

ETLA

ELINKEINOELÄMÄN TUTKIMUSLAITOS

THE RESEARCH INSTITUTE OF THE FINNISH ECONOMY
Lönnrotinkatu 4 B 00120 Helsinki Finland Tel. 358-9-609 900
Telefax 358-9-601 753 World Wide Web: <http://www.etla.fi/>

Keskusteluaiheita - Discussion papers

No. 671

Henri Parkkinen

**BLACK-SCHOLES-MALLI JA
REGRESSIOPOHJAINEN LÄHESTYMIS-
TAPA STOKASTISEN VOLATILITEETIN
ESTIMOINTIIN**

- Katsaus suomalaisten FOX-
indeksioptioiden hinnoitteluun

PARKKINEN, Henri, BLACK-SCHOLES-MALLI JA REGRESSIOPOHJAINEN LÄHESTYMISTAPA STOKASTISEN VOLATILITEETIN ESTIMOINTIIN - Katsaus suomalaisten FOX-indeksioptioiden hinnoitteluun. Helsinki: ET-LA, Elinkeinoelämän Tutkimuslaitos, The Research Institute of the Finnish Economy, 1999, 88 s. (Keskusteluaiheita, Discussion Papers, ISSN 0781-6847; No. 671).

TIIVISTELMÄ: Tutkielma tarkastelee suomalaisten FOX-indeksioptioiden hinnoittelua ja mahdollisia lähestymistapoja markkinoiden volatiliteetin estimointiin. Tutkielman alussa tarkastellaan optioiden hinnoittelun perusteita, teoreettisia rajaeh-toja ja käydään läpi perinteinen hinnoittelumalli, Black-Scholes-malli. Stokastisesta volatiliteetista suoritettujen tutkimusten tarkastelun jälkeen siirrytään työn empiiri-seen osaan, jonka lähtökohtana on, että markkinoiden volatiliteetti ei ole vakioinen stokastinen prosessi ja että markkinoiden volatiliteetti pystytään mallittamaan funkti-oksi option merkintähinnasta ja jäljellä olevasta maturiteetista. Näiden lähtökohtien perusteella estimoidaan tulevia volatiliteetteja sekä poikkileikkausaineiston että paneeliaineiston perusteella ja lasketaan optioiden teoreettisia hintoja Black-Scholes-mallin erääseen sovellukseen, Black76-malliin perustuen ja suoritetaan vertailuja tuottojen logaritmiin muutoksiin perustuvan historiallisen volatiliteetin tuottamiin indeksioptioiden hintoihin.

Työn empiirisessä osassa havaitaan, että pelkkään poikkileikkausaineistoon perustu-va volatiliteetin estimointi tuottaa tarkempia tulevaisuuden hintoja kuin historialli-nen volatiliteetti. Tosin päiväkohtaiset erot mallien selityskyvyssä ja estimointitark-kuudessa olivat huomattavia. Paneeliaineistoon perustuvassa mallituksessa tehok-kaimmaksi tulevaisuuden volatiliteetin estimaattoriksi osoittautui dummymuuttuja-malli, joka edelleen tuotti historiallista volatiliteettia tarkempia optioiden hintoja. Työn lopuksi hahmoteltu osittaisen sopeutumisen malli vahvasti havainnot RISD-es-timaattien tehokkuudesta suhteessa historialliseen volatiliteettiin.

AVAINSANAT: FOX-indeksiopiot, Black-Scholes-malli, volatiliteetin estimointi, paneelidatamallit

1. JOHDANTO	1
2. OPTIOKAUPAN PERUSKÄSITTEET, HISTORIA JA TEOREETTISET RAJAEHDOT . 6	
2.1 Optioiden peruskäsitteitä	6
2.2 Optiokaupan historia ja Suomen johdannaismarkkinat	8
2.3 Optioiden teoreettiset rajaehdot ja niiden toteutuminen Suomessa.....	10
2.3.1 Yleistä rajaehdoista	10
2.3.2 Rajaehdot eurooppalaisille indeksiopioille	11
2.3.3 Rajaehtoien toteutuminen suomalaisilla indeksiopiomarkkinoilla	15
2.3.3.3 Puttosen tutkimus vuodelta 1992.....	19
3. BLACK-SCHOLES-MALLI OPTIOIDEN TEOREETTISTEN ARVOJEN MÄÄRITTÄJÄNÄ	22
3.1 Optioiden hinnoittelumallien historia ennen BS-mallia	22
3.2 Mallin perusmuoto, parametrit ja ominaisuudet.....	23
3.2.1 BS-mallin ominaisuudet.....	27
3.2.1.1 BS-mallin osittaisderivaatat suhteessa kohde-etuuden hintaan, lunastushintaan ja maturiteettiin osto-option tapauksessa.....	27
3.2.2.2 Joitain raja-arvoja osto-option hinnalle	28
3.3 BS-mallin oletusten realistisuus nykyisten markkinoiden kannalta - havaintoja markkinoilta ja laajennuksia malliin	29
3.3.1 Kohde-etuudelle maksettavat osingot ja B76-malli	31
4. STOKASTINEN VOLATILITEETTI OPTIOIDEN HINNOITTELUSSA JA EMPIIRINEN TUTKIMUSONGELMA	35
4.1 Perinteiset volatilitetiestimaattorit.....	35
4.1.1 Historiallinen volatiliteetti	35
4.1.2 Implisiittinen volatiliteetti.....	36
4.2. Stokastisen volatiliteetin määrittäminen	37
4.2.1 Wigginsin tutkimus vuodelta 1987	38
4.2.2 Hullin ja Whiten tutkimus vuodelta 1987	39
4.2.3 Cox ja Ross - malli.....	40
4.2.4 ARCH- ja GARCH-mallit stokastisen volatiliteetin määrittäjinä.....	41
4.3 Ncuben tutkimus vuodelta 1996.....	43
4.4 Empiirinen tutkimusongelma ja käytettävä aineisto.....	46
4.4.1 Tutkimusongelmasta	46
4.4.2 FOX-indeksiopiot- ja termiinit	47

4.4.2.1 Kaupankäynti FOX-indeksiopioilla- ja termiineillä	48
4.4.3 Käytettävä aineisto ja empiirisen osan runko.....	49
5. KÄYTETTÄVÄT ESTIMOINTIMENETELMÄT	53
5.1 Paneelidatan ominaisuuksia.....	53
5.2 Dummy-muuttujamalli	54
5.3 Satunnaisten vaikutusten malli.....	55
5.4 Kuvailtavaa statistiikkaa aineistosta ja FOX-indeksin ja FOX-termiinin tuottojen jakaumat	57
5.4.1 Yhteenveto käytettävästä tilastoaineistosta.....	57
5.4.2 FOX-indeksin ja FOX-indeksitermiinien tuottojen jakaumat.....	58
6. ESTIMOINTITULOSTEN TARKASTELU	61
6.1 Päivittäiset regressioyhtälöt.....	61
6.2 Optioiden hintojen ennustaminen päiväkohtaisten yhtälöiden perusteella.....	64
6.2.1 RISD:en ja historiallisten volatiliteettien vertailu.....	65
6.3 Koko tarkastelujaksolle estimoidut funktiot.....	67
6.3.1 PNS-yhtälön estimointi	67
6.3.2 Implisiittisen volatiliteetin aikasarjaominaisuuksista	68
6.3.3 Dummy-muuttujamalli	71
6.3.4 Satunnaisten vaikutusten malli.....	72
6.4 Mallien keskinäinen vertailu	72
6.5 Dummy-muuttujamalli, volatiliteettien estimointi ja optioiden hinnat	75
6.5.1 Ncuben tulokset paneelidataestimoinneista	76
6.6 Hinnoitteluvirheiden osittainen sopeutuminen.....	77
6.6.1 Estimoidut osittaisen sopeutumisen mallit.....	78
7. LOPUKSI.....	80

LÄHDELUETTELO

1. JOHDANTO

Vuoden 1997 taloustieteen Nobelin palkinto myönnettiin Robert C. Mertonille ja Myron Scholesille ansioistaan Black-Scholes optiohinnoittelumallin kehittäjinä¹. Mallin merkitys eri sijoitusinstrumenttien hinnoittelussa ja kehittämisessä on ollut merkittävä ja huolimatta ekonometristen ja taloudellisten analyysimenetelmien viimeaikaisesta kehityksestä, vuonna 1973 kehitetty Black-Scholes-malli on säilyttänyt asemansa optiohinnoittelun ”perustyökaluna”, jota tuhannet ja taas tuhannet välittäjät, investoijat, tutkijat yms. käyttävät päivittäin määrittäessään optiosopimusten hintoja. Samanaikaisesti myös johdannaispaperien merkitys nykyaikaisten rahoitusmarkkinoiden instrumentteina on kasvanut voimakkaasti.

Johdannaismarkkinoiden eräänä tehtävänä on uudelleenjakaa riskiä taloudessa toimijoiden kesken. Ne, jotka haluavat välttyä sijoituskohteiden (esim. osakkeet, raaka-aineet) tuleviin hintoihin liittyvältä riskiltä, voivat esim. optiosopimusten avulla luoda itselleen riskittömän position markkinoilla ja näin kiinnittää sijoituskohteen hinnan tietylle tasolle. Toisilla talouden toimijoilla saattaa motiivina sen sijaan olla puhdas spekulatio tulevilla hinnoilla tai arbitraasin tavoittelu eri markkinoiden hintojen välillä. Johdannaiskauppa on periaatteessa luonteeltaan nollasummapeliä eli toisen voitto merkitsee aina jonkun toisen kaupankäyntiosapuolen tappiota.

Jotta riskiä pystytään käsittelemään ja uudelleenjakamaan, esimerkiksi optiosopimusten avulla, täytyy tähän tarkoitukseen soveltuvien sopimusten olla oikein hinnoiteltuja. Johdannaissopimusten hinnoitteluun on kehitetty lukuisia ekonometrisiä ja matemaattisia välineitä, joista perinteisin ja tunnetuin nimenomaan optioiden hinnoitteluun soveltuvista menetelmistä on juuri edellä mainittu Black-Scholes-malli². Tätä riskittömään positioon perustuvaa mallia on testattu useilla eri tavoilla, käyttäen hyväksi nykyaikaisimpia ekonometrisiä menetelmiä. Mallia on myös laajennettu vastaamaan erilaisia markkinaolosuhteita. Mallin testauksessa saadut tulokset ovat kaksijakoisia: mallin antamat

¹ Ruotsin Tiedeakatemia mukaan myös Fischer Black olisi myös luonnollisesti palkittu, ellei hän olisi kuollut syöpään vuonna 1995.

² Black ja Scholes esittivät hinnoittelumallinsa ensimmäisen kerran artikkelissa ”The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, *Journal of Political Economy*, Vol. 81, (1973, s. 637-654).

teoreettiset arvot ovat osassa tutkimuksista poikenneet markkina-arvoista enemmän kuin puhtaan satunnaisesti ja tämä on synnyttänyt kritiikkiä mallia ja sen tehokkuutta kohtaan. Toisaalta, esitetystä kritiikistä huolimatta, mitään vaihtoehtoisia ja selkeästi tehokkaampaa mallia ei ole pystytty esittämään optioiden hinnoittelun apuvälineeksi.

Black-Scholes-mallin mukaisesti option hinta on funktio viidestä eri muuttujasta, joista kohde-etuuden tuoton standardipoikkeaman eli volatiliteetin määrittäminen on suoritetuissa tutkimuksissa ollut suurimman kiinnostuksen kohteena - aiheuttaen sekä vaikeutta että haastetta tutkijoille. On havaittu, että Blackin ja Scholesin oletus markkinoiden volatiliteetin vakioista, jatkuva-aikaisesta stokastisesta prosessista (geometrinen Brownin liike) ei välttämättä ole "linjassa" nykyisten markkinoiden kanssa ja näiden havaintojen innoittamana on pyritty kehittämään yhä tehokkaampia volatiliteettiestimaattoreita³ ja toisaalta, myös eri stokastisiin prosesseihin perustuvia vaihtoehtoisia hinnoittelumalleja. Pyrkimys volatiliteetin estimoinnin kehittämiseen on tärkeä myös ns. yhdistetyn hypoteesin näkökulmasta: optiomarkkinoiden tehokkuutta⁴ testatessa testaamme aina yhdistettyä hypoteesia eli sitä, että markkinat ovat tehokkaat ja toisaalta sitä, että tekemämme mallispesifikaatio on oikea. Mallin perusteella ei siis ole syytä tehdä tiukkoja johtopäätöksiä markkinoiden tehokkuudesta tai tehottomuudesta!

Myös suomalaisten optiomarkkinoiden volatiliteettia tutkittaessa on havaittu, että edellä esitetty oletus volatiliteettiprosessin vakioisuudesta ei täysin pidä paikkaansa. Tässä tutkielmassa keskitytään osaltaan näiden havaintojen innoittamana juuri suomalaisiin indeksiopiomarkkinoihin ja niiden volatiliteetin määrittämiseen.⁵

Tutkielmassa esitetään joukko vaihtoehtoisia ja melko yksinkertaisia tapoja implisiittiseen volatiliteettiin perustuvien stokastisen volatiliteettiestimaattoreiden määrittämiseen. Tutkielman lähtökohtana ovat aikaisemmat tutkimustulokset, joiden mukaan stokastisen

³ Näistä voidaan tässä yhteydessä mainita Mm. ARCH- ja GARCH-malleihin perustuvat volatiliteettiestimaatit. Ks. esim. Engle (1982) ja Bollerslev (1986).

⁴ Käsitykset tehokkaista markkinoista vaihtelevat tutkijoiden keskuudessa. Tehokkailla markkinoilla tarkoitetaan tässä yhteydessä sitä, että kaikki markkinainformaatio heijastuu hinnoissa eikä markkinoilla ole mahdollisuutta ansaita systemaattisia, pysyviä voittoja. Ks. Fama(1970) ja Fama (1991).

⁵ Suomalaisista optiotutkimuksista, ks. esim Jokivuolle(1990), Kahra ja Kanto(1991) ja Kahra (1992).

volatiliteetti voidaan mallittaa funktioksi maturiteetista ja lunastushinnasta: siis parametreista, jotka tiedetään etukäteen ja joihin ei liity mitään epävarmuutta sopimuksen voimassaoloaikana. Tutkielmassa tarkastellaan myös volatiliteetin aikasarjaominaisuuksia paneeliaineistomallien avulla ja lopuksi sovelletaan saatuja volatiliteettiestimaatteja käytäntöön eli määritetään suomalaisten FOX-indeksioptioiden teoreettisia arvoja ja tarkastellaan näin markkinoiden tehokkuuden ilmentymistä suomalaisilla indeksioptiomarkkinoilla Black-Scholes-mallin, tai tarkemmin sanoen, sen erään sovelluksen, Black-76-mallin perusteella.

Tutkielma jakaantuu teoreettiseen ja empiiriseen osaan. Teoreettinen osa etenee seuraavasti: Luvussa kaksi käydään läpi erityisesti niitä optiomarkkinoiden peruskäsitteitä, jotka tutkielman empiirisen osan kannalta ovat keskeisiä ja tarkastellaan lyhyesti optiomarkkinoiden historiaa niin Suomen kuin muunkin maailman osalta. Tämän jälkeen luvussa kaksi käsitellään optioiden hinnoittelun peruslähtökohtaa, optioiden rajaehdoja indeksioptioiden näkökulmasta ja niiden toteutumista suomalaisilla indeksioptiomarkkinoilla siten, että aluksi johdetaan lyhyesti kyseiset ei-arbitraasiehdot ja tämän jälkeen esitetään yhteenveto kahdesta Vesa Puttosen tutkimuksesta⁶, joissa rajaehdojen toteutumista on tutkittu niin Suomen indeksioptio- kuin termiinimarkkinoillakin.

Luvussa 3 esitellään kattavasti Black-Scholes-malli- lähtien liikkeelle mallin oletuksista ja päätyen lyhyeen esimerkkilaskelmaan. Oletusten realistisuutta pohditaan etenkin suomalaisten markkinoiden näkökulmasta ja esitetään osaltaan myös mallin saamaa kritiikkiä. Tässä luvussa tarkastellaan myös mallin ominaisuuksia eli toisin sanoen, esitetään joukko osittaisderivaattoja ja raja-arvoja, jotka ovat hyödyllisiä sekä mallin että markkinaolosuhteiden analysoinnissa. Luvun lopuksi esitellään myös lyhyesti työn empiirisessä osassa käytettävä Black-76-malli ja käydään läpi ne perustelut ja havainnot, joiden perusteella mallin voidaan katsoa soveltuvan Black-Scholes-mallia paremmin FOX-indeksioptioiden arvojen määrittämiseen. Työn teoreettisen osan tarkoituksena on luoda lukijalle tiivis, mutta empiirisen osan kannalta kattava käsitys optioista, niiden rajaehdoista ja arvojen määrittämisestä Black-Scholes-mallin avulla.

⁶ Viittaus koskee Vesa Puttosen tutkimuksia ” The Efficiency of the Finnish Stock Index Derivatives”, Acta Wasaensia no. 31 (1993) ja ” On the Behaviour of the Finnish Stock Index Options Markets ”, Finnish Economic Papers 5:2, s. 117-128 (1992).

Työn empiirisen osan alussa, luvussa neljä suoritetaan katsaus stokastisen volatiliteetin määrittämisestä tehtyihin tutkimuksiin ja esitetään näissä tutkimuksissa käytettyjä menetelmiä. Lähemmin tässä luvussa käsitellään Mthuli Ncuben tutkimusta ” Modelling Implied Volatility with OLS and Panel Data Models” vuodelta 1996, jossa implisiittiseen volatiliteettiin perustuvia volatiliteettiestimaattoreita estimoitiin FT-SE 100 indeksiopioille. Lisäksi luvussa käydään läpi tutkimusaineiston muodostamista lähinnä kuvailevan statistiikan muodossa ja selvitetään FOX-indeksiopioiden kaupan pääperiaatteet lyhyesti. Tässä luvussa pohditaan myös mallin muuttujien määrittämistä ja tarkennetaan osaltaan empiiristä tutkimusongelmaa.

Luvussa viisi käydään läpi käytettävät estimointimenetelmät; PNS-, dummy-muuttuja- ja satunnaisten vaikutusten menetelmä (*error components model*) ja osaltaan myös estimoitavat funktiot. Tässä yhteydessä esitellään edelleen käytettävää tilastoaineistoa ja tarkastellaan myös lyhyesti FOX-indeksin ja FOX-indeksitermiinien tuottoprosesseja eri tilastollisten menetelmien avulla

Työn keskeisin sisältö on luvussa kuusi, jossa edellisessä luvussa esitetyjen funktioiden perusteella estimoidaan seuraavan päivän volatiliteetteja ja näiden volatiliteettien perusteella estimoidaan edelleen seuraavan päivän indeksiopioiden hintoja eli premioita. Saatuja tuloksia tullaan vertaamaan sekä historiallisella volatiliteetilla laskettuihin hintoihin ja tietenkin, myös havaittuihin opioiden hintoihin. Edellä esitettyjen toimenpiteiden tarkoituksena on löytää käsiteltävien menetelmien joukosta tehokkain menetelmä FOX-indeksiopioiden volatiliteettien estimointiin. Luvussa kuusi otetaan myös kantaa niihin vaikeuksiin ja rajoituksiin, joita yleisesti optiomarkkina-aineiston analysoinnissa esiintyy ja toisaalta pohditaan markkinoiden empiiristä tutkimista Suomen indeksiopiomarkkinoiden kaltaisten, kapeiden markkinoiden tapauksessa.

Empiirisenä tutkimusongelmana on lyhyesti sanoen selvittää, millä analysoitavista menetelmistä saadaan tehokkain volatiliteettiestimaattori FOX-indeksiopioiden arvojen määrittämiseen silloin, kun teoreettisten arvojen määrittäminen tapahtuu Black-76-mallia käyttäen. Luvun kuusi lopuksi käsitellään vielä lyhyesti erästä analyysitapaa opioiden päivittäisten

muutosten estimointiin, ns. osittaisen sopeutumisen mallia (*partial adjustment model*) eri volatilitteestimaattoreilla. Työ päättyy luvussa seitsemän suoritettavaan yhteenvedoon ja johtopäätöksiin.

2. OPTIOKAUPAN PERUSKÄSITTEET, HISTORIA JA TEOREETTISET RAJAEHDOT

2.1 Optioiden peruskäsitteitä

Optio on oikeus, mutta ei velvollisuus ostaa tai myydä kohde-etuutena olevaa hyödykettä tietyillä ehdoilla määräaikana tai ajankohtana. Kohde-etuudet vaihtelevat hyvin laajasti, mutta oleellisinta optiokaupassa on, että hyvin harvoin varsinaiset hyödykkeet vaihtavat omistajaa.⁷ Kauppaa käydään pikemminkin oikeuksilla ja velvollisuuksilla myydä tai ostaa hyödykkeitä sovittuun hintaan tulevaisuudessa. Tyypillisimpiä kohde-etuuksia ovat osakkeet, osakeindeksit, valuutat, korot ja raaka-aineet.

Osto-optio on oikeus, mutta ei velvollisuus, ostaa kohde-etuus tulevaisuudessa ennalta määrättyyn hintaan eli merkintähintaan⁸. Myyntioptiolla tarkoitetaan luonnollisesti käänteistä transaktiota eli se antaa oikeuden, mutta ei velvollisuutta, myydä kohde-etuus tulevaisuudessa merkintähintaan. Optiokaupassa on aina kaksi osapuolta: haltija ja asettaja. Edellä mainitut oikeudet koskevat ainoastaan haltijaa. Asettajalla on siis, haltijan näin vaatiessa, velvollisuus toteuttaa kauppa. Korvauksena oikeudestaan haltija maksaa asettajalle optiosopimuksen hinnan eli optiopremion.

Optiot voidaan jaotella eurooppalaisiin ja amerikkalaisiin. Eurooppalaisen option voi lunastaa vain eräntymispäivänä⁹, kun taas amerikkalaisen option voi lunastaa milloin tahansa voimassaoloaikana. Se, että optiolla on liukuva maturiteetti eli voimassaoloaika, hankaloittaa erityisesti amerikkalaisen myyntioption hinnoittelua: kohde-etuudelle mahdollisesti

⁷ Toki osa sopimuksista on sellaisia, joissa hyödyke vaihtaa sopimuksen toteutuessa omistajaa (physical delivery). Näistä voidaan mainita esim. Helsingin Arvopaperi- ja johdannaispörssi OY:n (HEX OY) noteeraamat STOX-osakeoptiot. Tässä työssä käsiteltävien FOX-indeksioptioiden selvitys perustuu netto-arvon tilitykseen eli option kohde-etuutena oleva osakekori ei vaihda omistajaa option lunastuksen yhteydessä (cash settlement).

⁸ Myös termejä toteutus- ja lunastushinta käytetään. Koska optiokauppaa on Suomessa käyty vasta reilut 10 vuotta, on kielenkäyttö ja terminologia vielä melko häilyvää. Siltä osin, kun mielekkäitä suomennoksia ei ole, käytetään tässä työssä englanninkielisiä termejä.

⁹ Eräntymispäivälle on olemassa alan kirjallisuudessa lukuisia synonyymejä, kuten lunastus-, toteutus- ja päättymispäivä.

maksettavat osingot voivat tehdä option toteuttamisen ennen erääntymispäivää optimaaliseksi ja näin ns. suljetun muodon ratkaisun löytäminen amerikkalaisen myyntioption hinnalle on mahdotonta.^{10,11}

Optioita voidaan jaotella myös niiden toteutumisen todennäköisyyden (in-the-moneyness) mukaan eli toisin sanoen sen mukaan, mikä niiden merkintähinnan suhde on kohde-etuuden sen hetkiseen hintaan. Taulukossa 1 esitetään kyseinen jaottelu sekä osto- että myyntioptioneille.

Taulukko 1. Optioiden jaottelu plus-, tasa-, ja miinusohtioihin (in-the-money-, at-the-money- ja out-of-the-money-optioihin).

Merkintähinnan suhde kohde- etuuden hintaan	<u>Osto-optio</u>	<u>Myyntioptio</u>
Merkintähinta < kohde-etuuden hinta	PLUSOPTIO	MIINUSOPTIO
Merkintähinta = kohde-etuuden hinta	TASAOPTIO	TASAOPTIO
Merkintähinta > kohde-etuuden hinta	MIINUSOPTIO	PLUSOPTIO

Jos edellä esitettyä jaottelua tarkastellaan esim. option haltijan näkökulmasta, voidaan todeta, että plusoptiot tuottaisivat positiivisen ja miinusohtiot negatiivisen kassavirran haltijalle, mikäli ne toteutettaisiin välittömästi. Tasaoptioiden tapauksessa kassavirta muodostuisi nolllaksi. Eräiden rajoittavien, lähinnä optiokaupan transaktiokustannuksia koskevien oletusten ollessa voimassa, voidaan plusoptioiden olettaa tulevan toteutetuiksi erääntymispäivänään.

Jaottelua voidaan vielä tarvittaessa tarkentaa siten, että plus- ja miinusohtiot jaetaan vielä kahteen eri luokkaan, jolloin ”äärimmäisten” optioiden tapauksessa puhutaan ns. deep-in-the-money- ja deep-out-of-the-money-optioista. Taulukossa 1 esitetyt rajat eivät kuitenkaan ole ehdottomia: hyvin usein empiirissä tutkimuksissa tasaoptioiksi luokitelluille optioille

¹⁰ Se, että optio on joko amerikkalainen tai eurooppalainen, ei millään tapaa rajoita ko. optioiden kauppapaikkoja. Esimerkiksi Ruotsissa ja Suomessa käydään kauppaa myös amerikkalaisilla optioilla.

¹¹ Cox ja Rubinstein (1985).

sallitaan pieni poikkeama yhtäsuuruudesta (esim. $0.97 < \text{merkintähinta} / \text{kohde-etuuden hinta} < 1.03$).¹²

Erään mielenkiintoisen ja alan kirjallisuudessa melko vähän käsitellyn jaotteluperustan muodostaa option maturiteetin mahdollinen stokastisuus. ”Haavoittuvaiset optiot” (vulnerable options) ovat sopimuksia, joihin liittyy riski option asettajan maksukyvyistä tai jopa korkeita konkurssitodennäköisyyksiä. On selvää, että tällaisten optiosopimusten hinnat ovat normaalien sopimusten hintoja alhaisempia. ”Tyrmäysoptiot” (knockout options) eroavat perinteisistä sopimuksista siten, että ne lakkaavat olemasta voimassa, jos kohde-etuuden hinta saavuttaa jonkun tietyn rajan. Molemmat optiosopimukset kuuluvat ns. eksoottisiin optioihin ja ovat poikkeuksetta tyypiltään amerikkalaisia. Esim. Suomen optiomarkkinoilla vastaavia sopimuksia ei ainakaan toistaiseksi esiinny.¹³

Määritellään vielä optiosopimusten lisäksi kaksi eri johdannaispaperityyppiä: futuuri ja termiini. Termiini on option kaltainen sopimus kohde-etuuden myöhemmin tapahtuvasta kaupasta; kuitenkin sillä erotuksella, että termiinisopimus sitoo sekä ostajaa että myyjää. Futuuri on taasen termiinin kaltainen sopimus; kuitenkin sillä erotuksella, että futuurisopimus selvitetään jatkuvana prosessina päivittäin (marked to market). Futuurista ja termiinistä maturiteetin aikana saatavat kassavirrat ovat yhtäläisiä, mutta poikkeamat eri pituisissa koroissa voivat aiheuttaa eroja niiden teoreettisissa hinnoissa. Yleisesti voidaan sanoa, että termiineihin ja futuureihin liittyvä terminologia on Suomen johdannaismarkkinoiden alusta alkaen ollut melko häilyvää ja epäyhtenäistä.

2.2 Optiokaupan historia ja Suomen johdannaismarkkinat

Ensimmäiset havainnot johdannaissopimuksilla tapahtuneesta kaupankäynnistä ovat 1600-luvun Hollannista, jossa tulppaaninviljelijät suojautuivat optiosopimusten avulla tuleviin hintoihin liittyvältä epävarmuudelta. Futuurimarkkinoiden tapaista toimintaa on harjoitettu

¹² Hyvää suomennosta deep-in-the-money- ja deep-out-of-the-money-optioille on vaikea keksiä. Tällaisia ”yritteitä” voisivat olla esim. suuret plus- ja miinusoptiot, mutta tällöin on ilmeinen vaara sekoittaa nämä termit pitkien ja lyhyiden optioiden kanssa, jotka taas kuvaavat option jäljellä olevaa maturiteettia. Lisää optioiden jaottelusta esim. Rubinstein (1985).

¹³ Hull (1993, s.419 ja s. 459), Jennergren ja Näslund (1996, s. 233) ja Johnson ja Stulz (1987, s. 267-280).

ainakin 1700-luvun Japanissa. Varsinainen päänavaus futuurimarkkinoille oli Chigaco Board of Traden avaaminen viljafutuuriin kaupankäyntiä varten vuonna 1848. Tuon ajan sopimuksille oli tyypillistä, että ne olivat tarkasti räätälöityjä asiakkaiden tarpeiden mukaisesti eli jokaisen sopimuksen yhteydessä sovittiin erikseen kyseisen sopimuksen ehdot.¹⁴

Vakioituilla sopimuksilla tapahtuvan kaupankäynnin voidaan katsoa alkaneen vuonna 1972, kun Chicagoon avattiin vakioitujen valuuttafutuuriin kauppapaikka, Chicago Mercantile Exchange (CME). Ensimmäinen nykyaikainen optiopörssi, Chicago Board Options Exchange (CBOE) avattiin vuonna 1973 ja kyseinen pörssi on tälläkin hetkellä maailman suurin ja tunnetuin johdannaispörssi. Euroopan ensimmäinen johdannaispörssi avattiin vuonna 1978 Amsterdamiin. Kuten jo johdannossa mainittiin, johdannaiskaupan kehitys on viime vuosikymmenen aikana ollut huimaa: kaupankäynnin volyymit ovat kasvaneet, tuotteet monimutkaistuneet ja yleensäkin, johdannaismarkkinoiden toiminta on tullut yhä keskeisemmäksi rahoitusmarkkinoiden osa-alueeksi. Osaltaan tähän on vaikuttanut johdannaissopimusten selkeä vakiointi ja toisaalta yhä kehittyneemmät analyysimenetelmät niin optio- kuin portfolioteoriassakin.

Suomessa kaupankäynti vakioituilla optiosopimuksilla alkoi vuonna 1987, kun Suomen Optiopörssi OY (SOP) aloitti korioptioiden välityksen. Vuotta myöhemmin markkinoille tuli toinen yhtiö, Suomen Optiomeklarit OY (SOM), joka näistä yksityisistä pörseistä on ollut selkeästi markkinoita dominoiva osapuoli. Vuonna 1996 SOMin sopimusvaihto oli 4 046 174 sopimusta ja suosituin tuoteryhmä oli STOXX- osakejohdannaiset, joilla tehtiin 1 418 959 sopimusta. Kaiken kaikkiaan SOMin tuotevalikoimaan kuuluu nykyisin 9 eri tuotetta. Eräänä erikoispiirteenä suomalaisilla johdannaismarkkinoilla on ollut kaupankäynnin keskittyminen juuri indeksipohjaisiin tuotteisiin, yksittäisten yritysten osakkeisiin perustuvien osakeoptioiden ja -termiinien sijaan. Tätä ilmiötä on perusteltu sekä yksittäisten osakkeiden ajoittain huonolla likviditeetillä että niillä vaikeuksilla, joita ainakin alkuaikoina liittyi osakeoptioiden ja -termiinien kaupankäyntiin.¹⁵

¹⁴ Puttonen ja Valtonen (1996, s. 20).

¹⁵ Eklund, Harju ja Lahti (1990, s. 5), Jokivuolle ja Koskinen (1991) ja Suomen Optiomeklarit OY (1997a, s.31).

Merkittävä muutos Suomen johdannaismarkkinoilla tapahtui heinäkuussa 1997, kun SOM ja Helsingin Arvopaperipörssi OY ilmoittivat sulautuvansa. Uuden yhtiön nimi on HEX OY, Helsingin Arvopaperi- ja johdannaispörssi, selvitysyhtiö. Sulautumista perusteltiin voimavarojen yhdistämisellä ja kilpailukyvyn parantamisella yhä kiristyvässä kansainvälisessä kilpailussa.¹⁶

2.3 Optioiden teoreettiset rajaehdot ja niiden toteutuminen Suomessa

2.3.1 Yleistä rajaehdoista

Optioiden hinnoittelun peruslähtökohdan muodostavat ns. rajaehdot, jotka osoittavat tehokkaiden markkinoiden näkökulmasta katsoen tapauskohtaisesti vähimmäishinnat optioille eli määräävät maksettavan preemion alarajan. Rajaehdot määrittelevät option hinnan esim. termiin tai kohde-etuuden hinnan perusteella ja ne eivät tee mitään muita oletuksia markkinoista kuin sen, että markkinoilla toimivien sijoittajien preferenssit ovat hyvin käyttäytyviä (*well-behaved*). Hintojen tarkempi määrittely rajaehto- ja sisällä voidaan tietenkään suorittaa käyttämällä haluttua hinnoittelumallia, joka ottaa huomioon kulloisetkin markkinaolosuhteet ja niiden vaikutukset hintoihin. Kuten jo aiemmin mainittua, käsitykset tehokkaista markkinoista vaihtelevat runsaasti. Tässä esitettävät rajaehdot indeksiopioille perustuvat riskittömien voittojen eliminoitumiseen rajaehto- ja sisällä.

