

Der Open-Access-Publikationsserver der ZBW – Leibniz-Informationzentrum Wirtschaft  
*The Open Access Publication Server of the ZBW – Leibniz Information Centre for Economics*

Rollberg, Roland

Working Paper

## 16 Fälle kostenminimaler Anpassung eines Aggregats bei im Zeitablauf konstanter Intensität

Wirtschaftswissenschaftliche Diskussionspapiere // Ernst-Moritz-Arndt-Universität  
Greifswald, Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät, No. 08/2002

**Provided in cooperation with:**

Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald

Suggested citation: Rollberg, Roland (2002) : 16 Fälle kostenminimaler Anpassung eines Aggregats bei im Zeitablauf konstanter Intensität, Wirtschaftswissenschaftliche Diskussionspapiere // Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät, No. 08/2002, <http://hdl.handle.net/10419/48908>

**Nutzungsbedingungen:**

Die ZBW räumt Ihnen als Nutzerin/Nutzer das unentgeltliche, räumlich unbeschränkte und zeitlich auf die Dauer des Schutzrechts beschränkte einfache Recht ein, das ausgewählte Werk im Rahmen der unter

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>  
nachzulesenden vollständigen Nutzungsbedingungen zu vervielfältigen, mit denen die Nutzerin/der Nutzer sich durch die erste Nutzung einverstanden erklärt.

**Terms of use:**

*The ZBW grants you, the user, the non-exclusive right to use the selected work free of charge, territorially unrestricted and within the time limit of the term of the property rights according to the terms specified at*

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>  
*By the first use of the selected work the user agrees and declares to comply with these terms of use.*

ERNST-MORITZ-ARNDT-UNIVERSITÄT GREIFSWALD

Lehrstuhl für Allg. Betriebswirtschaftslehre und Produktionswirtschaft

16 Fälle kostenminimaler Anpassung  
eines Aggregats bei im Zeitablauf  
konstanter Intensität

Roland Rollberg

Diskussionspapier 8/2002

Oktober 2002

Herrn STEFAN MIRSCHEL danke ich herzlich für die EDV-technische Umsetzung meiner Skizzen.

Wirtschaftswissenschaftliche Diskussionspapiere

ISSN 1437 – 6989

<http://www.rsf.uni-greifswald.de/bwl/paper.html>

## Inhaltsverzeichnis

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1   | Der klassische kostenminimale Anpassungsprozeß                                 | 3  |
| 2   | Überblick über weitere kostenminimale Anpassungsprozesse                       | 4  |
| 3   | Kostenminimale Anpassung, wenn $d = d^{\text{const}}$ ...                      | 5  |
| 3.1 | ... und $t = t^{\text{const}}$   | 5  |
| 3.2 | ... und $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$                                       | 5  |
| 3.3 | ... und $t^{\text{min}} \leq t \leq t^{\text{max}}$                            | 5  |
| 3.4 | ... und $0 \leq t \leq t^{\text{max}}$   | 6  |
| 4   | Kostenminimale Anpassung, wenn $d \in \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ ...            | 6  |
| 4.1 | ... und $t = t^{\text{const}}$   | 6  |
| 4.2 | ... und $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$                                       | 6  |
| 4.3 | ... und $t^{\text{min}} \leq t \leq t^{\text{max}}$                            | 7  |
| 4.4 | ... und $0 \leq t \leq t^{\text{max}}$   | 8  |
| 5   | Kostenminimale Anpassung, wenn $d^{\text{min}} \leq d \leq d^{\text{max}}$ ... | 8  |
| 5.1 | ... und $t = t^{\text{const}}$   | 8  |
| 5.2 | ... und $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$                                       | 9  |
| 5.3 | ... und $t^{\text{min}} \leq t \leq t^{\text{max}}$                            | 10 |
| 5.4 | ... und $0 \leq t \leq t^{\text{max}}$   | 10 |
| 6   | Kostenminimale Anpassung, wenn $0 \leq d \leq d^{\text{max}}$ ...              | 11 |
| 6.1 | ... und $t = t^{\text{const}}$   | 11 |
| 6.2 | ... und $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$                                       | 11 |
| 6.3 | ... und $t^{\text{min}} \leq t \leq t^{\text{max}}$                            | 11 |
| 6.4 | ... und $0 \leq t \leq t^{\text{max}}$   | 12 |
|     | Literaturhinweise  | 12 |

## Symbolverzeichnis

|         |                                     |
|---------|-------------------------------------|
| a, b, c | positive Konstanten                 |
| d       | Arbeitsleistung, Intensität [ME/ZE] |
| k       | Stückkosten [GE/ME]                 |
| $K^T$   | Gesamtkosten [GE]                   |
| t       | Einsatzzeit [ZE]                    |
| x       | Produktionsmenge [ME]               |

# 1 Der klassische kostenminimale Anpassungsprozeß

Bei Vorliegen einer GUTENBERG-Produktionsfunktion kann ein Aggregat im klassischen Fall zeitlicher und intensitätsmäßiger Anpassung nur mit einer einzigen Intensität  $d$  (Mengeinheiten pro Zeiteinheit, ME/ZE) im Planungszeitraum mit der Länge  $t^{\max}$  (ZE) betrieben werden (vgl. GUTENBERG (1983), S. 326 ff., 361 ff., 371 ff.).

Für eine Maschine gelte in Abhängigkeit von der Intensität  $d$  folgende Stückkostenfunktion (Geldeinheiten pro ME, GE/ME):

$$k(d) = a - b \cdot d + c \cdot d^2 \text{ [GE/ME] mit } d^{\min} \leq d \leq d^{\max} \text{ [ME/ZE] und } 0 \leq t \leq t^{\max} \text{ [ZE]}$$

Zur Bestimmung des klassischen kostenminimalen Anpassungspfades ist mit Hilfe der ersten Ableitung der Stückkostenfunktion zunächst die stückkostenminimale Intensität bzw. die Optimalintensität  $d^{\text{opt}}$  zu berechnen (vgl. auch im folgenden zum Beispiel ADAM (1998), S. 341 ff.):

$$k(d) = a - b \cdot d + c \cdot d^2 \text{ [GE/ME]} \rightarrow k'(d) = -b + 2 \cdot c \cdot d = 0 \rightarrow d^{\text{opt}} = b/(2 \cdot c)$$

Da die zweite Ableitung größer null ist ( $k''(d) = 2 \cdot c > 0$ ), weist die Stückkostenfunktion an der Stelle  $d^{\text{opt}}$  ein Minimum auf.

