nótese que*

$\frac{dG_1}{dG_2}(G_2) = -\frac{(1+\alpha)}{2\alpha} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{(1+\alpha)}{2\alpha}G_2\right)^2 + \frac{R_1}{\alpha}G_2\right]^{-1/2}\left[\left(\frac{(1+\alpha)}{2\alpha}G_2\right) + \frac{R_1}{\alpha}\right],$ *lo cual puede probarse con un poco de álgebra que es positivo, en tanto que* $\alpha < 1.$ *Así mismo,*

$\frac{dG_2}{dG_1}(G_1) = -\frac{(2-\alpha)}{2(1-\alpha)} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{(2-\alpha)}{2(1-\alpha)}G_1\right)^2 + \frac{(1-R_1)}{(1-\alpha)}G_1\right]^{-1/2}\left[\left(\frac{(2-\alpha)}{2(1-\alpha)}\right)^2 2G_1 + \frac{(1-R_1)}{(1-\alpha)}\right],$ *lo cual también puede probarse, tras un poco de álgebra, que es positivo en tanto que* $(1-\alpha) < 1.$

Por otra parte, la concavidad se deduce de probar que $\frac{d^2G_1}{dG_2{}^2}(G_2) < 0,$ *y que* $\frac{d^2G_2}{dG_1{}^2}(G_1) < 0.$ *Esto en efecto, también puede hacerse tras un poco de álgebra. También se corrobora por el hecho de que*

$\lim_{G_2\to\infty}\frac{dG_1}{dG_2}(G_2) = 0,$ *y* $\lim_{G_1\to\infty}\frac{dG_2}{dG_1}(G_1) = 0.$

Prueba Proposición 5: *El cumplimiento de (46) y (47) se deduce de la Proposicion 5 de Skaperdas y Syropoulos (1997) y de la Proposición 4 de Raffo (2007) para el modelo (básico) general de conflicto teniendo en cuenta los supuestos particulares de éste modelo, especialmente el hecho de que como* B_1 *y* B_2 *son bienes normales –por los supuestos sobre la utilidad– debe tenerse que* $0 < \frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1} < 1$ *y que* $-1 < \frac{dG_2^*(\alpha, R_1)}{dR_1} < 0.$ *Para probar (48), nótese que con la definición de la función de éxito en la contienda (4) se tiene que* $p^* = \frac{G_1^*(\alpha, R_1)}{G_1^*(\alpha, R_1) + G_2^*(\alpha, R_1)}.$ *Se deduce que*

$\frac{dp^*(\alpha, R_1)}{d\alpha} = \frac{\frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{d\alpha}G_1 - \frac{dG_2^*(\alpha, R_1)}{d\alpha}G_2}{\left[G_1^*(\alpha, R_1) + G_2^*(\alpha, R_1)\right]^2},$ *que por (46) y (47) es negativo. De la misma manera,*

$\frac{dp^*(\alpha, R_1)}{dR_1} = \frac{\frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1}G_1 - \frac{dG_2^*(\alpha, R_1)}{dR_1}G_2}{\left[G_1^*(\alpha, R_1) + G_2^*(\alpha, R_1)\right]^2},$ *que por (46) y (47) es positivo para valores no muy extremos de* $R_1.$

Prueba Proposición 6: *De (46) en (39) se tiene* $B_1^* = B_1^*(\alpha, R_1) = R_1 - G_1^*(\alpha, R_1).$ *Se deduce que*

$\frac{dB_1^*(\alpha, R_1)}{d\alpha} = -\frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{d\alpha}$, *lo cual es positivo por (19). Así mismo,* $\frac{dB_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1} = 1 - \frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1}$, *que es positivo porque* B_1 *es normal. Nótese que si* R_1 *es muy alto, entonces* $\frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1}$ *es negativo, y, por lo tanto,* $\frac{dB_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1} > 0$. *Si no es así, y* R_1 *no es muy alto, entonces* $\frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1} > 0$, *pero como por (46)* $\frac{dG_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1} < 1$, *se confirma que* $\frac{dB_1^*(\alpha, R_1)}{dR_1} > 0$. *De manera análoga se prueban los resultados para* B_2^*.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Biccieri, C. 1993. *Rationality and Coordination*. New York: Cambridge University Press.

Dasgupta , P. and Maskin, E. 1986. The Existence of Equilibrium in Discontinuos Games, I:Theory, *Review of Economic Studies*, 53, pp. 1-26.

Dixit A. 1987. "Strategic Behavior in Contests", The *American economic Review,* v. 77, No. 5 (Dec.), pp.891-898.

Dornbusch, R., S, Fischer, and P. A. Samuelson. 1977. "Comparative Advantage, Trade, and Payments in a Ricardian Model with a Continuum of Goods", *American economic Review,* v. 67, No. 5 (Dec.), pp.823-39.

Gandolfo, R. 1987. International economics I y II. Deutschland: Springer-Verlag.

