Ried, Walter

Working Paper

Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene im demographischen Wandel: der Einfluss des medizinischen Fortschritts

Wirtschaftswissenschaftliche Diskussionspapiere // Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät, No. 10/2006

ERNST-MORITZ-ARNDT-UNIVERSITÄT GREIFSWALD

Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät
Wirtschaftswissenschaftliche Diskussionspapiere

Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene im demographischen Wandel – der Einfluss des medizinischen Fortschritts

Walter Ried[♦]

Universität Greifswald

Diskussionspapier 10/2006

Dezember 2006

[♦] Den Anstoß für die in diesem Papier vorgestellte Analyse lieferten Diskussionen im Umfeld von Vorträgen, die ich an der TU Dresden, den Universitäten Greifswald und Rostock sowie auf der Jahrestagung des Gesundheitsökonomischen Ausschusses beim Verein für Socialpolitik über die Zusammenhänge zwischen demographischem Wandel, medizinischem Fortschritt und Gesundheitsausgaben gehalten habe. Ich danke den Teilnehmern, insbesondere Roland Eisen, herzlich für zahlreiche Anregungen und hilfreiche Kommentare. Die Verantwortung für verbliebene Mängel liegt selbstverständlich bei mir.

Zusammenfassung

Die Unterscheidung zwischen den Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene spielt eine wichtige Rolle in der aktuellen Diskussion über die Folgen des medizinischen Fortschritts für die künftige Inanspruchnahme von Ressourcen des Gesundheitswesens. Den Anlass bildet die in Querschnittsanalysen empirisch gestützte Beobachtung, der zufolge in den einzelnen Altersklassen die Gesundheitsausgaben für Verstorbene typischerweise deutlich höher ausfallen als für Überlebende. Lässt sich daraus folgern, dass eine Verringerung der altersspezifischen Sterblichkeit eine Senkung der altersbezogenen Gesundheitsausgaben pro Kopf bewirkt?

Das vorliegende Papier geht dieser Frage in einem Modellrahmen nach, in dem für die Individuen in jeder Lebensperiode eine positive Inzidenz einer letalen Erkrankung gilt, die sie bei adäquater medizinischer Behandlung in der Regel mit einer positiven Wahrscheinlichkeit überleben. Während in einer einfachen Modellvariante frühere letale Erkrankungen keine Rolle spielen, lässt das allgemeine Modell einen Einfluss auf die zentralen Größen Inzidenz, Überlebenswahrscheinlichkeit im Falle einer letalen Erkrankung und Gesundheitsausgaben in späteren Lebensperioden zu. In beiden Fällen bleibt die Analyse auf stationäre Zustände beschränkt, um langfristige Effekte zu identifizieren.

Die Analyse ermittelt verschiedene Ausgabeneffekte einer höheren altersspezifischen Überlebenswahrscheinlichkeit aufgrund des medizinischen Fortschritts bei Verstorbenen und Überlebenden. Während im einfachen Modell die Ausgabeneffekte auf dieselbe Lebensperiode beschränkt sind, können im allgemeinen Modell auch indirekte Effekte entstehen, die in späteren Lebensperioden auftreten. In beiden Modellvarianten tritt eine Ausgabensenkung infolge einer verringerten Sterblichkeit nur unter restriktiven Bedingungen ein.

JEL-Klassifikation: I12, J11, O33

Schlagworte: demographischer Wandel, medizinischer Fortschritt, altersspezifische Gesundheitsausgaben für Verstorbene und Überlebende, Sterbekostenansatz

1. Einleitung

Die Bevölkerung in den entwickelten Industriestaaten altert. Eine wesentliche Ursache dieser Entwicklung ist die Verringerung der Sterblichkeit in den höheren Altersstufen, die unter sonst gleichen Umständen die Altersstruktur so verändert, dass das durchschnittliche Lebensalter im Zeitablauf steigt. Die sinkenden altersspezifischen Sterberaten wiederum können unter Anderem auf den medizinischen Fortschritt zurückgeführt werden: Verbesserte Möglichkeiten der Diagnostik und Therapie ermöglichen bei letalen Krankheiten eine Verringerung der Sterbefälle, was zu der genannten Entwicklung beiträgt.

Die Verlängerung der (erwarteten) Lebenszeit, die aus der Sicht der Individuen in der Regel einen Nutzeneffekt darstellen wird, kann jedoch mit höheren Gesundheitsausgaben einhergehen. Zieht man die absoluten Ausgaben heran, ist dieser Effekt unstrittig. In Bezug auf die altersspezifischen Ausgaben pro Kopf ergibt sich hingegen ein weniger klares Bild. Zunächst zeigen Querschnittsanalysen, die etwa für ein Jahr die altersbezogene Verteilung der Gesundheitsausgaben pro Kopf untersuchen, einen ausgeprägten Anstieg ab einem bestimmten Lebensalter, das bei Frauen typischerweise etwas höher als bei Männern liegt. Würde ein derartiges Ausgabenprofil auch im Zeitablauf gelten, dann implizierte eine Veränderung der Altersstruktur in Richtung einer stärkeren (relativen) Besetzung höherer Altersstufen steigende Gesundheitsausgaben pro Kopf.

In der Literatur werden verschiedene Hypothesen zur Entwicklung der altersbezogenen Gesundheitsausgaben im Zeitablauf diskutiert.[1] Die Medikalisierungs-These geht davon aus, dass die länger lebenden Individuen in ihren zusätzlichen Lebensjahren in größerem Umfang Ressourcen des Gesundheitswesens beanspruchen und postuliert daher im Zeitablauf steigende altersbezogene Gesundheitsausgaben pro Kopf.[2] Zu dem entgegen gesetzten Ergebnis gelangt die Kompressions-These, der zufolge gewonnene Lebensjahre überwiegend bei guter Gesundheit verbracht werden und die damit eine Begründung für sinkende altersspezifische Gesundheitsausgaben liefert.[3]

In jüngerer Zeit ist mit dem Sterbekostenansatz eine weitere These eingeführt worden, die auf den Unterschied der altersbezogenen Gesundheitsausgaben pro Kopf für Überlebende und Verstorbene abstellt.[4] Den Ausgangspunkt bildet die Beobachtung, dass die Ausgaben für Verstorbene typischerweise deutlich höher ausfallen.[5] Wenn nun die altersbezogene Sterblichkeit zurückgeht, dann nimmt der Anteil der Verstorbenen an allen Individuen einer Altersstufe ab. Bei unveränderten Gesundheitsausgaben pro Kopf für die beiden Teilgruppen folgt daraus ein Rückgang der altersbezogenen Gesundheitsausgaben insgesamt. Der Sterbekostenansatz postuliert daher eine Verschiebung des in Querschnittsanalysen beobachteten Ausgabenprofils nach unten, wenn im Zeitablauf die altersbezogenen Sterberaten zurückgehen. Allerdings betonen die Vertreter dieses Ansatzes, dass es sich hierbei um einen rein demogra-

1 Für eine Übersicht vgl. Ulrich (2003) sowie Ulrich (2004).
2 Vgl. Verbrugge (1984).
3 Vgl. Fries (1980), (1983) sowie Busse et al. (2002) für eine empirische Analyse anhand deutscher Daten.
4 Vgl. z.B. Fuchs (1984), Zweifel et al. (1999), Breyer (1999), Buttler et al. (1999), Zweifel et al. (2004), Felder (2006), S. 65ff. sowie Breyer und Felder (2006).
5 Vgl. Breyer (1999), Kruse et al. (2003), S. 18ff. sowie Kruse (2006), S. 518.

phischen Effekt handelt, der bei medizinischem Fortschritt durch dessen Ausgabeneffekte überlagert wird.[6]

Der vorliegende Beitrag greift diese Unterscheidung auf und untersucht die Entwicklung der Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene unter der Prämisse, dass die Verringerung der altersbezogenen Sterblichkeit durch den medizinischen Fortschritt verursacht wird.[7] Die Veränderung der Struktur der Altersgruppen im Hinblick auf Überlebende und Verstorbene ist somit nicht rein demographisch bedingt, sondern durch den Fortschritt angestoßen. Ein wesentliches Ziel der Analyse besteht darin, diejenigen Effekte zu untersuchen, die im Zeitablauf für die beiden Teilgruppen zu erwarten sind. Dazu gehört auch die Frage, ob und unter welchen Umständen eine Verringerung des Anteils der Verstorbenen in einer Altersgruppe eine Senkung der altersbezogenen Gesundheitsausgaben bewirken kann.[8]

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut. Zunächst wird im nächsten Abschnitt ein einfaches Modell vorgestellt, das eine Unterscheidung der Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene in Abhängigkeit von deren Lebensalter gestattet und dessen Untersuchung erste Antworten auf die oben angeführten Fragen liefert. Sodann erweitert der dritte Abschnitt die Perspektive, in dem die auf letale Krankheiten bezogene Vorgeschichte eines Individuums als weitere Einflussgröße berücksichtigt wird. Für dieses erweiterte Modell werden die Ergebnisse bezüglich der altersbezogenen Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene im vierten Abschnitt ausführlich dargestellt und anhand eines Beispiels erläutert. Im fünften und letzten Abschnitt erfolgt eine Diskussion der Resultate, die insbesondere auf den Vergleich des in dieser Arbeit verfolgten Ansatzes mit dem erwähnten Sterbekostenansatz abstellt.

2. Ein einfaches Modell

2.1 Darstellung

2.1.1 Struktur

Im Folgenden wird ein Modell in diskreter Zeit vorgestellt, das die Auswirkungen einer Erhöhung der Lebenserwartung aufgrund des medizinischen Fortschritts abbildet. Die Analyse berücksichtigt lediglich die Mortalität explizit. In jeder Periode kommen Mitglieder einer neuen Generation auf die Welt, die dann eine maximale Anzahl Ω von Perioden als Lebenszeit erleben *können*. Allerdings ist die tatsächliche Lebenszeit stochastisch, da ein Mitglied einer Generation in jeder Periode seines Lebens einem Sterberisiko ausgesetzt ist. Dieses Risiko entsteht jeweils durch das Zusammenspiel von zwei Faktoren: Der Wahrscheinlichkeit, sich eine Krankheit zuzuziehen, die tödlich enden kann, und der Wahrscheinlichkeit, dass die darauf abgestimmte medizinische Behandlung erfolglos bleibt. Dieser Ansatz ermöglicht es, in einfacher Weise zwischen den Kosten der Behandlung eines Patienten und dem medizinischen Ergebnis der Behandlung zu trennen. Zugleich wird dadurch die Unsicherheit berücksichtigt, die bei der medizinischen Behandlung letaler Krankheiten typischerweise vorherrscht.

6 Vgl. Zweifel et al. (1999), Zweifel et al. (2004) sowie Breyer und Felder (2006).

7 Den Ausgabeneffekt aufgrund des medizinischen Fortschritts schätzen Breyer und Ulrich (2000).

8 Eine terminologische Anmerkung: Es ist in der Literatur üblich, Individuen als „Verstorbene“ zu bezeichnen, wenn sie in naher Zukunft, typischerweise am Ende einer Periode, versterben. Dieser Konvention wird auch im vorliegenden Papier gefolgt. Um unnötige Missverständnissen zu vermeiden, wäre es allerdings besser, von Versterbenden zu reden.

Zur Vereinfachung behandelt die Analyse lediglich stationäre Zustände. Dies impliziert, dass man zur Kennzeichnung der Mitglieder einer Generation lediglich das Lebensalter bzw. die Lebensperiode benötigt und von einer expliziten Betrachtung des Kalenderjahres absehen kann. In diesem Rahmen ist es möglich, langfristige Beziehungen herauszuarbeiten. Andererseits ist der Verzicht auf eine Untersuchung nicht-stationärer Zustände mit dem Nachteil verbunden, dass die Dynamik des Modells und z.B. die Frage der Stabilität ausgeblendet werden. Da die Altersstruktur im Vordergrund steht, werden weiterhin die Geburten und damit die Stärke einer Kohorte zu Beginn ihrer Lebenszeit nicht explizit betrachtet.

Die drei zentralen Parameter des Modells sind die Inzidenz der letalen Erkrankung, die Überlebenswahrscheinlichkeit im Falle einer derartigen Erkrankung und schließlich die Ausgaben für Gesundheitsleistungen. Das hier untersuchte Modell wird als einfach bezeichnet, weil diese Größen in jeder Lebensperiode jeweils als unabhängig von der speziellen Vorgeschichte eines Individuums angenommen werden. Diese Voraussetzung erlaubt es zunächst, in einfacher Weise die Auswirkungen des medizinischen Fortschritts auf die altersbezogenen Gesundheitsausgaben zu isolieren. In den nächsten Kapiteln wird ein allgemeineres Modell behandelt, in dem die Vorgeschichte eines Individuums einen Einfluss auf jeden der drei Parameter Rolle ausüben kann.

Jedes Individuum wird zu Beginn einer Periode geboren und verstirbt am Ende derselben oder einer späteren Lebensperiode. Für die Lebenszeit T eines Mitglieds einer Generation wird angenommen, dass diese wie zuvor erwähnt durch eine endliche Anzahl Ω von Perioden begrenzt ist:

(1) $$1 \leq T \leq \Omega .$$

Wie oben bereits angedeutet, handelt es sich bei den explizit betrachteten Krankheiten stets um letale Krankheiten. Andererseits können Individuen, die in einer Lebensperiode *in diesem Sinn* nicht von einer Krankheit befallen werden, durchaus noch krank werden und Ausgaben für (z.B. kurative) Gesundheitsleistungen verursachen. D_t stellt eine Variable dar, die anzeigt, ob eine letale Krankheit in einer Periode t vorliegt oder nicht. Die Krankheit selbst wird nicht näher bezeichnet, ihre Behandlung ist aber stets mit einem gewissen Todesrisiko verbunden. Wenn diese Krankheit vorliegt, gilt $D_t = d_t$, andernfalls trifft $D_t = \overline{d}_t$ zu. Es gilt also:

(2) $$D_t = \left\{ d_t, \overline{d}_t \right\}.$$

Die Inzidenz der letalen Erkrankung in einer Lebensperiode ist für alle dann noch lebenden Individuen identisch und fällt in jeder Lebensperiode positiv aus. Konkret wird angenommen, dass in der letzten möglichen Lebensperiode Ω die Krankheit mit Sicherheit auftritt, ansonsten die Inzidenz aber kleiner als Eins ist:

(3) $$\begin{array}{ll} 0 \langle \rho_t \langle 1 & \textit{für } 1 \leq t \leq \Omega - 1 \\ \rho_t = 1 & \textit{für } t = \Omega \end{array} .$$

Die Inzidenzen sind als auf das Lebensalter bedingte Wahrscheinlichkeiten einer letalen Erkrankung zu interpretieren.

Wenn eine letale Erkrankung in einer Lebensperiode t aufgetreten ist, überleben die Individuen mit einer Wahrscheinlichkeit e_t bei adäquater medizinischer Behandlung. Im folgenden wird stets angenommen, dass eine derartige Behandlung erfolgt, die zugleich den Stand des medizinischen Wissens widerspiegelt. Für diese – auf die letale Erkrankung in einer Lebensperiode t – bedingten Wahrscheinlichkeiten des Überlebens gilt:

(4)
$$\begin{array}{ll} 0 < e_t < 1 & \mathit{für}\ 1 \le t \le \Omega - 1 \\ e_t = 0 & \mathit{für}\ t = \Omega \end{array}.$$

Zusammen mit (3) sichert diese Annahme den Tod derjenigen Individuen, welche die maximale Lebensdauer erreichen, in der Lebensperiode Ω.

Zu Beginn einer jeden Lebensperiode t gilt somit für alle Mitglieder einer Generation jeweils dasselbe Erkrankungsrisiko ρ_t und dasselbe Mortalitätsrisiko $\rho_t \cdot (1 - e_t)$. In der letzten möglichen Periode Ω betragen beide Risiken Eins. In jeder anderen Lebensperiode sind hingegen die Wahrscheinlichkeit $1 - \rho_t$, keine letale Erkrankung zu bekommen und die Wahrscheinlichkeit $\rho_t \cdot e_t$, eine letale Erkrankung zu überleben, ebenfalls positiv.

Um die altersbezogenen Ausgaben für Gesundheitsleistungen ermitteln zu können, sind zunächst die Gesundheitsausgaben für die verschiedenen Ereignisse in den einzelnen Lebensperioden anzugeben. Bei Auftreten einer letalen Erkrankung in einer Lebensperiode t verursache die dann notwendige Behandlung Gesundheitsausgaben in Höhe von $L(d_t)$. Wenn alternativ keine derartige Erkrankung auftritt, entstehen hingegen Ausgaben in Höhe von $L(\overline{d}_t)$.

Die altersspezifischen Gesundheitsausgaben pro Kopf stellen in empirischer Hinsicht eine Größe dar, die erst ex post bestimmt werden kann. Im Rahmen eines Modells bietet es sich an, mit den erwarteten Gesundheitsausgaben in einer Lebensperiode t stattdessen die entsprechende ex ante Größe zu untersuchen. Aufgrund der oben genannten Annahmen gilt für diese Ausgaben, wenn E_t den Erwartungsoperator bezeichnet, der diejenige Information berücksichtigt, die zu Beginn der Lebensperiode t vorliegt:

(5)
$$E_t(L_t) = \begin{array}{ll} \rho_t \cdot L(d_t) + (1 - \rho_t) \cdot L(\overline{d}_t) & 1 \le t \le \Omega - 1 \\ = L(d_\Omega) & t = \Omega \end{array}.$$

In diese Größe gehen sowohl die Gesundheitsausgaben für Überlebende als auch für Verstorbene ein. Um eine Unterscheidung nach den beiden Teilgruppen vornehmen zu können, benötigt man zunächst die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten. Für die – auf das Erleben der betrachteten Periode bedingte – Wahrscheinlichkeit des Überlebens gilt:

(6a)
$$P(T > t | T \ge t) = 1 - \rho_t + \rho_t \cdot e_t \begin{array}{ll} > 0 & \mathit{für}\ 1 \le t \le \Omega - 1 \\ = 0 & \mathit{für}\ t = \Omega \end{array}.$$

Die dazu komplementäre (ebenfalls bedingte) Wahrscheinlichkeit des Versterbens am Ende einer Lebensperiode t lautet:

(6b)
$$P(T = t | T \ge t) = \rho_t \cdot (1 - e_t).$$

Aus (6a) erhält man für die auf das Überleben bedingte Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung in dieser Periode:

(7a) $$1 \leq t \leq \Omega \quad \Rightarrow \quad P\left(d_t \middle| T \rangle\, t\right) = \frac{\rho_t \cdot e_t}{1-\rho_t + \rho_t \cdot e_t} = \frac{P\left(d_t, T \rangle\, t \middle| T \geq t\right)}{P\left(T \rangle\, t \middle| T \geq t\right)}.$$

Die dazu komplementäre Wahrscheinlichkeit bezeichnet die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass eine derartige Erkrankung in der aktuellen Periode t bei einem Individuum, das diese Lebensperiode überlebt, nicht aufgetreten ist:

(7b) $$1 \leq t \leq \Omega \quad \Rightarrow \quad P\left(\overline{d}_t \middle| T \rangle\, t\right) = \frac{1-\rho_t}{1-\rho_t + \rho_t \cdot e_t} = \frac{P\left(\overline{d}_t, T \rangle\, t \middle| T \geq t\right)}{P\left(T \rangle\, t \middle| T \geq t\right)} = 1 - P\left(d_t \middle| T \rangle\, t\right).$$

Mit diesen Wahrscheinlichkeiten lassen sich die erwarteten Ausgaben für Gesundheitsleistungen eines Überlebenden wie folgt darstellen:

(7c) $$1 \leq t \leq \Omega \quad \Rightarrow \quad E_t\left(L_t \middle| T \rangle\, t\right) = P\left(d_t \middle| T \rangle\, t\right) \cdot L(d_t) + P\left(\overline{d}_t \middle| T \rangle\, t\right) \cdot L\left(\overline{d}_t\right)$$
$$= \frac{\rho_t \cdot e_t}{1-\rho_t + \rho_t \cdot e_t} \cdot L(d_t) + \frac{1-\rho_t}{1-\rho_t + \rho_t \cdot e_t} \cdot L\left(\overline{d}_t\right).$$

Für die Verstorbenen gestaltet sich die Analyse einfacher, da bei ihnen die letale Krankheit in der betrachteten Periode aufgetreten sein muss. Damit sind die zugehörigen Gesundheitsausgaben nicht zufallsabhängig und es gilt:

(8) $$E_t\left(L_t \middle| T = t\right) = L(d_t).$$

Mittels der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene können die erwarteten Gesundheitsausgaben in einer Lebensperiode t wie folgt umgeformt werden:

(9a) $$E_t\left(L_t \middle| T \geq t\right) = P\left(d_t \middle| T \geq t\right) \cdot L(d_t) + P\left(\overline{d}_t \middle| T \geq t\right) \cdot L\left(\overline{d}_t\right)$$
$$= \rho_t \cdot L(d_t) + (1-\rho_t) \cdot L\left(\overline{d}_t\right) = \rho_t \cdot \left[(1-e_t) + e_t\right] \cdot L(d_t) + (1-\rho_t) \cdot L\left(\overline{d}_t\right)$$
$$= \rho_t \cdot (1-e_t) \cdot L(d_t) + \left[\rho_t \cdot e_t + (1-\rho_t)\right] \cdot \left\{\left[\frac{\rho_t \cdot e_t}{\rho_t \cdot e_t + (1-\rho_t)}\right] \cdot L(d_t) + \frac{1-\rho_t}{\rho_t \cdot e_t + (1-\rho_t)} \cdot L\left(\overline{d}_t\right)\right\}$$
$$= \rho_t \cdot (1-e_t) \cdot E_t\left(L_t \middle| T = t\right) + \left[\rho_t \cdot e_t + (1-\rho_t)\right] \cdot E_t\left(L_t \middle| T \rangle\, t\right)$$
$$= P\left(T = t \middle| T \geq t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| T = t\right) + P\left(T \rangle\, t \middle| T \geq t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| T \rangle\, t\right).$$

Damit sind die erwarteten Gesundheitsausgaben insgesamt als mittlere erwartete Ausgaben zu interpretieren, indem man die Wahrscheinlichkeiten des Überlebens bzw. Versterbens berücksichtigt:

(9b) $$E_t\left(L_t \middle| T \geq t\right) = P\left(T = t \middle| T \geq t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| T = t\right) + P\left(T \rangle\, t \middle| T \geq t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| T \rangle\, t\right)$$
$$P\left(T = t \middle| T \geq t\right) \cdot L(D_t) + P\left(T \rangle\, t \middle| T \geq t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| T \rangle\, t\right).$$

Schließlich überprüft man ohne Schwierigkeit, dass die Inzidenz einer letalen Erkrankung in einer Lebensperiode und die dazu komplementäre Wahrscheinlichkeit gerade einen Mittelwert der entsprechenden Größen für Überlebende und Verstorbene darstellen. Zunächst gilt für die Inzidenz:

(9c)
$$\begin{aligned}\rho_t &= P(T > t | T \geq t) \cdot P(d_t | T > t) + P(T = t | T \geq t) \cdot P(d_t | T = t) \\ &= P(T > t | T \geq t) \cdot P(d_t | T > t) + 1 \cdot P(T = t | T \geq t),\end{aligned}$$

wobei die zweite Beziehung aus der Tatsache folgt, dass nur Individuen versterben können, bei denen eine letale Erkrankung aufgetreten ist. Dies impliziert für die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Abwesenheit einer derartigen Erkrankung:

(9d)
$$\begin{aligned}1 - \rho_t &= P(T > t | T \geq t) \cdot P(\overline{d}_t | T > t) + P(T = t | T \geq t) \cdot P(\overline{d}_t | T = t) \\ &= P(T > t | T \geq t) \cdot P(\overline{d}_t | T > t).\end{aligned}$$

2.1.2 Ein Beispiel

Im Folgenden wird ein Beispiel vorgestellt, das der Veranschaulichung des einfachen Modells und insbesondere der im nächsten Abschnitt unternommenen Effektanalyse dienen soll. Den einzelnen Parametern sind dabei Werte zugewiesen worden, die einen Vergleich mit demjenigen Beispiel ermöglichen, das später zur Illustration des allgemeinen Modells behandelt wird. Unter der Annahme, dass die maximale Lebenszeit eines Individuums mindestens vier Perioden beträgt, werden die zweite und die dritte Lebensperiode explizit berücksichtigt. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die Ausgangsdaten des Beispiels.

Tab. 1: Das einfache Modell im Beispiel – Parameterwerte

Lebensperiode 2	Lebensperiode 3
$\rho_2 = 0{,}233$	$\rho_3 = 0{,}254$
$e_2 = 0{,}714$	$e_3 = 0{,}671$
$L(d_2) = 857{,}143$	$L(d_3) = 914{,}366$
$L(\overline{d}_2) = 513{,}043$	$L(\overline{d}_3) = 522{,}249$

Die Inzidenz der letalen Erkrankung fällt in der dritten Lebensperiode etwas höher als in der zweiten Periode aus. Umgekehrt liegt die Überlebenswahrscheinlichkeit bei adäquater medizinischer Behandlung einer letalen Erkrankung in der dritten Periode etwas unter derjenigen, die für die vorherige Periode gilt. Weiterhin wird für beide Lebensperioden unterstellt, dass die Gesundheitsausgaben bei einer letalen Erkrankung jeweils deutlich höher sind als bei deren Abwesenheit. Schließlich wird angenommen, dass beide Ausgabengrößen im betrachteten Zeitfenster des Lebenszyklus mit der Lebensdauer ansteigen.

Was implizieren diese Voraussetzungen für die im vorangegangenen Abschnitt definierten Größen? Die Antworten sind in Tabelle 2 dargestellt.

Tab. 2: Das einfache Modell im Beispiel – Abgeleitete Größen

Lebensperiode 2	Lebensperiode 3
$P(d_2 \| T > 2) = 0{,}178$ $P(\bar{d}_2 \| T > 2) = 0{,}822$	$P(d_3 \| T > 3) = 0{,}186$ $P(\bar{d}_3 \| T > 3) = 0{,}814$
$P(T = 2 \| T \geq 2) = 0{,}067$ $P(T > 2 \| T \geq 2) = 0{,}933$	$P(T = 3 \| T \geq 3) = 0{,}084$ $P(T > 3 \| T \geq 3) = 0{,}916$
$E_2(L_2) = 593{,}218$	$E_3(L_3) = 621{,}847$
$E_2(L_2 \| T = 2) = L(d_2) = 857{,}143$ $E_2(L_2 \| T > 2) = 574{,}375$	$E_3(L_3 \| T = 3) = L(d_3) = 914{,}366$ $E_3(L_3 \| T > 3) = 595{,}173$

Zunächst ist einsichtig, dass die niedrige Inzidenz der letalen Erkrankung gemeinsam mit der hohen Überlebenswahrscheinlichkeit jeweils zu einer geringen bedingten Sterbewahrscheinlichkeit $P(T = t | T \geq t)$ in den beiden betrachteten Lebensperioden führt. Die etwas höhere Sterbewahrscheinlichkeit in der dritten Lebensperiode ist sowohl auf die etwas höhere Inzidenz einer letalen Erkrankung als auch auf die geringere Überlebenswahrscheinlichkeit zurückzuführen. Weiterhin fällt die Inzidenz unter den Überlebenden stets niedriger aus als die allgemeine Inzidenz, wie aufgrund von (9c) nicht anders zu erwarten.