Indeksiopioiden rajaehto- ja niiden toteutumista on tutkittu huomattavasti vähemmän kuin esim. osakeopioiden rajaehto- ja niiden toteutumista, mikä suurelta osin johtuu indeksiopioiden lyhyemmästä kaupankäynnin historiasta. On myös esitetty, että indeksiopioilla käytävä kauppa koettaisiin hankalammaksi kuin osakeopioilla käytävä kauppa ja tästä syystä myöskään rajaehto- ja niiden toteutumista ei ole panostettu vastaavalla tavalla. Toinen selkeä trendi tutkimuksessa on ollut keskittyminen pääasiallisesti osto-optimoihin. Tätä on perusteltu myyntioptioiden pienemmällä kaupankäynnin volyymeilla ja mahdollisuudella tarkastella myyntioptioiden rajaehto- ja niiden toteutumista myynti-osto-pariteetin (put-call-parity) tai myynti-osto-termiini-pariteetin (put-call-futures-

¹⁶ Myös SOP:n toiminnassa tapahtui selkeä muutos 25.4.1998, jolloin ilmoitettiin, että SOP:n toiminnot yhdistetään Helsingin pörssiin vuoden 1999 toukokuuhun mennessä. Lisää yhdistymisistä ja niiden yksityiskohdista, ks. esim Suomen Optimeklarit OY (1997c), Helsingin Arvopaperipörssi OY (1997) ja Helsingin Sanomat (1998).

parity) avulla. Tosiasiallisin syy lienee kuitenkin amerikkalaisten myyntioptioiden hinnoitteluun liittyvissä ongelmissa (ks. jakso 2.1).¹⁷

2.3.2 Rajaehdot eurooppalaisille indeksiopioille

Aloitetaan rajaehtojohtaminen määrittelemällä joukko lyhenteitä, joita tässä työssä tullaan käyttämään, ellei asiayhteydessä toisin mainita. Samoja lyhenteitä käytetään myös alan kirjallisuudessa kiitettävän johdonmukaisesti.

S = indeksin (yleisesti kohde-etuuden) arvo tarkasteluhetkellä

S^* = indeksin arvo erääntymispäivänä

K = option merkintähinta

$T-t$ = option jäljellä oleva maturiteetti eli voimassaoloaika vuosina

r = markkinoiden riskitön korko, vuotuisesti koroksi muunnettuna

$R = 1+r$

C_{Ma} = osto-option markkinahinta

P_{Ma} = myyntioption markkinahinta

F = termiinisopimuksen (maturiteetti T) markkinahinta

D_{T-t} = indeksin pohjana olevalle osakekorille maksettavien osinkojen nykyarvo jäljellä olevan maturiteetin aikana.

$\text{Max} [0, S-K]$ = suluissa olevista luvuista valitaan suurin

$\text{Min} [0, S-K]$ = suluissa olevista luvuista valitaan pienin

Rajaehtojohtamisen mielekkäänä lähtökohtana on, että osto- sekä myyntioption hinta on aina vähintään nolla. Lisäksi seuraavassa esitettävässä johtamisessa käytetään hyväksi aikaisempia havaintoja, joiden mukaan FOX-indeksiopioiden rajaehdot riippuvat myös vastaavan maturiteetin omaavien termiinisopimusten hinnoista ja näin ollen esim. Mertonin¹⁸ johtama ja testaama rajaehto, jonka mukaan osto-option hinta on suurempi kuin kohde-etuuden spot-hinnan ja merkintähinnan välinen erotus ($C > S-K$) ei ole riittävä FOX-

¹⁷ Puttonen (1993, s 87-88) ja Evgine ja Rudd (1985).

¹⁸ Merton (1973).

indeksioptiona käsiteltäessä. Myöskään transaktiokustannuksia ei itse johtamisessa oteta huomioon; niitä käsitellään kylläkin Puttosen tutkimusta analysoitaessa.¹⁹

Oletetaan lähtötilanne, jossa $C_{Ma} < (F-K)R^{-(T-t)}$ eli osto-option hinta on pienempi kuin vastaavan maturiteetin omaavan termiin ja merkintähinnan välinen positiivinen erotus diskontattuna nykyhetkeen. Muodostetaan seuraava positio: ostetaan lainarahalla osto-optio ja myydään termiinisopimus. Positio pidetään erääntymispäivään asti. Tulevat kassavirrat esitetään taulukossa 2.

Taulukko 2. Osto-option rajaehdon johtaminen suhteessa termiiniin.

Tarkasteluhetki	Nyt	Erääntymispäivä	Erääntymispäivä
<u>S* vs. K</u>		<u>S* < K</u>	<u>S* ≥ K</u>
Ostetaan osto-optio	- C _{Ma}	Optiota ei merkitä → 0	S*-K
Lainataan C:n verran	+C _{Ma}	-C _{Ma} R ^(T-t)	-C _{Ma} R ^(T-t)
Myydään termiini	-	F-S*	F-S*
Summat	-C _{Ma} + C _{Ma} = 0	F-S*-C _{Ma} R ^(T-t)	F-K-C _{Ma} R ^(T-t)

Koska oletimme alkutilanteessa että $C_{Ma} < (F-K)R^{-(T-t)}$, seuraa tästä suoraan, että myös $(F-K)R^{-(T-t)} - C_{Ma} > 0$. Jos nyt indeksin arvo S* on erääntymispäivänä korkeampi tai yhtäsuuri kuin option merkintähinta, saamme strategian tuloksena kassavirran, jonka suuruus on $F-K-C_{Ma}R^{(T-t)}$ ja kyseinen kassavirta on alkutilanteessa tekemämme oletuksen perusteella positiivinen. Jos taas indeksin arvo on erääntymispäivänä alhaisempi kuin merkintähinta ($S^* < K$), saamme $F-S^*-C_{Ma}R^{(T-t)}$ suuruisen kassavirran, joka edellisessä lauseessa esitetyn perusteella on myös positiivinen. Jos siis alussa esittämämme oletus pitäisi paikkansa, olisi markkinoilta mahdollisuus ansaita kyseisellä kaupankäyntistrategialla riskittömiä voittoja. Jotta näin ei olisi, täytyy FOX-indeksin osto-optioille siis päteä ainakin

$$(1) \quad C_{Ma} \geq \text{Max} [0, (F-K)R^{-(T-t)}]$$

¹⁹ Puttonen (1993, s. 87-89).

Unohdetaan seuraavaksi termiinisopimus ja pohditaan toista tapaa hankkia FOX-indeksin pohjana oleva osakekori hetkelle T: ostetaan osakekori heti (hetkellä t) tai vaihtoehtoisesti, ostetaan osto-optio nyt ja talletetaan samanaikaisesti merkintähinnan nykyarvo. On toki huomattava, että tämä strategia on hiukan ristiriitainen FOX-indeksioptioiden näkökulmasta; perustuuhan niiden kauppa ns. nettoarvon tilitykseen, eikä mitään konkreettista osakkeiden vaihtoa tapahdu. Lisäksi osakkeista tulisi olla mahdollista ostaa murto-osa, jotta saataisiin indeksin painojen mukaiset osuudet jokaisesta osakkeesta. Seuraavassa sivutetaan nämä tekniset yksityiskohdat ja todetaan, että murto-osan ostaminen osakkeesta voidaan toteuttaa esim. sijoitusrahastojen kautta. Esitetyn strategian tuottamat kassavirrat on esitetty taulukossa 3.

Taulukko 3. Rajaehdon johtaminen osakekorilla ja optiolla tapahtuvan kaupankäynnin tapauksessa.

Kassavirrat	Kassavirta hetkellä t_1	Strategian arvo hetkellä T
Ostetaan osakekori nyt	$-S_t$	S_T
Ostetaan osto-optio ja talletetaan merkintähinnan nykyarvo	$-C_{Ma} - KR^{-(T-t)}$	$\text{Max}(S_T - K, 0) + K$

Jos osakekorin arvo hetkellä T on suurempi kuin option merkintähinta, optio toteutetaan ja option ostamiseen perustuva strategia tuottaa yhtäpaljon kuin pelkkään osakkeiden ostamiseen perustuva strategia eli määrän S_T . Jos taas merkintähinta ylittää osakkeiden arvon tai on yhtäsuuri ($K \geq S_T$), ei optiota luonnollisestikaan toteuteta. Tällöin optioon perustuvasta strategiasta saadaan määrä K ja se ylittää pelkkään osakkeeseen perustuvan strategian kassavirran.

Jotta jälkimmäinen strategia voisi tuottaa tulevaisuudessa enemmän, täytyy sen aiheuttama kustannus tänään olla suurempi riskittömien voittojen eliminoimiseksi²⁰. Niinpä indeksin

²⁰ Itseasiassa jälkimmäisen strategian aiheuttaman kustannuksen täytyy matemaattisessa mielessä olla pienempi, onhan kyseessä negatiivinen kassavirta. Siis $(-C_{Ma} - KR^{-(T-t)} < -S_t) \rightarrow (C_{Ma} > S_t - KR^{-(T-t)})$.

osto-optiolle tulee myös päteä, että $C_{Ma} + KR^{-(T-t)} \geq S_t$. Tästä voidaan muodostaa eurooppalaisten indeksin osto-optioiden toinen rajaehto epäyhtälön (2) mukaisesti

$$(2) \quad C_{Ma} \geq \text{Max} [0, S_t - KR^{-(T-t)}]$$

Yhdistämällä nyt epäyhtälöt (1) ja (2), saamme eurooppalaisen indeksin osto-option rajaehdoksi

$$(3) \quad C_{Ma} \geq \text{Max} [0, S_t - KR^{-(T-t)}, (F-K)R^{-(T-t)}]$$

Entä jos indeksin pohjana oleville osakkeille maksetaan osinkoja option maturiteetin aikana? Eurooppalaisen osto-option haltijalle osingot ovat menetettyä tuloa option maturiteetin aikana ja näin ne on otettava huomioon myös määrittäessä rajaehdoja osakkeeseen ja option perustuvan strategian avulla. Tämä tapahtuu yksinkertaisesti vähentämällä tulevien osinkojen nykyarvo jo edellä määritellystä rajaehdosta. Tulevien osinkojen määrittämiseen liittyviä ongelmia käsitellään myöhemmin (jakso 3.3). Eurooppalaisen indeksin osto-option rajaehto voidaan siis esittää muodossa

$$(4) \quad C_{Ma} \geq \text{Max} [0, S_t - KR^{-(T-t)} - D_{T-t}, (F-K)R^{-(T-t)}].$$

Eurooppalaiselle indeksin myyntioptiolle rajaehdot voidaan johtaa yhtäläisesti samanlaisiin strategioihin pohjautuen. Myyntioptioihin liittyviä strategioita on käsitelty tarkemmin liitteessä 1. Eurooppalaisen indeksin myyntioption rajaehdoksi saadaan

$$(5) \quad P_{Ma} \geq \text{Max} [0, KR^{-(T-t)} + D_{T-t} - S_t, (K-F)R^{-(T-t)}].^{21}$$

²¹ Puttonen (1993, s. 89-91). Lisää rajaehdoista, ks. esim. Cox ja Rubinstein (1985) ja Merton (1973).

2.3.3 Rajaehtojen toteutuminen suomalaisilla indeksiopiomarkkinoilla

Miten sitten edellä esitetyt rajaehdot toteutuvat käytännössä ja merkitsevätkö havaitut poikkeamat niistä välitöntä ”oikotietä onneen”? Kyseisiä rajaehdoja on testattu lukuisilla eri tavoilla ja monenlaisella aineistolla. Varhaisimmista tutkimuksista voidaan mainita esim. Mihir Bhattacharyan tutkimus vuodelta 1983, jossa rajaehdojen toteutumista testattiin CBOE:n noteeraamilla amerikkalaisilla osto-optioilla 196 päivän aikana ajanjaksolla elokuu 1976 - kesäkuu 1977. Tutkimuksessa havaittiin joitain poikkeamia sekä edellä esitettyjen tyyppisistä rajaehdoista että hiukan tiukemmista rajaehdoista. Johtopäätöksenä kuitenkin todettiin, että näihin väärinhinnoitteluihin perustuvan kaupankäynnin seurauksena saatavat voitot eivät implikoisi opiomarkkinoiden tehokkuutta ja toisaalta, suurin osa näistä voitoista häviää transaktiokustannusten huomioonottamisen jälkeen.²²

Toisen tyyppisiä tuloksia ovat tutkimuksissaan saaneet mm. Galai (1978) ja Halpern ja Turnbull (1985). Galai testasi rajaehdojen toteutumista CBOE:n kuuden ensimmäisen toimintakuukauden aikana, käyttäen päivittäisiä sulkemishintoja. Hänen mukaansa hypoteesi päivittäisten sulkemishintojen sijaitsemisesta tiettyjen rajaehdojen sisällä voidaan hylätä ja toisaalta, hylkäämistä ei voitu selittää täydellisellä ennakkotietämyksellä tulevista osingoista eikä myöskään mahdollisella datan epätarkkuudella. Halpernin ja Turnbullin tutkimuksen (Toronto Stock Exchangen noteeraamilla optioilla) johtopäätöksenä oli, että vääristymiä rajaehdoista esiintyi konkreettisten transaktiokustannusten huomioon ottamisen jälkeenkin ja trendi vääristymien määrässä tarkasteluperiodin (2 vuotta) aikana oli kasvava ja lisäksi havaitut vääristymät tuntuivat muuttuvan yhä merkittävimiksi. Toisaalta on hyvä muistaa, että sellaisen kaupankäyntistrategian määrittäminen, jossa em. tutkimuksissa havaittuja vääristymiä ja poikkeamia teoreettisista rajaehdoista käytettäisiin hyväksi, ei ole aivan yksinkertaista: vääristymien hyväksikäyttö vaatii nimittäin yhtäaikaista operointia vähintään kaksilla markkinoilla ja tällöin nopeat hinnanmuutokset jommalla kummalla markkinoista saattavat poistaa arbitraasivoitot.²³

²² Relevanttien transaktiokustannusten määrittäminen muodostaa itseasiassa oman tutkimusongelmansa teoreettisia rajaehdoja testattaessa. Mm. Bhattacharyan ratkaisuna oli sisällyttää ns. bid-ask-spread transaktiokustannuksiin. Bhattacharya (1983, s. 166-167).

²³ Bhattacharya (1983, s. 161-185), Galai (1978), Halpern ja Turnbull (1985) ja Puttonen (1993, s. 91-92).

Suomalaisella aineistolla rajaehdoista ja niiden toteutumista on tutkinut lähinnä Vesa Puttonen, jonka vuonna 1993 ilmestynyt väitöskirja ” The Efficiency of the Finnish Stock Index Derivatives Markets ” on laajin ja kattavin aiheesta tehty tutkimus Suomessa. Kyseinen väitöskirja on myös ensimmäinen johdannaismarkkinoita käsittelevä suomalainen väitöskirja. Puttosen työssä tarkastellaan rajaehdojen pitävyyttä niin FOX-indeksiin perustuvien termiini- kuin optioidenkin osalta ajanjaksolla 2.5.1988 - 21.12.1990 eli tarkasteluajanjaksolle kattaa SOMin toimintahistoriasta ensimmäiset puolitoista vuotta. Tutkimuksen lähtökohdat olivat mielenkiintoiset monellakin tapaa: uusien markkinoiden toimivuus, empiirisen tutkimuksen keskittyminen yleensä suuriin markkinoihin, lyhyeksimyntikiellot, tarkasteluajanjaksolle sattuneet voimakkaat heilahtelut pörssikursseissa, kaupankäynnin volyymin pieneminen vuonna 1990 jne.

Puttosen tutkimuksen data koostui 4840:stä FOX-indeksin osto-option osto- ja myynti-noteerauksesta, kun taas myyntioptioiden osalta vastaavia havaintoja oli 4689 kappaletta. Noteerauksina käytettiin päivittäisiä sulkemishintoja ja optiot jaoteltiin 5 eri luokkaan in-the-moneynessin perusteella (katso jakso 2.1). Transaktiokustannuksina otettiin huomioon sekä SOMin standardoidut kustannukset sekä markkinoiden todelliset bid-ask-spreadit. Rajaehdojen testaaminen suoritettiin sekä ex post- että ex ante-testeillä ja kaikissa testeissä testattavana hypoteesina oli , että option hinta on suurempi tai vähintään yhtäsuuri kuin oma rajaehdonsa.

Ex post-testeillä havaittiin ainoastaan yksi poikkeama myyntioptioiden teoreettisista rajaehdoista, joten myyntioptioiden osalta rajaehdot pitivät hyvin paikkaansa. Osto-optioiden tapauksessa tulokset olivat kaksijakoisia: kun rajaehdon määrittäminen perustui FOX-indeksitermiiniin, ei poikkeamia esiintynyt. Jos taas rajaehto määriteltiin suhteessa FOX-indeksiin, löydettiin lukuisia poikkeamia. Puttosen mukaan havaitut erot eivät voi johtua käytettävästä datasta tai sen ominaisuuksista, koska samoja korkonoteerauksia ja transaktiokustannusten määritelmiä käytettiin sekä osto- että myyntioptioille ja näin ollen poikkeamia olisi pitänyt esiintyä myös myyntioptioiden osalta.

Suurin syy havaittuihin poikkeamiin juuri suhteessa FOX-indeksiin löytyy silloisesta lyhyeksimyynnin²⁴ (short selling) rajoittamisesta ja vaikeudesta suomalaisilla markkinoilla. Poikkeama indeksiin perustuvasta rajaehdosta vaatisi indeksin pohjana olevan osakekorin myymistä pikaisesti (edellä mainituista nopeista hinnanmuutoksista johtuen) ja koska tämä on lyhyeksimyntikieltojen vuoksi vaikeaa tai itseasiassa lähes mahdotonta, ovat edellämainitut optiohintojen poikkeamat rajaehdoistaan täysin mahdollisia. Eli toisin sanoen, lyhyeksimyntikiellot toimivat ikäänkuin ”automaattisina vakauttajina” arbitraasivoittoja vastaan.

Yleinen trendi havaituissa poikkeamissa oli, että ne kaikki sijaitsivat deep-in-the-money-, in-the-money- tai at-the-money- luokissa ja lisäksi, mitä enemmän in-the-money, sitä merkittävämpiä havaitut poikkeamat olivat. Esimerkkeinä jaksoista, jolloin deep-in-the-money-optioiden rajaehdoista havaittiin erityisen paljon poikkeamia, voidaan mainita helmikuu 1990 ja lokakuu 1990. Tuolloin peräti 68,4 prosenttia helmikuun ja 70 prosenttia lokakuun deep-in-the-money-luokkaan kuuluvista optioista rikkoi oman rajaehdonsa. Helmikuussa väärin hinnoittelu oli määrällisesti noin kahden prosentin luokkaa ja markkamääräisesti keskimäärin n. 1000 markkaa. Osaltaan helmikuun 1990 korkeita lukuja selittää tuolloin vallinnut pankkityöntekijöiden lakko, joka aiheutti hankaluuksia esim. kaupankäynnissä Helsingin Arvopaperipörssissä.

FOX-indeksin kohde-etuutena oleville osakkeille maksettavien osinkojen osalta Puttonen päätyy mielenkiintoiseen lopputulokseen: niiden kuukausien (huhti- ja kesäkuu) optioiden osalta, jolloin suomalaiset yritykset ja yhtiöt yleensä maksavat osinkoja, rajaehtoien rikkoutumisten frekvenssi muodostui todella pieneksi. Osingoilla ei siis ainakaan Puttosen tutkimuksen mukaan ole vaikutusta suomalaisten indeksioptioiden hinnoitteluun. Työssä saadaan myös yhtäläisiä tuloksia Halpernin ja Turnbullin tutkimuksen kanssa markkinoiden kehittymisen ja tehokkuuden välisestä riippuvuudesta. Markkinoiden kehittymistä, kaupankäyntihistorian pidentymistä ja analyysimenetelmien kehittymistä tärkeämpi tekijä tasapainohinnoittelussa on kuitenkin markkinoiden likvidisyys, tästä todisteena korkea korrelaatio markkinoiden ”hiipumisen” ja rajaehdoista poikkeamien määrän välillä.²⁵

²⁴ Lyhyeksimynti eli short selling tarkoittaa, että myymme osakkeen/osakekorin, jota emme vielä kaupantekohetkellä omista. Puttonen (1993, s. 101-102).

²⁵ Puttonen (1993, s. 102).

Seuraavana vaiheena tutkimuksessa oli ex ante-tyyppisten testien konstruointi eli toisin sanoen, havaittuamme poikkeaman rajaehdoista nykyperiodilla, operoimme havaintojemme perusteella markkinoilla seuraavalla periodilla. Nollahypoteesina Puttonen esittää oletuksen, että rajaehtoihin ja niistä havaittuihin poikkeamiin perustuvan kaupankäynnin tuloksena ei saavuteta markkinoiden riskittömän koron ylittävää tuottoa.

Ex ante- testien tuloksena Puttonen toteaa, että edellä esitetty strategia tuottaa suurimmassa osassa tapauksista positiivisia voittoja. Tänään havaittua positiivista poikkeamaa seuraa siis suurella todennäköisyydellä positiivinen poikkeama myös huomenna. Jos jossain tietyssä luokassa (jaottelu kuten edellä) tarkastelukuukautta kohden rajaehdoista poikkeamia oli vähintään 10, suoritettiin epäparametrinen merkkitesti (Sign test). Sen tuloksena oli, että kahta poikkeusta lukuun ottamatta, kaikissa kyseisissä luokissa hypoteesi positiivisten ja negatiivisten poikkeamien määrällisestä yhtäsuuruudesta voitiin hylätä peräti 1 %:n merkitsevyystasolla. Kaikissa tapauksissa merkkitestin käyttö johtui joko deep-in-the-money- tai in-the-money- luokkiin kuuluvista sopimuksista eli näissä luokissa poikkeamien frekvenssit olivat suurimmat. Markkamääräisesti suurin tulos saatiin helmikuussa 1990, lähes 2850 markkaa.²⁶

Kun tilannetta tarkasteltiin yksityisen asiakkaan näkökulmasta- sisällyttämällä laskelmiin asianmukaiset transaktiokustannukset (ks. edellä)- tippui osto-option rajaehdon rikkovien sopimusten lukumäärä alle puoleen (168) verrattuna ex-post-testeihin (370). Merkkitesti suoritettiin seitsemän kuukauden osalta ja vain yhdessä näistä nollahypoteesi positiivisten ja negatiivisten poikkeamien määrällisestä yhtäsuuruudesta jäi voimaan 5 prosentin merkitsevyystasolla. Myöskin tässä tarkastelussa suurimmat poikkeamat toteutuivat helmikuussa 1990, jolloin keskimääräinen tulos ex ante-testillä tässä ryhmässä oli reilut 552 markkaa. Peräti 44,3 % (35 kpl) kyseisen kuukauden deep-in-the-money-optioista rikkoi oman rajaehdonsa. Toisaalta, lokakuussa 1990 suhde oli vieläkin suurempi- 55%, mutta tällöin keskimääräinen tulos oli reilut 100 markkaa helmikuuta pienempi.²⁷

Tutkimuksessa testattiin myös jäljellä olevan maturiteetin vaikutusta niin poikkeamien määrään ja toisaalta myös poikkeaman keskimääräiseen kokoon. Poikkeamien määrän ja

²⁶ Puttonen (1993, s. 104)

²⁷ Puttonen (1993, s. 104-106).

jäljellä olevan maturiteetin välillä ei havaittu minkäänlaista selvää yhteyttä ja korrelaatiokerroin poikkeamien keskimääräiseen koon ja jäljellä olevan maturiteetin välillä oli 0.016, joten nämäkin muuttujat olivat tämän perusteella riippumattomia toisistaan.²⁸

Tutkimuksensa johtopäätöksissä Puttonen toteaa, että havaitut poikkeamat ja mahdollisuudet riskittömiin voittoihin eivät voi selittyä pelkästään transaktiokustannusten suuruudella. Hänen mukaansa suurin syy lienee niissä vaikeuksissa, joita arbitraasitilanteesta hyötyä yrittävä sijoittaja kohtaa: vaikeudet lyhyeksimyynnissä suomalaisilla markkinoilla, äänivallan menetys osakkeita myydessä, osakekaupan verokohtelu ja markkinoiden epälikvidisyys eli toisin sanoen vaikeus saada myydyksi kerralla isoja osake-eriä.²⁹

2.3.3.3 Puttosen tutkimus vuodelta 1992

Lyhyeksimyyntikieltojen ja kaupankäynnin likvidisyyden vaikutukset ei-arbitraasiehtoihin ilmenevät myös Puttosen aikaisemmassa tutkimuksessa vuodelta 1992, jossa testattiin kahta indeksiopiomarkkinoiden perusrelaatiota, myynti-osto-termiini-pariteettia (put-call-futures-parity) ja myynti-osto-spot-pariteettia (put-call-spot-parity) FOX-indeksiopioilla ja -termiineillä ajanjaksolla 29.8.1988 - 21.12.1990. Nämä pariteettiehdot voidaan käsittää yhtä tärkeinä vaatimuksina tehokkaille markkinoille kuin edellä esitetyt rajaehdot; niiden rikkoutuminen heijastelee arbitraasivoittojen mahdollisuutta pörssissä tapahtuvan perinteisen osakekaupan ja indeksiin perustuvan optiokaupan välillä. Kyseiset pariteetit voidaan esittää seuraavasti

$$(6) \quad P-C = (K-F)R^{-(T-t)} \quad \text{myynti-osto-termiini-pariteetti}$$

$$(7) \quad S = C-P+KR^{-(T-t)} + D_{T-t} \quad \text{myynti-osto-spot-pariteetti}^{30}$$

Pariteettien testaamista varten muodostettiin myös estimaatit havaituista transaktiokustannuksista kahta eri kaupankäyjätyyppiä, markkinatakaajaa (market maker) ja

²⁸ Puttonen (1993, s. 107).

²⁹ Puttonen (1993, s. 109).

³⁰ Puttonen (1992). Kyseisten pariteettien johtaminen on esitetty mm. teoksissa Stoll (1969) ja Puttonen (1992, s. 119-120).

”yksityistä” kaupankäyjää (final customer) varten³¹ ja nämä estimaatit sisällytettiin edelläesitettyihin pariteetteihin. Myynti-osto-termiini-pariteetin testauksessa saadut tulokset osoittavat, että yksityisen kaupankävijän näkökulmasta markkinat olivat tasapainossa koko tarkasteluperiodin ajan: havaitut poikkeamat olivat vähäisiä ja niiden määrä väheni huomattavasti tarkasteluperiodin loppupuolella. Markkinatakaajien osalta tilanne on jo toisenlainen: alhaisempien kaupankäyntikustannusten ansiosta lukuisia arbitraasimahdollisuuksia ilmeni varsinkin syksyllä 1990. Noin neljäsosa (25,5%) kyseisen periodin sopimuksista tuotti arbitraasivoittoja ja keskimääräinen arbitraasivoitto oli jokaisen optiosarjan osalta vähintään 500 Suomen markkaa. Tässäkään tapauksessa havaittuja poikkeamia ei voitu selittää datan ominaisuuksilla. Yhtenä mahdollisena syynä poikkeamiin Puttonen esittää termiinien melko pieniä kaupankäynnin volyymeja vuonna 1990.³²

Myynti-osto-spot-pariteettia testattaessa mahdollisuus arbitraasivoittoihin aukesi jo yksityiselle kuluttajallekin: ensimmäisen tarkasteluvuoden aikana 39,6 prosenttia muodostetuista positioista johti arbitraasivoittoihin, toisena vuotena 36,3 prosenttia ja viimeisenä vuonna peräti 57,2 prosenttia! Keskimääräinen arbitraasivoitto vuonna 1990 oli yli 1000 Suomen markkaa per sopimus ja vuosien 1988 ja 1989 aikanakin useita satoja markkoja (373.1-852.6 markkaa). Markkinatakaajien osalta luvut ovat luonnollisesti vieläkin suurempia. Koko tarkasteluperiodin aikana keskimäärin 70 prosenttia kaikista sopimuksista tuotti arbitraasivoittoja ja vuonna 1990 yksittäisestä sopimuksesta saatu voitto oli suurimmillaan lähes 4700 markkaa ja keskimääräinenkin voitto per sopimus vuonna 1990 oli lähes 2000 markkaa.³³

Tutkimuksessa havaittiin myös selvä yhteys jäljellä olevan maturiteetin ja havaittujen pariteettipoikkeamien suhteen: lyhyet suojautumispositiot (short hedge) tuottivat enemmän voittoa kuin pitkät suojautumispositiot (long hedge) eli toisin sanoen, myyntioptiot olivat ylihinnoiteltuja suhteessa osto-optioihin. Tätä Puttonen perustelee sillä, että suomalaisilla indeksiopiomarkkinoilla optiosopimusten hinnoittelu tapahtuu vastaavan termiin

³¹ Suomalaisilla indeksiopiomarkkinoilla kaupankäyjät voidaan jakaa kolmeen eri luokkaan: markkinatakaajat, välittäjäyhtiöt (brokers) ja yksityiset kuluttajat. Markkinatakaajat ovat sitoutuneet antamaan kaikissa tilanteissa tietyille sopimuksille osto- ja myyntikurssit ja nauttivat tästä korvauksena muita kaupankäyntiosapuolia alhaisempia transaktiokustannuksia.

³² Puttonen (1992, s. 122-124).

³³ Puttonen (1992, s. 124-127).

perusteella eikä FOX-indeksin perusteella. Eli termiinien poikkeamat teoreettisista arvoistaan johtavat poikkeamiin myös optioiden hinnoissa. Lähellä erääntymispäivää termiinin hinta ja indeksin arvo kuitenkin lähestyvät toisiaan ja tällöin myös edellä esitetyt pariteetit (yhtälöt 6 ja 7) lähestyvät toisiaan aiheuttaen voimakkaitakin heilahteluja hinnoissa.³⁴

Yhteenvedona Puttosen tutkimuksesta voidaan todeta, että havaitut poikkeamat testatuista pariteeteista olivat samantyyppisiä kuin aikaisemmissakin, esim. amerikkalaisella ja ruotsalaisella aineistolla suoritetuissa tutkimuksissa, vaikkakin suomalaisella aineistolla poikkeamat olivat merkittävämpiä. Suurimmaksi syyksi poikkeamiin Puttonen esittää jo aiemmin esiin tulleen lyhyeksimyynnin vaikeuden suomalaisilla osakemarkkinoilla, mutta painottaa myös kahta muuta johtopäätöstä: silloiset osakesijoittajat eivät olleet vielä täysin mieltäneet johdannaismarkkinoita kaupankäyntipaikkana ja toisaalta tutkimus ei ottanut huomioon osake- ja johdannaiskaupasta aiheutuvia veroseuraamuksia eikä niitä vaikeuksia, joka täsmälleen FOX-indeksin mukaisen osakekorin myymiseen ja ostamiseen liittyy. Myöskin tässä yhteydessä Puttonen painottaa ex-ante-tyyppisten tutkimusten suorittamista markkinoiden tehokkuuden mittaamiseksi.³⁵

³⁴ Puttonen (1992, s. 127). Eri suojaumisstrategioista, ks. Hull (1993, s. 18-42).

³⁵ Puttonen (1992, s.127). Muista vastaavista tutkimuksista voidaan mainita mm. Rindellin (1989) tutkimus ruotsalaisella indeksiopiodatalla.

3. BLACK-SCHOLES-MALLI OPTIOIDEN TEOREETTISTEN ARVOJEN MÄÄRITTÄJÄNÄ

Edellisessä luvussa esitettyjen rajaehto- ja pariteettisuhteiden muodostaman ei-arbitraasi hintavyöhykkeen sisältä option ”oikeaa” hintaa voidaan etsiä sofistikoitumpien hinnoittelumallien avulla. On siis selvää, että käytettävän hinnoittelumallin täytyy olla linjassa edelläesitettyjen rajaehto- ja pariteettien kanssa: jos tarkasteltavilla markkinoilla havaitaan poikkeamia rajaehdoista ja kyseisistä pariteeteista, hyvin suurella todennäköisyydellä poikkeamia oikeista hinnoista esiintyy myös tarkempaa hinnoittelumallia käytettäessä. Seuraavassa keskitytään tarkemmin ainoastaan yhteen hinnoittelumalliin, Fischer Blackin ja Myron Scholesin vuonna 1973 esittämään tasapainomalliin, josta käytetään kehittäjiensä mukaisesti nimeä Black-Scholes-malli.³⁶

3.1 Optioiden hinnoittelumallien historia ennen BS-mallia

Vaikka Myron Scholesin ja Fischer Blackin vuonna 1973 esittämää optioiden hinnoittelumallia voidaankin pitää ensimmäisenä modernina hinnoittelumallina, esiintyi kiinnostusta optioiden ja muiden sijoitusinstrumenttien hinnoittelumalleihin jo paljon ennen Blackia ja Scholesia. Ensimmäisen Brownin liikkeeseen perustuvan hinnoittelumallin esitti tietävästi ranskalainen matemaatikko Bachelier vuonna 1900. Kuuluisan hinnoittelumallinsa sisältävässä artikkelissaan Black ja Scholes ottavat kantaa aikaisempiin hinnoittelumalleihin, jotka poikkeuksetta keskittyivät warrantien eli optiotodistusten (todistuksen lunastaminen synnyttää uuden osakkeen, esimerkiksi suomalaisista warranteista voidaan mainita osakeantien yhteydessä syntyvät merkintäoikeudet) hinnoitteluun. Yhteistä näille hinnoittelumalleille oli, että ne kaikki sisälsivät vähintään yhden sellaisen parametrin, joka oli äärettömän tulkinnanvarainen tai vaihtoehtoisesti vaikeasti estimoitavissa. Tällaisista malleista voidaan mainita esim. Paul A. Samuelssonin vuonna 1965 ja Case Sprenklen vuonna 1961 kehittämät mallit warranttien hinnoitteluun, mutta molempiin näistäkin malleista

³⁶ Black-Scholes-malli on tasapainomalli siinä mielessä, että sen mukaan osakkeista ja optioista muodostetun portfolion tuotto on tasapainossa yhtäläinen markkinoiden riskittömän koron kanssa. Tästä eteenpäin Black-Scholes-mallista käytetään nimeä BS-malli.

sisältyy kaksi sellaista parametria, joiden estimointi on joko äärettömän vaikeaa tai vaihtoehtoisesti, parametrien jakaumasta ei ole tarkkaa selvyyttä.³⁷

Aiemmin esitetyistä hinnoittelumalleista lähimpänä BS-mallia on kuitenkin James Bonessin vuonna 1964 esittämä malli, joka eroaa BS-mallista vain yhden muuttujan, käytettävän diskonttokoron suhteen. Mallissaan Boness käytti diskonttokorkona osakkeen tuoton odotusarvoa, joten hänen mallissaan riskineutraalisuus jää saavuttamatta ja täten lähtökohdat optioiden hinnoitteluun eroavat melkoisesti Blackin ja Scholesin ajatuksista.³⁸

Mikä sitten teki juuri Blackin ja Scholesin esittämästä mallista niin suosittu? Ensiksikin, heidän esittämänsä malli perustuu pääasiassa havaittaviin, yksikäsitteisiin parametreihin ja muuttujiin, joten parametrien estimointiin liittyvä epävarmuus poistuu. Toisaalta, malli ei myöskään sisällä parametreja tai muuttujia, joiden estimoinnissa täytyisi tehdä oletuksia sijoittajien preferensseistä tai heidän uskomuksistaan ja arvioistaan liittyen esim. tuleviin tuottoasteisiin. On kuitenkin hyvä muistaa, että sijoittajien riskiasenteet ja uskomukset sisältyvät kohde-etuuden nykyiseen hintaan (yksi mallin parametreista) ja tulevat siis tätä kautta esiin option hinnassa.

