Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública, 167-(4/2003): 57-85

Códigos impositivos lineales. Su efecto sobre poblaciones heterogéneas *

LUIS J. IMEDIO OLMEDO
ENCARNACIÓN M. PARRADO GALLARDO
MARÍA DOLORES SARRIÓN GAVILÁN
Universidad de Málaga

Recibido: Noviembre, 2002
Aceptado: Septiembre, 2003

Resumen

En este trabajo se considera una población de contribuyentes heterogénea respecto de las características que, además de la renta, tienen incidencia fiscal. Realizada una partición finita de esa población en subpoblaciones homogéneas, se proponen distintas definiciones de progresividad (relativa y absoluta) basadas en relaciones de dominancia, ordinaria o secuencial. Además se caracterizan los códigos impositivos formados por tarifas lineales con un tipo marginal común que son progresivos de acuerdo con dichas definiciones.

Palabras clave: Diferencias en necesidades, dominancia ordinaria, dominancia secuencial, desigualdad relativa, desigualdad absoluta, tarifa lineal.

Clasificación JEL: D31, D63, H24.

1. Introducción

En una población de contribuyentes homogénea respecto al conjunto de características y circunstancias que, además de la renta, tienen incidencia fiscal, un impuesto sobre la renta es progresivo, en sentido relativo, si y sólo si su tipo medio es creciente a lo largo de la escala de rentas. En tal caso, la curva de Lorenz de la distribución de renta después de impuestos domina a la de la distribución de renta antes de impuestos (Jakobsson, 1976; Fellman, 1976), de manera que la aplicación del impuesto disminuye la desigualdad relativa existente en la distribución inicial. La progresividad en términos absolutos sólo exige que los tipos marginales sean positivos, en cuyo caso la curva de Lorenz absoluta después de impuestos domina a la correspondiente antes de impuestos (Moyes, 1988), lo que implica la disminución de la desigualdad absoluta inicial. El alcance práctico de ambos resultados es bastante limitado, ya que las unidades impositivas pueden diferir, además de en renta, en otras características que

* Agradecemos el trabajo realizado por dos evaluadores anónimos, cuyas sugerencias y observaciones han contribuido a la mejora y matización conceptual de la versión inicial.

tengan incidencia fiscal, como pueden ser: tamaño y composición, edad de sus miembros, estado civil, etc.

Al abordar la imposición en una población heterogénea incorporando diferencias de tratamiento fiscal basadas en factores ajenos a la renta, es habitual suponer que la distribución del impuesto no está generada por una única tarifa $t(x)$ aplicable a todas las unidades impositivas, sino mediante un código impositivo $\{t_1(x), t_2(x), ..., t_k(x)\}$ constituido por k tarifas diferentes que se aplican a las distintas subpoblaciones de contribuyentes, $\{A_i\}_{1\leq i\leq k}$, homogéneas respecto al conjunto de características, diferentes a la renta, que tienen incidencia fiscal. En este caso, como las distribuciones de renta existentes en esas subpoblaciones pueden presentar solapamiento, un mismo nivel de renta puede estar gravado de forma diferente.

El análisis de la progresividad de un código conlleva la dificultad de no contar con una definición, en este contexto, que generalice a la conocida para población homogénea y que sea de aceptación unánime, por lo que es objeto de líneas recientes de investigación (Aronson y otros, 1994; Lambert, 1993, 1994; Ok, 1997; Moyes y Shorrocks, 1993, 1998; Moyes y Trannoy, 1999; De Donder, 2000[1]; Ebert y Moyes, 2000; Imedio y Bárcena, 2002; Bazen y Moyes, 2002). Todos estos trabajos tienen en común el identificar progresividad con disminución de la desigualdad en términos de renta (efecto redistributivo).

Aunque no pretendemos ofrecer un panorama de los resultados obtenidos hasta ahora sobre la imposición en poblaciones heterogéneas, nos parece conveniente aludir a los que tuvieron mayor contribución al planteamiento del problema, para delimitar el contexto en el que se sitúa nuestra aportación.

En Lambert (1993) se demuestra que si se considera una partición en dos subpoblaciones y la renta de los más pobres está menos concentrada en una de ellas que en la otra, existen sistemas impositivos que disminuyen la desigualdad en la población total. En dicho trabajo también se establece que no existe ninguna estructura impositiva diferenciada que garantice una reducción global de la desigualdad para cualquier distribución de renta antes de impuestos. Esto es, dado cualquier conjunto finito de tarifas diferentes y progresivas, es posible encontrar sendas distribuciones de renta tales que, en términos globales, y tras la aplicación del código, la desigualdad se incremente en una de ellas y disminuya en la otra.

La generalización del criterio de Lorenz, cuando las unidades impositivas se clasifican de forma monótona según sus necesidades, mediante el criterio de dominancia secuencial propuesto por Atkinson y Bourguignon (1987), cuyo soporte de tipo utilitarista se matiza en Ok y Lambert (1999), tampoco llega a proporcionar métodos que permitan diseñar impuestos cuya aplicación implique una reducción de la desigualdad, cualquiera que sea la distribución inicial de renta. Como se demuestra en Moyes y Shorrocks (1998), el único sistema fiscal que no aumenta la desigualdad según el criterio secuencial de Lorenz relativo es el que grava a todas las unidades de forma proporcional, cualesquiera que sean su renta y su tipo. En definitiva, no existe ningún sistema fiscal estrictamente igualador en el sentido de la dominancia secuencial [2]. Por lo tanto, es imposible diseñar una estructura impositiva estrictamente progresiva, en ese sentido, cuando se consideran grupos heterogéneos. Sin embargo, imponiendo alguna restricción sobre el conjunto de distribuciones de renta admisibles, algunos autores solucionan parcialmente el problema.

Así, si lo que importa es que el sistema fiscal reduzca la desigualdad para las distribuciones iniciales que se presentan en la práctica, quizás sea poco útil imponer esta condición a distribuciones que difícilmente se realizarán. En esta línea, Ok (1997) demuestra que si del conjunto de distribuciones de renta antes de impuestos se excluyen las pertenecientes a un entorno (según la métrica euclídea) de las igualitarias, existe una infinidad numerable de códigos impositivos que reducen la desigualdad no sólo en cada subpoblación sino también en la población total [3].

En ninguno de los trabajos citados se llega a proponer una definición de desigualdad en un contexto multidimensional, a partir de la distribución conjunta de la renta y las necesidades. Por ejemplo, en Ebert y Moyes (2001) se consideran distribuciones de renta con un sistema de ponderaciones asociado, mediante el que se incorporan las diferencias en necesidades pero que, en definitiva, pretende reducir el problema al caso homogéneo [4].

Un modo alternativo de enfocar el problema, sobre todo en los estudios de carácter empírico, consiste en recurrir a las escalas de equivalencia. Con la aplicación de una de ellas se determinan los niveles de vida de las diferentes unidades y se obtiene una distribución ficticia de rentas comparables, en función del tipo de unidad que se tome como referencia. En Ebert y Moyes (2000) se caracterizan los sistemas impositivos que reducen la desigualdad, en términos de renta equivalente, y se expresa el impuesto que recae sobre cada tipo de contribuyente en función del correspondiente al tipo de referencia y de la transformación equivalente. En este caso el sistema fiscal, en su conjunto, es progresivo si lo es la tarifa asociada al conjunto de unidades que integran la subpoblación de referencia. Este procedimiento conlleva, al menos, dos dificultades. Los resultados de las comparaciones entre distintas distribuciones, en términos de desigualdad, son sensibles no sólo a la elección de la escala de equivalencia, sino también al sistema de ponderaciones utilizado para construir la distribución equivalente (Bourguignon, 1993).

En este trabajo se considera una distribución de renta sobre un conjunto de unidades impositivas heterogéneo en relación a necesidades que, además de la renta, inciden en la carga fiscal. Sobre ese conjunto se define una partición finita en subpoblaciones homogéneas con respecto a dichas necesidades. Se supone, además, que los niveles de necesidad se pueden ordenar de modo estrictamente creciente [5]. Para una partición de este tipo, se proponen dos definiciones de progresividad en términos relativos, junto a sus homólogas en términos absolutos, que, en cierta medida, generalizan el concepto de progresividad habitual en poblaciones homogéneas.

En cada una de esas definiciones se imponen dos condiciones. La primera exige que cada una de las tarifas del código sea progresiva en el sentido habitual del término. La segunda condición se establece en términos de dominancia, ordinaria o secuencial, entre la curva de concentración de la renta después de impuestos y la curva de Lorenz de la distribución de renta inicial. Por lo tanto, esta condición no implica una reducción de la desigualdad en términos de renta, sino que, para cada nivel de renta inicial, el conjunto de unidades cuya renta es inferior a ese nivel aumente su participación relativa, o disminuya su déficit medio de renta (en el caso de progresividad absoluta), al pasar de la distribución inicial a la distribución después de impuestos.

Estas definiciones de progresividad se particularizan al caso de un código impositivo cuyas tarifas son lineales con un tipo marginal común y que se diferencian en la deducción asociada a los distintos tipos de unidades en función de su nivel de necesidades, de forma que todos los contribuyentes pertenecientes a una misma subpoblación se practican idéntica deducción. Para un código de este tipo, se obtienen las condiciones necesarias y suficientes sobre el sistema de deducciones para que sea progresivo en el sentido propuesto.

Aunque para una parte de este planteamiento basta suponer que las necesidades tienen un carácter puramente ordinal, al definir las tarifas del código lineal es necesario cuantificar el conjunto de deducciones. Los resultados que se obtienen no dependen de los valores específicos de las deducciones, sino del modo en que éstas se distribuyan entre las distintas subpoblaciones. Concretamente, la condición que caracteriza a los sistemas de deducciones asociados a los códigos progresivos se expresa a partir de una relación de dominancia entre la curva de concentración de dicho sistema y la curva de Lorenz de la distribución inicial de la renta, por lo que los parámetros del código están condicionados por los de la distribución de la renta sobre la que incide. Sin embargo, hay que señalar que, una vez satisfecha esa condición, la cuantía de las deducciones incide en el nivel de recaudación y en el grado de progresividad del sistema, no en su carácter.

La implantación efectiva de un código lineal como el considerado exige que, una vez realizada la partición de la población de contribuyentes según niveles de necesidades, la administración fiscal disponga de información detallada de la distribución de la renta antes de impuestos, circunstancia totalmente factible, en el sentido de conocer la proporción de unidades pertenecientes a cada uno de los niveles establecidos y sus respectivas participaciones en el volumen total de renta inicial. El número de niveles a considerar tiene carácter discrecional.