Die erwarteten Gesundheitsausgaben in der dritten Lebensperiode sind höher als in der zweiten Periode. Dies beruht einerseits auf der Erhöhung der Gesundheitsausgaben im Zeitablauf, sowohl im Falle einer letalen Erkrankung als auch bei deren Abwesenheit. Andererseits wirkt die höhere Inzidenz einer letalen Erkrankung in der späteren Periode, zusammen mit den – im Vergleich zur Abwesenheit einer derartigen Erkrankung – höheren Gesundheitsausgaben, in dieselbe Richtung. In derselben Weise sind die steigenden erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende zu erklären. Schließlich implizieren die jeweils höheren Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung in jeder betrachteten Lebensperiode die höheren Ausgaben für Verstorbene.

2.2 Die Auswirkungen des medizinischen Fortschritts

2.2.1 Allgemeine Analyse

Wie entwickeln sich die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene im Zeitablauf, wenn infolge medizinischen Fortschritts die Überlebenswahrscheinlichkeit an der letalen Erkrankung in einer Lebensperiode steigt? Dies wird im Folgenden anhand einer Marginalanalyse untersucht. Konkret wird angenommen, dass in einer Lebensperiode j (mit

$1 \leq j \leq \Omega - 1$) eine relative Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit in folgender Weise zustande kommt:

(10) $$\frac{d(e_j)}{e_j} = c_j \rangle 0 .$$

Zur Ermittlung der damit verbundenen Ausgabeneffekte ist weiterhin anzugeben, ob und in welcher Weise sich die zugehörigen Behandlungsausgaben verändern. Um die Möglichkeit eines derartigen Ausgabeneffekts berücksichtigen zu können, wird nun die Abhängigkeit der Gesundheitsausgaben im Falle einer Behandlung der letalen Erkrankung von der Überlebenswahrscheinlichkeit explizit gemacht. Für die relative Veränderung der Behandlungskosten wird angenommen, dass diese durch einen Parameter k_j beschrieben werden kann:

(11) $$\frac{d\left[L(d_j;e_j)\right]}{L(d_j;e_j)} = k_j \cdot \frac{d\,e_j}{e_j} = k_j \cdot c_j .$$

Der Parameter k_j bezeichnet die Elastizität der Gesundheitsausgaben für die Behandlung der letalen Erkrankung in Lebensperiode j in Bezug auf die zugehörige Wahrscheinlichkeit des Überlebens. Für eine Erhöhung dieser Wahrscheinlichkeit um ein Prozent gibt k_j an, um wie viel Prozent die Behandlungsausgaben steigen werden.

In der Regel wird der Parameter k_j positiv ausfallen, da eine Verbesserung des gesundheitlichen Outcomes vornehmlich durch einen höheren Aufwand und damit zu höheren Kosten erreichbar sein wird. Allerdings ist auch denkbar, dass der Prozesscharakter einer Innovation im Behandlungsbereich dominiert, was einen negativen Wert implizieren würde. In einem Grenzfall schließlich gilt $k_j = 0$, d.h. die Anteile von Prozess- und Produktinnovation halten sich bei der durch den medizinischen Fortschritt verbesserten Behandlung der letalen Erkrankung gerade die Waage.

Welche Auswirkungen gehen von den durch (10) und (11) beschriebenen Veränderungen auf das Ausgabenprofil für Gesundheitsleistungen aus? Zunächst erkennt man leicht, dass die erwarteten Gesundheitsausgaben *in anderen Lebensperioden* nicht beeinflusst werden, da weder die Inzidenz der letalen Erkrankung noch die Gesundheitsausgaben bei Auftreten bzw. bei Ausbleiben einer derartigen Erkrankung sich ändern. Schließlich bleiben auch die nach Verstorbenen und Überlebenden getrennten erwarteten Gesundheitsausgaben in anderen Lebensperioden konstant, da die Überlebenswahrscheinlichkeit im Falle einer letalen Erkrankung keine Änderung erfährt. In dem hier untersuchten Modellrahmen strahlt der medizinische Fortschritt, der in einer Lebensperiode j wirksam wird, somit nicht auf die erwarteten Gesundheitsausgaben in anderen Lebensperioden aus.

In derjenigen Periode, in welcher die verbesserte Behandlung der letalen Erkrankung den Patienten nun eine höhere Überlebenswahrscheinlichkeit bietet, wird es allerdings, von Spezialfällen abgesehen, zu Ausgabeneffekten kommen. Zunächst steigt der Anteil der Überlebenden zu Lasten des Anteils der Verstorbenen:

(12a) $$d\left[P(T \rangle j | T \geq j)\right] = \rho_j \cdot d(e_j) = c_j \cdot \rho_j \cdot e_j ,$$

(12b) $$d\left[P\left(T=j \mid T\geq j\right)\right]=-\rho_j\cdot d\left(e_j\right)=-c_j\cdot\rho_j\cdot e_j=-d\left[P\left(T>j \mid T\geq j\right)\right].$$

Was geschieht mit den erwarteten Ausgaben für Überlebende und Verstorbene? Für Verstorbene wird der Effekt gerade durch die Veränderung der relativen Behandlungskosten determiniert:

(13a) $$d\left[E_j\left(L_j \mid T=j\right)\right]=d\left[L\left(d_j;e_j\right)\right]=k_j\cdot c_j\cdot L\left(d_j;e_j\right)=k_j\cdot c_j\cdot E_j\left(L_j \mid T=j\right).$$

Daraus folgt für die zugehörige relative Änderung:

(13b) $$\frac{d\left[E_j\left(L_j \mid T=j\right)\right]}{E_j\left(L_j \mid T=j\right)}=k_j\cdot c_j\,.$$

Für die Überlebenden der Lebensperiode j gestaltet sich die Analyse etwas schwieriger, da die Veränderungen der Anteile der beiden Teilgruppen zu berücksichtigen sind. Infolge der Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit steigt der Anteil der Individuen, die eine letale Erkrankung überlebt haben, zu Lasten des Anteils derjenigen Individuen, bei denen die letale Erkrankung gar nicht aufgetreten ist. Aus der Definition (7a) folgt zunächst für die zu betrachtende Veränderung der Überlebenswahrscheinlichkeit in einer Lebensperiode j:

(14a) $$\frac{d\left[P\left(d_j \mid T>j\right)\right]}{P\left(d_j \mid T>j\right)}=\frac{d\left[P\left(d_j,T>j \mid T\geq j\right)\right]}{P\left(d_j,T>j \mid T\geq j\right)}-\frac{d\left[P\left(T>j \mid T\geq j\right)\right]}{P\left(T>j \mid T\geq j\right)}$$

$$=\frac{\rho_j\cdot c_j\cdot e_j}{\rho_j\cdot e_j}-\frac{\rho_j\cdot c_j\cdot e_j}{1-\rho_j+\rho_j\cdot e_j}=c_j\cdot\left(1-\frac{\rho_j\cdot e_j}{1-\rho_j+\rho_j\cdot e_j}\right)$$

$$=\frac{c_j}{1-\rho_j+\rho_j\cdot e_j}\cdot\left(1-\rho_j\right)=c_j\cdot P\left(\bar{d}_j \mid T>j\right).$$

Insgesamt gilt damit:

(14b) $$\frac{d\left[P\left(d_j \mid T>j\right)\right]}{P\left(d_j \mid T>j\right)}=c_j\cdot P\left(\bar{d}_j \mid T>j\right)>0\,.$$

Für die Veränderung der zugehörigen absoluten Wahrscheinlichkeit folgt daraus:

(14c) $$d\left[P\left(d_j \mid T>j\right)\right]=c_j\cdot P\left(\bar{d}_j \mid T>j\right)\cdot P\left(d_j \mid T>j\right)>0\,.$$

Weiterhin erhält man für die Veränderung der dazu komplementären Wahrscheinlichkeit:

(15a) $$\frac{d\left[P\left(\bar{d}_j \mid T>j\right)\right]}{P\left(\bar{d}_j \mid T>j\right)}=\frac{d\left[P\left(\bar{d}_j,T>j \mid T\geq j\right)\right]}{P\left(\bar{d}_j,T>j \mid T\geq j\right)}-\frac{d\left[P\left(T>j \mid T\geq j\right)\right]}{P\left(T>j \mid T\geq j\right)}$$

$$=-\frac{\rho_j\cdot c_j\cdot e_j}{1-\rho_j+\rho_j\cdot e_j}=-c_j\cdot\frac{\rho_j\cdot e_j}{1-\rho_j+\rho_j\cdot e_j}\,.$$

$$=-c_j\cdot P\left(d_j \mid T>j\right)=-c_j\cdot\left[1-P\left(\bar{d}_j \mid T>j\right)\right].$$

Insgesamt gilt somit:

(15b) $$\frac{d\left[P\left(\bar{d}_j | T \rangle j\right)\right]}{P\left(\bar{d}_j | T \rangle j\right)} = -c_j \cdot P\left(d_j | T \rangle j\right) \langle 0 .$$

Für die Veränderung der zugehörigen absoluten Wahrscheinlichkeit folgt daraus:

(15c) $$d\left[P\left(\bar{d}_j | T \rangle j\right)\right] = -c_j \cdot P\left(d_j | T \rangle j\right) \cdot P\left(\bar{d}_j | T \rangle j\right) = -d\left[P\left(d_j | T \rangle j\right)\right] \langle 0 .$$

Nun kann der Effekt auf die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende beschrieben werden:

(16a) $$d\left[E_j\left(L_j | T \rangle j\right)\right]$$

$$= d\left[P\left(d_j | T \rangle j\right)\right] \cdot L\left(d_j ; e_j\right) + P\left(d_j | T \rangle j\right) \cdot d\left[L\left(d_j ; e_j\right)\right] + d\left[P\left(\bar{d}_j | T \rangle j\right)\right] \cdot L\left(\bar{d}_j\right)$$

$$= \left[L\left(d_j ; e_j\right) - L\left(\bar{d}_j\right)\right] \cdot d\left[P\left(d_j | T \rangle j\right)\right] + P\left(d_j | T \rangle j\right) \cdot k_j \cdot c_j \cdot L\left(d_j ; e_j\right)$$

$$= \left[L\left(d_j ; e_j\right) - L\left(\bar{d}_j\right)\right] \cdot P\left(d_j | T \rangle j\right) \cdot \frac{d\left[P\left(d_j | T \rangle j\right)\right]}{P\left(d_j | T \rangle j\right)} + P\left(d_j | T \rangle j\right) \cdot k_j \cdot c_j \cdot L\left(d_j ; e_j\right)$$

$$= c_j \cdot P\left(d_j | T \rangle j\right) \cdot P\left(\bar{d}_j | T \rangle j\right) \cdot \left[L\left(d_j ; e_j\right) - L\left(\bar{d}_j\right)\right] + P\left(d_j | T \rangle j\right) \cdot k_j \cdot c_j \cdot L\left(d_j ; e_j\right)$$

Insgesamt gilt damit:

(16b) $$d\left[E_j\left(L_j | T \rangle j\right)\right] = c_j \cdot \frac{\rho_j \cdot e_j}{\rho_j \cdot e_j + 1 - \rho_j} \cdot$$

$$\left\{ \frac{1-\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + 1 - \rho_j} \cdot \left[L\left(d_j ; e_j\right) - L\left(\bar{d}_j\right)\right] + k_j \cdot L\left(d_j ; e_j\right) \right\} .$$

Damit sind zwei Teileffekte im Hinblick auf die Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben zu unterscheiden: Zum einen ein auf die Teilgruppe der überlebenden Individuen bezogener *Struktureffekt*, der aus der Verschiebung der Wahrscheinlichkeitsmasse hin zu denjenigen Überlebenden resultiert, bei denen eine letale Erkrankung in der betrachteten Periode aufgetreten ist. Dieser spezielle Struktureffekt wirkt ausgabensteigernd (bzw. ausgabensenkend), wenn die Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung größer (bzw. geringer) sind als bei deren Ausbleiben. Der zweite Effekt beruht auf der Veränderung der Behandlungsausgaben. Wenn der Parameter k_j positiv (bzw. negativ) ist, fällt dieser *Behandlungsausgabeneffekt* positiv (bzw. negativ) aus.

Aufgrund von (7a) und (7b) kann man den Effekt auf die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende auch mit Hilfe von bevölkerungsbezogenen Größen beschreiben, die nicht die Bedingung des Versterbens in oder des Überlebens der Lebensperiode j beinhalten:

(16c) $$d\left[E_j\left(L_j | T \rangle j\right)\right]$$

$$= c_j \cdot \left\{ \frac{\rho_j \cdot e_j}{1-\rho_j + \rho_j \cdot e_j} \cdot \frac{1-\rho_j}{1-\rho_j + \rho_j \cdot e_j} \cdot \left[L\left(d_j ; e_j\right) - L\left(\bar{d}_j\right)\right] + \frac{\rho_j \cdot e_j}{1-\rho_j + \rho_j \cdot e_j} \cdot k_j \cdot L\left(d_j ; e_j\right) \right\} .$$

Aus dieser Darstellung erhält man eine *hinreichende* Bedingung für eine positive Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende:

$$(17)\qquad \begin{array}{c} L(d_j;e_j)-L(\bar{d}_j)\geq 0 \\ k_j \geq 0 \\ \max\{L(d_j;e_j)-L(\bar{d}_j),k_j\} > 0 \end{array} \quad\Rightarrow\quad d\left[E_j(L_j|T > j)\right] > 0 .$$

Bei der Darstellung des Effekts auf die Gesundheitsausgaben insgesamt ist die Veränderung der Wahrscheinlichkeiten des Überlebens bzw. Versterbens zu berücksichtigen. Aus den beiden Darstellungen (5) und (9b) folgt für den Effekt der betrachteten Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit in einer Lebensperiode j:

$$(18a)\qquad d\left[E_j(L_j)\right]=\rho_j\cdot d\left[L(d_j;e_j)\right]=\rho_j\cdot k_j\cdot c_j\cdot L(d_j;e_j)$$
$$=d\left[P(T=j|T\geq j)\right]\cdot E_j(L_j|T=j)+P(T=j|T\geq j)\cdot d\left[E_j(L_j|T=j)\right]$$
$$+d\left[P(T > j|T\geq j)\right]\cdot E_j(L_j|T > j)+P(T > j|T\geq j)\cdot d\left[E_j(L_j|T > j)\right].$$

Mit Hilfe von (12b), (13a) und (16b) erhält man daraus:

$$(18b)\qquad d\left[E_j(L_j)\right]=\rho_j\cdot k_j\cdot c_j\cdot L(d_j;e_j)$$
$$=\left[E_j(L_j|T > j)-E_j(L_j|T=j)\right]\cdot d\left[P(T > j|T\geq j)\right]+P(T=j|T\geq j)\cdot k_j\cdot c_j\cdot L(d_j;e_j)$$
$$+P(T > j|T\geq j)\cdot\left\{\left[L(d_j;e_j)-L(\bar{d}_j)\right]\cdot d\left[P(d_j|T > j)\right]+P(d_j|T > j)\cdot k_j\cdot c_j\cdot L(d_j;e_j)\right\}.$$

Die linke Seite zeigt die Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben in der betrachteten Lebensperiode aufgrund der Veränderung der Behandlungsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung. Die Darstellung auf der rechten Seite zeigt eine Zerlegung dieses Effekts, die auf der Unterscheidung der erwarteten Ausgaben für Überlebende und Verstorbene beruht. Zunächst sorgt die Erhöhung der Wahrscheinlichkeit des Überlebens für einen *allgemeinen Struktureffekt*. Der damit verbundene Ausgabeneffekt fällt negativ (bzw. positiv) aus, wenn die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende in der Ausgangslage geringer (bzw. höher) sind als für Verstorbene. Sodann ergeben sich weitere Effekte, die jeweils auf der Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene bzw. Überlebende beruhen, wobei die zuletzt genannte Veränderung wiederum in diejenigen Teileffekte zerlegt werden kann, die oben im Anschluss an die Darstellung (16b) erläutert wurden.

Unter welchen Umständen kommt es zu keiner Veränderung der erwarteten (altersspezifischen) Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene? Aus (13a) erhält man unmittelbar die Bedingung $k_j=0$, d.h. die höhere Überlebenswahrscheinlichkeit darf sich nicht auf die Behandlungskosten der letalen Erkrankung auswirken. Weiterhin liefert (16b) als zusätzliche Bedingung $L(d_j;e_j)-L(\bar{d}_j)=0$, d.h. die Gesundheitsausgaben dürfen nicht davon abhängen, ob eine letale Erkrankung vorlag oder nicht. In einem Spezialfall, in dem die Bedingungen

$$(19a)\qquad \begin{array}{c} k_j=0 \\ L(d_j;e_j)-L(\bar{d}_j)=0 \end{array}$$

gemeinsam erfüllt sind, gilt dann schließlich:

(19b) $$E_j\left(L_j \middle| T > j\right) = E_j\left(L_j \middle| T = j\right),$$

woraus mit Hilfe von (9b) folgt:

(19c) $$E_j\left(L_j\right) = E_j\left(L_j \middle| T > j\right) = E_j\left(L_j \middle| T = j\right).$$

Im Zeitablauf konstante erwartete Gesundheitsausgaben für Verstorbene und Überlebende bei medizinischem Fortschritt implizieren also identische erwartete Gesundheitsausgaben für diese beiden Teilgruppen.

Wenn lediglich die Bedingung $k_j = 0$ erfüllt ist, bleiben zwar die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene konstant, aber es kommt zu einer Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende. Da der Behandlungsausgabeneffekt in diesem Spezialfall nicht vorhanden ist, hängt das Vorzeichen hängt dann alleine vom Vorzeichen des Struktureffekts, d.h. der Differenz $L\left(d_j; e_j\right) - L\left(\bar{d}_j\right)$, ab. Wenn die Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung größer sind als bei deren Ausbleiben – was plausibel erscheint –, dann steigen die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende infolge des medizinischen Fortschritts.

In diesem Spezialfall bleiben zudem die altersspezifischen Gesundheitsausgaben konstant. Bei festen Gesundheitsausgaben für Verstorbene und veränderten Gesundheitsausgaben für Überlebende kann dies nur durch eine geeignete Veränderung der Anteile der beiden Teilgruppen zustande kommen. Zunächst folgt aus (7c) und (8):

(20a) $$L\left(d_j; e_j\right) - L\left(\bar{d}_j\right) \gtrless 0 \quad \Leftrightarrow \quad E_j\left(L_j \middle| T = j\right) - E_j\left(L_j \middle| T > j\right) \gtrless 0.$$

Daraus ergibt sich aufgrund von (18b), wenn man $k_j = 0$ berücksichtigt:

(20b) $$\begin{aligned} d\left[E_j\left(L_j\right)\right] = 0 &= \left[E_j\left(L_j \middle| T > j\right) - E_j\left(L_j \middle| T = j\right)\right] \cdot d\left[P\left(T > j \middle| T \geq j\right)\right] \\ &+ P\left(T > j \middle| T \geq j\right) \cdot \left\{\left[L\left(d_j; e_j\right) - L\left(\bar{d}_j\right)\right] \cdot d\left[P\left(d_j \middle| T > j\right)\right]\right\}. \end{aligned}$$

Dies wiederum ist äquivalent zu:

(20c) $$\begin{aligned} &P\left(T > j \middle| T \geq j\right) \cdot \left[L\left(d_j; e_j\right) - L\left(\bar{d}_j\right)\right] \cdot d\left[P\left(d_j \middle| T > j\right)\right] \\ &= \left[E_j\left(L_j \middle| T = j\right) - E_j\left(L_j \middle| T > j\right)\right] \cdot d\left[P\left(T > j \middle| T \geq j\right)\right]. \end{aligned}$$

Wenn der Behandlungsausgabeneffekt Null beträgt und die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende sich ändern, bleiben die erwarteten Gesundheitsausgaben insgesamt unverändert. Obwohl dies unmittelbar aus (5) folgt, ist es nützlich, die zugehörigen Effekte anhand der Darstellung (9b) zu diskutieren, die auf die Ereignisse des Überlebens und des Versterbens abstellt. Aus dieser Perspektive können zwei Teileffekte identifiziert werden, die sich in ihrer Wirkung auf die erwarteten Gesundheitsausgaben gerade kompensieren. Wenn die Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung höher (bzw. niedriger) sind als bei deren Ausbleiben, sorgt der spezielle Struktureffekt für eine Erhöhung (bzw. Verringerung) der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende. Gleichzeitig impliziert der allgemeine Struktureffekt eine Verringerung der Sterbewahrscheinlichkeit, die eine kompensatorische Verringerung (bzw. Erhöhung) der Gesundheitsausgaben bewirkt.

2.2.2 Die Effekte im Beispiel

Für das in Abschnitt 2.1.2 vorgestellte Beispiel wird nun angenommen, dass der medizinische Fortschritt eine Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit e_2 in der zweiten Lebensperiode von ursprünglich 0,714 auf nunmehr 0,759 bewirke. Allerdings verursache die adäquate medizinische Behandlung im Falle einer letalen Erkrankung in dieser Periode nun auch höhere Kosten: Konkret werden anstelle von ursprünglich $L(d_2) = 857{,}143$ nun Ausgaben in Höhe von 889,143 unterstellt. Die nachstehende Tabelle zeigt, wie diese Änderungen sich auf wesentliche Größen auswirken.

Tab. 3: Auswirkungen des medizinischen Fortschritts im Beispiel

Lebensperiode 2	Lebensperiode 3
$P(d_2 \| T \rangle 2) = 0{,}187$ $P(\bar{d}_2 \| T \rangle 2) = 0{,}813$	$P(d_3 \| T \rangle 3) = 0{,}186$ $P(\bar{d}_3 \| T \rangle 3) = 0{,}814$
$P(T = 2 \| T \geq 2) = 0{,}056$ $P(T \rangle 2 \| T \geq 2) = 0{,}944$	$P(T = 3 \| T \geq 3) = 0{,}084$ $P(T \rangle 3 \| T \geq 3) = 0{,}916$
$E_2(L_2) = 600{,}674$	$E_3(L_3) = 621{,}847$
$E_2(L_2 \| T = 2) = L(d_2) = 889{,}143$ $E_2(L_2 \| T \rangle 2) = 583{,}512$	$E_3(L_3 \| T = 3) = L(d_3) = 914{,}366$ $E_3(L_3 \| T \rangle 3) = 595{,}173$

Ein Vergleich mit den Angaben in Tabelle 2 zeigt, dass der medizinische Fortschritt nur Auswirkungen in derselben Lebensperiode nach sich zieht. In der zweiten Lebensperiode sorgt die Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit für eine Änderung der Struktur der Überlebenden dergestalt, dass die Inzidenz einer letalen Erkrankung in dieser Teilgruppe steigt. Aus dem gleichen Grund steigt die – auf das Überleben bis mindestens einschließlich dieser Periode bedingte – Wahrscheinlichkeit des Überlebens der zweiten Lebensperiode.

Die Erhöhung der Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung bewirkt unmittelbar höhere Ausgaben für Verstorbene und damit auch höhere erwartete Gesundheitsausgaben $E_2(L_2)$. Die Erhöhung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende ist das Resultat zweier Teileffekte, die in dieselbe Richtung wirken und im vorherigen Abschnitt im Anschluss an (16b) allgemein angesprochen worden sind: Es handelt sich um den Struktureffekt, der hier ausgabensteigernd wirkt, sowie den Behandlungsausgabeneffekt. Schließlich kommt die Erhöhung von $E_2(L_2)$, wenn man die rechte Seite von (18b) anwendet, durch drei Effekte zustande: Neben den bereits erwähnten Erhöhungen der erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene und für Überlebende ist noch als teilweise kompensierender Effekt der allgemeine Struktureffekt zu nennen, der durch die Erhöhung der Wahrscheinlichkeit des Überlebens der zweiten Lebensperiode zustande kommt.

3. Ein allgemeines Modell

3.1 Struktur

Im Unterschied zum Modell des vorangegangenen Abschnitts wird im Folgenden berücksichtigt, dass die Krankheitsvorgeschichte eines Individuums Auswirkungen auf die aktuelle Lebensperiode haben kann. Konkret informiert eine Vorgeschichte darüber, ob und in welchen Perioden eine letale Erkrankung bereits früher aufgetreten ist und erfolgreich behandelt wurde. Dabei wird zugelassen, dass die Vorgeschichte in der aktuellen Lebensperiode einen Einfluss auf die Inzidenz der letalen Erkrankung, die Überlebenswahrscheinlichkeit im Falle einer adäquaten medizinischen Behandlung und schließlich die zugehörigen Gesundheitsausgaben haben kann. Dies eröffnet die Möglichkeit, im Zeitablauf weitere Ausgabeneffekte des medizinischen Fortschritts zu identifizieren.

In der ersten Lebensperiode kann noch keine Vorgeschichte vorliegen. Gegeben eine Lebensperiode t mit t>1, versteht man unter einer Vorgeschichte die früheren Ausprägungen der Variable D_j, wobei 1≤j≤t-1 erfüllt sein muss. Für ein *dann noch lebendes* Individuum bezeichnet H_t die Menge aller Vorgeschichten und es gilt:

(21a) $$H_t = D_1 \otimes D_2 \otimes \ldots \otimes D_{t-1}.$$

Eine spezielle Vorgeschichte wird mit h_t bezeichnet. Diese stellt einen Vektor dar, dessen Komponenten für die ersten t-1 Lebensperioden jeweils angeben, ob die letale Krankheit vorlag oder nicht. Die i-te Komponente dieses t-1-dimensionalen Vektors heißt $h_{t,i}$ (wobei $1 \leq i \leq t-1$ gelten muss). Für diese gilt definitionsgemäß:

(21b) $$h_{t,i} \in \{d_i, \overline{d}_i\}.$$

Weiterhin bezeichnet man für $t \rangle i$ mit $h_{t,-[i,t-1]}$ die ersten i-1 Elemente dieses Vektors. Dies stellt denjenigen Teil der gesamten Vorgeschichte h_t dar, der als Vorgeschichte in Bezug auf die frühere Lebensperiode i zu interpretieren ist:

(21c) $$h_{t,-[i,t-1]} = (h_{t,1},\ldots,h_{t,i-1}).$$

In einer Lebensperiode t kann zunächst die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der letalen Krankheit bei einem dann noch lebenden Individuum von seiner Vorgeschichte abhängen. Gegeben h_t, gilt für die zugehörige bedingte Wahrscheinlichkeit einer Erkrankung $\rho(d_t|h_t)$:

(22a) $$0 \langle \rho(d_t|h_t) \langle 1; \quad 2 \leq t \leq \Omega - 1.$$

Für die dazu komplementäre Wahrscheinlichkeit, dass ein in Periode t noch lebendes Individuum nicht von der letalen Krankheit befallen wird, gilt:

(22b) $$\rho(\overline{d}_t|h_t) = 1 - \rho(d_t|h_t).$$

In der letzten Periode der maximalen Lebensdauer erkranken alle dann noch lebenden Individuen an der letalen Krankheit, d.h. es gilt:

(22c) $$\rho(d_\Omega | h_\Omega) = 1 \quad \forall h_\Omega \in H_\Omega .$$

Wenn eine letale Krankheit auftritt, sichert eine adäquate medizinische Behandlung das Überleben mit einer Wahrscheinlichkeit $e(d_t | h_t)$, die ebenfalls von der Vorgeschichte des Individuums abhängen kann:

(23a) $$0 \langle\, e(d_t | h_t) \,\langle\, 1; \quad 2 \le t \le \overline{T} - 1 .$$

Wenn die letale Krankheit nicht auftritt, überlebt das Individuum mit Sicherheit die betrachtete Periode. Für die zugehörige Überlebenswahrscheinlichkeit gilt daher:

(23b) $$e(\overline{d}_t | h_t) = 1; \quad 2 \le t \le \overline{T} - 1 .$$

In der letzten Periode der maximalen Lebensdauer beträgt die Überlebenswahrscheinlichkeit allerdings Null im Falle einer letalen Erkrankung:

(23c) $$e(d_\Omega | h_\Omega) = 0 \quad \forall h_\Omega \in H_\Omega .$$

Gemeinsam sichern die Bedingungen (22c) und (23c), dass Ω tatsächlich die maximale Lebenszeit angibt.

