

## CRECIMIENTO POTENCIAL: EL CASO DE CHILE\*

JUAN BRAUN LL.\*\*  
MATÍAS BRAUN LL.\*\*\*

### ABSTRACT

*This paper presents an endogenous growth model which explicitly incorporates international capital mobility. Production depends on both physical and human capital. We work out the transition to the equilibrium ratio of human to physical capital when there is a deficit of the latter. We argue that this model represents the relevant economic forces for a typical developing country that has gone through structural changes towards better economic policies. The role of human capital relative abundance for subsequent growth and real exchange rate appreciation is emphasized. We argue that the real exchange rate is nothing but the relative price of human capital. The model predicts high and declining output growth rates, current account deficits, local interest rates and real exchange rates. The model is carefully calibrated for the Chilean economy. For the next ten years we predict an average growth potential of 6.4%, an average investment rate of 28%, an average current account deficit of 3.4% of GDP and a 36% real appreciation for the whole period.*

\* Se agradecen los valiosos comentarios de Fernando Lefort, Raimundo Soto y Rómulo Chumacero. Este trabajo contó con el apoyo financiero de Mellon Foundation, el cual agradecemos enormemente. Un reconocimiento especial para Dominique Hachette, coordinador del proyecto.

\*\* Juan Braun: Profesor Instituto de Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile  
E-mail: jbraun@rdc.cl.

\*\*\* Economista Pontificia Universidad Católica de Chile, Profesor del Instituto de Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile y Economista Jefe CB Capitales S.A.. E-mail: mbraun@cb.cl.

*Key words:* growth, human capital, real exchange rate.

*JEL:* O40, F43, F21, E22, E27

## INTRODUCCIÓN

El crecimiento económico de largo plazo depende de la acumulación de capital, tanto físico como humano, y del progreso tecnológico. Durante la última década se ha publicado una gran cantidad de trabajos enfatizando algunos de estos aspectos. Para el caso de países desarrollados con políticas económicas adecuadas, esta visión del crecimiento resulta poco controversial. Incluso el modelo neoclásico es capaz de predecir un cierto nivel de convergencia, estimado en 2%, respecto del estado estacionario para dichas economías. Sin embargo, es difícil pensar que estos mecanismos son los mismos para economías que están muy alejadas de su estado estacionario. Uno tendería a pensar que la velocidad de convergencia, por ejemplo, para este tipo de economías es mucho más rápida. Esto es importante no sólo para determinar la tasa de crecimiento, sino también para conocer la trayectoria de equilibrio de ciertas variables críticas como el tipo de cambio real, el déficit en cuenta corriente y el nivel de las tasas de interés.

En este trabajo se aborda este problema. Lo que nos interesa es describir la evolución de una economía relativamente pobre que en algún momento dado corrige su política económica. Implícitamente estamos suponiendo que la falta de desarrollo se debe a la aplicación de malas políticas. Una segunda hipótesis es que este tipo de economías presenta un déficit relativo de capital físico. Existen al menos tres razones para explicar lo anterior. El capital físico es más móvil y menos duradero, por lo que le es más fácil escapar de malas políticas económicas. En segundo lugar, las distorsiones causadas por malas políticas tienden a afectar tanto los retornos como el costo de oportunidad de la inversión en capital humano. Finalmente, la educación tiende a estar fuertemente subsidiada por el Estado, cuyos aportes suelen ser estables incluso cuando el desempeño económico es relativamente malo. En cualquier caso, el que un determinado país sea relativamente pobre como consecuencia de la aplicación de políticas económicas erradas y que presente un déficit de capital físico son hechos verificables empíricamente. El modelo que se plantea en este trabajo es aplicable para dichos países, por lo que mientras mayor sea el número de países en desarrollo que presenten o hayan presentado tales condiciones, más general será su validez.

La primera sección muestra un modelo de crecimiento endógeno con capital físico y humano y en que existe optimización intertemporal de los agentes. Suponemos además que existe movilidad internacional de capitales, pero que la integración de los mercados de capitales es imperfecta. Si nos concentramos en países o regiones en que hay una abundancia relativa de capital humano, este modelo permite explicar un proceso de convergencia para la tasa de crecimiento que, para valores razonables de los parámetros, es bastante mayor que el 2%. Este proceso está caracterizado también por un relativamente alto déficit en cuenta corriente. Al ser la movilidad de capitales imperfecta también se observa una trayectoria descendente para la tasa de interés interna. Como contrapartida de la alta tasa de crecimiento, el modelo predice un aumento sustancial en el precio del capital humano. Dado que el capital humano es el único bien no transable, es posible asimilar su precio al tipo de cambio real. El modelo predice, por consi-

guiente, una apreciación real que es parte del mismo proceso que explica el mayor crecimiento.

