Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública, 174-(3/2005): 87-115

Equidad horizontal e igual progresión: un enfoque utilitarista *

LUIS JOSÉ IMEDIO OLMEDO
ENCARNACIÓN MACARENA PARRADO GALLARDO
MARÍA DOLORES SARRIÓN GAVILÁN
Universidad de Málaga

Recibido: Julio, 2004
Aceptado: Julio, 2005

Resumen

Se considera una población heterogénea en la que se realiza una partición en dos grupos homogéneos respecto a las características con incidencia fiscal distintas de la renta. Las diferencias entre ambos grupos se incorporan mediante un perfil de funciones de utilidad y el sistema fiscal está formado por dos tarifas, una sobre cada grupo. En este contexto, considerando iguales a quienes su renta les proporciona el mismo nivel de utilidad, definimos una escala de equivalencia y proponemos distintas definiciones del principio de equidad horizontal. Caracterizamos los sistemas fiscales que satisfacen dicho principio en términos de pérdida de utilidad, lo que permite incorporar al análisis el principio de igual sacrificio. Además, se obtienen las condiciones bajo las cuales los iguales se enfrentan a la misma progresión. Por último, particularizamos los resultados obtenidos al caso de funciones de utilidad isoelásticas.

Palabras clave: igual sacrificio, funciones de utilidad y escalas de equivalencia isoelásticas, poblaciones heterogéneas.

Clasificación de The Journal of Economic Literature: D31, D63, H23.

1. Introducción

En el ámbito de la imposición, el principio de equidad horizontal (EH) exige que individuos iguales sean tratados del mismo modo por el sistema fiscal. Cuando se considera una población homogénea respecto del conjunto de características que, además de la renta, tienen incidencia fiscal, el cumplimiento de dicho principio está garantizado. En ese caso, dos individuos en igual situación, con la misma renta, son tratados del mismo modo por el sistema fiscal al ser el impuesto una función exclusivamente de la renta. En relación al otro principio impositivo clásico, el de equidad vertical (EV), según el cual los desiguales deben ser tratados adecuadamente de forma desigual a fin de que el sistema fiscal tenga un efecto redistributivo (ER), en el supuesto de homogeneidad existe una teoría consolidada (Jakobsson,

* Agradecemos la labor de dos evaluadores anónimos, que han contribuido a la mejora de este trabajo con sus sugerencias y comentarios.

1976; Fellman, 1976) que proporciona las condiciones para que el impuesto tenga un efecto redistributivo sobre la distribución inicial de la renta.

Aunque el principio de EH es básico, una regla mínima de justicia o imparcialidad, su implantación efectiva en el ámbito de la imposición diferenciada no es, sin embargo, sencilla. Requiere dos condiciones previas: identificar a los iguales y especificar en qué consiste el igual tratamiento. Esta dificultad ha dado lugar a diferentes interpretaciones del concepto y, con ello, a una extensa lista de índices para medir el grado de inequidad horizontal (IH).

La interpretación que, en las últimas décadas, ha tenido más aceptación en la literatura es la que cuantifica la IH mediante la reordenación de las unidades impositivas inducida por el sistema fiscal. En esta línea son relevantes los trabajos de Atkinson (1980), Plotnick (1981) y King (1983), entre otros. La IH se mide, en este caso, a través del grado de disociación entre las distribuciones de renta antes y después de impuestos.

Sin embargo, como aún sin reordenación puede no cumplirse el principio de EH, otros enfoques más recientes [1], con una interpretación menos estricta del concepto, han evaluado la IH a través del diferente tratamiento de individuos similares. En este contexto están las aportaciones de Camarero y otros (1993), Aronson y otros (1994), Pazos y otros (1995), Lambert y Ramos (1997), Duclos y Lambert (2000) o Rodríguez y otros (2004). En ellos se relaciona el principio de EH con el de EV y se proponen distintas descomposiciones de ER en dos componentes: la redistribución vertical y la contribución negativa de la IH.

En este trabajo se considera una población heterogénea en la que se contempla una partición en grupos homogéneos, en cuanto a características con incidencia fiscal distintas de la renta, en cada uno de los cuales está definida una función de utilidad que sólo depende de la renta. El principio de EH se formula en los mismos términos que en el trabajo pionero de Feldstein (1976, pág. 83): «*Si dos individuos tuvieran el mismo nivel de utilidad en ausencia de impuestos, deberían tener también la misma utilidad bajo la presencia de impuestos... Más general, la introducción de un impuesto no debe alterar la ordenación de los individuos en términos de utilidad*». Fijado un perfil de utilidad cuyas funciones satisfacen condiciones muy generales, tales como su crecimiento estricto, que tengan idéntico recorrido, junto a una relación de monotonía entre ellas que refleje la ordenación de los grupos según sus niveles de necesidades, la aplicación del enunciado anterior a un sistema fiscal que venga dado por un conjunto de tarifas, una para cada grupo, condiciona la forma funcional de las mismas, pudiéndose expresar todas ellas a partir de la que grava al grupo de referencia, lo que facilita el análisis de la progresividad del sistema en el contexto de una población heterogénea.

A este respecto, conviene observar que el tratamiento general de la progresividad de un código impositivo conlleva serias dificultades dado que no contamos, en ese ámbito, con una definición del concepto que generalice a la conocida para poblaciones homogéneas y que sea de aceptación unánime [2]. Esta situación es, a su vez, consecuencia de la dificultad que supone no ya la medición, sino la simple definición de desigualdad en un contexto multidimensional. El uso de escalas de equivalencia y el criterio secuencial de Atkinson y Bourguignon (1987), cuyo soporte utilitarista se matiza en Ok y Lambert (1999), son las alternativas habituales para abordar el problema [3]. Aunque ambos métodos se utilizan habitualmente por separado, y ninguno de los dos está exento de limitaciones [4], se puede establecer una interesante relación entre ellos cuando las escalas son de tipo paramétrico (Cowell y Mercader-Prats, 1999).

En el contexto de este trabajo, la especificación de un perfil de funciones de utilidad con las propiedades ya mencionadas, permite definir de forma natural una escala de equivalencia cuya forma funcional y características dependen de las que presenten las funciones de utilidad [5]. Dicha escala cumple la axiomática propuesta por Ebert (2000, 2004) para cualquier correspondencia entre rentas monetarias y rentas equivalentes. La expresión del principio de EH en términos de la escala de equivalencia induce de manera natural la condición que, junto a la progresividad de la tarifa del grupo de referencia, garantiza, aplicando un resultado establecido en Moyes (1999) y en Ebert y Moyes (2000), la del sistema fiscal en su conjunto sobre la distribución de renta equivalente.

De nuestro enfoque también derivan dos consecuencias inmediatas. El cumplimiento del principio de EH equivale a que los iguales experimenten al pagar el impuesto la misma pérdida de utilidad, respecto a la función de utilidad de su grupo. Además, si una de las tarifas satisface el principio de igual sacrificio (IS), absoluto o relativo, respecto a su correspondiente función de utilidad, la misma condición es satisfecha por las restantes.

Cuando las funciones de utilidad presentan aversión constante hacia la desigualdad se obtienen de forma explícita las tarifas que cumplen el principio de IS, que garantizan la EH y que implican la progresividad del sistema fiscal. Para esta familia de funciones de utilidad, las escalas de equivalencia asociadas son isoelásticas, del tipo analizado en Donaldson y Pendakur (1999) y pueden ser estimadas de forma unívoca a partir de los datos sobre la demanda de los hogares, como se demuestra en ese trabajo.

Otra cuestión que abordamos es la relación entre el principio de EH en el sentido de Feldstein (1976) y en el de la propuesta de Ebert y Lambert (2004), según la cual los iguales, al pagar su respectivo impuesto, deben enfrentarse al mismo grado de progresión. Los resultados se particularizan al caso en que las funciones de utilidad son potenciales o logarítmicas.

El trabajo se estructura de la siguiente forma. En la sección siguiente se concreta el marco de análisis, se define formalmente el concepto de EH, se obtienen las escalas de equivalencia a partir de las funciones de utilidad, así como un conjunto de resultados que relacionan las propiedades de la escala con las de las tarifas del sistema. Ello sugiere dos definiciones alternativas de igual tratamiento, los iguales son gravados al mismo tipo medio (o soportan la misma carga fiscal), y se comprueba que para escalas multiplicativas con deflactor constante (o aditivas con deducción constante), dicha definición es equivalente a la inicialmente propuesta. En la sección tercera se analiza la relación entre progresividad e IS en una población homogénea y se establece, en el ámbito heterogéneo, la conexión entre los principios de EH y de IS. En la sección cuarta se obtienen las expresiones de las tarifas que satisfacen el principio de IS, absoluto o relativo, cuando la función de utilidad presenta aversión constante hacia la desigualdad. A continuación, para dos grupos de hogares con distinto nivel de necesidades y en los que las funciones de utilidad son del tipo señalado, se obtienen las escalas de equivalencia asociadas y las tarifas de los distintos grupos bajo el supuesto de que el sistema fiscal asociado satisface el principio de EH. Se estudian las características del sistema en los distintos casos, y se pone de manifiesto que en algunos de ellos no es posible la imposición diferenciada. En la sección quinta se analizan las condiciones que ha de cumplir la escala de equivalencia para que los iguales soporten el mismo grado de progresión y los resultados se trasladan a las escalas y sistemas fiscales obtenidos en la sección anterior. En la última sección se incluyen algunos comentarios sobre los resultados obtenidos y se apunta alguna posible extensión.

2. Equidad horizontal y funciones de utilidad

Supongamos una población de contribuyentes en la que las características ajenas a la renta y relevantes desde un punto de vista fiscal permiten su descomposición en un número finito de grupos homogéneos a efectos fiscales y supongamos, además, que las diferencias entre los distintos grupos quedan recogidas mediante un perfil de funciones de utilidad, una por cada grupo, dependientes sólo de la renta.

Por simplicidad consideraremos dos tipos de hogares, representados por H_1 y H_2, en los que las funciones de utilidad de la renta vienen dadas por $U_1(x)$ y $U_2(x)$, respectivamente. El que estas funciones sean diferentes supone reconocer que los hogares de ambos grupos presentan atributos, distintos de la renta, también diferentes y relevantes al establecer sus respectivos pagos impositivos. Se supone, como es habitual, que cada U_i, $i = 1,2$, es estrictamente creciente y estrictamente cóncava, de modo que la utilidad crece con la renta pero lo hace a una tasa cada vez menor (utilidad marginal decreciente). Ello significa que el evaluador social tiene aversión a la desigualdad por lo que es favorable al principio de transferencias de Pigou-Dalton dentro de cada grupo. Para $\{U_1(x), U_2(x)\}$, si $D = (0, x_M]$ es el recorrido de la variable renta, supondremos que los conjuntos imagen de D mediante ambas funciones de utilidad coinciden:

$$U_1(D) = U_2(D), \qquad [1]$$

lo que implica que los niveles de utilidad accesibles son alcanzados por hogares pertenecientes a ambos grupos. Si, además, suponemos que dichos grupos admiten una ordenación en relación a necesidades que tengan incidencia fiscal, es razonable suponer que entre las funciones de utilidad de ambos grupos existan relaciones que reflejen esta situación. En este sentido, si consideramos H_1 como el grupo con menor nivel de necesidad [6], es razonable suponer:

$$U_2(x) < U_1(x) \quad , \quad x \in D . \qquad [2]$$

En el enfoque secuencial de Atkinson y Bourguignon (1987), para realizar comparaciones de bienestar entre distribuciones de renta alternativas, se exigiría, además:

$$U_2'(x) - U_1'(x) \text{ es positiva y decreciente, } x \in D,$$

aunque, a lo largo del trabajo, no va a ser necesaria esta condición [7].