Da in der ersten Lebensperiode noch keine Vorgeschichte existiert, ist auch bei der Wahrscheinlichkeit einer Erkrankung und der zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeit bei adäquater medizinischer Behandlung keine Bedingung zu berücksichtigen. Die Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung lautet daher $\rho(d_1) = \rho_1$, die zugehörige Wahrscheinlichkeit des Überlebens wird mit $e(d_1) = e_1$ bezeichnet und es gilt:

(24a) $$0 \langle\, \rho_1, e_1 \,\langle\, 1 .$$

Ohne eine letale Erkrankung überlebt ein Individuum die erste Lebensperiode mit Sicherheit:

(24b) $$e(\overline{d}_1) = 1 .$$

Nun können die unbedingten Wahrscheinlichkeiten der möglichen Vorgeschichten h_t bestimmt werden, die lediglich die Geburt des Individuums voraussetzen. Jede derartige Vorgeschichte impliziert, wie oben erwähnt, dass das Individuum mindestens bis einschließlich dieser Periode lebt. Für deren Wahrscheinlichkeit $P(h_t)$ gilt dann:

(25a) $$P(h_t) = \rho(h_{t,1}) \cdot e(h_{t,1}) \cdot \prod_{i=2}^{t-1} \rho(h_{t,i} | h_{t,-[i,t-1]}) \cdot e(h_{t,i} | h_{t,-[i,t-1]}) .$$

Weiterhin gilt für die unbedingte Wahrscheinlichkeit $P(T \ge t)$, dass ein Individuum für mindestens t Perioden lebt:

(25b) $$P(T \ge t) = \sum_{h_t \in H_t} P(h_t) ,$$

wobei die Summation über die insgesamt 2^{t-1} möglichen Vorgeschichten erfolgt, die ein Individuum erlebt haben kann, wenn seine Lebenszeit mindestens t Perioden umfasst. Daraus folgt aufgrund des Satzes von Bayes für die bedingten Wahrscheinlichkeiten der möglichen Vorgeschichten:

(25c) $$h_t \in H_t \quad \Rightarrow \quad P(h_t | T \geq t) = \frac{P(h_t)}{P(T \geq t)}.$$

Die Ausgaben für Gesundheitsleistungen, die ein Individuum in einer Periode t seiner Lebenszeit in Anspruch nimmt, können sowohl von seiner Vorgeschichte als auch davon abhängen, ob die letale Krankheit in der betrachteten Periode auftritt. Gegeben eine bestimmte Vorgeschichte h_t, ist allerdings nur noch zwischen den beiden Ausgabengrößen $L(d_t | h_t)$ und $L(\overline{d}_t | h_t)$ zu unterscheiden. Bei einem Individuum, das mindestens t Perioden lang lebt und eine Vorgeschichte h_t aufweist, gilt somit für seine erwarteten Ausgaben für Gesundheitsleistungen in dieser Lebensperiode:

(26a) $$\begin{aligned} E_t(L_t | h_t) &= \rho(d_t | h_t) \cdot L(d_t | h_t) + \rho(\overline{d}_t | h_t) \cdot L(\overline{d}_t | h_t) \\ &= \rho(d_t | h_t) \cdot L(d_t | h_t) + [1 - \rho(d_t | h_t)] \cdot L(\overline{d}_t | h_t). \end{aligned}$$

Bei der Ermittlung der erwarteten Gesundheitsausgaben eines Individuums, das (wenigstens noch) die Lebensperiode t erlebt, sind hingegen alle möglichen Vorgeschichten zu berücksichtigen:

(26b) $$E_t(L_t | H_t) = \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \geq t) \cdot E_t(L_t | h_t).$$

In Verbindung mit (26a) ist gut zu erkennen, dass die Vorgeschichte auf mehrere Weisen die mittleren altersspezifischen Gesundheitsausgaben beeinflussen kann. Zunächst liegen mit den Wahrscheinlichkeiten $P(h_t | T \geq t)$ Größen vor, die maßgeblich von den Wahrscheinlichkeiten einer letalen Krankheit in früheren Lebensperioden und den zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeiten bei adäquater medizinischer Behandlung abhängen. Wenn ferner die Wahrscheinlichkeit einer letalen Krankheit in der aktuellen Lebensperiode oder die zugehörigen Gesundheitsausgaben oder schließlich die Gesundheitsausgaben bei Abwesenheit einer derartigen Krankheit von der Vorgeschichte abhängen, entstehen weitere Effekte.

Für die nachfolgende Analyse ist es nützlich, zwei Zerlegungen der erwarteten Gesundheitsausgaben $E_t(L_t | H_t)$ in einer Lebensperiode t zu betrachten. Eine erste Zerlegung stellt darauf ab, ob in der betrachteten Periode eine letale Erkrankung aufgetreten ist oder nicht. Für ihre Darstellung benötigt man die zugehörigen bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten. Zunächst gilt für die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass ein Individuum eine bestimmte Vorgeschichte aufweist und an der letalen Krankheit leidet:

(27a) $$P(h_t, d_t | T \geq t) = P(h_t | T \geq t) \cdot \rho(d_t | h_t).$$

Daraus folgt für die Wahrscheinlichkeit einer letalen Krankheit insgesamt:

(27b) $$\rho_t = P(d_t | T \geq t) = \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \geq t) \cdot \rho(d_t | h_t).$$

Wie die Notation vermuten lässt, handelt es sich um das Analogon zur Wahrscheinlichkeit ρ_t im einfachen Modell, das nun aber die Struktur der überlebenden Individuen bezüglich der Vorgeschichte zu berücksichtigen hat.

Eine Anwendung des Satzes von Bayes liefert nun die Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte $h_i \in H_t$ unter der zusätzlichen Bedingung, dass eine letale Erkrankung in der betrachteten Lebensperiode t aufgetreten ist:

(27c)
$$P\left(h_i \middle| T \geq t; d_t\right) = \frac{P\left(h_i, d_t \middle| T \geq t\right)}{P\left(d_t \middle| T \geq t\right)}$$
$$= \frac{P\left(h_i \middle| T \geq t\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_i\right)}{\sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_t\right)} = \frac{P\left(h_i \middle| T \geq t\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_i\right)}{\rho_t}.$$

Mit diesen Wahrscheinlichkeiten definiert man die erwarteten Gesundheitsausgaben eines Individuums, bei dem in Lebensperiode t eine letale Erkrankung aufgetreten ist:

(27d)
$$E_t\left(L_t \middle| H_t; d_t\right) = \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_i \middle| T \geq t; d_t\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right).$$

Die Größe $E_t\left(L_t \middle| H_t; d_t\right)$ gibt die mittleren Gesundheitsausgaben an, die in der Lebensperiode t im Falle einer letalen Erkrankung entstehen. Dieser Erwartungswert entspricht in konzeptioneller Hinsicht der Größe $L(d_t)$ im einfachen Modell, mit dem Unterschied, dass im allgemeinen Modell die Struktur der Individuen bezüglich der Vorgeschichte noch zu berücksichtigen ist.

Mit Hilfe der durch (27c) gegebenen bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten lässt sich weiterhin eine auf die betrachtete Lebensperiode bezogene Überlebenswahrscheinlichkeit in folgender Weise definieren:

(28)
$$e_t = \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t; d_t\right) \cdot e\left(d_t \middle| h_t\right).$$

Die Wahrscheinlichkeit e_t ist als mittlere Überlebenswahrscheinlichkeit derjenigen Individuen zu interpretieren, bei denen in ihrer Lebensperiode t eine letale Erkrankung auftritt. Wie die Notation vermuten lässt, entspricht diese Größe der in gleicher Weise bezeichneten Wahrscheinlichkeit im einfachen Modell, wobei nun aber die Struktur der Individuen bezüglich ihrer Vorgeschichte zu berücksichtigen ist.

Wenn man alternativ die Bedingung berücksichtigt, dass keine letale Erkrankung in der betrachteten Lebensperiode aufgetreten ist, gilt für die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses zusammen mit einer bestimmten Vorgeschichte:

(29a)
$$P\left(h_t, \bar{d}_t \middle| T \geq t\right) = P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_t\right)\right].$$

Dies impliziert für die Wahrscheinlichkeit des Ausbleibens einer letalen Krankheit insgesamt:

(29b)
$$1 - \rho_t = P\left(\bar{d}_t \middle| T \geq t\right) = \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_t\right)\right].$$

Weiterhin folgt aufgrund des Satzes von Bayes für die Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte $h_i \in H_t$ unter der zusätzlichen Bedingung, dass keine letale Erkrankung in der betrachteten Lebensperiode t aufgetreten ist:

$$\text{(29c)} \qquad P\left(h_i \middle| T \geq t; \bar{d}_t\right) = \frac{P\left(h_i, \bar{d}_t \middle| T \geq t\right)}{P\left(\bar{d}_t \middle| T \geq t\right)}$$

$$= \frac{P\left(h_i \middle| T \geq t\right) \cdot \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_i\right)\right]}{\sum\limits_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_t\right)\right]} = \frac{P\left(h_i \middle| T \geq t\right) \cdot \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_i\right)\right]}{1 - \rho_t}.$$

Mit diesen Wahrscheinlichkeiten definiert man die erwarteten Gesundheitsausgaben eines Individuums, das in Lebensperiode t von einer letalen Erkrankung verschont geblieben ist:

$$\text{(29d)} \qquad E_t\left(L_t \middle| H_t; \bar{d}_t\right) = \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_i \middle| T \geq t; \bar{d}_t\right) \cdot L\left(\bar{d}_t \middle| h_t\right).$$

Der Erwartungswert $E_t\left(L_t \middle| H_t; \bar{d}_t\right)$ bezeichnet die mittleren Gesundheitsausgaben, die in der Lebensperiode t bei Abwesenheit einer letalen Erkrankung entstehen. Im einfachen Modell ist die entsprechende Größe durch den deterministischen Parameter $L\left(\bar{d}_t\right)$ gegeben, da dort die Struktur der Individuen bezüglich ihrer Vorgeschichte keine Rolle spielt.

Ex ante ist jedoch unklar, ob eine letale Erkrankung bei einem Individuum, das mindestens t Lebensperioden erlebt, überhaupt auftritt. Aus den soeben vorgestellten Beziehungen ergibt sich, dass die in (26b) definierten erwarteten Gesundheitsausgaben in folgender Weise dargestellt werden können:

$$\text{(30)} \qquad E_t\left(L_t \middle| H_t\right) = \rho_t \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; d_t\right) + \left(1 - \rho_t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; \bar{d}_t\right).$$

Dies entspricht der Beziehung (5) im einfachen Modell.

Ferner kann man die erwarteten Gesundheitsausgaben in einer Lebensperiode t auch darauf beziehen, ob eine letale Erkrankung bereits in einer früheren Lebensperiode j (mit t>j) aufgetreten ist oder nicht. Damit wird neben der stets vorausgesetzten Bedingung $T \geq t$ nun zusätzlich entweder die Restriktion $h_{t,j} = d_j$ oder alternativ $h_{t,j} = \bar{d}_j$ aufgenommen. Zunächst gilt für die Wahrscheinlichkeit, dass ein mindestens t Perioden lang lebendes Individuum überhaupt eine Vorgeschichte aufweist, die eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j enthält:

$$\text{(31)} \qquad P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \geq t\right) = \frac{\sum\limits_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t\right)}{P\left(T \geq t\right)} = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t\right)$$

$$= 1 - \frac{\sum\limits_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = \bar{d}_j}} P\left(h_t\right)}{P\left(T \geq t\right)} = 1 - \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = \bar{d}_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t\right) = 1 - P\left(h_{t,j} = \bar{d}_j \middle| T \geq t\right).$$

Diese Beziehungen zeigen auch, dass die Ereignisse $h_{t,j} = d_j$ und $h_{t,j} = \overline{d}_j$ eine Partition der Menge H_t aller Vorgeschichten darstellen.

Die zugehörige bedingte Wahrscheinlichkeit einer speziellen Vorgeschichte, wenn eine schwere Erkrankung in einer früheren Lebensperiode j vorlag, kann mit Hilfe des Satzes von Bayes definiert werden:

(32a) $$h_t \in H_t \; und \; h_{t,j} = d_j \quad \Rightarrow \quad P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) = \frac{P\left(h_t \middle| T \geq t\right)}{P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \geq t\right)}.$$

Ebenso gilt für die bedingte Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte, welche keine schwere Erkrankung in der früheren Lebensperiode j enthält:

(32b) $$h_t \in H_t \; und \; h_{t,j} = \overline{d}_j \quad \Rightarrow \quad P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = \overline{d}_j\right) = \frac{P\left(h_t \middle| T \geq t\right)}{P\left(h_{t,j} = \overline{d}_j \middle| T \geq t\right)}.$$

Nun definiert man die auf diese Ereignisse bedingten erwarteten Gesundheitsausgaben in der betrachteten Lebensperiode t. Wenn die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllt ist, gilt:

(33a) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| h_t\right).$$

Ebenso erhält man für die erwarteten Gesundheitsausgaben unter der Voraussetzung, dass keine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j aufgetreten ist:

(33b) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = \overline{d}_j\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = \overline{d}_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = \overline{d}_j\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| h_t\right).$$

Insgesamt erhält man als weitere Darstellung der erwarteten Gesundheitsausgaben in einer Lebensperiode t:

(34) $$\begin{aligned} E_t\left(L_t \middle| H_t\right) = {} & P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \geq t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j\right) \\ & + P\left(h_{t,j} = \overline{d}_j \middle| T \geq t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = \overline{d}_j\right). \end{aligned}$$

Abschließend wird noch eine Zerlegung der erwarteten Gesundheitsausgaben in Lebensperiode t unter der Bedingung einer früheren letalen Erkrankung betrachtet, welche zusätzlich das Auftreten oder Ausbleiben einer letalen Erkrankung in der aktuellen Lebensperiode berücksichtigt. Zunächst gilt, wenn man (33a) und (26a) verknüpft:

(35a) $$\begin{aligned} E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j\right) = {} & \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_t\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right) \\ & + \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_t\right)\right] \cdot L\left(\overline{d}_t \middle| h_t\right). \end{aligned}$$

Für die zugehörige bedingte Wahrscheinlichkeit, in Lebensperiode t die letale Krankheit zu bekommen, gilt:

(35b)
$$\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_t\right).$$

Die Wahrscheinlichkeit $\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)$ bezeichnet die Inzidenz der letalen Erkrankung in Lebensperiode t unter der Voraussetzung, dass eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j überstanden wurde. Damit lässt sich die bedingte Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte definieren, wenn als weitere Bedingung eine letale Erkrankung in Lebensperiode t berücksichtigt wird:

(35c)
$$P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j; d_t\right) = \frac{P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_t\right)}{\sum\limits_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_t\right)}$$
$$= \frac{P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_t\right)}{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)}.$$

Mit Hilfe der durch (35c) gegebenen bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten lässt sich wiederum eine auf die betrachtete Lebensperiode bezogene Überlebenswahrscheinlichkeit definieren, die unter der zusätzlichen Bedingung einer letalen Erkrankung in der früheren Periode j gilt:

(36)
$$e_t\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) = \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j; d_t\right) e\left(d_t \middle| h_t\right).$$

Die Wahrscheinlichkeit $e_t\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)$ stellt eine mittlere Überlebenswahrscheinlichkeit dar, die für diejenigen Individuen zutrifft, bei denen sowohl in der aktuellen Lebensperiode t als auch in der früheren Lebensperiode j eine letale Erkrankung aufgetreten ist.

In gleicher Weise erhält man die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten, wenn keine letale Erkrankung in Lebensperiode t aufgetreten ist. Insgesamt gilt für die Wahrscheinlichkeit der Abwesenheit einer letalen Erkrankung:

(37a)
$$1 - \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) = 1 - \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_t\right)$$
$$= \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_t\right)\right].$$

Daraus folgt für die zugehörige bedingte Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte:

(37b)
$$P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j; \bar{d}_t\right) = \frac{P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_t\right)\right]}{1 - \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)}.$$

Mit Hilfe von (35b) und (37b) erhält man aus (35a):

(38a) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j\right) = \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) \cdot \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j; d_t\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right)$$
$$+ \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)\right] \cdot \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j; \overline{d}_t\right) \cdot L\left(\overline{d}_t \middle| h_t\right).$$

Nun definiert man die folgenden bedingten Erwartungswerte:

(38b) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j; d_t\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j; d_t\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right),$$

(38c) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j; \overline{d}_t\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j; \overline{d}_t\right) \cdot L\left(\overline{d}_t \middle| h_t\right).$$

Beide Größen verwenden neben dem Überleben bis einschließlich Lebensperiode t als weitere Bedingung, dass in der früheren Periode j eine letale Erkrankung aufgetreten ist. Die Größe $E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j; d_t\right)$ bezeichnet die erwarteten Ausgaben für Gesundheitsleistungen unter der Bedingung, dass auch in der aktuellen Periode t eine letale Erkrankung aufgetreten ist, während $E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j; \overline{d}_t\right)$ die erwarteten Gesundheitsausgaben unter der komplementären Bedingung darstellt.

Insgesamt ergibt sich dann für die erwarteten Ausgaben für Gesundheitsleistungen in (38a):

(38d) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j\right) = \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j; d_t\right)$$
$$+ \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)\right] \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j; \overline{d}_t\right).$$

3.2 Verstorbene und Überlebende

Während im vorherigen Abschnitt vornehmlich bevölkerungsbezogene Größen dargestellt wurden, die lediglich das Überleben bis mindestens der betrachteten Lebensperiode voraussetzten, geht es nun darum, die Teilgruppen der Verstorbenen und der Überlebenden separat zu untersuchen. Bezogen auf eine Lebensperiode t, werden diejenigen Individuen als Verstorbene bezeichnet, die am Ende dieser Periode versterben und damit eine Lebenslänge von t Perioden aufweisen. Als Überlebende gelten entsprechend Individuen, die sich einer größeren Lebenslänge erfreuen können.

Zunächst zu den Verstorbenen. Anstelle der bislang betrachteten Bedingung $T \geq t$ ist nun die schärfere Voraussetzung $T = t$ zu berücksichtigen, was u.a. Auswirkungen auf die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Krankheitsvorgeschichten haben kann. Die zusätzlich auf eine spezielle Vorgeschichte $h_i \in H_t$ bedingte Wahrscheinlichkeit des Versterbens ist wie folgt definiert:

(39a) $$P\left(T = t \middle| T \geq t; h_i\right) = \rho\left(d_t \middle| h_i\right) \cdot \left[1 - e\left(d_t \middle| h_i\right)\right].$$

Daraus folgt für die Wahrscheinlichkeit des Versterbens insgesamt:

(39b) $$P(T=t|T\geq t)=\sum_{h_t\in H_t}P(h_t|T\geq t)\cdot P(T=t|T\geq t;h_t).$$

Diese Wahrscheinlichkeit lässt sich mit Hilfe von (39a), (27b) und (27c) umformen zu:

(39c) $$\begin{aligned}P(T=t|T\geq t)&=\sum_{h_t\in H_t}P(h_t|T\geq t)\cdot\rho(d_t|h_t)\cdot[1-e(d_t|h_t)]\\&=\rho_t\cdot\sum_{h_t\in H_t}\frac{P(h_t|T\geq t)\cdot\rho(d_t|h_t)}{\rho_t}\cdot[1-e(d_t|h_t)]\\&=\rho_t\cdot\sum_{h_t\in H_t}P(h_t|T\geq t;d_t)\cdot[1-e(d_t|h_t)].\end{aligned}$$

Unter Verwendung der Definition (28) erhält man aus (39c):

(39d) $$P(T=t|T\geq t)=\rho_t\cdot(1-e_t).$$

Die Wahrscheinlichkeit, am Ende einer Lebensperiode zu versterben, entspricht dem Produkt aus der mittleren Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung in dieser Periode und der mittleren Wahrscheinlichkeit, daran zu versterben. Alle genannten Wahrscheinlichkeiten sind jeweils auf das Überleben bis mindestens der betrachteten Lebensperiode bedingt.

Eine Anwendung des Satzes von Bayes liefert dann die auf das Versterben am Ende der Lebensperiode t bedingte Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte $h_i\in H_t$:

(40) $$\begin{aligned}P(h_i|T=t)&=\frac{P(h_i|T\geq t)\cdot P(T=t|T\geq t;h_i)}{P(T=t|T\geq t)}\\&=P(h_i|T\geq t)\cdot\frac{\rho(d_t|h_i)\cdot[1-e(d_t|h_i)]}{\rho_t\cdot(1-e_t)}.\end{aligned}$$

Im Vergleich zur lediglich auf das Überleben bis mindestens einer Lebensperiode t bedingten Wahrscheinlichkeit fällt diese Wahrscheinlichkeit höher (bzw. niedriger) aus, wenn die Wahrscheinlichkeit des Versterbens gegeben die betrachtete Vorgeschichte größer (bzw. kleiner) als die mittlere Wahrscheinlichkeit des Versterbens gemäß (39d) ausfällt.

Damit lassen sich die erwarteten Gesundheitsausgaben eines am Ende dieser Lebensperiode verstorbenen Individuums berechnen:

(41) $$E_t(L_t|H_t;T=t)=\sum_{h_t\in H_t}P(h_t|T=t)\cdot L(d_t|h_t).$$

Die Darstellung beruht darauf, dass ein Versterben grundsätzlich nur nach einer vorherigen letalen Erkrankung in derselben Periode möglich ist.

Auch die Gesundheitsausgaben für Verstorbene in einer Lebensperiode t können unter der Bedingung untersucht werden, dass in einer früheren Lebensperiode j eine letale Erkrankung aufgetreten war oder alternativ eine derartige Erkrankung ausgeblieben ist. Für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $h_{t,j} = d_j$ bei Individuen, die am Ende der betrachteten Lebensperiode versterben gilt:

(42a) $$P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T = t\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T = t\right) = 1 - \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = \overline{d}_j}} P\left(h_t \middle| T = t\right) = 1 - P\left(h_{t,j} = \overline{d}_j \middle| T = t\right).$$

Daraus folgt für die bedingte Wahrscheinlichkeit einer speziellen Vorgeschichte, wenn eine schwere Erkrankung in einer früheren Lebensperiode j vorlag:

(42b) $$h_i \in H_t \ und \ h_{i,j} = d_j \quad \Rightarrow \quad P\left(h_i \middle| T = t; h_{i,j} = d_j\right) = \frac{P\left(h_i \middle| T = t\right)}{P\left(h_{i,j} = d_j \middle| T = t\right)}.$$

Ebenso gilt für die bedingte Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte, welche keine schwere Erkrankung in der früheren Lebensperiode j enthält:

(42c) $$h_i \in H_t \ und \ h_{i,j} = \overline{d}_j \quad \Rightarrow \quad P\left(h_i \middle| T = t; h_{i,j} = \overline{d}_j\right) = \frac{P\left(h_i \middle| T = t\right)}{P\left(h_{i,j} = \overline{d}_j \middle| T = t\right)}.$$

Nun lassen sich die erwarteten Gesundheitsausgaben für am Ende von Lebensperiode t Verstorbene unter den beiden zusätzlichen Bedingungen in nahe liegender Weise definieren. Zunächst gilt, wenn eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j vorgelegen hat:

(43a) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; T = t; h_{t,j} = d_j\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T = t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right).$$

Entsprechend erhält man für die erwarteten Gesundheitsausgaben eines Verstorbenen, bei dem in seiner Lebensperiode j keine letale Erkrankung aufgetreten ist:

(43b) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; T = t; h_{t,j} = \overline{d}_j\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = \overline{d}_j}} P\left(h_t \middle| T = t; h_{t,j} = \overline{d}_j\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right).$$

Insgesamt ergibt sich aus diesen Beziehungen eine weitere Darstellung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene:

(44) $$\begin{aligned} E_t\left(L_t \middle| H_t; T = t\right) = {} & P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T = t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T = t; h_{t,j} = d_j\right) \\ & + P\left(h_{t,j} = \overline{d}_j \middle| T = t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T = t; h_{t,j} = \overline{d}_j\right). \end{aligned}$$

Die Analyse der Überlebenden erfolgt grundsätzlich in gleicher Weise, wobei nun jeweils die Voraussetzung $T \rangle t$ zugrunde zu legen ist. Ferner ist zu berücksichtigen, dass ein Überleben auf zwei Arten zustande kommen kann: Im ersten Fall kann ein Individuum eine letale Erkrankung überleben, im zweiten Fall tritt die Erkrankung gar nicht auf, so dass das Mortalitätsrisiko Null beträgt. Für die auf eine spezielle Vorgeschichte $h_i \in H_t$ bedingte Wahrscheinlichkeit des Überlebens gilt deshalb:

(45a) $$P\left(T \rangle t \middle| T \geq t; h_i\right) = \rho\left(d_t \middle| h_i\right) \cdot e\left(d_t \middle| h_i\right) + 1 - \rho\left(d_t \middle| h_i\right).$$

Dies impliziert für die Wahrscheinlichkeit des Überlebens insgesamt:

(45b) $$P\left(T \rangle t \middle| T \geq t\right) = \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot P\left(T \rangle t \middle| T \geq t; h_t\right).$$

Dies kann mit Hilfe von (45a), (27b), (27c), (29b) und (29c) umformt werden zu:

(45c)
$$P(T > t | T \geq t) = \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \geq t) \cdot [\rho(d_t | h_t) \cdot e(d_t | h_t) + 1 - \rho(d_t | h_t)]$$

$$= \rho_t \cdot \sum_{h_t \in H_t} \frac{P(h_t | T \geq t) \cdot \rho(d_t | h_t)}{\rho_t} e(d_t | h_t) + (1 - \rho_t) \cdot \sum_{h_t \in H_t} \frac{P(h_t | T \geq t) \cdot [1 - \rho(d_t | h_t)]}{1 - \rho_t}$$

$$= \rho_t \cdot \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \geq t; d_t) e(d_t | h_t) + (1 - \rho_t) \cdot \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \geq t; \bar{d}_t).$$

Wenn man schließlich (28) berücksichtigt, erhält man für die mittlere Wahrscheinlichkeit, eine Lebensperiode t zu überleben:

(45d)
$$P(T > t | T \geq t) = \rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t .$$

Daraus folgt für die auf das Überleben einer Lebensperiode t bedingte Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte $h_i \in H_t$, wenn man wiederum den Satz von Bayes anwendet:

(46)
$$P(h_i | T > t) = \frac{P(h_i | T \geq t) \cdot P(T > t | T \geq t; h_i)}{P(T > t | T \geq t)}$$

$$= P(h_i | T \geq t) \cdot \frac{\rho(d_t | h_i) \cdot e(d_t | h_i) + 1 - \rho(d_t | h_i)}{\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t} .$$

Wiederum hilft ein Vergleich mit der lediglich auf das Überleben bis mindestens einer Lebensperiode t bedingten Wahrscheinlichkeit bei der Interpretation. Die Wahrscheinlichkeit $P(h_i | T > t)$ fällt höher (bzw. niedriger) aus als $P(h_i | T \geq t)$, wenn die Wahrscheinlichkeit des Überlebens gegeben die betrachtete Vorgeschichte größer (bzw. kleiner) als die mittlere Wahrscheinlichkeit des Überlebens gemäß (45d) ausfällt.

