Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública, 160-(1/2002): 29-45

Códigos impositivos, desigualdad y bienestar *

LUIS JOSÉ IMEDIO OLMEDO
ELENA BÁRCENA MARTÍN
Universidad de Málaga

Recibido: mayo, 2001
Aceptado: enero, 2002

Resumen

En este artículo, a partir de la descomposición del índice de Gini, se analiza el efecto que tiene la aplicación de un código impositivo sobre los niveles de desigualdad y de bienestar, en una población de la que se considera una partición en subpoblaciones homogéneas respecto a un conjunto de características, distintas de la renta, que tienen incidencia fiscal.

Palabras clave: código impositivo, desigualdad, bienestar.

Clasificación JEL: D63.

1. Introducción

En la imposición sobre la renta la carga fiscal que soporta cada contribuyente depende de un conjunto de factores ajenos a la renta misma (estado civil, número de hijos, edad, tener o no hipotecada su vivienda habitual, etc.), que, en la práctica, quedan incorporados mediante un sistema de deducciones que permite obtener la base liquidable del tributo. Sobre ella se aplica la tarifa nominal del mismo, resultando la cuota íntegra, de la que cada contribuyente resta las desgravaciones y deducciones de la cuota que le correspondan según la legislación tributaria. Esta forma de proceder es la que contempla el IRPF vigente en nuestro país, cuya tarifa nominal es lineal por tramos.

Otra posibilidad para incorporar diferencias de tratamiento fiscal basadas en factores ajenos a la renta consiste en suponer que la distribución del impuesto no está generada por una única tarifa $t(x)$ aplicable a todas las unidades impositivas, sino mediante un *código impositivo* $\{t_1(x), t_2(x), \ldots t_k(x)\}$ constituido por k tarifas diferentes que se aplican a distintas subpoblaciones de contribuyentes $\{A_i\}_{1 \leq i \leq k}$ en cada una de las cuales sus elementos son homogéneos respecto a un conjunto de características, diferentes a la renta, que tienen incidencia fiscal. Es evidente que, en este caso, las distribuciones de renta existentes en esas subpo-

* Agradecemos las sugerencias y comentarios de dos evaluadores anónimos, que han contribuido a mejorar la versión inicial.

blaciones presentarán solapamiento, y un mismo nivel de renta puede estar gravado de forma diferente al pertenecer a más de una subpoblación.

Bajo la acción de un código impositivo, el efecto de cada una de sus tarifas sobre la desigualdad y el bienestar, en su correspondiente subpoblación, es una cuestión bien conocida en la literatura, tanto en lo que se refiere a la comparación de la tarifa con la proporcional de recaudación equivalente, como en lo que respecta a las variaciones de los índices habituales de progresión local y su relación con los índices globales de progresividad y efecto redistributivo. Una cuestión diferente es el desarrollar una teoría similar sobre la incidencia del código impositivo en el conjunto de la población. De hecho, ese paso, que permitiría incorporar un mayor realismo en la modelización del impuesto, requiere la adopción de nuevos puntos de vista y es objeto de líneas recientes de investigación (Aronson y otros (1994), Lambert (1994), Ok (1997), Moyes y Shorrocks (1998), Ebert y Moyes (2000)) con resultados interesantes, muchos de ellos en términos de imposibilidad y otros en los que se trata de evitar esta conclusión a base de incluir hipótesis adicionales, pero en los que permanecen numerosas cuestiones abiertas.

Al introducir diferencias de tratamiento fiscal basadas en factores ajenos a la renta, como se señala en Lambert (1994), las medidas descriptivas de progresión local (Musgrave y Thin (1948)) y las de progresividad global (índices de Reynolds-Smolensky (1977) y de Kakwani (1977b) pierden su significación normativa habitual, en el sentido de que no incorporan adecuadamente los efectos de los cambios de orden que se producen al pasar de la escala de rentas antes del impuesto a la de rentas después del mismo, lo que se debe, por una parte, al tratamiento desigual de iguales, en términos de renta, antes del impuesto y, por otra, a la reordenación que se produce entre desiguales. En consecuencia, dejan de ser válidos los teoremas clásicos de Jakobsson (1976) y de Kakwani (1977a).

En este trabajo, a partir de la descomposición del índice de Gini propuesta por Dagum (1997) y basándonos en la diferencia media de Gini entre distribuciones de renta, obtenemos una descomposición aditiva de la variación de la desigualdad en la población como consecuencia de la aplicación del código impositivo, a través de dos componentes: una de ellas recoge la aportación que deriva de la variación en cada una de las subpoblaciones, y la otra incorpora la variación de la desigualdad entre las subpoblaciones. Como cuestión previa se hace un estudio detallado de la variación de la diferencia media de Gini entre dos subpoblaciones cuando sus respectivas distribuciones de renta se gravan mediante tarifas diferentes. Aunque para este tipo de análisis se podría haber utilizado cualquier índice de desigualdad descomponible de uso habitual en los trabajos aplicados, hemos optado por el índice de Gini frente a la familia de índices de entropía generalizada (Shorrocks (1980, 1982), Ebert (1988)) debido a que el primero evalúa la desigualdad entre las subpoblaciones basándose en la comparación de todos los elementos de cada subpoblación, mientras que en los índices de entropía la componente de la desigualdad total que se atribuye a la desigualdad entre las subpoblaciones coincide con el valor del correspondiente índice al aplicarlo al vector de medias de cada una de las subpoblaciones. Por lo tanto, dicha componente no cuantifica la desigualdad entre las distribuciones de las subpoblaciones, sino la desigualdad entre sus medias. Es sabido que la media de cada distribución no la representa de forma adecuada cuando trabajamos con distribuciones de renta, que suelen presentar, en la realidad, una acentuada asimetría. Por otra parte, aunque existen otras descomposiciones del índice de Gini [Mookherjee y Shorrocks (1982), Lambert y Aronson (1993)] que no difieren de forma esencial de la de Dagum (1997), en esta última la formulación de la componente que proporciona la desigualdad entre las subpoblaciones se adapta mejor a la finalidad de nuestro estudio.

La descomposición anterior acerca de la variación de la desigualdad, como consecuencia de la estructura impositiva, nos permite obtener otra análoga para la variación de los niveles de bienestar social, medidos a través de la función de evaluación social (FES) que deriva de la renta equivalente igualmente distribuida (REID) asociada al índice de Gini [1].