3.2 Mallin perusmuoto, parametrit ja ominaisuudet

Hinnoittelumallia kehittäessään Black ja Scholes ottivat lähtökohdakseen olettamuksen, että osakkeista ja optioista muodostetun riskittömän portfolion tuotto on tasapainossa yhtäläinen markkinoiden riskittömän koron kanssa. Lisäksi he määrittivät alla esitettävien olettamusten muodossa ihanneolosuhteet sekä optio- että osakemarkkinoille.

Blackin ja Scholesin hinnoittelumallin oletukset ovat seuraavat:

- 1) Lyhyen ajan korkotaso on tunnettu ja vakio yli tarkasteltavan periodin.
- 2) Osakkeen hinta noudattaa jatkuva-aikaista satunnaiskulkuprosessia (random walk) eli ns. Brownin liikettä varianssiasteella, joka on verrannollinen osakkeen hinnan neliöön. Täten osakkeen hinta äärellisen periodin lopussa noudattaa lognormaalijakaumaa.

³⁷ Black ja Scholes (1973, s. 639-640), Smith (1976) ja Vauramo (1993, s. 16-17).

³⁸ Puttonen (1997, s. 661).

hinta nousee ja myyntioption hinta taas laskee. On hyvä huomata, että jäljellä oleva maturiteetti nostaa varmuudella osto-option hintaa, mutta myyntioption suhteen vaikutus on kaksijakoinen. Maturiteetin kasvaessa myyntioption haltijalla on suurempi todennäköisyys päästä hyötymään positiivisesta kassavirrasta, joten tältä osin maturiteetin kasvu nostaa myyntioption hintaa. Myyntioption hankkiminen voidaan myös ajatella kohde-etuuden spot-kaupan substituuttina; kuitenkin sillä erotuksella, että spot-kaupalla tapahtuvasta myynnistä saadut rahat ovat käytettävissä jo "tänään", mutta myyntioptiosta saadaan rahat vasta erääntymispäivänä. Spot-kaupalla saadut rahat kasvavat siis korkoa myyntioption voimassaoloajan aikana. Tämä korkovaikutus laskee myyntioption hintaa. Näiden kahden erisuuntaisen vaikutuksen johdosta maturiteetin kasvun ja myyntioption hinnan muutoksen välistä suhdetta ei voida määrittellä yhtä tarkasti kuin muiden parametrien kohdalla.

Blackin ja Scholesin mukaan eurooppalaisen osto-option hinta voidaan esittää yhtälön (9) mukaisesti (lyhenteet ja merkinnät kuten edellä)

(9) $C_{BS} = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2)$, missä

$$(10) d_1 = \frac{\ln(S/K) + [r + (\frac{\sigma^2}{2})](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$(11) d_2 = \frac{\ln(S/K) + [r - (\frac{\sigma^2}{2})](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

$N(d_1)$ ja $N(d_2)$ kuvaavat todennäköisyyksiä, että satunnainen otos kumulatiivisesta normaalijakaumasta jää arvojen d_1 ja d_2 alapuolelle. Kaikki mallin ajasta riippuvat muuttujat tulee esittää vuositasolla ja lisäksi mallin korkonoteeraukset täytyy esittää annualisoituina jatkuva-aikaisiksi.

Eurooppalaisen myyntioption hinta on kätevinä ratkaista käyttämällä hyväksi ns. myynti-ostopariteettiä, joka ilmaisee osto-option hinnan myyntioption, riskittömän koron ja kohdeetuuden hinnan avulla⁴¹

$$(12) P_{BS} = C_{BS} + Ke^{-r(T-t)} - S \quad \text{myynti-ostopariteetti}$$

Sijoittamalla yhtälöön (12) yhtälö (9) ja käyttämällä hyväksi lauseketta (13)

$$(13) N(d) + N(-d) = 1,$$

saamme ratkaistua eurooppalaisen myyntioption hinnan P_{BS}

$$(14) P_{BS} = Ke^{-r(T-t)} N(-d_2) - SN(-d_1).$$

Mallin muuttujien määrittäminen käsitellään tarkemmin luvussa (4), kun empiiristä tutkimusongelmaa täsmennetään.

Esitetään seuraavaksi lyhyt esimerkkilaskelma, josta mallin soveltaminen käytäntöön selviää:

Esimerkki 1: Olet kiinnostunut ostamaan FOX-indeksin osto-option. Tämän päivän noteeraus FOX-indeksille on 1255.92 ja optiosarjan, josta olet kiinnostunut, lunastushinta on 1290 ja jäljellä oleva maturiteetti tasan kolme kuukautta. Kolmen kuukauden HELIBOR-korko on vuotuisesti koroksi muutettuna 3,48 %. Volatiliteettiestimaattina käytät koko viime vuoden historiallista volatiliteettiä, 21.4 %. Paljonko kyseisestä optiosta kannattaa maksaa?

Lasketaan ensin normaalijakauman argumentit d_1 ja d_2

$$d_1 = \frac{\ln(1255.92/1290) + (0.0348 + 0.214^2/2) \cdot 0.25}{0.214 \cdot 0.25^{1/2}} = \frac{-0.0267 + 0.0144245}{0.10625} = -0.114724$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma(T-t)^{1/2}} = d_1 - \sigma(T-t)^{1/2} = -0.114724 - 0.214 \cdot 0.50 = -0.221724.$$

ja näitä vastaavat funktion N arvot

$$N(d_1) = 0.454332 \quad \text{ja} \quad N(d_2) = 0.412264$$

Nyt voimme kaavaan (9) sijoittamalla ratkaista BS-mallin mukaisen hinnan kyseiselle indeksiopiolle $C_{BS} = 1255.92 \cdot 0.454332 - 1290e^{-0.0348 \cdot 0.25} \cdot 0.412264 = 43.39$ eli kyseisestä optiosta kannattaa BS-mallin mukaisesti maksaa 43.39 indeksipistettä eli 4339 markkaa (1 FOX-indeksin piste=100 mk).

⁴¹ Tässä yhteydessä tyydytään vain esittämään kyseinen pariteetti, sen eksakti johtaminen on esitetty esim. teoksissa Sharpe ja Alexander (1990, s. 573-575) ja Merton (1990, s. 277-278).

3.2.1 BS-mallin ominaisuudet

Kaavoissa (8) ja (8)' esitettiin eri muuttujien vaikutussuunnat option hintaan plus- ja miinusmerkkien avulla. Seuraavassa tarkastellaan BS-mallin ominaisuuksia suhteessa osto-optioon hieman yksityiskohtaisemmin eräiden osittaisderivaattojen ja raja-arvojen muodossa.

3.2.1.1 BS-mallin osittaisderivaatat suhteessa kohde-etuuden hintaan, lunastushintaan ja maturiteettiin osto-option tapauksessa.

Osto-option hinnan osittaisderivaatta suhteessa kohde-etuuden hintaan eli option delta-arvo (Δ), voidaan esittää seuraavasti

$$(15) \frac{\partial C_{BS}}{\partial S} = S N \frac{\ln(S/K) + [r - (\frac{\sigma^2}{2})](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, > 0^{42}$$

Kohde-etuuden hinnan nousu siis nostaa osto-option hintaa. Kyseisen osittaisderivaatan käänteisluku, $1/\Delta$, on option suojautumiskerroin (hedge ratio), joka ilmaisee, kuinka monta asetettua optiota meidän tulee yhdistää yhteen kappaleeseen ostettua kohde-etuutta, jotta muodostamme portfolio olisi täysin suojattu.

$$(16) \frac{\partial C_{BS}}{\partial K} = -e^{-r(T-t)} N \frac{\ln(S/K) + [r - (\frac{\sigma^2}{2})](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, < 0$$

$$(17) \frac{\partial C_{BS}}{\partial (T-t)} = -e^{-r(T-t)} (Kr) N \frac{\ln(S/K) + [r - (\frac{\sigma^2}{2})](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$\frac{\sigma}{2\sqrt{T-t}} \frac{n \ln(S/K) + [r - (\frac{\sigma^2}{2})](T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} > 0, n = \text{normaalijakauman tiheysfunktio}$$

⁴² Tässä yhteydessä tyydytään ainoastaan esittämään kyseiset osittaisderivaatat, jotka itseasiassa ovat melko työläitä johtaa, mutta apuna voidaan käyttää tietoa, että standardoidun normaalijakauman kertymäfunktion derivaatta on sen tiheysfunktio. Osittaisderivaattojen tarkemmasta johtamisesta, ks. esim Vauramo (1993, liite1)

Korkeampi lunastushinta siis luonnollisesti laskee osto-option arvoa ja maturiteetin kasvaminen taas kasvattaa osto-option arvoa eli erääntymispäivää lähestyttäessä hinta laskee. Blackin ja Scholesin esittämissä markkinaolosuhteissa käy kuitenkin ilmi oletus osakehintojen Brownin liikkeestä, joka puhtaana matemaattisena prosessina on alimartingaali: prosessin odotusarvo ajan suhteen on positiivinen. Näin ollen voidaan todeta, että esitetyt osittaisderivaatat eivät ole ehdottoman tarkkoja määriteltäessä mallin muuttujien vaikutuksia osto-optioiden hintoihin.⁴³

3.2.2.2 Joitain raja-arvoja osto-option hinnalle

BS-mallin käyttäytymistä voidaan myös tarkastella kahdessa ääritapauksessa eli silloin, kun joku option hintaan vaikuttavista muuttujista lähestyy joko nollaa tai uhkaa ”räjähtää” äärettömään. Näitä tapauksia on yksinkertaisin hahmotella raja-arvojen muodossa, joista seuraavassa taulukossa esitetään muutamia, hinnoittelun kannalta keskeisiä.

Taulukko 4. Raja-arvoja osto-optioille

Muuttuja ja suunta	Raja-arvo, $\lim C_{BS} =$
$S \rightarrow \infty$	∞
$S \rightarrow 0$	0
$K \rightarrow \infty$	0
$K \rightarrow 0$	S

Taulukossa 4 esitetyt raja-arvot ovat helposti tulkittavissa: kohde-etuuden hinnan liikkuaessa kohti ääretöntä, myös osto-option hinta lähestyy ääretöntä ja toisaalta, kun kohde-etuus uhkaa muuttua arvottomaksi, myös kyseiseen kohde-etuuteen liittyvä osto-optio menettää arvonsa. On myös täysin luonnollista, että äärettömän lunastushinnan omaavasta osto-optiosta ei kukaan halua maksaa penniäkään. Taulukon viimeisen rivin tulkinta on mielenkiintoinen. Kun osto-option lunastushinta lähestyy nollaa, lähestyy ko. option hinta kohde-etuuden nykyistä arvoa. Tällaisessa tapauksessa on vaikea keksiä mitään järkevää selitystä sille, miksi kukaan

⁴³ Vauramo (1993, s. 22). Mallin muiden parametrien suhteen lasketut osittaisderivaatat (kreikkalaisine symboleineen) esitetään mm. teoksissa Cox ja Rubinstein (1985) ja Puttonen ja Valtonen (1996, s. 127-129).

rationaalinen sijoittaja haluaisi asettaa kyseisen osto-option. Vielä vaikeampaa on selityksen keksiminen kyseisessä tapauksessa silloin, jos kyseinen kohde-etuus on myös termiinien kaupankäynnin kohteena- sitoohan termiinisopimus sekä asettajaa että haltijaa.⁴⁴

3.3 BS-mallin oletusten realistisuus nykyisten markkinoiden kannalta - havaintoja markkinoilta ja laajennuksia malliin

Monissa myöhemmissä optioiden hinnoittelumalleja koskevissa tutkimuksissa on todettu, että Blackin ja Scholesin alkuperäiset oletukset markkinoista ovat melko tiukkoja ja toisaalta, toteutuessaankaan ne eivät välttämättä ole sopuisuudessa nykyaikaisten johdannaismarkkinoiden näkökulmasta. Seuraavassa käydään läpi näiden oletusten realistisuus nimenomaan suomalaisten FOX-indeksioptioiden kaupan kannalta ja esitellään tutkimuksia ja mallin laajennuksia, joissa oletuksille vaihtoehtoisia olosuhteita on otettu huomioon. Lopuksi esitellään tarkemmin työn empiirisessä osassa käytettävä B76-malli. Mainittakoon, että oletukseen kohde-etuuden tuottojen Brownin liikkeestä ja lognormaalisuudesta perehdytään vasta luvussa neljä, kun empiirisen osan lähtökohtia analysoidaan.

Oletusta lyhyen ajan korkotasosta ja sen vakioisuudesta on melko vaikea analysoida yksittäisten markkinoiden näkökulmasta; onhan korko sellainen makrotaloudellinen muuttuja, joka on erittäin riippuvainen suhdanteista ja suoritetuista rahapoliittisista toimenpiteistä. Jos kuitenkin analysoidaan korkojen aikarakennetta suomalaisten indeksioptiomarkkinoiden näkökulmasta, voidaan todeta, että esim. vuonna 1997 lyhyet markkinakorot olivat melko vakaat: yhden kuukauden Heliborin vaihteluväli oli [2.99, 3.38] ja kolmen kuukauden Heliborin [3.02, 3.67], laskettuna annualisoimattomista korkonoteerauksista. Stokastisen korkojen malleista voidaan mainita esim. Aminin ja Jarrowin malli vuodelta 1992, jota esim. Rindell on testannut stokastisten korkojen ”maailmassa” ruotsalaisella indeksioptioaineistolla, aikaperiodilla tammikuu 1992-lokakuu 1993. Hänen mukaansa ko. malli (siihen tehtyine laajennuksineen) toimii tarkastellulla aikaperiodilla huomattavasti paremmin kuin perinteinen

⁴⁴ Vauramo (1993, s. 23). Kyseisiä raja-arvoja voidaan myös johtaa muille option hintaan vaikuttaville muuttujille ja myös erikseen eri optiotypeille, ks. Vauramo (1993, s. 24-25).

BS-malli. Rindellin käyttämän GMM-estimointimenetelmän⁴⁵ perusteella BS-malli tulee itseasiassa hylätyksi kyseisissä olosuhteissa riskitasolla nollla.⁴⁶

Option eurooppalaisuudesta, mahdollisuudesta murto-osan ostoon ja lyhyeksi myynnistä voidaan todeta seuraavaa: empiirisessä osassa tarkasteltavat FOX-indeksioptiot ovat eurooppalaisia, mutta BS-mallia voidaan myös laajentaa kattamaan amerikkalaiset osto-optiot, kuten esim. Rollin, Gesken ja Whaley⁴⁷ esitykset osoittavat, mutta amerikkalaisen myyntioption hinnalle ei suljetun muodon ratkaisua pystytä löytämään. Oletus murto-osan ostamisen mahdollisuudesta toteutuu esim. sijoitusrahastojen kautta: pienellä sijoituksella saadaan osuus isosta portfoliosta- harvoin kuitenkaan kohde-etuuden pohjana olevan indeksin painojen mukaisessa suhteessa. Lyhyeksi myynnin rajoittaminen oli pitkään kitkaa aiheuttava tekijä suomalaisilla indeksioptiomarkkinoilla, mutta vuonna 1995 voimaan tulleen LEX-osakelinausjärjestelmän myötä ei enää Suomen markkinoillakaan havaitun arbitraasin hyödyntäminen ole kaatunut lyhyeksi myyntivaikeuksiin. LEX-järjestelmä ei ole tosin aivan saavuttanut sellaista suosiota kuin sitä kehitettäessä odotettiin.⁴⁸

Lähes kaikkiin johdannaismarkkinoilla solmittaviin sopimuksiin liittyy nykyään tietynsuuruiset transaktiokustannukset, joten tämänkään oletuksen osalta nykyiset markkinat eivät täysin täytä mallin käytölle asetettavia ominaisuuksia. Esimerkiksi FOX-indeksioptioiden kaupassa transaktiokustannukset ovat yksittäiselle kuluttajalle kutakuinkin prosentin luokkaa maksettavista preemioista plus kiinteä summa HEXin suorittamasta selvitystoiminnasta. Markkinatakaajille ja välittäjäfirmoille kustannukset ovat tosin alhaisemmat. Mitään selkeää strategiaa transaktiokustannusten huomionottamiselle hinnoittelumalleissa ei ole esitetty- toiset tutkimukset eivät ota niitä huomioon ollenkaan, toisissa taas vähennetään odotettavissa olevat transaktiokustannukset suoraan option

⁴⁵ GMM = generalized method of moments eli ns. yleistetty momenttimenetelmä, joka viimeaikoina ollut erittäin suosittu menetelmä testattaessa eri hinnoittelumalleja. Lisää GMM:stä ja sen teoriasta, ks. Hansen (1982).

⁴⁶ Rindell (1994, s. 21-55).

⁴⁷ Hull (1993, s. 244-246).

⁴⁸ Lyhyeksi myyntikieltojen vaikutuksesta erityisesti termiinimarkkinoiden toimintaan, ks. Hietala, Jokivuolle ja Koskinen (1994). Syitä LEX-järjestelmään liittyvän kaupankäynnin vähyteen ovat Puttosen ja Valtosen (1996, s. 260) mukaan mm. markkinoiden uutuus, osaketerminimarkkinoiden olemassaolo ja korkeahkot kaupankäyntikustannukset ko. järjestelmässä.

teoreettisesta hinnasta. Transaktiokustannusten analyysia mutkistavat vielä ns. implisiittiset transaktiokustannukset (bid-ask-spreadit), joiden estimointi on vielä edelläesitettyjä eksplisiittisiä transaktiokustannuksia huomattavasti vaikeampaa.

3.3.1 Kohde-etuudelle maksettavat osingot ja B76-malli

Kohde-etuudelle maksettavat osingot ja muut sen tapaiset suoritukset mutkistavat entisestään optioiden hinnoittelua. Eurooppalaisen osto-option haltijan näkökulmasta maksettavat osingot ovat menetettyä tuloa ja myyntioption haltijan kannalta vastaavasti saavutettua tuloa. Suoraviivainen tapa osinkojen huomioonottamiseen osto-option tapauksessa on vähentää tulevien osinkojen nykyarvo suoraan kohde-etuuden tämänhetkisestä hinnasta, jolloin BS-malli voidaan esittää yhtälön (18) muodossa

$$(18) C_{BS} = (S - D_{T-t})N(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2).$$

Hankaluutena tässä menettelytavassa on kuitenkin se, että soveltaessamme kaavaa (18) esim. FOX-indeksioptioihin, joudumme tekemään karkeita oletuksia eri yritysten osingonjakopolitiikasta ja maksettavien osinkojen määrästä. Jos oletuksiimme sisältyy esim. jokin systemaattinen virhe, voi tämä johtaa merkittäviinkin väärinhinnoitteluihin ja epäonnistuneisiin sijoituspäätöksiin.

Miten sitten sisällyttää optiosopimuksen maturiteetin aikana osakekorille maksettavat osingot mukaan option teoreettiseen hintaan? Jaksossa 2.3 esitettyjä ei-arbitraasiehtoja voidaan myös tarkastella osingonjaon näkökulmasta. Jos ko. jaksossa esitetyt yhteydet (myynti-osto-termiini-pariteetti) kohde-etuuden ja sitä vastaavan termiin välillä pitävät, voimme ajatella, että molempia kaupankäynnin osapuolia sitovan termiinisopimuksen hinnassa maturiteetin aikana tapahtuvat osingonmaksut yms. on otettu huomioon. Tarkastellaan seuraavassa tilannetta tehokkailla markkinoilla, joilla lyhyeksimyyni on sallittua ja kohde-etuudelle, joka tässä täsmennetään osakekoriksi, noteerataan sekä optio- että termiinisopimusta. Lisäksi optio- ja termiinisopimusten maturiteettien täytyy olla yhtäläiset, jotta termiin hinnan voidaan katsoa pitävän sisällään option maturiteetin aikana maksettavat osingot.

Muodostetaan osakekorista riskitön positio siten, että myymme lyhyeksi osakekorin mukaiset osakkeet, ostamme koriin pohjautuvan termiinin ja sijoitamme vielä lyhyeksimyynnistä saamamme varat riskittömään kohteeseen. Tällaisen position kassavirtojen summan täytyy tasapainossa olla yhtäläiset eli tekemämme sijoituksen arvon maturiteetin lopussa täytyy vastata termiinin hintaa

$$(19) F = Se^{r(T-t)}$$

Yhtälö (19) on itseasiassa yhden hinnan lakiin perustuva ns. cost-of-carry-malli, jonka mukainen yhteys tulee vallita tehokkailla osake- ja termiinimarkkinoilla. Aiemmin esittämämme osto-myynti-termiini-pariteetti (yhtälö 6) taas saadaan yhdistämällä cost-of-carry-malli (yhtälö 19) ja osto-myynti-pariteetti (yhtälö 12).

Jos nyt lyhyeksi myymällemme osakekorille maksetaan osinkoja maturiteetin aikana, on selvää, että ostamamme termiinin hinta laskee niiden nykyarvon verran, joten voimme nyt esittää termiinin hinnan muodossa

$$(20) F = (S - D_{T,t})e^{r(T-t)}$$

ja tästä voimme ratkaista yhtälössä (18) esiintyvän $(S - D_{T,t})$:n ja sijoittaa ratkaisun ko. kaavaan

$$(21) C_{B76} = Fe^{-r(T-t)} N(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2).$$

Näin olemme johtaneet B76-mallin, jonka Fischer Black alunperin kehitti futuurisopimusten hinnoitteluun, mutta se soveltuu yhtä hyvin myös optiosopimusten hinnoittelun tapauksissa, joissa termiini- ja optiosopimuksilla käydään kauppaa samasta kohde-etuudesta, esim. juuri FOX-indeksistä. Varsinkin empiirisissä sovelluksissa tärkeä ja huomioitava yksityiskohta B76- mallissa on, että normaalijakauman argumentissa esiintyvänä volatilititeettimuuttujana täytyy nyt käyttää termiinin volatilitteettia osakeindeksin volatilitteetin sijaan.⁴⁹

⁴⁹ Black (1976, s. 167-172) ja Jokivuolle (1991, s. 19-21).

Johtamamme mallin avulla pystymme siis ottamaan huomioon kohde-etuudelle maksettavat osingot ilman, että meidän tarvitsee estimoida erikseen näitä osinkoja ja tehdä johtopäätöksiä yksittäisten yritysten osingonjakopolitiikasta. Tämän lisäksi B76-mallin käyttöön liittyy myös eräitä muita seikkoja, joiden ansiosta se soveltuu erittäin hyvin juuri FOX-indeksioptioiden arvojen määrittämiseen.

Käyttäessämme mitä tahansa hinnoittelumallia määrittäessämme optiosopimusten teoreettisia hintoja, tulisi käytettävän tilastoaineiston olla synkronoitua. Tämä tarkoittaa sitä, että optioiden ja termiinien markkinahinnoissa heijastuu kulloisellakin noteeraushetkellä viimeisin informaatio kohde-etuuden hintaprosessista. Koska FOX-indeksiin perustuvien indeksioptioiden ja termiinien noteeraukset suoritetaan päivittäin samanaikaisesti, voidaan markkinahintoja ja teoreettisia hintoja vertailtaessa olla varmoja siitä, että molempiin hintoihin sisältyy täysin samanaikainen informaatio vanhentuneiden noteerausten (stale prices) sijaan.

Myös edellä käsitellyn lyhyeksimyynnin näkökulmasta B76-malli on käyttökelpoinen: osakeindeksiin perustuvan portfolion reaaliaikainen päivittäminen lyhyeksimyynnin kautta on käytännössä vaikeaa, mutta esim. FOX-termiinisopimusten selvitys nettoarvontilityksenä voidaan rinnastaa lyhyeksimyyntiin. Käyttämällä B76-mallia FOX-indeksijohdannaisiin liittyvissä empiirisissä sovelluksissa oletus lyhyeksimyynnin mahdollisuudesta toteutuu siis entisestään.⁵⁰

Edellä esitettyjen teknisten seikkojen lisäksi B76-mallin käyttöä indeksioptioiden hinnoittelussa puoltavat myös empiiriset havainnot. Esim. Berglund, Liljeblom ja Hedvall päätyvät vuonna 1988 suorittamansa tutkimuksen perusteella toteamaan, että osakeindeksin autokorrelaatio⁵¹ on merkittävä ja huomioonotettava seikka indeksioptioiden hinnoittelussa. Heidän tutkimuksensa kohteena oli Tukholman pörssissä noteerattavien osakkeiden kehitystä kuvaava OMX-indeksi ja sen muutokset aikavälillä 30.12.1983 - 31.8.1987. Tutkimuksessaan he havaitsivat OMX-indeksin havaittuun autokorrelaatioon perustuvan mekaanisen sijoitusstrategian tuottavan systemaattisia voittoja, vaikka todellisetkin transaktiokustannukset

⁵⁰ Rindell (1989, s. 3)

⁵¹ Ensimmäisen asteen autokorrelaatioprosessi voidaan esittää muodossa $S_t - S_{t-1} = (\phi - 1) S_{t-1} + e_t$, missä ϕ on ensimmäisen viiveen autokorrelaatiokerroin.

otettiin huomioon. Työn johtopäätöksissä esitetään hypoteesi, jonka mukaan termiinien käyttö hinnoittelussa mahdollisesti poistaisi kyseiset ongelmat. Vahvistusta tälle hypoteesille antaa MacKinlayn ja Ramaswamyn tutkimus, jossa tarkasteltiin CBOE:ssa noteerattavaa S&P 500-indeksiä ja siihen pohjautuvia termiinejä. MacKinlay ja Ramaswamy nimittäin havaitsivat, että indeksiin liittyvien termiinien muutosten autokorrelatio oli varsinaisen indeksin muutosten autokorrelaatiota pienempi.

FOX-indeksin osalta päivittäisten muutosten autokorrelaatiota on tutkinut mm. Antti Kahra, jonka vuonna 1992 ilmestyneessä tutkimuksessa tarkasteltiin FOX-indeksioptioiden hinnoittelua ja FOX-indeksin muutosten mallittamista eri stokastisiksi prosesseiksi (mm. CEV, ARCH, GARCH) ajanjaksolla 2.5.1988- 29.12.1989. Tutkimuksen keskeisenä tuloksena todetaan, että FOX-indeksin päivittäiset muutokset eivät ole puhtaan satunnaiskulkuprosessin mukaisia!⁵²

⁵² Kahra (1992, s. 50).

4. STOKASTINEN VOLATILITEETTI OPTIOIDEN HINNOITTELUSSA JA EMPIIRINEN TUTKIMUSONGELMA

Tässä luvussa paneudutaan tarkemmin Blackin ja Scholesin tekemistä oletuksista ristiriitaisimpaan ja eniten mallin tutkimuksissa huomiota saaneeseen oletukseen eli oletukseen kohde-etuuden tuottojen Brownin liikkeestä. Luvussa esitellään vaihtoehtoisin prosesseihin liittyviä tutkimuksia ja niiden tuloksia ja tarkemmin perehdytään Mthuli Ncuben tutkimukseen vuodelta 1996, jossa FT-SE 100-indeksioptioiden volatiliteettia estimoitiin paneelidatamallien avulla. Kyseinen tutkimus toimii työn empiirisen osan lähtökohtana ja viitekehysenä. Luvun lopuksi tarkennetaan empiiristä tutkimusongelmaa ja esitellään käytettävää tilastodataa.

4.1 Perinteiset volatilitettiestimaattorit

4.1.1 Historiallinen volatiliteetti

Perinteisin ja yksinkertaisin tapa määrittää kohde-etuuden volatiliteetti on laskea kohde-etuuden logaritmisten muutosten keskihajonta joltain kiinteältä liukumajaksolta ennen tarkasteluhetkeä ja muuttaa tämä vuositason volatiliteetiksi. Näin laskettua volatiliteettia kutsutaan historialliseksi volatiliteetiksi. Ongelmana tässä menetelmässä on määrittää se, kuinka pitkältä jaksolta kyseinen volatiliteetti tulisi laskea, jotta se heijastaisi volatiliteetin vaihteluja tehokkaasti. Suomalaisissa indeksiopiotutkimuksissa historiallinen volatiliteetti on yleensä laskettu 10, 40 tai 50 päivän liukuvana keskihajontana⁵³. Historiallisen volatiliteetin laskeminen voidaan esittää seuraavana lausekkeena

⁵³ Jokivuolle (1991, s. 45). Joissain tutkimuksissa on myös keskusteltu siitä, pitäisikö volatiliteetin vuositasolle muuttaminen suorittaa kaikkien kalenteripäivien vai pelkkien kaupankäyntipäivien perusteella. Esim. French (1984, s. 550-559) on testannut markkinoiden volatiliteettia ja ns. maanantaipäivävaikutusta ja saanut tuloksia, joiden mukaan volatiliteetti on noin 20% suurempi kaupankäynnin aikana kuin ”markkinapaikan” ollessa suljettuna.

$$(22) \quad \sigma_{\text{HIST}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}{N-1}}, \text{ missä}$$

σ_{HIST} = historiallinen volatilitiitti

N = tarkasteluperiodin pituus

R_i = kohde-etuuden tuotto päivänä i

\bar{R} = kohde-etuuden tuottojen keskiarvo.

Vuositason volatilitiitti saadaan kertomalla σ_{HIST} vuotuisten kaupankäyntipäivien lukumäärän neliöllä.

4.1.2 Implisiittinen volatilitiitti

Usein on havaittu, että historiallisella volatilitiitillä lasketut optioiden arvot (käyttäen esim. BS-mallia) ovat reilusti korkeammat kuin markkinoilta havaitut arvot. Tällöin on syytä olettaa, että markkinoilla toimivien sijoittajien odotukset tulevasta volatilitiitista ovat alhaisemmat kuin edeltävältä jaksolta laskettu historiallinen volatilitiitti. Ratkaisemalla käytettävästä hinnoittelumallista se volatilitiitti, jolla teoreettinen hinta ja markkinahinta ovat yhtäläisiä, saadaan ns. implisiittinen volatilitiitti, jonka voidaan siis edellisen perusteella katsoa heijastavan markkinoiden odotusta tulevasta volatilitiitista.

Koska markkinoilla noteerataan yhtäaikaaisesti lukuisia eri optiosopimuksia, voidaan markkinoiden volatilitiittia estimoida yksittäisten sopimusten implisiittisten volatilitiittien perusteella. Tähän tarkoitukseen soveltuvia tekniikoita ovat esittäneet mm. Latane ja Rendleman (1976) ja Beckers (1981). Seuraavassa esitettävät tavat eivät luonnollisestikaan enää odota markkinoiden volatilitiittia vakioksi.

Latanen ja Rendlemanin mukaan havaitut implisiittiset volatilitiitit ennustavat tulevaa volatilitiittia paremmin kuin historialliset volatilitiitit ja että eri sopimuksista lasketuista implisiittisistä volatilitiiteista voidaan muodostaa painotettu keskiarvo koko markkinoiden volatilitiitin määrittämiseksi. Painoina kunkin optiosopimuksen kohdalla tulisi käyttää option vegaa eli option hinnan osittaisderivaattaa suhteessa volatilitiittiin. Kritiikkiä kyseinen tapa on saanut siitä, että kyseiset painot eivät välttämättä summaudu ykköseen. Beckersin ratkaisu eri sopimusten painoarvoon markkinoiden volatilitiittia määritettäessä on yksinkertainen:

lukuisten eri painotustapojen kokeilun jälkeen hän päätyy ehdottomaan, että markkinoiden volatiliteetti on yhtäläinen sen sopimuksen volatiliteetin kanssa, jolla on suurin vega-arvo.⁵⁴ Suomalaisten indeksiopiomarkkinoiden volatiliteettia aikavälillä 2.5.1988-29.12.1989 tutkiessaan Kahra ja Kanto havaitsivat, että BS-mallin perusteella lasketut FOX-myyntioptioiden implisiittiset volatiliteetit ovat olleet korkeampia kuin FOX-osto-optioiden eli toisin sanoen, myyntioptiot ovat olleet ylihinnoiteltuja suhteessa osto-optioihin (option hinta kasvava funktio volatiliteetista). Tämä ei kuitenkaan välttämättä tarkoita, että myynti-osto-pariteetti voitaisiin hylätä suomalaisilla markkinoilla, sillä Kahran ja Kannon työssä ei esitetty relevanttia transaktiokustannus tarkastelua.⁵⁵

Toinen havainto Kahran ja Kannon työssä oli, että varsinkin myyntioptioiden implisiittiset volatiliteetit olivat lähes poikkeuksetta korkeampia kuin historialliset volatiliteetit. Tähän he esittävät perusteluina sitä, että markkinaosapuolien odotukset eivät joko ole rationaalisia tai toisaalta sitä, että myyntioptioiden asettajat vaativat erillisen riskipreemion ("normaalin" preemion lisäksi) tarjotessaan portfolion haltijoille mahdollisuuden suojautua myyntioptioiden avulla. Suurin syy havaittuihin poikkeamiin lienee kuitenkin ollut FOX-indeksin voimakas autokorrelaatio tarkasteluperiodilla (2.5.1988 - 31.12.1989); olihan koko periodilta laskettu ensimmäiseen asteen autokorrelaatiokerroin peräti 0.344.⁵⁶

On tietenkin selvää, että teoriassa historiallisen ja implisiittisen volatiliteetin ero ei voi olla jatkuva. Edelläesitetyn perusteella ero ei kuitenkaan näyttäisi johtuvan optioiden väärin hinnoittelusta vaan pikemminkin tehottomista osakeindekseistä.

