Volumen 1, Número 1 (2007), pp. 22-44 www.csf.itesm.mx/egade/publicaciones

TECNOLÓGICO DE MONTERREY
EGADE
Escuela de Graduados en Administración y Dirección de Empresas

REVISTA DE ADMINISTRACIÓN, FINANZAS Y ECONOMÍA

Recibido 27 de julio 2006, aceptado 14 de noviembre 2006

Efectos macroeconómicos asociados a cambios en la tasa marginal impositiva

Iván Alejandro Durán Díaz*
Andrés Ramírez Hassan**

Resumen

En este artículo se analizan los efectos macroeconómicos de los incrementos de las tasas impositivas marginales a las remuneraciones del capital y del trabajo bajo un modelo de características Neoclásicas con oferta laboral elástica y externalidades positivas del gasto público. Se encuentra que ambas políticas impositivas reducen la producción, la inversión y la oferta de trabajo, pero los efectos sobre el consumo son disímiles. Se concluye que las reformas tributarias fundamentadas en incrementos tributarios sobre las remuneraciones a los salarios son más contractivas que las que se evidencian cuando éstas se basan en las remuneraciones al capital.

Abstract

In this paper is analyzed the macroeconomics effects associated with the raises in the capital's tax rate and labor's tax rate under a Neoclassical model with elastic labor supply and positive externalities due to government's spending. It is found that these policies reduce the production, the investment and the labor supply; however, the effects over the consumption are different. It is concluded that the tax reform based over increases in the worker's income is more contractive that tax reform based over capital's income.

Clasificación JEL: C61, E13, E17
Palabras clave: Tasa marginal impositiva, modelos estocásticos, simulación

Introducción

La forma como interviene el gobierno en la economía y sus efectos sobre ésta han sido, y seguirán siendo, tema central de la ciencia económica. Sin embargo, a pesar del avance de la ciencia y de las herramientas matemáticas que sirven de soporte a las investigaciones económicas, aun no existe un consenso establecido sobre los efectos de la financiación del gasto público, específicamente si éste debe ser financiado con reformas impositivas que incrementen el gravamen sobre las remuneraciones al capital o las remuneraciones al trabajo.

---

* Estudiante de Doctorado en Economía Aplicada, Western Michigan University, USA.
** Docente e investigador, Departamento de Economía, Universidad EAFIT, Colombia.
Dirección para correspondencia: Carrera 49 7 sur 50, avenida Las Vegas, Medellín, Colombia. Teléfono: (054) 2619-549. Correo electrónico: aramir21@eafit.edu.co

La cuestión aquí planteada es uno de los principales interrogantes a los cuales se enfrenta el hacedor de política tributaria, puesto que los efectos económicos y sociales que de ésta se desprenden son de gran incidencia. En primera instancia, el incremento impositivo a las remuneraciones del capital ocasionan distorsiones sobre las decisiones de inversión de los agentes; desincentivando la creación de un aparato productivo tendiente a satisfacer las necesidades del mercado y generador de empleo. Por otra parte, los incrementos en las tasas marginales impositivas sobre las remuneraciones al trabajo lesionan la capacidad adquisitiva del mercado generando problemas de demanda.

Algunos trabajos han estudiado los efectos de la política tributaria sobre la economía empleando modelos estocásticos; entre éstos se puede citar a Baxter y King (1993), Dotsey (1994), Dotsey y Mao (1997), Ludvigson (1996) y McGrattan (1994).

En Baxter y King (1993) se encuentra la financiación del gasto con impuestos de suma fija tienen efectos importantes en la producción en el largo plazo. Este efecto también se puede ver en el corto plazo si la oferta laboral es muy elástica. Además, un choque permanente implica un mayor efecto sobre la economía que un choque transitorio, teniendo más relevancia la financiación con impuestos que la magnitud del gasto propiamente dicha.

De acuerdo a Dotsey (1994), la respuesta de una reducción de impuestos distorsionadores sobre el ingreso de capital, es un aumento en el producto y en la inversión, siempre y cuando el mayor déficit público generado sea pagada en el futuro mediante impuestos de suma fija. Sin embargo, en un modelo con oferta de trabajo inelástica, establece que las tasas menores de impuestos pagadas conllevan a una reducción en la inversión y en la producción cuando el déficit es pagado en el futuro con impuestos sobre el capital o el ingreso, y no mediante impuestos de suma fija. Esto se debe a que la tributación futura reduce el ahorro después de impuestos, desestimulando la formación de capital y sustituyendo consumo futuro por consumo presente.

El análisis hecho por Dotsey y Mao (1997) incorpora elementos mas realistas como la inclusión de la oferta laboral elástica, y continúa en la línea de evaluar los efectos de los impuestos distorsionadores cuando el gobierno no puede usar impuestos de suma fija para equilibrar su restricción intertemporal. A diferencia de otros resultados, estos autores encuentran que los impuestos al capital presentan resultados contrarios a la intuición general; ya que aumentos en esta tasa pueden inducir a aumentos en la inversión cuando la relación deuda-PIB es muy alta o muy baja.

Ludvigson (1996) amplía el análisis de Dotsey (1994) introduciendo un parámetro de oferta laboral elástica, afirmando que si el agente está dispuesto a sustituir intertemporalmente horas de trabajo en respuesta a cambios en el salario real después de impuestos, esto sería un factor importante en la determinación del efecto sobre la inversión y el producto de un incremento en la tasa impositiva sobre el ingreso. En este trabajo se concluye que; pese al efecto *crowding-out*, una reducción de impuestos distorsionadores sobre el ingreso puede estimular la inversión, aún si los agentes prevén un aumento de los impuestos en el futuro. Sin embargo, este resultado depende de la elasticidad de la oferta laboral y del grado de persistencia del aumento de la deuda pública (política transitoria o permanente).

Finalmente, en McGrattan (1994) se encuentra que los impuestos a los ingresos laborales explican el 27% de las fluctuaciones de la producción en una economía, y los impuestos al capital sólo el 4%. Adicionalmente, se estima que los impuestos al capital son más costosos que los impuestos al trabajo, desde el punto de vista del beneficio de los agentes.

El objetivo del presente trabajo es esclarecer los efectos de los incrementos de la tasa marginal impositiva, bien sea a las remuneraciones al capital o a las remuneraciones al trabajo, sobre el entorno general de una economía que opera bajo supuestos de corte Neoclásico, específicamente se enseñaran los efectos sobre la producción, el consumo, la inversión y el empleo. Esto con el fin de postular un marco de referencia lógico que ayude a la toma de decisiones por parte de los hacedores de política económica.

El presente artículo está compuesto de las siguientes secciones: la primera enseña el modelo sobre el cual se fundamenta el análisis, la segunda exhibe los resultados hallados en los ejercicios de estática y dinámica comparativa de los incrementos en las tasas impositivas sobre las variables objeto de estudio, y la tercera muestra las principales conclusiones del ejercicio.

1. Modelo

Siguiendo los lineamientos de la escuela Neoclásica, se desarrolla un modelo estocástico, dinámico, microeconómicamente fundamentado, dotado con agentes representativos provistos de expectativas racionales y cuyo horizonte de planeación es infinito. El contexto es una situación de mercado en donde las decisiones de los agentes participantes están condicionadas por la interacción del conjunto, lo cual implica que las soluciones están enmarcadas en un marco de equilibrio general, donde la oferta laboral es elástica y la financiación del gasto público se hace a través de impuestos distorsionadores y de emisión de deuda pública. Una de las características relevantes del modelo es la utilización de dos tipos de impuestos, uno que grava los ingresos sobre los retornos de capital (τ_k) y otro los ingresos salariales (τ_w)[1]. Al respecto de la función de utilidad del agente representativo, ésta incorpora el tiempo que el agente dedica al ocio $(1 - N_t)$. La decisión óptima del agente de ofrecer trabajo, está afectada por un parámetro de elasticidad laboral (σ_n).

En el modelo, el gobierno tiene una restricción presupuestal intertemporal, la cual debe cumplir en todo momento. Además, se asume que las tasas impositivas y el gasto público están determinados exógenamente mediante un proceso autorregresivo de primer orden. Por último, la función de producción incorpora, en la determinación del nivel de tecnología, dos externalidades positivas provenientes del gasto público y del capital privado. Es así como se trata de capturar otro de los rasgos característicos del moderno enfoque de política económica de corte Neoclásico, en el cual, el gasto público no es neutral a la producción y el empleo,[2] ya que éste interviene en la provisión de bienes públicos que mejoran la productividad de los factores, modificando así los efectos de la política fiscal sobre las variables económicas.

[1] Otros trabajos que utilizan esta dictinción de los impuestos son Dotsey y Mao (1997), McGrattan (1994) y Ambler (2002).

[2] El mecanismo de transmisión de la política fiscal no es a través del multiplicador keynesiano, sino a través de la oferta agregada.

1.1. El problema del consumidor

Las decisiones del consumidor se definen mediante la maximización de su función de utilidad en cada período t, la cual depende del consumo (C_t) y del tiempo dedicado al trabajo (N_t):

$$\max \mathrm{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i U(C_{t+i}, 1 - N_{t+i}) \tag{1}$$

s.a.