La elección de un código impositivo lineal como el descrito para analizar de modo más específico las implicaciones que suponen las definiciones propuestas de progresividad en una población heterogénea, está motivada no sólo porque su tratamiento analítico sea relativamente sencillo, sino también por su interés práctico. Es evidente que para otras formas funcionales de las tarifas del código no sería factible, en general, la obtención de las expresiones de las diferentes curvas de concentración de la carga fiscal, o de las asociadas a la distribución de renta disponible, a partir de las curvas de Lorenz de las distribuciones de renta inicial en cada una de las subpoblaciones de la partición. Sin embargo, el impuesto lineal sobre la renta o estructuras impositivas tendentes a la linealización constituyen alternativas que se vienen planteando de forma recurrente desde hace décadas [6]. En nuestro país se han realizado numerosas propuestas en este sentido, como las de González Páramo (1986, 1991), Fuentes Quintana (1987), Zabalza (1987), Marín (1989), Imedio (1996) o Ruiz Huerta *et al.* (1996), que han mantenido abierto un debate reactivado recientemente a raíz del informe elaborado en el año 2001 por una comisión de expertos, a instancia del partido socialista, que contiene una propuesta sobre la reforma del IRPF en la que se aboga, con algunos matices, por la implantación de un impuesto de este tipo [7]. El código lineal que proponemos y el estudio de su progresividad aborda, desde un punto de vista formal, la misma problemática.

El desarrollo de este artículo sigue el siguiente esquema. En la sección siguiente se establece el marco de análisis, haciendo referencia a conceptos y resultados previos que faciliten la lectura posterior. Se obtienen las relaciones existentes entre las curvas de Lorenz, relativas o absolutas, asociadas a las distribuciones de renta de la población o del conjunto de unidades cuyas necesidades superan un nivel dado y sus homólogas en las subpoblaciones. También se obtienen las relaciones análogas a las anteriores para las curvas de concentración de la carga fiscal. En la sección tercera se proponen distintas definiciones de progresividad impositiva en poblaciones heterogéneas, se analiza su significado y se justifica que constituyen una generalización de este concepto para el caso de población homogénea. En la sección cuarta se establecen, en primer lugar, las características de los códigos lineales objeto de estudio. A continuación, se incluyen algunos resultados sobre el efecto de un impuesto lineal en una población homogénea. Aunque ello suponga alargar el texto con cuestiones ya tratadas en la literatura, nos parece conveniente su inclusión por razones de claridad expositiva, ya que con ello no sólo se pone de manifiesto la incidencia de cada una de las tarifas del código sobre su correspondiente subpoblación, sino también la analogía formal existente entre las curvas de concentración de la carga fiscal y de la distribución de la renta después de impuestos tras la aplicación del código lineal considerado, y las de sus homólogas en el caso homogéneo. La sección quinta está dedicada a la caracterización de la progresividad, relativa o absoluta, para el código propuesto, tanto en el sentido de Lorenz ordinario como en el secuencial. En la última sección se incluyen algunas observaciones y se sintetizan los resultados obtenidos.

2. Notación y cuestiones preliminares

Sea A una población de unidades económicas, cuyo tamaño es n, en la que se realiza una partición en k subpoblaciones, $A_1, A_2, ..., A_k$, homogéneas en relación a características de sus elementos que inciden en la carga impositiva, diferentes al nivel de renta, de tamaños respectivos n_i, $1 \le i \le k$, $\sum_{i=1}^{k} n_i = n.$ Supondremos que la distribución de la renta en A está representada por una variable, X, con función de distribución $F(.)$, media μ y curva de Lorenz [8]:

$$L(F(x)) = \frac{1}{\mu}\int_0^x s dF(s) \qquad [1]$$

y en cada A_i, mediante una distribución $F_i(.)$ con media μ_i y curva de Lorenz $L_i(F_i(.))$, $1 \le i \le k$.

Si s_i y q_i representan, respectivamente, las participaciones de la subpoblación i-ésima en el tamaño poblacional y en el volumen total de renta antes de impuestos:

$$s_i = \frac{n_i}{n}, \; q_i = \frac{n_i \mu_i}{n\mu}, \qquad i = 1,\ 2, ...,\ k, \qquad \sum_{i=1}^{k} s_i = \sum_{i=1}^{k} q_i = 1\,, \qquad [2]$$

se verifica:

$$\mu = \sum_{i=1}^{k} s_i \mu_i \qquad [3]$$

mientras que la relación entre la función de distribución de la población y la de las subpoblaciones, así como la existente entre sus respectivas curvas de Lorenz, vienen dadas por:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{k} s_i F_i(x), \qquad L(F(x)) = \sum_{i=1}^{k} q_i L_i(F_i(x)) \qquad [4]$$

Esto es, la función de distribución para la población es una media ponderada de las funciones de distribución de las subpoblaciones, siendo las ponderaciones las participaciones de cada una de ellas en el tamaño de la población total. Una relación análoga se presenta entre las curvas de Lorenz, aunque en ella las ponderaciones coinciden con las participaciones de las subpoblaciones en la masa total de renta.

En adelante supondremos que los diferentes niveles de necesidades que determinan la partición de la población en k subpoblaciones homogéneas, están ordenados de forma creciente, de manera que $i < j$ implica que los contribuyentes de la subpoblación A_i presentan un menor nivel de necesidades que los pertenecientes a A_j.

Para abordar la dominancia secuencial de Lorenz es necesario obtener las expresiones de las funciones de distribución y de las curvas de Lorenz que corresponden al conjunto de unidades cuyo nivel de necesidad es mayor o igual que uno dado. En lo sucesivo, con el subíndice $_{(\geq i)}$ se hará referencia al conjunto $A_{(\geq i)} = \bigcup_{j=i}^{k} A_j$, unión de las subpoblaciones cuyo nivel de necesidades es mayor o igual que i. Así, $F_{(\geq i)}(.)$ representa la función de distribución de la renta en dicho conjunto, $\mu_{(\geq i)}$ su renta media y $L_{(\geq i)}(.)$ su curva de Lorenz. Para un nivel de renta dado, x, $F_{(\geq i)}(x)$ es la proporción de unidades con renta menor o igual que x en $A_{(\geq i)}$, mientras que $L_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x))$ es la participación que esas unidades tienen en el volumen total de renta de $A_{(\geq i)}$. Es evidente que $F_{(\geq 1)}(x)$, $\mu_{(\geq 1)}$ y $L_{(\geq 1)}(F_{(\geq 1)}(x))$ coinciden, respectivamente, con la función de distribución, la renta media y la curva de Lorenz de la población total, $A = A_{(\geq 1)}$.

Mediante un cálculo sencillo, se obtienen las relaciones siguientes:

$$\mu_{(\geq i)} = \frac{\sum_{j=i}^{k} s_j \mu_j}{\sum_{j=i}^{k} s_j}, \quad F_{(\geq i)} = \frac{\sum_{j=i}^{k} s_j F_j}{\sum_{j=i}^{k} s_j}, \quad L_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}) = \frac{\sum_{j=i}^{k} q_j L_j(F_j)}{\sum_{j=i}^{k} q_j}, \quad 1 \leq i \leq k \qquad [5]$$

Es decir, la renta media, la función de distribución de la renta y la curva de Lorenz en $A_{(\geq i)}$ se obtienen como medias ponderadas de sus homólogas en las subpoblaciones A_j, $j \geq i$.

Aunque hasta ahora sólo se ha hecho referencia a curvas de Lorenz relativas, mediante las cuales se puede caracterizar la progresividad de un impuesto en términos relativos (tipos medios crecientes), que es el marco de análisis más habitual, cabe también considerar la progresividad minimal o absoluta, propuesta por Fei (1981). Esta última supone que la aplicación del impuesto, en una población homogénea, disminuye la desigualdad absoluta, invariante frente a cambios de origen, y sólo requiere que la carga fiscal sea una función creciente del nivel de renta, en cuyo caso la curva de Lorenz absoluta de la distribución de renta disponible domina a la asociada a la distribución inicial (Moyes, 1988). Si el impuesto es siempre positivo la progresividad relativa implica la absoluta. Sin embargo, ambas nociones de progresividad son independientes si, como sucede en el impuesto lineal, existen contribuyentes cuya cuota sea negativa.

La curva de Lorenz absoluta para la población se define mediante:

$$LA(F(x)) = \mu(L(F(x)) - F(x)), \qquad [6]$$

y su valor en el percentil $p = F(x)$ representa el déficit de renta que, por término medio, soporta el conjunto de individuos cuya renta es menor o igual que x respecto al conjunto de la población [9].

A partir de la igualdad anterior y de [4], se obtiene la expresión de $LA(.)$ en términos de las correspondientes a las subpoblaciones:

$$LA(F(x)) = \sum_{i=1}^{k} s_i LA_i(F_i(x)) + \mu\left(\sum_{i=1}^{k} q_i F_i(x) - F(x)\right) \qquad [7]$$

Esto es, la curva de Lorenz absoluta de la población se expresa como suma de dos componentes: una media ponderada de las curvas de Lorenz absolutas de las subpoblaciones y la curva de concentración absoluta asociada a la distribución de las rentas medias en la población [10].

Para considerar la dominancia secuencial absoluta es necesario obtener la curva de Lorenz absoluta que corresponde a la distribución de la renta en $A_{(\geq i)}$, $1 \leq i \leq k$. Es sencillo comprobar, utilizando [5], que dicha curva tiene la siguiente expresión:

$$LA_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = \frac{\sum_{j=i}^{k} s_j LA_j(F_j(x))}{\sum_{j=i}^{k} s_j} + \mu_{(\geq i)}\left(\frac{\sum_{j=i}^{k} q_j F_j(x)}{\sum_{j=i}^{k} q_j} - F_{(\geq i)}(x)\right) \qquad [8]$$

donde, como en el caso anterior, el primer sumando es una media ponderada de las curvas de Lorenz absolutas de las distribuciones de renta existentes en cada subpoblación A_j, $j \geq i$, mientras que el segundo sumando es la curva de concentración absoluta asociada a la distribución de las rentas medias en $A_{(\geq i)}$.