4.2. Stokastisen volatiliteetin määrittäminen

Edeltävissä jaksoissa on esitetty lukuisia havaintoja, joiden perusteella Blackin ja Scholesin tekemä oletus kohde-etuuden tuottojen Brownin liikkeestä voidaan osoittaa paikkaansa pitämättömäksi. Periaatteessa jo havaittu ensimmäisen asteen voimakas autokorrelaatio riittää hylkäämään oletuksen satunnaiskulkuprosessista. Kuten jo aiemmin mainittua, stokastisen volatiliteetin tutkimus ja mallittaminen on viime aikoina saanut runsaasti huomiota

⁵⁴ Latane ja Rendleman (1976) ja Beckers (1981).

⁵⁵ Kahra ja Kanto (1991, s. 4-7 ja liite A).

⁵⁶ Kahra ja Kanto (1991, s.5 ja 7 ja liite A).

optioteorian tutkimuksessa. Nämä tutkimukset voidaan jakaa kahteen osaan: tutkimuksiin, joissa käsitellään Brownin liikkeelle vaihtoehtoisin stokastisiin prosesseihin perustuvia hinnoittelumalleja ja toisaalta tutkimuksiin, joissa stokastista volatiliteettia pyritään mallittamaan BS-mallin puitteissa. Seuraavassa esitetään keskeisiä tuloksia ja havaintoja muutamasta jälkimmäisen tyyppisestä tutkimuksista.

4.2.1 Wigginsin tutkimus vuodelta 1987

J.B. Wigginsin vuonna 1987 kehittämä hinnoitteluyhtälö perustuu olettamukselle, että kohdeetuuden tuotto-prosessi seuraa yleistä, jatkuva-aikaista prosessia, joka sallii tuottojen ja volatiliteetin muutosten välisen epätäydellisen korrelaation sekä keskiarvoonsa palautuvan (mean reverting) volatiliteettiprosessin. Wigginsin tarkoituksena on mallittaa aikaisemmissä tutkimuksissa havaitut, mutta mallittamatta jääneet havainnot tuottojen ja volatiliteetin välisestä epätäydellisestä riippuvuudesta ja volatiliteettishokkien esiintymisestä. Toisin kuin esimerkiksi BS-mallissa, Wigginsin volatiliteettimallissa esiintyy kaksi sijoittajan preferensseihin liittyvää parametria: osakkeeseen liittyvä riskipremio ja osakkeen kanssa korreloimattomaan salkkuun liittyvän riskin markkinahinta. Näihin parametreihin liittyvät sijoittajan hyötyfunktio ja niiden funktiomuodot estävät absoluuttisen suljetun muodon ratkaisun löytymisen Wigginsin mallille. Myöhemmissä estimoinneissa Wiggins on oletanut sijoittajalle koituvan hyödyn kumuloituvan logaritmisesti (logaritminen hyötyfunktio).⁵⁷

Wigginsin työn kohteena oli kahdeksan yksittäistä osakeoptiota ja kaksi osakeindeksiä, S&P500- ja CRSP-indeksi ja niiden volatiliteettien stokastisten ominaisuuksien vaikutus BS-mallilla laskettuihin hintoihin ajanjaksolla heinäkuu 1962 - joulukuu 1984. Wiggins estimoi aluksi volatiliteettimallinsa parametrit kahden, neljän ja kahdeksan päivän intervalleilla, joiden aikana volatiliteetin odotettiin pysyvän vakiona. Tämän jälkeen, estimoitujen parametrien perusteella, muodostettiin tarkastelujaksolta suhteelliset implisiittiset volatiliteetit toiselle osakeindekseistä (S&P 500) ja yhdelle osakkeelle (ITT) ja edelleen BS-mallin mukaiset teoreettiset hinnat.⁵⁸

⁵⁷ Wiggins (1987, s. 351-352). Tutkimuksista, joiden havaintojen pohjalta Wiggins malliaan kehitti, voidaan volatiliteettishokkien osalta mainita esim. Beckers (1983) ja Poterba ja Summers (1986) ja ”odotustenvastaisen” korrelaation osalta Black (1976) ja Beckers (1980).

⁵⁸ Wiggins (1987, s. 363-365). Aiheen rajauksen kannalta tässä yhteydessä esitetään ainoastaan keskeiset tulokset Wigginsin työstä; mallin sisällöstä ja spesifikaatioista saa tietoa tutustumalla tarkemmin ko. tutkimukseen.

Suoritettujen parametriestimointien perusteella Wiggins havaitsi, että osakeindeksien volatilitetit käyttäytyvät yksittäisten osakkeiden volatiliteetteihin verrattuna eriävästi: osakeindeksien osalta volatiliteettishokit kestivät kauemmin, mutta volatiliteetin prosentuaalisiin muutoksiin liittyvä epävarmuus oli pienempi. Havainnot tukevat väitettä, että yrityskohtaisen informaation julkaisu aiheuttaa suurempaa heilahtelua pörssikursseissa kuin makrotaloudellisen informaation julkaisu aiheuttaa osakeindekseissä.⁵⁹

S&P 500- osakeindeksille estimoitujen painotettujen implisiittisten volatiliteettien perusteella Wiggins toteaa, että pitempimaturiteettisten indeksin osto-optioiden osalta BS-malli ylihinnoittelee miinusoptioita ja vastaavasti alihinnoittelee plusoptioita, johtuen juuri edellämainitusta ”odotustenvastaisesta” korrelaatiosta volatiliteetin muutosten ja osakkeiden tuottojen välillä. Lisäksi pidemmältä aikaintervallilta (kahdeksan päivää) lasketut volatiliteettiestimaatit tuottivat tilastollisesti merkittävämpiä tuloksia. ITT:n osakkeen osto-option osalta Wiggins ei löytänyt selkeitä eroja eri aikaintervalleilta laskettujen volatiliteettiestimaattien välillä.⁶⁰

4.2.2 Hullin ja Whiten tutkimus vuodelta 1987

Hull ja White esittävät tutkimuksessaan Taylorin sarjakehitelmään perustuvan ratkaisun option hinnalle tapauksessa, jossa stokastinen volatiliteetti on riippumaton kohde-etuuden spot-hinnasta. He määrittelevät stokastisen volatiliteetin keskimääräisenä volatiliteettina (mean variance) yli tarkasteltavan ajan ja yhdistävät tähän Garmanin vuonna 1976 esittämän differentiaaliyhtälö-muotoisen ehdon, joka dynaamisista tilamuuttujista (state variables) riippuvan arvopaperin kohdalla täytyy täyttyä. Suurin ongelma heidän lähestymistavassaan on määrittää analyyttinen jakauma keskimääräiselle volatiliteetille - tästä seurauksena Taylorin sarjakehitelmät ja numeeristen ratkaisujen etsiminen Monte Carlo - simuloinnilla.⁶¹

Simuloidessaan optioiden hintoja volatiliteettiestimaattiansa perusteella ja vertaillaessaan näitä hintoja BS-mallin tuottamiin hintoihin, Hull ja White toteavat seuraavaa: tapauksissa, joissa

⁵⁹ Wiggins (1987, s. 364).

⁶⁰ Wiggins (1987, s. 366-367).

⁶¹ Hull ja White (1987, s. 281-292). Myös tämän tutkimuksen yhteydessä pidättäydytään lähinnä keskeisten tulosten tarkastelussa.

stokastinen volatilitiitti ja kohde-etuuden hinta eivät korreloi, BS-malli ylihinnottelee tasaoptioita ja alihinnottelee ”suuria” (deep) miinus- ja plusoptioita. Suurimmillaan BS-mallin hinnoitteluvirheet verrattuna Hullin ja Whiten malliin olivat noin viiden prosentin luokkaa. Kun osakkeen pörssikurssin ja sen volatilitiitin välillä oletettiin positiivinen korrelaatio, BS-malli alihinnotteli miinusoptioita ja ylihinnotteli plusoptioita. Kun korrelaatio oli negatiivinen, tilanne oli juuri käänteinen.⁶²

Vaihdelleessaan optioiden jäljellä olevaa maturiteettia ja erääntymishintaa, Hull ja White havaitsivat, että pitempimaturiteettisten optioiden BS-mallilla lasketut implisiittiset volatilitiitit olivat poikkeuksetta alhaisempia kuin lyhyemmän maturiteetin omaavien optioiden implisiittiset volatilitiitit, jos edellisessä vaiheessa BS-malli oli ylihinnottellut kyseiset optiot. Tätä Hull ja White selittävät sillä, että BS-mallin antama option hinta on lokaalisti konkaavi suhteessa volatilitiettiin. Tämä tarkoittaa sitä, että volatilitiitin kasvattaminen n prosentilla nostaa option hintaa suhteessa vähemmän kuin volatilitiitin laskeminen n prosentilla vähentää. Eli kun jäljellä oleva maturiteetti kasvaa, stokastisen volatilitiitin vaihtelu kasvaa, korostaen yhä enemmän konkaavisuuden vaikutuksia. Käänteinen ilmiö oli havaittavissa tapauksissa, joissa BS-malli alihinnotteli optioita.⁶³

Maturiteettivaikutuksen (time-to-maturity effect) osalta Hull ja White päätyvät vielä toteamaan sen olevan merkittävin miinusoptioilla ja heikoin plusoptioilla. Tältä osin tulokset ovat samansuuntaisia Rubinsteinin⁶⁴ saamiin tuloksiin, mutta maturiteettivaikutuksen suunnan osalta Rubinsteinin tulokset osoittivat Hullin ja Whiten tuloksille osittain vastakkaisia suuntia. Maturiteetin ja erääntymishinnan vaikutuksista stokastiseen volatilitiettiin palataan työn myöhemmässä vaiheessa.⁶⁵

4.2.3 Cox ja Ross - malli

Mielenkiintoisen lisän optioiden hinnoitteluun antaa Coxin ja Rossin vuonna 1976 kehittämä malli, jonka avulla pystytään ratkaisemaan option hinta Brownin liikkeelle vaihtoehtoisten

⁶² Hull ja White (1987, s. 292-299).

⁶³ Hull ja White (1987, s. 295-297).

⁶⁴ Rubinstein (1985).

⁶⁵ Hull ja White (1987, s. 292-298).

stokastisten prosessien tapauksessa. Malli on BS-mallin tapaan täysin riippumaton sijoittajien riskiasenteista ja se mukaan osto-option hinta voidaan esittää yhtälönä

$$(23) C_t = \exp[-r(T-t)] \int_K^{\infty} (S_T - K) dF(S_T | S_t).$$

Ylläolevassa yhtälössä F esittää sen jakauman kertymäfunktiona, jota kohde-etuuden muutosten katsotaan noudattavan välillä $T-t$. Mallin avulla pystytään ratkaisemaan option hinta mille tahansa stokastiselle prosessille, joka generoi esim. FOX-indeksin muutoksia. Ainoana ja usein rajoittavana vaatimuksena on, että tunnemme kohde-etuuden hinnan todennäköisyysjakauman. Jos jakaumasta ei ole tarkkaa tietoa, voidaan ratkaisua etsiä simuloimalla jakauman momenteja esim. Monte Carlo-simulointien avulla.⁶⁶

4.2.4 ARCH- ja GARCH-mallit stokastisen volatiliiteetin määrittäjinä

Monissa viimeaikaisissa volatiliiteettitutkimuksissa on myös esitetty, että stokastista volatiliiteettia generoi jokin sellainen prosessi, jonka tuottamat volatiliiteettiennusteet ovat riippuvaisia sekä volatiliiteetin omista viiveistä sekä niitä generoivaan prosessiin kohdistuvista ”shokeista”. Eli toisin sanoen, kohde-etuuden hintaprosessin ehdollinen varianssi ei ole vakio. Tällaisia malleja kutsutaan ARCH- ja GARCH-malleiksi⁶⁷ ja niiden käyttö varsinkin rahoitusmarkkinoihin liittyvien aikasarjojen ekonometriassa on nykyään erittäin yleistä.

Edellä kuvattuja prosesseja on sovellettu käytäntöön esim. Bollerslevin ja Mikkelsenin tutkimuksessa vuodelta 1996. Tarkastellessaan S&P 500-indeksin kehitystä vuosina 1953-1990, kyseiset tutkijat havaitsivat, että ko. indeksin muutokset ovat parhaiten mallinnettavissa keskiarvoonsa palautuvaksi, osittaisintegroituneeksi eksponentiaaliseksi GARCH-prosessiksi (FIEGARCH)⁶⁸. Tämän havainnon pohjalta kyseiselle indeksille määritettiin teoreettisia

⁶⁶ Cox ja Ross (1976). Lisää Monte-Carlo simuloinnin käytöstä FOX-indeksiopitoiden hinnoittelussa, ks. Jokivuolle (1991, s. 64-95).

⁶⁷ ARCH = Autoregressiivinen ehdollinen heteroskedastisuus, GARCH = yleistetty ARCH. ARCH-mallien uranuurtajana voidaan pitää R.F.Engleä (1982) ja GARCH-mallien kehittäjänä Tim Bollerslevia (1986).

⁶⁸ Tässä yhteydessä ei käsitellä tarkemmin keskiarvoon palautuvia prosesseja eli mean reversiota eikä osittaisintegroituvuuksia ja yksikköjuuria. Niistä kiinnostuneille voidaan suositella teoksia Poterba ja Summers (1988) ja Cuthbertson, Hall ja Taylor (1992).

hintoja perustuen neljään volatiliteetteja generoivaan prosessiin ja kolmeen hinnoittelumalliin (perinteinen BS-malli, ”Hull ja White-varianssikorjattu” BS-malli ja nykyarvo-malli). Tulokset simuloinneista esitetään taulukossa (5).

Taulukko 5. Simuloidut optioiden hinnat Bollerslevin ja Mikkelsenin tutkimuksessa.

Hinnoittelumalli / volatiliteettia generoiva malli	AR	AR-EGARCH	AR-IEGARCH	AR-FIEGARCH
C _{BS}	13.6/33.2/4.9	16.2/37.5/8.5	17.5/41.8/12.4	16.2/38.6/9.5
C _{HW}	12.6/31.4/3.8	14.0/33.2/5.3	15.1/36.8/8.2	14.1/34.2/6.0
C _{PV}	15.6/39.8/5.8	17.5/40.9/10.3	19.1/46.1/10.3	17.5/41.6/7.3

Taulukossa esitetään simuloidut osto-optioiden hinnat kolmelle eri hinnoittelumallille. Kunkin hinnoittelumallin ja generoivan mallin kohdalla on kolme hintaa: ensimmäisen hinnan kohdalla on kyse tasaoptiosta, jonka maturiteetti on 70 päivää, toisen hinnan kohdalla tasaoptiosta, jonka maturiteetti on 260 päivää ja kolmannen kohdalla miinusoptiosta, jonka erääntymishinta on 25% yli indeksin spothinnan ja jonka maturiteetti on 260 päivää. Lähde: Bollerslev ja Mikkelsen (1996, s. 178-179).

70 päivän päästä erääntyvien optioiden tapauksessa homoskedastisuuden perustuva AR-malli (itseasiassa, kyseinen prosessi on tutkimuksessa tarkennettu AR(3)-prosessiksi) tuotti alhaisimmat hinnat kaikilla hinnoittelumalleilla ja vastaavasti, integroitunut malli - IEGARCH-malli - tuotti korkeimmat hinnat. Osittaisintegroituneen ja eksponentiaalisen GARCH-mallin (EGARCH) tuottamat arvot ovat lähes identtiset.⁶⁹

Vasta pitemmällä aikavälillä osittaisintegroituneeseen mallin perustuvien volatiliteettiestimaattien luonne selviää paremmin. Vuoden pituisten tasaoptioiden kohdalla ko. mallin tuottamat arvot jäävät jokaisen sopimuksen kohdalla integroituneen ja ei-integroituneen mallin välille. Sama toistuu myös miinusoptioiden kohdalla, mutta nyt suhteelliset erot ovat huomattavasti suuremmat kuin tasaoptioiden tapauksessa.⁷⁰

Edellä esitettyjen tulosten perusteella voidaan todeta, että stokastisen volatiliteettiprosessin mallittaminen ja täsmentäminen on erittäin tärkeässä roolissa, kun optioiden teoreettisia hintoja määritellään. Tärkeys näyttää korostuvan entisestään, mitä pidemmistä sopimuksista

⁶⁹ Bollerslev ja Mikkelsen (1996, s. 174-180).

⁷⁰ Bollerslev ja Mikkelsen (1996, s. 177-180).

on kysymys. Puuttumatta enempää Bollerslevin ja Mikkelsenin työssään käyttämiin hinnoittelumalleihin ja niiden ominaisuuksiin, näyttäisi siltä, että ainakin ARCH- ja GARCH-lähestymistavoissa volatilititeettiprosessin määrittäminen olisi tärkeämmässä roolissa kuin itse hinnoittelumallin valinta.

4.3 Ncuben tutkimus vuodelta 1996

Vaikka ARCH- ja GARCH-pohjaiset tekniikat ja niihin liittyvät simulointitekniikat (Monte Carlo yms.) ovatkin osoittautuneet käyttökelpoisiksi niin optioiden teoreettisten hintojen kuin stokastisen volatilititeetinkin määrittämisessä, on niiden käytössä omat hankaluutensa. Ne ovat melko aikaa vieviä, vaativat usein mutkikkaita tietokoneajoja ja niillä on taipumus mennä melko monimutkaisiksi. On siis perusteltua etsiä yksinkertaisempia menetelmiä.

Mthuli Ncuben tutkimus vuodelta 1996 mallittaa FT-SE 100-indeksiin⁷¹ perustuvien indeksioptioiden stokastisia volatilititeetteja muuttujilla, jotka ovat tiedossa sijoituspäätöstä tehdessä ja joihin ei liity siis mitään epävarmuutta. Tällaisia muuttujia indeksioptioiden tapauksessa ovat jäljellä oleva maturiteetti ja option erääntymishinta. Lukuisissa aikaisemmissa tutkimuksissa kyseisillä muuttujilla ja BS-mallista lasketulla implisiittisellä volatilititeetillä on havaittu olevan selkeä yhteys⁷². Yleisesti ottaen puhutaan time-to-maturity-harhasta ja strike price-harhasta.⁷³

Ncuben tutkimuksen ajankohta on 3.11.1989- 30.3.1990 ja käytettävänä estimointimenetelminä ovat perinteinen PNS-menetelmä sekä dummymuuttuja- ja satunnaisten vaikutusten mallit⁷⁴. Ncuben tutkimusongelmana on yksinkertaisesti selvittää, millä menetelmällä regressioyhtälöt tuottavat parhaita estimaatteja tuleville volatilititeeteille ja miten näillä volatilititeettiestimaateilla lasketut BS-mallin hinnat eroavat niistä teoreettisista hinnoista, joissa on käytetty historiallista volatilititeettia. Lisäksi työn lopussa esitetään ns.

⁷¹ FT-SE 100 noteerataan sekä LIFFEssä (London International Financial Futures Exchange) ja LTOM:ssä (London Traded Options Market) ja kyseiseen indeksiin liittyvät optiot ovat eurooppalaisia.

⁷² Näihin tutkimuksiin palataan seuraavassa jaksossa, kun työn empiiristä viitekehikkoa hahmotellaan.

⁷³ Ncube (1996, s. 71-72)

⁷⁴ Kyseisiä menetelmiä esitellään tarkemmin luvussa 5.

osittaisen sopeutumisen malliin perustuva lähestymistapa, jolla voidaan analysoida optioiden hintojen muutoksia ja hinnoitteluvirheiden ”siirtymiä” eri periodien välillä (esim. päivittäin). Ensimmäisen estimoinnin Ncube suorittaa päivätasolla esunaimalla 26 päivälle (21.2.1990-28.3.1990) yksittäiset, yhtälön (24) mukaiset regressioyhtälöt

$$(24) \ln(\sigma_i) = \beta_0 + \beta_1 \tau + \beta_2 \tau^2 + \beta_3 K_i + \beta_4 D + u_i .$$

Ylläolevassa yhtälössä β_0 on vakiotermi [$\beta_0 = \ln(\sigma_0)$], jäljellä olevaa maturiteettia on merkitty τ :lla ja dummy-muuttuja D on asetettu siten, että se saa arvon yksi myyntioption tapauksessa ja arvon nolla osto-option tapauksessa. Virhetermin u_i odotusarvo on nolla ja varianssi vakio.

Kaikkien päiväkohtaisesti estimoitujen regressioyhtälöiden havaittiin olevan tilastollisesti merkitseviä viiden prosentin riskitasolla. Samalla riskitasolla kyseisten yhtälöiden vakiotermi, β_0 havaittiin merkitseväksi ja lisäksi se sai kaikissa yhtälöissä negatiivisen etumerkin. Tämä havainto voidaan tulkita siten, että vakioinen volatiliteetti on positiivinen ja pienempi kuin 100 %. Jäljellä olevan maturiteetin kerroin β_1 on negatiivinen kaikissa yhtälöissä -maturiteetin väheneminen siis kasvattaa volatiliteettia. Maturiteetin neliöllä ei ollut selkeästi tulkittavissa olevia vaikutuksia volatiliteettiin.⁷⁵

Eräntymishinnan vaikutus option hintaan on estimointien perusteella kaksijakoinen: kaikissa estimoiduissa yhtälöissä eräntymishinnan ja volatiliteetin välillä on positiivinen yhteys, mutta toisaalta eräntymishinnan kertoimet olivat merkitseviä vain 15 tapauksessa eikä mitään selkeää systematiikkaa ko. muuttujan ja tarkasteltavien päivien välillä havaittu. Kaikista oleellisista havainnoista ilmeni dummy-muuttujan kertoimessa: kertoimet olivat merkitseviä viiden prosentin riskitasolla ja näin siis myyntioptioiden volatiliteetti on Ncuben mukaan suurempi kuin osto-optioiden volatiliteetti. Tälle Ncube osoittaa selitykseksi sen, että myyntioptio tarjoaa ikäänkuin vakuutuksen suojautujalle ja täten siitä ollaan halukkaita maksamaan enemmän. Ja koska option hinta on kasvava funktio volatiliteetista, seuraa korkeammasta hinnasta myös suurempi volatiliteetti.⁷⁶

⁷⁵ Ncube (1996, s. 78).

⁷⁶ Ncube (1996, s. 74 ja 78).

Seuraavana vaiheena työssä oli vertailla päivittäisestä regressioyhtälöistä laskettujen volatiliteettien tehokkuutta. Tämä tapahtui siten, että päivittäisiin regressioyhtälöihin sijoitettiin tarkasteltavien optioiden seuraavan päivän jäljelläoleva volatiliteetti ja erääntymishinta eli toisin sanoen, volatiliteettia ennustettiin yhtälöiden perusteella päivä eteenpäin. Saadut volatiliteettiestimaatit sijoitettiin BS-malliin ja lopuksi laskettiin optioiden markkina-arvoista havaittujen poikkeamien MSE:t (keskineliövirheet) ja SSE:t (jäännöseliösummat) ja saatuja tuloksia verrattiin historiallisella volatiliteetilla (katso jakso 4.1.1) laskettujen teoreettisten hintojen tuottamiin vastaaviin virheisiin. Testausperiodi oli edelleen sama, 21.2.1990 - 28.3.1990 ja testattavia sopimuksia yhteensä 672.

Tulokset osoittivat, että ”uudella” volatiliteettiestimaattorilla lasketut optioiden hinnat korreloivat markkina-arvojen kanssa paremmin kuin historiallista volatiliteettia käytettäessä. Osto-optioiden tapauksessa 21:n päivän (yhteensä 25 kaupankäyntipäivää tarkastelujaksossa) osalta uusi tapa tuotti pienemmät MSE:t ja SSE:t kuin vanha tapa. Myyntioptioiden osalta uusi tapa osoitti paremmuutensa kuitenkin vain 14:ssä tapauksessa. Myöskään tässä tapauksessa ei löytynyt mitään selkeää sääntöä sille, milloin uusi tapa toimisi vanhaa paremmin tai päinvastoin. Suoritetun estimoinnin perusteella Ncube toteaa, että uuteen volatiliteettimenetelmään perustuvat teoreettiset hinnat ovat tarkempia kuin indeksin logaritmoitujen muutosten keskihajontaan perustuvat teoreettiset hinnat (historialliset volatiliteetit) ja täten estimoitujen yhtälöiden antamat volatiliteettiestimaatit heijastavat paremmin markkinoiden volatiliteettia.⁷⁷

Koko tarkasteluperiodin ajalle estimoiduksi regressioyhtälöksi Ncube sai PNS:ää käyttäen seuraavan yhtälön

$$(25) \ln(\sigma_i) = -7.2289 - 0.0049\tau + 0.000008\tau^2 + 0.0023K + 1.1027D + u.$$

(-9.828) (-5.115) (2.649) (7.171) (21.407)

Kaikki yhtälön (25) kertoimet ovat merkitseviä viiden prosentin merkitsevyystasolla ja niitä vastaavat t-arvot ovat sulkeissa. Mallin selitysasteeksi saatiin 0.479. Jälleen voidaan havaita, että vakiotermi on negatiivinen ja jäljellä olevan maturiteetin etumerkki negatiivinen, aivan kuten päivittäistenkin yhtälöiden tapauksessa. Myöskin erääntymishinnan vaikutus on

⁷⁷ Ncube (1996, s. 79)

yhtäläinen aiempien tulosten kanssa; korkeampi erääntymishinta kasvattaa volatilitteettia. Jälleen on myös havaittavissa, että myyntioptioiden volatilitteetti on korkeampi kuin osto-optioiden ja lisäksi, t -arvonsa perusteella dummy-muuttuja on mallin merkittävin selittäjä. Varsinaisten paneelidataestimointien tuloksia käsitellään tarkemmin luvussa 6.⁷⁸

4.4 Empiirinen tutkimusongelma ja käytettävä aineisto

4.4.1 Tutkimusongelmasta

Tämän tutkielman empiirisen osan tarkoituksena on selvittää, miten hyvin B76-mallin avulla pystytään määrittämään suomalaisten FOX-indeksioptioiden markkinahintoja, kun volatilitteettien estimoinnissa käytetään hyväksi paneelidatamalleja ja toisaalta myös se, mikä tarkasteluun valituista mallityypeistä tuottaa parhaat estimaatit tulevaisuuden volatilitteeteille ja täten myös tarkimmat optioiden hinnat. Onko FOX-indeksioptioiden volatilitteettiprosessissa mukana joitain sellaisia komponentteja, jotka tulevat esiin paneelidataestimointien tuottamissa yhtälöissä?

Työssä analysoidaan myös paneelidatamallien tuottamien regressiopohjaisten volatilitteettiestimaattien suhdetta historialliseen volatilitteettiin ja lopuksi hahmotellaan ns. osittaisen sopeutuksen mallia, jonka avulla voidaan selvittää, missä määrin tämän periodin hinnoitteluvirheet siirtyvät seuraavalle periodille. Työn empiirisen osan runko noudattelee osiltaan edellä mainittua Mthuli Ncuben tutkimusta vuodelta 1996.

Tutkimuksen lähtökohtana ovat kaksi, jo aiemmin esiin tullutta keskeistä havaintoa aikaisemmista tutkimuksista: FOX-indeksin päivittäiset muutokset eivät noudata jatkuva-aikaista satunnaiskulkuprosessia ja edelleen, stokastinen volatilitteetti on funktio (ainakin) jäljellä olevasta maturiteetista ja option erääntymishinnasta⁷⁹ eli parametreista, joiden arvoihin ei liity mitään epävarmuutta ja joiden avulla tulevaisuuden volatilitteettia pystytään ennustamaan. Tässä tutkielmassa ei haluta rajata pois mahdollisuutta, että volatilitteetti olisi

⁷⁸ Ncube (1996, s. 79).

⁷⁹ Ks. esim. Rubinstein (1985), Emanuel ja MacBeth (1982) ja Choi ja Wohar (1994).

myös funktio vallitsevasta korkotasosta tai option todennäköisyydestä toteutumiselle⁸⁰, mutta tässä yhteydessä halutaan rajoittua ainoastaan ennakoilta varmoihin muuttujiin.

Aikaisemmissa tutkimuksissa on myös havaittu, että myynti- ja osto-optioiden volatilitetit eroavat toisistaan. Onko kyseistä ilmiötä havaittavissa Suomen indeksiopiomarkkinoilla ja missä laajuudessa? Myös tähän ja moneen muuhun kysymykseen etsitään vastausta. Saatuja tuloksia ja näistä tehtäviä johtopäätöksiä havainnollistetaan ja tarkennetaan mm. taulukoiden ja tilastollisten testisuureiden avulla.

4.4.2 FOX-indeksiopiot- ja termiinit

Työn empiirisessä osassa käytettävä tilastoaineisto koostuu nykyisen HEXin, entisen SOMin noteraamista FOX-indeksiopioista ja -termiineistä, jotka taas puolestaan perustuvat FOX-indeksiin, jonka tarkoituksena on heijastaa mahdollisimman hyvin Suomen osakemarkkinoiden muutoksia. FOX-indeksi muodostetaan 25:stä Helsingin Arvopaperipörssissä eniten vaihdetusta osakkeesta. Indeksien rakenne tarkastetaan puolivuositain ja osakekoriin otetaan edellisen vuosipuoliskon 25 vaihdetuinta osaketta. Uudet osakekorit tulevat indeksin pohjaksi helmi- ja elokuun alussa.⁸¹

FOX-indeksin koriarvokerroin on 100 eli yksi indeksin piste vastaa 100 markkaa. FOX-indeksiä päivitetään reaaliaikaisesti ja se päivittyy aina, kun indeksiin kuuluvalla osakkeella tehdään pörssierän suuruinen kauppa. FOX on ns. pääomapainotteinen osakeindeksi eli kunkin osakesarjan paino indeksissä perustuu sen pörssiarvoon. Koska viime vuosina Nokia on dominoinut pörssin vaihtoa, asetettiin marraskuussa 1995 yhden yhtiön painolle FOX-indeksissä 20%:n painorajoite, jotta FOX-indeksi sopisi muuhunkin kuin Nokia-pitoisen osakesalkun kanssa operoimiseen. Ilman kyseistä rajoitetta Nokian paino indeksissä olisi lähes 50%.⁸²

⁸⁰ Tämän tyyppisiä havaintoja ovat esittäneet mm. Rindell (1991) ja Bossaerts ja Hillion (1988).

⁸¹ Suomen Optiomeklarit OY (1997a, s. 7-8).

⁸² Suomen Optiomeklarit OY (1996, s. 7-9) ja (1997a, s. 8).

Vertailtaessa FOX-indeksiä kaikki pörssiosakkeet kattavaan HEX-indeksiin, voidaan todeta, että aikavälillä 2.5.1988 - 31.12.1996 ko. indeksien välinen korrelaatio oli 0.926 ja 85,8 % FOXin muutoksista oli selitettävissä HEXin muutoksilla. FOX-indeksin vuosittaiset historialliset volatilitetit samalla aikaperiodilla vaihtelivat 9,11 ja 25,79 %:n välillä.⁸³

4.4.2.1 Kaupankäynti FOX-indeksioptioilla- ja termiineillä

FOX-indeksioptioilla tehdään kauppaa sekä osto- että myyntioptioilla. FOX-osto-option ostajalla (haltijalla) on oikeus ostaa ja myyjällä (asettajalla) velvollisuus myydä indeksin pohjana oleva osakekori lunastuspäivänä erääntymishintaan. Myyntioption tapauksessa oikeus myydä on haltijalla ja velvollisuus ostaa asettajalla. FOX-indeksioptiot ovat tyypiltään eurooppalaisia eli ne voidaan lunastaa vain lunastuspäivänä eikä milloin tahansa voimassaoloaikana. Optiopremion eli option hinnan maksaa aina FOX-indeksioption haltija. FOX-indeksioptioiden kauppa selvitetään nettoarvon tilityksenä.

Kaupankäynti FOX-indeksioptioilla on järjestetty siten, että kaupankäynnin kohteena on aina kaksi voimassaoloajaltaan eripituista FOX-indeksiptionsarjaa. FOX-indeksioptioiden maturiteetti on noin neljä kuukautta ja ne päättyvät aina parillisina kuukausina, tarkemmin sanoen, päättymiskuukauden neljäntenä torstaina. Uutta indeksioptiota avattaessa avataan aina sekä myynti- että osto-optio. Toteutushinnat porrastetaan siten, että alle 300 indeksiyksikön toteutushinnoille porrastus on 10 indeksiyksikköä, 300-900 indeksiyksikön toteutushinnoille 20 indeksiyksikköä ja yli 900 indeksiyksikön toteutushinnoille 30 indeksiyksikköä. Uutta indeksiptionsarjaa avattaessa yksi optio asetetaan mahdollisimman lähelle FOX-indeksin sen hetkistä arvoa ja muutama (yleensä 3-5) sen molemmille puolille.⁸⁴

FOX-indeksitermiinien kauppaan pätevät oikeastaan samat säännöt kuin indeksioptioihin. Indeksitermiinien osalta on kuitenkin kaupankäynnin kohteena neljä eripituista FOX-indeksitermiinisarjaa. On hyvä muistaa, että termiinkauppaan ei liity mitään vakioitua erääntymishintaa, vaan kaupankäynnin osapuolet antavat osto- ja myyntitarjouksia sopimushinnasta. Tärkeä ja monesti välttämätön seikka käytännön sovellusten kannalta on, että FOX-indeksioptiot ja -termiinit erääntyvät samoina päivinä. Eli löydämme

⁸³ Suomen Optiomeklarit OY (1997b, s. 38).