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + Y_t - C_t - G_t \tag{2}$$

Donde K_t, Y_t y G_t son el acervo de capital, la producción y el gasto público en el período t. La tasa de depreciación del capital está denotada por δ y β es el factor de descuento de la utilidad futura o de preferencia intertemporal.

$$U_t(C_t, 1 - N_t) = \ln C_t + \theta \frac{(1 - N_t)^{1-\gamma_n}}{1 - \gamma_n} \tag{3}$$

Donde $\gamma_n = \frac{1}{\sigma_n}$ es un parámetro de aversión al riesgo que se define como el inverso de la elasticidad de sustitución trabajo - ocio (σ_n). Este parámetro implica que cuando el agente es más elástico, estará más dispuesto a sustituir intertemporalmente trabajo por ocio.

1.2. El problema de la firma

La firma maximiza la siguiente función de beneficio

$$\max \prod_t = f(N_t, K_t, G_t) - W_t N_t - (r_t + \delta)K_t \tag{4}$$

Donde f es una función de producción Cobb-Douglas que cumple las condiciones de Inada y es linealmente homogénea, implicando rendimientos constantes a escala; r_t es la tasa de interés o costo marginal del capital en el periodo t y W_t es el salario o costo marginal del trabajo.

La función f está definida de la siguiente manera:

$$f(N_t, K_t, G_t) = A_t N_t^{\alpha} K_t^{1-\alpha}. \tag{5}$$

Donde el parámetro de cambio tecnológico (A_t) presenta externalidades positivas provenientes del capital privado y del gasto público en unidades por trabajo. Este cambio tecnológico se describe en la ecuación (6).

$$A_t = \pi_t^{\alpha-\gamma-\varphi} \left(\frac{K_t}{N_t}\right)^{\gamma} \left(\frac{G_t}{N_t}\right)^{\varphi}. \tag{6}$$

Siendo $\pi_t = \pi_0(1+g)^t$ el componente exógeno del nivel de tecnología y donde g es la tasa de crecimiento de la economía en estado estacionario. Introduciendo la ecuación (6) en (5) se obtiene la siguiente función de producción:

$$Y_t = (\pi_t N_t)^{\alpha-\gamma-\varphi} K_t^{1-\alpha+\gamma} G_t^{\varphi}. \tag{7}$$

1.3. El problema del gobierno

El gobierno esta sujeto a una restricción presupuestal intertemporal descrita en la ecuación (8) y que refleja el comportamiento de la deuda pública.

$$D_{t+1} = (1 + r^g_{t+1})D_t + G_t - \tau_{w,t} W_t N_t - \tau_{k,t} r_t K_t \tag{8}$$

donde D_t es la deuda pública en el periodo t, r^g_{t+1} es la tasa de interés que se paga por la deuda del gobierno, la cual se asume que se conoce con un periodo de anterioridad; $\tau_{w,t}$ y $\tau_{k,t}$ son las tasas impositivas que gravan los ingresos salariales y los retornos de capital, respectivamente. Esta ecuación asume que los choques sobre la deuda, provenientes del gasto y los impuestos, actúan con un periodo de rezago y que, por lo tanto, la deuda se mide al principio del periodo.

1.4. Solución del problema de la firma

Las condiciones provenientes de la maximización de la función de bienestar de la firma con respecto al capital (K_t) y al trabajo (N_t) son las siguientes:

$$r_t = (1 - \alpha + \gamma)\left(\frac{Y_t}{K_t}\right) - \delta. \tag{9}$$

$$W_t = (\alpha - \gamma - \varphi)\left(\frac{Y_t}{N_t}\right). \tag{10}$$

Las ecuaciones (9) y (10) son los productos marginales del capital y del trabajo, respectivamente, los cuales indican el precio que está dispuesto a pagar la firma por hacer uso de estos recursos productivos. Resolviendo el problema del consumidor con respecto a K_{t+1} , D_{t+1} y N_t se obtienen las siguientes condiciones de primer orden (ver anexo):

$$\left(\frac{1}{C_t}\right) = \beta \mathrm{E_t}\left[\frac{R_{t+1}}{C_{t+1}}\right], \tag{11}$$

$$\left(\frac{1}{C_t}\right) = \beta \mathrm{E_t}\left[\frac{R^g_{t+2}}{C_{t+1}}\right], \tag{12}$$

$$\frac{C_t}{(1 - N_t)^{\gamma_n}} = \frac{W_t(1 - \tau_{w,t})}{\theta}, \tag{13}$$

donde,

$$R_{t+1} = 1 + r_{t+1}(1 - \tau_{k,t+1}); R^g_{t+2} = 1 + r^g_{t+2}. \tag{14}$$

Siendo la tasa de interés (r_t) y el salario (W_t) iguales a las remuneraciones del capital y al trabajo que están dispuestas a pagar las firmas por los factores productivos, tal como se estipula en las ecuaciones (9) y (10).

La condición de primer orden para el consumidor en la ecuación (11) se puede rescribir como

$$\frac{\partial U_t}{\partial C_t} \times \frac{\partial C_t}{\partial K_{t+1}} = -\beta \mathrm{E}_t\left[\frac{\partial U_{t+1}}{\partial C_{t+1}} \times \frac{\partial C_{t+1}}{\partial K_{t+1}}\right].$$

Esto quiere decir que la sustitución entre consumo presente y futuro depende de la interacción entre la utilidad marginal esperada del consumo futuro y el efecto marginal esperado de la acumulación de capital sobre este consumo futuro.[3] De esta forma, el consumidor estará dispuesto a disminuir su consumo presente sólo si el efecto marginal sobre la utilidad está compensado por un aumento esperado en la utilidad a causa de un mayor consumo futuro resultante del ahorro actual. En otras palabras, la condición óptima expresa el deseo de suavizar la senda temporal de consumo de los agentes, lo cual implica que las decisiones de consumo presente y futuro serán llevadas a cabo hasta el punto en el cual, el consumo actual sea similar al valor presente esperado del consumo futuro, el cual posee como factor de descuento la rentabilidad del ahorro neta de impuestos. La misma relación debe darse en la sustitución de consumo presente y futuro cuando el agente invierte en títulos de deuda pública, sólo que el factor de descuento pertinente es la rentabilidad al activo libre de riesgo (ecuación (12)).

Por último, la ecuación (13) refleja el intercambio intratemporal entre consumo y oferta de trabajo, lo cual implica que el efecto sobre la utilidad de aumentar el consumo dedicando más horas al trabajo, debe ser igual a la disminución en la utilidad por dedicar menos horas al ocio.[4] Si esta igualdad no se cumple, el agente siempre podrá aumentar su utilidad intercambiando consumo y ocio.

1.5. Condiciones de estado estacionario

En estado estacionario, el componente exógeno del nivel de tecnología, la producción, el capital, la deuda y el gasto público, crecen a una tasa constante.[5] Por lo tanto:

$$\frac{\pi_{t+1}}{\pi_t} = \frac{D_{t+1}}{D_t} = \frac{G_{t+1}}{G_t} = \frac{K_{t+1}}{K_t} = \frac{Y_{t+1}}{Y_t} = 1 + g. \tag{15}$$

Dada esta condición en estado estacionario, se logran obtener las siguientes relaciones:

$$r = (1 - \alpha + \gamma)\frac{Y}{K} - \delta; \frac{Y}{K} = \frac{r + \delta}{(1 - \alpha + \gamma)}, \tag{16}$$

[3] Este efecto de la acumulación del capital sobre el consumo futuro no es otra cosa que la ganancia proveniente de la tasa de interés que se paga sobre el capital, neta de impuestos. Es decir,

$$\frac{\partial C_{t+1}}{\partial K_{t+1}} = 1 + r_{t+1}(1 - \tau_{k,t+1}).$$

[4] Se debe tener en cuenta que $\frac{\partial C_t}{\partial N_t} = W_t$. Es decir, si los ingresos provenientes del trabajo se destinan al consumo, el aumento en el consumo será igual a salario devengado por unidad de tiempo trabajada.

[5] El modelo planteado asume que el crecimiento de la población es nulo, lo cual implica que el crecimiento de las variables en niveles es similar a la evolución de la tecnología, la cual crece exógenamente.

$$W = (\alpha - \gamma - \varphi)\frac{Y}{N}; \frac{Y}{N} = \frac{W}{(\alpha - \gamma - \varphi)}. \tag{17}$$

La ecuación (16) sugiere que la tasa de interés (r) es constante en estado estacionario, así como la razón producción-capital. De acuerdo a la ecuación (17), el salario (W) crece en estado estacionario a la tasa g.

Despejando al variable consumo de la ecuación de acumulación de capital -ecuación (2)-, se obtiene la relación constante consumo-capital:

$$\frac{C}{K} = \frac{r+g}{(1-\alpha+\gamma)}\left(1 - \frac{G}{Y}\right) - (g+\delta). \tag{18}$$

De forma similar se halla la relación consumo-producción en estado estacionario:

$$\frac{C}{Y} = 1 - \frac{(1-\alpha+\gamma)}{r+\delta}(g+\delta) - \frac{G}{Y}. \tag{19}$$

Finalmente, se utiliza la restricción presupuestal intertemporal del gobierno (ecuación (8)) para establecer la relación existente entre las tasas impositivas con la deuda y el gasto público como proporción de la producción:

$$\frac{D}{Y}[r(1-\tau_k) - g] + \frac{G}{Y} = (\alpha - \gamma - \varphi)\tau_w + \frac{r(1-\alpha+\gamma)}{r+g}\tau_k. \tag{20}$$

En la ecuación (20) se asume que, en estado estacionario, la tasa que se paga sobre la deuda pública (r^g) es igual a la tasa de interés de la economía después de impuestos ($r(1-\tau_k)$).