Si $t_i(x)$, $i = 1,2$, es el impuesto, diferenciable, definido sobre H_i, $f_i(x) = x - t_i(x)$ es la función que asigna a cada nivel de renta su renta disponible. Supondremos $0 < t_i(x) < x$, $x > 0$, de manera que sólo se consideran los hogares que son contribuyentes netos, siendo $f_i(x) > 0$.

El primer paso para definir cuándo el sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ o su equivalente $\{f_1, f_2\}$ satisfacen el principio EH, es identificar a los iguales. A este respecto, el punto de partida es la siguiente definición.

Definición 1. Los hogares con rentas x_1 y x_2, pertenecientes respectivamente a H_1 y H_2, están en la misma situación si sus rentas les proporcionan la misma utilidad. Esto es:

$$U_1(x_1) = U_2(x_2).$$

Una vez identificados los iguales, el cumplimiento del principio EH se expresa del siguiente modo:

Definición 2 (Feldstein, 1976). El sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ satisface EH si se verifica:

$$U_1(x_1) = U_2(x_2) \Rightarrow U_1(f_1(x_1)) = U_2(f_2(x_2)), \qquad \text{[EH]}$$

para cualesquiera $x_1 \in H_1$ y $x_2 \in H_2$.

Es decir, [EH] significa que tras la aplicación del sistema impositivo siguen siendo iguales, en términos de utilidad, quienes lo eran antes de impuestos.

Es evidente que el planteamiento anterior se puede expresar en términos de renta equivalente. Así, tomando H_1 como grupo de referencia, la función:

$$E = U_1^{-1} \circ U_2 : D \to R^+, \qquad [3]$$

resultado de componer U_2 con la inversa de U_1, proporciona para cada nivel de renta de H_2 su renta equivalente [8] en H_1. De este modo, una vez especificada la función de utilidad en cada grupo, la escala de equivalencia queda unívocamente determinada. En H_1 el nivel de vida de cada hogar viene dado por su renta, mientras que en H_2 queda representado por su renta equivalente. A partir de las propiedades de las funciones de utilidad, E satisface las condiciones exigibles a este tipo de funciones (Ebert, 2000, 2004):

E(i): E es continua en D.

E(ii): E es estrictamente creciente en D.

E(iii): $E(x) < x$, para todo $x \in D$ [9].

E(iv): $E(D) = D$.

E(i) es una condición de regularidad. E(ii) implica que la renta equivalente es una función estrictamente creciente de la renta nominal, mientras que E(iii) refleja que en H_2 el nivel de necesidades es mayor. E(iv) implica que cualquier nivel de renta equivalente puede ser alcanzado por hogares de ambos grupos, lo que permite comparar el nivel de vida entre hogares de ambos tipos y, en particular, la elección de cualquiera de ellos como tipo de referencia.

La expresión [3] equivale a:

$$U_2(x) = U_1(E(x)) \ , \ x \in H_2. \tag{4}$$

Luego, otro modo de expresar que el sistema $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH] es:

$$U_1(f_1(E(x))) = U_2(f_2(x)) \ , \ x \in H_2, \tag{5}$$

o, de forma más breve:

$$f_1(E(x)) = E(f_2(x)) \, , \, x \in H_2. \tag{6}$$

Conviene observar que mediante la igualdad anterior se expresa la condición [EH] para cualquier escala, E, que proporcione la renta equivalente en H_1 para los elementos de H_2, con independencia de su definición concreta.

Fijada la tarifa t_1 en el grupo de referencia, el cumplimiento de [EH] condiciona la forma funcional de t_2. Es inmediato a partir de [6] que

$$f_2(x) = E^{-1}(f_1(E(x))), \tag{7}$$

dado que E, al ser estrictamente creciente, posee inversa. En consecuencia, la expresión de t_2 viene dada por:

$$t_2(x) = x - E^{-1}(E(x) - t_1(E(x))). \tag{8}$$

Aunque al imponer que el sistema fiscal satisfaga [EH] no se hace referencia al carácter o propiedades de sus tarifas, excepto que t_2 queda determinada por t_1 a través de E, parece natural esperar que si los iguales reciben igual tratamiento y los elementos de H_2 tienen mayor nivel de necesidades, de algún modo ambas circunstancias se reflejen en un tratamiento fiscal más «favorable» de los más necesitados. En la siguiente proposición caracterizamos las escalas de equivalencia para las que el cumplimiento de EH conlleva, necesariamente, el que los tipos medios a los que quedan gravadas las rentas en el grupo más necesitado nunca sean mayores que los que corresponden a sus iguales en el de referencia.

Proposición 1. Sea E una escala de equivalencia. Las siguientes condiciones son equivalentes:

(i) Para cualquier sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ que satisfaga EH respecto de la escala E, se cumple la condición $\frac{t_2(x)}{x} \leq \frac{t_1(E(x))}{E(x)}$, $x > 0$.

(ii) $E(\lambda x) \leq \lambda E(x)$, $x > 0$, $0 < \lambda < 1$.

Demostración. De la igualdad [6] resulta que $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH] respecto de la escala E si, y sólo si:

$$E(x - t_2(x)) = E(x) - t_1(E(x)) \, , \, x > 0, \tag{9}$$

cualquiera que sea la tarifa t_1. Para probar que (i) implica (ii), consideremos una tarifa proporcional, $t_1(x) = (1-\lambda)x$, $0 < \lambda < 1$. En ese caso, si t_2 es la definida a partir de t_1 mediante [9], entonces $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH] y, de la condición sobre los tipos medios dada en (i), se concluye que $x - t_2(x) \geq \lambda x$, x > 0. A partir de esta desigualdad, teniendo en cuenta la monotonía de E, la igualdad [9] y la expresión de t_1, se obtiene: $E(x - t_2(x)) = \lambda E(x) \geq E(\lambda x)$. Por lo tanto, se verifica (ii). Recíprocamente, si la escala E cumple esta última condición y $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH] respecto de E, tomando $0 < \lambda = \frac{x - t_2(x)}{x} < 1$, resulta

$$E(x - t_2(x)) = E\left(\frac{x - t_2(x)}{x} x\right) \leq \frac{x - t_2(x)}{x} E(x)$$

que, junto con [9], permite escribir

$$E(x) - t_1(E(x)) \leq \left(1 - \frac{t_2(x)}{x}\right) E(x),$$

de donde se obtiene (i).

Obsérvese que una condición suficiente para que se verifique la condición (ii) es que la escala de equivalencia E sea una función convexa de la renta, con $E(0) = 0$; esto es, que la tasa de crecimiento de la renta equivalente respecto de la renta monetaria sea creciente. Si fuese $E(\lambda x) \geq \lambda E(x)$, $x > 0$, $0 < \lambda < 1$, para lo que es suficiente que E sea cóncava con $E(0) = 0$, el sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$, bajo [EH], cumpliría $\frac{t_2(x)}{x} \geq \frac{t_1(E(x))}{E(x)}$, $x > 0$.

La demostración de la Proposición 1 sugiere que si en (ii) es válida la igualdad, entonces EH equivale a que los iguales sean gravados al mismo tipo.

Proposición 2. Si la escala de equivalencia verifica $E(\lambda x) = \lambda E(x)$, $x > 0$, $0 < \lambda < 1$, se satisface [EH] si, y sólo si, $\frac{t_2(x)}{x} = \frac{t_1(E(x))}{E(x)}$, $x > 0$.

Demostración. Para establecer este resultado basta tener en cuenta que [EH] equivale a [9] y utilizar que E verifica la citada condición tomando $\lambda = \frac{x - t_2(x)}{x} < 1$.

Aunque en sentido estricto la condición de equidad horizontal viene dada por [6], también se podría entender que el igual tratamiento consiste en que los iguales soporten el mismo tipo medio. Desde este punto de vista se consideraría la siguiente definición alternativa de equidad horizontal.

Definición 3. El sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ cumple la condición de equidad horizontal [EH_{TM}] si, y sólo si, se verifica:

$$\frac{t_2(x)}{x} = \frac{t_1(E(x))}{E(x)}, \ x \in H_2. \qquad [EH_{TM}]$$

Según la Proposición anterior, [EH] y [EH_{TM}] son equivalentes cuando E es homogénea de primer grado para valores del parámetro pertenecientes al intervalo]0, 1[, lo que equivale a que E sea una función lineal [10], $E(x) = kx$, $x > 0$. Es el caso de las escalas multiplicativas con deflactor constante $1/k$.

Otro modo de contemplar el igual tratamiento, sugerido también en la literatura (Lambert (2004), por ejemplo), es el que consiste en que los iguales soporten idéntica carga fiscal.

Definición 4. El sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ cumple la condición de equidad horizontal [EH_{CF}] si, y sólo si:

$$t_2(x) = t_1(E(x))\ ,\ \ x \in H_2 . \qquad [EH_{CF}]$$

En la siguiente proposición se caracterizan las escalas para las que la condición [EH] supone que la carga fiscal que soportan las rentas del grupo más necesitado (H_2) nunca es superior a la que soportan sus equivalentes en el grupo de referencia. Además, se establece la relación entre [EH] y [EH_{CF}] bajo el supuesto de que la escala sea aditiva con deducción constante.

Proposición 3. Sea E una escala de equivalencia, entonces:

(3.1) Son equivalentes las siguientes condiciones:

i) Si $\{t_1, t_2\}$ cumple [EH], entonces $t_2(x) \leq t_1(E(x))$, para todo $x > 0$.

ii) $E(x-\delta) \leq E(x)-\delta$, $\delta > 0, x > 0.$

(3.2) Si la escala de equivalencia verifica $E(x-\delta) = E(x)-\delta$, $x > 0$, $\delta > 0$, los criterios [EH] y [EH_{CF}] son equivalentes.