Por otra parte, al analizar el efecto que tiene la sustitución de un código, cuyas tarifas son todas ellas progresivas, por el proporcional equivalente, en relación a la variación de la desigualdad y del bienestar, se obtienen expresiones, a nuestro juicio interesantes, que permiten formular esas variaciones a partir de una suma ponderada de los índices de Reynolds-Smolensky (o de Kakwani) asociados a las tarifas del código inicial, junto a otra componente que recoge la variación de la desigualdad entre las distribuciones de renta disponible de las subpoblaciones, que produce esa sustitución. El valor de esta última componente está relacionado con la reordenación que se produce entre las unidades impositivas tras el pago del impuesto, así como con los efectos redistributivos entre subpoblaciones que supone la aplicación en ellas de distintas tarifas.

En definitiva, este trabajo pretende contribuir al estudio del efecto de la imposición sobre la renta sobre la desigualdad y el bienestar, cuando el impuesto se genera mediante tarifas diferenciadas que recaen sobre poblaciones heterogéneas. Somos conscientes de que nuestro análisis adolece, *a priori,* de, al menos, dos limitaciones. En primer lugar, nos basamos en la utilización de un índice de desigualdad clásico, cuando es sabido que, hasta ahora, no existe un criterio de aceptación unánime para realizar comparaciones en términos de desigualdad en un marco multidimensional. En este sentido, la generalización del criterio de Lorenz, cuando las unidades impositivas se clasifican de forma monótona según sus necesidades, mediante el criterio de dominancia secuencial propuesto por Atkinson y Bourguignon (1987), cuyo soporte de tipo utilitarista se matiza en Ok y Lambert (1999), tampoco llega a proporcionar métodos que, en este contexto, permitan diseñar impuestos cuya aplicación implique una reducción de la desigualdad, cualquiera que sea la distribución inicial de renta, como se demuestra en Moyes y Shorrocks (1998) [2]. Por otro lado, suponemos que las subpoblaciones de contribuyentes homogéneos, en cuanto a sus características con incidencia fiscal, están determinadas y no hay una ordenación previa de las mismas según necesidades. De este modo es la tarifa que recae en cada subpoblación, sobre cuyas rentas no se realiza ningún tipo de ajuste, la que incorpora el tratamiento diferenciado. Si realmente se dispusiese de una expresión funcional para una escala de equivalencia, cuya existencia teórica sería una hipótesis más de trabajo, estaría menos justificada la utilización de tarifas diferenciadas. Bastaría, en este caso, una única tarifa que recayese sobre la distribución de renta equivalente antes de impuestos.

2. Notación, definiciones y conceptos previos

Sea A una población de unidades económicas, cuyo tamaño es n, en la que se contempla una partición en k subpoblaciones, $A_1, A_2,..., A_k$, homogéneas en relación a características de sus elementos que inciden en la carga impositiva, diferentes al nivel de renta, de tamaños respectivos n_i, $1 \leq i \leq k$, $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$. Supondremos que la distribución de la renta en A está representada por una función de distribución F con media μ e índice de Gini G, y en cada A_i, mediante una distribución F_i con media μ_i e índice de Gini G_i, $1 \leq i \leq k$.

Si $\{t_1(x), t_2(x), ... t_k(x)\}$ es un código impositivo, siendo $t_i(x)$ la tarifa correspondiente a la subpoblación A_i, se define la «tarifa promediada» como:

$$\tau(x) = \sum_{i=1}^{k} \vartheta_i(x) t_i(x) \qquad [1]$$

siendo $\vartheta_i(x)$ la proporción de unidades contribuyentes que tienen renta x y que pertenecen a la subpoblación A_i. De este modo, $\tau(x)$ es el impuesto medio que soportan las unidades con renta x incluidas en las distintas subpoblaciones. En cada subpoblación, la tarifa $t_i(x)$ sólo depende del nivel de renta [3] y la renta después de impuestos será una función creciente de la renta antes de impuestos, esto es: $0 < t'_i(x) < 1$, $1 \leq i \leq k$. Es evidente que no es posible obtener una expresión funcional para una tarifa $t(x)$ definida en toda la población, ya que, como quedó indicado, unidades con un mismo nivel de renta soportarán una carga diferente según la subpoblación a que pertenezcan [4].

Si s_i y q_i representan, respectivamente, las participaciones de la subpoblación i-ésima en el tamaño poblacional y en la masa total de renta antes de impuestos:

$$\begin{aligned} & s_i = \frac{n_i}{n}, \qquad q_i = \frac{n_i \mu_i}{n\mu}, \qquad i = 1,\ 2,...,\ k, \\ & \sum_{i=1}^{k} s_i = \sum_{i=1}^{k} q_i = 1, \end{aligned} \qquad [2]$$

Dagum (1997) demuestra que el índice de Gini de la población total, G, se puede expresar como una media ponderada:

$$G = \sum_{i,j=1}^{k} s_i q_j G_{ij}, \qquad [3]$$

siendo $G_{ii} = G_i$ el índice de Gini de la subpoblación i-ésima y $G_{ij} = G_{ji}$, el índice de Gini entre las distribuciones de las subpoblaciones i-ésima y j-ésima, utilizando como ponderaciones los productos [5] $s_i q_j$. La ecuación anterior puede escribirse también como:

$$G = G_d + G_e \ , \quad G_d = \sum_{i=1}^{k} s_i q_i G_i \ , \quad G_e = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{k} s_i q_j G_{ij} \ , \qquad [4]$$

siendo G_d y G_e las componentes que cuantifican la desigualdad *en* y *entre* las subpoblaciones, respectivamente.

En la descomposición del índice de Gini la desigualdad entre dos subpoblaciones se establece comparando todos los pares de rentas de sus respectivas distribuciones, dado que:

$$G_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{\mu_i + \mu_j} \qquad [5]$$

siendo:

$$\Delta_{ij} = E(|X_i - X_j|)\ ,\ (x_i, x_j) \in A_i \times A_j\ , \qquad [6]$$

la diferencia media de Gini entre las subpoblaciones *i* y *j*.

