



Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública, 173-(2/2005): 61-83
© 2005, Instituto de Estudios Fiscales

Eficiencia en educación secundaria e *inputs* no controlables: sensibilidad de los resultados ante modelos alternativos *

JOSÉ MANUEL CORDERO FERRERA

FRANCISCO PEDRAJA CHAPARRO

Universidad de Extremadura

JAVIER SALINAS JIMÉNEZ

Instituto de Estudios Fiscales-Universidad de Extremadura

Recibido: Marzo, 2004

Aceptado: Marzo, 2005

Resumen

El objetivo de este trabajo es estudiar la sensibilidad de los índices de eficiencia estimados para los distintos centros educativos a las diferentes alternativas propuestas en la literatura para incluir los factores exógenos en los análisis de eficiencia. Concretamente, nos centraremos en dos cuestiones fundamentales. Por un lado, aunque se dispone de una gran cantidad de datos representativos de estas variables obtenidos mediante unas encuestas realizadas en los centros, no resulta posible utilizar toda esta información, por lo que se considera la posibilidad de incluir directamente las variables más relevantes en el análisis de eficiencia o, alternativamente, utilizar la técnica de componentes principales para sintetizar la información recogida en dichas variables. Por otro lado, se plantean dos opciones metodológicas para incluir estos factores en las evaluaciones de eficiencia, comparando el enfoque que considera que estos factores deben tenerse en cuenta para calcular directamente los índices de eficiencia definitivos y la alternativa de los estudios multietápicos. El análisis se ha realizado para 79 centros públicos de la Comunidad Autónoma extremeña en el curso 2001-2002.

Palabras clave: Análisis envolvente de datos (DEA), *inputs* no controlables, educación secundaria.

Clasificación JEL: D20, I22.

1. Introducción

En las dos últimas décadas se han llevado a cabo numerosos estudios que han tenido como objetivo analizar la eficiencia de los centros educativos en Educación Secundaria aplicando la técnica envolvente de datos (DEA) ¹. Todos estos trabajos coinciden en la relevancia que tiene la inclusión en el análisis de los denominados *inputs* no controlables (INC), es

* Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de Daniel Santín (Universidad Complutense de Madrid), de Manuel Muñiz (Universidad de Oviedo), de Julián Ramajo (Universidad de Extremadura) y de dos evaluadores anónimos, que han contribuido a mejorar la versión final del artículo. También agradecen la ayuda recibida del Ministerio de Educación y Ciencia. Dirección General de Investigación (SEJ2004-08051) para la realización de este trabajo.

decir, aquellos factores que influyen en los resultados de los centros educativos y están al margen de su control.

Desde que el informe Coleman (1966) señaló la influencia de los factores ajenos al centro escolar (al margen de los controlados por el productor) en el rendimiento de los alumnos, dicha influencia aparece reconocida en la práctica totalidad de las investigaciones empíricas realizadas. Un repaso de esta bibliografía permite identificar dos factores determinantes en los resultados educativos: el estatus socioeconómico del alumno y su capacidad. En lo que respecta al primero de ellos, Hanushek (1971) pone de manifiesto que la familia influye significativamente sobre la educación a través de las condiciones físicas del hogar, la actitud de los padres hacia la formación de sus hijos y su apoyo en el proceso de aprendizaje, factores claramente relacionados con el nivel económico y educativo de la familia. En relación al segundo, la mayor parte de los trabajos señalan que en este nivel educativo el indicador que mejor representa la capacidad de los alumnos es su expediente académico previo (Bacdayan, 1997).

La inclusión de los INC en el análisis resulta fundamental para poder evaluar adecuadamente el comportamiento de los productores, en la medida en la que existan unas diferencias apreciables en relación a las características de los alumnos de los distintos centros, de manera que podamos asegurar que el índice asignado finalmente a cada unidad refleje realmente aquella parte del proceso productivo de la que se pueda responsabilizar a cada centro evaluado (Muñiz, 2000).

A pesar del consenso existente sobre la relevancia de estos factores en la evaluación de los centros, no existe un método generalmente aceptado para incluirlos en el análisis de eficiencia. Así, un repaso de la literatura especializada nos permite distinguir dos posibles enfoques para poder incluir los *inputs* no controlables en el análisis DEA ². Una primera posibilidad es la consideración de los *inputs* no controlables desde el principio en el cálculo de los índices de eficiencia mediante un único DEA —análisis pionero de Banker y Morey (1986)—. La segunda posibilidad consiste en un análisis multietápico en el que, tras una primera etapa en la que se aplica el modelo DEA ignorando el efecto de los *inputs* no controlables en la evaluación, se ajustan los índices calculados con el fin de incorporar los efectos de dichas variables. Dentro de este enfoque, los más sencillos son los denominados «*análisis de regresión o de segunda etapa*» ³, aunque también existen otros modelos más sofisticados como son los de varias etapas propuestos por Fried y Lovell (1996), Fried *et al.* (1999) o Fried *et al.* (2002).

El objetivo de este trabajo es estudiar la sensibilidad de los índices de eficiencia estimados para los distintos centros educativos ante las diferentes alternativas propuestas en la literatura para incluir los factores exógenos en el análisis. Concretamente, nos centraremos en dos cuestiones fundamentales. Contando con una información muy rica suministrada por unas encuestas sobre estas variables consideraremos, por un lado, la posibilidad de incluir directamente las variables más relevantes en el análisis de eficiencia o de utilizar, alternativamente, el análisis de componentes principales para sintetizar la información recogida en dichas variables. Por otro lado, la comparación entre el enfoque que considera que estos

factores deben tenerse en cuenta para calcular directamente los índices de eficiencia definitivos y la alternativa de los análisis multietápicos.

2. Información disponible y variables utilizadas

Para realizar el análisis de cómo afectan las decisiones metodológicas sobre las variables no controlables a la evaluación de la eficiencia, contamos con datos referidos a 79 centros públicos de educación secundaria de la Comunidad Autónoma de Extremadura. En concreto, la información disponible hace referencia a las notas obtenidas por los alumnos en la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU) en junio de 2002, así como el número de profesores existentes en cada centro y los gastos de gestión de los mismos.

En relación con la selección de las variables representativas del *output* educativo de los centros, cabe señalar que esta tarea resulta muy compleja por la enorme dificultad que supone la definición de un *output* global que refleje los resultados de la actividad de los centros. Por este motivo, una práctica habitual en la mayor parte de las investigaciones realizadas en este campo es la selección de un *output* parcial que sea coherente con los objetivos del estudio.

En nuestro caso nos hemos decidido por variables que reflejan los logros académicos alcanzados por los alumnos de los centros evaluados por ser éste el objetivo primordial de la enseñanza en este nivel educativo. Para medir estos logros adecuadamente resulta fundamental la utilización de los resultados obtenidos en una prueba de aptitud que sea homogénea para todos los alumnos. En nuestro país, la única prueba que cumple estos requisitos es la Prueba de Acceso a la Universidad (PAU), realizada por todos los alumnos que desean estudiar una carrera universitaria.

A partir de esa información se han construido dos variables. Por un lado, la variable denominada «APROBADOS» que refleja el porcentaje de alumnos aprobados en la prueba de acceso, respecto a los presentados como indicador cuantitativo⁴. Por otro lado, la variable «NOTAS» recoge la nota media de los alumnos que aprobaron la PAU, suministrando una información de carácter cualitativo. Como puede apreciarse, se trata de *outputs* intermedios (y no finales), ya que consideramos los resultados de exámenes estandarizados y no el efecto sobre el bienestar de la sociedad de tales actuaciones.