Liegt die ermittelte Optimalintensität im gegebenen Definitionsbereich und ist sie kleiner als die technisch bedingte Maximalintensität ( $d^{\min} \leq d^{\text{opt}} < d^{\max}$ ), ergibt sich folgender optimaler Anpassungsprozeß:

1. Intervall:  $0 \leq x \leq d^{\text{opt}} \cdot t^{\max}$ ; zeitliche Anpassung mit  $d^{\text{opt}}$  und  $t = x/d^{\text{opt}}$ .
2. Intervall:  $d^{\text{opt}} \cdot t^{\max} < x \leq d^{\max} \cdot t^{\max}$ ; intensitätsmäßige Anpassung mit  $t^{\max}$  und  $d = x/t^{\max}$ .

Die Gesamtkosten in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge  $x$  bei zeitlicher Anpassung (ZA) betragen  $K_{ZA}^T(x) = [a - b \cdot d^{\text{opt}} + c \cdot d^{\text{opt}^2}] \cdot x$ . Da es sich bei  $d^{\text{opt}}$  um eine Konstante handelt, kann diese Funktion nur nach  $x$  abgeleitet werden. Mithin lauten die Grenzkosten bei zeitlicher Anpassung  $K_{ZA}^T'(x) = a - b \cdot d^{\text{opt}} + c \cdot d^{\text{opt}^2} = k(d^{\text{opt}})$ .

Im Falle intensitätsmäßiger Anpassung (IA) errechnen sich die Gesamtkosten in Abhängigkeit von  $x$  folgendermaßen:  $K_{IA}^T(x) = [a - b \cdot x/t^{\max} + c \cdot (x/t^{\max})^2] \cdot x$ . Hierzu ergibt sich folgende Grenzkostenfunktion:  $K_{IA}^T'(x) = a - 2 \cdot b \cdot x/t^{\max} + 3 \cdot c \cdot x^2/t^{\max^2} = a - 2 \cdot b \cdot d + 3 \cdot c \cdot d^2$ .

Beim Übergang vom ersten zum zweiten Intervall, also bei  $x = x_1$  bzw.  $d = d^{\text{opt}}$ , herrscht Gleichheit der Grenzkosten bei zeitlicher und intensitätsmäßiger Anpassung, weil die Grenzkostenkurve die Stückkostenkurve „von unten“ in ihrem Minimum schneidet:  $K_{IA}^T'(x_1) - K_{ZA}^T'(x_1) = -b \cdot d^{\text{opt}} + 2 \cdot c \cdot d^{\text{opt}^2} = -b \cdot b/(2 \cdot c) + 2 \cdot c \cdot b^2/(2 \cdot c)^2 = 0$ .

Ist die errechnete Optimalintensität kleiner als die gegebene Minimalintensität ( $d^{\text{opt}} < d^{\min}$ ), so ändert sich der optimale Anpassungsprozeß nur geringfügig; jetzt muß mit der am nächsten bei  $d^{\text{opt}}$  liegenden zulässigen Intensität  $d^{\min}$  zeitlich angepaßt werden:

1. Intervall:  $0 \leq x \leq d^{\min} \cdot t^{\max}$ ; zeitliche Anpassung mit  $d^{\min}$  und  $t = x/d^{\min}$ ;  
 $K_{ZA}^T(x) = a - b \cdot d^{\min} + c \cdot d^{\min 2} = k(d^{\min})$ .
2. Intervall:  $d^{\min} \cdot t^{\max} < x \leq d^{\max} \cdot t^{\max}$ ; intensitätsmäßige Anpassung mit  $t^{\max}$  und  
 $d = x/t^{\max}$ ;  $K_{IA}^T(x) = a - 2 \cdot b \cdot x/t^{\max} + 3 \cdot c \cdot x^2/t^{\max 2} = a - 2 \cdot b \cdot d + 3 \cdot c \cdot d^2$ .

Beim Übergang vom ersten zum zweiten Intervall, also bei  $x = x_1$ , kommt es zu einem Grenzkostensprung in Höhe von  $K_{IA}^T(x_1) - K_{ZA}^T(x_1) = -b \cdot d^{\min} + 2 \cdot c \cdot d^{\min 2}$ .

Wenn die ermittelte Optimalintensität die gegebene Maximalintensität nicht unterschreitet ( $d^{\text{opt}} \geq d^{\max}$ ), ist es kostenminimal, das Aggregat mit der am nächsten bei  $d^{\text{opt}}$  liegenden zulässigen oder mit ihr identischen Intensität  $d^{\max}$  zeitlich anzupassen:

Nur ein Intervall:  $0 \leq x \leq d^{\max} \cdot t^{\max}$ ; zeitliche Anpassung mit  $d^{\max}$  und  $t = x/d^{\max}$ ;  
 $K_{ZA}^T(x) = a - b \cdot d^{\max} + c \cdot d^{\max 2} = k(d^{\max})$ .

Intensitätsmäßige Anpassung scheidet aus, da von Anfang an mit  $d^{\max}$  gearbeitet wird.

## 2 Überblick über weitere kostenminimale Anpassungsprozesse

Neben dem in der Literatur hinreichend oft beschriebenen klassischen Anpassungsprozeß mit seinen beiden Randlösungen gibt es weitere 15 Grundfälle der kostenminimalen Anpassung eines Aggregats bei im Zeitablauf konstanter Intensität (vgl. WAGNER/PAPKE (1986)). Intensität und Einsatzzeit eines Aggregats lassen sich nämlich in einem Intervall zulässiger Ausprägungen entweder diskret oder stetig variieren, und derartige Zulässigkeitsintervalle können durch eine Minimalausprägung gleich oder größer null begrenzt sein. In Abhängigkeit von der technisch bedingten Variabilität der Intensität und Einsatzzeit sind grundsätzlich 16 näher zu betrachtende Fälle zu unterscheiden (zu den zehn Fällen des Intensitätssplittings vgl. ROLLBERG (2000)):

| Unterkapitel                     | $d = d^{\text{const}}$ | $d \in \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ | $d^{\min} \leq d \leq d^{\max}$ | $0 \leq d \leq d^{\max}$ |
|----------------------------------|------------------------|----------------------------------|---------------------------------|--------------------------|
| $t = t^{\text{const}}$           | 3.1                    | 4.1                              | 5.1                             | 6.1                      |
| $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ | 3.2                    | 4.2                              | 5.2                             | 6.2                      |
| $t^{\min} \leq t \leq t^{\max}$  | 3.3                    | 4.3                              | 5.3                             | 6.3                      |
| $0 \leq t \leq t^{\max}$         | 3.4                    | 4.4                              | 5.4                             | 6.4                      |

In den folgenden Unterkapiteln soll für jeden der 16 Fälle mindestens ein möglicher kostenminimaler Anpassungspfad beschrieben werden, wobei der Fall in Unterkapitel 5.4 dem bereits in Kapitel 1 abgehandelten klassischen Fall entspricht. Zur Veranschaulichung werden die Verläufe der jeweiligen Gesamtkostenfunktionen  $K^T(x)$  bei Optimalverhalten nicht maßstabsgetreu gezeichnet, sondern idealisiert skizziert, um ihre Besonderheiten und Unregelmäßigkeiten mit verhältnismäßig geringem Aufwand plastisch darstellen zu können.