Al aplicar el sistema impositivo $\{t_1(x), t_2(x), ..., t_k(x)\}$, si R es la recaudación total, $\alpha = R/n\mu$ es el tipo medio agregado de la población, $\tau = \mu\alpha$ es el impuesto medio y $\mu(1-\alpha) = \mu-\tau$ la renta media después de impuestos. Mediante R_i, α_i, τ_i, y $\mu_i(1-\alpha_i) = \mu_i-\tau_i$

se representarán los parámetros impositivos correspondientes a la subpoblación A_i cuya tarifa es $t_i(x)$. Se puede comprobar fácilmente que:

$$\alpha = \sum_{i=1}^{k} q_i \alpha_i , \quad \tau = \sum_{i=1}^{k} s_i \tau_i \tag{9}$$

Cuando se haga referencia a la distribución de la renta después de impuestos, en la población o en las subpoblaciones, para las diferentes medidas estadísticas se utilizará la notación utilizada hasta ahora afectada por el superíndice *. Así,

$$q_i^* = \frac{n_i \mu_i^*}{n\mu^*} = \frac{n_i \mu_i (1-\alpha_i)}{n\mu(1-\alpha)} = q_i \frac{1-\alpha_i}{1-\alpha} \quad , \quad \sum_{i=1}^{k} q_i^* = 1 \tag{10}$$

representará la participación de la subpoblación i-ésima en la renta total disponible.

La curva de concentración relativa de la carga fiscal en la población, $L_T(F(.))$, mide, para cada nivel de renta x, la proporción de recaudación que soporta el conjunto de contribuyentes con renta menor o igual que x. Es inmediato comprobar que su relación con las correspondientes a las subpoblaciones es:

$$L_T(F(x)) = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{k} s_i \tau_i L_{T,i}(F_i(x)) \tag{11}$$

En el conjunto $A_{(\geq i)}$, $1 \leq i \leq k$, la curva de concentración relativa del impuesto se expresa como:

$$L_{T,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = \frac{\sum_{j=i}^{k} s_j \tau_j L_{T,j}(F_j(x))}{\sum_{j=i}^{k} s_j \tau_j} \tag{12}$$

Las curvas de concentración absolutas de la carga impositiva en cada subpoblación, en la población total [11] y en $A_{(\geq i)}$, $1 \leq i \leq k$, vienen dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} &LA_{T,i}(F_i(x)) = \tau_i (L_{T,i}(F_i(x)) - F_i(x)) \\ &LA_T(F(x)) = \tau (L_T(F(x)) - F(x)) \\ &LA_{T,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = \tau_{(\geq i)} (L_{T,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) - F_{(\geq i)}(x)), \end{aligned} \tag{13}$$

siendo $\tau_{(\geq i)} = \frac{\sum_{j=i}^{k} s_j \tau_j}{\sum_{j=i}^{k} s_j}$ el impuesto medio en $A_{(\geq i)}$. A partir de [11] y [12] se obtienen las relaciones:

$$LA_T(F(x)) = \sum_{i=1}^{k} s_i LA_{T,i}(F_i(x)) + \tau \left(\sum_{i=1}^{k} s_i \frac{\tau_i}{\tau} F_i(x) - F(x) \right) \tag{14}$$

$$LA_{T,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = \frac{\sum_{j=i}^{k} s_j LA_{T,j}(F_j(x))}{\sum_{j=i}^{k} s_j} + \tau_{(\geq i)} \left(\frac{\sum_{j=i}^{k} s_j \tau_j F_j(x)}{\sum_{j=i}^{k} s_j \tau_j} - F_{(\geq i)}(x) \right) \quad [15]$$

La primera de ellas indica que la curva de concentración absoluta de la carga fiscal en la población es suma de una media ponderada de las correspondientes a las subpoblaciones, junto a otro sumando que coincide con la curva de concentración absoluta asociada a la distribución de los impuestos medios. La igualdad [15] tiene un significado análogo en relación al conjunto de unidades pertenecientes a $A_{(\geq i)}$.

3. Definiciones de progresividad para códigos impositivos sobre poblaciones heterogéneas

Al tratar de generalizar el concepto de progresividad al contexto que estamos considerando, parece natural imponer la condición de que cada tarifa sea progresiva, en el sentido habitual, sobre su correspondiente subpoblación. El problema se plantea al especificar aquellas condiciones que se refieren a la incidencia del código sobre la población total o las subpoblaciones $A_{(\geq i)}$. En este sentido, la opción más inmediata sería la de imponer condiciones en términos de dominancia, ordinaria o secuencial, entre las curvas de Lorenz asociadas a la distribución de la renta después de impuestos y las curvas de Lorenz de la distribución antes de impuestos. Sin embargo, dado que con la aplicación de un código puede tener lugar una reordenación de las unidades impositivas respecto a sus niveles de renta inicial (un mismo nivel de renta puede estar gravado de forma diferente según la subpoblación a la que pertenezca) resulta que, salvo para distribuciones concretas de la renta inicial, no es posible expresar en general la función de distribución de la renta disponible a partir de la inicial y, en consecuencia, no podemos obtener la curva de Lorenz de la distribución después de impuestos.

Las consideraciones anteriores nos llevan a proponer como condición de progresividad relaciones de dominancia entre las curvas de concentración asociadas a la distribución de renta disponible y las curvas de Lorenz de la distribución antes de impuestos. Concretamente, para la progresividad relativa del código se proponen las siguientes definiciones.

Definición 1. El código impositivo $\{t_1(x), t_2(x), ..., t_k(x)\}$ es progresivo en el sentido de Lorenz relativo (LR-progresivo) si se verifica:

1) Cada una de sus componentes es una tarifa progresiva (su tipo medio es una función creciente del nivel de renta) en su respectiva subpoblación, lo que equivale (Jakobsson, 1976; Fellman, 1976) a:

$$L_i^*(p) \geq L_i(p),\ p = F_i(x),\ 1 \leq i \leq k \quad [16]$$

2) En la población, la curva de concentración de la distribución de la renta tras la aplicación del código domina, L_C^*, a la curva de Lorenz de la distribución inicial:

$$L_C^* (p) \geq L (p), p = F(x) \qquad [17]$$

Definición 2. El código $\{t_1(x), t_2(x), ..., t_k(x)\}$ es progresivo en el sentido de Lorenz secuencial relativo (LSR-progresivo) si se verifica la condición 1) de la definición anterior junto con la siguiente:

2′) Fijado cualquier nivel de necesidades, i, en el conjunto $A_{(\geq i)}$ la curva de concentración de la renta disponible, $L^*_{C,(\geq i)}$, domina a la curva de Lorenz de la renta antes de impuestos:

$$L^*_{C,(\geq i)}(p) \geq L_{(\geq i)}(p) \ , \ p = F_{(\geq i)}(x), \qquad 1 \leq i \leq k. \qquad [18]$$

Es evidente que la LSR-progresividad implica la LR-progresividad ya que la condición 2) es un caso particular de 2′) para $i = 1$.

La expresión [17] implica que para cualquier nivel de renta inicial x, la participación relativa del conjunto de unidades con renta menor o igual que x en el volumen total de renta de la población, es mayor o igual en la distribución después de impuestos que en la distribución inicial.

En el supuesto secuencial, se considera la subpoblación más necesitada, A_k. En ella la tarifa t_k es progresiva. A continuación se agrega al grupo anterior el conjunto de unidades que le anteceden según nivel de necesidades, $A_{(\geq k-1)} = A_{k-1} \cup A_k$, y se impone no sólo que t_{k-1} sea progresiva sobre A_{k-1}, sino también que en el conjunto $A_{(\geq k-1)}$ y para cada nivel de renta inicial dado, no disminuya la participación relativa en el volumen total de renta del conjunto de unidades con renta menor o igual a dicho nivel, al pasar de la distribución inicial a la que resulta de aplicar $\{t_{k-1}, t_k\}$. Este proceso de agregación se repite sucesivamente y con él la correspondiente condición de progresividad hasta abarcar toda la población. En la relación de dominancia secuencial se está considerando la distribución conjunta de la renta y de las necesidades. Las curvas de Lorenz y de concentración que figuran en la expresión [18] son las asociadas a distribuciones condicionadas de la renta para un nivel de necesidades mayor o igual a uno prefijado.

Es conveniente observar que las condiciones 2) y 2′) de las definiciones anteriores también se pueden expresar a partir de las curvas de concentración de la carga impositiva. En efecto, al igual que sucede cuando el impuesto se define mediante una tarifa única para toda la población, para el caso de un código es inmediata, a partir de [4], [9] y [11], la siguiente relación:

$$L(p) = \alpha L_T(p) + (1 - \alpha)\, L_C^* (p), p = F(x), \qquad [19]$$

siendo α el tipo medio globlal del código. Es decir, la curva de Lorenz antes de impuestos es una media ponderada de la curva de concentración de la carga impositiva y de la curva de concentración de la renta neta. Como consecuencia, resulta:

$$(L_C^*(p) \geq L(p)) \Leftrightarrow (L(p) \geq L_T(p)), \; p = F(x) \qquad [20]$$

Por lo tanto, la condición 2) de la Definición 1 equivale a que para cualquier nivel de renta inicial x, la participación relativa del conjunto de unidades con renta menor o igual que x en el total de la carga impositiva, no supere la participación de dicho conjunto en el volumen total de renta inicial.

La misma observación es válida para el caso secuencial al satisfacerse una igualdad como la [19] para los $A_{(\geq i)}$, $1 \leq i \leq k$.

En las condiciones 2) y 2′) de las Definiciones 1 y 2, la progresividad se está identificando con la desviación de la proporcionalidad (comparando implícitamente el efecto del código con el de la tarifa proporcional, equivalente en recaudación, definida sobre el conjunto de la población [12]). La medición del efecto redistributivo exigiría la comparación entre curvas de Lorenz antes y después de impuestos. Como es sabido, la relación entre estas curvas viene dada por:

$$L(p) - L^*(p) = L(p) - L_C^*(p) - (L^*(p) - L_C^*(p)), \; p = F(x) \qquad [21]$$

El primer miembro de la igualdad anterior recoge, en cada percentil de renta, el efecto redistributivo, que se puede expresar mediante dos componentes: la primera incorpora la progresividad del sistema impositivo en el sentido antes comentado y la segunda recoge el efecto negativo que, sobre la redistribución, implica la posible reordenación de las unidades impositivas respecto a la existente según sus rentas iniciales (en ese supuesto, $L^*(p) \leq L_C^*(p), \; 0 \leq p \leq 1$). Ésta será la situación habitual al aplicar un sistema impositivo diferenciado. En ausencia de reordenación $(L^*(p) = L_C^*(p), \; 0 \leq p \leq 1)$, se identifica progresividad y redistribución.

En relación a la progresividad absoluta damos otras dos definiciones, que son la adaptación de las anteriores a este caso.