1.6. Solución del modelos

Siguiendo a Ludvigson (1996) y Campbell (1994), se loglinealiza el sistema de ecuaciones en diferencias no lineales resultantes del modelo para luego resolver el sistema con el método de coeficientes indeterminados. En el proceso de loglinealización se utilizan aproximaciones de Taylor de primer orden alrededor del estado estacionario de las ecuaciones del modelo, en el logaritmo de las variables relevantes.

La solución óptima del modelo corresponde a un sistema de ecuaciones lineales, en el cual las variables endógenas, en logaritmos, son el consumo, el trabajo, la producción, la tasa de interés y el salario en el periodo t, y el acervo de capital y la deuda pública en el periodo $t+1$. Las variables exógenas, también en logaritmos, son el acervo de capital, el gasto público, la deuda pública y las tasas impositivas en el periodo t. Siguiendo a Romer (2001), este sistema de ecuaciones se presenta a continuación:

$$\tilde{C}_t = a_{ck}\tilde{K}_t + a_{cg}\tilde{G}_t + a_{cd}\tilde{D}_t + a_{c\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{c\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t}, \tag{21}$$

$$\tilde{N}_t = a_{nk}\tilde{K}_t + a_{ng}\tilde{G}_t + a_{nd}\tilde{D}_t + a_{n\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{n\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t}, \tag{22}$$

$$\tilde{Y}_t = a_{yk}\tilde{K}_t + a_{yg}\tilde{G}_t + a_{yd}\tilde{D}_t + a_{y\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{y\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t}, \tag{23}$$

$$\tilde{r}_t = a_{rk}\tilde{K}_t + a_{rg}\tilde{G}_t + a_{rd}\tilde{D}_t + a_{r\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{r\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t}, \tag{24}$$

$$\tilde{W}_t = a_{wk}\tilde{K}_t + a_{wg}\tilde{G}_t + a_{wd}\tilde{D}_t + a_{w\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{w\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t}, \tag{25}$$

$$\tilde{K}_t = a_{kk}\tilde{K}_t + a_{kg}\tilde{G}_t + a_{kd}\tilde{D}_t + a_{k\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{k\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t}, \tag{26}$$

$$\tilde{D}_t = a_{dk}\tilde{K}_t + a_{dg}\tilde{G}_t + a_{dd}\tilde{D}_t + a_{d\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{d\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t}. \tag{27}$$

Las variables con el símbolo $(\tilde{})$ denotan la diferencia entre el logaritmo de la variable y el logaritmo de su valor en estado estacionario. Los coeficientes asociados a las variables exógenas (a_{ij}) representan las elasticidades parciales de la variable endógena i con respecto a la exógena j, dada una desviación de ésta ultima respecto a su estado estacionario.

Finalmente, para resolver el modelo, se hallan los valores de las elasticidades en las ecuaciones (21) y (22) por medio del método de coeficientes indeterminados, los cuales dependen de los parámetros implícitos en el modelo. Estos valores determinan las demás elasticidades en las ecuaciones (23) a (27) (la solución detallada del modelo se presenta en el Anexo).

En la solución del modelo se asume, además, que las desviaciones del estado estacionario tanto del gasto público como de las tasas impositivas, siguen procesos autorregresivos de primer orden, así:

$$\tilde{G}_{t+1} = \rho_g\tilde{G}_t + \varepsilon_{g,t+1}, \tag{28}$$

$$\tilde{\tau}_{k,t+1} = \rho_{\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + \varepsilon_{\tau_k,t+1}, \tag{29}$$

$$\tilde{\tau}_{w,t+1} = \rho_{\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} + \varepsilon_{\tau_w,t+1}. \tag{30}$$

donde se asume que las respectivas perturbaciones estocásticas (ε_t) son ruido blanco. Por último, los valores calibrados en estado estacionario utilizados en la solución del modelo se muestran en la Tabla 1:

Tabla 1. Parámetros en el estado estacionario

α	γ	φ	δ^*	g^*	G/Y
0,800	$0,100^{\S}$	0,080	$0,025^{\ddagger}$	0,005	0,140
$D/Y^{*\vert}$	D/G	r^*	τ_k	τ_w	N
2	14,286	$0.017^{\ddagger}$	0,270	0,197	0,333

Fuente: § Posada y Gómez (2002), ‡ Riascos y Melo (2004), cálculo de los autores resultado de la calibración del modelo. ∗ Valores en términos trimestrales. | Implica una relación de 0,5 en términos anuales.

Los valores en estado estacionario de la tabla 2.1 implican que la relación consumo-producción de la ecuación (19) es igual a 0,6457. Además, se garantiza que la igualdad de la ecuación (20) se cumple.

2. Choques de política

En esta sección se discuten las principales predicciones concernientes a la aplicación de diferentes políticas tributarias, bajo el contexto del modelo desarrollado anteriormente. Específicamente se analizan los efectos de un incremento en las tasas impositivas a los ingresos de capital y a los ingresos salariales.

Para ver el efecto de un aumento en 1% en las tasas impositivas sobre las variables económicas se analizan las elasticidades $a_{.,\tau_k}$ y $a_{.,\tau_w}$. Se debe recordar que estas elasticidades reflejan el efecto en el momento t de un aumento del 1% en las tasas impositivas de los ingresos de capital (τ_k) e impuestos al salario (τ_w), respectivamente, sobre la variable endógena asociada en el mismo momento en el tiempo, asumiendo que las demás variables permanecen constantes. Por lo tanto, un choque en t sobre las tasas impositivas analizado a partir de estos valores ($a_{.,\tau_k}$ y $a_{.,\tau_w}$), implica que el gasto público no varía. Esto hace que el déficit primario disminuya y que la deuda pública en $t+1$ sea menor, dada la restricción intertemporal del gobierno. En consecuencia, el efecto de un aumento en las tasas impositivas, permaneciendo el gasto publico constante, está asociado a la disminución del acervo de deuda pública en la economía.

2.1. Efectos de un aumento en la tasa impositiva de los ingresos de capital

En primera instancia se analizan las elasticidades parciales de nuestro escenario de referencia (ver Tabla 1), donde el parámetro de elasticidad de la oferta laboral (σ_n) y el de persistencia del proceso autorregresivo que sigue el impuesto marginal a los ingresos de capital (ρ_{τ_k}) son iguales a 0,5. Se observa que un choque no transitorio del 1% en la tasa impositiva en el periodo $t = 1$, *ceteris paribus*, hace que los ingresos futuros después de impuestos, provenientes del ahorro presente y de los beneficios de las firmas, sean menores, lo cual desincentiva el ahorro y la inversión (el acervo de capital en $t + 1$ cae $a_{k,\tau_k} < 0$) y favorece el consumo actuales ($a_{c,\tau_k} > 0$). El aumento en el consumo hace que disminuya su utilidad marginal y al verse afectado negativamente el retorno neto sobre el ahorro, se genera un desestímulo para obtener el mismo nivel de ingreso disponible destinado a consumir y a invertir. Como consecuencia, la oferta laboral cae ($a_{n,\tau_k} < 0$).[5] Finalmente, la caída tanto del stock de capital como de la oferta laboral, ocasionadas por los efectos distorsionadores de la tasa impositiva, se traducen en un descenso en la producción ($a_{y,\tau_k} < 0$).

[5] La perturbación impositiva ocasiona dos clases de efectos; el primero es el efecto renta que ocasiona un descenso en la rentabilidad del ahorro y como consecuencia una disminución en las horas laborales ofrecidas, y el segundo, el efecto sustitución intertemporal donde los agentes incrementan su consumo presente en deterioro del consumo futuro.

Tabla 2. Elasticidades parciales asociadas a la tasa impositiva de las ganancias de capital. Marco de referencia ($\rho_{t_k}, \sigma_n = 0,5$).

$a_{c\tau_k}$	$a_{n\tau_k}$	$a_{y\tau_k}$	$a_{k\tau_k}$
0,004	-0,003	-0,002	-0,001

Fuente. Cálculos de los autores. Donde ρ_{τ_k} mide el grado de persistencia de la política impositiva implementada, σ_n representa la elasticidad de la oferta laboral con respecto a la sustitución intertemporal trabajo-ocio, y $a_{c\tau_k}$, $a_{n\tau_k}$, $a_{y\tau_k}$ y $a_{k\tau_k}$ representan la elasticidad parcial consumo, trabajo, producto y capital con respecto a la tasa impositiva marginal a las ganancias de capital, respectivamente.

En la Tabla 3 se muestra que cuando aumenta el parámetro de persistencia de los impuestos a los ingresos de capital (ρ_{τ_k}), los efectos sobre las variables son mayores. Cuando un choque en τ_k se hace más persistente, hay más incentivos para sustituir consumo futuro por consumo presente ya que los agentes prevén racionalmente que sus ingresos futuros provenientes de las ganancias de capital se afectarán por más tiempo. Esto se ve reflejado en una elasticidad cada vez mayor del consumo y en una elasticidad cada vez más negativa del capital. Además, al ser el impacto mas persistente sobre las ganancias futuras, hay un mayor desincentivo para trabajar hoy y generar ahorro, lo cual implica que la elasticidad de la oferta laboral sea mas negativa. De nuevo, la reducción tanto del trabajo como del stock de capital implica una reducción más significativa de la producción. Este análisis se reafirma al observar que cuando el choque es totalmente transitorio ($\rho_{\tau_k} = 0$), las variables no reaccionan debido a que las ganancias de capital no se verán afectadas en el futuro, así varíe la elasticidad laboral ante choques en el salario (σ_n).