En cuanto a los *inputs* sobre los que los centros (o las unidades gestoras de nivel superior) tienen un cierto control —y a pesar de que en algunos trabajos se duda sobre su efecto en los resultados educativos (Hanushek, 1971, 1986)— hemos creído conveniente incorporar en el análisis información acerca del grado de aprovechamiento por parte de los centros de los recursos con los que cuentan. En este sentido incluimos dos variables representativas de los dos factores que la literatura considera como fundamentales cuando se trata de evaluar el comportamiento de los centros educativos: profesorado y condiciones físicas del centro⁵. A partir de los datos disponibles se han construido dos variables: «PROFESORES» que refleja el número total de profesores en el centro por cada 100 alumnos y «GASTOS» que represen-

ta el gasto total por alumno (excluida la retribución del profesorado) realizado por el centro durante el ejercicio 2001 ⁶.

El concepto de eficiencia que pretendemos medir, teniendo en cuenta el tipo de variables utilizadas, no es estrictamente el de eficiencia técnica, ya que algún *input* (los gastos distintos de personal) se expresa en términos monetarios. Nos aproximamos, por tanto, a un concepto híbrido de eficiencia, cercano al concepto de eficiencia técnica; en ningún caso se trata de eficiencia asignativa, ya que no incluimos el precio relativo de los *inputs*, cuya dificultad de obtención resulta evidente en este ámbito.

En relación con los *inputs* no controlables por parte de los centros, la mayor parte de los trabajos coinciden en señalar la decisiva importancia que tienen estos factores en el rendimiento académico de los alumnos, identificando como los más influyentes las características socioeconómicas del entorno del estudiante y las propias aptitudes de los alumnos.

A pesar de este hecho, en muchas investigaciones estos factores no se incluyen en la evaluación o se emplean variables *proxies* que no reflejan de manera adecuada ambos factores ⁷. Este problema se produce como consecuencia de la escasa información pública disponible acerca de estas variables. En nuestro trabajo, esta dificultad se ha salvado mediante una encuesta realizada por el Servicio de Inspección de la Consejería de Educación de la Junta de Extremadura en todos los centros objeto de la evaluación ⁸. Ello nos ha permitido disponer para cada centro de una información directa de las variables relevantes, a diferencia de la mayor parte de los estudios empíricos que utilizan burdas aproximaciones.

A partir de los datos de la encuesta se han seleccionado 22 variables que nos ofrecen información acerca de aspectos relacionados con las características del alumnado que pueden condicionar su rendimiento académico. Algunas de ellas sin embargo no fueron incluidas en el análisis ya que no mostraban una influencia significativa sobre los resultados académicos o proporcionaban información redundante. De este modo, basándonos en la bibliografía existente y en criterios estadísticos, seleccionamos diez que estaban claramente relacionadas con los dos factores básicos identificados como los más influyentes en el rendimiento del alumno ⁹.

La definición de las variables viene dada por el porcentaje de alumnos que cumplen una serie de condiciones: 1) alumnos que llevan todas las asignaturas al día (ORGHORAS); 2) alumnos que aprobaron todas las asignaturas en el curso anterior (APRTODO); 3) alumnos con buenas notas en el curso anterior ¹⁰ (BNOTAS); 4) alumnos cuyos padres consideran que están capacitados para terminar con éxito una carrera universitaria (CONFPAD); 5) alumnos que nunca han repetido curso ¹¹ (EDAD); 6) alumnos cuyos padres tienen unos ingresos mensuales superiores a los 1.800 euros (INGRESOS); 7-8) alumnos cuyos padres tienen una profesión que requiera una alta cualificación (PROFPADRE y PROFMADRE) y 9-10) alumnos cuyos padres han estudiado una carrera universitaria (ESTPADRE y ESTMADRE).

La tabla 1 nos muestra las notables divergencias existentes en el alumnado de cada centro a partir de las diez variables seleccionadas. Estas discrepancias ponen de manifiesto la

Tabla 1. Estadísticos de los *inputs* no controlables

	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
INGRESOS	2,00	49,00	18,58	9,91
PROFPADRE	6,00	75,00	36,56	14,81
PROFMADRE	3,00	45,00	16,70	10,08
ESTPADRE	0,00	47,00	12,92	9,11
ESTMADRE	0,00	38,00	11,38	8,43
BNOTAS	11,00	59,00	34,53	9,43
APRTODO	30,50	81,10	56,09	10,86
EDAD	32,90	88,70	69,70	10,72
CONFPAD	11,00	63,00	33,03	8,42
ORGHORAS	0,00	25,00	6,90	4,37

necesidad de incluir estos factores en la evaluación de los centros con el fin de evitar sesgos a favor de aquellos que cuentan con un alumnado de mayor calidad y en contra de los que actúan en un entorno más desfavorable.

3. Opciones metodológicas

3.1. Alternativas en la selección de los INC

Dadas las características del DEA, en el que existe una relación inversa entre el número de variables utilizadas y el poder de discriminación de la técnica, no resulta aconsejable introducir los valores de todos los *inputs* no controlables con los que contamos. Ante este problema, el repaso de la literatura permite distinguir un par de alternativas. Por un lado, se puede renunciar a parte de la información e introducir un número reducido de variables en el análisis; por otro, se puede sintetizar la información en un número reducido de variables mediante el análisis de componentes principales (ACP) ¹².

El ACP es una técnica de análisis factorial que tiene como objetivo encontrar un modo de condensar la información contenida en un número de variables originales en un conjunto más pequeño de variables (factores) con una pérdida mínima de información. La realización del ACP, tras comprobar que los datos se ajustaban a los requisitos de aplicación de esta técnica ¹³, nos ha permitido identificar dos componentes que recogen el 71 por 100 del total de la información original (tabla 5 del Anexo). Mediante el análisis de la matriz de componentes rotados (tabla 6 del Anexo), podemos comprobar claramente que el primer factor estaría compuesto por las cinco variables relativas a los ingresos familiares, los estudios y la profesión de los padres, es decir, por aquellas que determinan el «*entorno socioeconómico del alumno*». Por su parte, el segundo estaría formado por las restantes variables que representan la «*calidad del alumno*», es decir, su condición de buen o mal estudiante, que vendrá determinado por su expediente académico, su capacidad de organización y la opinión que sus padres tienen sobre sus aspiraciones académicas ¹⁴.

Como alternativa a la opción del análisis de componentes principales (*Opción CP*), podemos utilizar las propias variables extraídas de la encuesta (*Opción V*). Con el objetivo de

que la dimensión del modelo no afecte a los resultados, hemos elegido sólo dos variables. De acuerdo con la teoría, deberíamos utilizar variables que no estén correlacionadas entre sí y que recojan información acerca de los aspectos principales que afectan a los resultados de los estudiantes, el entorno socioeconómico y sus capacidades. De este modo, las variables elegidas, siguiendo el criterio de obtener la máxima información no redundante, fueron «INGRESOS», como indicador de familias con rentas mensuales elevadas y «BNOTAS», como aproximación a la calidad del alumnado ¹⁵.

Por último, el modelo DEA utilizado tiene una orientación de minimización de *inputs* y unos rendimientos de escala variables, siguiendo las recomendaciones establecidas por Hollingsworth y Smith (2003) para los casos en los que se utilizan ratios en los *inputs* o en los *outputs*, como sucede en nuestro caso.

3.2. Enfoques para incluir los *inputs* no controlables en el análisis de eficiencia

Como ya mencionamos en un apartado anterior, existen dos alternativas para incluir los factores exógenos en el análisis de eficiencia. La primera, la más utilizada tradicionalmente por los investigadores, consiste en la consideración de los factores exógenos desde un principio en la obtención de los índices de eficiencia de los centros según el modelo propuesto por Banker y Morey (1986). La segunda alternativa consiste en un análisis que consta de varias etapas, incluyéndose en la primera etapa sólo los *inputs* controlables y los *outputs* y tratando de ajustar —en las etapas posteriores— los efectos de los INC.