Definición 3. El código impositivo $\{t_1(x), t_2(x), ..., t_k(x)\}$ es progresivo en el sentido de Lorenz absoluto (LA-progresivo) si verifica:

1) Cada una de sus tarifas es creciente en su respectiva subpoblación, lo que equivale (Moyes, 1988) a:

$$LA_i^*(p) \geq LA_i(p), \; p = F_i(x), \; 1 \leq i \leq k \qquad [22]$$

2) En la población, la curva de concentración absoluta de la distribución de la renta tras la aplicación del código domina a la curva de Lorenz absoluta de la distribución inicial:

$$LA_C^*(p) \geq LA(p), \; p = F(x) \qquad [23]$$

Definición 4. El código impositivo $\{t_1(x), t_2(x), ..., t_k(x)\}$ es progresivo en el sentido de Lorenz secuencial absoluto (LSA-progresivo) si verifica la condición 1) de la definición anterior, junto a:

2′) La curva de concentración absoluta de la renta después de impuestos asociada al conjunto $A_{(\geq i)}$, $1 \leq i \leq k$, domina a la curva de Lorenz absoluta de la renta antes de impuestos:

$$LA^{*}_{C,(\geq i)}(p) > LA_{(\geq i)}(p), \;\; p = F_{(\geq i)}(x), \;\; 1 \leq i \leq k \qquad [24]$$

Como en el caso relativo, la LA-progresividad es un caso particular de la LSA-progresividad para $i = 1$.

La relación [23] equivale a que, para cualquier nivel de renta inicial x, la diferencia entre la renta media de la población y la renta media del conjunto de unidades con renta inicial menor o igual que x, es menor o igual en la distribución después de impuestos que en la distribución antes de impuestos. Esto es, la aplicación del código disminuye (al menos en sentido amplio) los déficit en renta media de quienes tienen menor renta. La relación [24] tiene el mismo significado en los subconjuntos $A_{(\geq i)}$, $1 \leq i \leq k$.

Como en el caso relativo, las condiciones 2) y 2′) de las Definiciones 3 y 4 se pueden expresar también mediante las curvas de concentración absolutas de la carga impositiva. En efecto, para la población total, teniendo en cuenta [6], [13] y [19], se satisface la relación:

$$LA(p) = LA_T(p) + LA^{*}_{C}(p), \; p = F(x) \qquad [25]$$

Es decir, la curva de Lorenz absoluta antes de impuestos es la suma de la curva de concentración absoluta de la carga impositiva y de la curva de concentración absoluta de la renta disponible. Como consecuencia, [23] se puede expresar como:

$$LA_T(p) \leq 0, \; p = F(x) \qquad [26]$$

lo que equivale a que el impuesto medio que recae sobre el conjunto de unidades con renta inicial no superior a una dada, sea menor o igual que el impuesto medio para el conjunto de la población.

Las mismas consideraciones son válidas para el caso secuencial al cumplirse en los $A_{(\geq i)}$, $1 \leq i \leq k$, igualdades análogas a [25].

También en este contexto cabe distinguir entre el efecto redistributivo y la progresividad (comparando la incidencia del código con la de la tarifa, equivalente en recaudación, que gravase por igual a todas las unidades), considerando la posible reordenación de las unidades impositivas respecto a sus rentas iniciales. Este análisis es muy similar al realizado para el caso relativo.

4. Códigos impositivos lineales

Realizada una partición de la población de unidades impositivas como la descrita en la sección segunda, supongamos que $\{t_1(x), t_2(x), ..., t_k(x)\}$ es un código impositivo formado por tarifas lineales, en el que $t_i(x)$ está definida mediante:

$$t_i(x) = m(x - a_i),\ 0 < m < 1 \qquad [27]$$

Es decir, todas las tarifas tienen el mismo tipo marginal y difieren en la cuantía de la deducción que cada una aplica a la renta imponible. El sistema impositivo de tarifas lineales que se acaba de describir se representará de forma más breve mediante CI_L.

Fijado el conjunto de deducciones, $D = \{a_i\}_{1 \le i \le k}$, la deducción media es:

$$a = \sum_{i=1}^{k} s_i a_i \qquad [28]$$

por lo que el impuesto medio y la renta media después de impuestos, para la población, se expresan como:

$$\begin{aligned} \tau &= \sum_{i=1}^{k} s_i \tau_i = m\sum_{i=1}^{k} s_i(\mu_i - a_i) = m(\mu - a) \\ \mu^* &= \sum_{i=1}^{k} s_i \mu_i^* = (1-m)\mu + ma = \mu - \tau, \end{aligned} \qquad [29]$$

siendo $\tau_i = m(\mu_i - a_i)$ y $\mu_i^* = (1 - m)\mu_i + ma_i$, $1 \le i \le k$, el impuesto medio y la renta media después de impuestos de la subpoblación A_i. Supondremos $a < \mu$ para que la recaudación total del código sea positiva.

Cuando se consideren los subconjuntos $A_{(\ge i)} = \bigcup_{j=i}^{k} A_j$ a fin de establecer relaciones de dominancia de tipo secuencial, la deducción media en $A_{(\ge i)}$ se expresará como:

$$a_{(\ge i)} = \frac{\sum_{j=i}^{k} s_j a_j}{\sum_{j=i}^{k} s_j},\ \ 1 \le i \le k \qquad [30]$$

El impuesto medio y la renta media después de impuestos serán, respectivamente:

$$\begin{aligned} \tau_{(\ge i)} &= \frac{\sum_{j=i}^{k} s_j \tau_j}{\sum_{j=i}^{k} s_j} = m(\mu_{(\ge i)} - a_{(\ge i)}),\ \ 1 \le i \le k, \\ \mu^*_{(\ge i)} &= \frac{\sum_{j=i}^{k} s_j \mu_j^*}{\sum_{j=i}^{k} s_j} = (1-m)\mu_{(\ge i)} + ma_{(\ge i)} = \mu_{(\ge i)} - \tau_{(\ge i)},\ \ 1 \le i \le k, \end{aligned} \qquad [31]$$

donde $\mu_{(\geq i)}$es la renta media inicial en $A_{(\geq i)}$. En este caso se supondrá $a_i < \mu_i$, $1 \leq i \leq k$, para que la recaudación sea positiva en cada uno de estos subconjuntos.

El análisis de la incidencia que la aplicación del código CI_L tiene sobre la distribución de la renta requiere conocer previamente el efecto de cada una de sus tarifas sobre la distribución existente en su correspondiente subpoblación. El epígrafe siguiente se ocupa de esta cuestión.

4.1. El impuesto lineal sobre una población homogénea [13]

Consideremos una población en la que los contribuyentes, a efectos fiscales, sólo difieran en sus respectivos niveles de renta y supongamos que sobre ella incide una tarifa lineal de la forma:

$$t(x) = m(x - a),\ 0 < m < 1,\ a > 0 \qquad [32]$$

Cada cuota es el resultado de aplicar un tipo único, m, a la diferencia entre la renta fiscal, x, de cada contribuyente y una deducción a, por lo que se convierte en una transferencia para las rentas menores que a.

A partir de la definición anterior es inmediato que el tipo marginal es constante a lo largo de la escala de rentas, $m = t'(x)$, $x > 0$, y que la función que asigna a cada nivel de renta su tipo medio, $a(x) = \frac{t(x)}{x} = m\left(1 - \frac{a}{x}\right),\ x > 0$, es estrictamente creciente, estrictamente cóncava y tiene como asíntota horizontal el tipo marginal. También es evidente que la aplicación de un impuesto lineal no modifica la ordenación inicial de los contribuyentes según sus niveles de renta, al ser $x–t(x)$ una función estrictamente creciente de x.

Una propiedad relevante del impuesto lineal es que su capacidad recaudatoria sólo depende de la renta media de la distribución sobre la que incide pero no del resto de características de dicha distribución. En efecto, si $F(x)$ es la función de distribución de la renta antes de impuestos y μ su renta media, el impuesto medio es:

$$\tau = \int_0^\infty m(x-a)dF(x) = m(\mu - a) = t(\mu) \qquad [33]$$

que coincide con el impuesto que recae sobre la renta media. En consecuencia, la recaudación es positiva si $a < \mu$. El tipo medio agregado, $\alpha = \frac{\tau}{\mu} = \frac{t(\mu)}{\mu}$, es igual al soportado por la renta media. Por lo tanto, la base imponible media junto a los parámetros del impuesto determinan el nivel de recaudación.

La curva de concentración relativa de la carga fiscal para esta tarifa tiene la siguiente expresión:

$$L_T(F(x)) = \frac{1}{\tau}\int_0^x t(s)dF(s) = \frac{1}{\mu - a}(\mu L(F(x)) - aF(x)) \qquad [34]$$

y, como consecuencia de la progresividad estricta del impuesto, para todo nivel de renta, es dominada por la curva de Lorenz de la distribución de renta inicial (Jakobsson, 1976; Fellman, 1976):

$$L(p) > L_T(p),\ 0 < p = F(x) < 1$$

La desviación de la proporcionalidad en la distribución de la carga tributaria se pone de manifiesto en la distancia vertical, en cada punto, entre ambas curvas.

El coeficiente de concentración relativa del impuesto lineal, que mide el grado de desigualdad relativa existente entre las cuotas impositivas, viene dado por:

$$C_T = 2\int_0^1 (p - L_T(p))dp = 2\frac{\mu}{\mu - a}\int_0^1 (p - L(p))dp = \frac{\mu}{\mu - a}G > G \qquad [35]$$

siendo G el índice de Gini de la distribución de la renta antes de impuestos. La igualdad anterior indica que la desigualdad relativa entre las cuotas es mayor que la existente entre las rentas iniciales y la magnitud de ese aumento depende del valor de la progresión de la cuota para la renta media [14], $LP(\mu) = \frac{\mu}{\mu - a} > 1$.

El índice de Kakwani (1977) de desviación de la proporcionalidad es el doble del área del recinto limitado por las curvas L y L_T. En el impuesto lineal, teniendo en cuenta [34] y [35], resulta:

$$K = 2\int_0^1 (L(p) - L_T(p))dp = \frac{a}{\mu - a}G = C_T - G > 0 \qquad [36]$$

Su valor es proporcional al índice de Gini de la distribución de renta antes de impuestos a través del factor $\frac{a}{\mu - a} = LP(\mu) - 1$ de modo que aumenta la progresividad al hacerlo la cuantía de la deducción.