Tabla 3. Elasticidades parciales asociadas a la tasa impositiva de las ganancias de capital. Estática comparativa.

	$\sigma_n = 0$		$\sigma_n = 0.5$		$\sigma_n = 1$		$\sigma_n = 2$		$\sigma_n \to \infty$	
$\rho_{\tau_k} = 0$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
$\rho_{\tau_k} = 0,5$	0,004	0,000	0,004	-0,003	0,004	-0,004	0,004	-0,006	0,004	-0,010
	0,000	0,000	-0,002	-0,001	-0,003	-0,001	-0,004	-0,001	-0,006	-0,001
$\rho_{\tau_k} = 0,95$	0,043	0,000	0,037	-0,027	0,034	-0,039	0,032	-0,051	0,028	-0,074
	0,000	-0,004	-0,017	-0,006	-0,024	-0,006	-0,032	-0,007	-0,046	-0,009
$\rho_{\tau_k} = 1$	0,089	0,000	0,068	-0,049	0,061	-0,069	0,055	-0,087	0,045	-0,120
	0,000	-0,008	-0,031	-0,010	-0,043	-0,011	-0,054	-0,013	-0,074	-0,014

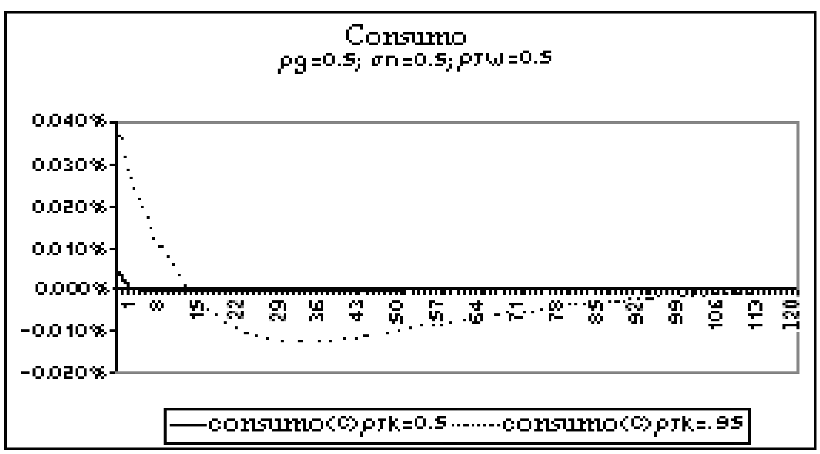
Fuente. Cálculos de los autores. En esta tabla se muestran las elasticidades del consumo, trabajo, producción y capital con respecto a choques en la tasa impositiva τ_k cuando ρ_{τ_k} y σ_n varían. En la fila superior de cada recuadro aparecen $a_{c\tau_k}$ y $a_{n\tau_k}$, y en la fila inferior están $a_{y\tau_k}$ y $a_{k\tau_k}$, que son las elasticidades del consumo, trabajo, producción y capital, respectivamente, con relación a τ_k.

Como se muestra en el Gráfico 1, en la medida que el choque impositivo a los ingresos de capital en $t = 1$ sea más persistente, además de provocar una caída mayor en el trabajo y la producción en el mismo periodo y en el acervo de capital en el periodo siguiente, el efecto sobre estas variables persiste por un lapso de tiempo mucho mayor. Por ejemplo, en el caso de la producción, cuando ρ_{τ_k} es igual 0,5, el efecto perdura 7 años aproximadamente, mientras que cuando es igual 0,95 el efecto no desaparece hasta los 37 años.

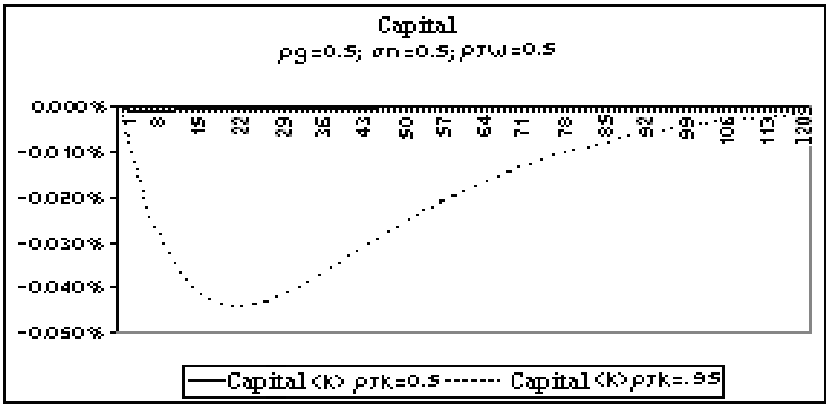
En el anterior ejercicio se observa la relevancia al respecto de la transitoriedad de la política tributaria. Se encuentra en este contexto que los efectos de las políticas transitorias son despreciables, en tanto que las políticas permanentes ejercen efectos magnos. Los factores clave para comprender esta situación son: la formación de expectativas racionales, el período de planeación del agente representativo y la participación de las remuneraciones al capital al interior de la producción.

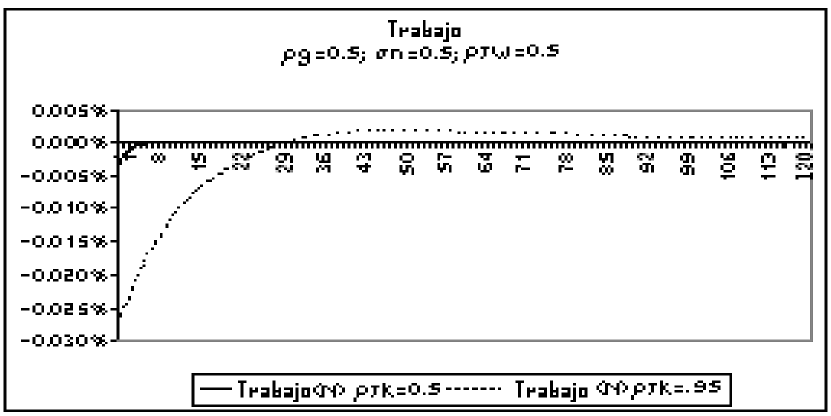
Por otra parte, al analizar el comportamiento de la economía descrita por el modelo se observa que ante variaciones en la elasticidad intertemporal trabajo-ocio, las elasticidades asociadas a las decisiones de consumo e inversión de los agentes permanecen estables, en tanto que dada la perturbación impositiva, los agentes ofrecen menos trabajo en la medida que la elasticidad ocio-trabajo asciende, lo cual implica una reducción paulatina en la producción (ver Tabla 3).

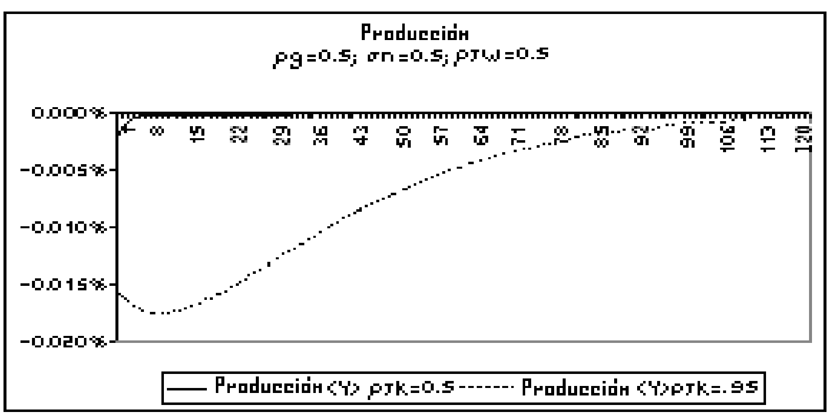
Gráfica 1. Efectos de un choque del uno por ciento en la tasa impositiva a las ganancias de capital dadas variaciones en el parámetro de persistencia. Evolución trimestral.



Gráfica 1. Continuación.







Fuente: Cálculos de los autores.

2.2. Efectos de un aumento en la tasa impositiva a los ingresos laborales

En el caso en que se presente un choque del 1% en la tasa impositiva del salario (τ_w) en el periodo $t = 1$, bajo el escenario de referencia ($\sigma_n = \rho_{\tau_k} = 0,5$) y dado el supuesto *ceteris paribus*, se observa que se desincentiva de forma directa la oferta de trabajo ($a_{n,\tau_w} < 0$), ya que el ingreso después de impuestos provenientes de este factor, disminuye (ver Tabla 4). Esto impacta directa y negativamente la producción ($a_{y,\tau_w} < 0$) y el consumo cae ($a_{c,\tau_w} < 0$). La razón para que esto suceda es que no hay motivo para sustituir consumo futuro por consumo presente, como si lo había en el caso de un choque en τ_k, ya que los retornos futuros del ahorro o la inversión no se ven afectados por un aumento en este tipo de impuesto, además el efecto renta es negativo. Finalmente, hay un fenómeno de expulsión por parte de la política fiscal sobre la inversión, debido a la elevada reducción de la producción, ocasionada por la reducción de la oferta laboral y el significativo peso de dicho factor en las actividades productivas. Esto abre la posibilidad de que el choque sobre la inversión pueda ser positivo, lo cual depende en esencia de la estructura productiva de la economía en cuestión.