3.2.1. Modelo de una etapa

Dentro de este grupo, el método más utilizado ha sido el propuesto por Banker y Morey (1986), basado en la modificación de las restricciones del programa DEA estándar de manera que se persiga no una reducción equiproporcional de todo el vector de *inputs*, sino tan sólo en el subvector formado por los *inputs* controlables:

$$\begin{aligned}
 & \min \quad \lambda \\
 & \text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^J \theta_j y_i^j \geq y_i^0 \quad \forall i = 1, \dots, S \\
 & \quad \quad \sum_{j=1}^J \theta_j x_k^j \leq \lambda x_k^0 \quad \forall k = 1, \dots, M \\
 & \quad \quad \sum_{j=1}^J \theta_j z_l^j \leq z_l^0 \quad \forall l = 1, \dots, R \\
 & \quad \quad \sum_{j=1}^J \theta_j = 1 \\
 & \quad \quad \theta_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, J
 \end{aligned}$$

Su principal ventaja es que permite introducir todas las variables relevantes en un único análisis DEA, lo que simplifica en gran medida el cálculo de los índices de eficiencia. Sin embargo, esta metodología presenta también inconvenientes. Por una parte, sólo corrige los índices de eficiencia de las unidades ineficientes (las eficientes son las mismas que en el caso de utilizar los INC como si no lo fueran). Por otra, los resultados obtenidos dependen en parte de la pérdida de grados de libertad al aumentar el número de variables del modelo.

3.2.2. Modelos de varias etapas

Dentro de los modelos de varias etapas, las principales opciones son los denominados análisis de regresión o de dos etapas y los modelos de varias etapas planteados por Fried y Lovell (1996), Fried *et al.* (1999) y Fried *et al.* (2002). Como primer paso, común a todos ellos, se realiza un DEA sin tener en cuenta los factores exógenos para, posteriormente, llevar a cabo una serie de ajustes que permitan introducir el efecto de los *inputs* no controlables.

Estos modelos han recibido diferentes críticas. En primer lugar, si los índices obtenidos en la primera etapa no tienen en cuenta los factores exógenos, cualquier análisis con este punto de partida va a ofrecer unos resultados sesgados. Un segundo inconveniente se asocia a los problemas de sesgo que se pueden producir en el caso de que exista cierta correlación entre los *inputs* considerados en la primera etapa y las variables independientes de la segunda etapa; en ese caso, no podrá mantenerse que las dos etapas del análisis incorporan diferente tipo de información (Chalos, 1997) ¹⁶.

3.2.2.1. Modelo de regresión en dos etapas

La opción más sencilla para la corrección de los índices de eficiencia iniciales es la que habitualmente se conoce en la literatura como el «análisis de regresión o segunda etapa». Esta técnica utiliza los *inputs* no controlables (Z_j) como variables explicativas en una regresión en la que los índices de eficiencia iniciales (θ_j) se emplean como variables dependientes: $\theta_j = f(Z_j, \beta_j) + u_j$.

De este modo, los valores iniciales se ajustan en función de la dotación de factores exógenos con la que cuenta cada unidad evaluada. En todo caso, el ajuste de esos valores puede realizarse atendiendo a diferentes criterios ¹⁷. Una primera opción sería utilizar los índices calculados a partir de los parámetros estimados en la regresión. Con ella los ajustes se realizan siguiendo un juego de suma cero, con lo que la eficiencia media es la misma que la obtenida en un modelo que no incluya el efecto de las variables exógenas ¹⁸. Este hecho plantea problemas cuando efectuamos comparaciones con otros métodos que siguen un camino diferente para la realización del ajuste, obteniendo una eficiencia media superior.

Si descartamos la utilización de los índices calculados a través de los parámetros estimados, caben otras opciones para realizar los ajustes a partir del valor de los residuos de cada unidad. Así, si nos situamos en la perspectiva del más beneficiado, habrá que ajustar a la baja el valor de los índices de eficiencia de los productores en función de que hayan sido beneficiados en mayor o menor medida por el efecto de los *inputs* no controlables. Alternativamente, si nos situamos en la perspectiva del productor más perjudicado, tendremos que incre-

mentar los índices de eficiencia de todos los productores en función del grado en el que sus resultados han estado influidos por contar con un alumnado de menor calidad. Otra opción posible sería el valor medio, en cuyo caso ajustaríamos sólo los valores de los que se han visto perjudicados en la evaluación inicial para evitar el problema comentado en el párrafo anterior. En nuestro caso, con el fin de mejorar la comparación entre los modelos considerados hemos seguido la metodología propuesta por Ray (1991) en la medida que se aproxima al camino utilizado por el resto de modelos propuestos. Este enfoque opta por el uso de una regresión de mínimos cuadrados ordinarios y un proceso de ajuste de los índices de eficiencia iniciales siguiendo a Greene (1980), con lo que se obtienen estimadores consistentes de los parámetros añadiendo el residuo positivo mayor a cada valor estimado. De este modo se garantiza que la unidad que tiene una peor dotación de *inputs* no controlables es la que realiza un ajuste al alza de mayor cuantía.

La ventaja principal de esta segunda alternativa es que permite utilizar un mayor número de variables explicativas al tratarse de una regresión, frente a la cuidadosa selección de variables que debe llevarse a cabo en el DEA. No obstante, como nuestro objetivo es poder comparar modelos con una estructura similar, hemos preferido utilizar el mismo número de variables introducidas en el análisis DEA (en el primer caso, las dos variables procedentes del análisis de componentes principales y, en el segundo, «INGRESOS» y «BNOTAS»). Debe tenerse en cuenta que todas las variables resultaron significativas, al 99 por 100, en la explicación de los índices de eficiencia (*vid.* tablas 8 y 9 en anexo). Otra importante ventaja del análisis de dos etapas respecto al resto de modelos multietápicos es su sencillez al utilizar como variable dependiente los propios índices de eficiencia obtenidos en la primera etapa con lo que se facilita la realización de los ajustes.

Esa mayor sencillez, sin embargo, se torna en inconveniente pues la corrección realizada sólo tiene en cuenta el componente radial de la ineficiencia, con lo que se obvian posibles ineficiencias derivadas de la existencia de holguras¹⁹. Otra importante limitación de esta metodología es que subestima el nivel de ineficiencia (o sobreestima el índice de eficiencia) para los centros educativos que cuentan con un alumnado de mejor calidad. Este fenómeno provoca que los valores de los índices obtenidos tras realizar la regresión para dichos centros coincidan con los observados en un análisis que no incluya los factores exógenos. Por tanto, este modelo no permite corregir a la baja el índice de eficiencia otorgado en la etapa inicial a las unidades que cuentan con una buena dotación de *inputs* no controlables. Por último, aunque no menos importante, cualquier tipo de inferencia realizada sobre los índices de eficiencia iniciales carece de validez porque éstos presentan una elevada correlación²⁰ como consecuencia de que para su construcción se tuvo en cuenta la información del resto de unidades (concepto relativo de eficiencia).

3.2.2.2. Modelo de tres etapas

El modelo de tres etapas se basa en la utilización de las variables de holgura totales (radiales y no radiales) calculadas en la primera etapa para tratar de determinar qué parte de las mismas se explican por la influencia de los factores exógenos. Para ello, se realiza un segun-

do DEA, en el que se introducen como *inputs* controlables dichas variables de holgura y como *outputs*, los denominados *inputs* no controlables, con el objetivo de determinar en qué medida pueden reducirse los primeros tomando como fijo el valor de los segundos:

$$\begin{aligned} \min \quad & \beta_0 \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^I \lambda_i x_{fi} - s^{-'} = x_{f0} \\ & \sum_{i=1}^I \lambda_i [(1-\theta_0)x_d + s_d^+]_i + s^{+'} = \beta_0 [(1-\theta_0)x_d + s_d^+]_0 \\ & \sum_{i=1}^I \lambda_i = 1 \\ & \lambda_i, s_d^{+'}, s^{-'} \geq 0 \end{aligned}$$

donde la holgura total detectada en la primera etapa para cada productor en la variable x_d viene dado por la expresión: $[(1-\theta_0)x_d + s_d^+]_i$.