⁸⁴ Suomen Optiomeklarit OY (1997b, s. 8) ja Jokivuolle (1990, s.41-42).

käsittelmällemme FOX-indeksiopiolle aina vertailukohdaksi FOX-indeksitermiinin, jonka jäljellä oleva maturiteetti on sama.⁸⁵

4.4.3 Käytettävä aineisto ja empiirisen osan runko

Tässä työssä käytetään tutkimusaineistona FOX-indeksioptioiden ja -termiinien päivittäisiä noteerauksia aikavälillä 28. 2.1997- 7.4.1997. Kunkin option kohdalla noteerauksena/markkinahintana käytetään päivän päätöskurssia. Jokaiselta päivältä otetaan tarkasteluun kuusi osto-optiota ja kuusi myyntioptiota ja koska estimointiperiodi kattaa 24 kaupankäyntipäivää, saamme yhteensä 288 havaintoa. Kyseisen periodin ja sarjojen valintaa puolsi se tosiasia, että kyseisellä aikavälillä markkinat olivat kohtuullisen likvidit monen optiosarjan osalta ja toisaalta myös se, että tarkasteluperiodille ei satu yhtään erääntymispäivää. Usein on nimittäin havaittu, että lähellä erääntymispäivää option hinnan rajaehdot (ks. luku 2) rikkoontuvat varsinkin alarajan kohdalta ja tällöin implisiittisen volatilitetin laskeminen on mahdotonta.⁸⁶ Erääntymispäivän ympäristön rajaaminen tutkimusperiodin ulkopuolelle säästää myös ns. erääntymisviikko- vaikutukselta (expiration week effect) eli niiltä vaikutuksilta, joita kaupankäynnin volyymien siirtyminen myöhemmin erääntyviin sarjoihin aiheuttaa⁸⁷. Tutkimusaineisto koostuu pääasiassa optioista, jotka kuuluvat taulukon 6 osoittamiin optiosarjoihin.

Taulukko 6. Yhteenveto käytettävästä tutkimusaineistosta.

Optiosarja (päättymiskuukauden ja erääntymishinnan mukaan)	Erääntymispäivä	Optiotyyppi	Sarjan jäljellä oleva maturiteetti 28.2.97
FOXD (1020, 1050 ja 1080)	24.4.1997	osto-optio	37 päivää
FOXF (1020, 1050 ja 1080)	26.6.1997	osto-optio	79 päivää
FOXP (930, 960 ja 990)	24.4.1997	myyntioptio	37 päivää
FOXR (930, 960 ja 990)	26.6.1997	myyntioptio	79 päivää

⁸⁵ Suomen Optiomeklarit OY (1997b, s. 8).

⁸⁶ Jokivuolle (1990, s. 61).

⁸⁷ Erääntymisviikkovaikutuksesta, ks. Officer ja Trennepohl (1981, s. 78-79).

Koska indeksioptioiden teoreettiset hinnat muodostetaan B76-mallin avulla, on FOX-indeksitermiineistä muodostettu aikasarja siten, että jokaista indeksioptiota vastaa indeksitermiini, jonka jäljellä oleva maturiteetti on yhtäläinen indeksioption maturiteetin kanssa.

Jos joltain päivältä ei ole saatavissa noteerausta ylläesitettyihin sarjoihin kuuluvista optioista eli sillä ei ole käyty kauppaa kyseisenä päivänä, korvataan tämä optio samantyyppisellä ja saman erääntymispäivän omaavalla optiolla. Jos tällaista sopimusta ei ole löydettävissä, käytetään osto- ja myyntinoteerauksen keskiarvoa⁸⁸. Puuttuvat termiin päätöskurssit korvataan sitä vastoin suoraan osto- ja myyntinoteerauksen keskiarvona, koska kyseinen keskiarvo haarukoi ko. periodilla päätöskurssin melko hyvin.

Ensimmäisenä vaiheena on implisiittisten volatilitteettien laskeminen kaikille sopimuksille. Koska volatilitteetti esiintyy käytettävässä B76-mallissa kertymäfunktion argumenttina, joudutaan implisiittiset volatilitteetit iteroimaan sopimuskohtaisesti. Tämä tapahtuu ns. Newton-Raphson menetelmää ja eräitä tietokoneohjelmia (mm. Maple ja Excel) hyväksi käyttäen.

Tämän jälkeen estimoidaan jokaiselle päivälle erikseen yhtälön (24) tyyppiset regressioyhtälöt; kuitenkin sillä erotuksella, että jätämme selittävien muuttujien joukosta pois jäljellä olevan maturiteetin neliön ja dummy-muuttujan . Tämä siksi, että havaintoaineistomme pienuus (12 havaintoa päivittäin), laatu (osto-optioiden merkintähinnat poikkeuksetta myyntioptioiden merkintähintoja suurempia) ja vain kahden eri erääntymispäivän optiot aiheuttaisivat päiväkohtaisia yhtälöitä estimoitaessa todennäköisesti multikollineaarisuusongelman (ks. alaviite 92), jos jäljellä olevan maturiteetin neliö ja dummy-muuttuja otettaisiin mukaan selittäviksi muuttujiksi. Tästä seuraisi, että muuttujien korrelatiomatriisit menisivät helposti idempotenteiksi ja estimointia ei välttämättä voitaisi suorittaa. Ja vaikka estimointi olisikin mahdollista, estimoidut kertoimet olisivat todennäköisesti erittäin epästabiileja. Tilanne ei parane, vaikka havaintojen määrää lisättäisiin:

⁸⁸ Osto- ja myyntinoteerauksen keskiarvon käytön perusteet markkinahinnan estimaattina heikkenevät, mitä suurempi niiden välinen erotus on. Toinen vaihtoehto olisi jättää pois ne päivät, jolloin ei päätöskurssia tai järkevää substituuttia jollekin ylläesitettyihin sarjoihin kuuluvalla sopimukselle ole käytettävissä, mutta Suomen markkinoiden kapeus ”pakottaa” esitettyyn ratkaisuun. Lisää markkinahinnan estimaateista, ks. Jern (1991, s. 8).

Suomen indeksiopiomarkkinoilla on liikkeellä samanaikaisesti vain kahta eripituista optiosopimusta ja lisäksi yleinen trendi on, että vilkkaimman kaupankäynnin kohteena olevien osto-optiosarjojen merkintähinnat ovat myyntioptiosarjojen merkintähintoja suurempia! Estimoinnissa kohdattavia ongelmia tarkastellaan vielä luvun kuusi alussa. Edellisen perusteella estimoitava funktio on siis muotoa

$$(26) \ln(\sigma_i) = \beta_0 + \beta_1 \tau + \beta_2 K_i + u_i .$$

Yhteensä estimoidaan 24 yhtälöä, käyttäen PNS-menetelmää. Luonnollisen logaritmin käyttö poistaa negatiivisten volatilitteestimaattien mahdollisuuden ja tärkeä on myös huomata, että erotuksena Ncuben regressioyhtälöön, mallin vakiotermi ei ole logaritimuodossa.

Seuraavana vaiheena on estimoida ko. yhtälöiden avulla volatilitetteja ja edelleen optioiden hintoja B76-mallia käyttäen. Eli esim. maaliskuun kolmannen päivän yhtälön perusteella estimoidaan maaliskuun neljännen päivän volatilitteettia ja option teoreettista hintaa jne. Saatuja optioiden hintoja verrataan sekä historiallisella volatiliteteilla laskettuihin hintoihin että tietenkin markkinahintoihin ja esitetään saatujen tulosten perusteella johtopäätökset.

Seuraavassa vaiheessa luovutaan päiväkohtaisista yhtälöistä ja estimoidaan yhtälö (26)' koko tarkasteluperiodille käyttäen edelleen PNS-menetelmää, mutta myös hiukan sofistikoituneempia menetelmiä paneelidata-aineiston käsittelyyn eli dummy-muuttuja- ja satunnaisten vaikutusten menetelmää, joita käsitellään yksityiskohtaisemmin seuraavassa luvussa.⁸⁹

$$(26)' \sigma_i = \beta_0 + \beta_1 \tau + \beta_2 K_i + u_i .$$

Saatujen yhtälöiden ominaisuuksia puntaroidaan ja lopuksi mallit laitetaan ”paremmuusjärjestykseen”, käyttäen Breusch-Paganin LM-testiä ja Hausmanin spesifikaatiotestiä. Valitun mallin kyky ennustaa tulevia volatilitetteja ja tätä kautta FOX-indeksiopitioiden hintoja testataan samaan tapaan kuin päivittäisten regressioyhtälöiden

⁸⁹ Syy siihen, että koko estimointiperiodia koskevat funktiot estimoidaan lineaarisessa muodossa loglinearisuuden sijaan, on puhtaasti laskentateknillinen eikä kyseinen toimenpide vaikuta tulosten suuntaan.

tapauksessa. Työn empiirisen osan lopuksi hahmotellaan hinnoitteluvirheiden osittaista sopeutumista yhtälöiden (27) ja (27)' muodossa

$$(27) [C_{Ma(t+1)} - C_{Ma(t)}] = \alpha + \beta [C_{Ma(t)} - C_{Mo(t)}] + u_t \text{ tai}$$

$$(27)' [P_{Ma(t+1)} - P_{Ma(t)}] = \alpha + \beta [P_{Ma(t)} - P_{Mo(t)}] + u_t.$$

Yhtälöiden vasemmat puolet kuvaavat päivien välisiä muutoksia osto- ja myyntioptioiden hinnoissa ja oikealla puolella on kuvattu päivittäisiä eroja optioiden markkinahintojen ja teoreettisten hintojen välillä. Kyseiset mallirakenteet konstruoidaan sekä historialliseen volatiliteettiin perustuville B76-mallin hinnoille ja LM-testien perusteella parhaaksi todetun volatiliteestimaattorin mukaisille B76-hinnoille. Jo tässä vaiheessa voidaan todeta, että jos ylläolevissa yhtälöissä parametri β eroaa merkittävästi nolasta, ennustaa malli optioiden markkinahintojen muutoksia ja toisaalta, mitä suuremman arvon β saa, sitä täydellisempää sopeutuminen hinnoissa on.⁹⁰

Jotta sekaannuksilta vältyttäisiin, on hyvä ottaa esiin eräs terminologinen seikka. Tästä edespäin yhtälöön (26) pohjautuvien regressioyhtälöiden tuottamia volatiliteetteja, jotka ovat funktioita maturiteetista (τ) ja erääntymishinnasta (K), kutsutaan REGRESSIOON PERUSTUVIKSI IMPLISIITTISIKSI VOLATILITEETEIKSI (RISD).

Optioiden teoreettisia hintoja laskettaessa riskittömänä korkona käytetään kolmen kuukauden Helibor-korkoja siten, että ne saatetaan jatkuva-aikaisiksi, vuositason koroiksi (r_v) kaavan (28) mukaisesti

$$(28)r_v = \frac{365}{90} * \ln\left(1 + \left(\frac{90}{365}\right) * r_m\right) \quad r_m = \text{kolmen kuukauden Helibor-korko.}$$

Tässä työssä ei oteta huomioon optiokaupan transaktiokustannuksia optioiden teoreettisia arvoja laskettaessa. Tämä siksi, että emme tarkastele arbitraasin mahdollisuutta optiomarkkinoilla vaan volatiliteetin ja mahdollisten hinnoitteluvirheiden tasoa. Todellisuudessa nämä kustannukset ovat noin yhden prosentin luokkaa HEXin optiokaupassa.

⁹⁰ Ncube (1996, s. 71-78).

5. KÄYTETTÄVÄT ESTIMOINTIMENETELMÄT

Tässä luvussa esitellään tarkemmin stokastisen volatilitteen estimoinnissa käytettävät estimointimenetelmät- (PNS)-, dummy-muuttuja- ja satunnaisten vaikutusten menetelmä⁹¹ ja pohditaan näiden paneelidatamallien ominaisuuksia taloudellisten aikasarjojen ominaisuuksien ilmentäjinä. Luvun lopussa esitetään kuvailevaa статистиikkaa käytettävästä aineistosta ja pohditaan FOX-indeksin ja FOX-indeksitermiinien tuottojen jakaumia sekä estimointiperiodilla että pidemmällä aikavälillä.

5.1 Paneelidatan ominaisuuksia

Yhtälön (26) estimointi päiväkohtaisesti on mielekästä siinä mielessä, että meidän tarvitsee estimoida volatilitetteja ainoastaan päivä eteenpäin; huomennahan meillä on jo uutta tietoa käytettäväksi estimoinnin perustaksi. Tällainen poikkileikkausaineistoon perustuva estimointi ei kuitenkaan ota huomioon mahdollisuutta, että muuttujien ”aiemmalla” historialla saattaa olla vaikutusta (estimoitaviin) volatilitetteihin. Yhdistämällä poikkileikkausaineiston (N havaintoa) ja aikasarja-aineiston (T havaintoa), saamme paneelidata-aineiston (NT havaintoa). Paneelidataan perustuvat estimoinnit ovat mielekkäitä siinä mielessä, että havaintopisteiden määrän ollessa suuri, mallin vapausasteet kasvavat ja selittävien muuttujien multikollinearisuus⁹² pienenee ja toisaalta, se sallii yksilökohtaisten vaikutusten tarkastelun poikkileikkauksen sisällä. Jos kaikista poikkileikkausyksiköistä on olemassa yhtäläinen määrä aikasarjahavaintoja, on kyseessä ns. tasapainotettu paneeliaineisto. Seuraavassa tarkastellaan kahta paneelidataan perustuvaa mallityyppiä, dummy-muuttuja- ja satunnaisten vaikutusten mallia.⁹³

⁹¹ Dummy-muuttujamenetelmästä (*dummy variable model*) käytetään myös nimitystä kiinteiden vaikutusten malli (*fixed effects model*) ja satunnaisten vaikutusten mallista (*random effects model*) nimitystä virhetermimenetelmä (*error components model*)

⁹² Multikollinearisuudella yleisessä muodossaan tarkoitetaan ilmiötä, jossa jokin selittävästä muuttujista voidaan ilmaista muiden selittävien muuttujien lineaarikombinaationa.

⁹³ Lilja (1998) ja Fomby, Hill ja Johnson (1984, s. 324-338).

5.2 Dummy-muuttujamalli

Dummy-muuttujamenetelmän lähtökohtana on oletus, että selitettävään muuttujaan vaikuttaa selittäviin muuttujiin liittyvät havaintoyksikkökohtaiset, yksilölliset ominaisuudet, jotka kyseisen otoksen tapauksessa voidaan mallittaa kiinteiksi vaikutuksiksi dummy-muuttujien avulla; malli olettaa näiden yksilöllisten vaikutusten pysyvän vakiona tietyn aikayksikön sisällä. Malli on erityistapaus ns. SUR (seemingly unrelated regression)-malleista ja voidaan esittää yleisesti yhtälön (29) muodossa

$$(29) y_{it} = \beta_{1i} + \sum_{k=2}^K \beta_k x_{kit} + e_{it}, \text{ missä } i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad \text{ja}$$

β_{1i} = vakiotermi i :n:lle poikkileikkaushavaintoyksikölle

β_k = kaikille havaintoyksiköille yhteisten kertoimien vektori

x_{kit} = selittävien muuttujien matriisi

e_{it} = virhetermi, jolle pätee $E[e_{it}] = 0$ ja $E[(e_{it})^2] = \sigma_e^2$.

Nyt siis vakiotermi ei muutu yhdellekään havaintoyksikölle poikkileikkauksen sisällä ja malli voidaan kirjoittaa dummy-muuttujien avulla muotoon

$$(30) y_{it} = \sum_{j=1}^N \beta_{1j} D_{jt} + \sum_{k=2}^K \beta_k x_{kit} + e_{it}, \text{ missä } \begin{matrix} D_{jt} = 1, i = j \\ D_{jt} = 0, i \neq j \end{matrix}$$

Dummy-muuttuja liittyy siis jokaiseen talous-/havaintoyksikköön: kaikki havainnot, jotka koskevat talousyksikköä j (esim. tietty optiosarja), saavat arvon 1 ja muut arvot nolla dummy-muuttujan D_{jt} tapauksessa.

Malli voidaan myös kirjoittaa havainnollisempaan matriisimuotoon

$$(31) y_i = \beta_{1j} \mathbf{j}_T + X_{si} \beta_s + e_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Jos eksogeenisten muuttujien määrää merkitään K' :lla, on matriisin X_{st} dimensio $(T*(K'-1))$ ja se sisältää kaikki selittävien muuttujien arvot i :nnele talousyksikölle, poislukien vakiotermin. β_s on vektori $(\beta_2, \beta_3, \beta_4, \dots, \beta_K)'$ ja j_T $(T*1)$ -dimensioinen yksikkövektori. Käyttäen hyväksi Kroeneckerin tuloa, voidaan yhtälö (31) esittää NT-kokoiselle paneeliaineistolle muodossa

$$(32) y = (I_N \otimes j_T X_s) (\beta_1 \beta_s)' + e, \text{ missä}$$

β_1 on vektori $(\beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1N})$, \otimes tarkoittaa Kroeneckerin tuloa ja merkintä $'$ matriisin kohdalla tarkoittaa ko. matriisin transpoosia. Nyt siis selitettävien muuttujien matriisi, $(I_N \otimes j_T X_s)$ ei sisällä vakiotermiä.⁹⁴

Dummy-muuttujamenetelmän etuna on, että se on melko helppo estimoida; usein yhtälön (30) mukaisia havaintoyksikkökohtaisia dummy-muuttujia ei tarvitse muodostaa, vaan monet tietokoneohjelmat (esim. Limdep 7.0) estimoivat mallin suoraan. Ainoana rajoituksena mallin käytölle oikeastaan on, että $T \geq 2$. Lisäksi on osoitettu (mm. Judge et al (1987)), että jos virhetermistä tehdyt oletukset - $E[e_{it}] = 0$ ja $E[(e_{it})^2] = \sigma_e^2$ - pitävät paikkaansa käsiteltävässä otoksessa, niin mallin PNS-estimaattori on ns. BLUE-estimaattori.

5.3 Satunnaisten vaikutusten malli

Satunnaisten vaikutusten malli perustuu olettamukseen, että havaintoyksikkökohtaiset vaikutukset selitettävään muuttujaan eivät ole kiinteitä, vaan puhtaita satunnaismuuttujia, jotka ovat jakautuneet parametrein (β_1, σ_μ^2) . Satunnaiset vaikutukset voidaan kirjoittaa muodossa

$$(33) \beta_{1i} = \beta_1 + \mu_i,$$

missä μ_i kuvaa parametrien satunnaista vaihtelua keskimääräisen arvon ympärillä ja sille pätee $E[\mu_i] = 0$, $E[\mu_i^2] = \sigma_\mu^2$ ja $E[\mu_i \mu_j] = 0$ kaikille $i \neq j$. Lisäksi oletetaan, että μ_i ei

⁹⁴ Judge et al.(1988, s. 468-470), Fomby, Hill ja Johnson (1984, s. 324-329) ja Lilja (1998).

korreloi selitettävien muuttujien eikä virhetermin kanssa eli $E[\mu_i e_{it}] = 0$ ja $E[\mu_i X_i] = 0$.
Yhtälö (33) voidaan nyt sijoittaa yhtälöön (29), jolloin saadaan yhtälö (34)

$$(34) y_{it} = \bar{\beta}_1 + \sum_{k=2}^K \beta_k x_{kit} + \mu_i + e_{it}, \text{ missä } i = 1, \dots, N \text{ ja } t = 1, \dots, T.$$

Myös tämä yhtälö voidaan esittää matriisimuodossa

$$(35) y_i = X_i \beta + \mu_i \mathbf{j}_T + e_i$$

Yhtälössä (35) X_i on $(T \times K)$ -dimensioinen, vakiotermin sisältävä matriisi selittävien muuttujien arvoja i :nnele havaintoyksikölle ja β' on matriisi $(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_K)$. Käyttäen jälleen hyväksi Kroeneckerin tuloa, satunnaisten vaikutusten malli voidaan kirjoittaa koko paneeliaineistolle muotoon

$$(36) \mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \boldsymbol{\mu} \otimes \mathbf{j}_T + \mathbf{e}.$$

Yhtälössä (36) termi $(\boldsymbol{\mu} \otimes \mathbf{j}_T + \mathbf{e})$ on yhdistetty virhetermivektori ja sen kovarianssimatriisi⁹⁵ on ns. block-diagonaalimatriisi, jossa diagonaalin muodostaa termit $\sigma_\mu^2 + \sigma_e^2$. Kyseinen ominaisuus johtuu siitä, että yksittäisten havaintoyksiköiden virhetermivektorit eivät korreloi eli

$$(37) E[(\mu_j \mathbf{j}_T + e_j) (\mu_i \mathbf{j}_T + e_i)'] = 0.$$

Jos σ_μ^2 ja σ_e^2 ovat tunnettuja, voidaan osoittaa, että yleistetyn PNS-menetelmän, GLS:n tuottamat estimaattorit ovat BLUE-estimaattoreita. Edelleen, tuntemattomien σ_μ^2 :n ja σ_e^2 :n tapauksessa ne voidaan estimoida esim. käyttäen hyväksi aiemmin esitetyn dummy-muuttujamenetelmän estimaatteja.⁹⁶

⁹⁵ Kyseistä kovarianssimatriisia ei esitetä tässä yhteydessä; sen muodostaminen on esitetty mm. teoksessa Judge et al (1988, s. 480-481).

⁹⁶ Judge et al (1988, s. 480-487), Lilja (1998) ja Maddala (1987, s. 308-315). Estimaattorien BLUE-ominaisuuksista ja varianssikomponenttien estimoinnista satunnaisten vaikutusten mallin yhteydessä ks. erityisesti Judge et al (1988) ja Fomby, Hill ja Johnson (1984).

Mallitettaessa paneelidataa valinta dummy-muuttujamallin ja satunnaisten vaikutusten mallin välillä ei yleensä ole suoraviivaista. Jos tarkasteltava aineisto on satunnaisotos populaatiosta, jonka ominaisuuksia haluamme mallittaa, on satunnaisten vaikutusten malli yleensä sopivampi. Jos taas tarkasteltavana aineistona on koko populaatio, soveltuu dummy-muuttujamenetelmä estimointiin paremmin. Mallien keskinäistä hyvyyttä voidaan testata eri spesifikaatiotesteillä, esim. Breusch ja Paganin LM-testillä ja Hausmanin spesifikaatiotestillä. Näitä testejä käsitellään tarkemmin seuraavassa luvussa, kun estimoituja yhtälöitä laitetaan ”paremmuusjärjestykseen”.⁹⁷

5.4 Kuvailevaa statistiikkaa aineistosta ja FOX-indeksin ja FOX-termiin tuottojen jakaumat

5.4.1 Yhteenveto käytettävästä tilastoaineistosta

Taulukossa 7 esitetään kuvailevaa statistiikkaa käytettävästä aineistosta⁹⁸. Merkintä ** tarkoittaa, että kyseinen arvo on puuttuvan päätöskurssin korvaava keskiarvo (ks. jakso 4.4.3). Taulukossa hintojen ja sopimusvaihdon yksikkönä on markka eli sadasosa yhdestä indeksipisteestä.

⁹⁷ Lilja (1998).

⁹⁸ Liitteessä 3 on esitetty esimerkki päiväkohtaisesta havaintoaineistosta ja työn empiirisessä osassa käytetyistä muuttujista.

Taulukko 7. Kuvailevaa статистиikkaa aineistosta

Optiosarja	Hinnan minimi	Hinnan maksimi	Keskiarvo	Sopimusvaihto 28.2-7.4.1997
FOXD1020	300	4400	1745.87	8 498 000
FOXD1050	100	2700	1018.95	5 418 900
FOXD1080	90**	1600	567.92	1 011 300
FOXF1020	1975**	5500**	3392.65	733 500
FOXF1050	1000	4050**	2496.05	6 637 000
FOXF1080	700	2950**	1718.13	860 500
FOXP930	400	3150	1561.36	18 229 800
FOXP960	650	5400	2557.29	26 719 375
FOXP990	450	7000	2610.93	6 853 500
FOXR930	1400	5500	2940.22	29 021 900
FOXR960	2150	7500	4226.39	3 288 250
FOXR990	3000	8500	4853.75	17 913 750

5.4.2 FOX-indeksin ja FOX-indeksitermiinien tuottojen jakaumat

Empiirisen osan eräänä lähtökohtana on oletus kohde-etuuden tuottojen ei-vakioisuudesta eli ts. oletus volatilitteetin stokastisuudesta ja toisaalta oletus siitä, että FOX-indeksin ja FOX-termiinien tuotot eivät ole normaalisti jakautuneet. Seuraavassa tarkastellaan jälkimmäistä lähtökohtaa jakaumaa kuvaavien tunnuslukujen pohjalta. FOX-indeksin ja FOX-indeksitermiinien tuotoille laskettuja autokorrelaatiokertoimia ja autokorrelaatiofunktioita on taasen esitetty liitteissä 4 ja 5.

Taulukossa 8.1 esitetään FOX-indeksin tuotoille eli logaritmoituille muutoksille ($\ln S_t / S_{t-1}$) laskettuja tunnuslukuja sekä tarkasteluperiodille että koko vuodelle 1997. Näiden tunnuslukujen (keskihajonta, vinous ja huipukkuus) avulla voidaan alustavasti tarkastella, noudattaako tuottojen jakauma normaalijakaumaa ja myös sitä, miten mahdolliset poikkeamat normaalisuudesta vaikuttavat BS- tai B76-mallilla laskettujen optioiden teoreettisten arvojen ja markkinahintojen väliseen suhteeseen.

Taulukko 8.1 FOX-indeksin päivittäisille tuotoille laskettuja tunnuslukuja

Ajanjakso	28.2.1997-7.4.1997	1.1.1997-31.12.1997
Kaupankäyntipäiviä	24	249
Keskiarvo	0.00667	0.00111
Keskihajonta	0.03425	0.01467
Vinous (skewness)	0.33516	-0.96573
Huipukkuus (kurtosis)	-0.59405	5.37231
Minimiarvo	-0.02577	-0.08274
Maksimiarvo	0.03089	0.06288

Taulukosta havaitaan, että tarkasteluperiodin aikana logaritmisten muutosten eli FOX-indeksin tuottojen jakauma on oikealle vino ja lisäksi tämä jakauma on suhteellisen leveä verrattuna normaalijakaumaan. Jos taas tarkastellaan koko vuotta 1997, on tuottojen jakauma erittäin terävä verrattuna normaalijakaumaan.

Taulukossa 8.2 esitetään samat tunnusluvut FOX-termiin tuotoille tarkasteluperiodilla ja myös hiukan pidemmällä aikavälillä.⁹⁹

Taulukko 8.2 FOX-termiin päivittäisille tuotoille laskettuja tunnuslukuja

Ajanjakso	28.2.1997-7.4.1997	1.1.1997-26.6.1997
Kaupankäyntipäiviä	24	118
Keskiarvo	-0.00183	0.00228
Keskihajonta	0.01843	0.01338
Vinous (skewness)	0.21518	0.04440
Huipukkuus (kurtosis)	-0.71653	0.09794
Minimiarvo	-0.03231	-0.03231
Maksimiarvo	0.03524	0.03524

⁹⁹ Aikavälillä 2.1.1997-24.4.1997 FOX-termiin muutokset on laskettu termiinisarjasta FOXP ja aikavälillä 24.4.1997-26.6.1997 termiinisarjasta FOXR.

Tarkastelujakson aikana FOX-termiinien tuottojen jakauma on oikealle vino, mutta pidemmällä ajanjaksolla jakauma sisältää positiivisia ja negatiivisia arvoja lähes yhtä paljon. Tarkastelujakson aikana jakauma on myös suhteellisen leveä verrattuna normaalijakaumaan (negatiivinen huipukkuus), mutta pidemmän ajanjakson aikana jakauma tasaantuu lähelle normaalijakaumaa.

Mielenkiintoinen kysymys tietenkin on, miten ylläesitetyt jakauman muotoa kuvaavat tunnusluvut tulisi tulkita optioiden hinnoittelun näkökulmasta? Jarrow ja Rudd¹⁰⁰ ovat esittäneet, että normaalijakauman ja optioiden tuottoja todellisuudessa kuvaavan jakauman välisiä erotuksia voidaan tutkia Taylorin sarjakehitelmään perustuvan kaavan avulla. Tämän kehitelmän keskeinen tulos on, että jakaumien erotusten vaikutus optioiden hintaan on erilainen eri optiotyypeille (plus-, miinus- ja tasaoptiot). Jos esimerkiksi tuottojen jakauma on oikealle vino ja tarkastellaan tasaoption hintaa, saadaan B76-mallin perusteella alhaisempia hintoja kuin siinä tapauksessa, että hinnoittelun perustana käytettäisiin todellista tuottoja generoivaa jakaumaa.¹⁰¹

Puuttumatta tämän enempää ylläkäsitelyihin tuottojen jakaumiin, voidaan kuitenkin olettaa, että B76-mallin käyttö Suomen indeksiopiomarkkinoilla on ainakin pidemmän aikavälin puitteissa perusteltumpaa kuin BS-mallin käyttö. Tämä siksi, että termiinien tuottojen jakauma näyttäisi pidemmällä aikavälillä tasaantuvan lähemmäksi normaalijakaumaa kuin FOX-indeksin tuottojen jakauma. On kuitenkin pidettävä mielessä, että edellä lasketut vinouden ja huipukkuuden tunnuslukujen tarkastelu antaa harhaisen kuvan todellisesta jakaumasta, jos tuottohavainnot ovat autokorreloituneet (liite 4 ja 5).

¹⁰⁰ Jarrow ja Rudd (1982).

¹⁰¹ Jarrow ja Rudd (1982) ja Jokivuolle (1990, s. 24-27).

6. ESTIMOINTITULOSTEN TARKASTELO

Ennen kuin siirrytään varsinaisiin estimointituloksiin, on hyvä ottaa esille muutama seikka käytettävän datan ominaisuuksista estimoinnin kannalta. Kuten jo aiemmin todettua, ohuilta markkinoilta on erittäin vaikea muodostaa aikasarjoja, joissa ei esiintyisi multikollineaarisuusongelmaa. Tässä työssä multikollineaarisuutta estettiin jo etukäteen, pudottamalla jäljellä olevan maturiteetin neliö ja dummy-muuttuja pois selittävien muuttujien joukosta. Mikäli multikollineaarisuutta epäillään esiintyvän jatkossa, pyritään se korjaamaan tapauskohtaisesti esim. havaintoja lisäämällä.¹⁰²

Toinen huomionarvoinen seikka liittyy myös jo osittain edelläkäsiteltyyn asiaan, osto- ja myyntinoteerauksien keskiarvon käyttöön markkinahinnan estimaattina päätöskurssin ja korvaavan sopimuksen puuttuessa. Eräs vaihtoehto tästä menettelytavasta johtuvien epätarkkuuksien poistamiseen olisi pudottaa pois ne havainnot, joissa ko. estimaatti ei pysy ”järkevissä rajoissa” - toisinsanoen, ero osto- ja myyntinoteerauksen välillä ylittää esim. 10% ostonoteerauksen hinnasta. Tarkasteltavien markkinoiden kapeus ja ns. intra day -datan puuttuminen sanelevat kuitenkin sen, että ongelmaa ei tässä yhteydessä voida ratkaista ko.tavalla.¹⁰³

6.1 Päivittäiset regressioyhtälöt

Työn empiirisen osan ensimmäisenä vaiheena on implisiittisten volatiliteettien laskeminen kullekin optiosopimukselle. Nämä volatiliteetit on esitetty päivittäisten keskiarvojen, maksimien ja minimien osalta taulukossa 9.

¹⁰² Joissain yhteyksissä on myös esitetty, että multikollineaarisuus voidaan hyväksyä otoksen ominaisuutena, jos estimoitavia funktioita käytetään ainoastaan ennustamiseen. Ks. Gujarati (1988, s. 298-309).

¹⁰³ Lisää osake- ja optiomarkkinoihin liittyvien aikasarjojen estimoinnin ongelmista, ks. Vaihekoski (1996, s. 15-16).

Taulukko 9. Yhteenveto päivittäisistä implisiittisistä volatiliteeteista

päivä	maksimi	minimi	keskiarvo	päivä	maksimi	minimi	keskiarvo
28.2	25.89	20.97	22.70	18.3	27.74	23.00	25.11
3.3	23.22	17.55	21.48	19.3	27.90	24.32	25.78
4.3	23.69	20.12	21.85	20.3	35.11	25.55	29.22
5.3	25.12	19.13	21.73	21.3	29.83	25.59	27.50
6.3	25.04	20.54	22.74	24.3	31.06	23.91	27.33
7.3	24.12	21.72	22.86	25.3	30.47	25.52	27.65
10.3	32.54	20.02	23.15	26.3	31.06	23.24	27.10
11.3	24.50	19.77	22.20	1.4	31.80	23.80	28.32
12.3	25.44	18.43	22.33	2.4	31.35	17.35	27.68
13.3	26.42	20.11	22.59	3.4	33.86	26.65	29.39
14.3	25.07	16.99	21.79	4.4	39.78	26.15	30.51
17.3	27.19	15.59	23.69	7.4	34.34	24.00	28.52

Taulukossa esitetyistä volatiliteeteista voidaan tehdä ainakin seuraavat johtopäätökset: tarkastelujakson jälkimmäisellä puoliskolla (18.3 - 7.4) implisiittiset volatiliteetit ovat poikkeuksetta korkeampia kuin ensimmäisellä puoliskolla ja toisaalta, korkeimmat havaitut volatiliteetit liittyvät päiviin, jolloin kaupankäynti on ollut suhteellisen vilkasta muihin tarkastelujakson päiviin verrattuna. Päivänsisäiset tarkastelut osoittivat, että myyntioptioiden volatiliteetit ovat useimpina päivinä osto-optioiden volatiliteetteja suurempia. Lisäksi havaittiin, että jälkipuoliskolla implisiittisten volatiliteetin vaihtelut olivat suhteellisesti suurempia kuin alkupuoliskolla. Eräs looginen selitys tälle havainnolle on se, että option maturiteetin vähentyessä sen hinnan herkyys suhteessa kohde-etuuden heilahteluihin kasvaa ja täten myös implisiittiset volatiliteetit vaihtelevat enemmän.

Eräissä aikaisemmissa tutkimuksissa on saatu tuloksia, joiden mukaan plusoptioiden implisiittiset volatiliteetit olisivat miinusoptioiden implisiittisiä volatiliteetteja korkeampia. Myös tässä tarkasteltavan aineiston osalta voidaan todeta, että osto-optioiden implisiittisissä volatiliteeteissa kyseisenlaisista rakennetta oli havaittavissa, mutta myyntioptioiden kohdalla vastaavaa ilmiötä ei löydetty. On myös hyvä huomata, että päivittäisen aineiston käyttö päivänsisäisen (intra-day) aineiston sijasta ja sulkemiskurssien käyttö markkinahinnan estimaatteina saattavat olla virhelähteitä kyseisenlaisessa "in-the-moneyness" tarkastelussa.¹⁰⁴

¹⁰⁴ Tutkimuksista, joissa kyseisenlaisia havaintoja on tehty, voidaan mainita mm. MacBeth ja Merville (1979) ja Jern (1991).