Um die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende darstellen zu können, muss schließlich noch berücksichtigt werden, dass bei einem überlebenden Individuum, für das eine bestimmte Vorgeschichte gilt, die letale Erkrankung nicht unbedingt auftreten muss. Die auf eine Vorgeschichte $h_i \in H_t$ bedingte Wahrscheinlichkeit des Überlebens einer letalen Erkrankung ist wie folgt definiert:

(47a)
$$P(d_t; T > t | T \geq t; h_i) = \rho(d_t | h_i) \cdot e(d_t | h_i).$$

Daraus folgt für die bedingte Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung, wenn neben der speziellen Vorgeschichte noch das Überleben der betrachteten Lebensperiode vorausgesetzt wird:

(47b)
$$P(d_t | T > t; h_i) = \frac{P(d_t; T > t | T \geq t; h_i)}{P(T > t | T \geq t; h_i)} = \frac{\rho(d_t | h_i) \cdot e(d_t | h_i)}{\rho(d_t | h_i) \cdot e(d_t | h_i) + 1 - \rho(d_t | h_i)} .$$

Für die mittlere Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung bei Überlebenden gilt daher:

(47c)
$$P(d_t | T > t) = \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T > t) \cdot P(d_t | T > t; h_t).$$

Wenn man (45d) und (46) ausnutzt, ergibt sich:

(47d) $$P(d_t | T \rangle t) = \frac{\rho_t \cdot e_t}{\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t}.$$

In ähnlicher Weise lässt sich das Ereignis Abwesenheit einer letalen Erkrankung bei Überlebenden einer Lebensperiode t analysieren. Zunächst gilt für die lediglich auf eine Vorgeschichte $h_i \in H_t$ bedingte Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses:

(48a) $$P(\overline{d}_t ; T \rangle t | T \geq t; h_i) = P(\overline{d}_t | T \geq t; h_i) = 1 - \rho(d_t | h_i).$$

Daraus folgt für die bedingte Wahrscheinlichkeit der Abwesenheit einer letalen Erkrankung, wenn neben der speziellen Vorgeschichte noch das Überleben der betrachteten Lebensperiode vorausgesetzt wird:

(48b) $$P(\overline{d}_t | T \rangle t; h_i) = \frac{P(\overline{d}_t ; T \rangle t | T \geq t; h_i)}{P(T \rangle t | T \geq t; h_i)} = \frac{1 - \rho(d_t | h_i)}{\rho(d_t | h_i) \cdot e(d_t | h_i) + 1 - \rho(d_t | h_i)}.$$

Für die mittlere Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses bei Überlebenden gilt daher:

(48c) $$P(\overline{d}_t | T \rangle t) = \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \rangle t) \cdot P(\overline{d}_t | T \rangle t; h_t).$$

Wenn man wiederum (45d) und (46) ausnutzt, ergibt sich:

(48d) $$P(\overline{d}_t | T \rangle t) = \frac{1 - \rho_t}{\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t} = 1 - P(d_t | T \rangle t).$$

Nun lassen sich die erwarteten Gesundheitsausgaben eines Individuums unter der Bedingung des Überlebens der Lebensperiode t darstellen. Allerdings ist zu berücksichtigen, dass diese Ausgaben auch bei einer festen Vorgeschichte noch unsicher sind. Genauer sind die erwarteten Gesundheitsausgaben eines Überlebenden der Lebensperiode t unter der Bedingung einer Vorgeschichte $h_i \in H_t$ wie folgt definiert:

(49a) $$E_t(L_t | h_i ; T \rangle t) = P(d_t | T \rangle t; h_i) \cdot L(d_t | h_i) + P(\overline{d}_t | T \rangle t; h_i) \cdot L(\overline{d}_t | h_i).$$

Wie der bevölkerungsbezogenen Erwartungswert $E_t(L_t | h_i)$ stellt auch diese Größe mittlere Ausgaben für Gesundheitsleistungen für Individuen dar, die eine bestimmte Vorgeschichte aufweisen. Allerdings gewichtet der durch (49a) definierte Erwartungswert für Überlebende die Gesundheitsausgaben bei Abwesenheit einer letalen Erkrankung stärker, da (48b) die Ungleichung $P(\overline{d}_t | T \rangle t; h_i) \rangle 1 - \rho(d_t | h_i)$ impliziert. Daraus folgt zugleich, dass die Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung in $E_t(L_t | h_i ; T \rangle t)$ mit einem geringeren Gewicht eingehen als in $E_t(L_t | h_i)$.

Wenn man die Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten heranzieht, erhält man die erwarteten Gesundheitsausgaben eines Überlebenden der betrachteten Lebensperiode:

(49b) $$E_t(L_t | H_t ; T \rangle t) = \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \rangle t) \cdot E_t(L_t | h_t ; T \rangle t).$$

Eine erste Zerlegung dieses Erwartungswerts ist möglich, wenn man als weitere Bedingungen das Auftreten bzw. das Ausbleiben einer letalen Erkrankung berücksichtigt.[9] Die gemeinsame Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte $h_i \in H_t$ und des Auftretens einer letalen Erkrankung lässt sich wie folgt definieren:

(50a) $$P(d_t; h_i | T \rangle t) = P(h_i | T \rangle t) \cdot P(d_t | T \rangle t; h_i).$$

Mit Hilfe des Satzes von Bayes erhält man für die auf das Überleben der Lebensperiode t und eine letale Erkrankung in dieser Periode bedingte Wahrscheinlichkeit der Vorgeschichte:

(50b) $$P(h_i | T \rangle t; d_t) = \frac{P(d_t; h_i | T \rangle t)}{P(d_t | T \rangle t)} = \frac{P(h_i | T \rangle t) \cdot P(d_t | T \rangle t; h_i)}{\sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \rangle t) \cdot P(d_t | T \rangle t; h_t)}.$$

Ebenso gilt für die gemeinsame Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte $h_i \in H_t$ und das Auftretens einer letalen Erkrankung bei Überlebenden:

(51a) $$P(\bar{d}_t; h_i | T \rangle t) = P(h_i | T \rangle t) \cdot P(\bar{d}_t | T \rangle t; h_i).$$

Eine weitere Anwendung des Satzes von Bayes liefert die auf das Überleben der Lebensperiode t und das Ausbleiben einer letalen Erkrankung in dieser Periode bedingte Wahrscheinlichkeit der Vorgeschichte:

(51b) $$P(h_i | T \rangle t; \bar{d}_t) = \frac{P(\bar{d}_t; h_i | T \rangle t)}{P(\bar{d}_t | T \rangle t)} = \frac{P(h_i | T \rangle t) \cdot P(\bar{d}_t | T \rangle t; h_i)}{\sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \rangle t) \cdot P(\bar{d}_t | T \rangle t; h_t)}.$$

Anhand von (50b) und (51b) erhält man für die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende der Lebensperiode t:

(52a) $$E_t(L_t | H_t; T \rangle t) = P(d_t | T \rangle t) \cdot \sum_{h_t \in H_t} \frac{P(h_t | T \rangle t) \cdot P(d_t | T \rangle t; h_t)}{P(d_t | T \rangle t)} \cdot L(d_t | h_t)$$
$$+ P(\bar{d}_t | T \rangle t) \cdot \sum_{h_t \in H_t} \frac{P(h_t | T \rangle t) \cdot P(\bar{d}_t | T \rangle t; h_t)}{P(\bar{d}_t | T \rangle t)} \cdot L(\bar{d}_t | h_t)$$
$$= P(d_t | T \rangle t) \cdot \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \rangle t; d_t) \cdot L(d_t | h_t) + P(\bar{d}_t | T \rangle t) \cdot \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \rangle t; \bar{d}_t) \cdot L(\bar{d}_t | h_t).$$

Da die Wahrscheinlichkeiten $P(h_i | T \rangle t; d_t)$ und die Wahrscheinlichkeiten $P(h_i | T \rangle t; \bar{d}_t)$ jeweils Verteilungen beschreiben, lassen sich die darauf bezogenen erwarteten Gesundheitsausgaben definieren:

(52b) $$E_t(L_t | H_t; T \rangle t; d_t) = \sum_{h_t \in H_t} P(h_t | T \rangle t; d_t) \cdot L(d_t | h_t),$$

[9] Eine derartige Zerlegung liefert bei den erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene keine Information, da bei diesen in ihrer letzten Lebensperiode eine letale Erkrankung aufgetreten sein muss.

(52c) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t; \bar{d}_t\right) = \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \rangle t; \bar{d}_t\right) \cdot L\left(\bar{d}_t \middle| h_t\right).$$

Die Größe $E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t; d_t\right)$ gibt die erwarteten Gesundheitsausgaben eines Individuums an, das die Lebensperiode t überlebt und in dieser Periode an einer letalen Erkrankung gelitten hat. Entsprechend bezeichnet $E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t; \bar{d}_t\right)$ die erwarteten Gesundheitsausgaben unter der komplementären Bedingung, dass bei dem überlebenden Individuum in der betrachteten Lebensperiode keine letale Erkrankung aufgetreten ist.

Mit diesen Definitionen erhält man für die Darstellung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende einer Lebensperiode t:

(52d) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t\right)$$
$$= P\left(d_t \middle| T \rangle t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t; d_t\right) + P\left(\bar{d}_t \middle| T \rangle t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t; \bar{d}_t\right).$$

Eine weitere Zerlegung dieser Größe ergibt sich, wenn man berücksichtigt, ob in einer früheren Lebensperiode j eine letale Erkrankung aufgetreten ist oder nicht. Für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $h_{t,j} = d_j$ bei Individuen, welche die betrachtete Lebensperiode überleben, gilt:

(53a) $$P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \rangle t\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \rangle t\right) = 1 - \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = \bar{d}_j}} P\left(h_t \middle| T \rangle t\right) = 1 - P\left(h_{t,j} = \bar{d}_j \middle| T \rangle t\right).$$

Daraus folgt für die bedingte Wahrscheinlichkeit einer speziellen Vorgeschichte, wenn eine schwere Erkrankung in einer früheren Lebensperiode j vorlag:

(53b) $$h_i \in H_t \text{ und } h_{i,j} = d_j \quad \Rightarrow \quad P\left(h_i \middle| T \rangle t; h_{i,j} = d_j\right) = \frac{P\left(h_i \middle| T \rangle t\right)}{P\left(h_{i,j} = d_j \middle| T \rangle t\right)}.$$

Ebenso gilt für die bedingte Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte, welche keine schwere Erkrankung in der früheren Lebensperiode j enthält:

(53c) $$h_i \in H_t \text{ und } h_{i,j} = \bar{d}_j \quad \Rightarrow \quad P\left(h_i \middle| T \rangle t; h_{i,j} = \bar{d}_j\right) = \frac{P\left(h_i \middle| T \rangle t\right)}{P\left(h_{i,j} = \bar{d}_j \middle| T \rangle t\right)}.$$

Nun können die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende der Lebensperiode t unter den beiden zusätzlichen Bedingungen definiert werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass diese Ausgaben bereits bei einer speziellen Vorgeschichte stochastisch sind. Zunächst gilt, wenn eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j vorgelegen hat:

(54a) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t; h_{t,j} = d_j\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \rangle t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| h_t; T \rangle t\right).$$

Entsprechend erhält man für die erwarteten Gesundheitsausgaben eines Verstorbenen, bei dem in seiner Lebensperiode j keine letale Erkrankung aufgetreten ist:

(54b) $$E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t; h_{t,j} = \bar{d}_j\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = \bar{d}_j}} P\left(h_t \middle| T \rangle t; h_{t,j} = \bar{d}_j\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| h_t; T \rangle t\right).$$

Insgesamt ergibt sich aus diesen Beziehungen eine alternative Darstellung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende:

(55) $$\begin{aligned} E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t\right) &= P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \rangle t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t; h_{t,j} = d_j\right) \\ &\quad + P\left(h_{t,j} = \bar{d}_j \middle| T \rangle t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t; h_{t,j} = \bar{d}_j\right). \end{aligned}$$

Schließlich können (41) und (49b) verwendet werden, um eine Zerlegung der bevölkerungsbezogenen erwarteten Gesundheitsausgaben zu erhalten, die explizit die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene und Überlebende berücksichtigt. Zunächst gilt:

(56a) $$\begin{aligned} E_t\left(L_t \middle| H_t\right) &= \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot \left\{\rho\left(d_t \middle| h_t\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right) + \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_t\right)\right] \cdot L\left(\bar{d}_t \middle| h_t\right)\right\} \\ &= \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot \rho\left(d_t \middle| h_t\right) \cdot \left[1 - e\left(d_t \middle| h_t\right)\right] \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right) \\ &\quad + \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot \left\{\rho\left(d_t \middle| h_t\right) \cdot e\left(d_t \middle| h_t\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right) + \left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_t\right)\right] \cdot L\left(\bar{d}_t \middle| h_t\right)\right\} \\ &= \rho_t \cdot \left(1 - e_t\right) \cdot \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T = t\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right) \\ &\quad + \left(\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t\right) \cdot \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \rangle t\right) \cdot P\left(d_t \middle| T \rangle t; h_t\right) \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right) \\ &\quad + \left(\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t\right) \cdot \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \rangle t\right) \cdot P\left(\bar{d}_t \middle| T \rangle t; h_t\right) \cdot L\left(\bar{d}_t \middle| h_t\right). \end{aligned}$$

Insgesamt erhält man somit:

(56b) $$\begin{aligned} E_t\left(L_t \middle| H_t\right) &= \rho_t \cdot \left(1 - e_t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T = t\right) + \left(\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t\right) \\ &= P\left(T = t \middle| T \geq t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T = t\right) + P\left(T \rangle t \middle| T \geq t\right) \cdot E_t\left(L_t \middle| H_t; T \rangle t\right). \end{aligned}$$

3.3 Ein Beispiel

Die bisher allgemein gehaltenen Überlegungen werden nun durch ein Beispiel veranschaulicht. Wiederum geht es nicht darum, damit alle möglichen Konstellationen auszuloten, sondern durch die Vorgabe einer speziellen Konstellation die Gelegenheit zu schaffen, verschiedene Effekte einmal konkret anzusprechen. Wie zuvor beträgt die maximale Lebenszeit wenigstens vier Lebensperioden, wobei die Analyse vornehmlich die zweite und die dritte Periode explizit betrachtet. Zur Verdeutlichung der Unterschiede zum einfachen Modell wird angenommen, dass sich die Vorgeschichte eines Individuums auswirkt auf die Inzidenz einer letalen Erkrankung, die Überlebenswahrscheinlichkeit in einem solchen Fall und schließlich die

Gesundheitsausgaben bei Auftreten bzw. in Abwesenheit einer letalen Erkrankung. Schließlich sind nun auch Angaben über die Inzidenz dieser Erkrankung sowie die zugehörige Überlebenswahrscheinlichkeit in der ersten Lebensperiode nötig, um die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten in den späteren Lebensperioden berechnen zu können. Tabelle 4 gibt einen Überblick über die Parameterwerte, die dem Beispiel zugrunde liegen.

Tab. 4: Das allgemeine Modell im Beispiel – Parameterwerte

Lebensperiode 1	Lebensperiode 2	Lebensperiode 3
$\rho_1 = 0{,}2$	$\rho(d_2 \mid d_1) = 0{,}4$ $\rho(d_2 \mid \overline{d}_1) = 0{,}2$	$\rho(d_3 \mid d_1, d_2) = 0{,}6$; $\rho(d_3 \mid \overline{d}_1, d_2) = 0{,}4$ $\rho(d_3 \mid d_1, \overline{d}_2) = 0{,}3$; $\rho(d_3 \mid \overline{d}_1, \overline{d}_2) = 0{,}2$
$e_1 = 0{,}8$	$e(d_2 \mid d_1) = 0{,}5$ $e(d_2 \mid \overline{d}_1) = 0{,}8$	$e(d_3 \mid d_1, d_2) = 0{,}3$; $e(d_3 \mid \overline{d}_1, d_2) = 0{,}5$ $e(d_3 \mid d_1, \overline{d}_2) = 0{,}65$; $e(d_3 \mid \overline{d}_1, \overline{d}_2) = 0{,}8$
	$L(d_2 \mid d_1) = 1000$ $L(d_2 \mid \overline{d}_1) = 800$	$L(d_3 \mid d_1, d_2) = 1500$; $L(d_3 \mid \overline{d}_1, d_2) = 1000$ $L(d_3 \mid d_1, \overline{d}_2) = 880$; $L(d_3 \mid \overline{d}_1, \overline{d}_2) = 800$
	$L(\overline{d}_2 \mid d_1) = 600$ $L(\overline{d}_2 \mid \overline{d}_1) = 500$	$L(\overline{d}_3 \mid d_1, d_2) = 800$; $L(\overline{d}_3 \mid \overline{d}_1, d_2) = 600$ $L(\overline{d}_3 \mid d_1, \overline{d}_2) = 550$; $L(\overline{d}_3 \mid \overline{d}_1, \overline{d}_2) = 500$

Ein Vergleich der Werte zeigt zunächst, dass die Inzidenz der letalen Erkrankung, die Überlebenswahrscheinlichkeit und schließlich die Gesundheitsausgaben in den beiden späteren Lebensperioden nur dann mit den Werten der ersten Periode übereinstimmen, wenn die Vorgeschichte keine letale Erkrankung in einer früheren Lebensperiode aufweist. Eine frühere letale Erkrankung sorgt hingegen für eine Erhöhung von Inzidenz und Gesundheitsausgaben sowie eine Verringerung der Überlebenswahrscheinlichkeit. Dabei hängt der Umfang der Veränderung in der dritten Lebensperiode jeweils noch davon ab, wie lange die Erkrankung bereits zurück liegt. Konkret wird angenommen, dass eine überstandene letale Erkrankung in der ersten Periode aufgrund des größeren zeitlichen Abstands geringere Auswirkungen auf das Geschehen in der dritten Periode hat als eine Erkrankung in der zweiten Periode. Schließlich fallen die Veränderungen von Inzidenz, Überlebenswahrscheinlichkeit und Gesundheitsausgaben in der letzten explizit betrachteten Lebensperiode besonders groß aus, wenn bei einem Individuum eine letale Erkrankung in beiden vorangegangenen Perioden aufgetreten ist.

Obwohl die Wahl der Parameterwerte gewissen Plausibilitätserwägungen folgte, ist zu beachten, dass weder die konkreten Werte selbst noch der zugehörige Einfluss früherer letaler Erkrankungen über die Vorgeschichte im Blickpunkt der Analyse stehen. Vielmehr geht es vornehmlich darum, die Voraussetzungen für eine Veranschaulichung der Wirkungen des medizinischen Fortschritts zu schaffen, die dann die allgemeine Analyse im nächsten Abschnitt ergänzen kann.

Welche Implikationen haben diese Voraussetzungen? Da nun die Vorgeschichte eine Rolle spielt, ist im Vergleich zum einfachen Modell eine deutlich höhere Anzahl abgeleiteter Größen zu berücksichtigen. Daher erfolgt die Darstellung in zwei Schritten.

Tab. 5: Das allgemeine Modell im Beispiel – Bevölkerungsbezogene Größen

Lebensperiode 2	Lebensperiode 3
$P(d_1 \mid T \geq 2) = 0{,}167$ $P(\overline{d}_1 \mid T \geq 2) = 0{,}833$	$P(d_1, d_2 \mid T \geq 3) = 0{,}036$; $P(\overline{d}_1, d_2 \mid T \geq 3) = 0{,}143$ $P(d_1, \overline{d}_2 \mid T \geq 3) = 0{,}107$; $P(\overline{d}_1, \overline{d}_2 \mid T \geq 3) = 0{,}714$
$\rho_2 = 0{,}233$; $e_2 = 0{,}714$	$\rho_3 = 0{,}254$; $e_3 = 0{,}671$
$E_2(L_2 \mid H_2) = 593{,}333$	$E_3(L_3 \mid H_3) = 621{,}679$
$E_2(L_2 \mid H_2; d_2) = 857{,}143$ $E_2(L_2 \mid H_2; \overline{d}_2) = 513{,}043$	$E_3(L_3 \mid H_3; d_3) = 914{,}366$ $E_3(L_3 \mid H_3; \overline{d}_3) = 522{,}249$
$\rho(d_2 \mid h_{2,1} = d_1) = \rho(d_2 \mid d_1)$	$\rho(d_3 \mid h_{3,2} = d_2) = 0{,}44$
$e(d_2 \mid h_{2,1} = d_1) = e(d_2 \mid d_1)$	$e(d_3 \mid h_{3,2} = d_2) = 0{,}445$
$E_2(L_2 \mid H_2; h_{2,1} = d_1) = 760$ $E_2(L_2 \mid H_2; h_{2,1} = \overline{d}_1) = 560$	$E_3(L_3 \mid H_3; h_{3,2} = d_2) = 852$ $E_3(L_3 \mid H_3; h_{3,2} = \overline{d}_2) = 571{,}609$
$E_2(L_2 \mid H_2; h_{2,1} = d_1; d_2) = L(d_2 \mid d_1)$ $E_2(L_2 \mid H_2; h_{2,1} = d_1; \overline{d}_2) = L(d_2 \mid \overline{d}_1)$	$E_3(L_3 \mid H_3; h_{3,2} = d_2; d_3) = 1136{,}364$ $E_3(L_3 \mid H_3; h_{3,2} = d_2; \overline{d}_3) = 628{,}571$

Zunächst ist die auf das Überleben bis mindestens einschließlich der zweiten Lebensperiode bedingte Wahrscheinlichkeit, in der ersten Periode keine letale Erkrankung gehabt zu haben, größer als die zugehörige unbedingte Wahrscheinlichkeit $1-\rho_1$. Dies beruht darauf, dass die Wahrscheinlichkeit, eine letale Erkrankung in der ersten Periode zu überleben, geringer als Eins ist. Die Wahrscheinlichkeit derjenigen Vorgeschichte, die keine letale Erkrankung enthält, sinkt hingegen mit zunehmender Lebensdauer. Weiterhin bewirkt die jeweils geringe Inzidenz einer letalen Erkrankung, verbunden mit einer Überlebenswahrscheinlichkeit kleiner Eins, dass die Wahrscheinlichkeiten von Vorgeschichten, die zumindest eine letale Erkrankung beinhalten, durchweg gering ausfallen.

Die vorgegebenen Parameterwerte implizieren, dass der Anteil der Individuen, deren Vorgeschichte wenigstens eine letale Erkrankung enthält, mit zunehmender Lebensdauer steigt und die Struktur der Individuen, die (zumindest) noch die betrachtete Periode erleben, in diesem

Sinne ungünstiger wird. Dieser Tatbestand erklärt zunächst den Anstieg der mittleren Inzidenz ρ_t und der erwarteten Gesundheitsausgaben $E_t(L_t | H_t)$ sowie die Verringerung der mittleren Überlebenswahrscheinlichkeit e_t beim Übergang von der zweiten zur dritten Lebensperiode. Ebenso ist das Wachstum der erwarteten Gesundheitsausgaben unter der Bedingung, dass in der aktuellen Lebensperiode eine letale Erkrankung aufgetreten [$E_t(L_t | H_t; d_t)$] bzw. nicht aufgetreten [$E_t(L_t | H_t; \overline{d}_t)$] ist, darauf zurückzuführen. Da die Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung in der aktuellen Lebensperiode bei jeder Vorgeschichte stets höher ausfallen als bei Abwesenheit einer derartigen Erkrankung, gilt diese Beziehung auch für die zugehörigen Erwartungswerte, d.h. es gilt $E_t(L_t | H_t; d_t) \rangle\ E_t(L_t | H_t; \overline{d}_t)$ in jeder betrachteten Periode.

Welchen Einfluss hat eine frühere letale Erkrankung in der aktuellen Lebensperiode? Wie die weiteren Angaben in Tabelle 5 zeigen, steigen sowohl die Inzidenz einer (weiteren) letalen Erkrankung als auch die erwarteten Gesundheitsausgaben, wenn man als zusätzliche Bedingung $h_{2,1} = d_1$ bzw. $h_{3,2} = d_2$ aufnimmt. Im Gegensatz dazu sinkt die (mittlere) Überlebenswahrscheinlichkeit. Diese Resultate beruhen darauf, dass eine frühere letale Erkrankung unter sonst gleichen Umständen sowohl die Inzidenz einer letalen Erkrankung als auch die Gesundheitsausgaben in der aktuellen Lebensperiode positiv beeinflusst, während die zugehörige Überlebenswahrscheinlichkeit bei einer derartigen Erkrankung geringer ausfällt.

Die nachstehende Tabelle 6 differenziert nach den beiden Teilgruppen der Überlebenden und der Verstorbenen, wobei die Daten im Wesentlichen den Einfluss der Vorgeschichte widerspiegeln. Zunächst sind bei den am Ende einer Lebensperiode verstorbenen Individuen diejenigen Vorgeschichten stärker als in der Kohorte insgesamt vertreten, die wenigstens eine frühere letale Erkrankung enthalten. Daraus folgt, dass diejenigen Vorgeschichten schwächer vertreten sind, die keine derartige Erkrankung in einer früheren Lebensperiode beinhalten. Demzufolge fallen auch die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene in den beiden Lebensperioden jeweils höher als die entsprechenden bevölkerungsbezogenen Größen aus. Dies gilt auch, wenn man zusätzlich als Bedingung eine letale Erkrankung in der aktuellen Lebensperiode bzw. deren Abwesenheit oder schließlich bezüglich der Vorgeschichte $h_{2,1} = d_1$ bzw. $h_{3,2} = d_2$ berücksichtigt.