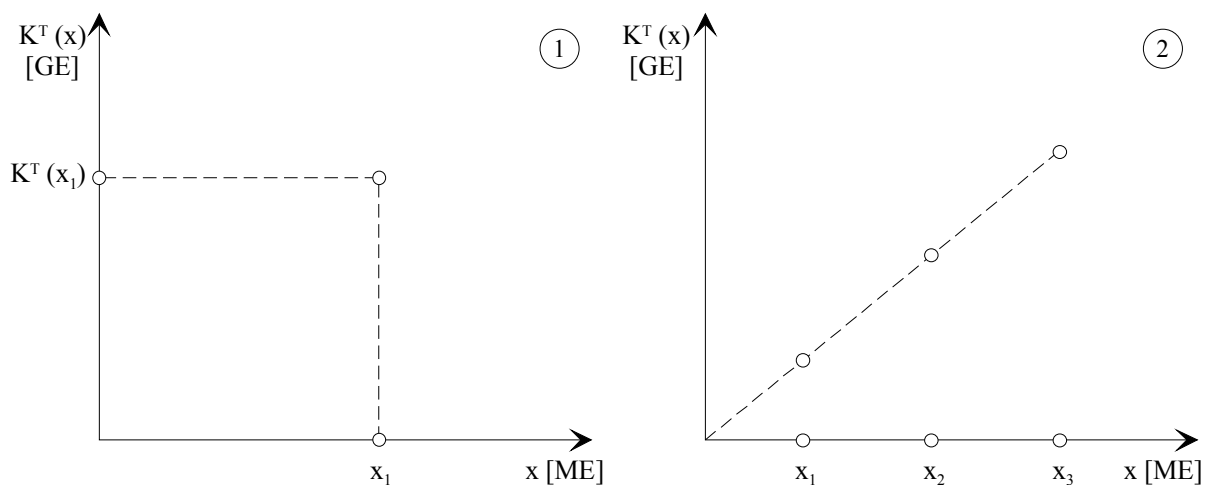
### 3 Kostenminimale Anpassung, wenn $d = d^{\text{const}}$ ...

#### 3.1 ... und $t = t^{\text{const}}$

Bei konstanter Leistungsschaltung und konstanter Einsatzzeit kann nur eine konstante Ausbringungsmenge  $x_1 = d^{\text{const}} \cdot t^{\text{const}}$  [ME] zum konstanten Kostenbetrag  $K^T(x_1) = k(d^{\text{const}}) \cdot x_1$  [GE] hergestellt werden. Mithin ist nur die Entscheidung zu treffen, ob produziert werden soll oder nicht. Kostenpolitische Anpassungsentscheidungen entfallen (vgl. Abb. 1).

#### 3.2 ... und $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$

Sind in Abweichung zum vorhergehenden Fall mehrere diskrete Einsatzzeiten erlaubt, so kann zwar grundsätzlich zeitlich angepaßt werden, jedoch nur stufenweise. Jeder Einsatzzeit  $t_j$  läßt sich dann eine Ausbringungsmenge  $x_j = d^{\text{const}} \cdot t_j$  [ME] und ein Kostenbetrag  $K^T(x_j) = k(d^{\text{const}}) \cdot x_j$  [GE] zuordnen. Ist die Kostenfunktion in  $t$  linear-homogen, so liegen die Kostenpunkte auf einer „imaginären“ Ursprungsgerade. Werden Mengen zwischen den realisierbaren diskreten Ausbringungsmengen benötigt, ist die Entscheidung zu treffen, ob mehr oder weniger als der zu deckende Bedarf hergestellt werden soll, wobei etwaige Vernichtungs- und Opportunitätskosten sowie Konventionalstrafen mit in die Betrachtung einfließen müßten (vgl. Abb. 2).



#### 3.3 ... und $t^{\text{min}} \leq t \leq t^{\text{max}}$

Läßt sich die Einsatzzeit bei konstanter Intensität ausgehend von  $t^{\text{min}} > 0$  kontinuierlich variieren, so ergibt sich folgendes Anpassungsintervall (vgl. Abb. 3):

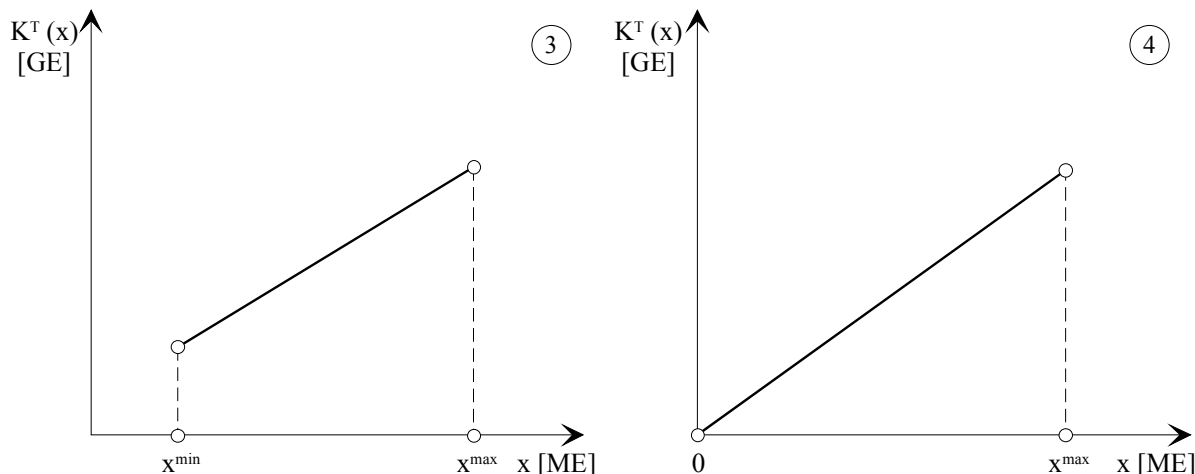
$$d^{\text{const}} \cdot t^{\text{min}} = x^{\text{min}} \leq x \leq x^{\text{max}} = d^{\text{const}} \cdot t^{\text{max}}; \text{ zeitliche Anp. mit } d^{\text{const}} \text{ und } t = x/d^{\text{const}}.$$

Die Inbetriebnahme der jeweiligen Maschine führt zu einem Mengen- ( $x^{\text{min}}$ ) und Kostensprung ( $K^T(x^{\text{min}})$ ). Zwischen  $x^{\text{min}}$  und  $x^{\text{max}}$  entwickeln sich die Kosten allein in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge entlang der im vorhergehenden Fall als „imaginär“ bezeichneten Ursprungsgerade.