A partir de los *objetivos* (*targets*) calculados con este proceso es posible identificar para la holgura de cada variable qué parte de las mismas está provocada por la influencia de efectos externos, $\beta_0 [(1-\theta_0)x_d + s_d^+]_i$, y cuál se debe a la ineficiencia, $(1-\beta_0)[(1-\theta_0)x_d + s_d^+]_i$ ²¹. El siguiente paso consiste en ajustar los valores originales de los *inputs* y los *outputs*. Para ello, se restan a los valores de los *inputs* iniciales los *objetivos* calculados para cada *input* en este segundo DEA, y se suman a los valores de los *outputs* iniciales los *objetivos* calculados para cada *output*. Finalmente, en la tercera etapa se realiza un nuevo DEA utilizando los nuevos valores de los *inputs* y *outputs* obtenidos tras la anterior transformación²².

Entre las principales ventajas de este modelo destacan la posibilidad de incluir simultáneamente la holgura radial y no radial, y el mayor poder de discriminación que ofrece la técnica como consecuencia de que en ninguna de las etapas se introducen todas las variables de manera simultánea. Además, al basarse únicamente en la utilización de técnicas no paramétricas, otorga a todo el proceso de ajuste de una coherencia que resulta especialmente apropiada para una función de producción tan compleja como la educativa.

Algunas de estas ventajas acaban, sin embargo, transformándose en inconvenientes. Los resultados de cada fase pueden presentar un sesgo relacionado con el efecto de aquellas variables que se omiten en cada etapa y por su carácter totalmente determinístico, asocia cualquier desviación de la frontera a la ineficiencia del productor. Otra importante limitación de esta alternativa es su incapacidad de corregir los valores de las unidades calificadas como eficientes con independencia de la dotación que cuenten de *inputs* no controlables²³.

3.2.2.3. Modelo de cuatro etapas

Finalmente, el modelo de cuatro etapas utiliza las holguras totales obtenidas en la etapa inicial incluyéndolas como variables dependientes en un sistema de ecuaciones de regresión

Tobit en el que las variables explicativas son los *inputs* no controlables²⁴. Con estas regresiones es posible conocer la variación en los índices de eficiencia atribuible a cada uno de los *inputs* no controlables: $ITS_j^k = f(Z_j^k, \beta_j, u_j^k)$, donde ITS_j^k representa la holgura total obtenida en la primera etapa, Z_j^k es un vector representativo de los *inputs* no controlables, β_j es un vector de coeficientes y u_j^k es el término de error.

Posteriormente, se emplean los coeficientes estimados en la etapa anterior para calcular las nuevas holguras asociadas a cada *input*²⁵, que representan las holguras permitidas teniendo en cuenta la dotación de *inputs* no controlables de cada unidad. A partir de dichos valores, se pueden realizar los ajustes sobre los valores de los *inputs* iniciales, sumando al valor original de cada *input* la diferencia entre el mayor valor estimado y el valor estimado para cada unidad²⁶:

$$x_j^{k\text{adj}} = x_j^k + \left[\text{Max}^k \{ITS_j^k\text{pred}\} - ITS_j^k\text{pred} \right]$$

La última etapa consiste en la utilización de los nuevos *inputs* ajustados para realizar un nuevo DEA igual que el inicial, es decir, incluyendo tan sólo los *outputs* y los *inputs* controlables (en este caso, los nuevos valores ajustados). Los nuevos índices calculados reflejarán únicamente la ineficiencia de las unidades una vez eliminado el efecto de los *inputs* no controlables.

Al igual que ocurría con el modelo de tres etapas, una de las principales ventajas que presenta este modelo es la posibilidad de incluir simultáneamente la holgura radial y no radial. Además, con esta técnica se supera uno de los principales inconvenientes detectados en otros modelos ya que permite la corrección de los índices de las unidades calificadas como eficientes en la primera etapa en el caso de que éstas cuenten con una dotación de factores exógenos muy favorable.

Entre sus inconvenientes hay que hacer referencia a los sesgos que pueden surgir si existe correlación entre los *inputs* controlables por el gestor empleados en el DEA inicial y los que quedan fuera de su control, incluidos en la regresión²⁷. Por otro lado, en la medida que los índices finales obtenidos con este modelo representan la reducción de *inputs* si la unidad opera en las peores condiciones posibles en relación a la dotación de *inputs* no controlables, las unidades que cuenten con una dotación de esos *inputs* más favorable deberían ser capaces de reducir sus *inputs* todavía más. En definitiva, ofrece una visión «bondadosa» con respecto a esas unidades.

Combinando las cuatro posibilidades descritas anteriormente con las dos opciones existentes para incluir los *inputs* no controlables en el análisis, obtenemos ocho modelos alternativos (CP1, CP2, CP3, CP4, V1, V2, V3 y V4), recogidos en el siguiente cuadro.

Cuadro 1. Modelos alternativos

	Componentes principales	Variables originales
Banker y Morey (1 etapa)	Modelo CP1	Modelo V1
Regresión (2 etapas)	Modelo CP2	Modelo V2
Fried y Lovell (3 etapas)	Modelo CP3	Modelo V3
Fried <i>et al.</i> (4 etapas)	Modelo CP4	Modelo V4

4. Resultados

Los resultados obtenidos con los ocho modelos pueden compararse siguiendo distintos criterios que, de una u otra forma, se utilizan en la literatura empírica sobre la eficiencia. Unas veces interesará conocer el número de unidades eficientes, otras la eficiencia media del sector. En otras ocasiones el objetivo será ordenar las unidades según su comportamiento más o menos eficiente o también establecer unos objetivos de producción y consumo para que las unidades sean eficientes, con lo que el interés se centrará en los índices individuales de eficiencia.

En primer lugar, optamos por examinar los índices de eficiencia estimados por cada uno de ellos. En el cuadro 2 se ofrece información sobre el número de unidades eficientes y la eficiencia media obtenida en cada uno de los modelos, pudiendo observarse notables diferencias.

Cuadro 2. Número de unidades eficientes y eficiencia media

	N.º eficientes	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
CP1	27 (32%)	55,89	100	90,76	10,2192
CP2	5 (6%)	50,16	100	82,87	9,6749
CP3	14 (16%)	58,55	100	92,99	9,0744
CP4	9 (11%)	54,39	100	87,24	9,2907
V1	27 (32%)	48,38	100	89,86	11,0669
V2	6 (7%)	47,62	100	83,20	9,7548
V3	19 (22%)	48,60	100	91,98	9,5891
V4	8 (9%)	51,75	100	86,20	9,8870

Una primera idea que puede destacarse relativa a estos dos criterios es que importa más el modelo que el modo de incorporar los *inputs* no controlables. En efecto, el número de unidades eficientes y la eficiencia media es similar con independencia de que los factores exógenos se consideren mediante componentes principales o directamente como variables para cada uno de los tres modelos utilizados. Esto puede comprobarse para cada uno de los cuatro modelos utilizados (CP1 frente a V1, CP2 frente a V2, CP3 frente a V3 y CP4 frente a V4) aunque, en el caso de los modelos de tres etapas, las diferencias en el número de unidades eficientes, son algo mayores.