A partir de las igualdades [5] y [2], otro modo de expresar la aportación de la desigualdad entre subpoblaciones a la desigualdad total, agrupando los sumandos dos a dos, es:

$$G_e = \frac{1}{\mu} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{k} s_i s_j \mu_j G_{ij} = \frac{1}{\mu} \sum_{i<j} s_i s_j (\mu_i + \mu_j) G_{ij} = \frac{1}{\mu} \sum_{i<j} s_i s_j \Delta_{ij} \qquad [7]$$

En adelante cuando se haga referencia a la distribución de renta después de impuestos, en la población o en las subpoblaciones, para las diferentes medidas estadísticas se utilizará la misma notación afectada por el superíndice *.

Si T es la recaudación total del código impositivo, $\alpha = T/n\mu$ es el tipo medio global, $\tau = \mu\alpha$ es el impuesto medio y $\mu(1-\alpha) = \mu - \tau$ la renta media disponible. Mediante T_i, α_i, τ_i, $\mu_i(1-\alpha_i) = \mu_i - \tau_i$ se representarán los parámetros impositivos correspondientes a la subpoblación A_i cuya tarifa es $t_i(x)$. Con ello:

$$q_i^* = \frac{n_i \mu_i (1-\alpha_i)}{n\mu(1-\alpha)}, \quad r_i = \frac{T_i}{T} = \frac{n_i \tau_i}{n\tau} = q_i \frac{\alpha_i}{\alpha}, \qquad [8]$$

representan para la subpoblación i-ésima su participación en la renta total disponible y en la recaudación total, respectivamente, y se verifican las igualdades:

$$\begin{gathered} \sum_i q_i^* = \sum_i r_i = 1 \\ q_i^* = \frac{1-\alpha_i}{1-\alpha} q_i\ ,\ \alpha = \sum_i q_i \alpha_i\ ,\ \tau = \sum_i s_i \tau_i . \end{gathered} \qquad [9]$$

3. Efecto de un código impositivo sobre la desigualdad entre subpoblaciones

Supongamos dos subpoblaciones A_i, A_j en las que la renta antes de impuestos tiene funciones de distribución F_i, F_j, y sobre las que recaen sendas tarifas $t_i(x)$, $t_j(x)$. Si Δ_{ij} es la diferencia media de Gini entre las distribuciones antes de impuestos, mediante:

$$\Delta^*_{ij} = E\left|(X_i - t(X_i)) - (X_j - t(X_j)\right| = G^*_{ij}\left[\mu_i(1-\alpha_i) + \mu_j(1-\alpha_j)\right]$$

y [10]

$$\Delta_{t_i,t_j} = E\left|t_i(X_i) - t_j(X_j)\right|$$

se representan la diferencia media de Gini entre las distribuciones después de impuestos [6] y la diferencia media de Gini entre ambas tarifas [7], respectivamente.

Una relación importante entre las distintas diferencias medias de Gini se recoge en la siguiente proposición.

Proposición 1. En general se verifica la siguiente desigualdad:

$$-\Delta^*_{ij} \leq \Delta_{ij} - \Delta_{t_i,t_j} \leq \Delta^*_{ij}, \quad [11]$$

y si en la población unión $A_i \cup A_j$ la aplicación del impuesto no modifica la ordenación inicial de los contribuyentes [8], es válida la igualdad:

$$\Delta^*_{ij} = \Delta_{ij} - \Delta_{t_i,t_j}. \quad [12]$$

Demostración. Si a y b son dos números reales cualesquiera, es sabido que se verifica:

$$\left||a| - |b|\right| \leq |a - b| \ ,$$

desigualdad equivalente a:

$$-|a - b| \leq |a| - |b| \leq |a - b| \ .$$

Por lo tanto, si $(x,y) \in A_i \cup A_j$, haciendo $a = x - y$, $b = t_i(x) - t_j(y)$, y teniendo en cuenta la monotonía y linealidad del operador esperanza, se obtiene [11]. Si suponemos que la aplicación de las correspondientes tarifas no conlleva reordenación en la población unión, esto es, si para todo $(x,y) \in A_i \cup A_j$, $x < y \rightarrow x - t_i(x) < y - t_j(y)$, es inmediato que $|x - t_i(x) - (y - t_j(y))| = |x - y| - |t_i(x) - t_j(y)|$, de donde se sigue [12].

En consecuencia, la magnitud de $\Delta^*_{ij} - \Delta_{ij} + \Delta_{t_i,t_j} \geq 0$ depende del grado de reordenación que conlleva la aplicación del impuesto, lo que se relaciona de nuevo con el hecho de que un mismo nivel de renta, al poder estar incluido en subpoblaciones diferentes, sea gravado de forma diferente.

Un resultado importante que utilizaremos más adelante es el que deriva de la siguiente proposición.

Proposición 2. Sea Δ_{ij} la diferencia media de Gini entre las subpoblaciones A_i y A_j, con funciones de distribución F_i y F_j, respectivamente. Si $\hat{F}_i$ domina en el sentido de Lorenz a F_i ($\hat{F}_i \geq_L F_i$) y esa misma relación se da entre $\hat{F}_j$ y F_j ($\hat{F}_j \geq_L F_j$), de manera que las rentas medias permanecen constantes ($E(\hat{X}_i) = E(X_i) = \mu_i$, $E(\hat{X}_j) = E(X_j) = \mu_j$), la diferencia media de Gini entre las distribuciones $\hat{F}_i$ y $\hat{F}_j$ es menor que entre F_i y F_j. Esto es, $\hat{\Delta}_{ij} \leq \Delta_{ij}$.

Demostración. La diferencia media de Gini entre F_i y F_j se expresa mediante[9] $\Delta_{ij} = 2E_i(xF_j) + 2E_j(xF_i) - (\mu_i + \mu_j)$, y teniendo en cuenta que $E_i(xF_j) = \mu_i - E_j(\mu_i L(F_i(x)))$, $E_j(xF_i) = \mu_j - E_i(\mu_j L(F_i(x)))$, Δ_{ij} también puede expresarse como $\Delta_{ij} = \mu_i + \mu_j - 2(E_i(\mu_j L(F_j(x))) + E_j(\mu_i L(F_i(x))))$. Si, por hipótesis es $L(\hat{F}_i) \geq L(F_i)$, $L(\hat{F}_j) \geq L(F_j)$, el enunciado es inmediato por la monotonía del operador esperanza al no modificarse las rentas medias.