### 3.4 ... und $0 \leq t \leq t^{\max}$

Vollständig entspricht die Kostenfunktion dieser Ursprungsgeraden im Falle einer kontinuierlich variierbaren Einsatzzeit mit  $t^{\min} = 0$ , wenn Mengen zwischen null und  $x^{\max}$  ME produziert werden können (vgl. Abb. 4):

$0 \leq x \leq x^{\max} = d^{\text{const}} \cdot t^{\max}$ ; zeitliche Anpassung mit  $d^{\text{const}}$  und  $t = x/d^{\text{const}}$ .



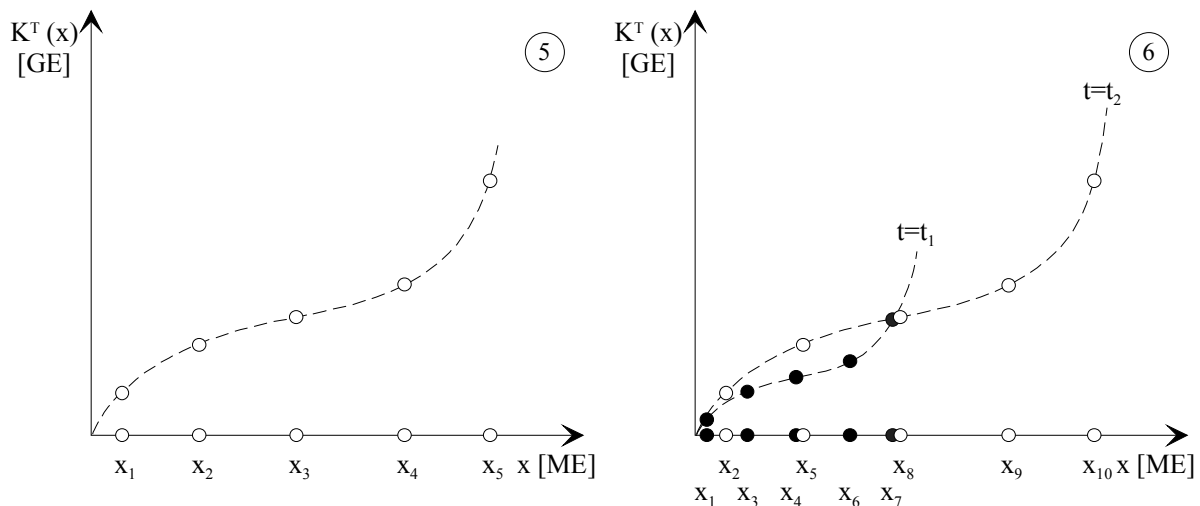
## 4 Kostenminimale Anpassung, wenn $d \in \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ ...

### 4.1 ... und $t = t^{\text{const}}$

Muß eine einmal eingeschaltete Anlage mit diskreter Leistungsschaltung exakt  $t^{\text{const}}$  ZE betrieben werden, so kann grundsätzlich intensitätsmäßig angepaßt werden, allerdings nur stufenweise. Jeder Leistungsschaltung  $d_i$  läßt sich dann eine Ausbringungsmenge  $x_i = d_i \cdot t^{\text{const}}$  [ME] und ein Kostenbetrag  $K^T(x_i) = k(d_i) \cdot x_i$  [GE] zuordnen. Dabei sind die einzelnen Kostenpunkte im Falle einer U-förmigen Stückkostenfunktion auf einer „imaginären“ S-Kurve aus dem Ursprung angeordnet. Werden Mengen zwischen den realisierbaren diskreten Ausbringungsmengen benötigt, ist wie in Unterkapitel 3.2 vorzugehen (vgl. Abb. 5).

### 4.2 ... und $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$

Sind sowohl Intensität als auch Einsatzzeit diskret variierbar, so läßt sich für jedes  $t_j$  eine „imaginäre“ S-Kurve mit den intensitätsspezifischen Kostenpunkten konstruieren. Die Zahl möglicher Ausbringungsmengen steigt, womit das „Zwischenmengenproblem“ (vgl. 3.2 und 4.1) tendenziell abnimmt. Kann eine bestimmte Ausbringungsmenge mit unterschiedlichen  $d$ - $t$ -Kombinationen realisiert werden, ist die kostengünstigste auszuwählen (vgl. Abb. 6).



### 4.3 ... und $t^{\min} \leq t \leq t^{\max}$

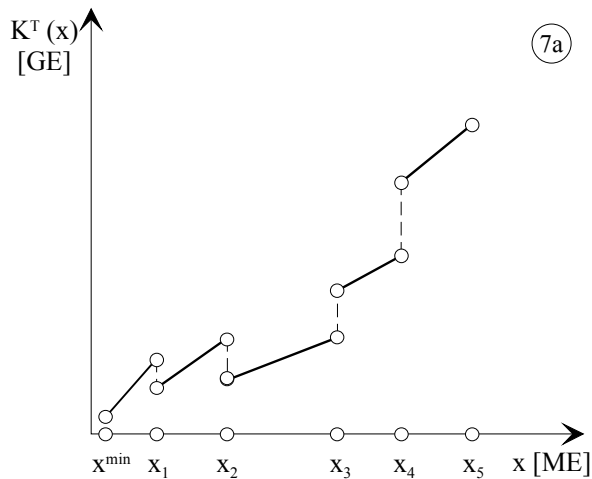
Bei diskreten Leistungsschaltungen und einer minimalen Einsatzzeit größer null ( $t^{\min} > 0$ ) kommt es bei Inbetriebnahme des jeweiligen Aggregats wie in Unterkapitel 3.3 zu einem Mengen- ( $x^{\min}$ ) und Kostensprung ( $K^T(x^{\min})$ ). Zunächst wird mit der Minimalintensität  $d_1$  so lange zeitliche Anpassung betrieben, bis die geringstmögliche mit der Intensität  $d_2$  produzierbare Menge ( $x_1 = d_2 \cdot t^{\min}$ ) erreicht ist. Der Übergang zur nächsthöheren Intensität erfolgt nach demselben Prinzip. Bei jedem Intensitätswechsel kommt es zu einem negativen Kostensprung, und die Steigung der zugehörigen Kostenfunktion sinkt mit jeder Intensitätsstufe bis zur kostenminimalen zulässigen Intensität  $d^{\text{opt}*}$  mit dem geringstmöglichen Geradenanstieg. Mit dieser diskreten Optimalintensität wird dann so lange zeitlich angepaßt, bis die maximale Einsatzzeit erschöpft ist. Danach ist die Intensität schrittweise zu erhöhen und jeweils bis  $t^{\max}$  zeitlich anzupassen. Jeder Intensitätswechsel führt jetzt zu einem positiven Kostensprung, und die Steigung der Kostengeraden nimmt nunmehr zu. Folgender Anpassungsprozeß wäre denkbar (vgl. Abb. 7a):