Demostración. (3.1) Para demostrar que i) implica ii), basta considerar el sistema $\{t_1, t_2\}$ con $t_2(x) = \delta > 0$ y t_1 tal que se satisfaga [EH]. Para dicho sistema, de la igualdad [9] junto con la condición i), resulta $E(x-\delta) = E(x)-t_1(E(x)) \leq E(x)-\delta$. Recíprocamente, si E verifica ii), fijado un sistema $\{t_1, t_2\}$ que satisfaga [EH], la igualdad [9] y la condición ii) aplicada con $\delta = t_2(x) > 0$, implican $E(x)-t_1(E(x)) = E(x-t_2(x)) \leq$ 0, lo que es equivalente, $t_2(x) \leq t_1(E(x))$, $x > 0$.

(3.2) Basta tener en cuenta que [EH] se expresa mediante [9], junto a que E satisface la condición señalada tomando de nuevo $\delta = t_2(x) > 0$.

Si la escala satisface $E(x) < x$, la condición dada en el apartado (3.2) de la proposición anterior equivale a que la misma sea de la forma $E(x) = x - d$, $d > 0$, $x > 0$, que corresponde, como se ha dicho antes, al caso de escalas aditivas con deducción constante.

Por otra parte, aunque hemos visto que [EH] y [EH_{TM}] son equivalentes para escalas homogéneas de primer grado y que también lo son [EH] y [EH_{CF}] para escalas trasladables, es fácil ver que los tres criterios, conjuntamente considerados, son incompatibles, al serlo [EH_{TM}] y [EH_{CF}].

Proposición 4. Si $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH_{TM}] y [EH_{CF}] respecto de una misma escala E, entonces $t_1 = t_2 = 0$.

Demostración. Si $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH_{TM}] y [EH_{CF}], fijado $x > 0$,

$$\frac{t_2(x)}{x} = \frac{t_1(E(x))}{E(x)}$$

y $t_2(x) = t_1(E(x))$, luego $\frac{t_2(x)}{x} = \frac{t_2(x)}{E(x)}$, de donde se concluye que $t_2(x) = 0$, al ser $E(x) < x$. Ahora bien, si $t_2(x) = 0$ para todo x, de [EH$_{CF}$] se obtiene que $t_1(E(x)) = 0$ para todo $x > 0$ y, al ser $E(D) = D$, ello implica que $t_1(x) = 0$ para todo $x > 0$.

Cuando el igual tratamiento se formula mediante [EH$_{TM}$] o [EH$_{CF}$], coincide formalmente con el enfoque considerado en Ebert y Lambert (2004). En ese trabajo, junto a la equidad horizontal en el sentido [EH], se proponen dos definiciones de este concepto que los propios autores califican de «ingenuas» y que, como ellos mismos señalan, no son propiamente criterios de equidad horizontal. Para llegar a ellas, la escala de equivalencia se expresa de forma multiplicativa (aditiva), $E(x) = x / m(x)$, $(E(x) = x - d(x))$, con un deflactor (deducción) dependiente del nivel de renta. La equidad horizontal ingenua para escalas relativas [EH$_{IR}$] se define como:

$$\frac{f_2(x)}{m(x)} = f_1\left(\frac{x}{m(x)}\right) = f_1\big(E(x)\big), \qquad [\mathrm{EH_{IR}}]$$

mientras que para las absolutas se propone:

$$f_2(x) - d(x) = f_1(x - d(x)) = f_1\big(E(x)\big). \qquad [\mathrm{EH_{IA}}]$$

Uno de los atractivos de estas definiciones simplistas es que dan lugar a tarifas muy habituales en la práctica:

$$t_2(x) = m(x)t_1(x / m(x)) = m(x)t_1(E(x)), \qquad [\mathrm{EH_{IR}}]$$

$$t_2(x) = t_1(x - d(x)) = t_1(E(x)). \qquad [\mathrm{EH_{IA}}]$$

El tratamiento ingenuo consiste en que al aplicar la escala de equivalencia a la renta disponible se utiliza como deflactor (deducción) el (la) que corresponde al nivel de renta antes de impuestos. Cuando esa aplicación se realiza de forma adecuada según el nivel de renta correspondiente, antes y después de impuestos, se obtiene para ambas definiciones el criterio [EH]. Aunque es inmediato que [EH$_{TM}$] se puede identificar con [EH$_{IR}$] y [EH$_{CF}$] con [EH$_{IA}$], los puntos de vista que subyacen en este trabajo y en el de Ebert y Lambert (2004) son diferentes. En nuestro caso, las definiciones se plantean, en principio, como distintas posibilidades de abordar el igual tratamiento de los iguales, mientras que en el trabajo citado se introducen haciendo, de forma consciente, una «aplicación errónea» de la escala de equivalencia previamente especificada.

En lo sucesivo, excepto que se indique expresamente otro supuesto, al hablar de equidad horizontal nos estaremos refiriendo a [EH].

Si bien la condición [7] se ha obtenido al imponer que el sistema fiscal verifique [EH], en Moyes (1999) y en Ebert y Moyes (2000) se demuestra que el cumplimiento de la misma junto a la progresividad de t_1 es condición necesaria y suficiente para que el sistema fiscal tenga un efecto redistributivo, de modo que la distribución de renta equivalente después de impuestos en el conjunto de la población no presente mayor desigualdad, en términos de la curva de Lorenz, que la distribución equivalente inicial.

Proposición 5. (Moyes, 1999; Ebert y Moyes, 2000). Fijado el grupo de referencia, H_1, y la escala de equivalencia, E, el sistema fiscal $\{f_1, f_2\}$ tiene un efecto igualador sobre la distribución de renta equivalente si, y sólo si, se cumplen las condiciones: a) $f_2(x) = E^{-1}(f_1(E(x)))$, $x \in D$, y b) $f_1(x)$ es progresivo [11].

Por lo tanto, una vez seleccionada la escala de equivalencia y el grupo de referencia, la elección de t_1 permite determinar el efecto del sistema fiscal sobre la desigualdad. En definitiva, la igualdad [7] incorpora la condición [EH] y, al mismo tiempo, es una de las condiciones que caracterizan la progresividad del sistema sobre la distribución de renta equivalente. Como se señala en Moyes (1999), puede resultar un tanto sorprendente que a la condición [7] se llegue por dos vías diferentes desde el punto de vista teórico. Por una parte, es consecuencia del principio [EH], propiedad mínima que debería satisfacer todo sistema fiscal, pero que no es suficiente para garantizar que el sistema sea igualador, en el sentido de la curva de Lorenz, aunque se pueda llegar a ella al tratar de conseguir precisamente ese efecto, sin hacer referencia al principio [EH].

Por otra parte, aunque los resultados de las proposiciones anteriores sean válidos para cualquier escala de equivalencia que satisfaga las propiedades E(i) a E(iv), en nuestro planteamiento nos restringimos al caso en que la escala venga definida mediante [3] o su equivalente [4]. El incorporar esta restricción y situarnos en un contexto utilitarista tiene como objeto el tratar de obtener algunos resultados sobre la aplicación del principio de igual sacrificio (IS) a las diferencias de tratamiento fiscal y, para casos específicos, concretar la forma funcional de las tarifas. Como se indica en Lambert (2001, 2004) la aplicación de este principio a la imposición en poblaciones heterogéneas es una cuestión pendiente de análisis.

En la sección siguiente se aborda, al menos parcialmente, dicha cuestión. Para ello, en primer lugar, se establecen algunos resultados sobre la relación entre IS y progresividad para una población de contribuyentes homogénea respecto de las características que, además de la renta, tienen incidencia fiscal. A continuación, se utilizarán esos resultados junto con algunos de los obtenidos en esta sección para poner de manifiesto, en el ámbito de una población heterogénea, la relación entre los principios [EH] e IS y las implicaciones de este último sobre la progresividad del sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$.

3. Igual sacrificio, progresividad y equidad horizontal

El principio de IS, introducido por Mill (1848), ha generado una extensa literatura, desde finales del siglo XIX y principios del XX hasta la actualidad [12], tratando de establecer criterios de EV y de justificar tarifas impositivas específicas que fuesen progresivas o, al menos, no regresivas.

La aplicación de este principio a un grupo contribuyentes sobre cuya renta recae un impuesto $t(x)$ requiere, en primer lugar, la especificación de una función de utilidad de la renta,

$U(x)$, que supondremos creciente y cóncava, común a todos los contribuyentes. En segundo lugar es necesario concretar lo que se entiende por igual sacrificio. A este respecto se han considerado dos interpretaciones [13]:

Definición 5. El impuesto t satisface el principio de IS absoluto respecto de la función U con pérdida de utilidad $a > 0$ si, y sólo si

$$U(x) - U(x - t(x)) = a \ \ , \ \ x > 0. \qquad [10]$$

Como U es estrictamente creciente y, por lo tanto, tiene inversa, es inmediato a partir de la expresión anterior que el impuesto que satisface el IS absoluto respecto de U con pérdida a, t_a, viene dado por

$$t_a(x) = x - U^{-1}\left(U(x) - a\right) \ \ , x > 0. \qquad [11]$$

Definición 6. El impuesto t satisface el principio de IS relativo respecto de la función de utilidad U si, y sólo si, existe $r > 1$ tal que

$$\frac{U(x)}{U(x - t(x))} = r \ \ , \ \ r > 1 \ , x > 0. \qquad [12]$$

De la igualdad anterior se concluye que, fijado $r > 1$, el impuesto t_r que satisface el principio de IS relativo respecto de U viene dado por

$$t_r(x) = x - U^{-1}\left(\frac{U(x)}{r}\right) \ \ , x > 0. \qquad [13]$$

En ocasiones no es necesaria la distinción entre el IS absoluto y relativo, dado que si $t(x)$ satisface [12] y U es positiva, también satisface [10] para la función de utilidad $\ln(U(x))$, tomando $a = \ln(r)$ y, recíprocamente, si U cumple [10] para $t(x)$, $U^*(x) = e^{U(x)}$ verifica [12] para el mismo impuesto y $r = e^a$. En este trabajo se distinguirán ambos casos debido a que la concavidad de U no garantiza, en general, la de la función de utilidad transformada.

Bajo las condiciones impuestas a la función de utilidad, utilidad marginal positiva y decreciente, un sacrificio igual no implica necesariamente la progresividad del impuesto. De hecho, bajo esas condiciones, sólo se puede asegurar que el impuesto es una función creciente de la renta.

Proposición 6. Si $t(x)$ satisface IS, en sentido absoluto o relativo, su tipo marginal es positivo y, por lo tanto, $t(x)$ es progresivo en sentido absoluto. Además su aplicación no modifica la ordenación inicial de los contribuyentes según su nivel de renta.

Demostración. Derivando la igualdad [10] resulta:

$$t'(x) = \frac{U'(x - t(x)) - U'(x)}{U'(x - t(x))} > 0 \ , \ x > 0 \ ,$$

al ser la utilidad marginal positiva y decreciente. Para el caso relativo la misma propiedad se establece derivando [12]. Por otra parte, es inmediato que la renta después de impuestos es una función estrictamente creciente de la renta inicial. En efecto, si $x > y > 0$ entonces $U(x) > U(y)$, al ser U estrictamente creciente y, teniendo en cuenta [10], resulta $U(x-t(x)) > U(y-t(y))$ lo que, junto a la monotonía de U, implica $x-t(x) > y-t(y)$. Un razonamiento análogo prueba esta propiedad para el IS relativo.