La proposición anterior indica que si la distribución de renta existente en cada subpoblación se sustituye por otra que la domine estocásticamente en el sentido de Lorenz, y por lo tanto más igualitaria, la desigualdad entre ambas poblaciones, cuando se evalúa a través de su diferencia media de Gini, disminuye.

Como corolario de la proposición anterior, se obtiene el siguiente resultado:

Proposición 3. Si sobre las subpoblaciones A_i y A_j las tarifas $t_i(x)$ y $t_j(x)$ son ambas progresivas y se sustituye cada una de ellas por la proporcional de recaudación equivalente, la desigualdad entre las distribuciones de renta después de impuestos aumenta: $\Delta^*_{ij,PROP} \geq \Delta^*_{ij}$.

Demostración. La sustitución de cada tarifa por la proporcional equivalente no modifica la renta media después de impuestos de cada subpoblación. Por otra parte, en cada subpoblación la distribución de renta neta tras la aplicación de la tarifa proporcional es dominada, en el sentido de Lorenz, por la distribución de renta neta que resulta de la aplicación de una tarifa progresiva. El enunciado es, por lo tanto, consecuencia de la proposición anterior.

4. Descomposición de la variación de la desigualdad y del bienestar al aplicar un código impositivo

El efecto que tiene un impuesto sobre la renta, modelizado mediante una tarifa única, sobre la desigualdad y el nivel de bienestar de la población sobre la que recae, es una cuestión bien conocida y sobre la que existe una abundante literatura[10]. En consecuencia, bajo la actuación de un código impositivo, esos resultados se trasladan sin más a la incidencia de cada una de sus tarifas sobre su respectiva subpoblación. Una cuestión diferente consiste en analizar el efecto del código sobre la población total, dado que, desde este punto de vista, es esencial lo que su aplicación implica respecto a la variación de la desigualdad entre las diferentes subpoblaciones de la partición.

Para la distribución de renta después de impuestos en la población y en las subpoblaciones, al considerar sus respectivos índices de Gini será válida una descomposición análoga a la considerada en las distribuciones de renta antes de impuestos. Por lo tanto, a partir de las expresiones [4] y [7], resulta:

$$G^* = G_d^* + G_e^* = \sum_{i=1}^{k} s_i q_i^* G_i^* + \frac{1}{\mu(1-\alpha)} \sum_{i<j} s_i s_j \Delta_{ij}^*. \qquad [13]$$

La diferencia G – G* es la variación de la desigualdad relativa [11], en la población, que se produce por la aplicación del código impositivo. Sin embargo, esa variación no admite una expresión sencilla como suma ponderada de las variaciones de la desigualdad relativa en cada subpoblación ($G_i - G_i^*$, $1 \leq i \leq k$), dado que el sistema de ponderación en G y G^* es diferente [12]. Esta dificultad se soslaya al considerar la variación de la desigualdad en términos absolutos evaluándola mediante el índice absoluto de Gini, *GA,* que, como es sabido, se obtiene multiplicando el índice relativo por la renta media de la distribución, $GA = \mu G$. En consecuencia, si la igualdad [7] se multiplica por la renta media inicial, μ, y la igualdad [13] por la renta media después de impuestos, $\mu(1 - \alpha)$, un cálculo sencillo permite expresar la variación de la desigualdad absoluta que implica el impuesto, mediante:

$$GA - GA^* = \sum_{i=1}^{k} s_i^2 (GA_i - GA_i^*) + \sum_{i<j} s_i s_j (\Delta_{ij} - \Delta_{ij}^*). \qquad [14]$$

En la igualdad anterior, el primer sumando del segundo miembro es una suma ponderada de la variación de la desigualdad absoluta en cada subpoblación:

$$GA_i - GA_i^* = \mu_i G_i - \mu_i (1-\alpha_i) G_i^* \;,\; 1 \leq i \leq k,$$

cuyo signo será positivo si la tarifa $t_i(x)$ es absolutamente progresiva [13], es decir, si es estrictamente creciente. El segundo sumando recoge la variación de la desigualdad entre subpoblaciones que resulta de la aplicación del código y sobre cuyo valor sólo se dispone de una cota superior ($\sum_{i<j} s_i s_j (\Delta_{ij} - \Delta_{ij}^*) \leq \sum_{i<j} s_i s_j \Delta_{t_i,t_j}$, como consecuencia de la Proposición 1), pero no se puede asegurar nada sobre su signo. Por lo tanto, tampoco se puede hacer una afirmación de carácter general sobre el sentido de la variación de la desigualdad absoluta en la población total, en el sentido de que los resultados a este respecto dependen de la distribución inicial de la renta. Nos encontramos en la misma situación, como se demuestra en Moyes y Shorrocks (1993), al suponer que las tarifas del código sean progresivas en el sentido habitual o relativo (tipos medios crecientes).

Bajo el supuesto, en absoluto realista, de que la aplicación del código no suponga reordenación en la población total, se verifica la igualdad [12] y, con ello, el segundo sumando del segundo miembro de la expresión [14] es positivo, de modo que $GA - GA^* > 0$, por lo que disminuiría la desigualdad inicial en la población.

Para obtener la variación del bienestar, evaluado mediante la FES consistente con el índice de Gini, $W = \mu(1 - G)$, que supone la aplicación del código, utilizaremos la descomposición del índice de Gini junto a la siguiente descomposición de la renta media de la población a partir de las rentas medias en las subpoblaciones:

$$\mu = \sum_i s_i q_i \mu + \sum_{i \neq j} s_i q_j \mu = \sum_i s_i^2 \mu_i + \sum_{i \neq j} s_i s_j \mu_i = \sum_i s_i^2 \mu_i + \sum_{i<j} s_i s_j (\mu_i + \mu_j).$$