Si nos centramos sólo en el primero de los criterios (número de unidades eficientes), es el modelo de una etapa el que ofrece una visión más favorable, calificando a un tercio de las unidades como eficientes; el de dos etapas la menos favorable, mientras que los modelos de tres y cuatro etapas se sitúan en una posición intermedia, con unos resultados mucho más favorables para el de tres etapas. La mencionada ordenación de modelos tiene su origen en la elevada sensibilidad del DEA a los «grados de libertad» del modelo, es decir, a la relación entre el número de unidades y el número de variables (*inputs* y *outputs*). En este sentido, mientras que el modelo de una etapa calcula las eficiencias desde el inicio con seis variables, los multietápicos parten, en su fase previa, de unos índices obtenidos mediante un DEA con cuatro variables (sin incluir los dos *inputs* no controlables)²⁸. Por otro lado, las diferencias entre los resultados obtenidos en los modelos de varias etapas tienen su origen, probablemente, en el tipo de ajuste que sobre unos mismos índices de eficiencia realiza cada uno de ellos; «global», en el caso del análisis de regresión y cuatro etapas, e «individualizado», en el de tres etapas.

No obstante, pese a ser mucho mayor el número de unidades eficientes en el modelo de Banker y Morey, el valor de la eficiencia media es inferior al del modelo de tres etapas. Por tanto, una conclusión interesante que podemos extraer es que en el modelo de Banker y Morey, las unidades que no son eficientes al incluir los *inputs* no controlables, incrementan sus índices de eficiencia en menor medida que en el modelo de Fried y Lovell en el que son muchas más las unidades que aumentan su índice de eficiencia sin llegar a alcanzar la unidad. Esto se explica porque en los modelos de una etapa, la propia estructura del problema de programación matemática hace que el número de unidades eficientes sea el mismo independientemente de que los *inputs* sean o no controlables lo que provoca que determinadas unidades pasen a ser eficientes si presentan un valor extremo en alguna de sus variables, mientras que las modificaciones en los índices para el resto de las unidades son mucho menores.

En cuanto a los modelos de varias etapas, es el dos etapas el que presenta una eficiencia media menor debido al reducido número de unidades que ajustan al alza su índice de eficiencia inicial. El de cuatro etapas ofrece una posición intermedia en eficiencia media, siendo lo más destacado de esta alternativa que permite ajustes a la baja de las unidades eficientes, mientras que en el resto de modelos los índices iniciales se mantienen o se incrementan pero nunca se reducen.

En el cuadro 3 se presentan los coeficientes de rangos de Spearman de los índices calculados con las distintas opciones seguidas en la investigación. Este coeficiente nos aproxima a un criterio muy utilizado en la literatura empírica sobre eficiencia como es el de ordenar a las distintas unidades evaluadas de acuerdo con su comportamiento más o menos eficiente. Si ese fuera el objetivo del análisis, los resultados del cuadro 4 permiten realizar algunos comentarios de interés.

La principal conclusión es que la decisión relevante es optar entre modelos de varias etapas (considerados de forma conjunta) y de una etapa. Las mayores diferencias (muy importantes) se producen entre aquellas alternativas que combinan modelos de una etapa con modelos de varias etapas (*área sombreada*). La comparación entre modelos multietápicos

Cuadro 3. Coeficientes de correlación de rangos de Spearman

	CP1	CP2	CP3	CP4	V1	V2	V3	V4
CP1	1							
CP2	0,539	1						
CP3	0,675	0,701	1					
CP4	0,692	0,851	0,733	1				
V1	0,751	0,643	0,671	0,684	1			
V2	0,518	0,950	0,682	0,856	0,593	1		
V3	0,566	0,974	0,759	0,769	0,685	0,911	1	
V4	0,682	0,844	0,660	0,922	0,698	0,875	0,772	1

* En todos los casos la correlación es significativa al nivel 0,01.

muestra que, con respecto a la ordenación de las unidades, los resultados de los diferentes modelos no difieren mucho entre sí al utilizar un mecanismo diferente para captar la información (CP2 y V2, CP3 y V3 o CP4 y V4). Esto es así incluso cuando cambiamos el modelo y la forma de incorporar los factores exógenos.

En definitiva, partir de unos mismos índices de eficiencia para corregirlos en etapas posteriores, como sucede con los modelos de varias etapas, parece tener una influencia decisiva en la ordenación final de las unidades con independencia de que los factores exógenos (que sirven de base al ajuste) se incorporen directamente o utilizando la técnica de componentes principales y del tipo de ajuste que posteriormente se haga.

Otra conclusión interesante es que el modo de incorporar los factores exógenos resulta relevante en los modelos de una y tres etapas en cuanto a la ordenación de las unidades. Así, mientras que el coeficiente de rangos de Spearman es elevado tanto en los modelos de regresión (CP2 frente a V2 = 0,95) como en los modelos de cuatro etapas (CP4 frente a V4 = 0,922), en el modelo de una etapa muestra un resultado claramente inferior (CP1 frente a V1 = 0,75), al igual que ocurre entre los dos modelos de Fried y Lovell (CP3 frente a V3 = 0,76).

Por último, en algunos estudios empíricos se utilizan los índices de eficiencia para establecer los objetivos de producción y consumo de las unidades evaluadas. Con el fin de analizar la sensibilidad de las distintas opciones presentadas en la investigación ante este criterio hemos calculado el porcentaje de unidades que modifican sus índices de eficiencia por encima de una cifra relevante (un 10 por 100). Los resultados obtenidos se ofrecen en el cuadro 4.

Nuevamente las diferencias son importantes entre modelos de una y varias etapas (y no peores sino similares si añadimos a ese cambio el modo de incorporar los *inputs* no controlables) (*área sombreada*). Sin embargo, a diferencia de lo que sucedía con el anterior criterio, esas diferencias son incluso mayores cuando la comparación se lleva a cabo entre modelos de varias etapas y en esa comparación participa el de tres etapas de Fried y Lovell (*valores en cursiva*).

Cuadro 4. Porcentaje de unidades con divergencia > 10 por 100

	CP1	CP2	CP3	CP4	V1	V2	V3	V4
CP1	—							
CP2	25%	—						
CP3	27%	52%	—					
CP4	22%	4%	29%	—				
V1	6%	26%	25%	18%	—			
V2	24%	0%	47%	6%	21%	—		
V3	19%	39%	16%	18%	19%	36%	—	
V4	21%	11%	40%	0%	21%	5%	28%	—

5. Conclusiones

Aunque el objetivo del artículo es valorar la sensibilidad de distintas alternativas de incluir los denominados *inputs* no controlables en la medición de la eficiencia de los centros de educación secundaria, el desarrollo de la propia investigación ha permitido obtener algunas conclusiones más generales de evidente interés para la gestión pública.

Al margen de los problemas de medición del *output* público en este nivel educativo, la consideración de los INC resulta imprescindible en la evaluación de los centros. Hemos podido comprobar su efecto decisivo en los resultados académicos de los centros de manera que cualquier política de mejora en ese *output* que no tenga en cuenta dichos factores resultará desincentivadora para aquellos centros más desfavorecidos en esos *inputs* o, en la medida que tales factores no resulten totalmente exógenos, provocará un proceso de preselección de alumnos con grave daño para la equidad del sistema. Este tipo de comportamiento no deseado, contrastado en la experiencia británica (Bradley y Taylor, 2002), ha llevado a que en ese país, desde el 2002, se publiquen medidas de «valor añadido» de las escuelas con las que tratan de aislarse aquellos factores que están fuera del control de los centros. En cualquier caso, al no considerar los recursos utilizados, estas medidas reflejan en mayor medida la actuación global de los centros que el nivel de eficiencia con la que actúan.

Partiendo de la encuesta realizada a los alumnos de los centros y mediante distintos procedimientos pudimos identificar factores y variables que coinciden con lo señalado por la literatura económica como INC: status socioeconómico y capacidad del alumno. Esos INC además de tener un efecto decisivo sobre el *output* se encuentran distribuidos de forma muy desigual entre los centros lo que obliga a un proceso de ajuste que impida realizar falsas inferencias confundiendo el comportamiento observado con el verdadero comportamiento del centro.