Para evaluar el efecto redistributivo de la tarifa lineal es necesario obtener la curva de Lorenz de la distribución de renta después de impuestos. Teniendo en cuenta que la renta media tras la aplicación del impuesto es:

$$\mu^* = \mu - \tau = \mu(1 - \alpha) = (1 - m)\mu + ma \qquad [37]$$

resulta:

$$\begin{aligned} L^*(F(x)) &= \frac{1}{\mu^*}\int_0^x (s - t(s))dF(s) = \frac{1}{\mu^*}\int_0^x ((1-m)s + ma)dF(s) = \\ &= \frac{1}{\mu^*}\big((1-m)\mu L(F(x)) + maF(x)\big)\,. \end{aligned} \qquad [38]$$

Es decir, la curva de Lorenz de la distribución de la renta después de impuestos es una media ponderada de la curva de Lorenz de la distribución de renta inicial y de la línea de equidistribución [15].

Como consecuencia, $L^*(p)$, $p = F(x)$, domina estrictamente a $L(p)$: $L^*(p) > L(p)$, $p \in (0,1)$, y la distribución de la renta después de impuestos es más igualitaria en términos relativos que la distribución de la renta antes de impuestos. La magnitud de la capacidad redistributiva del impuesto viene dada por la distancia vertical entre ambas curvas, en cada percentil de renta.

El índice de Gini asociado a la distribución de renta disponible es:

$$G^* = 2\int_0^1 (p - L^*(p))dp = 2\frac{(1-m)\mu}{\mu^*}\int_0^1 (p - L(p))dp = \frac{(1-m)\mu}{\mu^*}G < G \qquad [39]$$

y su valor disminuirá al aumentar los parámetros del impuesto, a y m.

El índice de Reynolds-Smolensky (1977) es el doble del área del recinto limitado por las curvas L^* y L. Coincide con la variación de la desigualdad relativa, evaluada mediante el índice de Gini, como consecuencia de la aplicación del impuesto. En el caso lineal viene dado por:

$$RS = 2\int_0^1 (L^*(p) - L(p))dp = G - G^* = \frac{ma}{\mu^*}G > 0 \qquad [40]$$

y es una función estrictamente creciente de a y de m.

Por otra parte, al ser la tarifa lineal estrictamente creciente a lo largo de la escala de rentas, cumple la condición de progresividad mínima o absoluta. La valoración de su incidencia global sobre este tipo de desigualdad, se basa en la comparación de las curvas de Lorenz absolutas asociadas a las distribuciones de renta antes y después de impuestos. Esta última viene dada, teniendo en cuenta [38], mediante la expresión:

$$LA^*(F(x)) = \mu^*(L^*(F(x)) - F(x)) = (1 - m)LA(F(x)) \qquad [41]$$

por lo que al ser $0 < 1-m < 1$ y $LA(p)$ negativa, se verifica $LA^*(p) > LA(p)$, para todo $p = F(x) \in (0,1)$. Por lo tanto, la aplicación de un impuesto lineal disminuye la desigualdad absoluta, cualquiera que sea la distribución inicial de la renta, y esta disminución será mayor al aumentar el tipo marginal.

A partir de [39] resulta que el índice de Gini absoluto asociado a la distribución de renta después de impuestos, es:

$$GA^* = \mu^* G^* = (1 - m)\mu G = (1 - m)GA < GA \qquad [42]$$

y su valor disminuirá, de acuerdo con lo anterior, al aumentar el tipo marginal, m. El índice de Reynolds-Smolensky, en este contexto, es:

$$RSA = GA - GA^* = mGA, \qquad [43]$$

función estrictamente creciente de m.

La progresividad global en este contexto se identifica con la desviación respecto a la incidencia que tendría un impuesto de capitación de recaudación equivalente ($t(x) = \tau$, para todo $x > 0$). A partir de [34], la curva de concentración absoluta de la carga fiscal para la tarifa lineal es:

$$LA_T(F(x)) = \tau(L_T(F(x)) - F(x)) = mLAF(x)), \tag{44}$$

por lo que $LA(p) < LA_T(p) < 0$, $p = F(x) \in (0,1)$. Ello implica que la tarifa lineal es progresiva, en sentido absoluto, y que la desigualdad absoluta entre las cuotas es menor que la existente entre las rentas iniciales. El coeficiente de concentración absoluta del impuesto es:

$$CA_T = \tau C_T = mGA < GA, \tag{45}$$

menor que el índice absoluto de Gini antes de impuestos.

En definitiva, la progresividad y el efecto redistributivo de una tarifa lineal, en términos absolutos, no depende de la cuantía de la deducción ya que al aplicarla de modo uniforme a todos los niveles de renta se está realizando un cambio de origen en la distribución que deja invariante la desigualdad absoluta. Por el contrario, al aumentar el tipo marginal también lo hace la progresividad y la capacidad redistributiva absolutas del impuesto.

Estos resultados permiten afirmar que cada una de las tarifas de un CI_L es estrictamente progresiva, tanto en sentido relativo como absoluto, sobre su respectiva subpoblación, por lo que se satisfacen las primeras condiciones de las distintas definiciones de progresividad propuestas en la sección anterior. Sin embargo, esa condición no es suficiente para garantizar la progresividad del código. Para abordar esta cuestión hay que obtener, como paso previo, las curvas de concentración del impuesto y de la distribución de renta disponible que resultan al aplicar un CI_L.

4.2. Curvas e índices de concentración relativos

Como consecuencia del efecto de una tarifa lineal sobre una población homogénea, al aplicar el código CI_L la curva de concentración relativa de la carga fiscal en cada una de las subpoblaciones se expresa, a partir de [34], como:

$$L_{T,i}(F_i(x)) = \frac{m}{\tau_i}(\mu_i L_i(F_i(x)) - a_i F_i(x)), \quad 1 \le i \le k \tag{46}$$

de manera que la curva de concentración del impuesto en la población total, utilizando [2], [11], [29] y [46], es:

$$L_T(F(x)) = \frac{1}{\tau}\sum_{i=1}^{k} s_i \tau_i L_{T,i}(F_i(x)) = \frac{1}{\mu - a}\left(\mu L(F(x)) - a\left(\frac{1}{a}\sum_{i=1}^{k} s_i a_i F_i(x)\right)\right) \tag{47}$$

donde la expresión:

$$\frac{1}{a}\left(\sum_{i=1}^{k} s_i a_i F_i(x)\right) = L_D(F(x)) \qquad [48]$$

representa la participación que en el volumen total de deducciones tiene el conjunto de individuos cuya renta es menor o igual que x, por lo que coincide con la curva de concentración relativa asociada al sistema de deducciones. Con la notación anterior, la curva de concentración de las cuotas, [47], se expresa como:

$$L_T(F(x)) = \frac{1}{\mu - a}(\mu L(F(x)) - aL_D(F(x))) \qquad [47']$$

Es interesante observar la analogía formal que existe entre la curva de concentración de la carga fiscal asociada a una tarifa lineal sobre una población homogénea y la asociada a un código lineal, con tipo marginal único, sobre una población heterogénea, como se pone de manifiesto al comparar la igualdad anterior con [34]. Sólo difieren en que la línea de equidistribución en el caso homogéneo se sustituye por la curva de concentración de las deducciones al considerar el no homogéneo. Este paralelismo se conserva al obtener la curva de concentración de la distribución de la renta después de impuestos. En efecto, teniendo en cuenta [4], dicha curva viene dada por:

$$L_C^*(F(x)) = \sum_{i=1}^{k} q_i^* L_i^*(F_i(x)) \qquad [49]$$

siendo L_i^* la curva de Lorenz de la renta después de impuestos en A_i y q_i^* la participación de esa subpoblación en el volumen total de renta disponible. Aplicando [38], se tiene:

$$L_i^*(F_i(x)) = \frac{1}{\mu_i^*}((1-m)\mu_i L_i(F_i(x)) + ma_i F_i(x)), \quad 1 \le i \le k. \qquad [50]$$

A partir de las dos igualdades anteriores, se obtiene:

$$L_C^*(F(x)) = \frac{1}{\mu^*}\left((1-m)\mu L(F(x)) + ma\left(\frac{1}{a}\sum_{i=1}^{k} s_i a_i F_i(x)\right)\right) \qquad [51]$$

lo que, teniendo en cuenta [48], es equivalente a:

$$L_C^*(F(x)) = \frac{1}{\mu^*}((1-m)\mu L(F(x)) + maL_D(F(x))) \qquad [52]$$

Por lo tanto, la curva de concentración de la distribución de la renta después de impuestos es una media ponderada de la curva de Lorenz de la distribución de la renta antes de impuestos y de la curva de concentración de las deducciones.

De las igualdades [47′] y [51] se concluye que si G es el índice de Gini de las distribución de la renta antes de impuestos, mientras que C_D, C_T y C^* representan, respectivamente, los coeficientes de concentración de las deducciones, de la carga fiscal y de la distribución de la renta después de impuestos [16], se verifican las relaciones:

$$C_T = \frac{1}{\mu - a}(\mu G - aC_D) \tag{53}$$

$$C^* = \frac{1}{\mu^*}((1-m)\mu G + maC_D) \tag{54}$$

Con ello, el índice de progresividad de Kakwani asociado al código CI_L viene dado por:

$$K = C_T - G = \frac{a}{\mu - a}(G - C_D) \tag{55}$$

y el índice clásico de Reynolds-Smolensky [17] es:

$$RS = G - C^* = \frac{ma}{\mu^*}(G - C_D) \tag{56}$$

Aunque en esta sección sólo se pretende describir las características del código CI_L para, posteriormente, analizar las condiciones que caracterizan diferentes tipos de progresividad, conviene observar que si $G–C_D > 0$, K es una función creciente de la deducción media, mientras que RS crece al hacerlo el tipo marginal, m, y la deducción media, a.

Las curvas de concentración para cada uno de los subconjuntos $A_{(\geq i)}$ se obtienen de forma análoga a la utilizada para la población total.

A partir de [5], [12] y [46], mediante un cálculo sencillo resulta que la curva de concentración de la carga fiscal en $A_{(\geq i)}$ tiene la siguiente expresión:

$$L_{T,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = \frac{1}{\mu_{(\geq i)} - a_{(\geq i)}}(\mu_{(\geq i)} L_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) - a_{(\geq i)} L_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x))) \tag{57}$$

siendo

$$L_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = \left(\frac{\sum_{j=i}^{k} s_j a_j F_j(x)}{\sum_{j=i}^{k} s_j a_j} \right) \tag{58}$$

la curva de concentración relativa de las deducciones en el conjunto $A_{(\geq i)}$. Observemos que $L_{D,(\geq i)}$ $(F_{(\geq i)}$ $(x))$ representa la participación de las unidades con renta menor o igual que x en $A_{(\geq i)}$ en el total de deducciones que corresponde a dicho conjunto. La expresión [57] es análoga a la obtenida para la población (caso $i = 1$), restringiendo las características asociadas a la distribución inicial de la renta y de las cuotas impositivas al conjunto $A_{(\geq i)}$.