De la igualdad anterior, teniendo en cuenta [4] y [7], resulta:

$$W = \mu(1-G) = \sum_i s_i^2 W_i + \sum_{i<j} s_i s_j \left[\mu_i + \mu_j - \Delta_{ij} \right], \qquad [15]$$

siendo $W_i = \mu_i(1 - G_i)$ el bienestar de la subpoblación i-ésima. En consecuencia, el bienestar en la población se expresa mediante una suma ponderada de los niveles de bienestar en las subpoblaciones, junto a otro sumando que será positivo, dado que el valor máximo de Δ_{ij} es $|\mu_i - \mu_j|$ y se alcanza cuando entre las distribuciones de las subpoblaciones respectivas no existe solapamiento. Se verifica:

$$\mu_i + \mu_j - \Delta_{ij} \geq 2\,\text{máx}(\mu_i, \mu_j) > 0.$$

Tras la aplicación del código impositivo, la descomposición del bienestar será formalmente análoga a [15], aunque referida a las distribuciones de renta disponible:

$$W^* = \mu(1-\alpha)(1-G^*) = \sum_i s_i^2 W_i^* + \sum_{i<j} s_i s_j \left[\mu_i(1-\alpha_i) + \mu_j(1-\alpha_j) - \Delta_{ij}^* \right], \qquad [16]$$

siendo $W_i^* = \mu_i(1-\alpha_i)(1-G_i)$ el bienestar, después de impuestos, de la subpoblación *i.*

La variación del nivel de bienestar que se produce en la población, como consecuencia del gravamen es:

$$W - W^* = \sum_i s_i^2 (W_i - W_i^*) + \sum_{i<j} s_i s_j \left[(\tau_i + \tau_j) + (\Delta_{ij}^* - \Delta_{ij}) \right]. \qquad [17]$$

En cada subpoblación la variación del nivel de bienestar, $W_i - W_i^*$, tiene signo positivo dado que el bienestar disminuye siempre que sobre una distribución de renta recaiga un impuesto positivo [14]. Con ello, el primer sumatorio de la igualdad anterior es positivo y también lo es el segundo sumatorio como consecuencia de la desigualdad [11] [15]. En definitiva, $W - W^* > 0$, por lo que el bienestar en la población disminuye al aplicar un código impositivo cuyas tarifas sean, todas ellas, positivas. Esa disminución tiene una componente que es una suma ponderada de las disminuciones que se producen en cada una de las subpoblaciones, y una segunda, cuyo signo se determina sin ambigüedad, que depende no sólo de la variación de la desigualdad entre pares de subpoblaciones, sino también de la cuantía de los impuestos medios que soportan.

En la siguiente proposición se sintetizan los resultados de esta sección.

Proposición 4. Al incidir sobre una población un código impositivo cada una de cuyas tarifas sea estrictamente creciente: a) Disminuye la desigualdad absoluta, evaluada mediante el índice absoluto de Gini, en cada subpoblación. b) El efecto sobre la población total es incierto (puede variar de una distribución a otra), como consecuencia de que no se puede determinar, en general, en qué sentido se modificará la desigualdad entre las subpoblaciones. Sobre la variación de los niveles de bienestar, la conclusión es más precisa: basta con que cada tarifa del código sea positiva, para que se reduzca el bienestar en cada subpoblación, entre las subpoblaciones y, por lo tanto, en la población total.

En definitiva, al contrario de lo que sucede con la desigualdad, el sentido de la variación de los niveles de bienestar en la población que supone la aplicación del código sí queda determinado cualquiera que sea la distribución inicial de la renta.

5. Progresividad frente a proporcionalidad. Descomposición de los índices clásicos. Incidencia sobre el bienestar

Supongamos que cada componente del código impositivo $\{t_1(x), t_2(x), \dots t_k(x)\}$ es una tarifa progresiva sobre su respectiva subpoblación. Como ya se señaló, este supuesto no permite afirmar que su aplicación reduzca la desigualdad en la población total. Moyes y Shorrocks (1993) demuestran, a este respecto, un resultado de imposibilidad: no es factible diseñar unas tarifas progresivas para el impuesto sobre la renta que, siendo diferentes para distintos grupos de la población, cumplan la propiedad de que para cualquier distribución la desigualdad global disminuya como consecuencia de su aplicación [16]. En un trabajo más reciente [Moyes y Shorrocks (1998)] se profundiza en este sentido y se demuestra que una estructura impositiva que nunca aumente la desigualdad, en el sentido de la curva de Lorenz, es incapaz de discriminar entre distintos tipos de contribuyentes con diferentes necesidades y circunstancias que, además de la renta, tengan incidencia fiscal [17].

Si en cada subpoblación su tarifa se sustituye por la proporcional equivalente, $t_{ip}(x) = \alpha_i x$, $1 \leq i \leq k$, la nueva estructura impositiva $\{t_{1p}(x), t_{2p}(x), \dots t_{kp}(x)\}$ dará lugar a la misma recaudación en cada subpoblación y en la población total, si bien sobre ésta el impuesto resultante no será proporcional, dado que individuos con la misma renta que pertenezcan a subpoblaciones diferentes serán gravados con tipos también diferentes. Designemos por $G^*_{PROP} \neq G$ el índice de Gini de la distribución de renta disponible que resulta en la población al aplicar el código proporcional. Como en cada subpoblación el impuesto proporcional no modifica la desigualdad inicial ($G^*_{i,PROP} = G_i$), ni la participación en el volumen total de renta neta ($q^*_{i,PROP} = q^*_i$), el índice G^*_{PROP} admitirá la siguiente descomposición:

$$G^*_{PROP} = \sum_{i=1}^{k} s_i q_i^* G_i + \frac{1}{\mu(1-\alpha)} \sum_{i<j} s_i s_j \Delta^*_{ij,PROP}, \qquad [18]$$

que al compararla con la que resulta de aplicar el código cuyas tarifas son progresivas, implica la siguiente relación:

$$G^*_{PROP} - G^* = \sum_{i=1}^{k} s_i q_i^* (G_i - G_i^*) + \frac{1}{\mu(1-\alpha)} \sum_{i<j} s_i s_j (\Delta^*_{ij,PROP} - \Delta^*_{ij}). \qquad [19]$$

En cada subpoblación la aplicación de la tarifa inicial, progresiva, no da lugar a reordenación y se verifica la siguiente relación entre los índices de Reynolds-Smolensky, RS_i, y de Kakwani, K_i, asociados a $t_i(x)$:

$$G_i\text{-}G_i^* = RS_i = \frac{\alpha_i}{1-\alpha_i} K_i \quad , \quad 1 \le i \le k \ . \tag{20}$$

Por otra parte, la expresión:

$$L = \sum_{i<j} s_i s_j (\Delta^*_{ij,PROP} - \Delta^*_{ij}), \tag{21}$$

mide la variación de la desigualdad entre subpoblaciones que supone la sustitución del código progresivo por el proporcional de recaudación equivalente, y como consecuencia de la Proposición 3 es una cantidad positiva.