Si pasamos al objetivo concreto de la investigación, parece que la decisión más relevante que ha de tomar el analista a la hora de incluir los factores no controlables en la evaluación de los centros educativos es el tipo de modelo, una frente a varias etapas, más que el modo de incluir los factores, variables frente a componentes principales. Esta segunda decisión no solo tiene una menor incidencia en los cuatros criterios utilizados sino que, desde el punto de

vista práctico, es poco probable que el analista tenga que adoptarla. En la mayor parte de las ocasiones tendremos que conformarnos con poder obtener una o dos variables en vez de contar con la rica información proporcionada por un conjunto de 22 variables como ha sucedido en nuestro caso. La investigación también da pistas de hacia dónde deberíamos dirigir nuestros esfuerzos en la obtención de variables representativas del nivel socioeconómico y la capacidad del alumno.

Una vez descartado el modelo de regresión de dos etapas por su negativa valoración (tiene en cuenta solo el componente radial de la eficiencia, no corrige el índice de las unidades con una buena dotación de INC y presenta resultados sesgados), los modelos de varias etapas parecen superiores al de una etapa. A pesar de su sencillez, la propuesta de Banker y Morey resulta poco atractiva tanto por la sensibilidad del DEA a los *grados de libertad* como por considerar eficientes a las mismas unidades con independencia de que los *inputs* sean o no controlables por las unidades.

Restringida la decisión a los de tres y cuatro etapas, ambas alternativas presentan características que resultan especialmente atractivas en el tratamiento de los INC que, como explicamos en el trabajo, van más allá de la aplicación realizada. Si descendemos a nuestra aplicación, la comparación de los resultados de ambos modelos según los cuatro criterios utilizados, ofrece discrepancias significativas. Con la información obtenida según componentes principales: cinco unidades eficientes y seis puntos de eficiencia media de diferencia, coeficiente de rangos de Spearman de 0,73 y cerca de la tercera parte de las unidades con una discrepancia en los índices de eficiencia superiores al 10 por 100. Partiendo de que no se trata de una cuestión cerrada, el modelo de cuatro etapas parece ser la opción más adecuada ya que añade a su evidente interés algunas características que lo hacen especialmente atractivo para la muestra analizada permitiendo, a diferencia del de tres etapas, corregir la evaluación de las unidades eficientes que, como sucede en nuestro caso, actúan en entornos relativamente favorables en su dotación de INC.

Notas

1. La mayor parte de ellos están orientados a tratar de solventar las dificultades relativas al desconocimiento de la función de producción educativa y a la identificación de los factores que influyen sobre los resultados escolares. Para una revisión de la literatura de la eficiencia en el ámbito educativo, véase Worthington (2001). Para el caso de España pueden consultarse, entre otros, Pedraja y Salinas (1996), Mancebón (1996) y Muñiz (2000).
2. Una revisión de alguna de estas técnicas se encuentra en Rouse *et al.* (1996).
3. Ray (1991), McCarty y Yaisawarng (1993).
4. La elección de esta variable frente a la alternativa del número de alumnos aprobados respecto a los matriculados al inicio de curso (opción por la que se decantan otros trabajos que pretenden estudiar el comportamiento de los centros de educación secundaria) se basa en el cambio que se ha producido en la estructura de nuestro sistema educativo. Con la introducción del sistema LOGSE, en el segundo curso de bachillerato existe un porcentaje considerable de alumnos matriculados que no tienen intención de estudiar una carrera universitaria y que, por tanto, no van a realizar la PAU. A partir de la Encuesta realizada, comprobamos que, en promedio, un 21 por 100 de los alumnos no pretenden continuar sus estudios en una etapa universitaria y que en quince cen-

tros dicho porcentaje supera el 30 por 100. Aunque somos conscientes de que con la elección de esta variable podemos encontrarnos con problemas asociados al comportamiento especulativo de los centros a la hora de determinar el número de alumnos que pueden realizar el examen de acceso a la universidad, consideramos que la utilización de la proporción de aprobados respecto a los presentados nos ofrece una mejor información sobre el *output* de cada centro. En todo caso, no existen diferencias significativas entre los índices de eficiencia obtenidos con cada una de esas opciones (coeficientes de correlación de Pearson y de rangos de Spearman de 0,966 y 0,962, respectivamente).

5. Los trabajos de Bessent *et al.* (1982), Smith y Mayston (1987), McCarty y Yaisawarnng (1993) o Muñiz (2000) coinciden en la utilización de variables representativas de estos factores.
6. Para construir esta variable, que no incluye la retribución al profesorado, se ha deducido del gasto total del ejercicio los recursos destinados a edificios y otras construcciones ya que esta partida de gasto varía mucho entre diferentes ejercicios en función de las circunstancias particulares de cada centro.
7. Como ejemplo pueden señalarse los trabajos de Bessent *et al.* (1982) o Thanassoulis y Dunstan (1994), que aproximan el nivel económico de las familias mediante el porcentaje de alumnos con derecho a descuentos en comidas.
8. El estudio realizado forma parte de un proyecto de investigación más amplio financiado por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte realizado conjuntamente en las Comunidades Autónomas de Asturias, Aragón y Extremadura. En el marco de dicho proyecto, se procedió a la realización de una encuesta idéntica en todos los centros de educación secundaria de estas tres Comunidades en mayo del año 2002. Dicha encuesta constaba de un total de 54 preguntas que tenían como objetivo identificar las características del alumnado de los centros y tratar de ofrecer información acerca de la calidad de la enseñanza percibida por los propios estudiantes.
9. El criterio seguido ha sido la utilización de variables que tuvieran una influencia clara sobre las dos dimensiones representativas del *output*. Ello supuso descartar diez variables que no resultaron significativas en la explicación de alguna de las dos dimensiones elegidas. La eliminación de las dos últimas variables se basó en que éstas incorporaban información redundante (mostraban una elevada correlación con respecto a la práctica totalidad de las variables). En las tablas 1 y 2 del Anexo se resumen los resultados de las regresiones individuales realizadas para cada una de las dimensiones del *output* y en la tabla 3 se muestran las correlaciones existentes entre las variables significativas.
10. Esta variable recoge el porcentaje de alumnos que obtuvo en el curso anterior una calificación media igual o superior a notable.
11. Esta información se obtiene a través de una pregunta en la que se hace referencia a la edad del alumno.
12. Smith y Mayston (1987) fueron los primeros que recomendaron el uso de esta técnica para reducir el número de elementos no discrecionales en un contexto de evaluación de la eficiencia de centros. En España, Mancebón (1996) utilizó esta metodología en su tesis doctoral sobre la evaluación de la eficiencia de los institutos de educación secundaria de Zaragoza.
13. El elevado valor del estadístico de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) y el resultado del test de esfericidad de Bartlett (ambos se recogen en la tabla 4 del Anexo) muestran que los datos utilizados se adaptan perfectamente a la aplicación del análisis de componentes principales.
14. Para poder utilizar los valores de estas dos nuevas variables como *inputs* no controlables será necesario realizar un cambio de escala eliminando la posibilidad de valores negativos, lo que carece de sentido si estas variables van a utilizarse como *inputs*. Con ese fin sumamos a todos los valores el mayor valor negativo para cada una de las variables de modo que para cada componente habrá un valor cero y el resto de valores serán positivos.
15. Los criterios que han guiado la selección de estas dos variables son su independencia mutua y mostrar una clara correlación con respecto a las variables que forman parte de cada uno de los componentes obtenidos a partir del análisis factorial (tabla 3 del Anexo). Además, estas variables representan perfectamente los dos factores que la literatura identifica como los más influyentes sobre los resultados de los alumnos, como son sus aptitudes (relacionadas con el expediente académico previo) y su entorno socioeconómico (vinculado a la renta familiar).