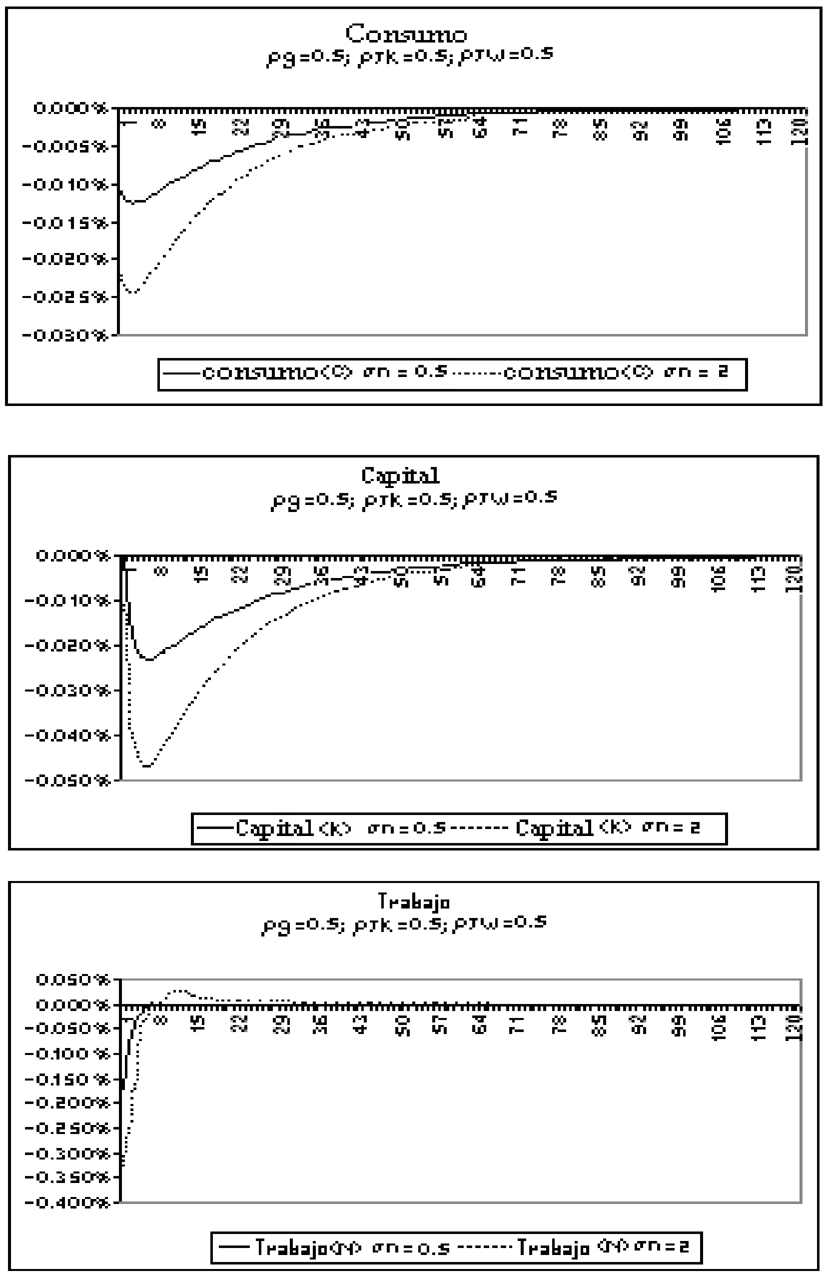
A diferencia de un choque en τ_k, donde cambios en la elasticidad de la oferta laboral (σ_n) no implican variaciones significativas en los efectos sobre las demás variables, cuando el choque es en τ_w, σ_n adquiere relevancia ya que a medida que el salario después de impuestos disminuye, el agente, mientras más elástico, estará más dispuesto a reducir su oferta laboral y, por ende, la producción y el consumo se afectan en mayor grado (ver Gráfico 2 y Tabla 5). Cabe anotar que cuando σ_n es cero, aumentos en τ_w, sin importar su grado de persistencia, no conllevan ningún efecto sobre las variables en cuestión, ya que los agentes no están dispuestos a sustituir trabajo por ocio cuando disminuye su salario después de impuestos.

Tabla 4. Elasticidades parciales asociadas a la tasa impositiva de las ganancias laborales. Marco de referencia ($\rho_{\tau_w} = 0,5$ y $\sigma_n = 0,5$).

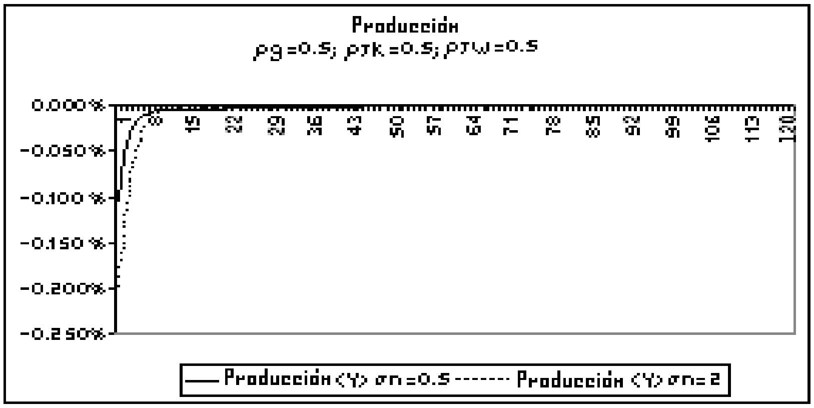
$a_{c\tau_w}$	$a_{n\tau_w}$	$a_{y\tau_w}$	$a_{k\tau_w}$
-0,011	-0,170	-0,105	-0,014

Fuente. Cálculos de los autores. Donde ρ_{τ_w} mide el grado de persistencia de la política impositiva implementada, σ_n representa la elasticidad de la oferta laboral con respecto a la sustitución intertemporal trabajo-ocio, y $a_{c\tau_w}$, $a_{n\tau_w}$, $a_{y\tau_w}$ y $a_{k\tau_w}$ representan la elasticidad parcial consumo, trabajo, producto y capital con respecto a la tasa impositiva marginal a las ganancias laborales, respectivamente.

Gráfica 2. Efectos de un choque del uno por ciento en la tasa impositiva a las ganancias laborales cuando varía el parámetro de elasticidad de la oferta laboral (σ_n). Evolución trimestral.



Gráfica 2. Continuación.



Fuente: Cálculos de los autores.

Ahora, cuando el choque sobre τ_w se hace más persistente, manteniendo constante el parámetro de elasticidad laboral, el agente reducirá su consumo en mayor cuantía ya que, al prever racionalmente que su ingreso disponible disminuirá en el futuro, querrá ahorrar más para mantener estable su senda de consumo (pues un choque sobre τ_w no afecta los ingresos provenientes del ahorro) y por lo que su oferta de trabajo disminuirá en menor cantidad en el periodo en que ocurre el choque (ver Tabla 5). En consecuencia, el efecto negativo sobre la producción y sobre la inversión es menor ($a_{y\tau_w}$ y $a_{k\tau_w}$ se hacen menos negativos, respectivamente).

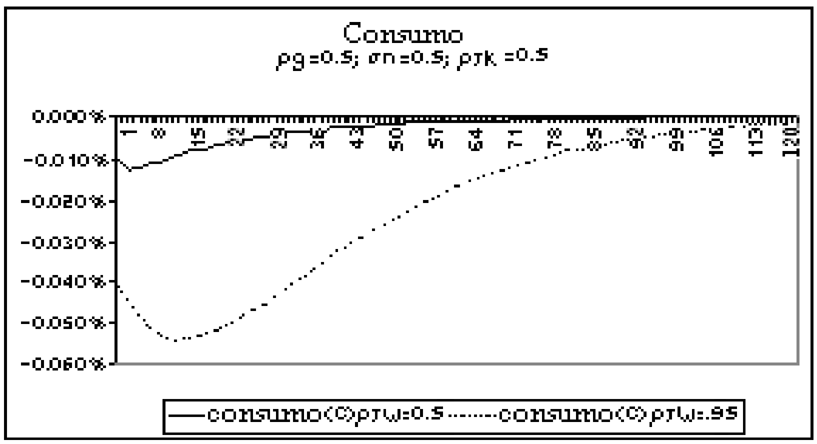
Tabla 5. Elasticidades parciales asociadas a la tasa impositiva de las ganancias laborales. Estática comparativa.