1. Intervall:  $d_1 \cdot t^{\min} = x^{\min} \leq x < x_1 = d_2 \cdot t^{\min}$ ; zeitl. Anpassung mit  $d_1$  und  $t = x/d_1$ .
  2. Intervall:  $d_2 \cdot t^{\min} = x_1 \leq x < x_2 = d_3 \cdot t^{\min}$ ; zeitl. Anpassung mit  $d_2$  und  $t = x/d_2$ .
  3. Intervall:  $d_3 \cdot t^{\min} = x_2 \leq x \leq x_3 = d_3 \cdot t^{\max}$ ; zeitl. Anp. mit  $d_3 = d^{\text{opt}*}$  und  $t = x/d_3$ .
  4. Intervall:  $d_3 \cdot t^{\max} = x_3 < x \leq x_4 = d_4 \cdot t^{\max}$ ; zeitl. Anpassung mit  $d_4$  und  $t = x/d_4$ .
  5. Intervall:  $d_4 \cdot t^{\max} = x_4 < x \leq x_5 = d_5 \cdot t^{\max}$ ; zeitl. Anpassung mit  $d_5$  und  $t = x/d_5$ .
- etc.

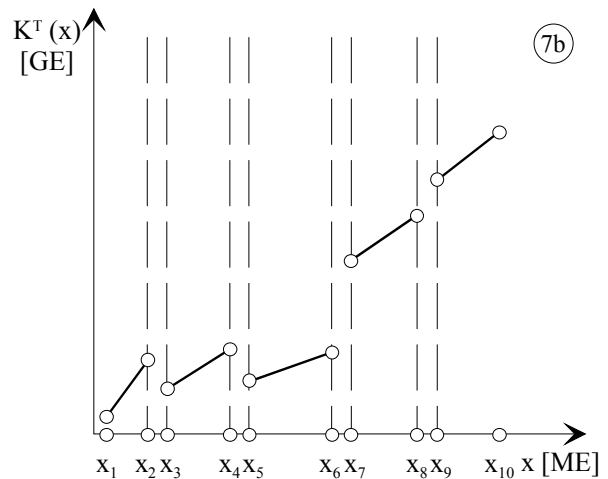
Gilt  $d_i \cdot t^{\max} < d_{i+1} \cdot t^{\min} \forall i$ , so entstehen „Ausbringungslücken“, und die Kostenfunktion ist nur für ganz bestimmte Mengenintervalle definiert. Die sich ergebenden Anpassungsintervalle lauten dann folgendermaßen (vgl. Abb. 7b):

$$d_i \cdot t^{\min} = x_{i-1} \leq x \leq x_i = d_i \cdot t^{\max} \quad \forall i, \text{ mit } x_0 = x^{\min}; \text{ zeitlich Anp. mit } d_i \text{ und } t = x/d_i.$$





7a

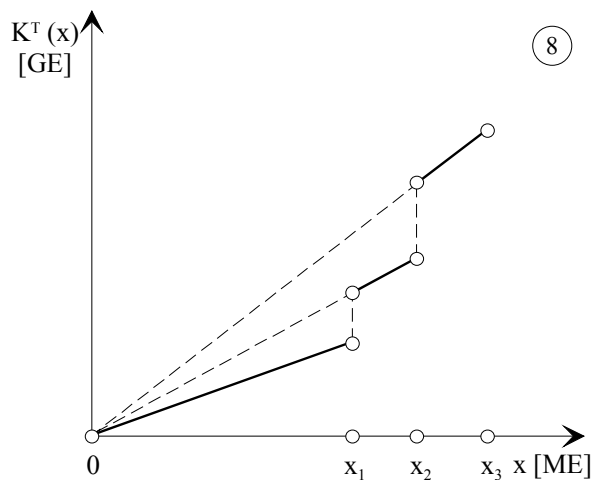


7b

#### 4.4 ... und $0 \leq t \leq t^{\max}$

Wenn die Einsatzzeit ausgehend von  $t^{\min} = 0$  kontinuierlich variiert werden kann, wird man im Falle diskreter Leistungsschaltungen von Anfang an mit der kostengünstigsten zulässigen Intensität  $d^{\text{opt}*}$  arbeiten (vgl. Abb. 8):

1. Intervall:  $0 \leq x \leq x_1 = d^{\text{opt}*} \cdot t^{\max}$ ; zeitl. Anpassung mit  $d^{\text{opt}*} = d_i$  und  $t = x/d^{\text{opt}*}$ .
  2. Intervall:  $d^{\text{opt}*} \cdot t^{\max} = x_1 < x \leq x_2 = d_{i+1} \cdot t^{\max}$ ; zeitl. Anp. mit  $d_{i+1}$  und  $t = x/d_{i+1}$ .
  3. Intervall:  $d_{i+1} \cdot t^{\max} = x_2 < x \leq x_3 = d_{i+2} \cdot t^{\max}$ ; zeitl. Anp. mit  $d_{i+2}$  und  $t = x/d_{i+2}$ .
- etc.



8

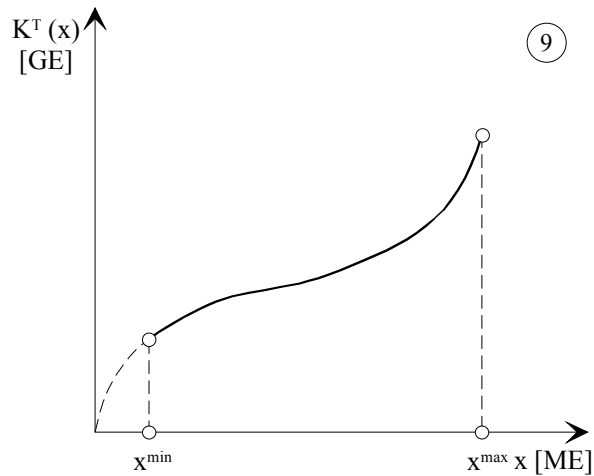
### 5 Kostenminimale Anpassung, wenn $d^{\min} \leq d \leq d^{\max}$ ...