La igualdad [19], teniendo en cuenta lo anterior, se puede expresar como:

$$G^*_{PROP} - G^* = \sum_{i=1}^{k} s_i q_i^* RS_i + \frac{1}{\mu(1-\alpha)} L, \tag{22}$$

o bien, a partir de [20] y teniendo en cuenta [8], una expresión equivalente es:

$$G^*_{PROP} - G^* = \frac{\alpha}{1-\alpha} \sum_{i=1}^{k} s_i r_i \ K_i + \frac{1}{\mu(1-\alpha)} L. \tag{23}$$

La diferencia $G^*_{PROP} - G^*$, no se puede interpretar como un índice que mide el efecto redistributivo, ya que al ser $G^*_{PROP} \neq G$ no evalúa la variación de la desigualdad producida al aplicar el código sobre la distribución de renta inicial. Se trata más bien de un índice relacionado con el grado de desviación de la proporcionalidad: indica la variación de la desigualdad que supone la sustitución del código vigente por otro cuyas componentes sean proporcionales y equivalentes en recaudación.

Bajo el supuesto de que cada $t_i(x)$, $1 \le i \le k$, es progresiva, los índices RS_i y K_i son ambos positivos, y al serlo también L, es $G^*_{PROP} - G^* > 0$. En consecuencia, un código cuyas componentes son progresivas reduce la desigualdad existente en la población en mayor medida que el código proporcional equivalente. Esa reducción se expresa mediante una suma ponderada de los índices de Reynolds-Smolensky asociados a cada tarifa, en la que las ponderaciones son el producto de las participaciones de cada subpoblación en el tamaño de la población total y en el volumen total de renta disponible, junto a otro sumando que mide la disminución de la desigualdad entre las subpoblaciones que produce la progresividad frente a la proporcionalidad (expresión [22]). Una descomposición análoga (igualdad [23]) se obtiene a partir de los índices de Kakwani de las componentes del código, aunque, en ese caso, las ponderaciones son el producto de la participación de cada subpoblación en el tamaño y en la recaudación totales.

En cuanto a la posibilidad de definir para el caso de un código impositivo un índice de progresividad análogo al de Kakwani y que pudiese expresarse a partir de sus correspondientes en las subpoblaciones, nos encontramos con la dificultad de que para el índice de concentración de la estructura impositiva en la población y sus homólogos en cada una de las subpoblaciones no se cumple una relación análoga a la existente entre los respectivos índices de Gini. La razón es que, al tratarse de coeficientes de concentración, se obtienen mediante curvas de concentración que se construyen a partir de la ordenación inicial de rentas existente en la población, ordenación que se verá modificada al aplicar el código. Por su parte, los índices de Gini se obtienen a partir de curvas de Lorenz y en ellas la acumulación de rentas se realiza teniendo en cuenta la ordenación existente en cada distribución.

La siguiente proposición sintetiza los resultados obtenidos, hasta ahora, en este apartado.

Proposición 5. Cuando en un código impositivo sus componentes son progresivas y cada una de ellas se sustituye por la proporcional de recaudación equivalente: a) La desigualdad, absoluta o relativa, evaluada mediante los índices de Gini, absolutos o relativos, aumenta en cada subpoblación y en la población total. b) La variación del índice de Gini en la población total se puede descomponer como una suma ponderada de los índices de Reynolds-Smolensky (o de Kakwani) asociados a cada una de las tarifas del esquema impositivo, junto a otro sumando cuyo valor depende de la variación de la desigualdad entre las distribuciones de renta neta de las subpoblaciones, al pasar del código inicial al proporcional.

A partir de los resultados anteriores es sencillo analizar el efecto que la sustitución del código impositivo por el proporcional equivalente tiene sobre el bienestar en la población total y en las subpoblaciones.

Sobre la población total, se tiene:

$$\begin{aligned} W^*_{PROP} - W^* &= \mu(1-\alpha)(1-G^*_{PROP}) - \mu(1-\alpha)(1-G^*) = \\ &= \mu(1-\alpha)(G^* - G^*_{PROP}) < 0 \, , \end{aligned} \qquad [24]$$

mientras que en cada subpoblación, se verifica:

$$W^*_{i,PROP} - W^*_i = \mu_i(1-\alpha_i)(G^*_i - G_i) = -\mu_i(1-\alpha_i)RS_i = -\mu_i\alpha_i K_i < 0. \qquad [25]$$

La variación de bienestar que deriva de la sustitución del esquema impositivo admite, utilizando [22] y [23], la descomposición:

$$W^*_{PROP} - W^* = -\mu(1-\alpha)\sum_{i=1}^{k} s_i q^*_i RS_i - L \, , \qquad [26]$$

o bien:

$$W^*_{PROP} - W^* = -\mu\alpha\sum_{i=1}^{k} s_i r_i K_i - L \, . \qquad [27]$$

En consecuencia se puede enunciar la siguiente proposición.

Proposición 6. Cuando en un código impositivo sus componentes son progresivas y cada una de ellas se sustituye por la proporcional de recaudación equivalente, el bienestar, evaluado mediante la REID asociada al índice de Gini, en cada subpoblación y en la población total, disminuye. El valor de la disminución depende del grado de progresividad de las tarifas del código valorado mediante los índices de Kakwani o de Reynolds-Smolensky, junto a la variación de la desigualdad entre subpoblaciónes.

Por lo tanto, también en el caso de un código impositivo, la progresividad de sus tarifas es una característica favorable, respecto a su efecto sobre la desigualdad y el bienestar, frente a otras alternativas encaminadas a obtener un volumen dado de recaudación.

6. Comentario final

Cuando en una población la distribución del impuesto sobre la renta se genera a partir de un conjunto finito de tarifas que se aplican a distintas subpoblaciones de contribuyentes, homogéneas respecto a un conjunto de características, distintas a la renta, que tienen incidencia fiscal, las medidas clásicas de progresividad y de efecto redistributivo, tanto locales como globales, pierden su significado habitual. Ello se debe a que, por una parte, se produce un tratamiento desigual de unidades iguales en renta y, por otra, se produce reordenación entre desiguales.