Jos laskettuja implisiittisiä volatiliteetteja verrataan Kahran ja Kannon¹⁰⁵ tutkimuksessaan laskemiin FOX--indeksioptioiden volatiliteetteihin aikavälillä 2.5.1988-29.12.1989, voidaan todeta, että lukuisia yhtäläisyyksiä on havaittavissa. Myös heidän tutkimuksessaan myyntioptioiden implisiittiset volatiliteetit olivat osto-optioiden volatiliteetteja korkeampia ja eri merkintähinnan omaavat optiot tuottivat erisuuria implisiittisiä volatiliteetteja. Syiksi näille tehokkaiden markkinoiden vastaisille havainnoille Kahra ja Kanto ehdottavat, että osto- ja myyntioptioita ja myös eri merkintähinnan omaavia optioita käytetään eri tarkoituksiin, viitaten lähinnä myyntioptioiden käyttöön suojautumisen välineenä ja osto-optioiden käyttöön puhtaassa spekuloinnissa.

Seuraavaksi saatuja implisiittisiä volatiliteetteja käytettiin hyväksi estimoitaessa päiväkohtaisia regressioyhtälöitä (yhtälö 26) implisiittisille volatiliteeteille. Yhteenveto näiden estimointien tuloksista on esitetty taulukossa 10.¹⁰⁶

Taulukko 10. Yhteenveto päivittäisistä regressioyhtälöistä

päivä	F-arvo	P-arvo	R ²	päivä	F-arvo	P-arvo	R ²
28.2	4.853	0.0372	0.720	18.3	4.858	0.0371	0.720
3.3	0.221	0.8057	0.046	19.3	1.846	0.2128	0.539
4.3	24.00	0.0000	0.917	20.3	5.305	0.0300	0.735
5.3	17.28	0.0000	0.890	21.3	5.091	0.0292	0.656
6.3	0.786	0.4842	0.385	24.3	19.37	0.0005	0.900
7.3	0.581	0.5809	0.356	25.3	11.12	0.0037	0.843
10.3	11.27	0.0035	0.845	26.3	3.852	0.0618	0.679
11.3	3.286	0.0908	0.671	1.4	2.406	0.1455	0.590
12.3	8.350	0.0089	0.806	2.4	1.984	0.1932	0.553
13.3	10.57	0.0043	0.837	3.4	4.141	0.0531	0.692
14.3	2.165	0.1772	0.592	4.4	1.001	0.4048	0.426
17.3	2.190	0.1744	0.594	7.4	4.143	0.0530	0.692

P-arvo on F-testiin liittyvä merkitsevyystaso, koskien nollahypoteesia $\beta_1 = \beta_2 = 0$.

Päiväkohtaisten estimointien tulokset ovat kaksijakoisia. Suurimmassa osassa tapauksista malli tulee kutakuinkin hyväksytyksi 10 prosentin riskitasolla ja lähes puolessa (11 päivän osalta) vielä 5 prosentin tasollakin. Toisaalta, mukana on myös sellaisia päiviä, jolloin mallia ei voida hyväksyä millään järkevällä riskitasolla. Nämä tilanteet liittyvät päiviin, jolloin

¹⁰⁵ Kahra ja Kanto (1991).

¹⁰⁶ Päiväkohtaiset yhtälöt estimoitiin SPSS for Windowsin versiolla 6.3.1. Liitteessä 6 on esitetty esimerkki saaduista tuloksista.

implisiittiset volatilitetit kaikkien sopimusten osalta ovat olleet lähes yhtäläisiä keskenään. Mitään selkeää säännönmukaisuutta mallin selityskyvyn ja esim. kaupankäynnin volyymien ja viikonpäivien välillä ei havaittu. Saatuja tuloksia voidaan pitää tyydyttävänä, mutta samalla on kuitenkin muistettava, että päivittäisten havaintojen kohtuullisen pieni lukumäärä pakottaa suhtautumaan tuloksiin varauksella.

Kaikissa estimoiduissa yhtälöissä vakio-termi on negatiivinen eli toisinsanoen, markkinoiden ”vakioinen” volatilitetti on pienempi kuin yksi ja positiivinen. Jäljellä olevan maturiteetin kerroin on negatiivinen 16 päivän osalta ja positiivinen kahdeksana päivänä. Yhdessäkään niissä yhtälöistä, joissa maturiteetin kerroin on positiivinen, ei se kuitenkaan ole merkitsevä selittäjä edes 10 prosentin tasolla. Option maturiteetin vähentyessä sen volatilitetti siis näyttäisi kasvavan. Tälle havainnolle löytyy selitys myös taulukosta 7, jossa esitetyistä kaupankäynnin volyymeista voidaan havaita, että tarkastelujaksomme aikana suurin osa varsinkin osto-optioiden kaupasta keskittyi lyhyempimaturiteettisiin sopimuksiin.

Merkintähinnan kerroin on positiivinen 5 yhtälössä ja negatiivinen 19 yhtälössä eli tämän mukaan mitä korkeampi merkintähinta, sitä pienempi volatilitetti. Koska kuitenkin havaintoaineistossa osto-optioiden merkintähinnat ovat lähes säännöllisesti myyntioptioiden merkintähintoja korkeampia, on merkintähinnan negatiivinen etumerkki enemmänkin tulkittavissa siten, että osto-optioiden volatilitetit ovat myyntioptioiden volatilitetteja alhaisempia. Merkintähinnan kerroin oli lisäksi t-testin perusteella merkittävin selittäjä lähes kaikissa malleissa. Kyseiseen havaintoon ja sen testaamiseen palataan vielä myöhemmin.

6.2 Optioiden hintojen ennustaminen päiväkohtaisten yhtälöiden perusteella

Kuten jo aiemmin mainittua, päiväkohtaisten yhtälöiden testaus suoritetaan laskemalla kullekin sopimukselle RISD-estimaatti edellisen päivän yhtälön perusteella ja edelleen, tämän perusteella teoreettinen hinta B76-mallia käyttäen. Vaikka joidenkin päivien osalta estimoitujen yhtälöiden selityskyky jäikin huonoksi, ei mitään vaihtoehtoista menettelytapaa ko. tapauksissa sovelleta, vaan esitettyä menetelmää testataan läpi koko havaintoaineiston. Taulukossa 11 on esitetty estimoidut RISD:t päivittäisten maksimien, minimien ja keskiarvojen osalta.

Taulukko 11. Päiväkohtaisten yhtälöiden perusteella estimoidut RISD:t.

päivä	maksimi	minimi	keskiarvo	päivä	maksimi	minimi	keskiarvo
3.3	24.49	21.02	22.67	19.3	28.42	23.65	25.40
4.3	22.03	20.86	21.42	20.3	26.54	25.11	25.79
5.3	24.05	19.90	21.72	21.3	32.48	26.47	29.19
6.3	24.95	19.21	21.62	24.3	28.65	26.07	27.24
7.3	24.68	18.73	21.63	25.3	29.74	25.20	27.39
10.3	22.39	23.17	22.80	26.3	31.27	26.84	28.18
11.3	26.54	19.44	22.61	1.4	30.28	23.91	27.07
12.3	23.95	20.31	22.08	2.4	32.14	23.78	27.52
13.3	25.73	19.24	22.09	3.4	32.17	22.74	26.99
14.3	24.48	20.30	22.20	4.4	30.77	27.76	29.19
17.3	23.18	19.45	21.49	7.4	32.92	29.74	30.94
18.3	26.52	20.07	23.11				

6.2.1 RISD:en ja historiallisten volatiliteettien vertailu

Varsinainen päiväkohtaisten yhtälöiden testaus suoritettiin siten, että B76-mallilla ennustettiin seuraavan päivän optioiden hintoja, käyttäen volatiliteettiestimaatteina sekä päivittäisiä RISD-estimaatteja että historiallista volatiliteettia. Historiallinen volatiliteetti laskettiin FOX-termiinien logaritmistien tuottojen 10 päivän liukuvana keskihajontana. Liukumajakson valintaan vaikutti olennaisesti se, että pitempimaturiteettisesta termiinisarjasta ei ollut saatavilla tuottohavaintoja estimointiperiodia edeltävältä ajalta.¹⁰⁷

Volatiliteettiestimaattien vertailu suoritettiin laskemalla molempien volatiliteettiestimaattien osalta teoreettisten optiohintojen hinnoitteluvirheiden neliöt eli ns. jäännöseliösummat (SSE:t) päiväkohtaisesti sekä osto- ja myyntisopimuksille erikseen. Päiväkohtaiset SSE:t on esitetty taulukossa 12.

¹⁰⁷ Tuottohavaintojen puuttumisen takia 26.6.1997 erääntyvien optioiden osalta on aikavälillä 3.3 - 17.3 käytetty historiallisena volatiliteettina lyhyempimaturiteettisen termiinien historiallista volatiliteettia. Tämän menettelytavan takia tarkastelujakson alkupään tulosten analysoinnin yhteydessä on syytä noudattaa varovaisuutta.

Taulukko 12. Päivittäiset jäännösneliösummat (SSE:t)

päivä	SSE _{HIST}	SSE _{RISD}	päivä	SSE _{HIST}	SSE _{RISD}
3.3	340.77	267.40	19.3	1129.18	573.64
4.3	745.31	646.95	20.3	2438.96	1148.84
5.3	949.09	222.21	21.3	981.81	1177.56
6.3	844.10	833.31	24.3	423.46	194.21
7.3	394.22	348.08	25.3	524.39	400.56
10.3	794.76	120.64	26.3	343.13	207.46
11.3	402.45	96.73	1.4	1854.01	1572.04
12.3	831.23	545.42	2.4	1007.10	578.81
13.3	567.95	91.45	3.4	1207.57	1289.00
14.3	150.89	168.96	4.4	701.08	91.77
17.3	329.21	172.13	7.4	1384.87	644.12
18.3	531.43	331.71			

Huom. SSE:t on laskettu siten, että optioiden hinnat on esitetty satoina markkoina. Jos esim. havaittu option hinta on 500 markkaa ja teoreettinen hinta 350 markkaa, on hinnoitteluvirhe $5-3,5 = 1,5$ ja tämän sopimuksen osalta jäännösneliö $1,5^2 = 2,25$.

Verrattaessa volatiliteettiestimaattien aiheuttamia päiväkohtaisia hinnoitteluvirheitä, voidaan todeta, että RISD-estimaatti on pääsääntöisesti historiallista volatiliteettia tarkempi tarkastelujakson aikana. Kaikkien optioiden osalta RISD-estimaatti tuotti historiallista volatiliteettia pienemmät SSE:t 20 päivänä ja suuremmat vastaavasti vain kolmena päivänä. Suurimmillaan näiden kahden volatiliteettiestimaatin erot olivat päivinä, joita edelsivät usean prosenttiyksikön erot volatiliteetin tasossa (esim. 18, 19 ja 20.3). Suurehkot erot näinä päivinä selittyvät luonnollisesti sillä, että historiallinen volatiliteetti reagoi RISD:tä hitaammin volatiliteetin tasossa tapahtuneisiin muutoksiin.

Taulukossa 12 esitetyt jäännösneliösummat jaettiin vielä erikseen osto- ja myyntioptioiden jäännösneliösummiksi. Osto- ja myyntioptioiden osalta menetelmien vertailu osoitti, että RISD-estimaatin ja historiallisen volatiliteetin ero konkretisoituu tarkastelujakson aikana erityisesti myyntioptioiden osalla. RISD-estimaattiin liittyvät SSE:t olivat pienempiä 17 päivänä myyntioptioiden tapauksessa ja 13 päivänä osto-optioiden tapauksessa. Lisäksi sekä absoluuttiset että suhteelliset erotukset SSE:en välillä olivat hiukan suurempia myyntioptioilla kuin osto-optioilla.

6.3 Koko tarkastelujaksolle estimoidut funktiot

6.3.1 PNS-yhtälön estimointi

Koko havaintojaksolle estimoitavien funktioiden tarkoituksena on havainnollistaa volatiliteetin aikasarja- ja paneeliominaisuuksia yhtä päivää pidemmällä aikahorisontilla käyttäen hyväksi luvussa 5 esiteltyjä estimointimenetelmiä. Voidaanko volatiliteetin muutokset mallintaa päiväkohtaisiksi kiinteiksi vaikutuksiksi vai ovatko ne pelkän satunnaisia?

Ennen kuin kuitenkaan siirrytään varsinaisiin paneelidatamalleihin, estimoitiin lähtökohtana koko havaintojaksolle PNS-yhtälö, jonka tulokset on esitetty yhtälössä (37)¹⁰⁸. Erotuksena päiväkohtaisiin yhtälöihin, volatiliteetti esitetään koko tarkastelujaksolle estimoiduissa funktioissa suoraan prosentteina (esim. 25 %), eikä siis päivittäisten yhtälöiden tapaan desimaalilukuna (0,25).

$$(37) \sigma = 45.346 - 0.05274\tau - 0,01775K + u$$

$$(12.993) \quad (-5.890) \quad (-5.084)$$

Kaikki mallin kertoimet ovat merkitseviä prosentin riskitasolla ja merkitsevin selittäjä mallissa on sulkeissa olevien t-arvojen perusteella vakiotermi. Mallin selitysaste on melko alhainen, ainoastaan 0.1874 ja F-testisuure saa arvon 32.87, joka on myöskin prosentin riskitasolla merkitsevä. Vakiotermi osoittaa päivittäisten yhtälöiden tapaan, että markkinoiden ”vakioinen” volatiliteetti on positiivinen ja pienempi kuin 100%. Päivittäisten yhtälöiden yhteydessä todettiin, että jäljellä olevan maturiteetin negatiivinen kerroin merkitsee volatiliteetin kasvua erääntymispäivän lähestyessä. Taulukosta 9 kuitenkin havaitaan, että havaintojakson keskivaiheilla muutamana päivänä implisiittisissä volatiliteeteissa tapahtuu 2-3 prosenttiyksikön suuruisia tasohyppäyksiä, jotka osaltaan johtuvat niistä epätarkkuuksista, joita keskiarvon käyttö markkinahinnan estimaattina aiheuttaa. Merkintähinnan kohdalla negatiivisen etumerkin voidaan ainakin osittain katsoa johtuvan samasta syystä kuin

¹⁰⁸ Koko tarkastelujaksoa koskevat yhtälöt estimoitiin Limdep-ohjelman versiolla 7.0, ks. Greene (1997). Koko tarkastelujakson estimointien tulokset yhtälöiden ja tässä luvussa esiin tulevien testisuureiden osalta on esitetty liitteessä 7.

päivittäistenkin yhtälöiden yhteydessä eli myyntioptioiden alhaisemmista merkintähinnoista. Koska havaintojaksolle oli lisäksi ominaista myyntioptioiden suuremmat kaupankäynnin ja vaihdon volyymit, voidaan merkintähinnan etumerkkiä tältä osin pitää luontevana.

Edellisten havaintojen perusteella yhtälön (37) estimointia jatkettiin siten, että havaintoaineisto jaettiin kahteen osaan - ensimmäinen ”puoliaineisto” koostui havainnoista aikavälillä 28.2 - 17.3 ja toinen vastaavasti havainnoista aikavälillä 18.3 - 7.3. Lisäksi malli estimoitiin siten, että merkintähinnan paikalle malliin vaihdettiin dummy-muuttuja, joka sai arvon 1 myyntioptioilla ja arvon nolla osto-optioilla. Tämän menettelytavan tarkoituksena oli selvittää, poikkeavatko myynti- ja osto-optioiden implisiittiset volatilitetit toisistaan havaintojakson aikana.

Estimointien tuloksista voidaan todeta, että aineiston alkupuoliskolla mallin selityskyky on huomattavasti parempi kuin jälkipuoliskolla. Aineiston alkupuolen mallin selitysaste on 0.238, kun se taas jälkipuoliskolla jää 0.1038:aan. Molemmat mallit ovat merkitseviä prosentin riskitasolla. Kohtuullisen suuren eron yksi mahdollinen aiheuttaja on jo aiemminkin mainitut volatilitetin päivittäiset ”tasohyppäykset” havaintojakson jälkimmäisellä puoliskolla.

Dummy-muuttujan käyttö merkintähinnan asemasta yhtälössä 37 osoitti, että osto- ja myyntioptioiden implisiittisellä volatiliteteilla on eroa. Dummy-muuttujan kerroin sai positiivisen etumerkin ja se oli myös merkittävä selittäjä prosentin riskitasolla. Kertoimen mukaan esim. osto-optiota, jonka implisiittinen volatilitetti on esim. 25%, vastaavan myyntioption implisiittinen volatilitetti olisi (ceteris paribus) n. 26,40%.

6.3.2 Implisiittisen volatilitetin aikasarjaominaisuuksista

Tähän mennessä estimoiduissa funktioissa ei ole vielä otettu huomioon sitä tosiasiaa, että edellisen päivän implisiittinen volatilitetti toimii usein melko hyvänä ”tämän päivän” volatilitetin arviona. Mm. Jarrow ja Wiggins¹⁰⁹ toteavat tutkimuksessaan, että edellisen päivän volatilitetti tarjoaa usein hyvän (ja monesti myös parhaan) lähtökohdan sekä

¹⁰⁹ Jarrow ja Wiggins (1989).

volatiliteetin todennäköisyysjakauman approksimointiin että option teoreettisen hinnan määrittämiseen. Toisaalta edellä on tullut esiin tapauksia, joissa volatilitteetti ”hyppää” päivänkin horisontilla useita prosenttiyksiköitä. Tätä taustaa vasten on perusteltua kysyä, miksi tässä yhteydessä ei estimoida eri optiosarjoille esim. yhtälössä 38 esitetyn kaltaista mallia, jossa implisiittinen volatilitteetti riippuu merkintähinnan ja jäljellä olevan maturiteetin lisäksi myös edellisen päivän implisiittisestä volatilitteetista?

$$(38) \sigma_t = \beta_0 + \beta_1 \sigma_{t-1} + \beta_2 \tau + \beta_3 K + u_t .$$

Syy yhtälön (38) tyyppisten mallien estimoimatta jättämiseen tässä yhteydessä liittyy laskettujen implisiittisten volatilitteettien epästationaarisuuteen. Perinteinen regressioanalyysihän olettaa, että tarkasteltavat aikasarjat ovat stationaarisia. Jos näin ei ole, hypoteesien testauksessa (t- ja F-testit) ilmenee ongelmia. Lasketuille implisiittisille volatilitteeteille laskettiin stationaarisuuden testaamiseksi sarjakohtaisesti (yhteensä siis 12 kpl) Ljung-Box testisuureet¹¹⁰. Yhdenkään sarjan osalta implisiittiset volatilitteetit eivät olleet stationaarisia kahden tai edes kolmen ensimmäisen viiveen osalta ja esimerkiksi ensimmäisen viiveen autokorrelaatiokertoimet vaihtelivat välillä [0.453 - 0.784].

Stationaarisuustarkastelua jatkettiin edelleen laskemalla jokaiselle sarjalle implisiittisten volatilitteettien ensimmäiset differenssit ja suorittamalla yhtälön (39) mukainen regressio, jossa H_0 -hypoteesina on , että $\delta = 0$.

$$(39) (\sigma_t) - (\sigma_{t-1}) = \delta (\sigma_{t-1}) + u_t .$$

Kaikkien sarjojen osalta yhtälön (39) mukainen regressio osoitti, että H_0 -hypoteesia ei voida hylätä millään mielekkäällä riskitasolla¹¹¹. Tämän perusteella näyttäisi siis siltä, että käsiteltävien optiosarjojen implisiittisten volatilitteettien aikasarjat saataisiin stationaarisiksi ensimmäisten differenssien avulla eli toisin sanoen, ne olisivat integroituneita astetta 1, I (1).

¹¹⁰ Ljung-Box-testisuure lasketaan kaavalla $Q^* = n(n+2) \sum_{k=1}^p r_k^2 / (n-k)$, missä r_k on k:s

autokorrelaatiokerroin. Kyseinen testisuure on kutakuinkin χ^2 -jakautunut vapausasteilla p, χ^2 (p). Lisää kyseisestä testisuureesta, ks. Cryer (1986, s. 153).

¹¹¹ Itseasiassa pienin riskitaso, jolla mallin olisi voinut hylätä, oli 34.4 prosenttia.

Ylläesitetyn tarkastelun lisäksi suoritettiin residuaalien autokorrelaatiotarkastelu ja Dickey-Fuller-testit yhtälölle (40), jossa vakiotermin β_0 on otettu mukaan kuvaamaan stokastista driftiä.

$$(40) (\sigma_t) - (\sigma_{t-1}) = \beta_0 + \delta (\sigma_{t-1}) + u_t .$$

Residuaalien ensimmäisen viiveen autokorrelaatiokertoimet T-arvoineen ja merkitsevyyystasoinen sekä Dickey-Fuller testien tulokset on esitetty taulukossa 13.

Taulukko 13. Residuaalien autokorrelaatio ja Dickey-Fuller- testit yhtälöstä (40)

Sarja	Res(-1)	t-arvo	p-arvo	DF-testisuure
D1020	-0.512	-1.320	0.201	-5.138
D1050	-0.260	-0.875	0.391	-5.108
D1080	-0.106	-0.362	0.720	-4.759
F1020	-0.133	-0.409	0.687	-5.053
F1050	-0.076	-0.242	0.811	-4.587
F1080	-0.280	-0.829	0.416	-5.064
P930	-0.816	-1.294	0.210	-4.946
P960	-0.175	-0.211	0.834	-4.321
P990	-0.383	-0.738	0.469	-5.207
R930	-0.072	-0.249	0.806	-4.498
R960	-0.684	-2.695	0.014	-3.695 (ADF)
R990	-0.022	-0.070	0.944	-4.291

Res (-1) on residuaalien ensimmäisen viiveen autokorrelaatiokerroin. Residuaalien autokorrelaatiotarkastelu ja Dickey-Fuller-testit suoritettiin Microfit 3.0-ohjelmalla. Kriittiset arvot perustuvat MacKinnonin (1990) esitykseen.

Residuaalien ensimmäisen viiveen autokorrelaatiokertoimista ainoastaan sarjan FOXR960 kerroin on merkitsevä 5 prosentin riskitasolla. Kaikkien Dickey-Fuller-testisuureiden kriittinen arvo on - 3.6421 ja sarjan R960 yhteydessä käytetyn laajennetun DF-testin kriittinen arvo on -3.6584. Yhdenkään sarjan osalta ensimmäisten differenssien ottaminen ei siis enää ole riittävä toimenpide sarjojen stationaarisiksi saattamiseksi, jos estimoitavaan yhtälöön sisällytetään drift-termi.

Implisiittisten volatilitteettien ennustaminen puhtaasti aikasarja-aineiston perusteella vaatisi edelläesitetyn kaltaisia toimenpiteitä oikean mallikonstruoinnin löytämiseksi. Koska työ ei etene puhtaasti aikasarjaekonometrian suuntaan, ei tässä yhteydessä oteta enempää kantaa ko. aiheeseen, vaan todetaan ainoastaan, että tulevaisuuden kurssikehityksen ennustaminen

suoraviivaisesti edellisten päivien implisiittisten volatiliteettien perusteella ei ole ekonometrisessä mielessä mielekästä.

6.3.3 Dummy-muuttujamalli

Poikkileikkausaineiston ja aikasarja-aineiston yhdistämisen jälkeen saadulle paneelaineistolle estimoidun dummy-muuttujamallin tulokset on esitetty tarkemmin liitteessä 7. PNS-estimoinnin tuloksena saatiin seuraava yhtälö (esitettynä ilman päiväkohtaisia kiinteitä vaikutuksia)

$$(41) \sigma_t = -0.01906\tau - 0.01277K + u .$$

(-3.082) (-5.500)

Verrattuna yhtälöä (41) aiemmin esitettyyn perinteiseen PNS-malliin havaitaan, että mallin selittävien muuttujien etumerkit pysyvät samoina, mutta sulkeissa olevien t-arvojen perusteella merkintähinta on maturiteettia merkitsevämpi selittäjä. Molemmat muuttujat ovat tosin merkitseviä vielä prosentinkin riskitasolla. Mallin selitysaste on noussut kohtuullisen paljon, 0.67740:aan (0.64661 adj.) ja F-arvonsa 22.01 perusteella malli tulee hyväksytyksi vielä prosentinkin riskitasolla.

Kuten luvussa viisi todettiin, tuottaa dummy-muuttujamalli jokaiselle päivälle oman, kiinteän vaikutuksen mukaisen vakioterminsä. Volatiliteettiestimointien yhteydessä osa tästä kiinteästä vaikutuksesta voidaan katsoa koostuvan esim. osasta edellisen päivän volatiliteettia tai vaihtoehtoisesti, heijastavan markkinaolosuhteita- ja fundamentteja jne¹¹². Estimoidut kiinteät vaikutukset on esitetty taulukossa I4.

¹¹² Aineiston ominaisuuksista johtuen (mm. myynti- ja osto-optioiden merkintähintojen suhde) tässä yhteydessä esitettäviä kiinteitä vaikutuksia tarkasteltaessa on hyvä muistaa, että ko. vaikutukset ovat ainoastaan kyseiselle otokselle sovitettuja vaikutuksia.

Taulukko 14. Estimoidut kiinteät vaikutukset

päivä	FE	päivä	FE	päivä	FE	päivä	FE
28.2	36.64	3.3	35.44	4.3	35.75	5.3	35.68
6.3	36.71	7.3	36.67	10.3	36.89	11.3	36.08
12.3	36.12	13.3	36.45	14.3	35.61	17.3	37.46
18.3	38.85	19.3	39.32	20.3	42.73	21.3	40.94
24.3	40.75	25.3	41.14	26.3	40.67	1.4	41.87
2.4	41.15	3.4	42.53	4.4	43.91	7.4	41.81

FE = kiinteä vaikutus

6.3.4 Satunnaisten vaikutusten malli

Satunnaisten vaikutusten mallissa päivittäisiä yksilöllisiä vaikutuksia käsitellään satunnaismuuttujina, dummy-muuttujamenetelmän kiinteiden vakioiden sijaan. Myös satunnaisten vaikutusten mallin tarkemmat tulokset on esitetty liitteessä 7. Malli, joka on estimoitu käyttäen yleistettyä PNS:ää eli GLS-estimointia (residuaalien korrelaation vuoksi), on esitetty yhtälössä (42)

$$(42) \sigma = 41.157 - 0.031256\tau - 0.01456K + u .$$

(17.704) (-5.144) (-6.297)

Myös tässä yhtälössä mallin selittävät muuttujat ovat merkitseviä prosentin riskitasolla, mutta verrattuna dummy-muuttujamalliin, mallin selitysaste on laskenut 0.1675:een. Selittäjien etumerkit ovat pysyneet ennallaan ja kuten dummy-muuttujamallissa, merkintähinta on t-arvojen perusteella maturiteettia merkittävämpi selittäjä.

6.4 Mallien keskinäinen vertailu

Ensimmäisenä vaiheena mallien keskinäisessä vertailussa on tutkia dummy-muuttujamallin ja tavallisen PNS-mallin keskinäistä suhdetta. Tämä tapahtuu ns. uskottavuusosamäärä - testin

(likelihood ratio test) perusteella. Uskottavuusfunktion logaritmit sekä testitulokset on esitetty liitteessä 7.

Uskottavuusosamäärä-testin χ^2 -jakautunut testisuure saa arvon 175.275 ja kyseinen testisuure on merkitsevä prosentin riskitasolla. Näin ollen nollahypoteesi, $H_0 = \beta_{01} = \beta_{02} = \dots = \beta_{024} = \beta_0$ eli kaikkiin päiviin liittyy sama vakiotekijä, voidaan hylätä. Sama voidaan myös todeta F-testin perusteella (F-arvo 9.786 ja merkitsevyystaso 0.000, ks. liite 6) : sama nollahypoteesi päivittäisten vakiotermin yhtäsuuruudesta tulee hylättyä prosentin riskitasolla. Näin ollen dummy-muuttujaestimaattori on perinteistä PNS-estimaattoria tehokkaampi estimaattori.

Satunnaisten vaikutusten mallin ja perinteisen PNS:n spesifikaatiotesti suoritetaan Breuschin ja Paganin LM-testiä¹¹³ hyväksikäyttäen. Kyseisellä testillä testataan virhetermin varianssin rakennetta seuraavien hypoteesien mukaisesti

$$H_0 : \sigma_e^2 = 0$$

$$H_1 : \sigma_e^2 \neq 0.$$

Jos H_0 jää voimaan, tarkoittaa se sitä, että virhetermin rakenne otoksen sisällä estimoidussa transformoidussa mallissa ei sisällä satunnaista yksilöllistä virhetermiä ja näin ollen perinteinen PNS on luontevampi vaihtoehto. Jos taas H_0 hylätään, on satunnaisten vaikutusten malli PNS-estimaattoria tehokkaampi.¹¹⁴ Breusch-Paganin $\chi^2(1)$ -jakautunut testisuure on muotoa

$$(43) \text{ LM} = \frac{NT \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{t=1}^T e_{it} \right)^2 / \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (e_{it})^2 - 1 \right]}{2(T-1)}$$

missä termi e_{it} on satunnaisten vaikutusten mallista laskettu PNS-residuaali.

¹¹³ Breusch ja Pagan (1980, s. 239-253).

¹¹⁴ Lilja (1998).

Edelleen liitteessä 7 olevista tuloksista voidaan havaita, että LM-testisuure¹¹⁵ saa arvon 409.20 ja tämä arvo on merkitsevä prosentoin riskitasolla. Näin ollen H_0 hylätään ja voidaan todeta, että satunnaisten vaikutusten malli on perinteistä PNS-estimaattoria tehokkaampi.

Edellä on saatu selville, että molemmat estimoidut paneelidatamallit ovat perinteistä PNS-estimaattoria tehokkaampia. Viimeisenä vaiheena on selvittää, kumpi estimoiduista paneelidatamalleista on tehokkaampi. Tämä tapahtuu Hausmanin spesifikaatiotestin perusteella, jossa testataan periaatteessa ainoastaan satunnaisten vaikutusten mallin yksilöllisten, satunnaisten vaikutusten ja mallin selittäjien korrelaatiota.¹¹⁶

Hausmanin mukaan tehokkaan estimaattorin ja tehokkaan ja tehottoman estimaattorin erotuksen välinen kovarianssi on nolla eli

$$(44) \text{Cov}(\beta_{\text{GLS}}, \beta_{\text{DM}} - \beta_{\text{GLS}}) = 0.$$

Jos Hausmanin testissä H_0 - hypoteesi jää voimaan, on tällöin dummy-muuttujamenetelmän estimaattorit tarkentuvia ja satunnaisten vaikutusten menetelmän estimaattorit tehokkaita. Jos testi puoltaa H_0 -hypoteesin hylkäämistä, ovat dummy-muuttujamenetelmän estimaattorit edelleen tarkentuvia, mutta satunnaisten vaikutusten menetelmän estimaattorit muuttuvat (edelläesitetystä korrelaatiosta johtuen) harhaisiksi. Hausmanin testisuure on χ^2 -jakautunut vapausasteilla, jotka ovat yhtäläisiä mallin selittävien muuttujien lukumäärään ja kyseinen testisuure voidaan esittää muodossa

$$(45) W = (\beta_{\text{DM}} - \beta_{\text{GLS}})' [\text{Var}(\beta_{\text{DM}}) - \text{Var}(\beta_{\text{GLS}})]^{-1} (\beta_{\text{DM}} - \beta_{\text{GLS}}).^{117}$$

Liitteestä 7 havaitaan, että Hausmanin $\chi^2(2)$ -jakautunut testisuure saa arvon 121.29, joka on merkitsevä prosentoin riskitasolla. Näin ollen satunnaisten vaikutusten mallin parametrit korreloivat jäännöstermien kanssa ja estimaattorit ovat harhaisia. Näiden kahden menetelmän välisessä tarkastelussa implisiittisen volatiliteetin tehokkaammaksi estimaattoriksi valitaan

¹¹⁵ Breusch ja Paganin testisuureesta on käytetty liitteessä (7) nimeä Lagrange Multiplier Test, estimoinneissa käytetyn tietokoneohjelman (LIMDEP 7.0) mukaisesti.

¹¹⁶ Mundlakin mukaan mallin oletus ko. muuttujien korreloimattomuudesta voidaan testata approksimoimalla muuttujien kovarianssi lineaarisella muunnoksella. Lisää, ks. Mudlak(1978) ja Lilja (1998).

¹¹⁷ Lilja (1998) ja Greene (1995, s. 306).

dummy-muuttujamalli. Vakiotermin vaihtelut- estimoitaessa implisiittisiä volatiliteetteja esitettyjen mallien puitteissa- ovat päiväkohtaisesti siis enemmän kiinteitä kuin satunnaisia.

6.5 Dummy-muuttujamalli, volatiliteettien estimointi ja optioiden hinnat

Dummy-muuttujamallin testaus suoritetaan samaan tapaan kuin päivittäistenkin yhtälöiden tapauksessa: seuraavan päivän implisiittiset volatiliteetit lasketaan estimoitujen yhtälöiden perusteella ja edelleen, nämä volatiliteetit sijoitetaan B76-malliin ja lasketaan optioiden teoreettiset hinnat. Näitä estimoituja hintoja vertaillaan sekä markkinahintoihin että historiallisella volatiliteetillä laskettuihin teoreettisiin hintoihin.