Lo mismo sucede al obtener la curva de concentración de la renta después de impuestos. Su expresión, teniendo en cuenta [5], [50] y [58], viene dada por:

$$L^{*}_{C,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = \frac{1}{\mu^{*}_{(\geq i)}}((1-m)\mu_{(\geq i)}L_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) + ma_{(\geq i)}L_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x))) \qquad [59]$$

por lo que dicha curva es una media ponderada de la curva de Lorenz de la distribución de la renta antes de impuestos en $A_{(\geq i)}$ y de la curva de concentración de las deducciones en ese conjunto.

A partir de las igualdades anteriores se pueden obtener los índices de concentración relativa de las deducciones y de la renta después de impuestos mediante relaciones que serán análogas a las que se satisfacen para la población total.

4.3. Curvas e índices de concentración absolutos

Para analizar la progresividad absoluta del código CI_L es necesario obtener las curvas de concentración absolutas de la carga fiscal y de la distribución de la renta después de impuestos. Aunque en el epígrafe anterior se han obtenido, por claridad expositiva, las curvas correspondientes a la población y a cada uno de los subconjuntos $A_{(\geq i)}$, para evitar reiteraciones, en este epígrafe se obtendrán directamente las asociadas a dichos subconjuntos y como caso particular ($i = 1$) la asociada a la población total.

Mediante un cálculo sencillo, aunque laborioso, a partir de las igualdades [8], [13], [15] y [44], resulta que la curva de concentración absoluta de la carga fiscal en $A_{(\geq i)}$ se expresa como:

$$LA_{T,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = m(LA_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) - LA_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x))), \qquad [60]$$

donde

$$LA_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = a_{(\geq i)}(L_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}) - F_{(\geq i)}(x)) \qquad [61]$$

es la curva de concentración absoluta de las deducciones correspondientes a $A_{(\geq i)}$. En particular, haciendo $i = 1$ se obtienen las curvas anteriores para la población total:

$$LA_T(F(x)) = m(LAF(x)) - LA_D(F(x))) \qquad [62]$$

siendo

$$LA_D(F(x)) = a(L_D(F(x)) - F(x)) \qquad [63]$$

la curva de concentración absoluta de las deducciones en la población.

Las curvas de concentración absolutas asociadas a las distribuciones de la renta después de impuestos se obtienen a partir de [8], [15] y [41]. Así, la correspondiente a $A_{(\geq i)}$ es:

$$LA^{*}_{C,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = (1-m)LA_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) + mLA_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) \quad [64]$$

y, haciendo $i = 1$, la de la población total es:

$$LA^{*}_{C}(F(x)) = (1-m)LA(F(x)) + mLA_{D}(F(x)) \quad [65]$$

Al igual que sucedía en el caso relativo existe una similitud formal entre las expresiones que se obtienen para una imposición diferenciada, mediante tarifas lineales con un tipo marginal común, y las que corresponden al caso homogéneo con una tarifa única. La diferencia entre unas y otras es la que introduce el sistema de deducciones a través de sus curvas de concentración. En lo que se refiere a los índices de concentración absoluta, como consecuencia de [53] y [54], o bien de [62] y [65], para la población se cumplen las siguientes relaciones:

$$\begin{gathered} CA_T = m(GA - CA_D) \\ CA^* = (1-m)GA + mCA_D, \end{gathered} \quad [66]$$

siendo $GA = \mu G$ el índice de Gini absoluto de la distribución de renta inicial, mientras que $CA_T = \tau C_T$, $CA_D = aC_D$ y $CA^* = \mu^* C^*$ son, respectivamente los coeficientes de concentración absoluta de la carga fiscal, de las deducciones y de la distribución de la renta después de impuestos.

5. Condiciones de progresividad para códigos lineales con tipo marginal común

Los resultados de la sección anterior ponen de manifiesto que las curvas de concentración de la carga fiscal y de la distribución de la renta después de impuestos que resultan de aplicar un código impositivo formado por tarifas lineales con un tipo marginal común, vienen dadas por expresiones que presentan una clara analogía con las curvas de concentración que se obtienen al aplicar una tarifa lineal sobre una población cuyos elementos sólo difieren en renta. Esta analogía, que difícilmente se dará para sistemas impositivos diferenciados cuyas tarifas sean de otra naturaleza, es la que facilita la caracterización de la progresividad de los códigos del tipo CI_L a través de condiciones que se imponen al conjunto de deducciones.

En la siguiente proposición se caracteriza la LSR-progresividad.

Proposición 1. Un código CI_L es LSR-progresivo si, y sólo si, la distribución de su sistema de deducciones domina, en sentido secuencial relativo, a la distribución de la renta antes de impuestos.

Demostración. Dado que el sistema de tarifas lineales satisface la primera condición de las Definiciones 1 y 2, bastará probar que se verifica:

$$(L^*_{C,(\geq i)}(p) \geq L_{(\geq i)}(p)) \Leftrightarrow (L_{D,(\geq i)}(p) \geq L_{(\geq i)}(p)), \ \ p = F_{(\geq i)}(x) \quad 1 \leq i \leq k \qquad [67]$$

Teniendo en cuenta la expresión de la curva de concentración de la distribución de la renta después de impuestos en el conjunto $A_{(\geq i)}$ (igualdad [59]), resulta:

$$L^*_{C,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) - L_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = \frac{ma_{(\geq i)}}{\mu^*_{(\geq i)}}(L_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) - L_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x))) \qquad [68]$$

de donde se obtiene [67], al ser $\frac{ma_{(\geq i)}}{\mu^*_{(\geq i)}} > 0$.

Este resultado asegura que la aplicación de un código de este tipo no disminuye la participación relativa del conjunto de unidades con renta inicial menor o igual a una dada en $A_{(\geq i)}$ al pasar de la distribución antes a la distribución después de impuestos si, y sólo si, la participación de dicho conjunto en el volumen total de deducciones no es menor que su participación en el volumen total de renta inicial.

Corolario 1. Un código CI_L es LR-progresivo si, y sólo si, la curva de concentración relativa de su sistema de deducciones, $L_D(F(x))$, domina a la curva de concentración asociada a la distribución de la renta antes de impuestos. Es decir:

$$(L^*_C(p) \geq L(p)) \Leftrightarrow (L_D(p) \geq L(p)), \ \ p = F(x) \qquad [69]$$

Demostración. El resultado es inmediato a partir de la proposición anterior. Basta con imponer la condición de dominancia sólo a la población total, $A_{(\geq 1)}$.

Alternativamente, se podría hacer una demostración directa a partir de la igualdad [52]. En ese caso, se tendría:

$$L^*_C(F(x)) - L(F(x)) = \frac{ma}{\mu^*}(L_D(F(x)) - L(F(x))), \qquad [70]$$

igualdad de la que se concluye la equivalencia [69].

Por lo tanto, el código es LR-progresivo si, y sólo si, para cada nivel de renta, el conjunto de unidades que están por debajo de ese nivel tiene una mayor participación relativa en el volumen total de deducciones que en el volumen total de renta inicial.

Un resultado más débil, de carácter global, se obtiene a partir de los índices de progresividad asociados al código CI_L. En efecto, a partir de [55] se obtiene que el índice de Kakwani para la población es positivo, $K > 0$, si y sólo si $C_D < G$, lo que significa que si el sistema es progresivo el reparto de las deducciones entre las distintas subpoblaciones ha de presentar menos concentración que el de la renta inicial. La misma consideración es válida, utilizando [56], en relación al índice clásico de Reynolds-Smolensky: $RS > 0 \Leftrightarrow C_D < G$.

La progresividad del código CI_L, en sentido ordinario o secuencial, depende del modo en que se distribuyen las deducciones en relación con la distribución de la renta antes de impuestos. Por lo tanto, fijada esta última, las condiciones [67] y [69] implican que los parámetros del sistema impositivo (en este caso, el conjunto de deducciones) están condicionados por la distribución de la renta sobre la que se aplica.

En relación a las deducciones se puede afirmar que dada una distribución de renta, siempre existen conjuntos $D = \{a_i\}_{1 \leq i \leq k}$ para los que se cumple la condición [67] o [69]. En efecto, fijada la distribución de la renta y con ella las rentas medias μ, μ_i, $1 \leq i \leq k$, basta tomar $a_i = \lambda\mu_i$, $0 < \lambda < 1$. Con esta elección se tiene:

$$L_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = \left(\frac{\sum_{j=i}^{k} s_j a_j F_j(x)}{\sum_{j=i}^{k} s_j a_j}\right) = \left(\frac{\sum_{j=i}^{k} s_j \mu_j F_j(x)}{\sum_{j=i}^{k} s_j \mu_j}\right) \geq \left(\frac{\sum_{j=i}^{k} s_j \mu_j L_j(F_j(x))}{\sum_{j=i}^{k} s_j \mu_j}\right) = L_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x))$$

al ser $L_j(F_j(x)) \leq F_j(x)$. Por lo tanto, los conjuntos de deducciones de ese tipo cumplen las condiciones de progresividad.

En el caso anterior, la deducción que se aplican las unidades de cada subpoblación es proporcional a su respectiva renta media, de modo que las deducciones no son necesariamente crecientes según niveles de necesidad. El que al aumentar el nivel de necesidades (pasar de A_i a A_j siendo $i < j$) también lo haga la deducción ($a_i < a_j$, $i < j$) no es condición necesaria ni suficiente para la progresividad del código CI_L, lo que no excluye la posibilidad de construir conjuntos de deducciones que satisfagan la condición [67] o [69] y que, además, sean monótonas crecientes. Esta casuística se aclara con el siguiente ejemplo.