Lo anterior no impide que se puedan obtener algunos resultados sobre el efecto de un código impositivo sobre la desigualdad y el bienestar en la población, así como sobre la relación de ambas magnitudes con sus homólogas en las subpoblaciones. No vamos a repetir aquí las conclusiones que se recogen en las proposiciones 4, 5 y 6, aunque sí hemos de subrayar que la dificultad para obtener resultados más contundentes, en el sentido de que fuesen válidos para cualquier distribución de la renta antes de impuestos, está condicionada esencialmente por dos aspectos.

En primer lugar, la desigualdad entre las distribuciones de renta después de impuestos de las subpoblaciones depende no sólo de la desigualdad preexistente entre sus distribuciones de renta antes de impuestos, sino también del grado de desigualdad entre sus respectivas cargas tributarias. Desafortunadamente, como se demuestra en la proposición 1, la relación entre esos tres tipos de desigualdad viene dada mediante una expresión (véase [11]) que no es una identidad, sino una desigualdad.

Otra cuestión que condiciona negativamente la obtención, para un código impositivo, de un índice de progresividad tipo Kakwani que presente una relación razonablemente sencilla con sus homólogos en las subpoblaciones, es el hecho de que entre el índice de concentración de la carga tributaria para la población y sus correspondientes *en* y *entre* subpoblaciones, no sea válida una descomposición análoga a la que puede realizarse con los índices de Gini.

En este trabajo se ha tratado de ver hasta qué punto la aplicación de una metodología clásica permite obtener resultados en un contexto nuevo. Aunque se llega a conclusiones que nos parecen interesantes, lo verdaderamente relevante sería plantear un nuevo enfoque que permitiese la obtención de un conjunto de índices de progresividad y de efecto redistributivo, tanto de carácter local como global, relacionados entre sí, y con una clara significación normativa.

Notas

1. Si W es una función de evaluación social, en principio de carácter ordinal, que asigna a cada distribución de renta $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, sobre una población, un número real y cumple ciertas condiciones de regularidad, la renta equivalente igualmente distribuida, x_e, es aquella que percibida por cada uno de los individuos daría lugar al mismo nivel de bienestar que la distribución existente. Esto es, se verifica la igualdad $W(x_1, x_2, ..., x_n) = W(x_e, x_e, ..., x_e)$. De este modo x_e es una cardinalización de W, a partir de la cual se puede definir el índice de Atkinson (1970)-Kolm (1976)-Sen (1973), I_{AKS}, mediante $I_{AKS} = 1 - (x_e/\mu)$, siendo μ la renta media, que es un índice relativo de desigualdad si, y sólo si, W es homotética [Blackorby y Donaldson (1978)]. En particular, la renta equivalente de equidistribución asociada al índice de Gini, G, se expresa como $x_e = \mu(1 - G)$, medida de bienestar que utilizaremos a lo largo de este trabajo. Para un tratamiento detallado de estas cuestiones véase Chakravarty (1990) o Imedio (1996).
2. Como se pone de manifiesto en Ebert y Moyes (2000), gran parte de la dificultad para obtener resultados en este sentido se debe a que la dominancia secuencial de Lorenz se basa en un concepto ordinal de necesidades, lo que impide introducir información cardinal acerca del modo en que difieren las unidades impositivas. Estos autores, utilizando escalas de equivalencia, demuestran que si se pretende una reducción de la desigualdad a través del impuesto, la estructura de la escala queda determinada por el concepto de desigualdad utilizado.
3. Es cierto que, en la práctica, existen deducciones, como las ligadas a la vivienda, que dependen claramente del nivel de renta y que se practican una vez obtenida la cuota del impuesto. Por lo tanto, podemos suponer que las tarifas del código son las nominales y no las efectivas. Con ello la distribución de renta después de impuestos se identificaría con la diferencia entre la base liquidable y la cuota íntegra del impuesto.
4. Sin embargo, ello no impide el cálculo, para el conjunto de la población, de la curva de concentración del impuesto, C_T, o de la curva de Lorenz, L_{X-T}, para la distribución de renta disponible, a partir de los conjuntos de datos $\{t_i(x_j)\}$, $\{x_j - t_i(x_j)\}$ que genera la aplicación de las diferentes tarifas.
5. Nótese que $\sum_{i,j} s_i q_j = \left(\sum_i s_i\right)\left(\sum_j q_j\right) = 1.$
6. G^*_{ij} es el coeficiente de Gini entre las poblaciones i y j respecto a sus distribuciones de renta disponible.
7. $\Delta_{t_i, t_j} = E\left|t_i(X_i) - t_j(X_j)\right| = (\tau_i + \tau_j)G_{t_i, t_j}$, donde el último factor es un coeficiente que mide el grado de desigualdad existente entre los pagos impositivos que recaen sobre las unidades de las poblaciones A_i y A_j.
8. Es evidente que en cada subpoblación su correspondiente tarifa no da lugar a reordenación, lo que no sucederá, en general, al considerar la unión de ambas.
9. Véase Imedio (1996, Cap. 2, pp. 88-89).
10. Véase, por ejemplo, Lambert (1996, Cap. 6) o Imedio (1995).
11. Un índice relativo de desigualdad es aquel que es invariante frente a cambios de escala en la distribución: $I(x) = I(\lambda x)$, siendo $\lambda > 0$ y x cualquier distribución de renta. Si la invariancia se mantiene frente a cambios de origen $I(x + a.1) = I(x)$, a un número real no nulo, se dice que el índice de desigualdad es absoluto. Existen otros conceptos de desigualdad intermedios entre los anteriores [véase Pfingsten (1986), Besley y Preston (1988)].
12. Nótese que en la descomposición de G intervienen las participaciones de las subpoblaciones en el volumen total de renta inicial, q_i, mientras que en la de G^* las participaciones, q^*_i, están referidas al volumen total de renta después de impuestos.