16. En nuestro estudio, hemos comprobado que no existe una correlación significativa entre las variables empleadas, con lo que eliminamos la posibilidad de un sesgo en los resultados debido a la mencionada correlación (*vid.* tabla 7 en el Anexo).
17. Unos trabajos utilizan una regresión mediante mínimos cuadrados ordinarios, otros proponen el uso de regresiones *Tobit* basándose en que los valores de los índices de eficiencia están comprendidos entre 0 y 1. No obstante, hay que señalar que muchos de estos trabajos tienen como objetivo únicamente determinar cuál es el efecto de los factores exógenos sobre los índices de eficiencia, sin preocuparse por la construcción de nuevos índices de eficiencia que incluyan el efecto de estas variables, algo que en nuestro caso supone un objetivo fundamental para poder realizar comparaciones entre los resultados obtenidos por los centros con las distintas metodologías propuestas.
18. La eficiencia media será la misma si se utilizan MCO, mientras que con una regresión *Tobit* ésta será ligeramente superior.
19. En el caso de los *inputs*, estas holguras representan la cantidad que se podría ahorrar cada productor en la utilización de los mismos en el caso de ser eficiente, mientras que, para los *outputs*, se identifican con cuánto podría incrementar la producción si alcanzara un comportamiento eficiente.
20. Ante esta situación se propone aplicar las técnicas de *bootstrapping* sobre los índices de eficiencia iniciales antes de realizar cualquier tipo de inferencia. *Vid.* Simar y Wilson (2003) y Daraio y Simar (2003).
21. En el caso de que el objetivo coincida con el valor de la holgura inicial, toda la holgura inicial se explica por el efecto de los *inputs* no controlables. Por el contrario, si el valor de este objetivo de producción es inferior a la holgura inicial, se asume que una parte de éste se explica por un comportamiento ineficiente del productor (diferencia entre la holgura inicial y el objetivo calculado en la segunda etapa).
22. La descripción del modelo de Fried y Lovell no coincide con su modelo original, sino que hemos seguido las modificaciones propuestas por Muñiz (2002).
23. Ésta parece ser la razón del abandono de esta alternativa por parte de sus inspiradores que decidieron explorar otras como se señala en Fried *et al.* (2002).
24. En este modelo sólo se emplean las holguras correspondientes a los *inputs*, ya que si se ha optado por una orientación de minimización de *inputs*, la mayor parte de las holguras calculados para los *outputs* tendrán un valor nulo y la estimación de estas regresiones carecería de sentido. Asimismo, la utilización de la regresión *Tobit* está justificada porque los índices toman valores entre 0 y 100.
25. Estos coeficientes nos ofrecen información acerca del efecto (positivo o negativo) de los *inputs* no controlables sobre las holguras de cada variable.
26. Este criterio, propuesto por los autores en el artículo original, supone establecer como base para la comparación la situación de la unidad más perjudicada por el efecto de los *inputs* no controlables.
27. Para nuestra muestra se ha comprobado que este hecho no se produce.
28. Una prueba del grado de sensibilidad de la técnica al caso analizado es que si utilizamos el modelo de Banker y Morey con menos factores exógenos (uno en vez de dos o incluso ninguno), los resultados cambian en el sentido que se aprecia en el anexo (tablas 10 y 11).

Referencias

- Bacdayan, A. W. (1997), "A mathematical analysis of the learning production process and a model for determining what matters in education", *Economics of Education Review*, 16 (1): 25-37.
- Banker, R. D. y R. C. Morey (1986), "Efficiency Analysis for exogenously fixed inputs and outputs", *Operations Research*, 34 (4): 513-521.

- Bessent, A. M., E. W. Bessent, J. Kennington y B. Reagan (1982), "An application of mathematical programming to assess productivity in the Houston independent school district", *Management Science*, 28 (12): 1355-1367.
- Bradley, S. y J. Taylor (2002), "The effect of the quasi-market on the efficiency-equity trade-off in the secondary school sector", *Bulletin of Economic Research*, 295-314.
- Chalos, P. (1997), "An examination of budgetary inefficiency in education using data envelopment analysis", *Financial and Accountability & Management*, 13: 55-69.
- Coleman, J. S. (1966), *Equality of Education Opportunity*, Washington, DC: US. GPO.
- Daraio, C. y L. Simar (2003), *Introducing environmental variables in nonparametric frontier models: a probabilistic approach*, Discussion Paper 0313, Institut de Statistique, Université Catholique de Louvain.
- Fried, H. O. y C. A. K. Lovell (1996), *Searching for the zeds*, Ponencia presentada en el II Georgia Productivity Workshop.
- Fried, H., S. Schmidt y S. Yaisawarng (1999), "Incorporating the operating environment into a nonparametric measure of technical efficiency", *Journal of Productivity Analysis*, 12: 249-267.
- Fried, H., C. A. K. Lovell, S. Schmidt y S. Yaisawarng (2002), "Accounting for Environmental Effects and Statistical Noise in Data Envelopment Analysis", *Journal of Productivity Analysis*, 17 (1/2): 157-174.
- Greene, W. (1980), "Maximum Likelihood Estimation of Econometric Frontier Functions", *Journal of Econometrics*, 13: 26-57.
- Hanushek, E. (1971), "Teacher characteristics and gains in student achievement: estimation using micro data", *American Economic Review*, 61 (mayo): 280-288.
- Hanushek, E. (1986), "The economics of schooling: production and efficiency in public schools", *Journal of Economic Literature*, 24 (September): 1141-1177.
- Hollingsworth, B. y P. Smith (2003), "Use of ratios in Data Envelopment Analysis", *Applied Economics Letters*, 10: 733-735.
- Mancebón, M. J. (1996), *La evaluación de la eficiencia de los centros educativos públicos*, Tesis Doctoral, Universidad de Zaragoza.
- Mancebón, M. J. y M. Muñoz (2003), "Aspectos clave de la evaluación de la eficiencia productiva en la educación secundaria", *Papeles de Economía Española*, 95: 162-187.
- McCarty, T. y S. Yaisawarng (1993), "Technical efficiency in New Jersey School districts", en H. Fried, C. A. K. Lovell y S. Schmidt (ed.), *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, New York: Oxford University Press.
- Muñoz, M. (2000), *Eficiencia técnica e inputs no controlables. El caso de los institutos asturianos de educación secundaria*, Tesis Doctoral, Universidad de Oviedo.
- Muñoz, M. (2001), "Introducción de variables de control en modelos DEA", en A. Álvarez (coord.), *La medición de la eficiencia y la productividad*, Editorial Pirámide.
- Muñoz, M. (2002), "Separating Managerial Inefficiency and External Conditions in Data", *European Journal of Operational Research*, 143-3: 625-643.

- Pedraja, F. y J. Salinas (1996), "Eficiencia del gasto público en educación secundaria: una aplicación de la técnica envolvente de datos", *Hacienda Pública Española*, 138: 87-95.
- Ray, S. C. (1991), "Resource use efficiency in public schools: A study of Connecticut data", *Management Science*, 37 (12): 1620-1628.
- Rouse, P., M. Putterill y D. Ryan (1996), *Methodologies for the treatment of environmental factors in DEA*, Department of Accounting and Finance, University of Auckland.
- Simar, L. y P. W. Wilson (2003), *Estimation and inference in two-stage, semiparametric models of production processes*, Discussion Paper 0307, Institut de Statistique, Université Catholique de Louvain.
- Smith, P. y D. Mayston (1987), "Measuring efficiency in the public sector", *OMEGA International Journal of Management Science*, 15: 181-189.
- Thanassoulis, E. y P. Dustan (1994): "Guiding schools to improved performance using data envelopment analysis: an illustration with data from a local education authority", *Journal of the Operational Research Society*, 45 (11): 1247-1262.
- Worthington, A. C. (2001): "An Empirical Survey of Frontier Efficiency Measurement techniques in Education", *Education Economics*, 9 (3).