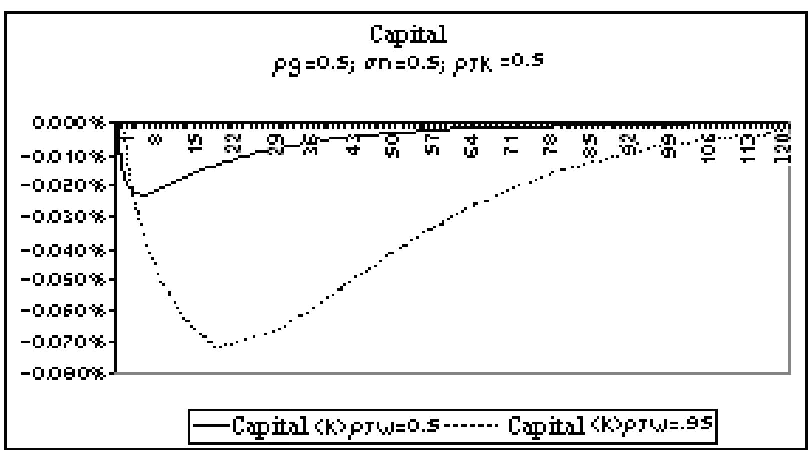
	$\sigma_n = 0$		$\sigma_n = 0.5$		$\sigma_n = 1$		$\sigma_n = 2$		$\sigma_n \to \infty$	
$\rho_{\tau_w} = 0$	0,000	0,000	-0,007	-0,172	-0,011	-0,266	-0,015	-0,365	-0,023	-0,585
	0,000	0,000	-0,107	-0,014	-0,165	-0,022	-0,226	-0,030	-0,363	-0,048
$\rho_{\tau_w} = 0,5$	0,000	0,000	-0,011	-0,170	-0,016	-0,260	-0,022	-0,355	-0,032	-0,560
	0,000	0,000	-0,105	-0,014	-0,161	-0,021	-0,220	-0,029	-0,347	-0,045
$\rho_{\tau_w} = 0,95$	0,000	0,000	-0,042	-0,147	-0,058	-0,213	-0,072	-0,275	-0,096	-0,391
	0,000	0,000	-0,091	-0,009	-0,132	-0,013	-0,170	-0,017	-0,242	-0,025
$\rho_{\tau_w} = 1$	0,000	0,000	-0,071	-0,126	-0,094	-0,172	-0,113	-0,210	-0,141	-0,274
	0,000	0,000	-0,078	-0,005	-0,106	-0,006	-0,130	-0,008	-0,170	-0,011

Fuente. Cálculos de los autores. En esta tabla se muestran las elasticidades del consumo, trabajo, producción y capital con respecto a choques en la tasa impositiva τ_w cuando ρ_{τ_w} y σ_n varían. En las fila superior de cada recuadro aparecen $a_{c\tau_w}$ y $a_{n\tau_w}$, y en la fila inferior están $a_{y\tau_w}$ y $a_{k\tau_w}$, que son las elasticidades del consumo, trabajo, producción y capital, respectivamente, con relación a τ_w.

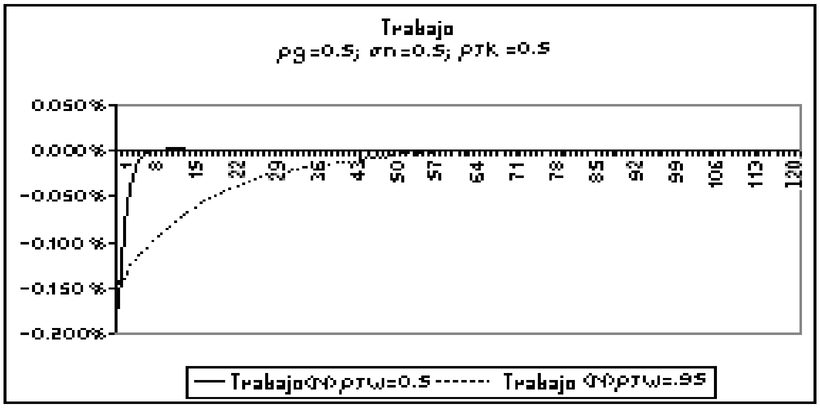
Aunque el efecto sobre la inversión de capital y la producción en el periodo $t = 1$ es menos negativo cuando el choque sobre τ_w es más persistente, en el Gráfico 3 se observa que la disminución en estas variables se hace mayor en periodos posteriores y permanece por más tiempo. Esto ocurre porque el impacto negativo sobre la oferta laboral también es más persistente, haciendo que esta variable tarde más tiempo en llegar a su nuevo punto de estado estacionario.

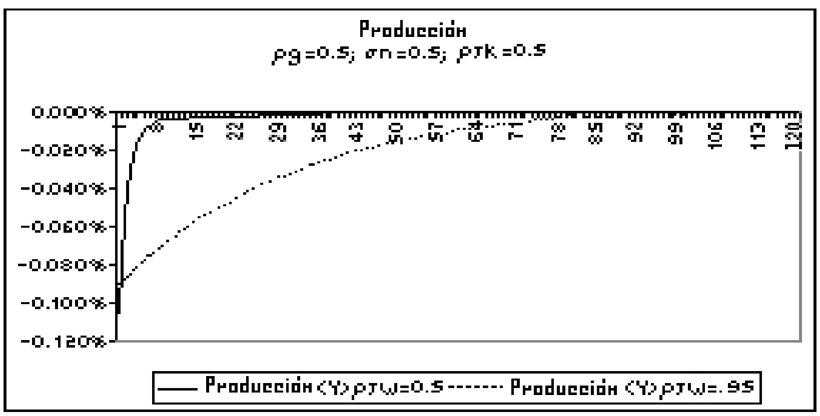
Gráfica 3. Choque del uno por ciento en la tasa impositiva de las ganancias laborales dadas variaciones en el parámetro de persistencia. Evolución trimestral.





Gráfica 3. Continuación.





Fuente: Cálculos de los autores.

3. Conclusiones

En primera instancia, se observa que un aumento en las tasas impositivas genera un efecto contractivo en la producción y en la inversión, el cual es mayor a medida que los choques en las tasas impositivas sean más persistentes. Sin embargo, un incremento en los impuestos a los ingresos salariales genera un impacto negativo mayor sobre la economía que un aumento en los impuestos a los ingresos de capital; este fenómeno se evidencia tanto a corto como a largo plazo. Las dos políticas se diferencian, además, porque, ante la presencia de mayores impuestos de capital, hay sustitución de consumo futuro por presente, dado que se desincentiva el ahorro, en tanto que los impuestos salariales hacen que el consumo disminuya.

Se resalta la implicación que tiene la elasticidad de la oferta laboral sobre las políticas tributarias anteriores. En la medida que la oferta laboral sea más elástica, mayores impuestos al salario harán que el agente sustituya más trabajo presente por futuro, generando mayores distorsiones (negativas) en la producción y en el consumo. Mientras que cuando la oferta laboral es totalmente inelástica, esta política no conlleva ningún efecto sobre las variables económicas; ya que los agentes no están dispuestos a sustituir trabajo por ocio cuando disminuye su salario después de impuestos. En el caso de un aumento en los impuestos a los ingresos de capital, las variaciones en la elasticidad laboral no son tan representativas como en el caso anterior, aunque si se observa que los agentes ofrecen menos trabajo en la medida que la elasticidad ocio-trabajo asciende, lo cual implica una reducción paulatina en la producción.

Anexo

En este anexo se muestra la solución del modelo presentado en la sección 2. Se describe la técnica utilizada para aproximar las ecuaciones no lineales presentes en el modelo y la solución de las elasticidades.

A. Solución del problema del consumidor:

Tomando las ecuaciones (2), (7) y (8), se obtiene la siguiente restricción del consumidor:

$$\begin{aligned} C_t = (1-\delta)K_t - K_{t+1} + (\pi_t N_t)^{\alpha-\gamma-\varphi} K_t^{1-\alpha+\gamma} G_t^{\varphi} - D_{t+1} + R_{t+1}^{g} D_t \\ - \tau_{w,t} W_t N_t - \tau_{k,t} r_t K_t \end{aligned} \tag{A.1}$$

Dada la anterior restricción, se plantea la función de Bellman correspondiente al problema de maximización de este agente, utilizando como variables estado K_t y D_t:

$$V(K_t, D_t) = \max \left\{ \ln C_t + \theta \frac{(1-N_t)^{1-\gamma_n}}{1-\gamma_n} + \beta E_t V(K_{t+1}, D_{t+1}) \right\} \tag{A.2}$$

Introduciendo la ecuación $(A1)$ en $(A2)$ y derivando esta última con respecto a las variables control K_{t+1}, D_{t+1} y N_t , se obtienen las condiciones de primer orden planteadas en las ecuaciones (11), (12) y (13).