#### 5.1 ... und $t = t^{\text{const}}$

Nunmehr sei die Intensität im Intervall  $d^{\min} \leq d \leq d^{\max}$  mit  $d^{\min} > 0$  kontinuierlich variierbar. Muß eine einmal eingeschaltete Anlage  $t^{\text{const}}$  ZE produzieren, so ergibt sich folgendes Anpassungsintervall (vgl. Abb. 9):

$$d^{\min} \cdot t^{\text{const}} = x^{\min} \leq x \leq x^{\max} = d^{\max} \cdot t^{\text{const}}; \text{ inten. Anp. mit } t^{\text{const}} \text{ und } d = x/t^{\text{const}}.$$

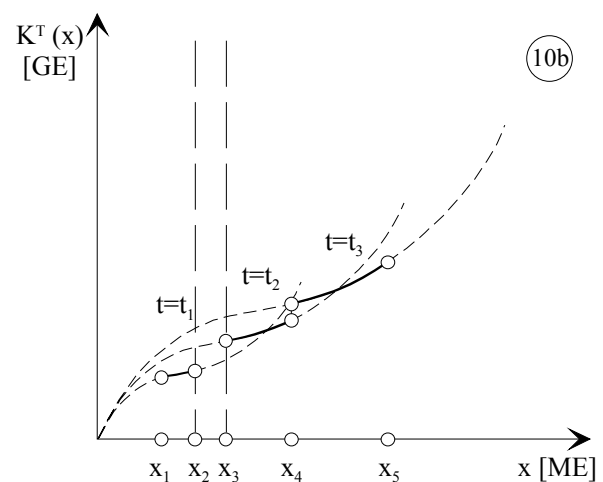
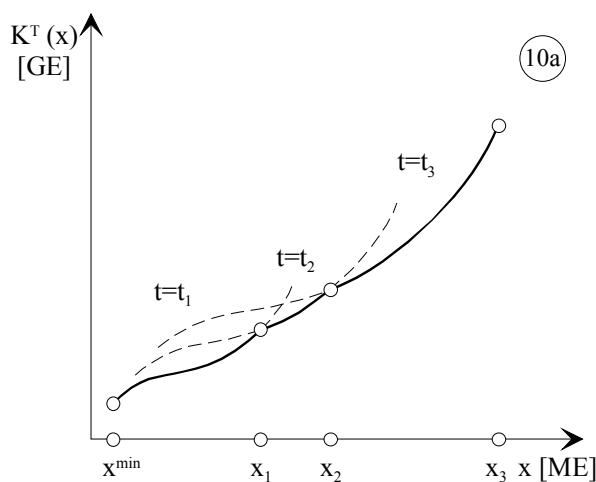
Die Inbetriebnahme der jeweiligen Maschine führt zu einem Mengen- ( $x^{\min}$ ) und Kostensprung ( $K^T(x^{\min})$ ). Zwischen  $x^{\min}$  und  $x^{\max}$  entwickeln sich die Kosten entlang der in Unterkapitel 4.1 noch als „imaginär“ bezeichneten S-Kurve.



### 5.2 ... und $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$

Stehen  $n$  diskrete Einsatzzeiten  $t_j$  zur Auswahl, lassen sich analog  $n$  verschiedene S-Kurven konstruieren. Anfangs kommt es wieder zu einem Mengen- und Kostensprung, weil mindestens  $x^{\min} = d^{\min} \cdot t_1$  [ME] mit einem laufenden Aggregat herzustellen sind. Der Übergang von einer bestimmten Betriebszeit auf die nächsthöhere erfolgt in Abhängigkeit von der Lage der verschiedenen Kostenkurven, wobei es auch zu nicht definierten Ausbringungsintervallen und Kostensprüngen (vgl. Abb. 10b) kommen kann. Folgender einfache kostenminimale Anpassungsprozeß wäre denkbar (vgl. Abb. 10a):

1. Intervall:  $d^{\min} \cdot t_1 = x^{\min} \leq x < x_1 = d' \cdot t_1$ ; inten. Anp. mit  $t = t_1$  und  $d = x/t_1$ .
  2. Intervall:  $d^{\min} \cdot t_2 < d' \cdot t_1 = x_1 \leq x < x_2 = d'' \cdot t_2$ ; inten. Anp. mit  $t = t_2$  und  $d = x/t_2$ .
  3. Intervall:  $d^{\min} \cdot t_3 < d'' \cdot t_2 = x_2 \leq x < x_3 = d''' \cdot t_3$ ; inten. Anp. mit  $t = t_3$  und  $d = x/t_3$ .
- etc.