Taulukossa 15 on esitetty ne jäännösneliösummat (SSE_{RISD}), jotka on saatu, kun dummy-muuttujamallilla lasketut volatiliteetit on sijoitettu B76-malliin ja optioiden hintoja on ennustettu päivä eteenpäin. Vertailun vuoksi samassa taulukossa esitetään uudelleen myös historiallisen volatiliteetin tuottamat jäännösneliösummat (SSE_{HIST}) vastaavassa tapauksessa

Taulukko 15. Dummy-muuttujamallin ja historiallisen volatiliteetin tuottamat päivittäiset jäännösneliösummat ($SSE:t$)

päivä	SSE_{HIST}	SSE_{RISD}	päivä	SSE_{HIST}	SSE_{RISD}
3.3	340.77	270.80	19.3	1129.18	410.83
4.3	745.31	411.97	20.3	2438.96	707.64
5.3	949.09	14.48	21.3	981.81	1517.56
6.3	844.10	426.21	24.3	423.46	120.63
7.3	394.22	161.64	25.3	524.39	499.85
10.3	794.76	102.05	26.3	343.13	132.75
11.3	402.45	55.74	1.4	1854.01	1115.25
12.3	831.23	635.43	2.4	1007.10	298.31
13.3	567.95	301.63	3.4	1207.57	867.95
14.3	150.89	51.89	4.4	701.08	591.35
17.3	329.21	363.78	7.4	1384.87	805.75
18.3	531.37	522.18			

Huom. $SSE:t$ on laskettu siten, että optioiden hinnat on esitetty satoina markkoina. Jos esim. havaittu option hinta on 500 markkaa ja teoreettinen hinta 350 markkaa, on hinnoitteluvirhe $5-3,5 = 1,5$ ja tämän sopimuksen osalta jäännösneliö $1,5^2 = 2,25$.

Taulukosta voidaan havaita, että 21 päivänä tarkastelujakson aikana dummy-muuttujamenetelmän käyttö tuottaa tarkemmat volatiliteettiestimaatit kuin historiallisen

volatiliteetin käyttö. Edelleen voidaan havaita, että eräinä päivinä historiallisen volatiliteetin käyttö tuottaa moninkertaisia jäännösneliösummia dummy-muuttujamallin tuottamiin RISD:in verrattuna. Tulosten tulkinta on siis selkeä : poikkileikkausaineiston ja aikasarja-aineiston yhdistäminen paneelidataksi ja volatiliteetin estimointi dummy-muuttujamallin avulla tuottaa tarkempia volatiliteettiestimaatteja kuin pelkkä historialliseen volatiliteettiin perustuva lähestymistapa.

Tulosten tarkempi tutkiskelu myös osoittaa, että dummy-muuttujamallin SSE:t ovat alhaisimmillaan silloin, kun implisittinen volatiliteetti pysyy lähes samalla tasolla useita päiviä peräkkäin. Tämän suuntainen havainto on toisaalta täysin looginen dummy-muuttujamallin ominaisuuksien näkökulmasta: näinä päivinä päivittäisen kiinteän vaikutuksen merkitys seuraavien päivien implisiittisissä volatiliteeteissa on huomattava ja täten tämän päivän yhtälö on kohtuullisen selitysvoimainen myös huomisen implisiittistä volatiliteettia silmälläpitäen.

6.5.1 Ncuben tulokset paneelidataestimoinneista

Luvussa neljä käsiteltiin Ncuben saamia estimointituloksia päivittäisten yhtälöiden osalta, mutta varsinaisiin paneelidataestimointeihin ei vielä otettu kantaa. Edellä suoritettujen estimointien noudattelevat hyvin pitkälle samaa linjaa Ncuben estimointien kanssa, joten tässä yhteydessä otetaan esille vain keskeisimmät tulokset paneelidataestimoinneista.

Ncuben suorittamien paneelidatamallien estimointien tulokset on esitetty allaolevissa yhtälöissä. Yhtälö (46) on tulos dummy-muuttujaestimoinnista ja yhtälö (46)' satunnaisten vaikutusten mallista

$$(46) \ln(\sigma) = -0.0048\tau + 0.000008\tau^2 + 0.0023K + 1.1027D + u.$$

(-5.111) (2.681) (7.231) (21.585)

$$(46)' \ln(\sigma) = -7.2321 - 0.0049\tau + 0.000008\tau^2 + 0.0023K + 1.1027D + u.$$

(-9.91) (-5.14) (2.68) (7.23) (21.59)

Dummy-muuttujamallin selitysaste on hieman korkeampi kuin perinteisen PNS-estimoinnin 0.508 ja kaikki päivittäiset kiinteät vaikutukset implikoivat positiivista, alle 100 prosentin volatilitteettia. Uskottavuusosamäärätestin perusteella dummy-muuttujamalli syrjäyttää perinteisen PNS-mallin, kuten tässäkin tutkielmassa.

Satunnaisten vaikutusten mallin kaikki kertoimet ovat merkitseviä viiden prosentin riskitasolla ja Breusch-Paganin LM-testin perusteella myös satunnaisten vaikutusten malli on perinteistä PNS-estimaattoria tehokkaampi. Siis myös Ncuben tutkimuksessa lopullinen valinta tapahtuu dummy-muuttujamallin ja satunnaisten vaikutusten mallin välillä ja loppujen lopuksi Hausmanin testin perusteella dummy-muuttujamalli osoittautuu tehokkaimmaksi estimaattoriksi. Näiltä osin tässä tutkielmassa saadut tulokset ovat siis sopusoinnussa Ncuben tulosten kanssa.¹¹⁸

6.6 Hinnoitteluvirheiden osittainen sopeutuminen

Kuten jo aiemmin mainittua, eräs tapa tutkia eri volatilitteettiestimaattoreiden tehokkuutta on konstruoida osittaisen sopeutumisen malli¹¹⁹, jonka perusteella voidaan tutkia, miten tämän periodin hinnoitteluvirhe ja tulevan periodin option hinta suhtautuvat toisiinsa. Peruslähdekohtana mallissa on, että historialliseen volatilitteettiin perustuva tulevan volatilitteetin ennustaminen ei luonnollisestikaan reagoi epävarmuusoletusten muutoksiin yhtä voimakkaasti kuin dummy-muuttujamalliin perustuva lähestymistapa. Tarkoituksena on selvittää, onko näiden sopeutumisprosessien välillä tilastollisesti merkitseviä eroja havaintojakson sisällä? Jaksossa 4.4.3 esitellyt osittaisen sopeutumisen mallit ovat seuraavat

$$(27) [C_{Ma(t+1)} - C_{Ma(t)}] = \alpha + \beta [C_{Ma(t)} - C_{Mo(t)}] + e_t \text{ tai}$$

$$(27)' [P_{Ma(t+1)} - P_{Ma(t)}] = \alpha + \beta [P_{Ma(t)} - P_{Mo(t)}] + e_t .$$

Molemmat yhtälöt estimoidaan sekä historiallisiin volatilitteetteihin että dummy-muuttujamallin volatilitteeteille perustuvilla optioiden hinnoille PNS-menetelmällä. Koska

¹¹⁸ Ncube (1996).

¹¹⁹ Kattavan kuvauksen osittaisen sopeutumisen malleista esittää mm. Gujarati (1988, s. 519-522).

edellä havaittiin, että dummy-muuttujamalli on historiallista volatilitteettia tehokkaampi tulevaisuuden volatilitteetin estimaattori, on syytä olettaa, että myös hinnoitteluvirheiden sopeutuminen dummy-muuttujamallin tapauksessa on täydellisempää. Käytännössä tämän tulisi tarkoittaa sitä, että dummy-muuttujamallin yhteydessä molempien yhtälöiden β -kertoimet saavat suurempia t-arvoja kuin historiallisen volatilitteetin yhteydessä ja myös mallin selitysasteet ovat korkeampia silloin, kun optioiden hintoja laskettaessa on käytetty dummy-muuttujamallista peräisin olevaa implisiittistä volatilitteettia.

6.6.1 Estimoidut osittaisen sopeutumisen mallit

Taulukossa 16 on esitetty tulokset yhtälöiden (27) ja (27)' estimointituloksista. Yläindeksi ^P viittaa myyntioptioihin ja yläindeksi ^C vastaavasti osto-optioihin.

Taulukko 16. Osittaisen sopeutumisen mallien kertoimet ja tulokset

Volatilitteettiestimaattori	α	β	$\beta:n$ t-arvo	$\beta:n$ merk.tas o	R^2
Hist. volatilitteetti ^C	-20.702	-0.015	-0.1540	0.8779	0.0000
RISD ^C	-48.079	-0.019	-1.6146	0.1093	0.0147
Hist. volatilitteetti ^P	9.344	0.144	1.6655	0.0988	0.0166
RISD ^P	16.904	0.162	2.6262	0.0099	0.0532

Tulokset osoittavat, että osto-optioiden osalta kumpikaan estimoiduista sopeutumiskertoimista (β) ei ole merkitsevä edes 10 prosentin riskitasolla eli mallit eivät ennusta optioiden hintojen muutoksia mitenkään luotettavasti. RISD:n osalta $\beta:n$ t-arvo on kuitenkin huomattavasti suurempi kuin historiallisen volatilitteetin. Tämän perusteella voidaan siis sanoa, että dummy-muuttujamallin perusteella lasketut osto-optioiden hinnat huomioivat historiallista volatilitteettia paremmin edellisen periodin hinnoitteluvirheet. Eli toisinsanoen, suurempi osa tämän päivän hinnoitteluvirheestä tulee otetuksi huomioon huomisen kurssiepävarmuutta määritettäessä.

Myyntioptioiden sopeutumiskertoimet osoittavat suurempaa sopeutumista kuin osto-optioiden kertoimet. T-arvojen ja merkitsevyytasojen perusteella RISD-estimaattorin perusteella lasketuissa myyntioptioiden hinnoissa on havaittavissa suurempaa sopeutumista kuin historiallisen volatilitietin perusteella lasketuissa hinnoissa. Ero on itseasiassa melko selkeä: RISD:n osalta sopeutumiskerroin tulee hyväksytyksi vielä prosentinkin riskitasolla, kun taas historiallisen volatilitietin osalta ko. kerroin hyväksytään juuri ja juuri 10 prosentin riskitasolla.

Yhteenvedona osittaisen sopeutumisen malleista voidaan todeta, että ne vahvistavat jo aiemmin saatuja tuloksia RISD-estimaattoreiden paremmasta kyvystä ennustaa tulevien päivien volatilitietteja, kun vertailu pohjana on logaritmistien tuottojen muutoksiin perustuva historiallinen volatilitietti. Toisaalta, havaittu sopeutuminen ei ole kuitenkaan kovinkaan merkittävää; selittihän edellä estimoidut malleista selitysvoimaisinkin vain noin viisi prosenttia optioiden hintojen muutoksista.

7. LOPUKSI

Tässä tutkielmassa on käsitelty suomalaisten FOX-indeksioptioiden hinnoittelua B76-malliin perustuen ja kyseisen mallin keskeisimmän parametrin, volatilitietin estimointia sekä poikkileikkaus- että paneeliaineiston perusteella. Työn alussa luotiin katsaus FOX-indeksioptioiden rajaehtoihin ja esiteltiin perinteisin optioiden hinnoittelumalli, Black-Scholes-malli vuodelta 1973. Tutkielman loppuosassa taas pyrittiin etsimään tehokkainta volatilitietiestimaattoria eri estimointitekniikoiden avulla ja analysoitiin kyseisten estimaattoreiden tuottamien optioiden teoreettisten hintojen ja markkinahintojen välistä suhdetta. Lähtökohtana kaikissa estimoinneissa oli (eräiden aikaisempien tutkimusten mukaisesti), että FOX-indeksioptioiden volatilitietti voidaan mallittaa funktioksi option merkintähinnasta ja jäljellä olevasta maturiteetista eli parametreista, joihin ei liity mitään epävarmuutta sopimuksen voimassaoloaikana.

Ensimmäiset estimoinnit suoritettiin päivätasolla eli käyttäen poikkileikkausaineistoa. Tulokset osoittivat, että volatilitietiestimoinnin tehostaminen esitetyllä tavalla tuotti suurimmassa osassa tapauksista tarkempia ennusteita tuleville hinnoille kuin perinteinen, historialliseen volatilitiettiin perustuva menetelmä. Estimoiduissa malleissa esiintyi kuitenkin melko suurta vaihtelua- koskien mallien selityskykyä ja eri kertoimien merkitsevyyttä. Osaltaan tähän vaikuttivat päivittäisten havaintojen pieni lukumäärä ja tarkasteltavien markkinoiden kapeudesta johtuva aineiston paikkaaminen osto- ja myyntinoteerausten keskiarvoilla. Tältä osin saatuja tuloksia voidaan pitää ainoastaan tyydyttävinä ja suuntaa antavina.

Poikkileikkaus- ja aikasarja-aineiston yhdistäminen paneeliaineistoksi mahdollisti koko havaintoaineiston yhtäaikaisen tarkastelun paneelidatamallien avulla. Suoritettujen testien perusteella havaittiin, että implisiittisen volatilitietin määrittää tarkimmin dummy-muuttujamalli, jonka mukaan sama päivittäinen kiinteä vaikutus liittyy kaikkiin poikkileikkaushavaintoihin. Kyseisen mallityypin perusteella estimoidut volatilitietit tuottivat B76-mallissa huomattavasti tarkempia tulevaisuuden optioiden hintoja kuin historiallisen volatilitietin käyttö. Aikaisemmissa tutkimuksissa esitetyt havainnot edellisen päivän implisiittisen volatilitietin sopivuudesta tämän päivän volatilitietin ennustajana saavat siis

tukea tässäkin yhteydessä. Toisaalta, myös dummy-muuttujamallin yhteydessä mallin ennustuskyvystä ilmeni kohtuullisen suuria päiväkohtaisia eroja.

Empiirisen osan lopuksi hahmoteltiin havaitun hinnoitteluvirheen ja ”huomisen” option hinnan välille osittaisen sopeutumisen malli. Mallin tulokset osoittivat, että RISD-estimaattoreilla lasketut optioiden hinnat reagoivat edellisen periodin hinnoitteluvirheeseen historiallisella volatiliteetilla laskettua option hintaa enemmän. Kyseinen havainto tuli erityisen selkeästi esille myyntioptioiden tapauksessa. Tämä vahvistaa havaintoa siitä, että FOX-indeksioptioiden volatiliteettiprosessi olisi enemmän RISD-estimaattorin kuin historiallisen volatiliteetin mukainen.

Vaikka tutkielman painopiste olikin edellä käsitellyissä estimoinneissa ja niiden tuloksissa, analysoitiin tutkielmassa myös eräitä osake- ja optioaineistojen ekonometriseen analysointiin liittyviä kysymyksiä. Tuottojen normalisuus, selittävien muuttujien multikollinearisuus, autokorrelaatio, volatiliteetin aikasarjaominaisuudet jne. ovat aiheita, jotka asettavat omat vaatimuksensa ja haasteensa osake- ja optiomarkkinoiden analysoinnissa ja tutkimuksessa. Tutkielmaa tehdessä tuli myös konkreettisesti esille se, että suomalaisten indeksioptiomarkkinoiden osittainen kapeus asettaa omat rajoituksensa analyysitapojen- ja menetelmien käytössä ja valinnassa ja myös tulosten yleistettävyydessä.

LÄHDELUETTELO

Bakshi, G. , Cao, C. ja Chen, Z. (1997): Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models. *Journal of Finance* 52:2, s. 2003-2049.

Beckers, S. (1980): The Constant Elasticity of Variance Model and Its Implications for Option Pricing. *Journal of Finance*, 35-June, s. 661-673.

Beckers, S. (1981): Standard Deviations Implied on Option Prices as Predictors of Future Stock Price Variability. *Journal of Banking and Finance* 5:3, s. 363-368.

Beckers, S. (1983): Variances of Security Price Returns Based on High, Low and Closing Prices. *Journal of Business*, 56, s. 97-112.

Berglund, T. , Liljeblom, E. ja Hedvall, K. (1988): Market Serial Correlation and the Valuation of Index Options. Working paper 185 of Swedish School of Economics and Business Administration in Helsinki.

Berglund, T. ja Liljeblom, E. (1988): Market Serial Correlation on a Thin Security Market: A Note. *Journal of Finance* 43:4, s. 1265-1274.

Bhattacharya, M (1983): Transaction Data Tests of Efficiency of the Chicago Board Options Exchange. *Journal of Financial Economics* 12:2, s. 161-185.

Black, F. (1976): The Pricing of Commodity Contracts. *Journal of Financial Economics*, 3-January-March, s. 167-179.

Black, F. Ja Scholes, M. (1973) : The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, Vol. 81, May-June, s. 637-654.

Bollerslev, T. (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 31, s. 307-327.

Bollerslev, T. ja Mikkelsen, H.O. (1996): Modeling and Pricing Long Memory on Stock Market Volatility. *Journal of Econometrics* 73, s. 151-184.

Bossaerts P. ja Hillion P. (1988) : Generalized Method of Moments Tests of Contingent Claims Asset Pricing Models. Unpublished, Carnegie-Mellon University and INSEAD.

Breusch, T. ja Pagan, A. (1980): The LM Test and its Application to Model Specification in Econometrics. *Review of Economic Studies* 47, s. 239-254.

Choi, S. ja Wohar, M.E. (1994) : S&P 500 Index Options Prices and the Black-Scholes Option Pricing Model. *Applied Financial Economics* 4:4, s. 249-264.

Chung, K. ja Williams, R. (1983): An Introduction to Stochastic Integration. Birkhäuser.Boston.

Cox, J. ja Ross, S. (1976): The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes. *Journal of Financial Economics*, 3, s. 145-166.

Cox, J.C. ja Rubinstein, M. (1985): *Options Markets*. Prentice-Hall.

Cryer, J.D. (1986): *Time Series Analysis*. PWS Publishers. Boston.

Cuthbertson, K. , Hall, S.G. ja Taylor, M.P. (1992): *Applied Econometric Techniques*. Harvester Wheatsheaf, Hemel Hemstead.

Dixit, A.K ja Pindyck, R.S (1994) : *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press. New Jersey.

Eklund, J. , Harju, I. ja Lahti, A. (1990) : *Options and Futures Markets in Finland and Sweden*. Suomen Optiomeklarit Oy. Katsaus No 1.

Emanuel, D. ja MacBeth, J. (1982): Further Results on Constant Elasticity of Variance Call Option Models. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 17, s. 533-554.

Engle, R.F (1982): Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the UK Inflation. *Econometrica* 50:4, s. 987-1007.

Evnine, J. ja Rudd, A. (1985): Index Options:the Early Evidence. *Journal of Finance* 40:3, s. 743-756.

Fama, Eugene F. (1970): Efficient Capital Markets:a Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance* 25:May, s. 383-417.

Fama, Eugene F. (1991): Efficient Capital Markets 2. *Journal of Finance* 46:December, s. 1575-1617.

Finucane, T.J. (1989): Black-Scholes Approximations of Call Option Prices with Stochastic Volatility: a Note. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 24:4, s. 527-532.

Fomby, T.B. , Hill, C.R. ja Johnson, S.R. (1984): *Advanced Econometric Methods*. Springer-Verlag. New York.

French, D. W. (1984): The Weekend Effect on the Distribution of Stock Prices: Implications for Option Pricing. *Journal of Financial Economics*, 13, s. 457-559.

Galai, D (1978): Empirical Tests of Boundary Conditions for CBOE Options. *Journal of Financial Economics* 9:4, s. 321-346.

Greene, W.H. (1995): *Limdep Version 7.0*. Economic Software, Inc. New York.

Gujarati, D.N. (1988): *Basic Econometrics*. Second Edition. McGraw- Hill Co.

Halpern, P.J. ja Turnbull, S.M. (1985): Empirical Tests of Boundary Conditions for Toronto Stock Exchange Options. *Journal of Finance* 40:2, s. 481-500.

- Hansen, L.P. (1982): Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators. *Econometrica*, 50, s. 1029-1054.
- Helsingin Arvopaperipörssi OY (1997) : Tiedote L/47/97 5.8.1997.[http://: www.hse.fi/suomi_tiedote_T000000719970805](http://www.hse.fi/suomi_tiedote_T000000719970805).
- Helsingin Sanomat (1998): ” Johdannaiskauppa keskittyy pörssiin”. *Helsingin Sanomat* 26.4.1998, s. B13.
- Hietala, P. , Jokivuolle, E. ja Koskinen, Y (1994) : Short-Selling Restrictions, Strategic Stock Holdings and Index Futures Markets in Finland. Suomen Pankin keskustelualoitteita No. 19/94.
- Hull, J. ja White, A. (1987): The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. *Journal of Finance*, 42:2, s. 281-300.
- Hull, J.C. (1993) : Options, Futures and Other Derivative Securities. Second edition. Prentice - Hall International Editions.
- Jarrow, R. ja Rudd, A. (1982): Approximate Option Valuation for Arbitrary Stochastic Processes. *Journal of Financial Economics*, 10, s. 347-369.
- Jarrow, R. ja Wiggins, J. (1989): Option Pricing and Implicit Volatilities. *Journal of Economic Surveys* 3:1.
- Jennergren, L. ja Näslund, B. (1996): A Class of Options with Stochastic Lives and an Extension of the Black-Scholes Formula. *European Journal of Operational Research*, 91:2, s. 229-234.
- Jern, B. (1991): Prissättning av amerikanska aktiesäljoptioner- en empirisk studie på Stockholms optionsmarknad. Working paper 228 of Swedish School of Economics and Business Administration in Helsinki.
- Johnson, H. ja Stulz, R. (1987): The Pricing of Options with Default Risk. *Journal of Finance* 42:2, s. 267-280.
- Jokivuolle, E. (1990) : Suomalaisten FOX-indeksioptioiden hinnoittelu Monte Carlo-simulointia käyttäen. Suomen Pankin keskustelualoitteita No. 13/90.
- Jokivuolle, E. ja Koskinen, Y. (1991): Financial Options and Futures Markets. *Bank of Finland Bulletin*, special issue 1991, s. 23-28.
- Judge, G.G. , Hill, C.R. , Griffiths, W.E. , Lutkepohl, H. ja Lee, T-C. (1988): Introduction to the Theory and Practice of Econometrics. Second Edition. John Wiley and Sons. Singapore.
- Kahra, H. (1992): Pricing FOX Options under Conditional Heteroskedasticity in Returns. *Tampere Economic Studies* 1:1992.

Kahra, H. ja Kanto, A.J. (1991): The Behaviour of the Implicit Volatility in the Premiums of FOX Options. Tampere Economic Working Papers 5/1991.

Latane, H. ja Rendleman, R. (1976): Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices. *Journal of Finance* 31:2, s. 369-382.

Lilja, R. (1998): Mikroaineistojen ekonometria. Luentomoniste. Joensuun Yliopisto.

MacBeth, J.D. ja Merville, L.J. (1979): An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model. *Journal of Finance* 14:5, s. 1173-1186.

MacKinlay, C.A ja Ramaswamy, K. (1988): Index-futures Arbitrage and the Behaviour of Stock Index Futures Prices. *Review of Financial Studies* 1:2, s. 137-158.

MacKinnon, J. (1990) : Critical Values for Cointegration Tests in R.Engle and C.W.J Granger (eds.), *Modelling Long Run Economic Relationships*. Oxford University Press.

Maddala, G. S. (1987): Limited Dependent Variable Models using Panel Data. *The Journal of Human Resources*, 22, s. 307-338.

Malliaris, A.G. ja Brock, W.A. (1985): *Stochastic Methods in Economics and Finance*. North-Holland. Amsterdam.

Merton, R.C. (1973): Theory of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science* 4:1, s. 141-183.

Merton, R.C. (1990): *Continuous-Time Finance*. Blackwell Publishers.

Mundlak, Y. (1978): On the Pooling of Time-Series and Cross-Section Data. *Econometrica* 46:1, s. 69-85.

Ncube, M. (1996): Modelling Implied Volatility with OLS and Panel Data Models. *Journal Of Banking and Finance*, 20, s. 71-84.

Officer, D. ja Trennepohl, G. (1981): Price Behaviour of Corporate Equities Near Option Expiration Dates. *Financial Management* 10, s. 75-80.

Poterba, J.M. ja Summers, L.H. (1986): The Persistence of Volatility and Stock Market Fluctuations. *American Economic Review* 76:5, s. 1142-1151.

Poterba, J.M. ja Summers, L.H. (1988): Mean Reversion in Stock Prices. Evidence and Implications. *Journal of Financial Economics*, 22, s. 27-59.

Puttonen, V. (1992): Stock index derivatives arbitrage in Finland. *Proceedings of the University of Vaasa, Research Papers No. 162*.

Puttonen, V. (1992b): On the Behaviour of the Finnish Stock Index Options Markets. *Finnish Economic Papers* 5:2, s. 117-128.

Puttonen, V. (1993): The Efficiency of the Finnish Stock Index Derivatives Markets. Acta Wasaensia No 31.

Puttonen, V. (1997): Optionobelistit vuonna 1997: Myron Scholes ja Robert Merton. Kansantaloudellinen aikakausikirja 93:4, s. 659-662.

Puttonen, V. ja Valtonen, E. (1996): Johdannaismarkkinat. WSOY.

Rindell, K. (1989) : Arbitrage Opportunities in the Swedish Stock Index Spot and Derivative Markets. Working paper 192 of Swedish School of Economics and Business Administration in Helsinki.

Rindell, K. (1989) : Stock Index Volatility Expectations Implied by Call Options Premia. Working paper 193 of Swedish School of Economics and Business Administration in Helsinki.

Rindell, K. (1991) : Generalized Method of Moments Test of Black and Scholes Model. Working paper 221 of Swedish School of Economics and Business Administration in Helsinki.

Rindell, K. (1994) : Essays on Contingent Claims Pricing. Publications of the Swedish School of Economics and Business Administration Nr 60.

Rubinstein, M. (1985): Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using all Reported Trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 through August 31, 1977. Journal Of Finance 40:2, s. 455-480.

Sharpe, W. F. ja Alexander, G. J. (1990) : Investments. Fourth edition. Prentice - Hall International Editions.

Smith, Jr, C.W. (1976): Option Pricing: A Review. Journal of Financial Economics, 3-January-March, s. 3-52.

Stoll, H.R. (1969): The Relationship between Put and Call Option Prices. Journal of Finance 24:5, s. 801-824.

Suomen Optiomeklarit OY (1996) : Fox-indeksin painorajoite toimii. Positio 1-96, s. 7-9. [http// : www.som.fi/ positio/ 1-96/ s 7-9.htm](http://www.som.fi/positio/1-96/s7-9.htm)

Suomen Optiomeklarit OY (1997a) : Vuosikertomus 1996.

Suomen Optiomeklarit OY (1997b) : FOX-indeksioptiot ja termiinit.

Suomen Optiomeklarit Oy (1997c) : Helsingin Arvopaperipörssi ja SOM sulautuvat. Tiedote 1.7.1997. [http//: www.som.fi/ news/ lehdistotiedote/ lt 10797fuu.html](http://www.som.fi/news/lehdistotiedote/lt10797fuu.html).

Vaihekoski, M. (1996): Intertemporal Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Parameters: Tests on Data from Helsinki Stock Exchange. Working paper 317 of Swedish School of Economics and Business Administration in Helsinki.

Vauramo, A. (1993) : Optiomarkkinoiden ja osakehintaindeksien tehokkuuden tutkiminen mekaanisilla sijoitusstrategioilla. Helsingin Yliopiston kansantaloustieteen laitoksen tutkimuksia No. 64.

Wiggins, J.B. (1987): Option Values under Stochastic Volatility. *Journal of Financial Economics*, 19, s. 351-372.

LIITE 1. EUROOPPALAISEN INDEKSIIN MYYNTIOPTION RAJAEHDON JOHTAMINEN

Kuten jo kappaleen 2.3.2 lopussa todettiin, eurooppalaiselle indeksin myyntioptiolle voidaan johtaa rajaehdot samoilla periaatteilla kuin osto-optiollekin. Tarkastellaan ensin termiiniin perustuvaa lähestymistapaa taulukon L1.1 pohjalta

Taulukko L1.1 Myyntioption rajaehdon johtaminen suhteessa termiiniin

Tarkasteluhetki	Nyt	Erääntymispäivä	Erääntymispäivä
S^* vs. K		$S^* < K$	$S^* \geq K$
Ostetaan myynti-optio	$-P_{Ma}$	$K - S^*$	Optiota ei merkitä $\rightarrow 0$
Lainataan P :n verran	$+P_{Ma}$	$-P_{Ma}R^{(T-t)}$	$-P_{Ma}R^{(T-t)}$
Ostetaan termiini	-	$S^* - F$	$S^* - F$
Summat	$-P_{Ma} + P_{Ma} = 0$	$K - F - P_{Ma}R^{(T-t)}$	$S^* - F - P_{Ma}R^{(T-t)}$

Lähdetään liikkeelle oletuksesta, että myyntioption hinta on pienempi kuin erääntymishinnan ja vastaavan pituisen termiinin erotuksen nykyarvo, siis $P_{Ma} < (K-F)R^{(T-t)}$. Tällöin ostamalla myyntioption lainarahalla ja ostamalla vastaava maturiteettisen termiinin, saadaan taulukon L1.1 osoittamat kassavirrat. Jos indeksin arvo erääntymispäivänä on pienempi kuin option merkintä- hinta, lunastetaan myyntioptio ja saadaan $K-F-P_{Ma}R^{(T-t)}$:n suuruinen kassavirta, joka tekemämme oletuksen perusteella on suurempi kuin 0. Jos taas indeksin arvo erääntymispäivänä on suurempi kuin merkintähinta ($S^* > K$), saamme myöskin positiivisen kassavirran varmuudella. Edelläesitetyn perusteella voimme muodostaa epäyhtälön (L1.1) mukaisen rajaehdon

$$(L1.1) \quad P_{Ma} \geq \text{Max} [0, (K-F)R^{(T-t)}]$$

Tarkastellaan myös myyntioption tapauksessa toista lähestymistapaa, osakekoriin ja optioon perustuvaa strategiaa, kun tarkoituksenamme on myydä indeksin pohjana oleva osakekori joko hetkellä t tai T .

Taulukko L1.2 Osakekorin myyminen hetkellä T myyntioption ja osakekoriin perustuvan strategian avulla.

Kassavirrat	Kassavirta hetkellä t_1	Strategian arvo hetkellä T
Myydään osakekori nyt tai myydään hetkellä T.	S_t	S_T
Ostetaan myynti-optio ja lainataan merkintähinnan nykyarvo	$-P_{Ma} + KR^{-(T-t)}$	$\text{Max}(K - S_T, 0) - K$

Jos nyt omistamamme osakekorin arvo hetkellä T on suurempi kuin ostamamme myyntioption erääntymishinta, ei myyntioptiota toteuteta. Tällöin pelkkään osakekoriin perustuva strategia tuottaa suuremman kassavirran (S_T) kuin option perustuva strategia. Jos taas erääntymishinta on suurempi kuin osakekorin arvo, toteutetaan myyntioptio. Tällöin saamamme kassavirta $-S_T$ on pienempi kuin pelkkään osakkeeseen perustuvassa strategiassa. Optiostrategian kustannusten täytyy tänään siis olla pienemmät, koska myös sen tuottamat kassavirrat ovat tulevaisuudessa pienemmät. Siis $-P_{Ma} + KR^{-(T-t)} < S_t$, josta

$$(L1.2) \quad P_{Ma} \geq \text{Max} [0, KR^{-(T-t)} - S_t].$$

Osakekorille maksettavat osingot ovat tuloa eurooppalaisen myyntioption haltijalle, verrattuna osakekorin suoraan myymiseen. Diskontatut osingot vaikuttavat myyntioption hintaan siis positiivisesti, joten rajaehto eurooppalaiselle indeksin myyntioptiolle voidaan kirjoittaa

$$(L1.3) \quad P_{Ma} \geq \text{Max} [0, KR^{-(T-t)} - S_t + D_{T-t}].$$

Yhdistämällä nyt epäyhtälöt (L1.1) ja (L1.3), saamme rajaehdon eurooppalaisen indeksin myyntioptiolle

$$(L1.4) \quad P_{Ma} \geq \text{Max} [0, KR^{-(T-t)} - S_t + D_{T-t}, (K-F)R^{-(T-t)}].$$

LIITE 2. BLACK-SCHOLES-KAAVAN JOHTAMINEN EUROOPPALAISILLE OSTO-JA MYYNTIOPTIOLLE

Seuraavassa johdetaan Black-Scholes kaava eurooppalaiselle osto- ja myyntioptiolle. Todistuksessa ei perehdytä tarkemmin geometriseen Brownin liikkeeseen eikä eräisiin dynaamisen optimoinnin lauseisiin ja todistuksiin, vaan nämä prosessit ja todistukset otetaan annettuina. Brownin liikkeestä ja kyseisistä todistuksista kiinnostuneita kehoitetaan tutustumaan varsinaisen tekstin alaviitteessä 40 lueteltuun kirjallisuuteen.

Osto-optio

Lähdetään liikkeelle osto-optiosta, jonka kohde-etuudelle ei makseta osinkoja ja oletetaan, että kohde-etuuden hinta seuraa geometrista Brownin liikettä yhtälön (L2.1) mukaisesti

$$(L2.1) dS = \alpha S dt + \sigma S dz$$

Option merkintähinta on K ja se erääntyy hetkellä T . Markkinoiden riskitön korko olkoon r ja yksinkertaisuuden vuoksi nykyhetki normalisoidaan ajanhetkeksi 0 . Osto-option hinta riippuu maturiteettinsa aikana ajasta t ja kohde-etuuden hinnasta S , siis $C = C(S, t)$. Muodostetaan seuraavaksi portfolio W , joka koostuu optiosta ja kohde-etuudesta

$$(L2.2) W = C(S,t) + hS$$

Kaavassa (L2.2) esiintyvä h on ns. hedge ratio, joka ilmaisee, kuinka monta asetettua optiota meidän tulee yhdistää yhteen kappaleeseen ostettua kohde-etuutta, jotta muodostamme portfolio olisi täysin suojattu.