Ejemplo. Se considera una población A y en ella una partición en dos subpoblaciones homogéneas, A_1 y A_2, en la que los individuos de la segunda tienen mayor nivel de necesidades. Supongamos que sus respectivas distribuciones de renta son: $A_1 = \{10, 20\}$ y $A_2 = \{20, 24\}$, con lo que $s_1 = s_2 = 0{,}5$, $\mu_1 = 15$, $\mu_2 = 22$, $\mu = 18{,}5$, $q_1 = 15/37$ y $q_2 = 22/37$. Las funciones de distribución de la renta en cada subpoblación y en la población total son:

$$F_1(x) = \begin{cases} 0 \ , \ x < 10 \\ 0{,}5 \ , \ 10 \leq x < 20 \\ 1 \ , \ x \geq 20 \end{cases} \quad F_2(x) = \begin{cases} 0 \ , \ x < 20 \\ 0{,}5 \ , \ 20 \leq x < 24 \\ 1 \ , \ x \geq 24 \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 \ , \ x < 10 \\ 0{,}25 \ , \ 10 \leq x < 20 \\ 0{,}75 \ , \ 20 \leq x < 24 \\ 1 \ , \ x \geq 24 \end{cases}$$

mientras que sus respectivas curvas de Lorenz vienen dadas por los siguientes puntos:

$$\begin{array}{l} L_1(F_1(0)) = 0, \ L_1(F_1(10)) = 1/3, \ L_1(F_1(20)) = 1 \\ L_2(F_2(0)) = 0, \ L_2(F_2(20)) = 5/11, \ L_2(F_2(24)) = 1 \\ L(F(0)) = 0, \ L(F(10)) = 5/37, \ L(F(20)) = 25/37, \ L(F(24)) = 1 \end{array}$$

y la poligonal que une cada dos consecutivos. Sobre esta distribución se aplican dos códigos. En primer lugar el formado por las tarifas lineales $\{t_1(x), t_2(x)\}$, siendo $t_1(x) = 0{,}3(x–5)$, $t_2(x) = 0{,}3(x–15)$, de manera que $a_1 = 5$, $a_2 = 15$ y $a = 10$. Sus deducciones cumplen $a_1 < a_2$ y su curva de concentración, $L_D(F(x)) = \frac{1}{a}\sum_{i=1}^{2} s_i a_i F_i(x)$, queda definida mediante:

$$L_D(F(0)) = 0,\; L_D(F(10)) = 0{,}125,\; L_D(F(20)) = 0{,}625,\; L_D(F(24)) = 1$$

de manera que $L(F(x)) > L_D(F(x))$, $10 \le x < 24$, por lo que L_D no domina a L. Según el Corolario 1, el código considerado no es progresivo. Es decir, en algún punto debe ocurrir que la curva de concentración de la renta después de impuestos, en la población, esté situada por debajo de la curva de Lorenz de la distribución inicial: $L_C^*(F(x)) < L(F(x))$. En efecto, para este código es $\mu_1^* = 12$, $\mu_2^* = 19{,}9$ y $\mu^* = 15{,}95$, por lo que las participaciones de las subpoblaciones en el volumen total de renta disponible son $q_1^* = 0{,}3762$ y $q_2^* = 0{,}6238$. Teniendo en cuenta que las curvas de Lorenz asociadas a la distribución de renta después de impuestos en cada subpoblación quedan determinadas por los puntos:

$$\begin{array}{l} L_1^*(F_1(0)) = 0 \;\;,\;\; L_1^*(F_1(10)) = 0{,}3542 \;\;,\;\; L_1^*(F_1(20)) = 1 \\ L_2^*(F_2(0)) = 0 \;\;,\;\; L_2^*(F_2(20)) = 0{,}4648 \;\;,\;\; L_2^*(F_2(24)) = 1 \end{array}$$

y que la curva de concentración de la renta después de impuestos en la población es $L_C^*(F(x)) = \sum_{i=1}^{2} q_i^* L_i^*(F_i(x))$, resulta:

$$L_C^*(F(10)) = 0{,}1332 < L(F(10)) = 5/37 \;\;,\;\; L_C^*(F(20)) = 0{,}666 < L(F(20)) = 25/37.$$

En consecuencia $L_C^*(F(x)) < L(F(x))$, $10 \le x \le 20$.

Por otra parte, si se considera $\{t_1(x), t_2(x)\}$, $t_1(x) = 0{,}3(x–9)$, $t_2(x) = 0{,}3(x–15)$, donde $a_1 = 9 < a_2 = 15$, $a = 12$, se puede comprobar que $L_D(F(x)) \ge L(F(x))$, para todo x, y, por lo tanto $L_C^*(F(x)) \ge L(F(x))$, $10 \le x \le 24$.

Por lo tanto, el que las deducciones del código sean crecientes al aumentar el nivel de necesidades es irrelevante para su progresividad relativa.

Proposición 2.

a) Un código CI_L es LSA-progresivo si, y sólo si, la curva de concentración absoluta de su sistema de deducciones domina, en sentido secuencial, a la curva de Lorenz absoluta de la distribución de la renta antes de impuestos.

b) Un código CI_L es LA-progresivo si, y sólo si, la curva de concentración absoluta del sistema de deducciones domina a la curva de Lorenz absoluta de la distribución de renta antes de impuestos.

Demostración. Sigue la misma línea que la de la Proposición 1 y su corolario, utilizando curvas de Lorenz y de concentración absolutas. Para probar a) basta tener en cuenta la expresión de la curva de concentración absoluta de la distribución de la renta después de impuestos ([64]) en $A_{(\geq i)}$, $1 \leq i \leq k$, de la que resulta:

$$LA^{*}_{C,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) - LA_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) = m(LA_{D,(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x)) - LA_{(\geq i)}(F_{(\geq i)}(x))) \quad [71]$$

de donde:

$$(LA^{*}_{C,(\geq i)}(p) \geq LA_{(\geq i)}(p)) \Leftrightarrow (LA_{D,(\geq i)}(p) \geq LA_{(\geq i)}(p)),\ \ p = F_{(\geq i)}(x) \quad [72]$$

lo que demuestra a). En particular, para la población total, a partir de [71] haciendo $i = 1$ se obtiene:

$$LA^{*}_{C}(F(x)) - LA(F(x)) = m(LA_{D}(F(x)) - LA(F(x))) \quad [73]$$

y con ello:

$$(LA^{*}_{C}(p) \geq LA(p)) \Leftrightarrow (LA_{D}(p) \geq LA(p)),\ \ p = F(x) \quad [74]$$

lo que prueba el apartado b).

El resultado anterior indica que el código CI_L es progresivo en sentido absoluto, ordinario o secuencial, si y sólo sí dado cualquier nivel de renta, en la población total o en cualquier $A_{(\geq i)}$, la diferencia entre la deducción media global y la deducción media del conjunto de unidades con renta inicial menor o igual que la dada, nunca es inferior a la diferencia entre la renta media global inicial y la renta media de dicho conjunto de unidades. Es decir, para cualquier conjunto de unidades del tipo señalado, su déficit en renta media disminuye al pasar de la distribución de renta inicial a la de renta disponible si, y sólo si, la concentración absoluta de las deducciones es mayor o igual que la de la renta inicial.

Como en el caso relativo, la monotonía de las deducciones respecto a las necesidades es irrelevante en relación a la progresividad del código. Por otra parte, fijada la distribución inicial de la renta, es inmediato comprobar que cualquier conjunto de deducciones de la forma $a_i = \mu_i - c$, $1 \leq i \leq k$, $0 < c < min\{\mu_i\}_{1 \leq i \leq k}$, satisface las condiciones de la Proposición 2.

6. Conclusiones

Un impuesto sobre la renta que se aplica a una población heterogénea debe discriminar entre contribuyentes con diferentes características y necesidades.

En este trabajo se ha probado que si los contribuyentes se pueden clasificar en un número finito de grupos homogéneos ordenados de forma creciente según niveles de necesidad, mediante un código impositivo formado por tarifas lineales con un mismo tipo marginal, es posible no sólo reducir la desigualdad relativa (absoluta) existente en cada uno de esos grupos, sino también aumentar (disminuir) la participación relativa (el déficit medio de renta) de los más pobres antes de impuestos, tanto en la población total como en las subpoblaciones de los que tienen nivel de necesidad mayor o igual que uno dado, al pasar a la distribución de renta después de impuestos.

Como se ha demostrado en las Proposiciones 1 y 2, la condición necesaria y suficiente para que el código lineal tenga ese efecto es que la curva de concentración de su sistema de deducciones domine, en sentido ordinario o secuencial, a la curva de Lorenz de la distribución de la renta inicial. De dicha caracterización se concluye, además, que el que las deducciones sean crecientes al pasar de una subpoblación a otra con mayor nivel de necesidades, es irrelevante para la progresividad. Ello no significa, como se ha visto en el ejemplo, que esa condición adicional no pueda darse en la práctica. De hecho parece una condición intuitivamente razonable por motivos de una «equidad» cuya definición no es posible precisar dado que se basaría en un concepto no especificado de desigualdad multidimensional.

Por otra parte, el valor del tipo marginal de las tarifas y la cuantía de la deducción media inciden en el grado de progresividad del sistema, no en su carácter.

El que los resultados anteriores se obtengan de forma relativamente sencilla es consecuencia de la analogía formal que existe entre el efecto de una tarifa lineal sobre una población homogénea y el de un código lineal, como el considerado, sobre una población heterogénea. En la sección cuarta se ha demostrado que, desde un punto de vista formal, el paso de un caso a otro viene dado por la sustitución de la línea de equidistribución (caso homogéneo) por la curva de concentración de las deducciones (caso heterogéneo), en las expresiones de las curvas de concentración de la carga fiscal y de la renta después de impuestos.

En definitiva, este trabajo proporciona una solución parcial al problema de la progresividad en la imposición diferenciada. Se proponen algunas definiciones de este concepto y se aplican al caso de un sistema impositivo lineal con un único tipo marginal, estructua de interés práctico al haber sido ésta una propuesta fiscal recurrente, caracterizando la progresividad del mismo.

Sigue abierto el problema de un tratamiento general de la progresividad en poblaciones heterogéneas. Como se señaló en la introducción, la cuestión de fondo que subyace es la dificultad que implica no ya la medición, sino la simple definición de desigualdad en un contexto multidimensional. El no disponer de un concepto claro, en ese sentido, impide una definición de progresividad de aceptación unánime y la existencia de criterios que generalicen los teoremas de Jakobsson (1976)-Fellman (1976) y Moyes (1988) a estructuras impositivas diferenciadas.