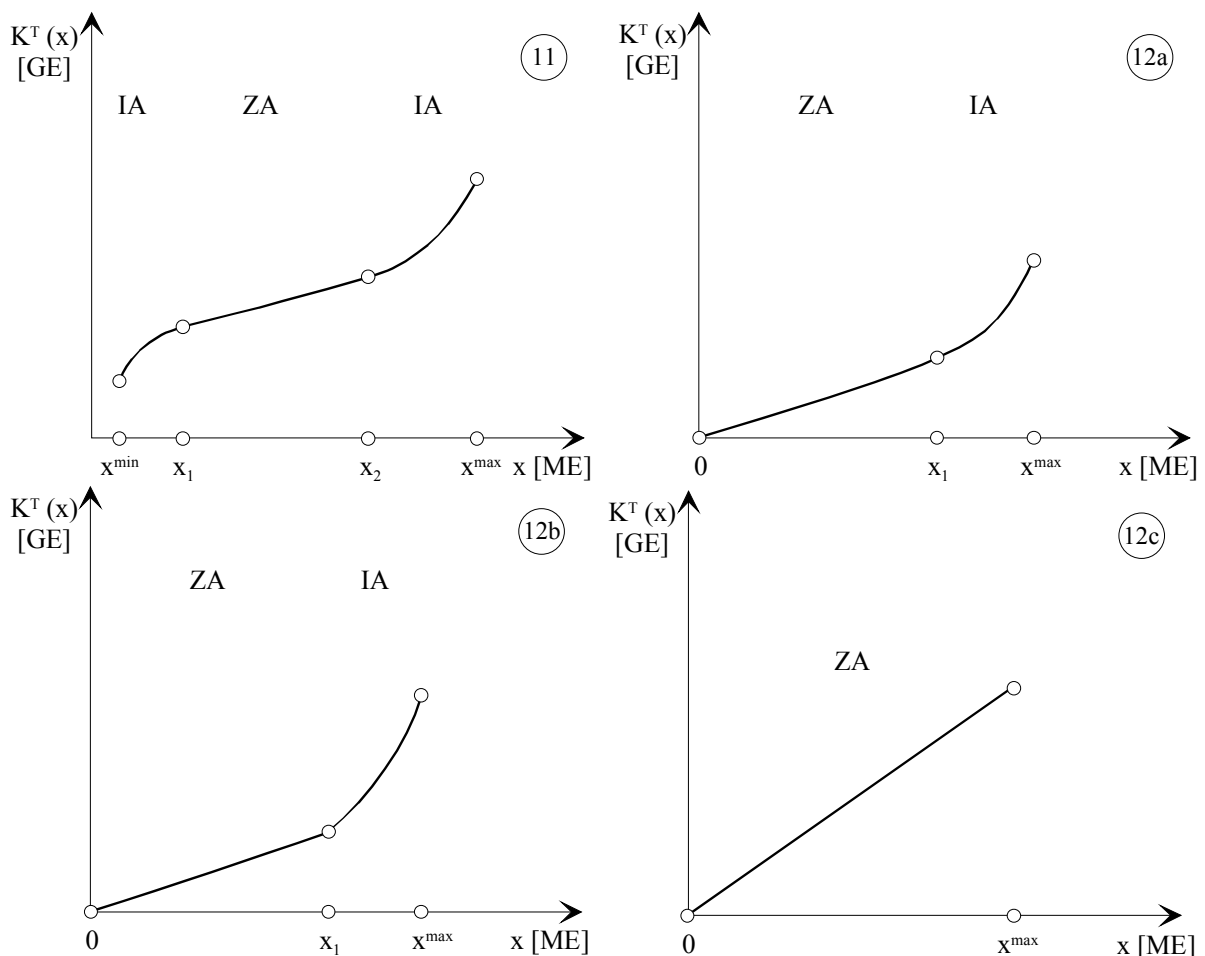
### 5.3 ... und $t^{\min} \leq t \leq t^{\max}$

Bei kontinuierlich veränderlicher Intensität und Einsatzzeit mit positiven Minimalausprägungen ist zunächst mit  $t^{\min}$  intensitätsmäßig von  $d^{\min}$  bis  $d^{\text{opt}}$  anzupassen, bevor auf den klassischen Anpassungspfad übergegangen werden kann (vgl. Abb. 11):

1. Intervall:  $d^{\min} \cdot t^{\min} = x^{\min} \leq x < x_1 = d^{\text{opt}} \cdot t^{\min}$ ; inten. Anp. mit  $t^{\min}$  und  $d = x/t^{\min}$ .
2. Intervall:  $d^{\text{opt}} \cdot t^{\min} = x_1 \leq x \leq x_2 = d^{\text{opt}} \cdot t^{\max}$ ; zeitliche Anp. mit  $d^{\text{opt}}$  und  $t = x/d^{\text{opt}}$ .
3. Intervall:  $d^{\text{opt}} \cdot t^{\max} = x_2 < x \leq x^{\max} = d^{\max} \cdot t^{\max}$ ; inten. Anp. mit  $t^{\max}$  u.  $d = x/t^{\max}$ .

### 5.4 ... und $0 \leq t \leq t^{\max}$

Ist die Intensität zwischen  $d^{\min} > 0$  und  $d^{\max}$  und ist die Einsatzzeit im Intervall  $0 \leq t \leq t^{\max}$  frei wählbar, ergeben sich die drei bereits in Kapitel 1 besprochenen Fälle. Im Gegensatz zum klassischen Fall einer zeitlichen Anpassung mit  $d^{\text{opt}}$  und einer anschließenden intensitätsmäßigen Anpassung (vgl. Abb. 12a) weist die Kostenfunktion beim Übergang von der zeitlichen Anpassung mit der Minimalintensität  $d^{\min} > d^{\text{opt}}$  zur intensitätsmäßigen Anpassung einen Knick auf (vgl. Abb. 12b;  $\rightarrow$  Grenzkostensprung). Liegt die Optimalintensität nicht unter der Maximalintensität ( $d^{\text{opt}} \geq d^{\max}$ ), so besteht die Kostenfunktion lediglich aus der bei zeitlicher Anpassung geltenden Ursprungsgeraden (vgl. Abb. 12c).



## 6 Kostenminimale Anpassung, wenn $0 \leq d \leq d^{\max}$ ...

### 6.1 ... und $t = t^{\text{const}}$

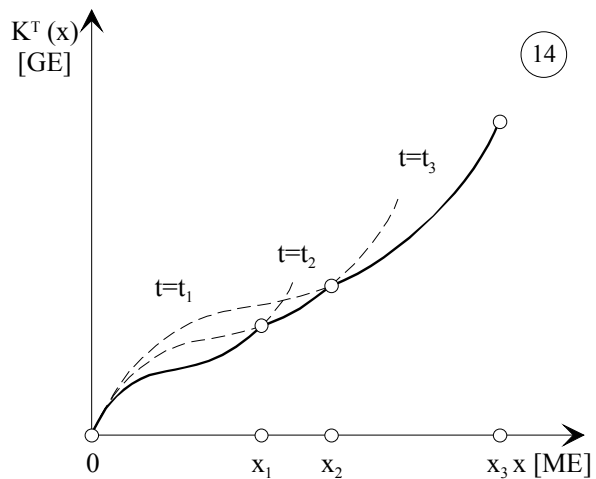
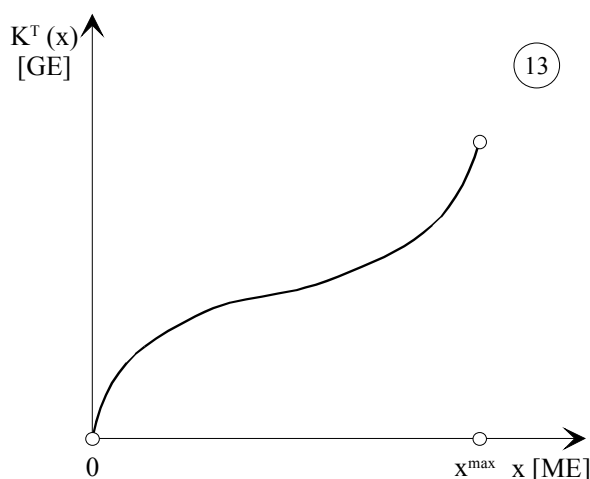
Schließlich sind noch die Fälle zu behandeln, in denen die Intensität im Intervall  $0 \leq d \leq d^{\max}$  kontinuierlich variiert werden kann. Bei einer konstanten Einsatzzeit  $t^{\text{const}}$  ergibt sich der einfachste Anpassungsprozeß mit einer aus dem Ursprung kommenden S-Kostenkurve (vgl. Abb. 13):

$0 \leq x \leq x^{\max} = d^{\max} \cdot t^{\text{const}}$ ; intensitätsmäßige Anpassung mit  $t^{\text{const}}$  und  $d = x/t^{\text{const}}$ .