Tab. 6: Das allgemeine Modell im Beispiel – Überlebende und Verstorbene

Lebensperiode 2	Lebensperiode 3
$P(d_1 \mid T = 2) = 0{,}5$ $P(\bar{d}_1 \mid T = 2) = 0{,}5$	$P(d_1, d_2 \mid T = 3) = 0{,}18$; $P(\bar{d}_1, d_2 \mid T = 3) = 0{,}343$ $P(d_1, \bar{d}_2 \mid T = 3) = 0{,}135$; $P(\bar{d}_1, \bar{d}_2 \mid T = 3) = 0{,}343$
$E_2(L_2 \mid H_2; T = 2) = 900$	$E_3(L_3 \mid H_3; T = 3) = 1005{,}225$
$E_2(L_2 \mid H_2; T = 2; h_{2,1} = d_1) = L(d_2 \mid d_1)$ $E_2(L_2 \mid H_2; T = 2; h_{2,1} = \bar{d}_1) = L(d_2 \mid \bar{d}_1)$	$E_3(L_3 \mid H_3; T = 3; h_{3,2} = d_2) = 1172{,}131$ $E_3(L_3 \mid H_3; T = 3; h_{3,2} = \bar{d}_2) = 822{,}601$
$P(d_1 \mid T > 2) = 0{,}1429$ $P(\bar{d}_1 \mid T > 2) = 0{,}8571$	$P(d_1, d_2 \mid T > 3) = 0{,}023$; $P(\bar{d}_1, d_2 \mid T > 3) = 0{,}125$ $P(d_1, \bar{d}_2 \mid T > 3) = 0{,}105$; $P(\bar{d}_1, \bar{d}_2 \mid T > 3) = 0{,}748$
$E_2(L_2 \mid H_2; T > 2) = 571{,}429$	$E_3(L_3 \mid H_3; T > 3) = 586{,}784$
$E_2(L_2 \mid H_2; T > 2; d_2) = 840$ $E_2(L_2 \mid H_2; T > 2; \bar{d}_2) = 513{,}043$	$E_3(L_3 \mid H_3; T > 3; d_3) = 869{,}843$ $E_3(L_3 \mid H_3; T > 3; \bar{d}_3) = 522{,}249$
$E_2(L_2 \mid H_2; T > 2; h_{2,1} = d_1) = 700$ $E_2(L_2 \mid H_2; T > 2; h_{2,1} = \bar{d}_1) = 560$	$E_3(L_3 \mid H_3; T > 3; h_{3,2} = d_2) = 748{,}677$ $E_3(L_3 \mid H_3; T > 3; h_{3,2} = \bar{d}_2) = 558{,}821$

Bei den Überlebenden einer Periode sind hingegen diejenigen Vorgeschichten stärker (bzw. schwächer) vertreten, die keine (bzw. wenigstens eine) letale Erkrankung beinhalten. Daher fallen die erwarteten Gesundheitsausgaben für diese Individuen geringer aus als für die Kohorte insgesamt. Diese Eigenschaft bleibt erhalten, wenn man als weitere Bedingung eine letale Erkrankung in der aktuellen Lebensperiode, deren Abwesenheit oder schließlich in der Vorgeschichte eine frühere letale Erkrankung berücksichtigt.

4. Auswirkungen des medizinischen Fortschritts im allgemeinen Modell

4.1 Medizinischer Fortschritt

Um die Vergleichbarkeit mit dem einfachen Modell zu ermöglichen, wird nun eine Variante des medizinischen Fortschritts vorgestellt, die einerseits in derselben Weise an den Überlebenswahrscheinlichkeiten ansetzt und andererseits eine mögliche Relevanz der Vorgeschichte berücksichtigt. Konkret wird angenommen, dass in einer Lebensperiode j mit $j < \Omega - 1$ der medizinische Fortschritt für eine gleichmäßige *relative* Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeiten sorgt. Damit gilt, wenn $\tilde{h}_j \in H_j$ eine spezielle Vorgeschichte bezeichnet:

(57a)
$$\frac{d\left[e\left(d_j \middle| h_j\right)\right]}{e\left(d_j \middle| h_j\right)} = \frac{d\left[e\left(d_j \middle| \tilde{h}_j\right)\right]}{e\left(d_j \middle| \tilde{h}_j\right)} = c_j \rangle 0; \quad \forall h_j \in H_j .$$

Die Einschränkung $j \langle \Omega - 1$ wird gemacht, um zu gewährleisten, dass die (in Bezug auf die Ausgangslage) „neuen Überlebenden" zumindest die Chance haben, mehr als eine zusätzliche Lebensperiode zu erleben.

Die Annahme (57a) impliziert unterschiedliche relative Effekte auf die dazu komplementären Wahrscheinlichkeiten:

(57b)
$$\frac{d\left[1 - e\left(d_j \middle| h_j\right)\right]}{1 - e\left(d_j \middle| h_j\right)} = -c_j \cdot \frac{e\left(d_j \middle| h_j\right)}{1 - e\left(d_j \middle| h_j\right)}; \quad \forall h_j \in H_j .$$

Genauer fällt die relative Verringerung der auf eine Vorgeschichte bezogenen Sterblichkeit an der letalen Krankheit in Lebensperiode j umso größer aus, je höher die Überlebenswahrscheinlichkeit bezogen auf die Vorgeschichte in der Ausgangslage ist.

Alle übrigen parametrisch vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten des Modells bleiben unverändert. Damit hat die betrachtete Spielart des medizinischen Fortschritts keinen Einfluss auf die bedingten Inzidenzen einer letalen Erkrankung. Dasselbe gilt für die bedingten Wahrscheinlichkeiten des Überlebens einer letalen Erkrankung in späteren Lebensperioden. Insofern werden im neuen stationären Zustand in jeder späteren Lebensperiode „neue Überlebende" anzutreffen sein, d.h. Individuen, die in der Ausgangslage ohne medizinischen Fortschritt bereits in Lebensperiode j verstorben wären.

Tatsächlich lässt sich die letzte Aussage noch präziser fassen. Die „neuen Überlebenden" in einer späteren Lebensperiode t sind durchweg Individuen, deren Vorgeschichte das Ereignis $h_{t,j} = d_j$ beinhaltet. Damit verändert der in einer früheren Lebensperiode j wirkende medizinische Fortschritt die Struktur der Individuen, die mindestens bis zu einer späteren Lebensperiode t leben, bezüglich ihrer Vorgeschichten. Konkret werden die bedingten Wahrscheinlichkeiten derjenigen Vorgeschichten, für welche $h_{t,j} = d_j$ gilt, zunehmen, während die bedingten Wahrscheinlichkeiten der anderen Vorgeschichten (die $h_{t,j} = \overline{d}_j$ erfüllen) sinken.

Welche Ausgabeneffekte gehen von dieser Art des medizinischen Fortschritts aus? Dies wird am Beispiel der mittleren bzw. der erwarteten altersspezifischen Gesundheitsausgaben für Überlebende und Verstorbene untersucht. Zunächst können die Ausgaben für die adäquate medizinische Behandlung der letalen Krankheit in Lebensperiode j steigen. Wenn dies der Fall ist, liegt unter sonst gleichen Umständen ein positiver *direkter Ausgabeneffekt* vor. Ferner kann die oben skizzierte Veränderung der Struktur der Individuen hinsichtlich ihrer Vorgeschichte Einfluss auf die erwarteten Gesundheitsausgaben in späteren Lebensperioden nehmen. Derartige Veränderungen werden als *indirekte Ausgabeneffekte* bezeichnet.

Um einen direkten Ausgabeneffekt erfassen zu können, wird nun zusätzlich die Abhängigkeit der Ausgaben für die Behandlung der letalen Krankheit in Lebensperiode j von der zugehörigen Wahrscheinlichkeit des Überlebens berücksichtigt. Anstelle von $L(d_j|h_j)$ wird daher nun die Ausgabengröße $L\left[d_j|h_j;e(d_j|h_j)\right]$ betrachtet. Speziell wird angenommen, dass die Elastizität der Ausgaben für die Behandlung der letalen Erkrankung in einer Lebensperiode j bezüglich der zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeit für jede Vorgeschichte identisch ist:

(58a)
$$\frac{d\left\{L\left[d_j|h_j;e(d_j|h_j)\right]\right\}}{L\left[d_j|h_j;e(d_j|h_j)\right]} = k_j \cdot \frac{d\left[e(d_j|h_j)\right]}{e(d_j|h_j)}; \quad \forall h_j \in H_j.$$

Dies impliziert zusammen mit (57a), dass die absolute Erhöhung der Ausgaben für die Behandlung der letalen Krankheit umso größer ausfällt, je höher diese Ausgaben bei einer Vorgeschichte in der Ausgangslage waren:

(58b)
$$d\left\{L\left[d_j|h_j;e(d_j|h_j)\right]\right\} = c_j \cdot k_j \cdot L\left[d_j|h_j;e(d_j|h_j)\right].$$

Die Annahme (58a) stellt eine nahe liegende Übertragung der entsprechenden Annahme, die für das einfache Modell in Abschnitt 2 getroffen wurde, auf das allgemeine Modell dar. Wiederum wird der Wertebereich des Parameters k_j nicht a priori eingeschränkt, obwohl ein positiver Wert eher als plausibel zu erachten sein dürfte.

4.2 Direkte Ausgabeneffekte[10]

4.2.1 Verstorbene

Die Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeiten im Falle einer letalen Erkrankung in einer Lebensperiode j kann zwei Ausgabeneffekte in derselben Periode bewirken. Zunächst ist unmittelbar einsichtig, dass die relative Änderung der auf eine Vorgeschichte bedingten Gesundheitsausgaben bei einer letalen Erkrankung nach Maßgabe des Parameters k_j unter sonst gleichen Umständen die erwarteten Ausgaben für Verstorbene beeinflussen muss. Ein weiterer Effekt, der nicht so offensichtlich ist, kann aus der Veränderung der Struktur der Verstorbenen bezüglich ihrer Vorgeschichte resultieren. Zur Beschreibung dieses Effekts benötigt man die Veränderung der auf das Versterben am Ende der betrachteten Lebensperiode bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten.

[10] Um den Umfang dieses Papiers nicht über Gebühr auszudehnen, werden nachfolgend vorrangig die Ergebnisse von zum Teil umfangreichen Umformungen dargestellt. Leser, die an einer detaillierten Darstellung interessiert sind, erhalten auf Nachfrage einen Anhang, der jeweils die einzelnen Schritte dokumentiert.

Um die Veränderung der Wahrscheinlichkeiten $P(h_i|T = j)$ ermitteln zu können, betrachte man zunächst den Effekt auf die Wahrscheinlichkeit $P(T = j|T \geq j; h_i)$. Für deren Veränderung gilt:

(59a) $$d[P(T = j|T \geq j; h_i)] = -\rho(d_j|h_i) \cdot d[e(d_j|h_i)] = -c_j \cdot \rho(d_j|h_i) \cdot e(d_j|h_i)$$

$$= -c_j \cdot \rho(d_j|h_i) \cdot [1 - e(d_j|h_i)] \cdot \frac{e(d_j|h_i)}{1 - e(d_j|h_i)} = -c_j \cdot P(T = j|T \geq j; h_i) \cdot \frac{e(d_j|h_i)}{1 - e(d_j|h_i)}.$$

Dies impliziert für die zugehörige relative Veränderung:

(59b) $$\frac{d[P(T = j|T \geq j; h_i)]}{P(T = j|T \geq j; h_i)} = -c_j \cdot \frac{e(d_j|h_i)}{[1 - e(d_j|h_i)]}.$$

Die untersuchte gleichmäßige relative Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeiten wirkt sich in unterschiedlicher Weise auf die bedingten Wahrscheinlichkeiten des Versterbens am Ende der Lebensperiode j aus. Genauer sinkt die auf eine Vorgeschichte h_i bedingte Wahrscheinlichkeit des Versterbens umso stärker, je höher die Überlebenswahrscheinlichkeit in der Ausgangslage war.

Diese Änderungen bewirken weiterhin eine Veränderung der auf das Überleben bis mindestens einschließlich der Lebensperiode j bedingten Wahrscheinlichkeit, am Ende dieser Lebensperiode zu versterben. Zunächst folgt aus (39b) und (59b):

(60) $$d[P(T = j|T \geq j)] = \sum_{h_j \in H_j} P(h_j|T \geq j) \cdot P(T = j|T \geq j; h_j) \cdot \frac{d[P(T = j|T \geq j; h_j)]}{P(T = j|T \geq j; h_j)}$$

$$= -c_j \cdot \sum_{h_j \in H_j} P(h_j|T = j) \cdot \frac{e(d_j|h_j)}{[1 - e(d_j|h_j)]}.$$

Die relative Verringerung der bedingten Wahrscheinlichkeit, am Ende der Lebensperiode j zu versterben, fällt umso höher aus, je höher die auf dieses Ereignis bedingten Wahrscheinlichkeiten derjenigen Vorgeschichten, für die eine hohe Überlebenschance besteht. Dies ist plausibel, denn dann sorgt eine gegebene relative Erhöhung der Überlebenschancen für eine größere relative Verringerung der Sterbewahrscheinlichkeiten.

Was folgt daraus für die auf das Versterben in der aktuellen Periode bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten? Aus der Definition (40) erhält man in Verbindung mit (59b) und (60):

(61) $$\frac{d[P(h_i|T = j)]}{P(h_i|T = j)} = \frac{d[P(T = j|T \geq j, h_i)]}{P(T = j|T \geq j, h_i)} - \frac{d[P(T = j|T \geq j)]}{P(T = j|T \geq j)}$$

$$= \sum_{h_j \in H_j} P(h_j|T = j) \cdot c_j \cdot \frac{e(d_j|h_j)}{[1 - e(d_j|h_j)]} - c_j \cdot \frac{e(d_j|h_i)}{[1 - e(d_j|h_i)]}.$$

Diese Beziehung lässt sich gut interpretieren, wenn man (57b) beachtet. Absolut gesehen, stellt der zweite Term die relative Verringerung der auf die betrachtete Vorgeschichte h_i bedingten Sterbewahrscheinlichkeit dar. Hingegen beschreibt der erste Term, gegeben ein Versterben am Ende der Lebensperiode j, die auf alle Vorgeschichten bezogene mittlere relative Verringerung dieser Sterbewahrscheinlichkeit. Damit erhöht sich die auf das Versterben bedingte Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte, wenn die zugehörige Überlebenswahrscheinlichkeit klein ist im Vergleich zu den Überlebenswahrscheinlichkeiten der übrigen Vorgeschichten. Gleichzeitig sinkt die Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte, deren Überlebenswahrscheinlichkeit in der Ausgangslage in diesem Sinne relativ hoch war.

Wie verändern sich die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene? Zunächst gilt für diese Größe, wenn man nun die Überlebenswahrscheinlichkeit explizit bei den bedingten Gesundheitsausgaben berücksichtigt:

(62)
$$E_j\left(L_j \middle| H_j; T=j\right) = \sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T=j\right) \cdot L\left[d_j \middle| h_j; e\left(d_j \middle| h_j\right)\right].$$

Daraus folgt:

(63a)
$$\begin{aligned} d\left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T=j\right)\right] &= \sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T=j\right) \cdot L\left[d_j \middle| h_j; e\left(d_j \middle| h_j\right)\right] \cdot \frac{d\left\{L\left[d_j \middle| h_j; e\left(d_j \middle| h_j\right)\right]\right\}}{L\left[d_j \middle| h_j; e\left(d_j \middle| h_j\right)\right]} \\ &+ \sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T=j\right) \cdot L\left[d_j \middle| h_j; e\left(d_j \middle| h_j\right)\right] \cdot \frac{d\left[P\left(h_j \middle| T=j\right)\right]}{P\left(h_j \middle| T=j\right)} \\ &= k_j \cdot c_j \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; T=j\right) \\ &+ \sum_{h_i \in H_j} P\left(h_i \middle| T=j\right) \cdot L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] \cdot c_j \cdot \left[\sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T=j\right) \cdot \frac{e\left(d_j \middle| h_j\right)}{1-e\left(d_j \middle| h_j\right)} - \frac{e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\left[1-e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]}\right]. \end{aligned}$$

Zur Interpretation des zweiten Terms benötigt man die Definition der Kovarianz zwischen den Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung und der relativen Verringerung der Sterbewahrscheinlichkeit:

(63b)
$$\begin{aligned} &\operatorname{cov}\left\{L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right], \frac{e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\left[1-e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]} \middle| T=j\right\} \\ &= \sum_{h_i \in H_j} P\left(h_i \middle| T=j\right) \cdot L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] \cdot \frac{e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\left[1-e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]} \\ &- \sum_{h_i \in H_j} P\left(h_i \middle| T=j\right) \cdot L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] \cdot \frac{e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\left[1-e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]} \cdot \sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T=j\right) \cdot \frac{e\left(d_j \middle| h_j\right)}{1-e\left(d_j \middle| h_j\right)}. \end{aligned}$$

Da die (relative) Verringerung der Sterbewahrscheinlichkeit umso größer ausfällt, je höher die Überlebenswahrscheinlichkeit, handelt es sich gleichzeitig um ein Maß für den Zusammenhang zwischen den Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung und der zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeit.

Somit gilt für die Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene in Lebensperiode j:

$$(63c)\qquad d\left[E_j\left(L_j\middle|H_j;T=j\right)\right]$$

$$=c_j\cdot\left\{k_j\cdot E_j\left(L_j\middle|H_j;T=j\right)-\operatorname{cov}\left\{L\left[d_j\middle|h_i;e\left(d_j\middle|h_i\right)\right],\frac{e\left(d_j\middle|h_i\right)}{\left[1-e\left(d_j\middle|h_i\right)\right]}\middle|T=j\right\}\right\}.$$

Ein Vergleich mit der entsprechenden Darstellung (13b) im einfachen Modell zeigt, dass der erste Summand dort ebenfalls vorhanden ist. Allerdings tritt nur im allgemeinen Modell der zweite Effekt auf, der somit erst durch die Berücksichtigung von Vorgeschichten entsteht. Es handelt sich um einen Struktureffekt, der die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene erhöht (bzw. verringert), wenn die Kovarianz zwischen Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung und der zugehörigen Verringerung der Sterbewahrscheinlichkeit negativ (bzw. positiv) ausfällt.

Die Rolle des Struktureffekts lässt sich wie folgt erläutern. Da die auf das Versterben am Ende der Lebensperiode j bedingten Wahrscheinlichkeiten derjenigen Vorgeschichten steigen, deren Überlebenswahrscheinlichkeit in der Ausgangslage gering war, sorgt der Struktureffekt für einen positiven (bzw. negativen) Effekt auf die erwarteten Ausgaben für Verstorbene, wenn die zugehörigen Gesundheitsausgaben überdurchschnittlich (bzw. unterdurchschnittlich) sind. Eine Beurteilung der Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene, die lediglich den ersten Effekt in (63c) berücksichtigt, unterschätzt daher systematisch die tatsächliche Veränderung, wenn die Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung in der betrachteten Lebensperiode j bei denjenigen Vorgeschichten überdurchschnittlich hoch ausfallen, deren Überlebenswahrscheinlichkeiten gering sind.

Der o.a. Ausgabeneffekt stützt sich auf Größen, welche die Bedingung des Versterbens am Ende der Lebensperiode j beinhalten und damit lediglich für die Teilgruppe der Verstorbenen gelten. Es ist aber auch möglich, den direkten Ausgabeneffekt für Verstorbene anhand bevölkerungsbezogener Größen darzustellen. Dies wird im Folgenden gezeigt.

Zunächst gilt für die erwarteten Gesundheitsausgaben unter der Bedingung eines Versterbens am Ende der Lebensperiode j, wenn man u.a. (27c), (27d) und (39d) ausnutzt:

$$(64a)\qquad E_j\left(L_j\middle|H_j;T=j\right)=\sum_{h_i\in H_j}P\left(h_i\middle|T=j\right)\cdot L\left[d_j\middle|h_i;e\left(d_j\middle|h_i\right)\right]$$

$$=\frac{1}{1-e_j}\cdot\left\{E_j\left(L_j\middle|H_j;d_j\right)-\sum_{h_i\in H_j}P\left(h_i\middle|T\geq j;d_j\right)\cdot e\left(d_j\middle|h_i\right)\cdot L\left[d_j\middle|h_i;e\left(d_j\middle|h_i\right)\right]\right\}.$$

Die in der geschweiften Klammer stehende Summe kann mit Hilfe der auf eine letale Erkrankung bedingten Kovarianz zwischen der Überlebenswahrscheinlichkeit und den zugehörigen Gesundheitsausgaben ausgedrückt werden:

(64b)
$$\sum_{h_i \in H_j} P\left(h_i \middle| T \geq j; d_j\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]$$
$$= \operatorname{cov}\left\{e\left(d_j \middle| h_i\right), L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] \middle| d_j\right\} + e_j \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; d_j\right).$$

Insgesamt erhält man also:

(64c)
$$E_j\left(L_j \middle| H_j; T = j\right) = E_j\left(L_j \middle| H_j; d_j\right) - \frac{\operatorname{cov}\left\{e\left(d_j \middle| h_i\right), L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] \middle| d_j\right\}}{1 - e_j}.$$

Nun zum zweiten Term in (63c). Zunächst folgt aus der Definition der Kovarianz:

(65a)
$$\operatorname{cov}\left\{L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right], \frac{e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\left[1 - e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]} \middle| T = j\right\}$$
$$= \sum_{h_i \in H_j} P\left(h_i \middle| T = j\right) \cdot \frac{e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\left[1 - e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]} \cdot L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]$$
$$- E_j\left(L_j \middle| H_j; T = j\right) \cdot \sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T = j\right) \cdot \frac{e\left(d_j \middle| h_j\right)}{1 - e\left(d_j \middle| h_j\right)}.$$

Für den ersten Term auf der rechten Seite gilt, wenn man wiederum u.a. (27c), (27d) und (39d) berücksichtigt:

(65b)
$$\sum_{h_i \in H_j} P\left(h_i \middle| T = j\right) \cdot \frac{e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\left[1 - e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]} \cdot L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]$$
$$= \frac{1}{1 - e_j} \cdot \sum_{h_i \in H_j} P\left(h_i \middle| T \geq j; d_j\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right].$$

Unter Verwendung von (64b) erhält man somit:

(65c)
$$\sum_{h_i \in H_j} P\left(h_i \middle| T = j\right) \cdot \frac{e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\left[1 - e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]} \cdot L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right]$$
$$= \frac{\operatorname{cov}\left\{e\left(d_j \middle| h_i\right), L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] \middle| d_j\right\} + e_j \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; d_j\right)}{1 - e_j}.$$

Weiterhin gilt:

(65d) $$\sum_{h_i \in H_j} P(h_i | T = j) \cdot \frac{e(d_j | h_j)}{1 - e(d_j | h_j)} = \frac{1}{1 - e_j} \cdot \sum_{h_i \in H_j} P(h_i | T \geq j; d_j) \cdot e(d_j | h_j) = \frac{e_j}{1 - e_j} .$$

Daraus folgt für den zweiten Term auf der rechten Seite von (65a), wenn man noch (64c) beachtet:

(65e) $$E_j(L_j | H_j; T = j) \cdot \sum_{h_j \in H_j} P(h_j | T = j) \cdot \frac{e(d_j | h_j)}{1 - e(d_j | h_j)}$$
$$= \frac{e_j}{1 - e_j} \cdot \left\{ E_j(L_j | H_j; d_j) - \frac{\operatorname{cov}\{e(d_j | h_i), L[d_j | h_i; e(d_j | h_i)] | d_j\}}{1 - e_j} \right\} .$$

Insgesamt gilt somit:

(65f) $$\operatorname{cov}\left\{ L[d_j | h_i; e(d_j | h_i)], \frac{e(d_j | h_i)}{[1 - e(d_j | h_i)]} \middle| T = j \right\} = \frac{\operatorname{cov}\{e(d_j | h_i), L[d_j | h_i; e(d_j | h_i)] | d_j\}}{(1 - e_j)^2} .$$

Daraus folgt für die Darstellung der Differenz in (63c) anhand bevölkerungsbezogener Daten:

(66a) $$k_j \cdot E_j(L_j | H_j; T = j) - \operatorname{cov}\left\{ L[d_j | h_i; e(d_j | h_i)], \frac{e(d_j | h_i)}{[1 - e(d_j | h_i)]} \middle| T = j \right\}$$
$$= k_j \cdot E_j(L_j | H_j; d_j) - \frac{\operatorname{cov}\{e(d_j | h_j), L[d_j | h_j; e(d_j | h_j)] d_j\}}{1 - e_j} \cdot \left(k_j + \frac{1}{1 - e_j} \right) .$$

Man erhält somit für die Darstellung des direkten Effekts auf die Gesundheitsausgaben für Verstorbene:

(66b) $$d[E_j(L_j | H_j; T = j)]$$
$$= c_j \cdot \left\{ k_j \cdot E_j(L_j | H_j; d_j) - \frac{\operatorname{cov}\{e(d_j | h_j), L[d_j | h_j; e(d_j | h_j)] d_j\}}{1 - e_j} \cdot \left(k_j + \frac{1}{1 - e_j} \right) \right\} .$$

Der erste Summand entspricht dem einzigen Effekt im einfachen Modell.[11] Der zweite Summand erfasst einen möglichen Struktureffekt, der nun aber nicht mehr auf Verstorbene beschränkt ist, sondern allgemeiner die Bedingung einer letalen Erkrankung in der betrachteten Lebensperiode berücksichtigt.

[11] Dies folgt aus (13a) in Verbindung mit der Tatsache, dass im einfachen Modell die Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung mit den Gesundheitsausgaben für Verstorbene übereinstimmen.

4.2.2 Überlebende

Die Analyse des direkten Ausgabeneffekts bei den Überlebenden der Lebensperiode j verläuft analog: Auch hier sind mögliche Struktureffekte zu berücksichtigen, die aus einer Veränderung der auf das Überleben bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten herrühren können. Weiterhin ist zu beachten, dass nur bei einem Teil der Überlebenden eine letale Erkrankung aufgetreten sein wird und in diesem Sinne die Veränderung der Gesundheitsausgaben im Falle einer derartigen Erkrankung sich lediglich in abgeschwächter Form auf die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende auswirken kann.