La obtención de tarifas progresivas en el sentido habitual o relativo, tipos medios crecientes, pasa por imponer condiciones adicionales a la función de utilidad. Cuando los impuestos que cumplen IS se pueden obtener de forma explícita, mediante [11] o [13], su carácter se puede estudiar directamente analizando el comportamiento de sus tipos medios. Sin embargo, como no siempre la existencia de U^{-1} permite su cálculo explícito, es conveniente disponer de condiciones sobre U que garanticen la progresividad de $t(x)$. Uno de los primeros, y escasos, resultados en este sentido es el de Samuelson (1947), formulado a partir de la elasticidad de la utilidad marginal de la renta respecto de la propia renta:

$$q_U(x) = -\varepsilon(U'(x), x) = -\frac{xU''(x)}{U'(x)}. \qquad [14]$$

La función q_U proporciona, para cada nivel de renta, el porcentaje de reducción de la utilidad marginal cuando dicha renta aumenta un uno por ciento y es una medida de la aversión hacia la desigualdad mediante el grado de concavidad de U [14].

Proposición 7 [15]. (Samuelson, 1947) El impuesto que satisface el IS absoluto respecto de la función de utilidad $U(x)$, creciente y cóncava, es progresivo si $q_U(x) > 1$, $x > 0$.

A partir de la elasticidad de la utilidad respecto de la renta:

$$\varepsilon(U(x), x) = \frac{xU'(x)}{U(x)},$$

se puede enunciar un criterio para la progresividad de las tarifas que satisfacen el IS relativo.

Proposición 8. Si $t(x)$ cumple el principio de IS relativo respecto de U y la elasticidad de $U(x)$ respecto a x es decreciente, entonces $t(x)$ es progresivo si U es positiva.

Demostración. Derivando en [12] resulta $U'(x) = r(1-t'(x))U'(x-t(x))$, $x > 0$, lo que junto con el decrecimiento de $\varepsilon(U(x),x)$ implica:

$$\frac{xr(1-t'(x))U'(x-t(x))}{U(x)} < \frac{(x-t(x))U'(x-t(x))}{U(x-t(x))}, \; x > 0$$

Dividiendo por $x > 0$ ambos miembros de la desigualdad anterior y teniendo en cuenta [12], resulta $1-t'(x) < 1-t(x)/x$, si U es positiva. Es decir, para $x > 0$, el tipo medio es menor que el tipo marginal, por lo que $t(x)$ es progresivo.

Las Proposiciones 7 y 8 proporcionan condiciones suficientes, en términos de las características de la función de utilidad, para la progresividad de una tarifa que satisfaga IS en sentido absoluto o relativo, respectivamente. Sin embargo, tales condiciones no son necesarias y, por lo tanto, no caracterizan a las funciones de utilidad para las que el IS implica la progresividad. Existe un conjunto de resultados, más interesantes desde un punto de vista formal que operativo, en los que se relacionan las propiedades de la función U con las de los impuestos que respecto a ella satisfacen el principio de IS. En Ok (1995) se demuestra que si para $t(x)$ la renta disponible es una función estrictamente creciente de la renta inicial, existe una función de utilidad continua y creciente para la que se iguala el sacrificio de los contribuyentes. Si, además, $t(x)$ es convexa, entonces satisface IS respecto de alguna función de utilidad que, además de cumplir las propiedades anteriores, es cóncava. Queda pendiente la caracterización de los impuestos que no satisfacen el principio de IS respecto de ninguna función de utilidad que sea continua, creciente y cóncava [16]. Por otra parte, Mitra y Ok (1996) establecen que para impuestos lineales por tramos el principio de IS implica la progresividad, aunque este resultado se matiza en D'Antoni (1999).

Como se indicó al final de la sección anterior, al considerar la escala de equivalencia definida mediante la expresión [3] nos situamos en un contexto utilitarista, en el que tiene sentido el plantearse la aplicación del principio de IS a una población heterogénea de contribuyentes para la que se contemple una imposición diferenciada. En el siguiente resultado se establece la relación entre el principio de equidad horizontal, en el sentido [EH], y el principio de IS.

Proposición 9.

(i) El sistema $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH] si, y sólo si, los iguales experimentan la misma pérdida de utilidad respecto a su correspondiente función de utilidad, tanto en términos absolutos como relativos.

(ii) Si el sistema $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH] y una de sus tarifas cumple el principio de IS, absoluto o relativo, respecto de la función de utilidad de su grupo, la otra tarifa también satisface IS respecto a su correspondiente función de utilidad y con la misma pérdida de utilidad.

Demostración. (i) Para la escala E, definida mediante [3], se verifica [4] y, si el sistema fiscal satisface [EH], se cumple [5]. En tal caso, son válidas las igualdades:

$$U_2(x) - U_2(f_2(x)) = U_1(E(x)) - U_1(f_1(E(x))), \qquad [15]$$

$$\frac{U_2(x)}{U_2(f_2(x))} = \frac{U_1(E(x))}{U_1(f_1(E(x)))}. \qquad [16]$$

Por lo tanto, a los iguales la aplicación de su respectivo impuesto, según el grupo a que pertenezcan, les supone la misma pérdida de utilidad, tanto en términos absolutos como relativos, respecto a su propia función de utilidad. Recíprocamente, si la aplicación de $\{t_1, t_2\}$ origina en los iguales idéntica pérdida de utilidad en sus respectivos grupos, es decir, si se cumple [15] o [16], teniendo en cuenta [4], se satisface [EH].

(ii) Si el sistema $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH] y t_1 cumple el principio de IS, absoluto o relativo, respecto de U_1, las igualdades [15] y [16] implican que la misma constante representa, respecto de U_2, la pérdida de utilidad que supone la aplicación de t_2. El mismo argumento es válido al intercambiar t_1 por t_2.

El resultado anterior implica, bajo [EH], la compatibilidad entre el sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ y el principio de IS para el perfil de funciones de utilidad $\{U_1, U_2\}$, lo que permite la aplicación de este principio a la imposición sobre la renta en una población heterogénea, al menos en un caso particular. Por otra parte, como consecuencia de la Proposición 5, la progresividad del sistema depende del carácter del impuesto que incide sobre el grupo de referencia, t_1. En particular, si U_1 cumpliese las condiciones de las Proposiciones 7 u 8, quedaría asegurada la progresividad del sistema, siempre bajo la condición [EH].

Cuando el igual tratamiento se formula mediante [EH_{TM}] o [EH_{CF}], para el sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ no son válidos, en general, resultados análogos a los de la Proposición 9. No obstante, se puede obtener una relación entre las pérdidas de utilidad que soportan los contribuyentes de H_1 y H_2 al pagar sus respectivos impuestos.

Proposición 10 [17].

(i) Si el sistema $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH_{TM}], entonces:

(ai) $E(\lambda x) > \lambda E(x),\ x > 0,\ 0 < \lambda < 1 \Rightarrow U_2(x) - U_2(f_2(x)) < U_1(E(x)) - U_1(f_1(E(x)))$.

(bi) $E(\lambda x) < \lambda E(x),\ x > 0,\ 0 < \lambda < 1 \Rightarrow U_2(x) - U_2(f_2(x)) > U_1(E(x)) - U_1(f_1(E(x)))$.

(ii) Si el sistema $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH_{CF}], entonces:

(aii) $E(x–\delta) > E(x)–\delta,\ x > 0,\ \delta > 0 \Rightarrow U_2(x) - U_2(f_2(x)) < U_1(E(x)) - U_1(f_1(E(x)))$.

(bii) $E(x–\delta) < E(x)–\delta,\ x > 0,\ \delta > 0 \Rightarrow U_2(x) - U_2(f_2(x)) > U_1(E(x)) - U_1(f_1(E(x)))$.

Demostración. Para $x \in H_2$, $U_2(x) = U_1(E(x))$ expresa la relación entre las rentas de los iguales. Bajo [EH_{TM}],

$$f_2(x) = \frac{f_1(E(x))}{E(x)} x, \text{ siendo } 0 < \frac{f_1(E(x))}{E(x)} < 1.$$

Por lo tanto, si se cumple la hipótesis de (ai), es $E(f_2(x)) > f_1(E(x))$, lo que equivale, teniendo en cuenta la definición de E, a $U_2(f_2(x)) > U_1(f_1(E(x)))$. A partir de aquí el resultado es inmediato. De forma análoga se prueba (bi).

Por otra parte, si se satisface [EH_{CF}], entonces $f_1(E(x)) = E(x) - t_2(x)$ y, al ser $t_2(x) > 0$, bajo la hipótesis de (aii), resulta $E(x) - t_2(x) < E(x - t_2(x)) = E(f_2(x))$, de modo que $f_1(E(x)) < E(f_2(x))$ y, aplicando U_1, $U_1(f_1(E(x))) < U_2(f_2(x))$, lo que prueba (aii). Análogamente se demuestra (bii).

El resultado anterior vuelve a poner de manifiesto que [EH_{TM}] y [EH_{CF}] no son criterios de equidad horizontal en sentido estricto, ya que el sistema fiscal, bajo [EH_{TM}] o [EH_{CF}], trata mejor a los contribuyentes de uno de los grupos que a los del otro, en términos de la pérdida de utilidad que les supone el pago del impuesto, según las características de la escala de equivalencia. Por otra parte, el que una de las tarifas cumpla el principio de IS no permite afirmar, en general, que lo cumpla la otra. Si la escala es homogénea de primer grado (multiplicativa con deflactor constante) o trasladable (aditiva con deducción constante), entonces se verifica EH y los contribuyentes de ambos grupos reciben igual tratamiento.

En la sección siguiente se supone que las funciones del perfil de utilidad $\{U_1,\ U_2\}$ presentan aversión constante hacia la desigualdad. Este supuesto permite el cálculo explícito de la escala de equivalencia $E = U_1^{-1} \circ U_2$ y el de las tarifas del sistema fiscal $\{t_1,\ t_2\}$.

4. Funciones de utilidad con aversión constante hacia la desigualdad. Equidad horizontal y escalas asociadas

Esta familia de funciones se obtiene al imponer que la elasticidad de la utilidad marginal de la renta respecto a la propia renta, sea constante:

$$q_U(x) = -\varepsilon(U'(x), x) = -\frac{xU''(x)}{U'(x)} = p\ ,\ x > 0. \qquad [17]$$

La condición anterior equivale a que el índice de desigualdad de Atkinson (1970) sea un índice relativo, invariante frente a variaciones equiproporcionales de todas las rentas.