Notas

1. Su enfoque de la redistribución impositiva en poblaciones heterogéneas se encuadra en el ámbito de la teoría de juegos.
2. Como se pone de manifiesto en Ebert y Moyes (2000), gran parte de la dificultad para obtener resultados en este sentido se debe a que la dominancia secuencial de Lorenz se basa en un concepto ordinal de necesidades, lo que impide introducir información cardinal acerca del modo en que difieren las unidades impositivas.
3. El alcance práctico de este resultado es limitado en la medida en que Ok (1997) considera estructuras impositivas particulares e impone cotas inferiores, para las distribuciones de renta iniciales, sobre cuyos valores no tiene por qué existir consenso.
4. Un enfoque más directo, pero de una notable complejidad formal, es el de Koshevoy (1998), Tsui (1999) o Savaglio (2001) basado en la utilización de poliedros convexos en un espacio n-dimensional.
5. El término necesidades se puede referir, en sentido amplio, a cualquier conjunto de atributos que admita una clasificación en un número finito de clases ordenadas.
6. Son clásicos los trabajos de Friedman (1964) o el de Hall y Rabushka (1983), entre otros.
7. La revista *Cuadernos Aragoneses de Economía,* vol. 13, 1, del año 2003, incluye como tema monográfico un conjunto de artículos dedicados al impuesto lineal.
8. Dado un nivel de renta x, $F(x)$ representa la proporción de unidades con renta menor o igual que x, mientras que $L(F(x))$ es la proporción del volumen total de renta que perciben esas unidades. A partir de la curva de Lorenz se define el índice de desigualdad de Gini, G, como $G = 2\int_0^1 (p - L(p))dp.$ Su valor coincide con el doble del área del recinto limitado por la curva de Lorenz y la línea de equidistribución. $G \in [0,1]$, siendo $G = 0$ en caso de equidistribución y $G = 1$ si la concentración es máxima.
9. Esta curva se puede expresar como $LA(F(x)) = F(x)(\mu(x^-) - \mu)$, siendo $\mu(x_-) = \frac{\mu L(F(x))}{F(x)}$ la renta media del conjunto de unidades con renta no superior a x.
10. Esa curva viene dada por el sumando $\mu\left(\sum_{i=1}^{k} q_i F_i(x) - F(x)\right)$ y representa, para cada nivel de renta, x, el déficit, en términos de renta media, que para el conjunto de unidades con renta menor o igual que x supone la distribución de renta existente en la población, $F(x)$, respecto a otra distribución que, con idéntica renta media, fuese igualitaria en cada una de las subpoblaciones.
11. $LA_T(F(x))$ representa, para cada nivel de renta inicial x, la diferencia entre el impuesto medio que grava al conjunto de unidades con renta menor o igual que x, $\tau(x_-) = \frac{\tau L_T(F(x))}{F(x)}$, y el impuesto medio de la población. Para ello basta tener en cuenta que la curva considerada también se puede expresar del siguiente modo: $LA_T(F(x)) = F(x)(\tau(x^-) - \tau)$. Las curvas de concentración absolutas $LA_{T,i}(F_i(x))$ y $LA_{T,(\geq i)}$ $(F_{(\geq i)}$ $(x))$ tienen un significado análogo en sus respectivos contextos.
12. Si cada una de las tarifas del código se sustituyese por su proporcional equivalente, $t_{ip}(x) = \alpha_i x$, $1 \leq i \leq k$, la curva de concentración de la carga fiscal para la población sería, según [11], $L_T(F(x)) = \frac{1}{\tau}\sum_{i=1}^{k} s_i \tau_i L_{T,i}(F_i(x)) = \frac{1}{\alpha}\sum_{i=1}^{k} \alpha_i q_i L_i(F_i(x)),$ que no coincide, evidentemente, con la curva de Lorenz de la distribución de la renta antes de impuestos, $L(F(x)) = \sum_{i=1}^{k} q_i L_i(F_i(x)).$
13. Para un estudio detallado de esta cuestión véase Imedio (1996, 2003).
14. Es la elasticidad de $t(x)$ respecto a x, valorada en $x = \mu$, y mide la variación porcentual de la cuota cuando la base imponible media aumenta en un 1 por 100.
15. Las ponderaciones se expresan mediante la progresión residual de la renta media inicial, $PR(\mu) = \frac{(1-m)\mu}{\mu^*}$. Conviene recordar que $PR(\mu)$ mide la variación porcentual de la renta neta cuando la base imponible media aumenta en un 1 por 100.
16. Estos coeficientes de concentración se definen, a partir de sus respectivas curvas, de forma análoga al índice de Gini mediante la curva de Lorenz. El correspondiente a las deducciones se obtiene mediante $C_D = 2\int_0^1 (p - L_D(p))dp,$ el de la carga fiscal viene dado por $C_T = 2\int_0^1 (p - L_T(p))dp$ y $C^* = 2\int_0^1 (p - L_C^*(p))dp$ es el asociado a la distribución de renta disponible.

17. Conviene recordar que este índice no mide el efecto redistributivo global cuando, como puede suceder en este caso, la aplicación del impuesto conlleva reordenación de las unidades impositivas respecto a las rentas iniciales. A partir de la igualdad [21] se obtiene: $G - G^* = (G - C^*) - (G^* - C^*)$. Por lo tanto, el efecto redistributivo global (índice reformulado de Reynolds-Smolensky) es el resultado de corregir la progresividad (índice clásico de Reynolds-Smolensky) con la contribución negativa que supone la reordenación.

7. Referencias

Aronson, J. R., P. Johnson y P. J. Lambert (1994): «Redistributive effect and unequal income tax treatment», *The Economic Journal,* 104: 262-270.

Atkinson, A. B. y F. Bourguignon (1987): «Income distributions and differences in needs», en G. R. Feiwel (ed.), *Arrow and the Foundation of the Theory of Economic Policy,* New York: Macmillan, 350-370.

Bazen, S. y P. Moyes (2002): «International comparisons of income distributions», forthcoming in *Research in Economic Inequality.*

Bourguignon, F. (1993): «Individus, familles et bien-être social», *L'Actualité Economique, Revue d'Analyse Economique,* 69: 243-258.

De Donder, P. (2000): «Majority voting solution concepts and redistributive taxation», *Social Choice and Welfare,* 17: 601-627.

Ebert, U. y P. Moyes (2000): «Consistent income tax structures when households are heterogeneous», *Journal of Economic Theory,* 90: 116-150.

Ebert, U. y P. Moyes (2001): «Welfare, inequality and the transformation of incomes: the case of weighted income distributions», en P. Moyes, C. Seidl y A. F. Shorrocks (eds.), *Inequalities: Theory, Measurement and Applications, Journal of Economics,* 9.

Fei, J. C. H. (1981): «Equity oriented fiscal programs», *Econometrica,* 49: 869-881.

Fellman, J. (1976): «The effect of transformations on Lorenz curves», *Econometrica,* 44: 823-824.

Friedman, M. (1964): *Capitalism and freedom,* Chicago: Chicago University Press.

Fuentes Quintana, E. (1987): «El impuesto lineal: una opción fiscal diferente», *Papeles de Economía Española,* 30-31: 175-192.

González Páramo, J. M. (1986): «El impuesto lineal sobre la renta», *Papeles de Economía Española,* 27: 297-302.

González Páramo, J. M. (1991): «La tarifa del IRPF: alternativas de reforma», *Hacienda Pública Española,* Monografías 2/1991: 197-200.

Hall, R. E. y A. Rabushka (1983): *Law taw, simple taw, flat tax,* New York: McGraw-Hill.

Imedio Olmedo, L. J. (1996): «Un estudio analítico del impuesto lineal sobre la renta», *Hacienda Pública Española,* 136: 57-70.

Imedio Olmedo, L. J. (2003): «El impuesto lineal: progresividad y efecto redistributivo», *Cuadernos Aragoneses de Economía,* 13-1: 11-29.

Imedio Olmedo, L. J. y E. Bárcena Martín (2002): «Códigos impositivos, desigualdad y bienestar», *Hacienda Pública Española-Revista de Economía Pública,* 160: 29-45.

Jakobsson, U. (1976): «On the measurement of degree of progression», *Journal of Public Economics,* 5: 161-168.

Kakwani, N. C. (1977): «Applications of Lorenz curves in economic analysis», *Econometrica,* 45: 719-727.

Koshevoy, G. (1998): «The Lorenz zonotope and multivariate majorizations», *Social Choice and Welfare,* 15: 1-14.

Lambert, P. J. (1993): «Redistribution through the income tax», en J. Creedy, *Taxation, poverty and income distribution,* Cambridge: Edward Elgar, University Press, 1-16.

Lambert, P. J. (1994): «Measuring progressivity with differences in tax treatment», en J. Creedy, *Taxation, poverty and income distribution,* Cambridge: Edward Elgar, University Press, 17-27.

Marín, J. (1989): «Dos propiedades del impuesto lineal», *Investigaciones Económicas,* vol. XIII, 1: 3-14.

Moyes, P. (1988): «A note on minimally progressive taxation and absolute income inequality», *Social Choice and Welfare,* 5: 227-234.

Moyes, P. y A. F. Shorrocks (1998): «The impossibility of a progressive tax structure», *Journal of Public Economics,* 69: 49-65.

Moyes, P. y A. Trannoy (1999): «Le quotient familial: une structure fiscale cohérente avec le critère de Lorenz relatif», *Economie et Prévision,* 139: 111-124.

Ok, E. A. (1997): «A note on the existence of progressive tax systems», *Social Choice and Welfare,* 14: 527-543.

Ok, E. A. y P. J. Lambert (1999): «On evaluating social welfare by sequential generalized Lorenz dominance», *Economics Letters,* 63: 45-53.

Reynolds, M. y E. Smolensky (1977): *Public expenditure, taxes and the distribution of income,* New York: Academic Press.

Ruiz Huerta, J., J. Onrubia, J. López Laborda y N. Badenes (1996): «Reforma del IRPF y distribución de la renta: simulación de algunas alternativas con datos de panel», *Papeles de Trabajo del Instituto de Estudios Fiscales,* 11/96.

Savaglio, E. (2001): «On multidimensional inequality: ordering and measurement», *Quaderni,* 336, Dipartimento di Economia Politica, Universitá degli Studi di Siena.

Tsui, K. Y. (1999): «Multidimensional inequality and multidimensional generalized entropy measures: an axiomatic derivation», *Social Choice and Welfare,* 16: 145-157.

Zabalza, A. (1987): «Algunas reflexiones sobre el impuesto lineal», *Papeles de Economía Española,* 30-31: 835-852.

Abstract

In this work we consider a population of taxpayers which is heterogeneous with respect to the characteristics which, aside from the income, have fiscal incidence. Once a finite partition of the population into homogeneous subpopulations has been made, we propose distinct definitions of (relative and absolute) progressivity based upon relations of ordinary or sequencial dominance. Furthermore, we characterize the impositive codes which are made up by linear taxes with a commun marginal rate and are progressive according to the above mentioned definitions.

Keywords: necessity differences, Lorenz dominance, sequencial dominance, relative inequality, absolute inequality, linear tax.

JEL Classification: D31, D63, H24.