Als absolute Veränderung der auf das Überleben bis mindestens einschließlich einer Lebensperiode j und eine Vorgeschichte h_i bedingten Wahrscheinlichkeit, am Ende dieser Lebensperiode weiter zu leben, erhält man:

(67a) $$d\left[P\left(T \rangle j \middle| T \geq j; h_i\right)\right] = \rho\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot d\left[e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] = c_j \cdot \rho\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_i\right).$$

Dies impliziert für die zugehörige relative Veränderung, wenn man (47b) beachtet:

(67b) $$\frac{d\left[P\left(T \rangle j \middle| T \geq j; h_i\right)\right]}{P\left(T \rangle j \middle| T \geq j; h_i\right)} = c_j \cdot \frac{\rho\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\rho\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_i\right) + 1 - \rho\left(d_j \middle| h_i\right)}.$$
$$= c_j \cdot P\left(d_j \middle| T \rangle j, h_i\right).$$

Als Nächstes wird die Veränderung der bedingten Wahrscheinlichkeit untersucht, am Ende der Lebensperiode j insgesamt weiter zu leben. Zunächst gilt aufgrund von (45b) und (67b):

(68a) $$d\left[P\left(T \rangle j \middle| T \geq j\right)\right] = \sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T \geq j\right) \cdot P\left(T \rangle j \middle| T \geq j; h_j\right) \cdot \frac{d\left[P\left(T \rangle j \middle| T \geq j; h_j\right)\right]}{P\left(T \rangle j \middle| T \geq j; h_j\right)}$$
$$= c_j \cdot P\left(T \rangle j \middle| T \geq j\right) \cdot \sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T \rangle j\right) \cdot P\left(d_j \middle| T \rangle j, h_j\right) = c_j \cdot P\left(T \rangle j \middle| T \geq j\right) \cdot P\left(d_j \middle| T \rangle j\right).$$

Daraus folgt für die zugehörige relative Änderung:

(68b) $$\frac{d\left[P\left(T \rangle j \middle| T \geq j\right)\right]}{P\left(T \rangle j \middle| T \geq j\right)} = c_j \cdot P\left(d_j \middle| T \rangle j\right).$$

Die relative Erhöhung der bedingten Wahrscheinlichkeit, eine Lebensperiode j zu überleben, fällt demnach umso größer aus, je höher die auf dieses Ereignis bedingte Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer letalen Erkrankung ist. Dies erscheint unmittelbar einleuchtend, da sich die Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeiten nur im Falle einer derartigen Erkrankung auswirken kann.

Welcher Einfluss ergibt sich daraus für die auf das Überleben der aktuellen Periode bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten? Aus der Definition (46) erhält man zunächst:

(69a) $$\frac{d\left[P(h_i|T \rangle j)\right]}{P(h_i|T \rangle j)} = \frac{d\left[P(T \rangle j|T \geq j, h_i)\right]}{P(T \rangle j|T \geq j, h_i)} - \frac{d\left[P(T \rangle j|T \geq j)\right]}{P(T \rangle j|T \geq j)}.$$

Daraus folgt aufgrund von (67b) und (68b):

(69b) $$\frac{d\left[P(h_i|T \rangle j)\right]}{P(h_i|T \rangle j)} = c_j \cdot \left[P(d_j|T \rangle j, h_i) - P(d_j|T \rangle j)\right].$$

Die auf das Überleben der aktuellen Lebensperiode j bedingte Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte erhöht (bzw. verringert) sich, wenn die zugehörige Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung größer (bzw. niedriger) als die mittlere Wahrscheinlichkeit einer solchen Erkrankung ist, also in Bezug auf überlebende Individuen überdurchschnittlich (bzw. unterdurchschnittlich) hoch ausfällt.

Weiterhin benötigt man die Veränderung der Wahrscheinlichkeiten $P(d_j|T \rangle j, h_j)$. Es gilt aufgrund von (47b):

(70a) $$\frac{d\left[P(d_j|T \rangle j, h_i)\right]}{P(d_j|T \rangle j, h_i)} = \frac{d\left[P(d_j, T \rangle j|T \geq j; h_i)\right]}{P(d_j, T \rangle j|T \geq j; h_i)} - \frac{d\left[P(T \rangle j|T \geq j, h_i)\right]}{P(T \rangle j|T \geq j, h_i)}.$$

Zur Auswertung benötigt man einen Ausdruck für den ersten Summanden auf der rechten Seite. Aus (47a) und der Definition des gleichmäßigen relativen Fortschritts folgt:

(70b) $$\frac{d\left[P(d_j, T \rangle j|T \geq j; h_i)\right]}{P(d_j, T \rangle j|T \geq j; h_i)} = \frac{\rho(d_j|h_i) \cdot d\left[e(d_j|h_i)\right]}{\rho(d_j|h_i) \cdot e(d_j|h_i)} = c_j.$$

Daher erhält man aus (70a), wenn man noch (67b) berücksichtigt:

(70c) $$\frac{d\left[P(d_j|T \rangle j, h_i)\right]}{P(d_j|T \rangle j, h_i)} = c_j \cdot \left[1 - P(d_j|T \rangle j, h_i)\right] = c_j \cdot P(\overline{d}_j|T \rangle j, h_i).$$

Aufgrund der höheren Überlebenswahrscheinlichkeit steigt bei jeder Vorgeschichte die (zusätzlich!) auf das Überleben der aktuellen Lebensperiode j bedingte Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung. Die relative Erhöhung fällt dabei umso größer aus, je höher die bedingte Wahrscheinlichkeit des Ausbleibens einer derartigen Erkrankung in der Ausgangslage ist.

Nun kann der direkte Effekt auf die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende ermittelt werden. Aufgrund von (52d) folgt für die Veränderung dieser Größe, wenn man die Beziehung $d\left[P(d_j|T \rangle j)\right] = -d\left[P(\overline{d}_j|T \rangle j)\right]$ berücksichtigt:

(71) $$\begin{aligned} d\left[E_j(L_j|H_j; T \rangle j)\right] &= P(d_j|T \rangle j) \cdot d\left[E_j(L_j|H_j; T \rangle j; d_j)\right] \\ &+ \left[E_j(L_j|H_j; T \rangle j; d_j) - E_j(L_j|H_j; T \rangle j; \overline{d}_j)\right] \cdot d\left[P(d_j|T \rangle j)\right] \\ &+ P(\overline{d}_j|T \rangle j) \cdot d\left[E_j(L_j|H_j; T \rangle j; \overline{d}_j)\right]. \end{aligned}$$

Der direkte Ausgabeneffekt für Überlebende lässt sich demnach in drei Teileffekte zerlegen. Der erste Teileffekt beruht auf der Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende, bei denen in der aktuellen Lebensperiode eine letale Erkrankung aufgetreten ist. Ähnlich erfasst der dritte Teileffekt die entsprechende Veränderung für Überlebende unter der dazu komplementären Bedingung der Abwesenheit einer derartigen Erkrankung. Der zweite Teileffekt hingegen beschreibt die Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende, die aufgrund der nun größeren Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung unter den Überlebenden zustande kommt.

Ein Vergleich mit (16b) zeigt, dass die Darstellungen des direkten Ausgabeneffekts für Überlebende im allgemeinen und im einfachen Modell recht ähnlich ausfallen. Allerdings fehlt im einfachen Modell der Effekt auf die erwarteten Gesundheitsausgaben von Überlebenden, bei denen keine letale Erkrankung aufgetreten ist. Wie weiter unten gezeigt wird, sorgt die speziell betrachtete Art des medizinischen Fortschritts dafür, dass dieser Effekt auch im allgemeinen Modell verschwindet.

Was gilt für den ersten Teileffekt? Aus der Definition (52b) folgt zunächst:

(72a) $$d\left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; d_j\right)\right]$$

$$= c_j \cdot k_j \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; d_j\right) + \sum_{h_j \in H_j} \frac{d\left[P\left(h_j \middle| T \rangle j; d_j\right)\right]}{P\left(h_j \middle| T \rangle j; d_j\right)} \cdot P\left(h_j \middle| T \rangle j; d_j\right) \cdot L\left[d_j \middle| h_j; e\left(d_j \middle| h_j\right)\right].$$

Zur Bestimmung des zweiten Summanden benötigt man die Definition der darin enthaltenen bedingten Wahrscheinlichkeiten. Aus der Definition (50b) und (47b) folgt zunächst:

(72b) $$P\left(h_i \middle| T \rangle j; d_j\right) = \frac{P\left(h_i \middle| T \geq j\right) \cdot \rho\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_i\right)}{\sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T \geq j\right) \cdot \rho\left(d_j \middle| h_j\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_j\right)}.$$

Da Zähler und Nenner von der betrachteten Veränderung der Überlebenswahrscheinlichkeiten in gleicher Weise betroffen sind, verändern sich die Wahrscheinlichkeiten nicht:

(72c) $$d\left[P\left(h_i \middle| T \rangle j; d_j\right)\right]$$

$$= \frac{c_j \cdot P\left(h_i \middle| T \geq j\right) \cdot \rho\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot \sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T \geq j\right) \cdot \rho\left(d_j \middle| h_j\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_j\right)}{\left[\sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T \geq j\right) \cdot \rho\left(d_j \middle| h_j\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_j\right)\right]^2}$$

$$- \frac{c_j \cdot P\left(h_i \middle| T \geq j\right) \cdot \rho\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_i\right) \cdot \sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T \geq j\right) \cdot \rho\left(d_j \middle| h_j\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_j\right)}{\left[\sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T \geq j\right) \cdot \rho\left(d_j \middle| h_j\right) \cdot e\left(d_j \middle| h_j\right)\right]^2} = 0.$$

Die speziell untersuchte Variante des medizinischen Fortschritts bewirkt also, dass die auf das Überleben einer Lebensperiode j bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten unverändert bleiben, wenn als zusätzliche Bedingung eine letale Erkrankung in Periode j berücksichtigt wird. Damit fällt ein – grundsätzlich möglicher – Struktureffekt weg.

Daraus folgt für den ersten Teileffekt:

(72d) $$P\left(d_j \middle| T \rangle j\right) \cdot d\left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; d_j\right)\right] = c_j \cdot k_j \cdot P\left(d_j \middle| T \rangle j\right) \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; d_j\right).$$

Die Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende infolge dieses Teileffekts fällt genau dann positiv (bzw. negativ) aus, wenn die Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung aufgrund des medizinischen Fortschritts steigen (bzw. sinken), d.h. wenn der Parameter k_j ein positives (bzw. negatives) Vorzeichen aufweist.

In ähnlicher Weise kann der dritte Teileffekt analysiert werden. Aus der Definition (52c) folgt zunächst:

(73a) $$d\left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; \bar{d}_j\right)\right] = \sum_{h_j \in H_j} \frac{d\left[P\left(h_j \middle| T \rangle j; \bar{d}_j\right)\right]}{P\left(h_j \middle| T \rangle j; \bar{d}_j\right)} \cdot P\left(h_j \middle| T \rangle j; \bar{d}_j\right) \cdot L\left(\bar{d}_j \middle| h_j\right).$$

Aus der Definition (51b) erhält man für den Quotienten, wenn man noch (46) und (48b) berücksichtigt:

(73b) $$P\left(h_i \middle| T \rangle j; \bar{d}_j\right) = \frac{P\left(h_i \middle| T \geq j\right) \cdot P\left(\bar{d}_j, T \rangle j \middle| T \geq j; h_i\right)}{\sum_{h_j \in H_j} P\left(h_j \middle| T \geq j\right) \cdot P\left(\bar{d}_j, T \rangle j \middle| T \geq j; h_j\right)}.$$

Keine dieser Größen hängt von den Überlebenswahrscheinlichkeiten im Falle einer letalen Erkrankung in Lebensperiode j ab. Daher gilt:

(73c) $$d\left[P\left(h_i \middle| T \rangle j; \bar{d}_j\right)\right] = 0 \quad \forall h_i \in H_j.$$

Insgesamt erhält man somit als Ergebnis, dass der dritte Teileffekt verschwindet:

(73d) $$d\left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; \bar{d}_j\right)\right] = 0.$$

Da der medizinische Fortschritt an den Überlebenswahrscheinlichkeiten ansetzt und diese definitionsgemäß nur bei letalen Erkrankungen eine Rolle spielen können, kann eine Veränderung dieser Wahrscheinlichkeiten unter sonst gleichen Umständen keinen Einfluss auf die erwarteten Gesundheitsausgaben für Individuen haben, bei denen *in derselben Lebensperiode* keine letale Erkrankung aufgetreten ist.[12]

[12] Wie die nachfolgende Analyse indirekter Ausgabeneffekte in Abschnitt 4.3.2 näher zeigen wird, kann ein derartiger Einfluss in späteren Lebensperioden durchaus auftreten.

Es verbleibt die Aufgabe, den zweiten Teileffekt in (71b) zu analysieren. Aus der Definition (47c) folgt in Verbindung mit (69b) und (70c) nach einigen Umformungen:

(74a) $$d\left[P\left(d_j \middle| T > j\right)\right] = c_j \cdot P\left(d_j \middle| T > j\right) \cdot P\left(\bar{d}_j \middle| T > j\right).$$

Also gilt für die zugehörige relative Änderung:

(74b) $$\frac{d\left[P\left(d_j \middle| T > j\right)\right]}{P\left(d_j \middle| T > j\right)} = c_j \cdot P\left(\bar{d}_j \middle| T > j\right).$$

Damit erhält man für den zweiten Teileffekt auf die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende der Lebensperiode j:

(74c) $$\left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T > j; d_j\right) - E_j\left(L_j \middle| H_j; T > j; \bar{d}_j\right)\right] \cdot d\left[P\left(d_j \middle| T > j\right)\right]$$

$$= c_j \cdot \left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T > j; d_j\right) - E_j\left(L_j \middle| H_j; T > j; \bar{d}_j\right)\right] \cdot P\left(d_j \middle| T > j\right) \cdot P\left(\bar{d}_j \middle| T > j\right).$$

Die zugehörige Veränderung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende fällt genau dann positiv aus, wenn die erwarteten Gesundheitsausgaben unter der zusätzlichen Bedingung einer letalen Erkrankung in der aktuellen Lebensperiode höher sind als in Abwesenheit einer derartigen Erkrankung.

Insgesamt implizieren diese Resultate für die Darstellung des direkten Ausgabeneffekts infolge des medizinischen Fortschritts bei Überlebenden:

(75) $$d\left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T > j\right)\right] = c_j \cdot k_j \cdot P\left(d_j \middle| T > j\right) \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; T > j; d_j\right)$$

$$+ c_j \cdot \left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T > j; d_j\right) - E_j\left(L_j \middle| H_j; T > j; \bar{d}_j\right)\right] \cdot P\left(d_j \middle| T > j\right) \cdot P\left(\bar{d}_j \middle| T > j\right).$$

Die oben angegebenen Darstellungen beziehen sich jeweils auf die Teilgruppe der Überlebenden. Es ist indessen nützlich, auch für den direkten Ausgabeneffekt bei Überlebenden über eine Darstellung zu verfügen, die sich ausschließlich auf bevölkerungsbezogene Größen stützt. Dies wird nun unternommen.

Zunächst lässt sich der erste Teileffekt umformen zu:

(76) $$P\left(d_j \middle| T > j\right) \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; T > j; d_j\right)$$

$$= \frac{\rho_j \cdot e_j}{\rho_j \cdot e_j + \left(1 - \rho_j\right)} \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; d_j\right) + \frac{\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + \left(1 - \rho_j\right)} \cdot \operatorname{cov}\left\{e\left(d_j \middle| h_i\right); L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] \middle| d_j\right\}.$$

Ein Vergleich mit dem entsprechenden Term in Beziehung (16b) für das einfache Modell zeigt, dass nun im allgemeinen Modell zusätzlich mit der auf eine letale Erkrankung in der betrachteten Lebensperiode bedingten Kovarianz zwischen den Gesundheitsausgaben in einem derartigen Fall und der zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeit eine weitere Größe zu berücksichtigen ist. Wenn höhere Gesundheitsausgaben tendenziell mit einer geringeren Überlebenswahrscheinlichkeit verbunden sind, fällt der Teileffekt im allgemeinen Modell entsprechend schwächer aus.

Ebenso erhält man, wenn man (47d) berücksichtigt:

(77a) $$P\left(\overline{d}_j \middle| T \rangle j\right) \cdot P\left(d_j \middle| T \rangle j\right) \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; d_j\right)$$

$$= \frac{1-\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + 1 - \rho_j} \cdot \left\{ \frac{\rho_j \cdot e_j}{\rho_j \cdot e_j + \left(1-\rho_j\right)} \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; d_j\right) \right.$$

$$\left. + \frac{\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + \left(1-\rho_j\right)} \cdot \operatorname{cov}\left\{ e\left(d_j \middle| h_i\right); L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] d_j \right\} \right\}.$$

Weiterhin ergibt sich nach einigen Umformungen:

(77b) $$P\left(\overline{d}_j \middle| T \rangle j\right) \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; \overline{d}_j\right)$$

$$= \frac{1-\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + \left(1-\rho_j\right)} \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; \overline{d}_j\right).$$

Insgesamt gilt also:

(77c) $$P\left(d_j \middle| T \rangle j\right) \cdot P\left(\overline{d}_j \middle| T \rangle j\right) \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; \overline{d}_j\right)$$

$$= \frac{\rho_j \cdot e_j}{\rho_j \cdot e_j + \left(1-\rho_j\right)} \cdot \frac{1-\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + \left(1-\rho_j\right)} \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; \overline{d}_j\right).$$

Aus (77a) und (77c) folgt für die Darstellung des zweiten Teileffekts:

(77d) $$\left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; d_j\right) - E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j; \overline{d}_j\right)\right] \cdot P\left(d_j \middle| T \rangle j\right) \cdot P\left(\overline{d}_j \middle| T \rangle j\right)$$

$$= \frac{1-\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + 1 - \rho_j} \cdot \frac{\rho_j \cdot e_j}{\rho_j \cdot e_j + \left(1-\rho_j\right)} \cdot \left[E_j\left(L_j \middle| H_j; d_j\right) - E_j\left(L_j \middle| H_j; \overline{d}_j\right)\right]$$

$$+ \frac{1-\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + 1 - \rho_j} \cdot \frac{\rho_j \cdot \operatorname{cov}\left\{ e\left(d_j \middle| h_i\right); L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] d_j \right\}}{\rho_j \cdot e_j + \left(1-\rho_j\right)}.$$

Wiederum zeigt ein Vergleich mit dem entsprechenden Effekt im einfachen Modell, dass im allgemeinen Modell ein zusätzlicher Term zu berücksichtigen ist, der die Kovarianz zwischen den Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung und der zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeit beinhaltet, bedingt auf eine derartige Erkrankung in der betrachteten Lebensperiode.

Wenn man (76) und (77d) berücksichtigt, erhält man schließlich für die Darstellung des direkten Effekts auf die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende anhand bevölkerungsbezogener Daten:

$$d\left[E_j\left(L_j \middle| H_j; T \rangle j\right)\right] = c_j \cdot k_j \cdot \frac{\rho_j \cdot e_j}{\rho_j \cdot e_j + (1-\rho_j)} \cdot E_j\left(L_j \middle| H_j; d_j\right) \tag{78}$$

$$+ c_j \cdot \frac{1-\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + 1 - \rho_j} \cdot \frac{\rho_j \cdot e_j}{\rho_j \cdot e_j + (1-\rho_j)} \cdot \left[E_j\left(L_j \middle| H_j; d_j\right) - E_j\left(L_j \middle| H_j; \overline{d}_j\right)\right]$$

$$+ c_j \cdot \frac{\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + (1-\rho_j)} \cdot \operatorname{cov}\left\{e\left(d_j \middle| h_i\right); L\left[d_j \middle| h_i; e\left(d_j \middle| h_i\right)\right] d_j\right\} \cdot \left(k_j + \frac{1-\rho_j}{\rho_j \cdot e_j + 1 - \rho_j}\right).$$

4.3 Indirekte Ausgabeneffekte[13]

4.3.1 Verstorbene

Ein indirekter Ausgabeneffekt des medizinischen Fortschritts entsteht, wenn die Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeiten im Falle einer letalen Erkrankung in einer früheren Lebensperiode einen Einfluss auf die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten in einer späteren Lebensperiode hat. Um Existenz und Umfang derartiger Effekte bei Verstorbenen in Bezug auf eine Lebensperiode t (mit t>j) zu ermitteln, benötigt man daher die Veränderung der auf das Versterben am Ende dieser Periode bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten.

Zunächst gilt für die Veränderung der bedingten Wahrscheinlichkeit des Versterbens:

$$d\left[P\left(T = t \middle| T \geq t\right)\right] = \sum_{h_t \in H_t} \frac{d\left[P\left(h_t \middle| T \geq t\right)\right]}{P\left(h_t \middle| T \geq t\right)} \cdot P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot P\left(T = t \middle| T \geq t; h_t\right). \tag{79a}$$

Hier ist nun zu unterscheiden zwischen Vorgeschichten, die eine letale Erkrankung in Lebensperiode j beinhalten, und den übrigen Vorgeschichten. Dazu werden Resultate verwendet, die in einem anderen Papier abgeleitet worden sind.[14] Dort wurde gezeigt, dass die relative Änderung der bedingten Wahrscheinlichkeit $P\left(h_t \middle| T \geq t\right)$ einer Vorgeschichte nur davon abhängt, ob diese die zusätzliche Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllt oder nicht. Genauer gilt:

$$h_{t,j} = d_j \quad \Rightarrow \quad \frac{d\left[P\left(h_t \middle| T \geq t\right)\right]}{P\left(h_t \middle| T \geq t\right)} = c_j \cdot \left[1 - P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \geq t\right)\right], \tag{79b}$$

$$h_{t,j} \neq d_j \quad \Rightarrow \quad \frac{d\left[P\left(h_t \middle| T \geq t\right)\right]}{P\left(h_t \middle| T \geq t\right)} = -c_j \cdot P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \geq t\right). \tag{79c}$$

[13] Auch in diesem Abschnitt erfolgt die Darstellung der Ergebnisse in kompakter Form.
[14] Vgl. dazu Ried (2006), S. 16f.

Die Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit im Falle einer letalen Erkrankung in einer früheren Lebensperiode j hat keine Auswirkungen auf die unbedingten Wahrscheinlichkeiten $P(h_t)$ derjenigen Vorgeschichten, die keine derartige Erkrankung in Periode j beinhalten. Andererseits steigt die Wahrscheinlichkeit $P(T \geq t)$, bis mindestens einschließlich Periode t zu leben. Damit folgt aus (25c), dass die relative Änderung der bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(h_t | T \geq t)$ derjenigen Vorgeschichten, welche die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllen, jeweils negativ ausfallen und dazu noch übereinstimmen. Weiterhin sorgt die gleichmäßige relative Änderung der Überlebenswahrscheinlichkeiten in der früheren Lebensperiode j dafür, dass die relativen Erhöhungen der Wahrscheinlichkeiten $P(h_t | T \geq t)$ derjenigen Vorgeschichten, welche eine letale Erkrankung in jener Periode beinhalten, identisch sind.

Mit diesen Informationen erhält man aus (79a):

(79d) $$d\left[P(T = t | T \geq t)\right]$$

$$= c_j \cdot P(h_{t,j} = d_j | T \geq t) \cdot \left[\sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P(h_t | T \geq t; h_{t,j} = d_j) \cdot P(T = t | T \geq t; h_t) - P(T = t | T \geq t) \right].$$

Nun definiert man die auf eine Vorgeschichte, welche die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllt, bedingte Wahrscheinlichkeit des Versterbens am Ende der Lebensperiode t wie folgt:

(79e) $$P(T = t | T \geq t; h_{t,j} = d_j) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P(h_t | T \geq t; h_{t,j} = d_j) \cdot P(T = t | T \geq t; h_t).$$

Damit folgt aus (79d):

(79f) $$d\left[P(T = t | T \geq t)\right] = c_j \cdot P(h_{t,j} = d_j | T \geq t) \cdot \left[P(T = t | T \geq t; h_{t,j} = d_j) - P(T = t | T \geq t)\right].$$

Das Vorzeichen des Effekts einer gleichmäßigen Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeiten in einer Lebensperiode j auf die bedingte Wahrscheinlichkeit, am Ende einer späteren Lebensperiode t zu versterben, hängt davon ab, wie sich die Wahrscheinlichkeit, am Ende dieser Periode zu sterben, bei Individuen, welche die schwere Erkrankung in der früheren Lebensperiode j überlebt haben, in Bezug auf die zugehörige allgemeine Wahrscheinlichkeit verhält. Das Vorzeichen ist positiv (bzw. negativ), wenn die Wahrscheinlichkeit, am Ende der Lebensperiode zu sterben, bei den „neuen Überlebenden" größer (bzw. kleiner) ist als bei den Individuen insgesamt, welche bis mindestens einschließlich Periode t leben.

Aus (79f) erhält man für die Wachstumsrate der bedingten Wahrscheinlichkeit, am Ende einer Lebensperiode t zu versterben:

(79g) $$d\left\{\ln\left[P(T = t | T \geq t)\right]\right\} = c_j \cdot P(h_{t,j} = d_j | T \geq t) \cdot \left[\frac{P(T = t | T \geq t; h_{t,j} = d_j)}{P(T = t | T \geq t)} - 1 \right].$$

Weiterhin gilt ganz allgemein für die Veränderung der bedingten Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte h_t, gegeben ein Versterben am Ende der betrachteten Lebensperiode t:

(80) $$d\{\ln[P(h_t|T=t)]\} = \frac{d[P(h_t|T\geq t)]}{P(h_t|T\geq t)} - \frac{d[P(T=t|T\geq t)]}{P(T=t|T\geq t)}.$$

Somit gilt für eine Vorgeschichte, welche die Bedingung $h_{t,j}=d_j$ erfüllt, aufgrund von (79b) und (79g):

(81a) $$h_{t,j}=d_j \;\Rightarrow\; d\{\ln[P(h_t|T=t)]\} = \frac{d[P(h_t|T=t)]}{P(h_t|T=t)}$$

$$= c_j \cdot \left[1 - \frac{\sum\limits_{\substack{h_t\in H_t\\ h_{t,j}=d_j}} P(h_t|T\geq t)\cdot P(T=t|T\geq t;h_t)}{P(T=t|T\geq t)}\right] = c_j \cdot \left[1 - \sum_{\substack{h_t\in H_t\\ h_{t,j}=d_j}} P(h_t|T=t)\right].$$

Wenn man (42a) berücksichtigt, erhält man insgesamt:

(81b) $$h_{t,j}=d_j \;\Rightarrow\; \frac{d[P(h_t|T=t)]}{P(h_t|T=t)} = c_j\cdot[1-P(h_{t,j}=d_j|T=t)].$$

Die Veränderung ist jeweils positiv, wobei die relativen Erhöhungen identisch ausfallen und damit unabhängig von der speziell betrachteten Vorgeschichte sind.

Ebenso erhält man für Vorgeschichten, welche die komplementäre Bedingung der Abwesenheit einer letalen Erkrankung in Lebensperiode j erfüllen, aufgrund von (79c) und (79g):

(82) $$h_{t,j}\neq d_j \;\Rightarrow\; \frac{d[P(h_t|T=t)]}{P(h_t|T=t)} = -c_j\cdot P(h_{t,j}=d_j|T=t).$$

Die Veränderung ist jeweils negativ, wobei wiederum die relativen Änderungen identisch und somit unabhängig von der jeweils betrachteten Vorgeschichte sind.