Las soluciones de la ecuación diferencial anterior vienen dadas por:

$$U(x) = \begin{cases} Ax^{1-p}\ ,\ \ x > 0\ ,\ \ p \neq 1 \\ \\ Alnx\ ,\ \ x > 0\ ,\ \ p = 1. \end{cases} \qquad [18]$$

Se trata de funciones potenciales (isoelásticas) o logarítmicas, crecientes y cóncavas en sentido estricto cuando sea $A < 0$ si $p > 1$ y $A > 0$ si $p \leq 1$.

A partir de [11], un cálculo sencillo permite obtener los impuestos que implican IS absoluto, con pérdida de utilidad $a > 0$, t_a, respecto de tales funciones:

$$t_a(x) = \begin{cases} x - \left(x^{1-p} - a/A\right)^{\frac{1}{1-p}},\ \ x > 0,\ \ p \neq 1, \\ \\ (1\text{-}e^{-a/A})x\ ,\ \ x > 0\ ,\ \ p = 1\ . \end{cases} \qquad [19]$$

Como consecuencia de la Proposición 7 y teniendo en cuenta [17], $t_a(x)$ es progresivo para $p > 1$. Es interesante hacer notar que en este caso, del análisis de la forma explícita dada en [19] se puede concluir que al aumentar p, y con ello el grado de aversión hacia la desigualdad de la función de utilidad, aumenta la progresión de la tarifa para todo nivel de renta [18]. Para $p = 1$, t_a es proporcional y la tarifa que resulta si $p<1$, cuando es factible en el sentido de que se cumpla, al menos a partir de un nivel de renta, $t_a(x) \leq x$, es estrictamente regresiva. En el caso extremo $p = 0$, que corresponde a una función de utilidad lineal e indiferente, por lo tanto, hacia la desigualdad [19], el impuesto t_a es de capitación, es decir, todos los hogares pagan lo mismo con independencia de su nivel de renta.

Las tarifas cuyos tipos medios son una función estrictamente cóncava del nivel de renta, como las obtenidas para $p > 1$, ajustan bien, sobre todo en las rentas intermedias, con las tarifas vigentes en diferentes países. Young (1990) estudia esta cuestión para las tarifas nominales del impuesto sobre la renta en 1987 en Japón, Alemania e Italia y para las de Estados Unidos en distintos años hasta 1986. Un resultado análogo se obtiene en el trabajo de Imedio y otros (1999) en relación a las tarifas nominales y efectivas del IRPF en España para 1996 y 1997.

Por otra parte, los impuestos que cumplen el principio de IS relativo, condición [12], respecto de las funciones de utilidad isoelásticas, con una pérdida porcentual de utilidad que depende del valor de $r > 1$, se obtienen a partir de [13] y [18] y son del tipo:

$$t_r(x) = \begin{cases} (1-c)x, \;\; x > 0 \;\;,\;\; 0 < c = r^{1/p-1} < 1 \;,\;\; p \neq 1 \;, \\ \\ x - x^{1/r} \;,\;\; x > 0 \;\;,\;\; p = 1 \;. \end{cases} \qquad [20]$$

Por lo tanto, para $p \neq 1$ son proporcionales. Sin embargo, el impuesto t_r es negativo si $p > 1$, es decir, es una transferencia de renta proporcional al nivel de renta antes de impuestos. Para $p = 1$, cuando son factibles en el sentido ya mencionado, resultan progresivos al ser creciente su tipo medio.

En los siguientes epígrafes de la sección volvemos a considerar dos grupos de hogares, H_1 y H_2, con diferentes niveles de necesidades, siendo H_1 el grupo de referencia y el de menor nivel de necesidades. Se supone dado un perfil de utilidad $\{U_1 \;,\; U_2\}$ con U_i, $i = 1{,}2$, crecientes, cóncavas, con aversión constante hacia la desigualdad (esto es, potenciales o logarítmicas) y que satisfacen, además, la condición [2]. Se considera la escala de equivalencia, E, asociada al perfil y definida como en [3], que resulta de identificar como iguales a los hogares cuyo nivel de renta les proporciona la misma utilidad.

En ese contexto se obtienen las tarifas del sistema $\{t_1, t_2\}$ que satisface [EH] y se analizan las implicaciones de que cumplan el principio de IS, absoluto o relativo, con igual pérdida de utilidad en ambos grupos, analizando también la progresividad del sistema fiscal sobre la distribución de renta equivalente. A lo largo de dicho análisis se aplicará reiteradamente la Proposición 9, aunque no se la mencione expresamente.

4.1. Funciones de utilidad potenciales

Supongamos que las funciones de utilidad son del tipo:

$$\begin{aligned} U_1(x) &= A_1 x^{1-p_1} \;,\;\; A_1 < 0 \;,\;\; p_1 > 1 \;, \\ U_2(x) &= A_2 x^{1-p_2} \;,\;\; A_2 < 0 \;,\;\; p_2 > 1 \;. \end{aligned} \qquad [21]$$

Para que dichas funciones, además de ser crecientes y cóncavas, cumplan la condición [2], al menos a partir de un nivel de renta x_0, $x_0 < 1$, ha de ser $A_1 > A_2$ si $p_1 \geq p_2$ y $A_1 > A_2 x_M^{p_1 - p_2}$ si $p_1 < p_2$, siendo x_M la renta máxima.

En [19] hemos obtenido que las tarifas que satisfacen el principio de IS absoluto con pérdida de utilidad $a > 0$, respecto a las funciones de utilidad U_1 y U_2 definidas en [21], son $t_{1,a}$ y $t_{2,a}$, respectivamente, donde:

$$t_{1,a}(x) = x - \left(x^{1-p_1} - a / A_1\right)^{\frac{1}{1-p_1}} \quad , \quad x > 0 \, ,$$

$$t_{2,a}(x) = x - \left(x^{1-p_2} - a / A_2\right)^{\frac{1}{1-p_2}} \quad , \quad x > 0 \, . \qquad [22]$$

Teniendo en cuenta la Proposición 9, el sistema fiscal $\{t_{1,a}, t_{2,a}\}$ satisface el principio de [EH] por construcción y, por lo tanto, para la escala E definida por:

$$E(x) = U_1^{-1}(U_2(x)) = \left(\frac{x}{m}\right)^{\frac{1-p_2}{1-p_1}} , \qquad [23]$$

con $m = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{\frac{1}{1-p_2}}$, dicho sistema cumple la condición [7] lo que junto con la progresividad de $t_{1,a}(x)$, al ser $p_1 > 1$, implica que $\{t_{1,a}, t_{2,a}\}$ tenga un efecto igualador sobre la distribución de renta equivalente (Proposición 5). Si, además, $p_2 > p_1$, entonces $t_{2,a}$ es más progresivo que $t_{1,a}$ y, al ser E estrictamente convexa con $E(0) = 0$, el tipo medio que soportan los hogares de H_2 no supera al de sus iguales en H_1 (Proposición 1).

Por otra parte, hemos de señalar que las escalas de equivalencia asociadas a estos de perfiles de utilidad, definidas en [23], son isoelásticas y pertenecen a la familia propuesta por Donaldson y Pendakur (1999). Pueden concebirse como escalas multiplicativas (aditivas) con deflactor (deducción) dependiente del nivel de renta. Para ello basta expresarlas como

$$E(x) = \frac{x}{m(x)}, \text{ siendo } m(x) = m^{\frac{1-p_2}{1-p_1}} x^{\frac{p_2-p_1}{1-p_1}}, \ x > 0, \text{ o } E(x) = x - d(x), \text{ con}$$

$$d(x) = \left(1 - \frac{1}{m(x)}\right) x. \, .$$

En particular, si $p_2 = p_1 = p$ se obtiene la escala multiplicativa con deflactor constante,

$$E(x) = \frac{x}{m} \text{ con } m = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{\frac{1}{1-p}}$$

y, por la Proposición 2, el sistema $\{t_{1,a}, t_{2,a}\}$ satisface [EH_{TM}], es decir, los iguales son gravados al mismo tipo medio o, lo que es equivalente,

$$t_{2,a}(x) = mt_{1,a}\left(\frac{x}{m}\right) \quad , \quad x > 0,$$

que corresponde al denominado cociente familiar.

Bajo el principio de IS relativo, para que las tarifas sean positivas, las funciones de utilidad potenciales han de ser de la forma:

$$U_1(x) = A_1 x^{1-p_1} \quad , \quad A_1 > 0 \quad , \quad p_1 < 1\,,$$

$$U_2(x) = A_2 x^{1-p_2} \quad , \quad A_2 > 0 \quad , \quad p_2 < 1\,. \qquad [24]$$

Estas funciones satisfacen las condiciones habituales cuando $A_1 > A_2$ si $p_1 \leq p_2$ o $A_2 < A_1 x_M^{p_2-p_1}$ si $p_1 > p_2$, donde x_M es la renta máxima.

En [20] hemos obtenido las tarifas que para este tipo de funciones cumplen el principio de IS relativo. Concretamente, para una pérdida porcentual de utilidad común a ambos grupos y dependiente de $r > 1$, el sistema fiscal vendría dado por $\{t_{1,r}, t_{2,r}\}$, siendo:

$$t_{1,r}(x) = \lambda_1 x \quad , \quad \lambda_1 = 1 - r^{\frac{1}{p_1-1}} \,,$$

$$t_{2,r}(x) = \lambda_2 x \quad , \quad \lambda_2 = 1 - r^{\frac{1}{p_2-1}} \,. \qquad [25]$$

Obsérvese que en este caso las tarifas son proporcionales, es decir, dentro de cada grupo todos los hogares soportan el mismo tipo medio, sin embargo, sólo en el caso $p_1 > p_2$ los hogares del grupo más necesitado soportan un tipo medio menor, $\lambda_2 < \lambda_1$.

Por otra parte, las escalas de equivalencia asociadas a perfiles de utilidad definidos por [24] vienen dadas también por [23]. Dichas escalas resultan crecientes, y son estrictamente cóncavas si $p_1 < p_2$ y estrictamente convexas si $p_1 > p_2$. El sistema fiscal $\{t_{1,r}, t_{2,r}\}$ definido en [25] por construcción satisface el principio [EH] y deja invariante la desigualdad relativa en la distribución de renta equivalente; sin embargo, en la distribución de renta inicial dicho sistema no modifica la desigualdad relativa dentro de cada grupo, pero sí la existente entre H_1 y H_2.

Si $p_2 = p_1 = p$ tenemos que $\lambda_2 = \lambda_1 = \lambda$, y toda la población es gravada de forma proporcional con un tipo común para todos los hogares con independencia de su nivel de necesidades, aún cuando sus funciones de utilidad no sean idénticas. Aunque esa situación responda formalmente a una escala multiplicativa con deflactor constante, $E(x) = \frac{x}{m}$ y se verifique $t_{2,r}(x) = mt_{1,r}\left(\frac{x}{m}\right) = \lambda x,\ x > 0,$ la condición [EH] se satisface de forma espuria.