B. Proceso de loglinealización y solución del modelo:

En el proceso de loglinealización se toman logaritmos de las ecuaciones del modelo y se hallan aproximaciones de Taylor de primer orden para las expresiones resultantes alrededor del estado estacionario en el logaritmo de las variables relevantes. En este proceso se utilizan los resultados en estado estacionario de la sección 2.2.[7]

De la loglinealización de la ecuación (11), se obtiene la siguiente expresión:

$$-\tilde{C}_t = E_t[\tilde{Z}_{t+1}] \tag{A.3}$$

[7] El proceso detallado de loglinealización se muestra en el capítulo 4 de Romer (2001). El lector también se puede referir al apéndice matemático de Barro y Sala-i-Martin (1999) y a Simon y Blume (1994).

donde

$$\tilde{Z}_{t+1} = \tilde{R}_{t+1} - \tilde{C}_{t+1} \tag{A.4}$$

Como se había definido anteriormente, las variables con el símbolo (˜) denotan la diferencia entre el logaritmo de la variable y el logaritmo de su valor en estado estacionario. Además, para obtener la ecuación ($A3$), se utiliza una propiedad de la distribución lognormal, utilizada en Ludvigson (1996), Campbell (1994) y Romer (2001). Esta propiedad sugiere que si una variable aleatoria X_t sigue una distribución lognormal, entonces, $\log(\mathrm{E}_t X_{t+1}) \approx \mathrm{E}_t \log(X_{t+1}) + (1/2)\mathrm{Var}_t \log(X_{t+1})$. Asumiendo que las variables de las ecuaciones (11) a (13) siguen una distribución conjunta lognormal y homoscedástica,[8] al tomar logaritmos de la ecuación (11), se obtiene que:

$$\begin{aligned} -\log(C_t) &= \log(\beta) + \mathrm{E}_t[\log(Z_{t+1})] + (1/2)\mathrm{Var}_t \log(Z_{t+1}) \\ Z_{t+1} &= R_{t+1}/C_{t+1} \end{aligned}$$

Y dado que β y $\mathrm{Var}_t \log(Z_{t+1})$ son constantes, la aproximación de Taylor de primer orden alrededor del estado estacionario de esta expresión en el logaritmo de C_t y Z_{t+1}, da como resultado la ecuación ($A3$).

Ahora, para obtener una expresión asociada a $\tilde{R}_{t+1}$, se loglinealiza la ecuación (14), utilizando, además, las ecuaciones (7) y (9). Y dado que la relación en (21) se cumple para cualquier periodo, las expresiones para $\tilde{R}_{t+1}$ y $\tilde{C}_{t+1}$ son las siguientes:

$$\tilde{R}_{t+1} = \xi_1 \tilde{K}_{t+1} + \xi_2 \tilde{N}_{t+1} + \xi_3 \tilde{G}_{t+1} + \xi_4 \tilde{\tau}_{k,t+1} \tag{A5}$$

$$\tilde{C}_{t+1} = a_{ck}\tilde{K}_{t+1} + a_{cg}\tilde{G}_{t+1} + a_{cd}\tilde{D}_{t+1} + a_{c,\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t+1} + a_{c,\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t+1} \tag{A6}$$

donde,

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{1}{R}[(\gamma-\alpha)(r+\delta)(1-\tau_k)], \quad \xi_2 = \frac{1}{R}[(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)(1-\tau_k)], \\ \xi_3 &= \frac{1}{R}[\varphi(r+\delta)(1-\tau_k)], \quad \xi_4 = -\frac{r\tau_k}{R}. \end{aligned}$$

Utilizando ($A5$), ($A6$) y (22) para resolver ($A4$) se obtiene la siguiente ecuación para $\tilde{Z}_{t+1}$:

$$\tilde{Z}_{t+1} = \gamma_1\tilde{K}_{t+1} + \gamma_2\tilde{G}_{t+1} + \gamma_3\tilde{D}_{t+1} + \gamma_4\tilde{\tau}_{k,t+1} + \gamma_5\tilde{\tau}_{w,t+1} \tag{A7}$$

donde,

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \xi_1 + \xi_2 a_{nk} - a_{ck}, \quad \gamma_2 = \xi_2 a_{ng} + \xi_3 - a_{cg}, \quad \gamma_3 = \xi_2 a_{nd} - a_{cd} \\ \gamma_4 &= \xi_2 a_{n\tau_k} + \xi_4 - a_{c\tau_k}, \quad \gamma_5 = \xi_2 a_{n\tau_w} - a_{c\tau_w} \end{aligned}$$

[8] De acuerdo a Campbell (1994), el supuesto que las variables en la ecuaciones (11) a (13) sean conjuntamente lognormales y homoscedásticas es consistente con un choque lognormal y homoscedástico en la productividad y con la aproximación propuesta en este trabajo para resolver el modelo.

Dada la ecuación ($A7$), lo que se necesita son expresiones para las variables endógenas $\tilde{K}_{t+1}$ y $\tilde{D}_{t+1}$, de modo que se puedan eliminar de esta ecuación.

La expresión para $\tilde{K}_{t+1}$ se obtiene loglinealizando la ecuación (2):

$$\tilde{K}_{t+1} = \lambda_1 \tilde{K}_t + \lambda_2 \tilde{N}_t + \lambda_3 \tilde{G}_t + \lambda_4 \tilde{C}_t \qquad (A8)$$

donde,

$$\lambda_1 = \frac{1+r}{1+g}, \quad \lambda_2 = \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{(1+g)(1-\alpha+\gamma)}, \quad \lambda_3 = \frac{(\varphi - \frac{G}{Y})(r+\delta)}{(1+g)(1-\alpha+\gamma)},$$
$$\lambda_4 = 1 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3.$$

De forma similar, se loglinealiza la ecuación (8) para expresar $\tilde{D}_{t+1}$ de la siguiente forma:

$$\tilde{D}_{t+1} = \phi_1 \tilde{K}_t + \phi_2 \tilde{N}_t + \phi_3 \tilde{G}_t + \phi_4 \tilde{\tau}_{k,t} + \phi_5 \tilde{\tau}_{w,t} + \phi_6 (\tilde{R}^g_{t+1} + \tilde{D}_t), \qquad (A9)$$

donde,

$$\phi_1 = -\frac{Y}{D}\left\{\frac{(1-\alpha+\gamma)(\alpha-\gamma-\varphi)\tau_w}{(1+g)} + \frac{(1-\alpha+\gamma)\tau_k}{(r+\delta)(1+g)}[(r+\delta)(1-\alpha+\gamma)-\delta]\right\}$$

$$\phi_2 = -\frac{Y}{D(1+g)}\left[(\alpha-\gamma-\varphi)^2\tau_w + (1-\alpha+\gamma)(\alpha-\gamma-\varphi)\tau_k\right],$$

$$\phi_3 = \frac{G}{D(1+g)} - \frac{Y}{D(1+g)}\left[\varphi(\alpha-\gamma-\varphi)\tau_w + \varphi(1-\alpha+\gamma)\tau_k\right],$$

$$\phi_4 = -\frac{(1-\alpha+\gamma)r\tau_k}{(r+\delta)(1+g)}\frac{Y}{D}, \quad \phi_5 = -\frac{(\alpha-\gamma-\varphi)\tau_w}{(1+g)}\frac{Y}{D}, \quad \phi_6 = \frac{1+r(1-\tau_k)}{(1+g)}.$$

De las condiciones de primer orden (11) y (12), y por el supuesto de lognormalidad y homoscedasticidad, se tiene que $\mathrm{E}_t(\tilde{R}^g_{t+2}) = \mathrm{E}_t(\tilde{R}_{t+1})$. Utilizando este resultado junto con las ecuaciones (28) a (30) para los procesos que siguen el gasto público y las tasas impositivas, al tomar esperanza en ($A7$), dados los resultados de ($A8$) y ($A9$), se llega a la siguiente expresión:

$$\mathrm{E}_t \tilde{Z}_{t+1} = \gamma_{zk}\tilde{K}_t + \gamma_{zg}\tilde{G}_t + \gamma_{zd}\tilde{D}_t + \gamma_{z\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + \gamma_{z\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \qquad (A10)$$

donde,

$$\gamma_{zk} = \gamma_1\lambda_1 + \gamma_6 a_{nk} + \gamma_1\lambda_4 a_{ck} + \gamma_3\phi_1 + \gamma_3\phi_6\xi_1,$$

$$\gamma_{zg} = \gamma_1\lambda_3 + \gamma_6 a_{ng} + \gamma_1\lambda_4 a_{cg} + \gamma_2\rho_g + \gamma_3\phi_3 + \gamma_3\phi_6\xi_3,$$
$$\gamma_{zd} = \gamma_6 a_{nd} + \gamma_1\lambda_4 a_{cd} + \gamma_3\phi_6,$$
$$\gamma_{z\tau_k} = \gamma_6 a_{n\tau_k} + \gamma_1\lambda_4 a_{c\tau_k} + \gamma_4\rho_{\tau_k} + \gamma_3\phi_4 + \gamma_3\phi_6\xi_4,$$
$$\gamma_{z\tau_w} = \gamma_6 a_{n\tau_w} + \gamma_1\lambda_4 a_{c\tau_w} + \gamma_5\rho_{\tau_w} + \gamma_3\phi_5.$$

Y con $\gamma_6 = \gamma_1\lambda_2 + \gamma_3(\phi_2 + \phi_6\xi_2)$.

Por último, utilizando el método de coeficientes indeterminados para resolver $(A3)$, se obtienen las primeras cinco restricciones para determinar las elasticidades en (21) y (22)

$$a_{ck} + \gamma_{zk} = 0, \quad a_{c\tau_k} + \gamma_{z\tau_k} = 0$$

$$a_{cg} + \gamma_{zg} = 0, \quad a_{c\tau_w} + \gamma_{z\tau_w} = 0, \quad a_{cd} + \gamma_{zd} = 0.$$

De igual forma, se loglinealiza la ecuación (13):

$$\tilde{C}_t + \sigma\tilde{N}_t = (1 - \alpha + \gamma)\tilde{K}_t + \varphi\tilde{G}_t - \frac{\tau_w}{1 - \tau_w}\tau_{w,t} \qquad (A11)$$

donde,

$$\sigma = \gamma_n\frac{N}{1 - N} + (1 - \alpha + \gamma + \varphi)$$

Igualando los coeficientes de las variables correspondientes en ambos lados de la ecuación $(A11)$, se obtienen las otras cinco condiciones para hallar las elasticidades en (21) y (22):

$$a_{ck} + \sigma a_{nk} - (1 - \alpha + \gamma) = 0, \quad a_{c\tau_k} + \sigma a_{n\tau_k} = 0,$$

$$a_{cg} + \sigma a_{ng} - \varphi = 0, \quad a_{c\tau_w} + \sigma a_{n\tau_w} + \frac{\tau_w}{1 - \tau_w} = 0, \quad a_{cd} + \sigma a_{nd} = 0.$$

Para resolver las elasticidades del modelo, cumpliendo con las diez condiciones no lineales planteadas anteriormente, se utilizo la función “fsolve” de Matlab, teniendo en cuenta, de acuerdo a Ludvigson (1996), que en la solución del sistema se obtuviera una raíz positiva para a_{ck} y una negativa para a_{rk}.