Gibbons, R. 1993. *Un Primer Curso de Teoría de Juegos.* Barcelona: Editorial Antoni Bosch.

Gowa, Joanne.1994. *Allies, Adversaries, and International Trade.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Grieco J.M. 1988. "Realist Theory and the Problem of International Cooperation: Analysis with an Amended Prioner's Dilemma Model", *The Journal of Politics*, Vol. 50, pp.600-624.

Grossman, H.I. 2004. "Peace and War in territorial Disputes", Brown University. Mimeo.

-----------2003. "Choosing Between Peace and War", Working Paper 10180, NBER.

Haaparanta P. and K. Kuisma 2004. "Trade, War and, and Peace", Helsinski School of Economics. Mimeo.

Hirshleifer, J. 1988. "The Analitics of Continuing Conflict", *Synthese,* 76 (August), 201-33.

-------------.1991a. "The Paradox of Power", *Econ. and Politics*, 3 (Nov), pp.177-200.

------------1991b. "The Technology of Conflict as an Ecnomic Activity", *A.E.R. Papers and Proc*., 81(May),
pp.130-34.

-------------. 1995. "Anarchy and it's Breakdown", *The Journal of Political Economy*, Vol. 103, No.1 (Feb.) pp. 26-52.

-----------. 2000. "The Macrotechnology of Conflict", *Journal of Conflict Resolution*, 44 (6):773-792.

Hobbes T. 1651. *Leviathan.*Baltimore, MD: Penguin Classics.

Intriligator, M. D. 1971. *Mathematical Optimization and economic Theory,* Prentice-Hall, Inc., Englewood Clifs., N. J.
Kreps D. 1988. *Notes on the Theory of Choice*. Boulder, Colorado:Westview. Capítulos 4 y 9.

Krugman P. 1990. *Rethinking International Trade*, The MIT Press (Selección de artículos de Krugman)

Koopmans, T. C..1951 "Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities", *Econometrica,* vol. 19,(October), pp.455-465.

Koopmans, T. C..1980."La Construcción del Conocimiento Económico", en *Tres Ensayos sobre el estado de la Ciencia económica*. Barcelona: Editorial Antoni Bosch.

Lakatos, Imre. 1983 (1978) *La Metodología de los Programas de Investigación Científica.* Madrid: Alianza Editorial, 1ª. edición en español.

Luce D. And H. Raiffa 1958. *Games and decisions*. New York: John Willey & Sons.

Popper, K. 1994. *El Mito del marco Común.* Madrid: Tecnos.

Raffo L. (2007). "El modelo de Skaperdas y Syropoulos", *Revista de Economía Institucional, Vol 9 No 17.* pp. 153-181. Bogotá: Universidad Externado.

Rosen S. 1986. "Prizes and Incentives in Elimination Tournaments", The American Economic Review, vol. 76, No 4.

Salazar, B. 2005. "Funciones de Éxito en el Conflicto", Universidad del Valle. Mimeo.

Samuelson, P. A. 1948. "International Trade and the Equalisation of Factor Prices", *Economic Journal* 58, pp. 161-84.

Savage L. J. 1954. *The Foundations of Statistics*. New York: John Willey & Sons.

Skaperdas, S. 1991. "Conflict and Attitudes Toward Risk", *The American economic Review,* vol 81 No. 2.

-----------------1992a. "Cooperation, and Power in the Absence of porperty Rights", *The American economic Review,* vol. 82 No 4.

------------------1992.b. "Coalition Formation in Contests", mimeo, University of California, Irvine.

---------------1996. "Contest Succes Functions", Economic Theory, 7, pp.283-90.

Skaperdas, S. and C.Syropoulos. 1995. “Gangs as Primitive States”, in *The Economics of Organized Crime*, G. Fiorentini and S.Peltzman (eds.), Cambridge, UK: Cambridge University Press, pp.61-82.

------------1996. “Can the Shadow of the Future Harm Cooperation?, Journal of Economic Behavior and Organization, vol. 29, pp. 355-372.

------------1997. “The Distribution of Income in the Presence of Appropriative Activities”, Economica 64, 101-17.

------------2001. “Guns Butter and Openess: On the Relationship Between Security and Trade”, *AEA Papers and Proceedings*, vol. 91, No 2.

Suppes, P. 1969 (1960). *Teoría axiomática de Conjuntos*, Bogotá: Edtorial Norma:

Tilly, C.1990. Coercion, Capital, and Europen States, AD. 990-1992. Cambridge: MA:Blackwell.

Vega Redondo F. 2000. *Economía y Juegos*, Barcelona: Editorial Antoni Bosch.

Von Neumann J.and O. Morgenstern 1944. *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton: Princeton University Press.

Wallerstein I. 1974. *The Modern World-System: Capitalist Agriculture and the Origins of the Europoean World Economy in the Syxteenth Century*. New York: Academic Press

---------2004. Capitalismo Histórico y Movimientos Antisistémicos. Un análisis de Sistemas-Mundo. Madrid: Ediciones Akal.