Aunque hasta ahora sólo se han considerado valores de p para los que las funciones de utilidad presentan aversión hacia la desigualdad y que dan lugar, bajo IS, a impuestos progresivos o proporcionales, es interesante analizar el caso correspondiente a un perfil de utilidad formado por funciones lineales. Es decir:

$$U_1(x) = A_1 x\ ,\ \ A_1 > 0\ ,$$

$$U_2(x) = A_2 x\ ,\ \ A_2 > 0\ ,$$

con $A_2 < A_1$. En este caso la escala de equivalencia asociada, E, es multiplicativa con deflactor constante, $E(x) = \frac{x}{m}$ siendo $m = \frac{A_1}{A_2} > 1$ y, por consiguiente, entre las tarifas de un sistema $\{t_1,\ t_2\}$ que cumpla [EH] o, equivalentemente, [EH_{TM}] debe existir la relación $t_2(x) = m t_1\left(\frac{x}{m}\right)$, $x > 0$. Lo anterior ocurre cuando, por ejemplo, dichas tarifas satisfacen el principio de IS absoluto con una pérdida de utilidad común, $a > 0$. Sin embargo, como se deduce de [19] con $p = 0$, en ese caso las tarifas del sistema no sólo son independientes del nivel de renta (es decir, dentro de cada grupo el impuesto es de capitación) sino que, además, paga menos el grupo menos necesitado. El sistema $\{t_1,\ t_2\}$ también satisface el principio [EH] cuando sus tarifas satisfacen el principio de IS relativo con una misma pérdida porcentual de utilidad dependiente de $r > 1$. En este caso, al diferir las funciones de utilidad sólo en una constante multiplicativa, dichas tarifas son proporcionales e idénticas como se concluye de [20].

4.2. Funciones de utilidad logarítmicas

Cuando el perfil de utilidad $\{U_1,\ U_2\}$ lo forman las funciones:

$$U_1(x) = A_1 \ln(x)\ ,\ \ A_1 > 0\ \ ,$$

$$U_2(x) = A_2 \ln(x),\ \ A_2 > 0\ \ , \qquad [26]$$

ambas crecientes y cóncavas, siendo $A_2 < A_1$ de modo que se cumpla [2], a partir de $x > 1$, la escala de equivalencia que resulta al considerar iguales a quienes su renta proporcione el mismo nivel de utilidad viene dada, teniendo en cuenta [3], por:

$$E(x) = x^{\frac{A_2}{A_1}}\ ,\ \ x > 0,$$

función isoelástica, creciente y cóncava.

Las tarifas, $t_{1,a}$ y $t_{2,a}$, que satisfacen el principio de IS absoluto con pérdida de utilidad $a > 0$, respecto de las funciones definidas en [26] son proporcionales y, según [19], su expresión es:

$$t_{1,a}(x) = \lambda_1 x\ \ ,\ \ \lambda_1 = (1 - e^{-\frac{a}{A_1}})\ ,$$

$$t_{2,a}(x) = \lambda_2 x\ \ ,\ \ \lambda_2 = (1 - e^{-\frac{a}{A_2}})\ ,$$

con $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < 1$. Por lo tanto, el resultado es análogo al que se obtiene para el IS relativo cuando las funciones de utilidad son de tipo potencial y sobre el efecto del sistema fiscal son válidas las consideraciones allí realizadas.

Las tarifas que resultan de imponer la condición de IS relativo, con la misma pérdida de utilidad en términos porcentuales, serán idénticas, ya que las funciones dadas en [26] sólo difieren en un factor constante. A partir de [20], resulta:

$$t_{1,r}(x) = t_{2,r}(x) = x - x^{1/r}\ ,\ \ x > 0.$$

Este caso no permite gravar de forma diferente a los distintos tipos de hogares, lo que resulta natural ya que, en el contexto del principio de IS relativo, las funciones de utilidad que difieren en una constante multiplicativa dan lugar al mismo impuesto.

En definitiva, el supuesto de mayor interés es el de las tarifas que cumplen el principio de IS absoluto respecto a funciones de utilidad potenciales. Se obtienen tarifas que ajustan bien con las nominales vigentes en algunos países, el sistema fiscal a que dan lugar satisface [EH] respecto de escalas de equivalencia isoelásticas, o lineales como caso particular, y reduce la desigualdad relativa existente en la distribución de renta equivalente sobre la que incide. En la sección siguiente se pondrá de manifiesto que cumplen una condición adicional respecto al igual tratamiento de los iguales.

5. Equidad horizontal e igual progresión

En Ebert y Lambert (2004) se propone un concepto de equidad horizontal más exigente que [EH], en el sentido de que el sistema impositivo no sólo garantice que los iguales lo sigan siendo tras el pago del impuesto, sino que se enfrenten al mismo grado de progresión, evaluado mediante índices locales tales como la progresión residual [20], $PR(x)$, o la progresión de las cuotas [21], $PC(x)$.

Aunque ambos índices están relacionados mediante:

$$PC(x) - 1 = (1 - PR(x))\frac{f(x)}{t(x)}, \qquad [27]$$

siendo $f(x) = x - t(x)$, el hecho de que los iguales soporten el mismo grado de progresión respecto a uno de ellos no implica que también lo soporten respecto al otro. Por lo tanto, la condición de igual progresión se formula de dos modos diferentes.

Definición 7 (Ebert y Lambert, 2004). Fijada una escala de equivalencia, E, el sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ o $\{f_1, f_2\}$ satisface el principio de equidad horizontal respecto a la progresión residual, si los impuestos que gravan a los iguales presentan la misma progresión residual. Esto es:

$$PR_2(x) = PR_1(E(x)), x > 0. \qquad [\mathrm{EH_{PR}}]$$

Ello significa que las rentas netas de los iguales antes de impuestos experimentan la misma variación porcentual frente a un incremento porcentual unitario de sus rentas iniciales.

Definición 8 (Ebert y Lambert, 2004). Fijada una escala de equivalencia, *E*, el sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ satisface el principio de equidad horizontal respecto a la progresión de la cuota, si los impuestos que gravan a los iguales presentan la misma progresión de la cuota. Es decir:

$$PC_2(x) = PC_1(E(x)),\ x > 0. \qquad [EH_{PC}]$$

La carga fiscal de los iguales antes de impuestos experimenta la misma variación porcentual ante un incremento porcentual unitario de sus rentas iniciales.

En la siguiente proposición se obtiene la relación que existe entre la progresión residual de los impuestos que gravan a los iguales cuando el sistema fiscal satisface los principios [EH] o [EH_{TM}].

Proposición 11.

a) Si $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH], se cumple:

$$PR_2(x) = PR_1(E(x))\frac{\varepsilon(E(x),x)}{\varepsilon(E(f_2(x)), f_2(x))}. \qquad [28]$$

b) Si $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH_{TM}], entonces:

$$PR_2(x) = 1 + (PR_1(E(x)) - 1)\varepsilon(E(x), x). \qquad [29]$$

Demostración. A partir de la definición de la progresión residual, de la condición [7] y de las propiedades de la elasticidad [22], se tiene:

$$\begin{aligned} PR_2(x) &= \varepsilon(f_2(x),x) = \varepsilon(E^{-1}(f_1(E(x))),x) = \varepsilon(E^{-1}(f_1(E(x))), f_1(E(x)))\varepsilon(f_1(E(x)),x) = \\ &= \varepsilon(f_2(E(x)), E(f_2(x)))\varepsilon(f_1(E(x)), E(x))\varepsilon(E(x),x) = \\ &= PR_1(E(x))\varepsilon(f_2(E(x)), E(f_2(x)))\varepsilon(E(x),x) = PR_1(E(x))\frac{\varepsilon(E(x),x)}{\varepsilon(E(f_2(x)), f_2(x))}. \end{aligned}$$

Análogamente, si $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH_{TM}], se verifica $f_2(x) = f_1(E(x))\frac{x}{E(x)}$. Luego,

$$PR_2(x) = \varepsilon(f_2(x),x) = \varepsilon(f_1(E(x)),x) + \varepsilon(x,x) - \varepsilon(E(x),x),$$

y como $\varepsilon(f_1(E(x)),x) = PR_1(E(x))\varepsilon(E(x),x)$ y $\varepsilon(x,x) = 1$, se obtiene [29].

Como consecuencia de la proposición anterior, cuando la escala $E(x)$ es isoelástica, [EH] implica [EH_{PR}] ya que $\varepsilon(E(x),x) = \varepsilon(E(f_2(x)), f_2(x))$, $x > 0$. En este caso, los iguales antes de impuestos lo siguen siendo después de aplicar $\{t_1, t_2\}$ y, además, se enfrentan a la misma progresión residual. La misma situación se presenta si el sistema fiscal satisface [EH_{TM}] y $\varepsilon(E(x),x) = 1$, caso de las escalas multiplicativas con deflactor constante.

Aplicando estos resultados a las escalas de equivalencia consideradas en la sección anterior, con las que los iguales son aquéllos a quienes su nivel de renta proporciona idéntica utilidad respecto de funciones potenciales o logarítmicas, y que eran isoelásticas, o lineales en casos particulares, se deriva que los sistemas impositivos allí obtenidos no sólo cumplen [EH], o [$\mathrm{EH_{TM}}$] en su caso, sino también la condición más exigente [$\mathrm{EH_{PR}}$].

Es evidente que si las tarifas del sistema $\{t_1, t_2\}$ son ambas proporcionales, se verifica [$\mathrm{EH_{PR}}$] y [$\mathrm{EH_{PC}}$] ya que $PR(x) = PC(x) = 1$, para todo nivel de renta $x > 0$. En los demás casos, tarifas no proporcionales, a partir de [27], para el sistema fiscal $\{t_1, t_2\}$ se tiene:

$$\frac{PC_2(x)-1}{PC_1(E(x))-1} = \frac{1-PR_2(x)}{1-PR_1(E(x))}\frac{f_2(x)t_1(E(x))}{f_1(E(x))t_2(x)}. \qquad [30]$$

Proposición 12. Si $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH] y ambas tarifas son progresivas, entonces:

a) Si la escala $E(x)$ es convexa

$$PR_2(x) \leq PR_1(E(x)) \;\Rightarrow\; PC_2(x) \geq PC_1(E(x)).$$

b) Si $E(x)$ es cóncava

$$PR_2(x) \geq PR_1(E(x)) \;\Rightarrow\; PC_2(x) \leq PC_1(E(x)).$$

c) Si $E(x)$ es lineal y $E(0) = 0$, en cuyo caso [EH] y [$\mathrm{EH_{TM}}$] son equivalentes, se tiene:

$$PR_2(x) = PR_1(E(x)) \;\Leftrightarrow\; PC_2(x) = PC_1(E(x)).$$

Demostración. Como consecuencia de la Proposición 1, si $E(x)$ es convexa se verifica la condición

$$\frac{t_2(x)}{x} \leq \frac{t_1(E(x))}{E(x)} \text{ y, por lo tanto, } \frac{f_2(x)}{f_1(E(x))} \geq \frac{x}{E(x)}.$$

De ambas desigualdades resulta

$$\frac{f_2(x)\,t_1(E(x))}{f_1(E(x))\,t_2(x)} \geq 1,$$

lo que junto con [30] implica a). Un razonamiento análogo prueba b). Si $E(x)$ es lineal, entonces

$$\frac{f_2(x)t_1(E(x))}{f_1(E(x))t_2(x)} = 1$$

y c) es consecuencia de [30].