La conclusión respecto a la evolución del tipo de cambio real no debiera sorprender, puesto que en un sentido amplio el tipo de cambio real no es más que una medición de la riqueza relativa de un país respecto al resto del mundo. Dado que la economía está creciendo por sobre el resto del mundo en la transición es del todo esperable que su moneda se revalúe.

En la tercera sección se presenta una estimación rigurosa del capital físico y humano para Chile a costo de producción. Además, se presentan estimaciones para las mismas variables en Estados Unidos. El resultado es que se confirma la hipótesis de que la relación capital físico a capital humano es considerablemente más baja en Chile que en Estados Unidos.

En base al modelo se realiza una aplicación empírica para la economía chilena. El cambio de políticas para el caso de Chile está suficientemente documentado. Para calibrar el modelo suponemos que la economía de Estados Unidos se encuentra lo suficientemente cerca de su estado estacionario como para suponer que sus principales variables corresponden al equilibrio de largo plazo. Adicionalmente, suponemos que, excepto por una constante de productividad, el estado estacionario de la economía chilena es similar al de la economía de Estados Unidos. Lo anterior, más la estimación de algunos parámetros, caracterizan la dinámica de la economía chilena. Las ecuaciones diferenciales son resueltas numéricamente para observar la evolución de las distintas variables.

Los principales resultados se describen a continuación. En el escenario base la tasa de crecimiento del producto promedio para los primeros diez años es de 6,4%. A su vez, la tasa de inversión pasa de 30,4% a 25,4% en diez años, con un promedio de 27,7%. Similar comportamiento tiene la tasa de ahorro sobre el PIB, que inicialmente es de 26,3% para terminar en 22,6% el año 10. Finalmente el déficit en cuenta corriente inicial es de 4,1% y en promedio para los diez años es de 3,4% como proporción del PIB. El tipo de cambio real se aprecia en un 36% en el mismo período.

El modelo permite hacer varios ejercicios. Por ejemplo, una relajación a la restricción a los movimientos de capital que se refleja en un aumento del endeudamiento potencial desde un 17,5% del *stock* de capital físico a un 35%, produce un mayor bienestar equivalente a un aumento por una vez de 30,5% en el consumo inicial y una apreciación real de un 22,3%. Un impuesto al retorno del capital físico de 10% reduce la tasa de crecimiento en un 0,8% anualmente los primeros 10 años y en un 0,32% en estado estacionario, con un efecto en bienestar equivalente a una reducción por una vez en el consumo inicial de 76%.

Este trabajo puede ser entendido como una manera de calcular la tasa de crecimiento potencial del producto en Chile y sus determinantes. Esto tiene importancia no sólo en el mediano y largo plazo, sino además en la aplicación de políticas macroeconómicas anticíclicas. Es evidente que si el producto potencial está subestimado, la autoridad puede iniciar políticas contractivas innecesarias y de alto costo en bienestar.

Las estimaciones de producto potencial se hacen generalmente en base a

alguna versión de Contabilidad del Crecimiento (ver Barro y Sala-i- Martín, 1995). En primer lugar, se hace una estimación econométrica de los parámetros de la función producción, lo que permite además hacer una estimación de la productividad total de los factores. Una vez estimada la función producción, se calcula el crecimiento potencial usando un promedio histórico para las tasas de crecimiento de los factores. Esto es precisamente lo que hacen Roldós (1997) y Rojas, López y Jiménez (1997)<sup>1</sup>.

Este método tiene básicamente dos problemas. Los parámetros estimados de la función producción reflejan el comportamiento histórico del producto influenciado por las políticas económicas imperantes, incluyendo las políticas macroeconómicas. Por lo tanto, la estimación del producto potencial supone la mantención de dichas políticas. Así, el cálculo obtenido no es precisamente el producto potencial. En segundo lugar, el crecimiento de los factores es claramente endógeno al resto de las variables económicas, en particular al nivel del producto. En conclusión, este método de estimación está claramente sujeto a la crítica econométrica de Lucas.

Un segundo método para calcular el producto potencial es el de las regresiones de crecimiento de Barro (Barro 1991 y Barro y Lee 1994). Aquí lo que se intenta es encontrar los determinantes empíricos del crecimiento basado en alguna versión del modelo neoclásico del crecimiento. Los determinantes del crecimiento incluyen algunas variables iniciales de la economía (producto, por ejemplo) más algunas variables que intentan medir el producto en estado estacionario. La estimación de los parámetros se realiza mediante una regresión para un conjunto de países. Esta metodología es menos mecánica y pretende capturar algunas relaciones entre las distintas variables que tienen una contrapartida teórica. Sin embargo, los parámetros estimados quedan determinados por el comportamiento histórico de una serie de países. En este sentido este método adolece de los mismos problemas fundamentales que el anterior.