Abstract

The aim of this paper is to study how much sensitive efficiency scores are when different approaches proposed in the literature are used to include exogenous factors in efficiency analysis. Specifically, we will concentrate on two crucial issues. One the one hand, although we have an extensive data set on these variables derived from school surveys, it is not possible to use all these data, so we consider the possibility of either including the most relevant variables in the efficiency analysis or using Principal Components Analysis to summarise information contained in such variables. On the other hand, two alternative methodologies are considered to include these factors in efficiency analysis, we will compare the approach according to which such factors must be taken into account to calculate the final efficiency indices and alternative multi-stage approaches. The analysis covers 79 public high schools in the region of Extremadura (Spain) for the 2001-02 school year.

Key words: Data Envelopment Analysis (DEA), secondary schools, non-controllable *inputs*.

JEL Classification: D20, I22.

Anexo**Tabla 1. Regresiones individuales con variable dependiente «APROBADOS»**

	Coefficiente	Estadístico T	PROB.
SEXO	0,1531	1,3599	0,1775
APROTOD0	0,2178	2,8795	0,0051
BNOTAS	0,1729	2,0462	0,0461
EDAD	0,2574	3,6004	0,0005
EXPEDIENTE	0,1751	1,7866	0,0777
ORGHORAS	0,2315	2,8532	0,0055
HORAS	0,0617	0,2822	0,7785
ASISTENCIA	0,1055	1,2469	0,2159
ASPIRACIONES	0,3747	5,1959	0,0000
AUTOCONFIANZA	0,1649	1,3592	0,1778
CONFIPAD	0,2262	2,2080	0,0300
CONFPRO	-0,2024	-1,2283	0,2228
CONFIPADPRO	0,1878	1,7437	0,0849
INGRESOS	0,1828	2,0214	0,0465
ESTPADRE	0,2107	2,0577	0,0428
ESTMADRE	0,2860	2,6666	0,0092
PROFPAD	0,1634	2,6125	0,0107
PROFMAD	0,2964	3,2808	0,0015
BECA	0,2932	3,6927	0,0004
HIJOUNICO	0,1432	0,5494	0,5842
CAMBIO	0,0595	0,5125	0,6097
UNIPADRES	0,1531	1,3599	0,1775

Tabla 2. Regresiones individuales con variable dependiente «NOTAS»

	Coefficiente	Estadístico T	PROB.
SEXO	0,0214	0,4905	0,6251
APROTOD0	0,1078	3,1346	0,0024
BNOTAS	0,1178	2,7311	0,0077
EDAD	0,1203	3,6811	0,0004
EXPEDIENTE	0,1378	3,1865	0,0020
ORGHORAS	0,0867	2,2919	0,0244
HORAS	0,1963	2,0044	0,0483
ASISTENCIA	-0,0246	-0,6298	0,5306
ASPIRACIONES	0,1250	3,5204	0,0007
AUTOCONFIANZA	0,1675	3,1484	0,0023
CONFPAD	0,1347	2,9265	0,0044
CONFPRO	0,0839	1,1076	0,2713
CONFPADPRO	0,1433	2,9991	0,0036
INGRESOS	0,1706	4,4742	0,0000
ESTPADRE	0,1901	4,3815	0,0000
ESTMADRE	0,1772	3,7358	0,0003
PROFPAD	0,1004	3,6197	0,0005
PROFMAD	0,1486	3,6321	0,0005
BECA	0,1476	4,1243	0,0001
HIJOUNICO	0,0851	0,7130	0,4778
CAMBIO	-0,0568	-1,0730	0,2864
UNIPADRES	0,0775	1,5042	0,1363

Tabla 3. Correlaciones entre las variables significativas

	APTOD	BNOT	EDAD	CNPAD	ORGH	ASPIR	ING	ESTPA	ESTMA	PROPA	PROMA	BECA
APTOD	1,000											
BNOT	0,679*	1,000										
EDAD	0,602*	0,595*	1,000									
CNPAD	0,172	0,232	0,266	1,000								
ORGH	0,123	0,093	0,121	0,029	1,000							
ASPIR	0,527*	0,367*	0,463*	0,303*	0,057	1,000						
ING	0,250	0,196	0,205	0,104	0,123	0,277*	1,000					
ESTPA	0,288	0,266	0,253	0,226	0,060	0,330*	0,830*	1,000				
ESTMA	0,335*	0,318*	0,203	0,169	0,066	0,317*	0,790*	0,882*	1,000			
PROPA	0,198	0,088	0,150	0,120	0,050	0,314*	0,790*	0,814*	0,766*	1,000		
PROMA	0,219	0,152	0,157	0,205	0,060	0,265	0,775*	0,776*	0,843*	0,788*	1,000	
BECA	0,511*	0,398*	0,467*	0,381*	0,033	0,624*	0,412*	0,441*	0,416*	0,429*	0,414*	1,000

* Correlación significativa al 0,01.

Tabla 4. Estadístico KMO y Coeficiente de Bartlett en el ACP

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		,814
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	594,238
	gl	45
	Sig.	,000

Tabla 5. Varianza total explicada por cada uno de los componentes (ACP)

Componente	Autovalores iniciales			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	4,673	46,734	46,734	4,316	43,156	43,156
2	2,398	23,976	70,709	2,755	27,553	70,709
3	,936	9,365	80,074			
4	,609	6,085	86,160			
5	,454	4,538	90,697			
6	,322	3,223	93,920			
7	,226	2,265	96,185			
8	,180	1,799	97,984			
9	,143	1,427	99,411			
10	,059	,589	100,000			

Tabla 6. Matriz de componentes rotados (ACP)

	Componente	
	1	2
INGRESOS	0,922	,046
PROFPAD	0,911	,020
PROFMAD	0,925	,064
ESTPADRE	0,925	,207
ESTMADRE	0,917	,193
BNOTAS	,064	0,855
EDAD	,015	0,812
APROTOD	,111	0,807
CONFPAD	,254	0,707
ORGHORAS	,014	0,359

Método de rotación: Normalización Varimax.

Tabla 7. Coeficientes de correlación de Pearson entre *inputs* escolares e INC

	Ingresos	BNOTAS	COMP1	COMP2
GASTOS	-0,251	-0,388	-0,229	-0,353
PROFESORES	-0,190	-0,310	-0,204	-0,385

Tabla 8. Regresión con las dos variables originales utilizadas como INC

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	6.322.741	4.502.516	1.404.268	0,0000
ING	0,355704	0,112577	3.159.641	0,0016
BNOTAS	0,365324	0,117030	3.121.633	0,0018
Error Distribution				
SCALE:C(4)	9.631.355	0,803490	1.198.689	0,0000
R-squared	0,202398	Mean dependent var		8.213.418
Adjusted R-squared	0,170494	S.D. dependent var		1.031.965

Tabla 9. Regresión con los dos componentes utilizados como INC

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	6.532.081	3.293.254	1.983.473	0,0000
COMP1	4.081.276	1.075.637	3.794.288	0,0001
COMP2	4.562.067	1.060.593	4.301.432	0,0000
Error Distribution				
SCALE:C(4)	9.160.912	0,762338	1.201.686	0,0000
R-squared	0,272629	Mean dependent var		8.213.418
Adjusted R-squared	0,243534	S.D. dependent var		1.031.965

**MODELO DE BANKER Y MOREY:
SENSIBILIDAD DE LOS RESULTADOS ANTE LA INCLUSIÓN
DE DIFERENTE NÚMERO DE VARIABLES**

Tabla 10. Número de unidades eficientes en cada modelo

	Componentes principales	Variables originales
2 INC	27	25
1 INC	18	17
SIN INC	5	5

Tabla 11. Eficiencia media en cada modelo

	Componentes principales	Variables originales
2 INC	91,66	90,34
1 INC	87,64	88,08
SIN INC	82,13	82,13