13. Una tarifa de esta naturaleza presenta tipos marginales positivos a lo largo de la escala de rentas y su aplicación disminuye la desigualdad absoluta de la distribución sobre la que incide. Es un tipo de progresividad más débil que la usual, la progresividad relativa, en la que los tipos medios impositivos son crecientes y cuya aplicación disminuye la desigualdad relativa existente en la distribución inicial.
14. Es un resultado conocido (Shorrocks (1983), Kakwani (1984)) que dadas dos distribuciones de renta entre las que exista una relación de dominancia en el sentido de la curva de Lorenz generalizada, la distribución dominante proporciona mayor nivel de bienestar social según cualquier FES creciente y S-cóncava. En particular, si sobre una distribución de renta recae un impuesto positivo, la curva de Lorenz generalizada de la distribución inicial domina a la asociada a la distribución de renta disponible. Una demostración de este último resultado puede encontrarse en Imedio (1995).
15. En efecto, $\tau_i + \tau_j + (\Delta^*_{ij} - \Delta_{ij}) \geq \tau_i + \tau_j - \Delta_{t_i, t_j} \geq 2\textit{máx}(\tau_i, \tau_j) > 0$.
16. Dicho de otro modo, dado un conjunto finito de tarifas diferentes y progresivas, es posible encontrar sendas distribuciones de renta antes de impuestos tales que, en términos globales, la desigualdad se incremente en una de ellas y disminuya en la otra, como consecuencia de su aplicación. Una demostración muy sencilla de este enunciado puede verse en Lambert (1994).
17. En ese trabajo se prueba que si, además, la estructura impositiva nunca reduce la renta relativa del miembro más pobre del grupo más necesitado, entonces quedan eliminadas todas las estructuras salvo la que grava a todos los individuos de forma proporcional. En definitiva, es imposible diseñar una estructura impositiva estrictamente progresiva cuando se consideran grupos heterogéneos. Ello no implica que, bajo este supuesto, la imposición progresiva sea imposible. Lo que se afirma es la imposibilidad de construir una estructura progresiva *para cualquier distribución de renta inicial,* cuando se contempla la diferencia, según sus necesidades, entre las unidades impositivas.

Referencias

Aronson, J. R., Johnson, P. y Lambert, P. J. (1994), "Redistributive effect and unequal income tax treatment", *The Economic Journal,* 104.

Atkinson, A. B. (1970), "On the measurement of inequality", *Journal of Economic Theory,* 2.

Atkinson, A. B. y Bourguignon, F. (1987), "Income distributions and differences in needs", en G. R. Feiwel (ed.), *Arrow and the Foundation of the Theory of Economic Policy,* New York: Macmillan.

Besley, T. J. y Preston, I. P. (1988), "Invariance and the axiomatics of income tax progression: a comment", *Bulletin of Economic Research,* 40.

Blackorby, C. y Donaldson, D. (1978), "Measures of relative equality and their meaning in terms of social welfare", *Journal of Economic Theory,* 18.

Chakravarty, S. R. (1990), *Ethical social index numbers,* New York: Springer.

Dagum, C. (1997), "A new decomposition of the Gini income inequality ratio", *Empirical Economics,* 22.

Ebert, U. (1988), "Measurement of inequality: an attempt at unification and generalization", *Social Choice and Welfare,* 5.

Ebert, U. y Moyes, P. (2000), "Consistent income tax structures when households are heterogeneous", *Journal of Economic Theory,* 90.

Imedio Olmedo, L. J. (1995), "Algunas consideraciones sobre imposición y bienestar social", *Hacienda Pública Española,* 135.

Imedio Olmedo, L. J. (1996), *Distancias entre distribuciones de renta. Aplicación a la imposición,* Tesis Doctoral, Secretariado de Publicaciones, Universidad de Málaga.

Jakobsson, U. (1976), "On the measurement of degree of progression", *Journal of Public Economics,* 5.

Kakwani, N. C. (1977a), "Applications of Lorenz curves in economic analysis", *Econometrica,* 45.

Kakwani, N. C. (1977b), "Measurement of tax progressivity: an international comparison", *Economic Journal,* 87.

Kakwani, N. C. (1984), "Welfare ranking of income distributions", *Advances in Econometrics,* 3.

Kolm, S. C. (1976), "Unequal inequalities I y II", *Journal of Economic Theory,* 12 y 13.

Lambert, P. J. (1994), "Measuring progressivity with differences in tax treatment", en J. Creedy: *Taxation, poverty and income distribution,* Cambridge: Edward Elgar, University Press. Versión en español en *Hacienda Pública Española,* 129-2/1994.

Lambert, P. J. (1996), *La distribución y redistribución de la renta. Un análisis matemático,* Madrid: Instituto de Estudios Fiscales.

Lambert, P. J. y Aronson J. R. (1993), "Inequality decomposition analysis and the Gini coefficient revisited", *Economic Journal,* 103.

Mookherjee, D. y Shorrocks, A. F. (1982), "A descomposition analysis of the trend in U.K. income inequality", *Economic Journal,* 92.

Moyes, P. y Shorrocks, A. F. (1993), "Redistributive taxation and differences in needs: a benchmark result and a research agenda", en *Models and measurement of welfare and inequality,* Heidelberg: Ed. W. Eichhorn, Springer Verlag.

Moyes, P. y Shorrocks, A. F. (1998), "The impossibility of a progressive tax structure", *Journal of Public Economics,* 69.

Musgrave, R. y Thin, T. (1948), "Income tax progression, 1929-48", *Journal of Political Economy,* LVI (6).

Ok, E. A. (1997): "A note on the existence of progressive tax systems", *Social Choice and Welfare,* 14.

Ok, E. A. y Lambert, P. J. (1999), "On evaluating social welfare by sequential generalized Lorenz dominance", *Economics Letters,* 63.

Pfingsten, A. (1986), "The measurement of tax progression", *Studies in Contemporary Economic,* 20, Berlín: Springer.

Reynolds, M. y Smolensky, E. (1977), *Public expenditure, taxes and the distribution of income,* New York: Academic Press.

Sen, A. K. (1973), *On economic inequality,* London: Oxford University Press.

Shorrocks, A. F. (1980), "The class of additively decomposable inequality measures", *Econometrica,* 48.

Shorrocks, A. F. (1982), "Inequality decomposition by factor components", *Econometrica,* 50.

Shorrocks, A. F. (1983), "Ranking income distribution", *Economica,* 50.

Abstract

Starting from the Gini index decomposition, in this paper it is analysed the effect of the application of a tax code on the inequality and welfare level in a population divided into homogeneous subpopulations in all respects, other than income, that have fiscal incidence.

Keywords: tax code, inequality, welfare.

JEL classification: D63.