La estimación del producto potencial en este trabajo no está sujeta a dichos problemas. El costo de eliminar los problemas se paga en que nuestra estimación depende del modelo teórico desarrollado para explicar el crecimiento y en algunos supuestos sobre los parámetros claves.

## I. EL MODELO

Para ilustrar los conceptos delineados en la introducción usamos el siguiente modelo simplificado de una economía.

### *Familias*

La población crece a la tasa  $n$ . El horizonte de las familias es infinito, lo

<sup>1</sup> Para una recopilación de resultados sobre producto potencial en Chile, ver De Gregorio (1997).

cual significa que cada jefe de familia toma en cuenta el bienestar de todos sus descendientes. El consumidor representativo maximiza la siguiente función de utilidad intertemporal (todas las variables son función del tiempo, pero por simplicidad se omite esta dependencia en las ecuaciones):

$$(1) \quad \max_c \int_0^{\infty} u(c) e^{-(\rho-n)t} dt$$

donde,

$c$  es el consumo per cápita

$u(c)$  es la utilidad del consumo

$\rho$  es la tasa subjetiva de descuento

La utilidad de cada período  $u(c)$  es descontada por la tasa subjetiva de descuento y multiplicada por el número de personas en la familia  $L$ . Como la escala no tiene importancia, suponemos que  $L(0)=1$  y, dado que la población crece a tasa  $n$ , el tamaño de la familia en  $t$  es  $e^{nt}$ . Para simplificar, suponemos que la función de utilidad es isoelástica:

$$u(c) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta}, \quad \theta \geq 0$$

### *Sector Productivo*

El sector productivo está compuesto por una gran cantidad de firmas que operan en un mercado competitivo. Suponemos, sin pérdida de generalidad, que el número de firmas es igual al número de personas en la economía ( $L$ ).

La función producción, idéntica para todos, es Cobb-Douglas y tiene retornos constantes en capital físico  $K$  (que incluye la infraestructura pública) y capital humano  $H$ :

$$(2) \quad Y = AK^{\alpha} H^{(1-\alpha)}$$

El capital humano total en la economía es  $H$ . Suponemos que todas las personas tienen el mismo nivel de capital humano y, por lo tanto,  $H=Lh$ , donde  $h$  es el capital humano por persona.

El producto per cápita es:

$$(3) \quad y = Ak^{\alpha} h^{1-\alpha}$$

La ecuación (3) presenta la relación entre el producto per cápita y la cantidad de capital físico per cápita ( $k$ ) y el capital humano per cápita ( $h$ ). Supo-

nemos por el momento que ambos tipos de capital tienen la misma depreciación  $\delta$ . Las firmas arriendan los *stocks* de capital cuya propiedad es de las familias. La inversión para ambos tipos de capital se realiza con el mismo producto básico ( $y$ ). Si los capitales fueran reversibles, en equilibrio su rentabilidad tendría que ser la misma, con lo cual  $k/h$  sería permanentemente igual a  $\alpha/1-\alpha$  y la tasa de interés sería  $R^* = A\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha}$ . Por consiguiente, la tasa de crecimiento es también constante y el estado estacionario se alcanza inmediatamente. Llamamos a esta tasa, que se calcula más adelante,  $\gamma^*$ .

Obviamente es poco realista suponer que el capital físico pueda convertirse sin costo en capital humano y viceversa o que los factores sean perfectamente móviles, como se hace frecuentemente en la literatura de crecimiento. Aquí exploramos lo que sucede cuando eliminamos estos supuestos<sup>2</sup> y abrimos la posibilidad del comercio internacional en bienes y capital.

Partimos de una situación inicial en que  $k(0)/h(0) < \alpha/1-\alpha$ . En adelante llamamos  $z$  a la relación entre capital físico y capital humano. Esto pretende reflejar una economía que tiene un exceso de capital humano en relación al capital físico de que dispone. Ejemplos clásicos de esta situación son los países europeos y Japón después de la Segunda Guerra Mundial. Otro ejemplo lo constituyen los países latinoamericanos después de aplicar políticas económicas erradas durante años. El capital físico es más fácilmente móvil y se deprecia con mayor velocidad. Además, cuando se aplican políticas económicas erradas, éstas tienden a bajar tanto el costo de oportunidad (el salario) como el retorno al capital humano. Por ello se puede esperar que ante errores de política la relación  $k/h$  disminuya.