Jotta edellä esitetty portfolio olisi täysin riskitön, on kyettävä analysoimaan sen muutoksia eli toisin sanoen, kyseinen prosessi on kokonaisdifferentioitava. Koska kohde-etuuden hinnan liikeyhtälössä (L2.1) esiintyy stokastinen termi dz , on kyseinen differentiointi kätevin suorittaa ns. Iton lemmän¹ avulla. Soveltamalla kyseistä lemmaa yhtälöön (L2.2), saamme

¹ Iton lemmasta, kts. Dixit ja Pindyck (1994, s. 79-82).

$$(L2.3) \quad dW = [C_t + \alpha SC_s + (1/2)\sigma^2 S^2 C_{SS}]dt + \sigma SC_s dz + h\alpha Sdt + h\sigma Sdz = \\ [C_t + \alpha SC_s + (1/2)\sigma^2 S^2 C_{SS} + h\alpha S]dt + [\sigma SC_s + h\sigma S] dz$$

Jotta muodostettu portfolio olisi riskitön, täytyy yhtälön stokastisen elementin dz kerroin olla nolla eli

$$(L2.4) \quad \sigma SC_s + h\sigma S = 0$$

Nyt voimme yhtälöstä (L2.4) ratkaista

$$(L2.5) \quad h = -C_s$$

Koska kohde-etuuden hinta ei todennäköisesti ole vakio välillä $[0, T]$, on portfolion riskittömänä pitämiseksi suoritettava sen jatkuva-aikaista päivittämistä. Toisaalta, arbitraasivoittojen eliminointumiseksi kyseisen portfolion tuoton täytyy olla yhtäläinen markkinoiden riskittömän koron kanssa. Ottamalla tämä huomioon ja sijoittamalla yhtälö (L2.5) yhtälöön (L2.3), saamme

$$(L2.6) \quad [C_t + (1/2)\sigma^2 S^2 C_{SS} +]dt = r[C - C_s S] dt, \\ \rightarrow C_t + rSC_s + (1/2)\sigma^2 S^2 C_{SS} - rC = 0.$$

Yhtälö (L2.6) on Blackin ja Scholesin johtama osittaisdifferentiaaliyhtälö. Koska eurooppalaisen osto-option lunastaminen on mahdollista ainoastaan erääntymispäivänä, pystytään ylläolevan osittaisdifferentiaaliyhtälön perusteella löytämään suljetun muodon ratkaisu option hinnalle. Varsinaisen tekstin yhteydessä (jakso 2.3.2) mainittiin, että optioiden hinnoittelu lähtokohtana ovat teoreettiset rajaehdot. Yksinkertaisuuden vuoksi tässä yhteydessä yhtälö (L2.6) ratkaistaan suhteessa rajaehtoon

$$(L2.7) \quad C(S, T) = \text{Max}[0, S_T - K]$$

Yhtälön (L2.6) ratkaiseminen rajaehdon suhteen on kohtuullisen mutkikas prosessi. Dixit ja Pindyck (1994, s. 122-125) ovat osoittaneet, että tämän kaltainen ongelma voidaan ratkaista

dynaamisen optimoinnin avulla. Tapauksessa, jossa kohde-etuudelle ei makseta osinkoja eikä muita suorituksia maturiteettinsa aikana, yhtälön (L2.6) ratkaisu rajaehdon (L2.7) suhteen on

$$(L2.8) C(S,0) = E [\exp(-rT) \text{Max}\{S'(T) - K, 0\}],$$

missä $S'(0)$:n arvo hetkellä 0 on $S(0)$, mutta tämän jälkeen se seuraa prosessia

$$(L2.9) dS' = rS' dt + \sigma S' dz$$

E on odotusarvo-operaattori yhtälössä (L2.9) esitetyn stokastisen prosessin suhteen. Aiemmin esitetyn perusteella voimme havaita, että yhtälö (L2.9) implikoi, että

$$(L2.10) S'(T) = S(0) \exp[(r - \sigma^2/2)T + \sigma z(T)]$$

Yhtälössä (L2.10) $z(T)$ on normaalisti jakautunut Brownin liike siten, että sen odotusarvo ajan suhteen on nolla ja varianssi T . Merkitään tästä eteenpäin termiä $S(0)$ yksinkertaisuuden vuoksi termillä S ja muodostetaan uusi muuttuja $x = \sigma z(T)$, jonka odotusarvo on myös nolla, mutta varianssi $\sigma^2 T$. Yhtälö (L2.8) voidaan nyt kirjoittaa muotoon

$$(L2.11) \int_{-\log(\frac{S}{K}) - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2 T}) [S \exp(-\frac{\sigma^2 T}{2} + x) - \exp(-rT)K] dx =$$

$$S \int_{-\log(\frac{S}{K}) - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2 T} - \frac{\sigma^2 T}{2} + x) dx -$$

$$S \exp(-rT) \int_{-\log(\frac{S}{K}) - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2 T}) dx$$

Kaavassa (L2.11) on käytetty apuna normaalijakauman tiheysfunktioita ja yhtälössä (L2.8) olleen maksimointifunktion termit on kerrottu diskonttotekijällä $\exp(-rT)$. Yhtälön (L2.11) viimeinen rivi voidaan vielä kehittää seuraavasti

$$(L2.12) \text{ Sexp}(-rT) \int_{-\log(\frac{S}{K}) - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2 T}\right) dx =$$

$$\text{Sexp}(-rT) \text{Prob}[x \geq -\log(S/K) - (r - \sigma^2/2)T] =$$

$$\text{Sexp}(-rT) \text{Prob}\left[-\frac{x}{\sigma\sqrt{T}} \leq \frac{\log(S/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right] =$$

$$\text{Sexp}(-rT) N\left[-\frac{\log(S/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]$$

Merkintä $N[\cdot]$ viittaa standardoituun normaalijakauman kertymäfunktioon. Myös toinen rivi yhtälöstä (L2.11) voidaan kehittää hiukan toisenlaiseen muotoon

$$(L2.13) S \int_{-\log(\frac{S}{K}) - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2 T} - \frac{\sigma^2 T}{2} + x\right) dx =$$

$$S \int_{-\log(\frac{S}{K}) - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2 T}(x^2 - 2x\sigma^2 T + \sigma^4 T^2)\right) dx =$$

$$S \int_{-\log(\frac{S}{K}) - (r - \frac{\sigma^2}{2})T}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp\left[-\frac{(x - \sigma^2 T)^2}{2\sigma^2 T}\right] dx$$

Jos muodostetaan uusi muuttuja $y = (x - \sigma^2 T) / \sigma \sqrt{T}$, joka on normaalisti jakaantunut muuttuja keskiarvolla 0 ja varianssilla $\sigma^2 T$, voidaan kaava (L2.13) esittää muodossa

$$(L2.14) S \text{ Prob}[y \geq -\log(S/K) - (r - \sigma^2/2)T] =$$

$$S \text{ Prob}\left[\frac{y - \sigma^2 T}{\sigma \sqrt{T}} \geq \frac{-\log(S/K) - (r - \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}} - \sigma \sqrt{T}\right] = SN\left[\frac{\log(S/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}}\right]$$

Sijoittamalla yhtälöt (L2.12) ja (L2.14) kaavaan (L2.11) saadaan

$$(L2.15) C(S,0) = SN[d_1] - S \exp(-rT)N[d_2], \text{ missä}$$

$$d_1 = \frac{\log(S/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad \text{ja}$$

$$d_2 = \frac{\log(S/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma \sqrt{T}}$$

Yhtälö (L2.15) on Black-Scholes-hinnoittelumalli eurooppalaiselle osto-optiolla.

Myyntioptio

Myyntioption hinnoittelukaava voidaan johtaa edelliseen todistukseen viitaten monella eri tavalla. Otetaan lähtötilanteeksi ajan hetkellä 0 muodostettava portfolio, joka muodostuu riskittömästä sijoituskohteesta, osto-optiosta ja tämän kohde-etuudesta

$$(L2.16) K \exp(-rT) - S + C(S,0)$$

Tämän portfolion arvo option erääntymispäivänä on

$$(L2.17) K - S(T) + \text{Max}[S(T) - K, 0] = K - S(T), \text{ jos } K \geq S(T)$$

$$0, \text{ jos } K < S(T) \Rightarrow \text{Max}[K - S(T), 0]$$

Nyt siis kuvatus portfolion kassavirta option erääntymispäivänä on yhtäläinen hetkellä 0 asetetun eurooppalaisen myyntioption kassavirran kanssa. Jotta markkinoilla ei olisi mahdollisuutta arbitraasivoittoihin, täytyy myyntioption hinnan tänään, $P(S,0)$ olla yhtäläinen portfolion hinnan kanssa.

$$(L2.18) P(S,0) = K \exp(-rT) - K + C(S,0)$$

Yhtälöstä (L2.15) seuraa, että

$$(L2.19) P(S,0) = K \exp(-rT) N(-d_2) - S N(-d_1).$$

Yhtälö (L2.19) on Black-Scholes-hinnoitteluyhtälö eurooppalaiselle myyntioptiolle.

LIITE 3. ESIMERKKI PÄIVÄKOHTAISESTA HAVAINTOAINEISTOSTA

Seuraavassa on esitetty yhden päivän osalta yhteenveto työn empiirisessä osassa käytetyistä eri muuttujista ja niiden saamista arvoista. Koko estimointiperiodin aineisto on luonnollisesti saatu yhdistämällä päiväkohtaiset aineistot. Taulukossa (L3.1) esitetään myös lasketut volatiliteettiestimaatit: σ_{ISD} on sopimuksen implisiittinen volatiliteetti, σ_{RISD} on päivittäisten regressioyhtälöiden perusteella estimoitu volatiliteetti ja σ_{DV} viittaa dummymuuttujamallin perusteella laskettuun volatiliteettiin.

Taulukon alapuolella on esitetty vertailun vuoksi edellisen päivän regressioyhtälöt, joiden perusteella ko. volatiliteettiestimaatit on laskettu: yhtälössä (L3.1) on esitetty poikkileikkausaineiston perusteella laskettu regressioyhtälö (päivittäinen regressioyhtälö) ja yhtälössä (L3.1)' paneeliaineiston perusteella laskettu regressioyhtälö (dummymuuttujamalli). Yhtälö (L3.1) antaa volatiliteetin desimaalimuodossa (0,25), kun taas yhtälöstä saadaan volatiliteetti prosenttimuodossa (25%).

Taulukko L3.1 Käytetty päivittäinen havaintoaineisto 5.3.1997

Sarja	K	T-t	C_{Ma} / P_{Ma}	σ_{ISD}	σ_{RISD}	σ_{DV}
D1020	1020	34	2500	20,53	21,35	22,07
D1050	1050	34	1350	19,77	20,62	21,69
D1080	1080	34	750	20,26	19,90	21,31
F1020	1020	76	3850	20,86	21,61	21,27
F1050	1050	76	2600	19,39	20,89	20,89
F1080	1080	76	1700	19,13	20,17	20,51
P930	930	34	800	23,68	23,73	23,22
P960	960	34	1575	24,09	22,92	22,84
P990	990	34	2825	25,12	22,12	22,45
R930	930	76	2050	23,71	24,05	22,42
R960	960	76	2850	23,22	22,41	21,65
R990	990	76	4100	22,76	20,77	20,88

K=option merkintähinta, T-t =jäljellä oleva maturiteetti, C_{Ma} = osto- option markkinahinta ja P_{ma} = myyntioption markkinahinta.

Optioiden hintoja laskettaessa on edelläesitettyjen tietojen lisäksi tarvittu luonnollisesti myös tiedot korkotasosta ja kohde-etuuden nykyisestä hinnasta. Kolmen kuukauden Heliborin annualisoitu (yhtälö 28) noteeraus 4.3.1997 oli 3,058 prosenttia ja cost-of-carry-mallin

(yhtälö 19) mukaan diskontatut termiin arvon olivat lyhyemmälle termiinisopimukselle 994,628 ja pidemmälle termiinisopimukselle 993,63.

$$(L3.1) \ln(\sigma) = -0.336655 - 0.001173K - 0.000315877(T-t) + u.$$

$$(L3.1)' \quad \sigma = 35.75 - 0.012770K - 0.019057(T-t) + u.$$

LIITE 4.FOX-INDEKSIN JA FOX-INDEKSITERMIININ AUTOKORRELAATIOT

Taulukoissa L4.1 ja L4.2 on esitetty autokorrelaatiokertoimet FOX-indeksin ja FOX-termiin tuotoille ja lisäksi autokorrelaatiokertoimet FOX-termiin tuottojen neliöille. Nämä kertoimet mittaavat tuottojen muutosten välistä riippuvuutta eri viiveiden osalta. Mitä suurempi kerroin, sitä enemmän edellisten periodien tuotot vaikuttavat tämän päivän tuottoihin ja sitä tehottomamman osakeindeksin tai termiin voidaan katsoa olevan eli toisinsanoen, tämän päivän indeksiä tai termiin arvoa pystytään ennustamaan aikaisempien noteerausten pohjalta.

Taulukko L4.1 Autokorrelaatiokertoimet FOX-indeksin tuotoille¹

Ajanjakso/viive	1	2	3	4	5	6
28.2.1997-7.4.1997	0.1813	0.0765	-0.08472	-0.3654	0.11698	0.14883
1.1.1997-31.12.1997	-0.0458	-0.0669	0.15563	-0.2057	-0.0180	0.15710

Estimointiperiodin osalta lasketut kertoimet osoittavat, että tuotot ovat positiivisesti autokorreloituneet varsinkin ensimmäisen, mutta myös toisen viiveensä suhteen ja negatiivisesti autokorreloituneet kahden seuraavan viiveensä suhteen. Liitteessä neljä olevista kuvioista voidaan kuitenkin havaita, että ensimmäisen ja toisen viiveen osalta hypoteesia satunnaiskulusta ei voida hylätä. Koko vuoden osalta tilanne on kutakuinkin käänteinen, tosin ensimmäisen ja toisen viiveen osalta kertoimet ovat erittäin lähellä nollaa.

Taulukko L4.2a Autokorrelaatiokertoimet FOX-termiin tuotoille

Ajanjakso/viive	1	2	3	4	5	6
28.2.1997-7.4.1997	0.1901	0.0754	-0.1051	-0.4566	0.1177	0.13363
2.1.1997-26.06.1997	-0.0765	0.0354	-0.0778	-0.1960	-0.0059	0.13196

FOX-termiin osalta tulokset ovat samansuuntaisia kuin FOX-indeksinkin osalta: estimointiperiodin aikana termiin muutokset ovat positiivisesti korreloituneita ensimmäisen ja toisen viiveensä suhteen ja vastaavasti negatiivisesti korreloituneita kolmannen ja neljännen viiveensä osalta- kahden ensimmäisen viiveen osalta nollahypoteesi satunnaiskulusta jää kuitenkin voimaan viiden prosentin riskitasolla. Autokorrelaatio näyttäisi myös termiin osalta

¹ Kaikki kuviot autokorrelaatiofunktioista esitetään liitteessä (5).

tasaantuvan pidemmällä horisontilla ensimmäisen ja toisen viiveen osalta. Myös termiinien osalta on havaittavissa yllättävän suuri riippuvuus eräiden suurempien (varsinkin neljännen) viiveiden kohdalla. Yksi mahdollisuus tälle saattaisi olla se, että termiini seuraisi pitemmällä aikavälillä jotain tiettyä trendiä, mutta lyhyillä aikaväleillä se poikkeaisi tältä trendiuralta. Ko. mahdollisuutta ei kuitenkaan tässä yhteydessä tarkastella lähemmin.²

Taulukko L4.2b Autokorrelaatiokertoimet FOX-termiinien tuottojen neliöille

Ajanjakso/viive	1	2	3	4	5	6
28.2.1997-7.4.1997	-0.0376	-0.0507	-0.1619	0.2513	-0.0323	0.00047
2.1.1997-26.06.1997	0.04764	0.1203	0.0853	0.1452	0.0866	0.11562

Taulukosta L4.2b havaitaan, että estimointiperiodin aikana termiinien tuottojen neliöt ovat negatiivisesti autokorreloituneet neljättä ja kuudetta viivettä lukuunottamatta ja pidemmän periodin osalta taas positiivisesti autokorreloituneita. Tosin kolmatta ja neljättä viivettä lukuunottamatta kertoimet ovat erittäin lähellä nollaa estimointiperiodilla. Jokivuolle³ esittää, että tämäntyyppiset havainnot saattavat olla merkkejä prosessin ARCH- tai GARCH ominaisuuksista. Näitä mahdollisuuksia ei kuitenkaan tämän työn puitteissa tarkastella. Toisaalta, havaittuihin autokorrelaatio/osittaisautokorrelaatiokertoimiin perustuneet ARMA- ja ARIMA-mallitusten yritykset eivät antaneet monessakaan tapauksessa merkittäviä tuloksia.

Yhteenvetona estimointiperiodin osalta voidaan todeta, että FOX-indeksin ja FOX-indeksitermiinien tuottojen prosessi ei näiden kertoimien perusteella näyttäisi olevan puhtaan satunnainen- sekä positiivista että negatiivista korrelaatiota eräiden viiveiden osalta on havaittavissa. Toisaalta autokorrelaatorakenteen tarkempi selvitys, varsinkin suurempien viiveiden osalta esiintulleiden yllättävän suurien kertoimien osalta, vaatisi hiukan sofistikoituneempia menetelmiä.⁴ On myös hyvä pitää mielessä, että käsiteltävä estimointiperiodi on suhteellisen lyhyt, joten tältä osin saatuja tuloksia voidaan pitää ainoastaan suuntaa antavina.

² Kyseinen ilmiö tunnetaan nimellä mean reversion, kts. Poterba ja Summers (1988).

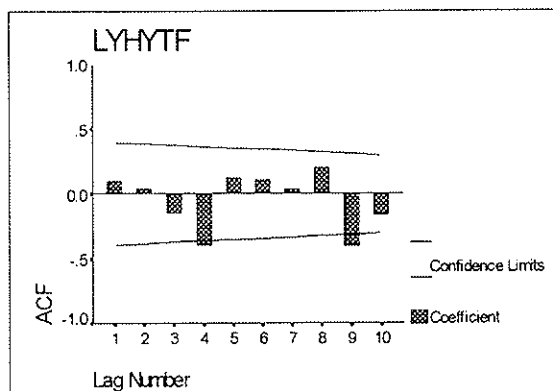
³ Jokivuolle (1991, s. 48).

⁴ FOX-indeksin autokorrelaatio voi johtua syistä, joita on käsitelty jaksossa 4.1 ja esim. teoksessa Berglund ja Liljebloom (1988).

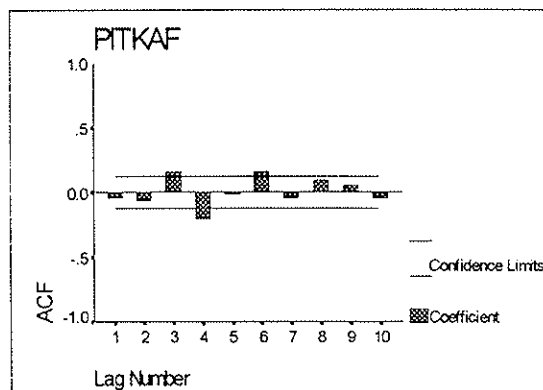
LIITE 5. FOX-INDEKSIN JA FOX-INDEKSITERMIININ TUOTTOJEN AUTOKORRELAATIOFUNKTIODEN KUVAAJAT

Kuviossa L5.1a on esitetty FOX-indeksin tuottojen autokorrelaatiofunktion kuvaaja aikavälillä 28.2.1997-7.4.1997 ja kuviossa L5.1b aikavälillä 2.1.1997-31.12.1997.

Kuvio L5.1a



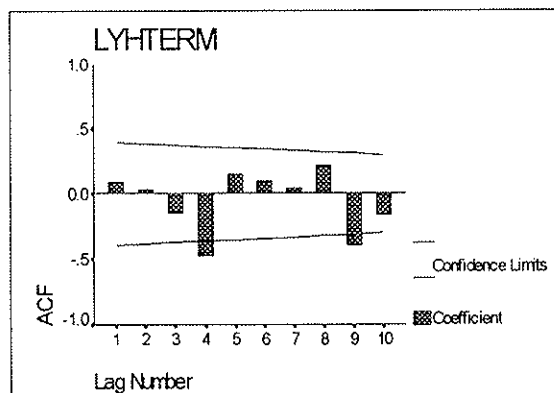
Kuvio L5.1 b



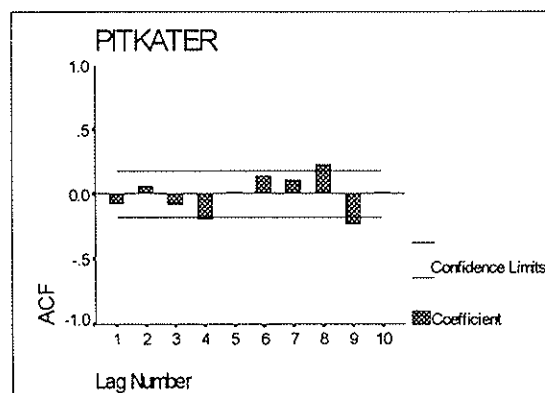
Coefficient = viiveeseen (Lag Number) liittyvä autokorrelaatiokerroin
 Confidence limits = 5 prosentin merkitsevyysrajat

Kuviossa L 5.2a on esitetty FOX-indeksitermiinin tuottojen autokorrelaatiofunktion kuvaaja aikavälillä 28.2.1997-7.4.1997 ja kuviossa L 5.2b aikavälillä 2.1.1997-26.6.1997.

Kuvio L 5.2a

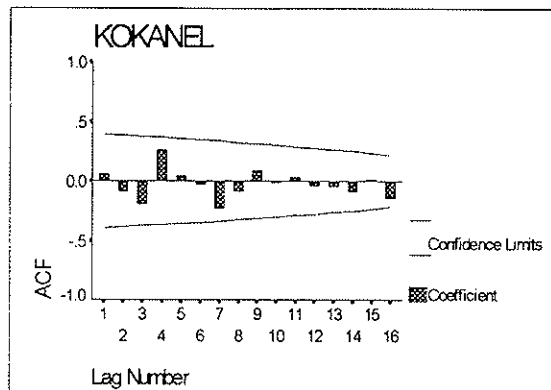


Kuvio L5.2b

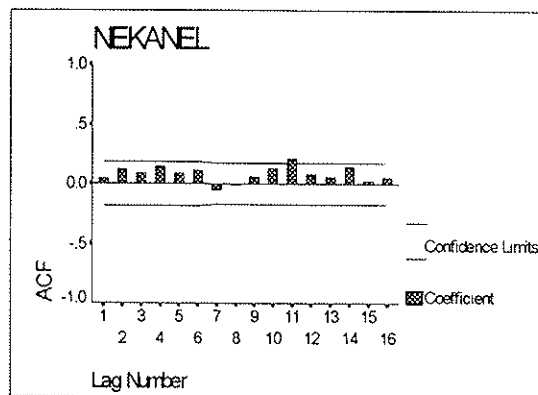


Kuviossa L 5.3a on esitetty FOX-indeksitermiin tuottojen neliöiden autokorrelaatiofunktion kuvaaja aikavälillä 28.2.1997-7.4.1997 ja kuviossa L 5.3b aikavälillä 2.1.1997-26.6.1997.

Kuvio L5.3a



Kuvio L5.3b



LIITE 6. ESIMERKKI PÄIVÄKOHTAISEN ESTIMOINNIN TULOKSISTA

Taulukossa L6.1 on esitetty SPSS-ohjelman tuottamat tulokset päiväkohtaisen regressioyhtälön estimoinnista 28. helmikuuta.

Taulukko L6.1 Tulokset päiväkohtaisen yhtälön estimoinnista 28.2.1997

* * * * M U L T I P L E R E G R E S S I O N * * * *

Listwise Deletion of Missing Data

Equation Number 1 Dependent Variable.. PROSLN

Block Number 1. Method: Enter MATUR MERKH

Variable(s) Entered on Step Number

1.. MERKH
2.. MATUR

Multiple R .72034
R Square .51890
Adjusted R Square .41198
Standard Error .04820

Analysis of Variance

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	2	.02255	.01128
Residual	9	.02091	.00232

F = 4.85348 Signif F = .0372

----- Variables in the Equation -----

Variable	B	SE B	Beta	Tolerance	VIF	T
MATUR	-.001368	6.6258E-04	-.477258	1.000000	1.000	-2.064
MERKH	-6.33769E-04	2.7158E-04	-.539556	1.000000	1.000	-2.334
(Constant)	-.768418	.275978				-2.784

----- in -----

Variable	Sig T
MATUR	.0690
MERKH	.0445
(Constant)	.0212

LIITE 7. TULOKSET PANEELIAINEISTOLLE ESTIMOIDUISTA FUNKTIOISTA

Paneeliaineistolle estimoitujen funktioiden tulokset on esitetty seuraavasti: Taulukossa L7.1 on esitetty tulokset PNS-estimoinnista, taulukossa L7.2 dummy-muuttujamallista ja taulukossa L7.3 satunnaisten vaikutusten mallista.

LIMDEP Estimation Results

Current sample contains 288 observations

Taulukko L7.1 OLS Without Group Dummy Variables

Ordinary least squares regression Weighting variable = ONE
 Dependent variable is VOLA Mean = 25.13677, S.D. = 3.7025
 Model size: Observations = 288, Parameters = 3, Deg.Fr. = 285
 Residuals: Sum of squares= 3196.91 Std.Dev. = 3.34921
 Fit: R-squared = 0.18741, Adjusted R-squared = 0.18171
 Model test: F[2, 285] = 32.87, Prob value = 0.00000
 Diagnostic: Log-L = -755.2594, Restricted($\hat{\alpha}=0$) Log-L = -785.1440
 Amemiya Pr. Cr. = 11.334, Akaike Info. Cr. = 5.266
 Panel Data Analysis of VOLA [ONE way]
 Unconditional ANOVA (No regressors)

Source	Variation	Deg. Free.	Mean Square
Between	2464.17	23	107.138
Residual	1470.07	264	5.56844
Total	3934.24	287	13.7081

Variable	Coefficient	Standard Error	t-ratio	P[T > t]	Mean of X
MERKH	-0.17749E-01	0.34911E-02	-5.084	0.00000	1000
MATUR	-0.52738E-01	0.89539E-02	-5.890	0.00000	46.50
Constant	45.346	3.4899	12.993	0.00000	

Taulukko L7.2 Least Squares with Group Dummy Variables

Ordinary least squares regression Weighting variable = ONE
 Dependent variable is VOLA Mean = 25.13677, S.D. = 3.7025
 Model size: Observations = 288, Parameters = 26, Deg.Fr. = 262
 Residuals: Sum of squares= 1269.20 Std.Dev. = 2.20097
 Fit: R-squared = 0.67740, Adjusted R-squared = 0.64661
 Model test: F[25, 262] = 22.01, Prob value = 0.00000
 Diagnostic: Log-L = -622.2324, Restricted($\hat{\alpha}=0$) Log-L = -785.1440
 Amemiya Pr. Cr. = 5.282, Akaike Info. Cr. = 4.502
 Estd. Autocorrelation of e(i,t) 0.216229
 Estd. Autocorrelation of e(i,t) 0.216229

Variable	Coefficient	Standard Error	t-ratio	P[T > t]	Mean of X
MERKH	-0.12770E-01	0.23219E-02	-5.500	0.00000	1000
MATUR	-0.19057E-01	0.61829E-02	-3.082	0.00226	46.5

Test Statistics for the Classical Model

Model	Log-Likelihood	Sum of Squares	R-squared
(1) Constant term only	-785.14400	0.393424E+04	0.0000000
(2) Group effects only	-643.38923	0.147007E+04	0.6263397
(3) X - variables only	-755.25940	0.319691E+04	0.1874127
(4) X and group effects	-622.23240	0.126920E+04	0.6773963

Hypothesis Tests

	Likelihood Ratio Test			F Tests		
	Chi-squared	d.f.	Prob value	F	num. denom.	Prob value
(2) vs (1)	283.510	23	0.00000	19.240	23 263	0.00000
(3) vs (1)	59.769	2	0.00000	32.866	2 285	0.00000
(4) vs (1)	325.823	25	0.00000	22.006	25 263	0.00000
(4) vs (2)	42.314	2	0.00000	20.733	2 263	0.00000
(4) vs (3)	266.054	23	0.00000	17.302	23 263	0.00000

Taulukko L7.3 Random Effects Model: $v(i,t) = e(i,t) + u(i)$

Estimates: Var[e] = 0.484427E+01
 Var[u] = 0.797148E+00
 Corr[v(i,t),v(i,s)] = 0.141303
 Lagrange Multiplier Test vs. Model (3) = 409.20
 (1 df, prob value = 0.000000)
 Fixed vs. Random Effects (Hausman) = 121.29
 (2 df, prob value = 0.000000)
 Estd. Autocorrelation of e(i,t) 0.221877
 Reestimated using GLS coefficients:
 Estimates: Var[e] = 0.493012E+01
 Var[u] = 0.746044E+01
 Sum of Squares 0.327525E+04
 R-squared 0.167499E+00

Variable	Coefficient	Standard Error	t-ratio	P[T > t]	Mean of X
MERKH	-0.14560E-01	0.23123E-02	-6.297	0.00000	1000
MATUR	-0.31256E-01	0.60767E-02	-5.144	0.00000	46.50
Constant	41.157	2.3247	17.704	0.00000	

ELINKEINOELÄMÄN TUTKIMUSLAITOS (ETLA)
THE RESEARCH INSTITUTE OF THE FINNISH ECONOMY
LÖNNROTINKATU 4 B, FIN-00120 HELSINKI

Puh./Tel. (09) 609 900
Int. 358-9-609 900
<http://www.etla.fi>

Telefax (09) 601753
Int. 358-9-601 753

KESKUSTELUAIHEITA - DISCUSSION PAPERS ISSN 0781-6847

- No 644 RAITA KARNITE, Latvia on the Path to Transformation. 28.08.1998. 16 p.
- No 645 ANSSI PARTANEN, Trade Potential around The Baltic Rim: A Two-model Experiment. 21.09.1998. 24 p.
- No 646 KIMMO LAHTI-NUUTTILA, Suomalaisen paperi- ja selluteollisuuden ympäristöstrategiaan vaikuttavia tekijöitä. 08.10.1998. 67 s.
- No 647 OLLI RÄMÄ, Yritysten kannattavuus osakkeenomistajien näkökulmasta - vertailu suomalais- ja ulkomaalaisomisteisten yritysten välillä. 19.10.1998. 64 s.
- No 648 HELI KOSKI, Verkostoeksternaliteettien taloustieteellinen analyysi ja vaikutukset harjoitettavaan teknologiapolitiikkaan. 21.10.1998. 21 s.
- No 649 HELI KOSKI, The Impacts of Regulatory Reform on the Global Telecommunications Sector. 21.10.1998. 46 p.
- No 650 HELI KOSKI, Liberalisation, Regulation and Universal Service Provision in the European Telecommunications Markets. 21.10.1998. 33 p.
- No 651 REIJA LILJA - ATRO MÄKILÄ, Exit From Finnish Industry - Does Education Matter? 30.10.1998. 13 p.
- No 652 REIJA LILJA - ATRO MÄKILÄ, Skill Distribution of Recruits in Finnish Industry. 30.10.1998. 13 p.
- No 653 JUUSO VANHALA, Talouden verkottuminen ja pitkän aikavälin talouskasvu. 05.11.1998. 65 s.
- No 654 JYRKI ALI-YRKKÖ, Rahoitustekijöiden vaikutus teollisuuden investointikäyttäytymiseen - Ekonometrinen analyysi yritystason aineistolla. 11.11.1998. 100 s.
- No 655 JYRKI ALI-YRKKÖ, Teollisuuden investoinnit ja rahoitustekijät. 11.11.1998. 82 s.
- No 656 JYRKI ALI-YRKKÖ - HANNU HERNESNIEMI - MIKKO MÄKINEN - MIKA PAJARI-NEN, Suomen ja Ruotsin talouselämän integroituminen. 11.11.1998. 48 s.
- No 657 TARMO VALKONEN - JUKKA LASSILA, Katsaus kansainväliseen eläkeuudistuskirjallisuuteen. 30.11.1998. 67 s.

- No 658 TARJA HEIKKILÄ, Yritysten ulkomaanyksiköiden pitkäaikaisen rahoituksen lähteet. 17.12.1998. 80 s.
- No 659 TAPIO SILVENNOINEN, Kilpailuttaminen sähkömarkkinoilla. 17.12.1998. 46 s.
- No 660 RITA ASPLUND - REIJA LILJA, Labour Market Transitions in Finland. Does background matter? 18.12.1998. 30 p.
- No 661 AJEET MATHUR, Finland - India Economic Relations. A Twinning Study of Trade and Investment Potential. 28.12.1998. 123 p.
- No 662 JUKKA LASSILA - TARMO VALKONEN, Social Security Financing and External Shocks. 04.01.1999. 39 p.
- No 663 JYRKI ALI-YRKKÖ - HANNU HERNESNIEMI - MIKKO MÄKINEN - MIKA PAJARINEN, Integreringen av Finlands och Sveriges näringsliv. 05.01.1999. 40 s.
- No 664 GRIGORI DUDAREV - MICHAEL ZVEREV, Energy Sector in Russia. Economic and Business Outlook. 15.01.1999. 49 p.
- No 665 JYRKI ALI-YRKKÖ - PEKKA YLÄ-ANTTILA, Omistus kansainvälistyy - johtamis- ja valvontajärjestelmät muuttuvat. 29.01.1999. 32 s.
- No 666 MIKKO MÄKINEN - MIKA PAJARINEN - SIRKKU KIVISAARI - SAMI KORTELAISEN, Hyvinvointiklusterin vientimenestys ja teollinen toiminta 1990-luvulla. 08.02.1999. 67 s.
- No 667 OLAVI RANTALA, Tuotannon ja työllisyyden alueellisen ennustamisen menetelmät. 19.02.1999. 43. s.
- No 668 JARI HYVÄRINEN, Globalisaatio, taloudellinen kasvu ja syvenevä alueellistuminen. 02.03.1999. 68 s.
- No 669 JUKKA LASSILA, An Overlapping-Generations Simulation Model for the Lithuanian Economy.
- No 670 JUKKA LASSILA, Pension Policies in Lithuania - A Dynamic General Equilibrium Analysis.
- No 671 HENRI PARKKINEN, Black-Scholes-malli ja regressiopohjainen lähestymistapa stokastisen volatiliteetin estimointiin - Katsaus suomalaisten FOX-indeksiopintojen hinnoitteluun. 15.03.1999. 88 s.

Elinkeinoelämän Tutkimuslaitoksen julkaisemat "Keskusteluaiheet" ovat raportteja alustavista tutkimustuloksista ja väliraportteja tekeillä olevista tutkimuksista. Tässä sarjassa julkaistuja monisteita on mahdollista ostaa Taloustieto Oy:stä kopiointi- ja toimituskuluja vastaavaan hintaan.

Papers in this series are reports on preliminary research results and on studies in progress. They are sold by Taloustieto Oy for a nominal fee covering copying and postage costs.

d:\ratapalo\DP-julk.sam\15.03.1999