Nach diesen Vorarbeiten kann nun der indirekte Effekt auf die Gesundheitsausgaben für Verstorbene zügig ermittelt werden. Aus der Definition (41) folgt in Verbindung mit (81b) und (82), wenn man weiterhin noch (43a) beachtet:

(83) $$d[E_t(L_t|H_t;T=t)] = \sum_{h_t\in H_t} \frac{d[P(h_t|T=t)]}{P(h_t|T=t)}\cdot P(h_t|T=t)\cdot L(d_t|h_t)$$

$$= c_j\cdot P(h_{t,j}=d_j|T=t)\cdot[E_t(L_t|H_t;T=t;h_{t,j}=d_j)-E_t(L_t|H_t;T=t)].$$

Der indirekte Ausgabeneffekt bei Verstorbenen fällt positiv aus, wenn die zusätzlich auf eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j bedingten Gesundheitsausgaben höher sind als die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene allgemein. In diesem Fall verursachen die „neuen Überlebenden" der Lebensperiode j, soweit sie am Ende der späteren Lebensperiode t versterben, dann im Durchschnitt höhere Gesundheitsausgaben für die Behandlung ihrer letalen Erkrankung als der Durchschnitt aller Verstorbenen.[15] Entsprechend liegt genau dann ein negativer indirekter Ausgabeneffekt bei Verstorbenen vor, wenn die erwarteten Gesundheitsausgaben für Individuen, deren Vorgeschichte die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllt, geringer sind als für Verstorbene allgemein.

Abschließend soll noch die Darstellung des indirekten Ausgabeneffekts anhand bevölkerungsbezogener Daten erarbeitet werden. Da die Differenz in eckigen Klammern in (82) über dessen Vorzeichen entscheidet, steht deren Umformung im Vordergrund. Allerdings ist es auch nützlich, die auf das Versterben am Ende der Lebensperiode t bedingte Wahrscheinlichkeit von Vorgeschichten umzuformen, welche eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j beinhalten. Für diese Wahrscheinlichkeit erhält man:

$$(84)\qquad P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T = t\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T = t\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} \frac{P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot P\left(T = t \middle| T \geq t; h_t\right)}{P\left(T = t \middle| T \geq t\right)}$$

$$= P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \geq t\right) \cdot \frac{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)}{\rho_t \cdot \left(1 - e_t\right)} \cdot \left[1 - e\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)\right].$$

Die Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte, welche die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllt, ist unter den am Ende einer Lebensperiode t Verstorbenen genau dann höher (bzw. genau dann niedriger) als die Wahrscheinlichkeit unter der Bedingung, dass die Lebensperiode t zumindest erreicht wird, wenn die Wahrscheinlichkeit des Versterbens am Ende dieser Lebensperiode unter denjenigen Individuen, deren Vorgeschichte die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllt, größer (bzw. geringer) ist als unter allen Individuen, welche diese Lebensperiode erreichen.

Einer der beiden Erwartungswerte in (83) ist bereits früher anhand bevölkerungsbezogener Daten dargestellt worden. Eine Anwendung von (64d) auf die Lebensperiode t liefert:

$$(85)\qquad E_t\left(L_t \middle| H_t; T = t\right) = E_t\left(L_t \middle| H_t; d_t\right) - \frac{\operatorname{cov}\left\{e\left(d_t \middle| h_t\right), L\left[d_t \middle| h_t; e\left(d_t \middle| h_t\right)\right] \middle| d_t\right\}}{1 - e_t}.$$

[15] Äquivalent dazu fällt der indirekte Ausgabeneffekt bei Verstorbenen positiv aus, wenn die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene mit einer Vorgeschichte, welche die Bedingung einer letalen Erkrankung in Periode j erfüllt (dazu gehören auch die „neuen Überlebenden"), größer sind als für Verstorbene, bei denen keine letale Erkrankung in Periode j aufgetreten ist. Die Äquivalenz beruht darauf, dass die am Ende der Lebensperiode t Verstorbenen nur aus Individuen bestehen, deren Vorgeschichte entweder die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ oder die dazu komplementäre Bedingung $h_{t,j} \neq d_j$ erfüllt.

Damit verbleibt als Aufgabe, die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene der Lebensperiode t, deren Vorgeschichte eine letale Erkrankung in einer früheren Lebensperiode j beinhaltet, umzuformen. Es gilt, wenn man u.a. (42b) und (43a) berücksichtigt:

(86)
$$E_t\left(L_t \middle| H_t; T=t; h_{t,j}=d_j\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j}=d_j}} \frac{P\left(h_t \middle| T=t\right)}{P\left(h_{t,j}=d_j \middle| T=t\right)} \cdot L\left(d_t \middle| h_t\right)$$
$$= E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j}=d_j; d_t\right) - \frac{\operatorname{cov}\left[e\left(d_t|h_t\right), L\left(d_t|h_t\right) \middle| h_{t,j}=d_j; d_t\right]}{1-e\left(d_t \middle| h_{t,j}=d_j\right)}.$$

Dieser Zusammenhang entspricht weitgehend dem Resultat (64c) für die Darstellung der erwarteten Gesundheitsausgaben für am Ende der Lebensperiode t Verstorbene anhand bevölkerungsbezogener Daten, mit dem einzigen Unterschied, dass nun bei allen Größen zusätzlich noch die Bedingung einer letalen Erkrankung in der früheren Lebensperiode j aufzunehmen ist.

Damit erhält man für die Differenz, die über das Vorzeichen des indirekten Ausgabeneffekts bei Verstorbenen entscheidet:

(87a)
$$E_t\left(L_t \middle| H_t; T=t; h_{t,j}=d_j\right) - E_t\left(L_t \middle| H_t; T=t\right)$$
$$= E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j}=d_j; d_t\right) - E_t\left(L_t \middle| H_t; d_t\right)$$
$$+ \frac{\operatorname{cov}\left[e\left(d_t|h_t\right), L\left(d_t|h_t\right) \middle| d_t\right]}{1-e_t} - \frac{\operatorname{cov}\left[e\left(d_t|h_t\right), L\left(d_t|h_t\right) \middle| h_{t,j}=d_j; d_t\right]}{1-e\left(d_t \middle| h_{t,j}=d_j\right)}.$$

Insgesamt folgt daraus mit (84) für die Darstellung des indirekten Ausgabeneffekts bei Verstorbenen anhand bevölkerungsbezogener Daten:

(87b)
$$d\left[E_t\left(L_t \middle| H_t; T=t\right)\right]$$
$$= c_j \cdot P\left(h_{t,j}=d_j \middle| T \geq t\right) \cdot \frac{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j}=d_j\right) \cdot \left[1-e\left(d_t \middle| h_{t,j}=d_j\right)\right]}{\rho_t \cdot \left(1-e_t\right)} \cdot$$
$$\left\{E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j}=d_j; d_t\right) - E_t\left(L_t \middle| H_t; d_t\right)\right.$$
$$\left. + \frac{\operatorname{cov}\left[e\left(d_t|h_t\right), L\left(d_t|h_t\right) \middle| d_t\right]}{1-e_t} - \frac{\operatorname{cov}\left[e\left(d_t|h_t\right), L\left(d_t|h_t\right) \middle| h_{t,j}=d_j; d_t\right]}{1-e\left(d_t \middle| h_{t,j}=d_j\right)}\right\}.$$

Die Darstellung zeigt, dass es für das Vorzeichen dieses Effekts zunächst einmal darauf ankommt, wie hoch die erwarteten Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung in der aktuellen Lebensperiode für diejenigen Individuen sind, deren Vorgeschichte eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j beinhaltet, *relativ* zu den allgemeinen erwarteten Gesundheitsausgaben bei einer letalen Erkrankung. Allerdings sind weiterhin noch die zugehörigen Kovarianzen zwischen den Gesundheitsausgaben im Falle einer derartigen Erkrankung und der jeweiligen Überlebenswahrscheinlichkeit zu berücksichtigen, jeweils normiert auf die entsprechende mittlere Sterbewahrscheinlichkeit normiert sind.

4.3.2 Überlebende

Auch bei der Analyse der Überlebenden geht es bei der Ermittlung indirekter Ausgabeneffekte zunächst darum, die Veränderung der bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten zu berechnen. Für die Veränderung der Wahrscheinlichkeit des Überlebens einer späteren Lebensperiode t gilt:

(88a) $$d\left[P\left(T \rangle t \middle| T \geq t\right)\right] = \sum_{h_t \in H_t} P\left(h_t \middle| T \geq t\right) \cdot \frac{d\left[P\left(h_t \middle| T \geq t\right)\right]}{P\left(h_t \middle| T \geq t\right)} \cdot P\left(T \rangle t \middle| T \geq t; h_t\right)$$

$$= c_j \cdot P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \geq t\right) \cdot \left[\sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot P\left(T \rangle t \middle| T \geq t; h_t\right) - P\left(T \rangle t \middle| T \geq t\right)\right].$$

Die auf eine letale Erkrankung in einer früheren Lebensperiode j bedingte Wahrscheinlichkeit, die aktuell betrachtete Lebensperiode t zu überleben, kann wie folgt definiert werden:

(88b) $$P\left(T \rangle t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P\left(h_t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) \cdot P\left(T \rangle t \middle| T \geq t; h_t\right).$$

Damit folgt aus (88a):

(88c) $$d\left[P\left(T \rangle t \middle| T \geq t\right)\right] = c_j \cdot P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \geq t\right) \cdot \left[P\left(T \rangle t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right) - P\left(T \rangle t \middle| T \geq t\right)\right].$$

Das Vorzeichen der Änderung der bedingten Wahrscheinlichkeit, die Lebensperiode t zu überleben, wird festgelegt durch die Differenz aus der gleichen Wahrscheinlichkeit für Individuen, deren Vorgeschichte die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllt, und der Wahrscheinlichkeit selbst. Das Vorzeichen ist positiv (bzw. negativ), wenn die Wahrscheinlichkeit des Überlebens bei den „neuen Überlebenden“, soweit sie die spätere Lebensperiode t erleben, größer (bzw. kleiner) ausfällt als bei allen Individuen, die mindestens bis einschließlich dieser Periode leben.

Aus (88c) erhält man für die Wachstumsrate der bedingten Wahrscheinlichkeit, am Ende einer Lebensperiode t weiter zu leben:

(88d) $$\frac{d\left[P\left(T \rangle t \middle| T \geq t\right)\right]}{P\left(T \rangle t \middle| T \geq t\right)} = c_j \cdot P\left(h_{t,j} = d_j \middle| T \geq t\right) \cdot \left[\frac{P\left(T \rangle t \middle| T \geq t; h_{t,j} = d_j\right)}{P\left(T \rangle t \middle| T \geq t\right)} - 1\right].$$

Ferner gilt allgemein für die relative Änderung der auf das Überleben der aktuellen Lebensperiode t bedingten Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte:

(89) $$d\{\ln[P(h_t|T \rangle t)]\} = \frac{d[P(h_t|T \geq t)]}{P(h_t|T \geq t)} - \frac{d[P(T \rangle t|T \geq t)]}{P(T \rangle t|T \geq t)}.$$

Wiederum hängt die Änderung davon ab, ob die betrachtete Vorgeschichte eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j beinhaltet oder nicht. Für Vorgeschichten, welche die zusätzliche Restriktion erfüllen, erhält man, indem man auch (53a) berücksichtigt:

(90) $$h_{t,j} = d_j \quad \Rightarrow \quad d\{\ln[P(h_t|T \rangle t)]\} = c_j \cdot [1 - P(h_{t,j} = d_j|T \rangle t)].$$

Die auf das Überleben der aktuellen Lebensperiode t bedingten Wahrscheinlichkeiten dieser Vorgeschichten nehmen also zu, wobei die relative Zunahme für alle Vorgeschichten identisch ausfällt.

In gleicher Weise erhält man für Vorgeschichten, die keine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j beinhalten, aufgrund von (88d) und (89):

(91) $$h_{t,j} \neq d_j \quad \Rightarrow \quad d\{\ln[P(h_t|T \rangle t)]\} = -c_j \cdot P(h_{t,j} = d_j|T \rangle t).$$

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten der betrachteten Vorgeschichten nehmen jeweils ab, wobei wiederum die relativen Verringerungen übereinstimmen.

Nun kann der indirekte Ausgabeneffekt für die Überlebenden der Lebensperiode t ermittelt werden, indem man von der Darstellung (49b) ausgeht und berücksichtigt, dass die auf das Überleben und eine spezielle Vorgeschichte bedingten erwarteten Gesundheitsausgaben unverändert bleiben:

(92) $$d[E_t(L_t|H_t;T \rangle t)] = \sum_{h_t \in H_t} \frac{d[P(h_t|T \rangle t)]}{P(h_t|T \rangle t)} \cdot P(h_t|T \rangle t) \cdot E_t(L_t|h_t;T \rangle t)$$

$$= c_j \cdot P(h_{t,j} = d_j|T \rangle t) \cdot [E_t(L_t|H_t;T \rangle t; h_{t,j} = d_j) - E_t(L_t|H_t;T \rangle t)].$$

Dieses Resultat weist eine starke Ähnlichkeit mit der Darstellung (83) des indirekten Ausgabeneffekts für Verstorbene. Das Vorzeichen dieses Effekts hängt davon ab, wie hoch die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende, bei denen eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j aufgetreten ist, im Vergleich zu den erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende allgemein sind.

Für die Darstellung anhand bevölkerungsbezogener Werte ist zunächst die auf das Überleben der betrachteten Lebensperiode bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Vorgeschichte eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j enthält, umzuformen:

(93a) $$P(h_{t,j} = d_j|T \rangle t) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} P(h_t|T \rangle t) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j} = d_j}} \frac{P(h_t|T \geq t) \cdot P(T \rangle t|T \geq t; h_t)}{P(T \rangle t|T \geq t)}$$

$$= P(h_{t,j} = d_j|T \geq t) \cdot \frac{\rho(d_t|h_{t,j} = d_j) \cdot e(d_t|h_{t,j} = d_j) + 1 - \rho(d_t|h_{t,j} = d_j)}{\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t}.$$

Die Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte, welche die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllt, ist unter den Individuen, welche eine Lebensperiode t überleben, genau dann höher (bzw. genau dann niedriger) als die Wahrscheinlichkeit unter der (schwächeren) Bedingung, dass die Lebensperiode t lediglich erreicht wird, wenn die mittlere Wahrscheinlichkeit des Überlebens dieser Lebensperiode unter denjenigen Individuen, deren Vorgeschichte die Bedingung $h_{t,j} = d_j$ erfüllt, größer (bzw. geringer) ist als unter allen Individuen, welche diese Lebensperiode erreichen.

Andererseits gilt, wenn man (88b) verwendet:

(93b) $$\sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j}=d_j}} \frac{P(h_t|T \geq t) \cdot P(T \rangle t|T \geq t; h_t)}{P(T \rangle t|T \geq t)} = P(h_{t,j} = d_j|T \geq t) \cdot \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j}=d_j}} \frac{P(T \rangle t|T \geq t; h_{t,j} = d_j)}{\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t}.$$

Daher folgt aus (93a):

(93c) $$P(T \rangle t|T \geq t; h_{t,j} = d_j) = \rho(d_t|h_{t,j} = d_j) \cdot e(d_t|h_{t,j} = d_j) + 1 - \rho(d_t|h_{t,j} = d_j).$$

Weiterhin erhält man für die Darstellung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende der Lebensperiode t, deren Vorgeschichte eine letale Erkrankung in der früheren Lebensperiode j enthält, wenn man (49a) und (54a) berücksichtigt:

(94) $$E_t(L_t|H_t; T \rangle t; h_{t,j} = d_j) = \sum_{\substack{h_t \in H_t \\ h_{t,j}=d_j}} \frac{P(h_t|T \rangle t)}{P(h_{t,j} = d_j|T \rangle t)} \cdot E_t(L_t|h_t; T \rangle t)$$

$$= \frac{\rho(d_t|h_{t,j} = d_j) \cdot \operatorname{cov}[e(d_t|h_t), L(d_t|h_t)|h_{t,j} = d_j; d_t]}{\rho(d_t|h_{t,j} = d_j) \cdot e(d_t|h_{t,j} = d_j) + 1 - \rho(d_t|h_{t,j} = d_j)}$$

$$+ \frac{\rho(d_t|h_{t,j} = d_j) \cdot e(d_t|h_{t,j} = d_j) \cdot E_t(L_t|H_t; h_{t,j} = d_j; d_t)}{\rho(d_t|h_{t,j} = d_j) \cdot e(d_t|h_{t,j} = d_j) + 1 - \rho(d_t|h_{t,j} = d_j)}$$

$$+ \frac{[1 - \rho(d_t|h_{t,j} = d_j)] \cdot E_t(L_t|H_t; h_{t,j} = d_j; \bar{d}_t)}{\rho(d_t|h_{t,j} = d_j) \cdot e(d_t|h_{t,j} = d_j) + 1 - \rho(d_t|h_{t,j} = d_j)}.$$

In ähnlicher Weise kann man den anderen bedingten Erwartungswert in der Darstellung (91) zerlegen:

(95) $$E_t(L_t|H_t; T \rangle t) = \sum_{h_t \in H_t} P(h_t|T \rangle t) \cdot E_t(L_t|h_t; T \rangle t)$$

$$= \frac{\rho_t \cdot \{\operatorname{cov}[e(d_t|h_t), L(d_t|h_t)|d_t] + e_t \cdot E_t(L_t|H_t; d_t)\}}{\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t} + \frac{(1 - \rho_t) \cdot E_t(L_t|H_t; \bar{d}_t)}{\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t}.$$

Damit erhält man für die Darstellung der Differenz, die über das Vorzeichen des indirekten Ausgabeneffekts bei Überlebenden entscheidet, anhand bevölkerungsbezogener Daten:

(96)
$$E_t\left(L_t \middle| H_t; T > t; h_{t,j} = d_j\right) - E_t\left(L_t \middle| H_t; T > t\right)$$
$$= \frac{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) \cdot \operatorname{cov}\left[e\left(d_t \middle| h_t\right), L\left(d_t \middle| h_t\right) \middle| h_{t,j} = d_j; d_t\right]}{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) \cdot e\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) + 1 - \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)} - \frac{\rho_t \cdot \operatorname{cov}\left[e\left(d_t \middle| h_t\right), L\left(d_t \middle| h_t\right) \middle| d_t\right]}{\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t}$$
$$+ \frac{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) \cdot e\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)}{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) \cdot e\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) + 1 - \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)} \cdot \left[E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j; d_t\right) - E_t\left(L_t \middle| H_t; d_t\right)\right]$$
$$+ \frac{\left[1 - \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)\right]}{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) \cdot e\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) + 1 - \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)} \cdot \left[E_t\left(L_t \middle| H_t; h_{t,j} = d_j; \overline{d}_t\right) - E_t\left(L_t \middle| H_t; \overline{d}_t\right)\right]$$
$$+ \left[E_t\left(L_t \middle| H_t; d_t\right) - E_t\left(L_t \middle| H_t; \overline{d}_t\right)\right] \cdot$$
$$\left[\frac{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) \cdot e\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)}{\rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) \cdot e\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right) + 1 - \rho\left(d_t \middle| h_{t,j} = d_j\right)} - \frac{\rho_t \cdot e_t}{\rho_t \cdot e_t + 1 - \rho_t}\right].$$

Dies zeigt, dass der untersuchte Ausgabeneffekt in vier Teileffekte zerlegt werden kann, die jeweils Größen, die für Individuen mit einer letalen Erkrankung in der früheren Lebensperiode j gelten, mit den entsprechenden allgemeinen bevölkerungsbezogenen Größen vergleichen. Der erste Effekt stellt einen Struktureffekt dar, der auf die Stärke des Zusammenhangs zwischen den Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung und der Überlebenswahrscheinlichkeit abstellt. Der zweite und der dritte Effekt sind Behandlungsausgabeneffekte, die positiv ausfallen, wenn die erwarteten Gesundheitsausgaben unter der Voraussetzung $h_{t,j} = d_j$ im Falle einer letalen Erkrankung bzw. ohne eine derartige Erkrankung höher sind als allgemein. Der vierte Effekt ist ein Effekt, der an die Inzidenz der letalen Erkrankung bei den Überlebenden geknüpft ist. Unter der plausiblen Voraussetzung $E_t\left(L_t \middle| H_t; d_t\right) - E_t\left(L_t \middle| H_t; \overline{d}_t\right) > 0$ fällt der dritte Effekt positiv (bzw. negativ) aus, wenn die Inzidenz einer letalen Erkrankung bei denjenigen Überlebenden, für die $h_{t,j} = d_j$ gilt, höher (bzw. niedriger) ist als allgemein in der betrachteten Lebensperiode.

4.4 Die Effekte im Beispiel

Zur Veranschaulichung wird nun das in Abschnitt 3.3 vorgestellte Beispiel herangezogen. Dazu wird unterstellt, dass der medizinische Fortschritt in der zweiten Lebensperiode eine gleichmäßige relative Erhöhung der beiden Überlebenswahrscheinlichkeiten bewirkt. Die Behandlung einer letalen Erkrankung in dieser Periode verursache dann jeweils höhere Aufwendungen, d.h. der Parameter k_2 ist positiv.

Während in den vorangegangenen Unterabschnitten stets marginale Änderungen untersucht worden sind, setzt das Beispiel diskrete Änderungen einzelner Parameter voraus. Dieser Unterschied hat in Bezug auf die Effektanalyse keine Folgen, da es hierfür lediglich auf das Vorzeichen der relevanten Teileffekte ankommt und die Daten des Beispiels so gewählt worden sind, dass diese über den gesamten Bereich erhalten bleiben.

Tabelle 7 zeigt für die zweite Lebensperiode die neuen Parameterwerte, wobei zum Vergleich auch noch die entsprechenden Werte für die dritte Lebensperiode aufgeführt sind, die unverändert gelten.

Tab. 7: Der medizinische Fortschritt im Beispiel – Neue Parameterwerte

Lebensperiode 1	Lebensperiode 2	Lebensperiode 3
$e_1 = 0{,}8$	$e(d_2 \vert d_1) = 0{,}53$ $e(d_2 \vert \bar{d}_1) = 0{,}85$	$e(d_3 \vert d_1, d_2) = 0{,}3$; $e(d_3 \vert \bar{d}_1, d_2) = 0{,}5$ $e(d_3 \vert d_1, \bar{d}_2) = 0{,}65$; $e(d_3 \vert \bar{d}_1, \bar{d}_2) = 0{,}8$
	$L(d_2 \vert d_1) = 1037$ $L(d_2 \vert \bar{d}_1) = 830$	$L(d_3 \vert d_1, d_2) = 1500$; $L(d_3 \vert \bar{d}_1, d_2) = 1000$ $L(d_3 \vert d_1, \bar{d}_2) = 880$; $L(d_3 \vert \bar{d}_1, \bar{d}_2) = 800$

Die Auswirkungen des medizinischen Fortschritts auf die bevölkerungsbezogenen Daten sind in Tabelle 8 verzeichnet. Man erkennt deutlich, dass nun auch indirekte Ausgabeneffekte auftreten, die hier exemplarisch für die dritte Lebensperiode dargestellt sind.

In der zweiten Lebensperiode wirkt sich der medizinische Fortschritt weder auf die bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten noch auf die Inzidenz einer letalen Erkrankung aus. Allerdings steigen die erwarteten Gesundheitsausgaben jeweils an, soweit dort die Behandlung einer letalen Erkrankung berücksichtigt ist, da diese annahmegemäß teuerer geworden ist. Die einzigen Größen, die dies aus nahe liegenden Gründen nicht betrifft, sind die erwarteten Gesundheitsausgaben $E_2(L_2 | H_2; \bar{d}_2)$ und $E_2(L_2 | H_2; h_{2,1} = d_1; \bar{d}_2)$. Schließlich steigt die Überlebenswahrscheinlichkeit an, welche die Bedingung einer letalen Erkrankung in der ersten Lebensperiode berücksichtigt.

Tab. 8: Der medizinische Fortschritt im Beispiel – Bevölkerungsbezogene Resultate

Lebensperiode 2	Lebensperiode 3
$P(d_1 \mid T \geq 2) = 0{,}167$ $P(\bar{d}_1 \mid T \geq 2) = 0{,}833$	$P(d_1, d_2 \mid T \geq 3) = 0{,}037$; $P(\bar{d}_1, d_2 \mid T \geq 3) = 0{,}15$ $P(d_1, \bar{d}_2 \mid T \geq 3) = 0{,}106$; $P(\bar{d}_1, \bar{d}_2 \mid T \geq 3) = 0{,}706$
$\rho_2 = 0{,}233;\ e_2 = 0{,}759$	$\rho_3 = 0{,}256;\ e_3 = 0{,}667$
$E_2(L_2 \mid H_2) = 600{,}8$	$E_3(L_3 \mid H_3) = 624{,}168$
$E_2(L_2 \mid H_2; d_2) = 889{,}143$ $E_2(L_2 \mid H_2; \bar{d}_2) = 513{,}043$	$E_3(L_3 \mid H_3; d_3) = 918{,}463$ $E_3(L_3 \mid H_3; \bar{d}_3) = 523{,}119$
$\rho(d_2 \mid h_{2,1} = d_1) = \rho(d_2 \mid d_1)$	$\rho(d_3 \mid h_{3,2} = d_2) = 0{,}44$ (kleine Verringerung!)
$e(d_2 \mid h_{2,1} = d_1) = e(d_2 \mid d_1)$	$e(d_3 \mid h_{3,2} = d_2) = 0{,}446$ (kleine Erhöhung!)
$E_2(L_2 \mid H_2; h_{2,1} = d_1) = 774{,}8$ $E_2(L_2 \mid H_2; h_{2,1} = \bar{d}_1) = 566$	$E_3(L_3 \mid H_3; h_{3,2} = d_2) = 851{,}827$ $E_3(L_3 \mid H_3; h_{3,2} = \bar{d}_2) = 571{,}609$
$E_2(L_2 \mid H_2; h_{2,1} = d_1; d_2) = L(d_2 \mid d_1)$ $E_2(L_2 \mid H_2; h_{2,1} = d_1; \bar{d}_2) = L(d_2 \mid \bar{d}_1)$	$E_3(L_3 \mid H_3; h_{3,2} = d_2; d_3) = 1136{,}13$ $E_3(L_3 \mid H_3; h_{3,2} = d_2; \bar{d}_3) = 628{,}514$

Für die dritte Lebensperiode verdeutlicht ein Vergleich mit Tabelle 5 zunächst den Struktureffekt, der auf den in der vorherigen Lebensperiode wirkenden medizinischen Fortschritt zurückzuführen ist und einen höheren Anteil derjenigen Individuen impliziert, die eine letale Erkrankung in ihrer zweiten Lebensperiode hatten. Jeder einzelnen Vorgeschichte, welche diese Bedingung erfüllt (bzw. nicht erfüllt), kommt daher eine höhere (bzw. niedrigere) Wahrscheinlichkeit zu. Aufgrund dieses Struktureffekts steigt sodann die mittlere Inzidenz der letalen Erkrankung leicht an, während die mittlere Überlebenswahrscheinlichkeit zurückgeht. Diese veränderte Struktur bewirkt weiterhin eine Zunahme der erwarteten Gesundheitsausgaben sowohl im Falle einer letalen Erkrankung als auch bei deren Abwesenheit und damit auch der erwarteten Gesundheitsausgaben insgesamt. Bei denjenigen Individuen, deren Vorgeschichte eine letale Erkrankung in der zweiten Lebensperiode beinhaltet, wirkt ein anderer Struktureffekt: unter dieser Bedingung sinkt die mittlere Inzidenz der letalen Erkrankung geringfügig, während die mittlere Überlebenswahrscheinlichkeit – ebenfalls geringfügig – ansteigt. Dies erklärt auch den leichten Rückgang der erwarteten Gesundheitsausgaben für derartige Individuen.