### 6.2 ... und $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$

Bei  $n$  diskreten Einsatzzeiten  $t_j$  gibt es auch  $n$  verschiedene S-Kostenkurven. Die „untere Umhüllende“ determiniert den zugehörigen Anpassungsprozeß (vgl. Abb. 14):

1. Intervall:  $0 \leq x < x_1 = d^{\cdot} \cdot t_1$ ; intensitätsmäßige Anpassung mit  $t = t_1$  und  $d = x/t_1$ .
  2. Intervall:  $d^{\cdot} \cdot t_1 = x_1 \leq x < x_2 = d^{\cdot\cdot} \cdot t_2$ ; intensitätsmäßige Anp. mit  $t = t_2$  und  $d = x/t_2$ .
  3. Intervall:  $d^{\cdot\cdot} \cdot t_2 = x_2 \leq x < x_3 = d^{\cdot\cdot\cdot} \cdot t_3$ ; inten. Anpassung mit  $t = t_3$  und  $d = x/t_3$ .
- etc.



### 6.3 ... und $t^{\min} \leq t \leq t^{\max}$

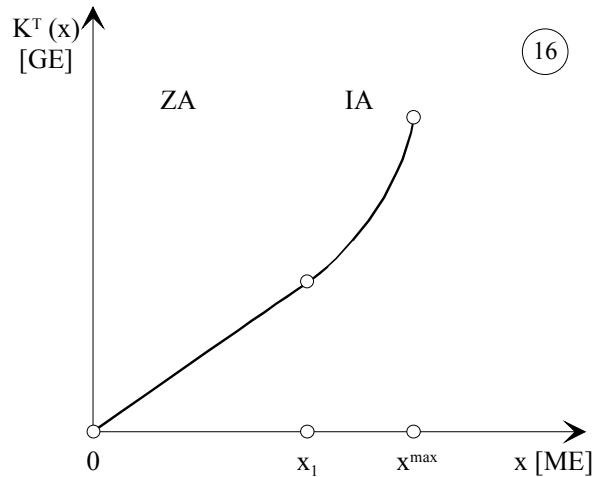
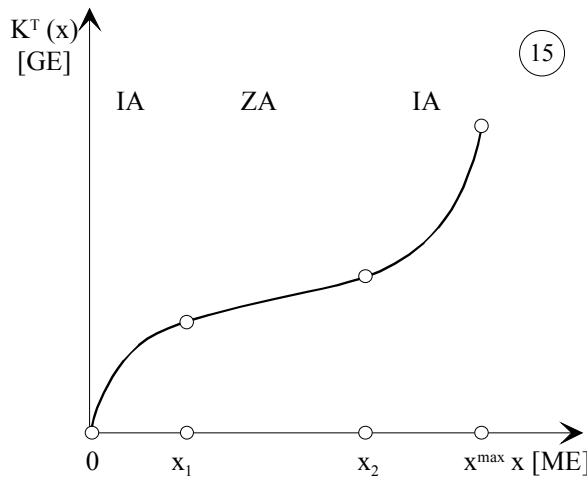
Gilt  $t^{\min} \leq t \leq t^{\max}$ , weicht der kostenminimale Anpassungsprozeß nur im Bereich  $0 \leq x < d^{\text{opt}} \cdot t^{\min}$  vom klassischen Anpassungspfad ab (vgl. Abb. 15):

1. Intervall:  $0 \leq x < x_1 = d^{\text{opt}} \cdot t^{\min}$ ; intensitätsmäßige Anp. mit  $t^{\min}$  und  $d = x/t^{\min}$ .
2. Intervall:  $d^{\text{opt}} \cdot t^{\min} = x_1 \leq x \leq x_2 = d^{\text{opt}} \cdot t^{\max}$ ; zeitliche Anp. mit  $d^{\text{opt}}$  und  $t = x/d^{\text{opt}}$ .
3. Intervall:  $d^{\text{opt}} \cdot t^{\max} = x_2 < x \leq x^{\max} = d^{\max} \cdot t^{\max}$ ; inten. Anp. mit  $t^{\max}$  u.  $d = x/t^{\max}$ .

## 6.4 ... und $0 \leq t \leq t^{\max}$

Sind beide Aktionsparameter kontinuierlich ausgehend vom Minimalwert 0 variierbar, ergibt sich der gleiche Anpassungspfad wie in Kapitel 1 und Abb. 12a (vgl. Abb. 16):

1. Intervall:  $0 \leq x \leq x_1 = d^{\text{opt}} \cdot t^{\text{max}}$ ; zeitliche Anpassung mit  $d^{\text{opt}}$  und  $t = x/d^{\text{opt}}$ .
2. Intervall:  $d^{\text{opt}} \cdot t^{\text{max}} = x_1 < x \leq x^{\text{max}} = d^{\text{max}} \cdot t^{\text{max}}$ ; inten. Anp. mit  $t^{\text{max}}$  u.  $d = x/t^{\text{max}}$ .



## Literaturhinweise

ADAM, D. (1998): Produktionsmanagement, 9. Auflage, Wiesbaden 1998.

GUTENBERG, E. (1983): Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Band 1 – Die Produktion, 24. Auflage, Berlin/Heidelberg/New York 1983.

ROLLBERG, R. (2000): Anpassungsprozesse mit Intensitätssplitting, in: BURCHERT, H., HERING, T., ROLLBERG, R. (Hrsg.), Produktionswirtschaft, München/Wien 2000, S. 152–161.

WAGNER, H., PAPKE, TH. (1986): Kostentheorie und Kostenpolitik, Teil 1 und 2, Arbeitspapier Nr. 24 des Lehrstuhls für Organisation und elektronische Datenverarbeitung der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster, Münster 1986.