Para la relación entre igual progresión y la hipótesis [$\mathrm{EH_{CF}}$] se obtienen resultados más pobres que en los supuestos [EH] y [$\mathrm{EH_{TM}}$]. La relación entre las progresiones residuales de los iguales es complicada y no permite obtener fácilmente conclusiones según las características de la escala de equivalencia. Sin embargo, es sencilla la relación entre las progresiones de las cuotas de los iguales.

Proposición 13. Si $\{t_1, t_2\}$ satisface [EH_{CF}], entonces:

$$PC_2(x) = PC_1(E(x))\varepsilon(E(x),x),$$
$$PR_2(x) = \frac{1}{f_2(x)}\big(f_1(E(x))\varepsilon(E(x),x)PR_1(E(x)) + (x - E(x))\varepsilon(x - E(x),x)\big).$$

Demostración. Bajo [EH_{CF}] es $t_2(x) = t_1(E(x))$ y, aplicando las propiedades de la elasticidad, resulta:

$$PC_2(x) = \varepsilon(t_2(x),x) = \varepsilon(t_1(E(x)),x) = \varepsilon(t_1(E(x)),E(x))\varepsilon(E(x),x) = PC_1(E(x))\varepsilon(E(x),x).$$

Análogamente,

$$PR_2(x) = \varepsilon(f_2(x),x) = \varepsilon(x - t_2(x),x) = \varepsilon(x - t_1(E(x)),x) = \varepsilon(f_1(E(x)) + x - E(x),x) =$$
$$= \frac{f_1(E(x))\varepsilon(E(x),x)PR_1(E(x)) + (x - E(x))\varepsilon(x - E(x),x)}{f_2(x)}.$$

Como consecuencia, si se satisface [EH_{CF}], son válidas las equivalencias:

$$PC_2(x) \leq (\geq) PC_1(E(x)) \Leftrightarrow \varepsilon(E(x),x) \leq (\geq) 1,$$

y para la escala aditiva con deducción constante, $E(x) = x - d$, $d > 0$, en cuyo caso este criterio equivale a [EH], se tiene:

$$PR_2(x) < PR_1(E(x)),\ \ PC_2(x) > PC_1(E(x)).$$

Conviene observar que en los distintos casos que se consideran en las proposiciones anteriores, la progresión residual y la progresión de las cuotas varían en el sentido adecuado en lo que a la progresividad se refiere, ya que al aumentar la progresividad de una tarifa, su progresión residual disminuye y la progresión de la carga fiscal aumenta.

Si se trasladan los resultados aquí obtenidos a los sistemas impositivos cuyas tarifas satisfacen el principio de IS respecto de funciones de utilidad potenciales o logarítmicas no hay ninguna dificultad al ir considerando los distintos supuestos. Como ya se indicó, para sistemas cuyas tarifas son proporcionales, el cumplimiento de [EH_{PR}] y de [EH_{PC}] es inmediato. El caso de mayor interés, por las razones ya comentadas, es el que corresponde al sistema fiscal $\{t_{1,a}, t_{2,a}\}$ cuyas tarifas satisfacen el principio de IS absoluto, con la misma pérdida de utilidad, respecto a funciones de utilidad de tipo potencial definidas mediante [21], es decir, con aversión hacia la desigualdad mayor que la unidad. Las tarifas vienen dadas por:

$$t_{1,a}(x) = x - \left(x^{1-p_1} - a / A_1\right)^{\frac{1}{1-p_1}},\ \ x > 0,$$

$$t_{2,a}(x) = x - \left(x^{1-p_2} - a / A_2\right)^{\frac{1}{1-p_2}},\ \ x > 0,$$

con $p_2 > p_1 > 1$. Dicho sistema cumple el principio [EH], disminuye la desigualdad relativa de la distribución de renta equivalente inicial y, dado que la escala de equivalencia asociada es isoelástica (expresión [23]), se satisface la condición [EH_{PR}]. Por otra parte, como consecuencia del apartado a) de la Proposición 12, al ser $E(x)$ convexa, los hogares pertenecientes al grupo H_2 soportan una progresión en sus cuotas mayor o igual que la que soportan los hogares de H_1 con la misma renta equivalente. Sin embargo, si $p_2 = p_1$, aunque las tarifas sigan siendo diferentes ($A_1 > A_2$), los iguales se enfrentan al mismo grado de progresión respecto de ambos índices, ya que en ese caso la escala E es multiplicativa con deflactor constante. Luego también desde este punto de vista la escala de equivalencia que da lugar al cociente familiar está entre las que presentan mejores propiedades [23].

6. Comentarios finales

En la literatura que se ocupa de la imposición sobre la renta en poblaciones heterogéneas no faltan referencias a la posibilidad de aplicar el principio de igualdad de sacrificio a este caso. Se trata de un problema pendiente de estudio y que no hemos visto abordado ni siquiera en casos particulares.

Un planteamiento general pasaría por extender a un contexto multidimensional resultados análogos a los obtenidos por Ok (1995) y por Mitra y Ok (1996, 1997) para el caso unidimensional. Esta extensión no parece sencilla dado que para el caso de una población homogénea aún permanecen abiertas algunas cuestiones.

En este trabajo se ha demostrado que bajo [EH], utilizando como escala de equivalencia la que se define de forma natural a partir de un perfil de funciones de utilidad, el sistema fiscal es compatible con el principio de IS, lo que permite la aplicación de este principio a la imposición sobre la renta en una población heterogénea.

Sin ánimo de repetir los resultados obtenidos a lo largo del trabajo, como resumen señalaremos que en las Proposiciones 1 y 3 (3.1) se caracterizan las escalas de equivalencia para las que el principio [EH] permite establecer una relación entre los tipos medios o la carga fiscal que soportan los iguales. En las Proposiciones 2 y 3 (3.2) se establece la equivalencia entre [EH] y [EH_{TM}] o [EH] y [EH_{CF}] bajo el supuesto de que la escala sea multiplicativa con deflactor constante o aditiva con deducción constante, respectivamente. En la Proposición 9 se caracterizan los sistemas impositivos que satisfacen el principio [EH] en términos de la pérdida de utilidad que experimentan los iguales, y se prueba que si una de las tarifas del sistema supone igual sacrificio respecto de la función de utilidad del grupo sobre el que incide, la otra tarifa cumple la misma condición, en su correspondiente contexto, y con idéntica pérdida de utilidad. En las Proposiciones 11, 12 y 13 se obtienen, para distintos supuestos de igual tratamiento, las relaciones entre el grado de progresión, residual o de las cuotas, que soportan los iguales, así como la relación entre ambos tipos de progresión según algunas características de la escala de equivalencia, tales como su concavidad/convexidad o su elasticidad respecto de la renta.

El tratamiento analítico resulta sencillo cuando las funciones del perfil de utilidad presentan aversión constante hacia la desigualdad. Para este supuesto se han obtenido de forma explícita tanto las tarifas del sistema que satisface [EH] e IS, como las escalas de equivalencia asociadas. Si las funciones de utilidad son potenciales y su aversión hacia la desigualdad es mayor que la unidad, el sistema fiscal asociado bajo la hipótesis de IS absoluto no sólo es progresivo sobre la distribución de renta equivalente y satisface el principio [EH], sino que, además, los iguales se enfrentan a la misma progresión residual y, para escalas multiplicativas con deflactor constante, a la misma progresión de sus cuotas impositivas.

Una posible extensión de este trabajo consistiría en considerar el sistema fiscal neto, impuestos y transferencias simultáneamente, y obtener las condiciones bajo las cuales se satisface [EH] y los iguales se enfrentan además a la misma progresión residual o a la misma progresión en sus pagos impositivos.

Por otra parte, algunas de las cuestiones que aquí se abordan podrían proporcionar pautas para tratar aspectos de interés relacionados con la imposición sobre la renta en una población heterogénea mediante el uso de escalas de equivalencia definidas a partir de un perfil de funciones de utilidad, como se describe en la sección segunda. En ese marco se podría analizar el principio de IS, la progresividad y la relación entre ambos conceptos.

Notas

1. Una panorámica actualizada de la imposición en poblaciones heterogéneas y de los enfoques recientes para el análisis de los principios de EH y de EV, se ofrece en Lambert (2001, cap. 10).
2. En Imedio y otros (2003) se exponen los principales problemas que plantea la imposición en poblaciones heterogéneas y los enfoques alternativos que han dado lugar a soluciones parciales.
3. Los trabajos de Badenes y otros (1998), Onrubia (2001) y Badenes y otros (2001) aplican el criterio de la dominancia secuencial al comparar, en términos de bienestar social, diferentes tratamientos a grupos de contribuyentes en el IRPF español.
4. Como señala Bourguignon (1993), los resultados de las comparaciones, en términos de desigualdad o de bienestar, son sensibles no sólo a la elección de la escala, sino también al sistema de ponderaciones utilizado. Por otra parte, el criterio de dominancia secuencial se basa en un concepto ordinal de necesidades, lo que impide introducir información cardinal acerca del modo en que difieren las unidades impositivas (Ebert y Moyes, 2000).
5. Se trata de una escala implícita cuya naturaleza poco tiene que ver con la de las utilizadas en el trabajo empírico. En éstas los atributos determinantes suelen ser el tamaño y la composición del hogar.
6. Podemos suponer que lo forman, por ejemplo, adultos solteros mientras que el segundo está formado por parejas.
7. Implica que el evaluador social es también favorable a las transferencias progresivas entre grupos, que cualquier unidad adicional de renta debe asignarse al grupo más necesitado y, al mismo tiempo, su interés por las diferencias de necesidades disminuye al aumentar el nivel de renta.
8. La escala podría expresarse mediante un par de funciones $\{E_1, E_2\}$, siendo $E_2 = U_1^{-1} \circ U_2$ en H_2 y E_1 la identidad sobre H_1. En general, si se consideran n grupos y el perfil de funciones de utilidad es $\{U_1, U_2, ..., U_n\}$ se definiría un conjunto de funciones de equivalencia E_i: $R^+ \to R^+$, mediante $E_i = U_1^{-1} \circ U_i$, i=2,..., n.
9. Podría suceder que las parejas con menor renta tuviesen rentas equivalentes nulas o negativas. En ese caso, más que pagar impuestos, podrían ser receptoras de renta. A lo largo del trabajo supondremos que todas las rentas equivalentes son positivas y que, por lo tanto, pagan impuestos.
10. Véase Apostol (1976), pág. 442.
11. $\frac{f_1(x)}{x}$, $x \in$ D, es decreciente o bien $\frac{t_1(x)}{x}$ es creciente respecto a x.