Tabelle 9 verdeutlicht die Ausgabeneffekte für Verstorbene und Überlebende.

Tab. 9: Der medizinische Fortschritt im Beispiel –Resultate für Verstorbene und Überlebende

Lebensperiode 2	Lebensperiode 3
$P(d_1 \mid T=2)=0{,}556$ $P(\bar{d}_1 \mid T=2)=0{,}444$	$P(d_1,d_2 \mid T=3)=0{,}185$; $P(\bar{d}_1,d_2 \mid T=3)=0{,}353$ $P(d_1,\bar{d}_2 \mid T=3)=0{,}131$; $P(\bar{d}_1,\bar{d}_2 \mid T=3)=0{,}332$
$E_2(L_2 \mid H_2;T=2)=945{,}136$	$E_3(L_3 \mid H_3;T=3)=1010{,}29$
$E_2(L_2 \mid H_2;T=2;h_{2,1}=d_1)=L(d_2 \mid d_1)$ $E_2(L_2 \mid H_2;T=2;h_{2,1}=\bar{d}_1)=L(d_2 \mid \bar{d}_1)$	$E_3(L_3 \mid H_3;T=3;h_{3,2}=d_2)=1171{,}865$ $E_3(L_3 \mid H_3;T=3;h_{3,2}=\bar{d}_2)=822{,}601$
$P(d_1 \mid T \rangle 2)=0{,}1434$ $P(\bar{d}_1 \mid T \rangle 2)=0{,}8566$	$P(d_1,d_2 \mid T \rangle 3)=0{,}024$; $P(\bar{d}_1,d_2 \mid T \rangle 3)=0{,}131$ $P(d_1,\bar{d}_2 \mid T \rangle 3)=0{,}104$; $P(\bar{d}_1,\bar{d}_2 \mid T \rangle 3)=0{,}741$
$E_2(L_2 \mid H_2;T \rangle 2)=580{,}244$	$E_3(L_3 \mid H_3;T \rangle 3)=588{,}236$
$E_2(L_2 \mid H_2;T \rangle 2;d_2)=871{,}322$ $E_2(L_2 \mid H_2;T \rangle 2;\bar{d}_2)=513{,}043$	$E_3(L_3 \mid H_3;T \rangle 3;d_3)=872{,}601$ $E_3(L_3 \mid H_3;T \rangle 3;\bar{d}_3)=523{,}119$
$E_2(L_2 \mid H_2;T \rangle 2;h_{2,1}=d_1)=714{,}094$ $E_2(L_2 \mid H_2;T \rangle 2;h_{2,1}=\bar{d}_1)=557{,}835$	$E_3(L_3 \mid H_3;T \rangle 3;h_{3,2}=d_2)=748{,}58$ $E_3(L_3 \mid H_3;T \rangle 3;h_{3,2}=\bar{d}_2)=558{,}821$

Ein Blick auf die Daten des Beispiels – in der Ausgangslage wie auch nach Berücksichtigung des medizinischen Fortschritts – zeigt, dass höhere Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung in der zweiten oder der dritten Lebensperiode jeweils mit einer geringeren Überlebenswahrscheinlichkeit einhergehen. Damit fällt die Kovarianz zwischen beiden Größen in jeder der beiden Perioden stets negativ aus.

Die Veränderung der auf das Versterben am Ende der betrachteten Lebensperiode bedingten Wahrscheinlichkeit einer Vorgeschichte hängt nach (61) davon ab, wie hoch bei dieser Vorgeschichte die Überlebenswahrscheinlichkeit im Falle einer letalen Erkrankung relativ zur mittleren Überlebenswahrscheinlichkeit ist. Damit beruht die Erhöhung der Wahrscheinlichkeit $P(d_1 \mid T=2)$ auf einer unterdurchschnittlichen Überlebenswahrscheinlichkeit, während die Verringerung der Wahrscheinlichkeit $P(\bar{d}_1 \mid T=2)$ auf deren überdurchschnittlich hohe Überlebenswahrscheinlichkeit zurückzuführen ist.

Die Veränderungen der auf das Versterben am Ende der zweiten Lebensperiode bedingten Wahrscheinlichkeiten der Vorgeschichten bewirken eine Änderung der Struktur der Verstorbenen, die nicht ohne Einfluss auf die erwarteten Gesundheitsausgaben bleibt. Da die Kovarianzen zwischen den Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung und den zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeiten jeweils negativ sind, erhöht der Struktureffekt den direkten Ausgabeneffekt des medizinischen Fortschritts bei Verstorbenen. Anhand dieses Effekts lässt sich mit Hilfe von (66b) ferner begründen, weshalb die Steigerungsrate der erwarteten Gesundheitsausgaben bei Verstorbenen größer ausfällt als bei allen Individuen, bei denen eine letale Erkrankung aufgetreten ist.

Was gilt für den indirekten Ausgabeneffekt des medizinischen Fortschritts bei Verstorbenen? Zunächst steigen aufgrund von (81b) die auf das Versterben am Ende der dritten Lebensperiode bedingten Wahrscheinlichkeiten derjenigen Vorgeschichten, die eine letale Erkrankung in der zweiten Lebensperiode beinhalten. Dies erklärt die Zunahme von $P\left(d_1, d_2 \middle| T = 3\right)$ sowie von $P\left(\overline{d}_1, d_2 \middle| T = 3\right)$. Umgekehrt müssen die Wahrscheinlichkeiten der übrigen Vorgeschichten gemäß (82) sinken, was wiederum die Verringerung von $P\left(d_1, \overline{d}_2 \middle| T = 3\right)$ und $P\left(\overline{d}_1, \overline{d}_2 \middle| T = 3\right)$ begründet. Die erwarteten Gesundheitsausgaben für am Ende der dritten Lebensperiode Verstorbene müssen (83) zufolge steigen, da die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene (deutlich) höher ausfallen, wenn zusätzlich die Bedingung einer letalen Erkrankung in der zweiten Lebensperiode berücksichtigt wird.

Ermittelt man den indirekten Ausgabeneffekt alternativ über bevölkerungsbezogene Daten und damit anhand von (87b), ergibt sich zunächst ein positiver Effekt, da die erwarteten Gesundheitsausgaben auch allgemein höher sind, wenn zusätzlich die Bedingung einer letalen Erkrankung in der Vorperiode aufgenommen wird. Allerdings ist nun ein zweiter Effekt zu berücksichtigen, der auf einer Differenz von Kovarianzen zwischen den Gesundheitsausgaben bei einer letalen Erkrankung und den zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeiten beruht, die jeweils auf die zugehörige mittlere Sterbewahrscheinlichkeit im Falle einer letalen Erkrankung normiert sind. Da, wie oben erläutert, diese Kovarianzen im vorliegenden Beispiel stets negativ ausfallen, ist das Vorzeichen der Differenz a priori unklar. Anhand einer expliziten Berechnung der Kovarianzen kann man jedoch zeigen, dass die Differenz negativ ist und somit diejenige Kovarianz betragsmäßig größer ausfällt, die sich allgemein auf eine letale Erkrankung in der betrachteten Lebensperiode bezieht. Da der Normierungsfaktor, der zu dieser Kovarianz gehört, ebenfalls größer ausfällt, folgt die Aussage.[16] Das Vorzeichen der Differenz lässt sich dahingehend interpretieren, dass der Struktureffekt, bezogen auf alle am Ende der dritten Lebensperiode verstorbenen Individuen, stärker ausgeprägt ist als derjenige Struktureffekt, der auf diejenigen Individuen beschränkt ist, deren Vorgeschichte eine letale Erkrankung in der zweiten Lebensperiode beinhaltet.[17]

Bei den Überlebenden der zweiten Lebensperiode erhöht sich gemäß (69b) die Wahrscheinlichkeiten derjenigen Vorgeschichte, bei der die auf das Überleben dieser Periode bedingte Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung überdurchschnittlich hoch ausfällt. Unter sonst gleichen Umständen wäre dies die Vorgeschichte, welche eine überdurchschnittlich hohe Inzidenz einer derartigen Erkrankung aufweist. Allerdings fällt gerade dann die Überlebenswahrscheinlichkeit unterdurchschnittlich aus, was – wiederum bei isolierter Betrachtung – die interessierende bedingte Wahrscheinlichkeit verringert. Wie ein Blick auf Tabelle 9 verdeutlicht, reicht dieser Effekt indessen nicht aus, um den Einfluss der höheren Inzidenz vollstän-

[16] Zu den Normierungsfaktoren vgl. die in Tabelle 8 angegebenen Werte.
[17] Um dies zu erkennen, betrachte man die Beziehungen (85) und (86).

dig zu kompensieren. Damit steigt infolge des medizinischen Fortschritts die auf das Überleben der zweiten Lebensperiode bedingte Wahrscheinlichkeit derjenigen Vorgeschichte, die eine letale Erkrankung in der ersten Periode und damit eine relativ hohe Inzidenz einer derartigen Erkrankung auch in der zweiten Periode impliziert.

Wie man anhand von (75) in Verbindung mit den in Tabelle 9 angegebenen Werten leicht nachprüft, fällt der direkte Ausgabeneffekt bei Überlebenden eindeutig positiv aus, da beide Teileffekte in (75) positiv sind. Damit erhöhen sich die Gesundheitsausgaben für Überlebende aus zwei Gründen: Zunächst sind die höheren Ausgaben zur Behandlung einer letalen Erkrankung anzuführen, von denen auch Überlebende betroffen sind, soweit bei ihnen in der betrachteten Lebensperiode einer derartige Erkrankung aufgetreten ist. Weiterhin bewirken die höheren Überlebenswahrscheinlichkeiten, dass unter den Überlebenden die Wahrscheinlichkeit zunimmt, eine letale Erkrankung in derselben Lebensperiode gehabt zu haben. Da die zugehörigen Gesundheitsausgaben jeweils und damit auch im statistischen Mittel höher ausfallen als in Abwesenheit einer derartigen Erkrankung, folgt daraus eine weitere Erhöhung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende.

Alternativ kann der direkte Ausgabeneffekt bei Überlebenden auch anhand bevölkerungsbezogener Daten, d.h. anhand von (78) beschrieben werden. Die ersten beiden Teileffekte sind positiv und entsprechen qualitativ den soeben erläuterten Teileffekten. Hingegen fällt der dritte Teileffekt, dessen Vorzeichen durch die Kovarianz zwischen den Gesundheitsausgaben bei einer letalen Erkrankung und den zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeiten bestimmt wird, negativ aus. Es handelt sich um die Verringerung der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende der zweiten Lebensperiode, die unter sonst gleichen Umständen dadurch zustande kommt, dass unter den „neuen Überlebenden“ im Vergleich zur Kohorte allgemein nun diejenige Vorgeschichte stärker repräsentiert ist, die eine höhere Überlebenswahrscheinlichkeit im Falle einer letalen Erkrankung aufweist. Da die damit verbundenen Gesundheitsausgaben geringer ausfallen als bei der anderen Vorgeschichte – wiederum bezogen auf eine letale Erkrankung in der zweiten Lebensperiode –, resultiert daraus bei isolierter Betrachtung eine Ausgabensenkung.

Wie man anhand von (92) in Verbindung mit den Werten in Tabelle 9 überprüft, fällt der auf die dritte Lebensperiode bezogene indirekte Ausgabeneffekt bei Überlebenden ebenfalls positiv aus, da die erwarteten Gesundheitsausgaben (deutlich) größer sind, wenn zusätzlich die Bedingung einer letalen Erkrankung in der Vorperiode berücksichtigt wird. Dieses Resultat kann schließlich verwendet werden, um eine alternative Ermittlung anhand von bevölkerungsbezogenen Daten auf der Basis von (96) zu kontrollieren. Zunächst sind beide Behandlungsausgabeneffekte positiv, da die zusätzliche Berücksichtigung einer letalen Erkrankung in der zweiten Lebensperiode die erwarteten Gesundheitsausgaben sowohl im Falle einer derartigen Erkrankung als auch bei deren Abwesenheit in der aktuellen Lebensperiode erhöht. Weiterhin wirkt sich der Inzidenzeffekt ebenfalls positiv auf die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende aus, da die Wahrscheinlichkeit einer letalen Erkrankung in der dritten Lebensperiode unter denjenigen Individuen, deren Vorgeschichte die Bedingung $h_{3,2} = d_2$ erfüllt, deutlich größer ausfällt. Der erste Teileffekt beinhaltet zwei Kovarianzen, die jeweils negativ sind und von denen diejenige betragsmäßig größer ist, welche sich allgemein auf Individuen bezieht, bei denen in der betrachteten Lebensperiode eine letale Erkrankung aufgetreten ist. Allerdings fällt der Koeffizient bei dieser Kovarianz deutlich kleiner aus, so dass per saldo die Differenz dann doch negativ ausfällt und bei isolierter Betrachtung die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende der dritten Lebensperiode senkt.

5. Diskussion

Das allgemeine Modell weist eine wesentlich reichhaltigere Struktur als das einfache Modell auf, indem es über die Berücksichtigung der Vorgeschichte die Möglichkeit bietet, dass frühere letale Erkrankungen die Inzidenz einer letalen Erkrankung in der aktuellen Lebensperiode, die zugehörige Überlebenswahrscheinlichkeit und schließlich die Gesundheitsausgaben im Falle einer derartigen Erkrankung wie auch bei deren Abwesenheit zu beeinflussen. Insofern erlaubt es das allgemeine Modell, Fernwirkungen früherer schwerer Erkrankungen anhand der genannten drei Aspekte zu erfassen.

Im allgemeinen Modell entfaltet der medizinische Fortschritt, der im Zeitablauf für höhere Überlebenswahrscheinlichkeiten im Falle einer letalen Erkrankung aufgrund verbesserter Diagnose- und Therapieoptionen sorgt, vielschichtige Wirkungen. Im Gegensatz zum einfachen Modell sind Effekte auf Gesundheitsausgaben, Inzidenz und Überlebenswahrscheinlichkeiten nicht nur in derjenigen Lebensperiode zu verzeichnen, in welcher die Verbesserungen wirksam werden, sondern auch in sämtlichen künftigen Lebensperioden.

Diese Unterschiede machen sich auch in der Diskussion von Spezialfällen bemerkbar, wie ein Vergleich mit den Ausführungen in Abschnitt 2.2 zeigt. Angenommen, die Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeiten gehe im allgemeinen Modell mit unveränderten Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung einher, d.h. es gelte $k_j = 0$. Dann kommt es dennoch zu einem direkten Ausgabeneffekt bei Verstorbenen, wenn die Kovarianz zwischen den Gesundheitsausgaben bei einer letalen Erkrankung und den zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeiten von Null verschieden ist.[18] Wenn etwa – wie im Beispiel – die Kovarianz negativ ausfällt, ergibt sich ein positiver direkter Ausgabeneffekt bei Verstorbenen. Dies ist auf die Änderung der Struktur der verstorbenen Individuen bezüglich ihrer Vorgeschichte zurückzuführen, die der medizinische Fortschritt auslöst.

In ähnlicher Weise sorgt die oben getroffene Annahme dafür, dass der erste Teileffekt der bevölkerungsbezogenen Darstellung des direkten Ausgabeneffekts bei Überlebenden Null wird.[19] Da aber noch weitere Teileffekte zu berücksichtigen sind, werden die erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende der betrachteten Lebensperiode in der Regel nicht konstant bleiben. Wenn man zusätzlich annimmt, dass die erwarteten Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung mit den erwarteten Gesundheitsausgaben bei deren Abwesenheit in dieser Lebensperiode übereinstimmen, fällt auch der zweite Teileffekt weg. In diesem Spezialfall entscheidet der Zusammenhang zwischen den Gesundheitsausgaben bei einer letalen Erkrankung und den zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeiten über das Vorzeichen des direkten Ausgabeneffekts bei Überlebenden.

18 Vgl. dazu die Darstellungen (63c) und (66b).

19 Vgl. dazu die Darstellung (78).

Diese Überlegungen zeigen, dass Annahmen, die im einfachen Modell ausreichen, um die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene und Überlebende unverändert zu lassen, im allgemeinen Modell durchaus noch Spielraum für direkte Ausgabeneffekte bei beiden Teilgruppen erlauben. Darüber hinaus kann es dann noch zu indirekten Ausgabeneffekten kommen, deren Vorzeichen jeweils davon abhängt, in welcher Weise die zusätzliche Bedingung einer letalen Erkrankung in der betrachteten früheren Lebensperiode die erwarteten Gesundheitsausgaben für Verstorbene bzw. Überlebende beeinflusst.

Des Weiteren unterstützt die im vorliegenden Beitrag betriebene Analyse eine gewisse Skepsis gegenüber dem so genannten Sterbekostenansatz. Wie eingangs erwähnt, verbinden die Vertreter dieses Ansatzes mit einer Verringerung des Anteils der Verstorbenen in einer Altersklasse die Hoffnung, dass dadurch eine Senkung der Gesundheitsausgaben pro Kopf bewirkt werden kann. Diese Hoffnung wird mit dem Hinweis auf die deutlich höheren Gesundheitsausgaben pro Kopf für Verstorbene begründet. Wenn jedoch die Senkung der altersspezifischen Sterblichkeit in der hier beschriebenen Weise aufgrund des medizinischen Fortschritts zustande kommt, besteht zu dieser Hoffnung kein Anlass.

Es ist nützlich, dies am Beispiel des – eher optimistischen – Spezialfalls zu erläutern, in dem die verbesserte Behandlung letaler Erkrankungen *nicht* mit höheren Aufwendungen einhergeht und somit $k_j = 0$ angenommen wird.[20]. Weiterhin sei angenommen, dass unter sonst gleichen Umständen die Ausgaben im Falle einer letalen Erkrankung (deutlich) höher ausfallen als bei deren Abwesenheit. Unter dieser Prämisse liegen auch die mittleren Gesundheitsausgaben bei Verstorbenen (deutlich) über den mittleren Ausgaben für Überlebenden. Schließlich werde zur Vereinfachung von einem Struktureffekt abgesehen, d.h. es existiere kein systematischer Zusammenhang zwischen den Gesundheitsausgaben im Falle einer letalen Erkrankung und den zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeiten.

Unter diesen Voraussetzungen entsteht kein direkter Ausgabeneffekt des medizinischen Fortschritts bei Individuen, die sich in Lebensperiode j befinden. Es kommt also zu keiner Ausgabenentlastung, obwohl der Anteil der Verstorbenen in dieser Altersklasse sinkt und die höhere Überlebenswahrscheinlichkeit ohne zusätzliche Behandlungskosten verfügbar wurde. Wie ist das zu erklären? Dazu genügt es, die Ursache hoher Gesundheitsausgaben pro Kopf zu betrachten. In den Modellen, die oben untersucht worden sind, ist dafür nicht der Tod eines Individuums verantwortlich, sondern die Behandlung einer letalen Erkrankung. Dies erscheint plausibel, da über die Therapie und damit über die Inanspruchnahme von Ressourcen des Gesundheitswesens zu einem Zeitpunkt entschieden werden muss, zu dem das Ergebnis der Therapie noch nicht bekannt sein kann.

Da aber die Inzidenz der letalen Erkrankung in der betrachteten Lebensperiode unverändert ist, kommt es unter den o.a. Voraussetzungen zu keiner Veränderung der zugehörigen Gesundheitsausgaben. Stattdessen bewirkt die Erhöhung der Überlebenswahrscheinlichkeit einen Anstieg der erwarteten Gesundheitsausgaben für Überlebende. Dieser ist darauf zurückzuführen, dass der verringerten Anzahl von altersspezifischen Todesfällen nun eine gleich große Anzahl „neuer Überlebender“ gegenüber steht, die exakt dieselben Gesundheitsausgaben verursachen wie in der Ausgangslage, in der sie jedoch nach der Behandlung verstorben wären.

[20] Das Vorzeichen des direkten Effekts auf die Gesundheitsausgaben pro Kopf einer Altersklasse wird alleine durch das Vorzeichen des Parameters bestimmt, vgl. Ried (2006), S. 15f.

Die oben betriebene Analyse vermag schließlich wichtige Informationen für die empirische Forschung zu den Auswirkungen des medizinischen Fortschritts zu liefern. Hier ist insbesondere auf die Rolle überstandener letaler Erkrankungen in früheren Lebensperioden zu verweisen. Insoweit diese die Inzidenz derartiger Erkrankungen in späteren Lebensperioden, die zugehörigen Überlebenswahrscheinlichkeiten oder die Gesundheitsausgaben beeinflussen, geht der durch den Fortschritt getriebene demographische Wandel mit Fernwirkungen einher, deren Vorzeichen durch die im vierten Kapitel beschriebenen Teileffekte bei Verstorbenen und Überlebenden bestimmt wird.

6. Literatur

Breyer, F., Lebenserwartung, Kosten des Sterbens und die Prognose der Gesundheitsausgaben, Jahrbuch für Wirtschaftswissenschaften 50 (1999), S. 53-65.

Breyer, F. und **Felder, S.**, Life Expectancy and Health Care Expenditures: A new calculation for Germany using the costs of dying, Health Policy, Vol. 75 (2006), S. 178-186.

Breyer, F. und **Ulrich, V**., Gesundheitsausgaben, Alter und medizinischer Fortschritt: Eine Regressionsanalyse, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Vol. 220 (2000), S. 1-17.

Busse, R., **Krauth, C**. und **Schwartz, F. W**., Use of acute hospital beds does not increase as the population ages: results from a seven year cohort study in Germany, Journal of Epidemiology and Community Health, Vol. 56 (2002), S. 289-293.

Buttler, G., **Fickel, N**. und **Lautenschlager, B**., Die Auswirkungen der demographischen Entwicklung auf die Kosten im Gesundheitswesen, Allgemeines Statistisches Archiv, 83. Jahrgang (1999), S. 120-136.

Felder, S., Lebenserwartung, medizinischer Fortschritt und Gesundheitsausgaben: Theorie und Empirie, Perspektiven der Wirtschaftspolitik, Band 7 (2006), Sonderheft, S. 49-73.

Fries, J. F., Aging, natural death, and the compression of morbidity, New England Journal of Medicine, Vol. 303 (1980), S. 130-135.

Fries, J. F., The compression of morbidity, Milbank Memorial Fund Quarterly/Health and Society, Vol. 61 (1983), S. 397-419.

Fuchs, V. R., "Though much is taken": Reflections on Aging, Health, and Medical Care, Milbank Memorial Fund Quarterly/Health and Society, Vol. 62 (1984), S. 143-166.

Kruse, A., Alterspolitik und Gesundheit, Bundesgesundheitsblatt – Gesundheitsforschung – Gesundheitsschutz, Vol. 49 (2006), S. 513-522.

Kruse, A. **et al**., Kostenentwicklung im Gesundheitswesen: Verursachen ältere Menschen höhere Gesundheitskosten? Expertise, erstellt im Auftrag der AOK, Januar 2003.

Ried, W., Demographischer Wandel, medizinischer Fortschritt und Ausgaben für Gesundheitsleistungen – eine theoretische Analyse, Diskussionspapier 09/2006, Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät, Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald.

Stearns, S. C. und **Norton, E. C.,** Time to include time to death? The future of health care expenditure predictions, Health Economics, Vol. 13 (2004), S. 315-327.

Ulrich, V., Demographische Effekte auf Ausgaben und Beitragssatz der GKV, in: **Albring, M**. und **Wille, E**. (Hg.), Die GKV zwischen Ausgabendynamik, Einnahmeschwäche und Koordinierungsproblemen, Peter Lang Verlag 2003, Frankfurt/Main u.a.O., S. 59-83.

Ulrich, V., Wie bleibt Gesundheit bezahlbar? Zur Sicherung der langfristigen Finanzierbarkeit der Gesetzlichen Krankenversicherung, Deutsche Apotheker Zeitung 144 (2004), S. 45-51.

Verbrugge, L. M., Longer Life but Worsening Health? Trends in Health and Mortality of Middle-aged and Older Persons, Milbank Memorial Fund Quarterly/Health and Society, Vol. 62 (1984), S. 475-519.

Zweifel, P., **Felder, S**. und **Meiers, M**., Ageing of population and health care expenditure: A red herring? Health Economics, Vol. 8 (1999), S. 485-496.

Zweifel, P., **Felder, S.** und **Werblow, A**., Population Ageing and Health Care Expenditure: New Evidence on the "Red Herring", The Geneva papers on risk and insurance, Vol. 29 (2004), S. 652-666.

Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald

Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät
Wirtschaftswissenschaftliche Diskussionspapiere

Bisher in 2006 erschienen:

01/06 Jan Körnert: „Analyse der Finanzmärkte der USA in den fünf Bankenkrisen der National Banking-Ära (1863-1913)"

02/06 Jan Körnert: „Theoretisch-konzeptionelle Grundlagen zur Balanced Scorecard"

03/06 Grajewski, Piotr: „Prozessorganisation – gegenwärtige Herausforderung" „Organizacje procesowa – wspólczesne wyzwanie"

04/06 Mirschel, Stefan: „Die Optionsbewertungsformel von COX, ROSS und RUBINSTEIN im Zustandsgrenzpreismodell – Ein dualitätstheoretischer Nachweis"

05/06 Körnert, Jan: „Liquidity and solvency problems during the banking crises of the National Banking Era"

06/06 Döring, Ralf: "Ressourceninput und der Input ökologischer Leistungen in der Kapitaltheorie"

07/06 Treu, Johannes: „Zur Regulierung von Banken und die Zwangslage protektiver Maßnahmen"

08/06 Mirschel, Stefan: „Dualitätstheoretische Untersuchung des Einigungsbereichs von Optionsgeschäften auf unvollkommenen Märkten"

09/06 Ried, Walter: „Demographischer Wandel, medizinischer Fortschritt und Ausgaben für Gesundheitsleistungen – eine theoretische Analyse"

Weitere Diskussionspapiere lassen sich im Internet finden unter:
http://www.rsf.uni-greifswald.de/forschfak/paper.html