Finalmente, partiendo de las elasticidades en (21) y (22), se obtienen las ecuaciones loglinealizadas para la producción, tasa de interés y salario en t, y para la deuda pública y el capital en $t + 1$.

De la ecuación (7), se obtiene:

$$\tilde{Y}_t = a_{yk}\tilde{K}_t + a_{yg}\tilde{G}_t + a_{yd}\tilde{D}_t + a_{y\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{y\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \qquad (A12)$$

donde,

$$a_{yk} = (\alpha - \gamma + \varphi)a_{nk} + (1 - \alpha + \gamma), \quad a_{y\tau_k} = (\alpha - \gamma - \varphi)a_{n\tau_k},$$

$$a_{yg} = (\alpha - \gamma - \varphi)a_{ng} + \varphi, \quad a_{y\tau_w} = (\alpha - \gamma - \varphi)a_{n\tau_w}, \quad a_{yd} = (\alpha - \gamma - \varphi)a_{nd}.$$

Loglinealizando la ecuación (9), se logra la siguiente expresión para la tasa de interés:

$$\tilde{r}_t = a_{rk}\tilde{K}_t + a_{rg}\tilde{G}_t + a_{rd}\tilde{D}_t + a_{r\tau_k}\tilde{\tau}_{kt} + a_{r\tau_w}\tilde{\tau}_{wt} \qquad (A13)$$

donde,

$$a_{rk} = \frac{(-\alpha+\gamma)(r+\delta)}{r} + \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r}a_{nk},$$

$$a_{rg} = \frac{\gamma(r+\delta)}{r} + \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r}a_{ng},$$

$$a_{rd} = \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r}a_{nd}, \quad a_{r\tau_k} = \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r}a_{n\tau_k},$$

$$a_{r\tau_w} = \frac{(\alpha-\gamma-\varphi)(r+\delta)}{r}a_{n\tau_w}.$$

De igual forma, se loglinealiza la ecuación (10):

$$\tilde{W}_t = a_{wk}\tilde{K}_t + a_{wg}\tilde{G}_t + a_{wd}\tilde{D}_t + a_{w\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{w\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \qquad (A14)$$

donde,

$$a_{wk} = (\alpha-\gamma-\varphi)a_{nk} + (1-\alpha+\gamma), \quad a_{wg} = (\alpha-\gamma-\varphi-1)a_{ng} + \varphi,$$

$$a_{wd} = (\alpha-\gamma-\varphi-1)a_{nd}, \quad a_{w\tau_k} = (\alpha-\gamma-\varphi-1)a_{n\tau_k},$$

$$a_{w\tau_w} = (\alpha-\gamma-\varphi-1)a_{n\tau_w}.$$

Empleando la ecuación ($A9$) y el hecho que $\mathrm{E}_t(\tilde{R}^g_{t+2}) = \mathrm{E}_t(\tilde{R}_{t+1})$, se halla la siguiente expresión para $\tilde{D}_{t+1}$:

$$\tilde{D}_{t+1} = a_{dk}\tilde{K}_t + a_{dg}\tilde{G}_t + a_{dd}\tilde{D}_t + a_{d\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{d\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \qquad (A15)$$

donde,

$$a_{dk} = \phi_1 + \phi_6\xi_1 + a_{nk}(\phi_2 + \phi_6\xi_2), \quad a_{dg} = \phi_3 + \phi_6\xi_3 + a_{ng}(\phi_2 + \phi_6\xi_2),$$

$$a_{dd} = \phi_6 + a_{nd}(\phi_2 + \phi_6\xi_2), \quad a_{d\tau_k} = \phi_4 + \phi_6\xi_4 + a_{n\tau_k}(\phi_2 + \phi_6\xi_2),$$

$$a_{d\tau_w} = \phi_5 + a_{n\tau_w}(\phi_2 + \phi_6\xi_2).$$

Finalmente, utilizando la ecuación ($A8$) se obtiene una expresión general para las desviaciones del estado estacionario del acervo de capital en el periodo $t+1$:

$$\tilde{K}_{t+1} = a_{kk}\tilde{K}_t + a_{kg}\tilde{G}_t + a_{kd}\tilde{D}_t + a_{k\tau_k}\tilde{\tau}_{k,t} + a_{k\tau_w}\tilde{\tau}_{w,t} \qquad (A16)$$

donde,

$$a_{kk} = \lambda_1 + a_{nk}\lambda_2 + a_{ck}\lambda_4, \quad a_{kg} = \lambda_3 + a_{ng}\lambda_2 + a_{cg}\lambda_4,$$

$$a_{kd} = a_{nd}\lambda_2 + a_{cd}\lambda_4, \quad a_{k\tau_k} = a_{n\tau_k}\lambda_2 + a_{c\tau_k}\lambda_4,$$

$$a_{k\tau_w} = a_{n\tau_w}\lambda_2 + a_{c\tau_w}\lambda_4.$$

Bibliografía

Aiyagary, R., L. Christtiano, and M. Eichenbaum (1992). The output, employment and interest rate effects of government consumption. *Journal of Monetary Economics.* No. 33, pp. 73-96.

Alesina, A. y R. Perotti (1996). La economía política de los déficit presupuestarios. *Papeles de Economía Española.* No. 68, pp. 237-251.

Ambler, S. (2002). Optimal time consistent taxation with overlapping generations. Working Paper No. 111. Universidad de Quebeq, Montreal.

Argandoña, A., C. Gamez y F. Monchon (1996). *Macroeconomía Avanzada I.* Mc Graw Hill, Madrid.

Barro, R. (1974). Are government Bonds net Wealth? *The Journal of Political Economy.* Vol. 82, No. 6, pp. 1095-1117.

Barro, R. and X. Sala-i-Martin (1999). *Economic Growth.* MIT Press.

Baxter, M and R. King (1993). Fiscal Policy in General Equilibrium. *American Economic Review.* Vol. 83, No. 3, pp. 315-334.

Blanchard, O. (2000). *Macroeconomía.* Segunda edición. Santa fé de Bogotá: Prentice Hall.

Blanchard, O. and S. Fischer (1994). *Lectures on Macroeconomics.* Cambridge: MIT Press.

Cambell, J. (1994). Inspecting the Mechanism: An analytical approach to the stochastic growth model. *Journal of Monetary Economics.* No. 33, pp. 463-506.

Chari, V., L. Chistiano, and P. Kehooe (1993). Optimal fiscal policy in a business cycle model. Federal Reserve Bank of Minneapolis. Staff Report No. 160.

Chari, V. and Kehoe, P. (1998). Optimal fiscal and monetary policy. Federal Reserve Bank of Minneapolis. Staff Report No. 251.

Dotsey, M. (1994). Some unpleasant supply side arithmetic. *Journal of Monetary Economics.* No. 33, pp. 507-524.

Dotsey, M. and C. Mao (1997). The effects of fiscal policy in a neoclassical growth model. Working Paper No. 97-8. Federal Reserve Bank of Richmond.

Kotlikoff, L. (1988). What microeconomics teaches us about the dynamic macro effects of fiscal policy. *Journal of Money, Credit and Banking.* Vol. 20, No. 3, pp. 479-495.

Ludvingson, S. (1996). The macroeconomics effects of government debt in a stochastic growth model. *Journal of Monetary Economics.* No. 38, pp. 25-45.

Mankiw, N. G. and D. Romer (1991). *New Keynesian Economics.* Cambridge: MIT Press.

McGrattan, E. (1994). The Macroeconomic effect of distortionary taxation. *Journal of Monetary Economics.* No. 33, pp. 573-601.

Obstfeld, M and K. Rogoff (1999). *Foundations of International Macroeconomics.* Cambridge: MIT Press.

Posada, C. E. y W. Gómez (2002). Crecimiento económico y gasto público: un Modelo para el caso colombiano. Borradores de Economía, No. 218. Banco de la República.

Prescott, E. (1986). Theory Ahead of business cycle measurement. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review.* No. 10, pp. 9-22.

Ricciuti, R. (2003). Assessing Ricardian Equivalence. *Journal of Economic Surveys.* Vol. 17, No.1, pp. 55-78.

Romer, D. (2001). *Advanced Macroeconomics.* Segunda edición. New York: McGraw-Hill.

Simon, C. and L. Blume (1994). *Mathematics for Economists.* New York: W. W. Norton & Company, Inc.

Seater, J. (1993). Ricardian Equivalence. *Journal of Economic Literature.* Vol. (31), No. (2), p. 142-190.