12. En Imedio y otros (1999) figuran numerosas referencias.

13. Una tercera es la de igual sacrificio marginal: $U'(x_i - t(x_i)) = U'(x_j - t(x_j))$, cualesquiera que sean los individuos *i, j.* En Musgrave y Musgrave (1991) se demuestra que esta condición equivale a que el sacrificio total que supone el pago del impuesto para el conjunto de los contribuyentes sea mínimo, por lo que es más un criterio de eficiencia que de equidad.

14. En Pratt (1964) se demuestra que si U y U^* son dos funciones de utilidad, U^* es una transformación cóncava de U (existe ϕ creciente y cóncava tal que $U^* = \phi \bullet U$) si, y sólo si $q_{U^*}(x) > q_U(x)$, $x > 0$.

15. Para una demostración detallada véase Imedio (1998), pág. 85.

16. Mitra y Ok (1997) resuelven parcialmente esta cuestión al obtener una clase de impuestos progresivos que no satisfacen el principio de IS respecto de ninguna función de utilidad que sea estrictamente creciente y cóncava.

17. Un resultado análogo se puede enunciar sobre la relación entre las pérdidas de utilidad, en términos relativos, que el pago de su respectivo impuesto les supone a los contribuyentes de H_1 y H_2.

18. Esta propiedad se pone de manifiesto mediante un cálculo sencillo, aunque laborioso, analizando el comportamiento de índices de progresión local tales como la progresión de las cuotas del impuesto o la progresión residual.

19. El bienestar de la población sólo depende de la renta media, con independencia de cómo se distribuya la renta entre los hogares.

20. Se define, para cada nivel de renta, como la elasticidad de la renta después de impuestos respecto a la renta antes de impuestos, $PR(x) = \varepsilon(f(x), x)$, y mide la variación porcentual de la renta neta cuando la base imponible aumenta en un uno por ciento. Su valor es menor, igual o mayor que la unidad, según que el impuesto sea, en el nivel de renta considerado, progresivo, proporcional o regresivo, respectivamente.

21. Mide, para cada nivel de renta, la elasticidad de la cuota tributaria respecto a la renta antes de impuestos, $PC(x) = \varepsilon(t(x), x)$. Proporciona la variación porcentual de la carga fiscal cuando la base imponible aumenta en un uno por ciento. Su valor, para cada nivel de renta, es mayor, igual o menor que la unidad, según que el impuesto sea progresivo, proporcional o regresivo, respectivamente.

22. Si g: $R \to R$ y h: $R \to R$ son diferenciables, se verifican, entre otras, las siguientes propiedades:

$$\varepsilon(g(x)h(x),x) = \varepsilon(g(x),x) + \varepsilon(h(x),x)\ ,\ \varepsilon(g(x)/h(x),x) = \varepsilon(g(x),x) - \varepsilon(h(x),x),$$
$$\varepsilon(g(h(x)),x) = \varepsilon(g(h(x)),h(x))\varepsilon(h(x),x)\ ,\ \varepsilon(g(x)+h(x),x) = (g(x)\varepsilon(g(x),x) + h(x)\varepsilon(h(x),x))/(g(x)+h(x)).$$

23. En Moyes (1999) se obtienen algunos resultados sobre esta escala. En particular, para ella es irrelevante la elección del grupo de referencia para la progresividad del sistema fiscal.

Referencias

Apostol, T. M. (1976), *Análisis Matemático,* Ed. Reverté, Barcelona.

Aronson, R. P., P. Johnson y P. J. Lambert (1994), "Redistributive effect and unequal income tax treatment", *Economic Journal,* 104: 262-270.

Atkinson, A. B. (1970), "On the measurement of inequality", *Journal of Economic Theory,* 2: 244-263.

Atkinson, A. B. (1980), "Horizontal equity and the distribution of the tax burden", in H. J. Aaron and M. J. Boskin (eds.), *The Economics of Taxation,* Washington D. C.: Brookings Institution, 244-263.

Atkinson, A. B. y F. Bourguignon (1987), Income distributions and differences in needs, en *Arrow and the Foundation of the Theory of Economic Policy,* (G. R. Feiwel, Ed.), Macmillan, New York.

Badenes, N., J. López-Laborda, J. Onrubia y J. Ruiz-Huerta (1998), "Tributación de la familia, desigualdad y bienestar social en el IRPF", *Revista de Economía Aplicada,* 17: 29-52.

Badenes, N., J. López-Laborda y J. Onrubia (2001), "Reducciones en el IRPF: ¿Son realmente mejores que las deducciones en la cuota?", en J. M. Labeaga y M. Mercader (eds.), Instituto de Estudios Fiscales, págs. 335-352.

Bourguignon, F. (1993), "Individus, familles et bien-être social", *L'Actualité Economique, Revue d'Analyse Economique,* 69: 243-258.

Camarero R., O. Herrero e I. Zubiri (1993), "Medición de la inequidad horizontal: teoría y una aplicación al caso de Vizcaya", *Investigaciones Económicas,* XVII (2): 333-362.

Cowell, F. A. y M. Mercader-Prats (1999), "Equivalence scales and inequality", en J. Silber (ed.), *Handbook on Income Inequality Measurement,* Kluwer Academic Publishers: 405-436.

D'Antoni, M. (1999), "Piecewise linear tax functions, progressivity, and the principle of equal sacrifice", *Economics Letters,* 65: 191-197.

Donaldson, D. y K. Pendakur (1999), "Equivalent-income functions and income-dependent equivalence scales", Economics Discussion Paper, 99-16, University of British Columbia, Canada.

Duclos, J. Y. y P. J. Lambert (2000), "A normative and statistical approach to measuring classical horizontal inequity", *Canadian Journal of Economics,* 33: 87-113.

Ebert, U. (2000), "Equivalizing incomes: a normative approach", *International Tax and Public Finance,* 7: 619-640.

Ebert, U. (2004), "Social welfare, inequality, and poverty when needs differ ", *Social Choice and Welfare,* 23: 415-448.

Ebert, U. y P. J. Lambert (2004), "Horizontal equity and progression when equivalence scales are not constant", *Public Finance Review,* 32: 426-440.

Ebert, U. y P. Moyes (2000), "Consistent income tax structures when households are heterogeneous", *Journal of Economic Theory,* 90: 116-150.

Feldstein, M. (1976), "On the theory of tax reform", *Journal of Public Economics,* 6: 77-104.

Fellman, J. (1976), "The effect of transformations on Lorenz curves", *Econometrica,* 44: 823-824.

Imedio, L. J. (1998), "Progresividad y redistribución bajo el principio de igual sacrificio", *Hacienda Pública Española,* 144: 81-93.

Imedio, L. J., E. M. Parrado y M. D. Sarrión (1999), "La tarifa del IRPF y el principio de igualdad de sacrificio", *Investigaciones Económicas,* XXIII (2): 281-299.

Imedio, L. J., E. M. Parrado y M. D. Sarrión (2003), "Códigos impositivos lineales. Su efecto sobre poblaciones heterogéneas", *Hacienda Pública Española - Revista de Economía Pública,* 167-(4/2003): 57-85.

Jakobsson, U. (1976), "On the measurement of degree of progression", *Journal of Public Economics,* 5: 161-168.

King, M. (1983), "An index of inequality with applications to horizontal equity and social mobility", *Econometrica,* 51: 99-115.

Lambert, P. J. (2001), *The distribution and redistribution of income,* Manchester University Press.

Lambert, P. J. (2004), "Income taxation and equity", Institut d'Ecomonia de Barcelona, Document de treball 2004/4.

Lambert, P. J. y X. Ramos (1997), "Vertical redistribution and horizontal inequity", *International Tax and Public Finance,* 4: 25-37.

Mill, J. S. (1848), *Principles of Political Economy,* en Fondo de Cultura Económica, México (1951).

Mitra, T. y A. Ok (1996), "Personal income taxation and the principle of equal sacrifice revisited", *International Economic Review,* 37/4: 925-948.

Mitra, T. y A. Ok (1997), "On the equitability of progressive taxation", *Journal of Economic Theory,* 73: 316-334.

Moyes, P. (1999), "Quelques eléments d'appréciation des effects redistributifs de la taxation des revenus en présence de ménages hétérogènes", *Economie Publique: Etudes et Recherches,* 2: 67-110.

Musgrave, R. A. y P. B. Musgrave (1991), *Hacienda Pública Teórica y Aplicada,* McGraw-Hill, Madrid.

Ok, E. A. (1997), "A note on the existence of progressive tax systems", *Social Choice and Welfare,* 14: 527-543.

Ok, E. A. y P. J. Lambert (1999), "On evaluating social welfare by sequential generalized Lorenz dominance", *Economics Letters,* 63: 45-53.

Onrubia, J. (2001), "La tributación familiar en el IRPF: escenarios de reforma", *Hacienda Pública Española-Revista de Economía Pública,* Monográfico 2001: 79-118.

Pazos, M., I. Rabadán y R. Salas (1995), "La desigualdad horizontal en el impuesto sobre la renta de las personas físicas", *Revista de Economía Aplicada,* 9: 5-20.

Plotnick, R. (1981), "A measure of horizontal inequity", *The Review of Economics and Statistics,* 63: 283-288.

Pratt, J. (1964), "Risk aversion in the small and in the large", *Econometrica,* 32: 122-136.

Rodríguez, J. G., R. Salas e I. Perrote (2004), "Partial horizontal inequity orderings: A non-parametric approach", Fundación Centro de Estudios Andaluces, Documento de trabajo, Serie Econonomía E2004/01. Próxima aparición en *Oxford Bulletin of Economics and Statistics.*

Samuelson, P. A. (1947), *Foundations of Economic Analysis,* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Shorrocks, A. (2004), "Inequality and welfare evaluation of heterogeneous income distributions", *Journal of Economic Inequality,* 2: 193-218.

Young, H. P. (1990), "Progresive taxation and equal sacrifice", *American Economic Review,* 80: 253-266.

Abstract

We consider an heterogeneous population in which we make a partition into two groups that are homogeneous with respect to the characteristics, other than the income, with fiscal incidence. The differences between both groups are taken into account by means of a profile of utility functions and the fiscal system is constituted by two tax schedules, one for each group. In this context, taking as equal those tax payers with the same level of utility, we define a scale of equivalence and we give several definitions of the horizontal equity principle. We characterize the fiscal systems which satisfy it in terms of utility loss, it allows us the incorporation of the equal sacrifice principle to the analysis. Furthermore, we obtain the conditions under which the equal face the same degree of progression. Finally, we particularize our results to the case of isoelastic utility functions.

Key words: equal sacrifice, isoelastic utility functions and equivalence scales, heterogeneous populations.

The Journal of Economic Literature Classification: D63.