Como el capital humano es relativamente abundante, su tasa de retorno es más baja que la del capital físico. En este modelo esto significa que no hay inversión en capital humano hasta que las rentabilidades se igualan. Esto es obviamente una simplificación. Si existieran costos de ajuste para acumular ambos tipos de capital, la inversión sería positiva en ambos capitales, pero mayor en capital físico. Más adelante, en las simulaciones, exploramos la posibilidad de una tasa de crecimiento positiva para  $h$ .

Al mismo tiempo, la rentabilidad del capital físico es mayor a la de equilibrio de largo plazo, lo cual hace que la economía enfrente un período de transición hasta llegar a la relación de capitales de equilibrio. La mayor rentabilidad del capital físico hace que la tasa de crecimiento sea mayor a la de equilibrio de largo plazo, igual a  $\gamma^*$ , durante la transición.

Es preciso destacar que aunque la rentabilidad del capital humano es menor que la del capital físico, el precio sombra del capital humano en términos de bienes es menor que 1 y va aumentando en el tiempo a medida que aumenta el capital físico. Esto determina que aun cuando las personas pudieran deshacerse de su capital humano no lo harían, puesto que la rentabilidad total (el producto

<sup>2</sup> Para el análisis de un modelo similar con capitales irreversibles ver, Barro y Sala-i-Martin 1995.

marginal más el cambio porcentual en el precio) es igual al retorno del capital físico. Si  $\lambda$  es el precio del capital humano en términos del bien básico, entonces

$$(4) \quad \frac{\partial y}{\partial h} \frac{1}{\lambda} + \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{\partial y}{\partial k}$$

La ecuación (4) se puede resolver para  $\lambda$ :

$$\lambda(t) = \int_t^{\infty} R_h e^{-\int_t^s R_k ds} dv$$

donde  $R_h$  y  $R_k$  son las rentabilidades de  $h$  y  $k$ , respectivamente.

Es decir, el precio relativo del capital humano es el valor de los flujos del capital humano descontados a la tasa de rentabilidad del capital físico.

Suponemos que el bien básico es transable, por lo cual no hay efectos de ventajas comparativas ni especialización al abrir la economía. Sí, en cambio, hay efectos importantes en los movimientos de capital. Países con distintos niveles de capital físico en relación al capital humano tienen diferentes tasas de interés internas. Suponemos que sólo el capital físico es transable y que las personas no pueden endeudarse a cuenta de sus futuros ingresos provenientes del capital humano<sup>3</sup>. Suponemos que el capital humano no es movable. Es decir, el capital humano es el bien no transable en esta economía y  $1/\lambda$  corresponde al tipo de cambio real  $(P_t/P_n)$ <sup>4</sup>.

En el caso en que los capitales son reversibles, la apertura de la economía no tiene efecto alguno cuando la tasa de interés internacional es  $r^* = (R^* - \delta)$  puesto que los ajustes son instantáneos. En el caso que nos preocupa ahora, en que existe un déficit relativo de capital físico, la oportunidad de endeudarse (o lo que es lo mismo, la movilidad del capital físico) en el exterior acelera la transición hacia la relación entre capitales de equilibrio. Si los mercados de capitales fueran perfectos, la economía se endeudaría en el capital físico faltante y la transición sería instantánea. Es por ello que suponemos que los mercados de capitales internacionales son relativamente imperfectos o que los países imponen restricciones artificiales, de modo que sólo una fracción  $\phi$  del capital físico sirve de colateral.

Así, la evolución de los activos de la economía sigue la siguiente ecuación (donde  $d$  es la deuda externa per cápita):

$$(5) \quad \dot{k} + \dot{h} - \dot{d} = y - c - (n + \delta)(k + h) - (r^* - n)d$$

<sup>3</sup> Un supuesto similar hacen Cohen y Sachs (1986) y Barro, Mankiw y Sala-i-Martin (1995).

<sup>4</sup> Se podría pensar en un modelo con dos tipos de bienes transables y no transables en que los últimos son por definición intensivos en capital humano, que es el factor no transable. El resultado es similar al presentado en el texto.

La ecuación (5) refleja simplemente que el exceso de gasto interno (consumo e inversión bruta) por sobre el producto más los pagos de intereses sobre la deuda externa constituyen el déficit en cuenta corriente que, por definición, debe ser igual a las entradas de capital, es decir, al aumento en la deuda externa.

En esta economía simplificada, cuando  $z=k/h$  es menor a  $z^*=\alpha/1-\alpha$ , la inversión bruta en capital humano es 0, es decir,

$$(6) \quad \frac{\dot{h}}{h} = -(n + \delta)$$

Si el capital humano fuera fácilmente movable, las personas abandonarían la economía para obtener una mayor rentabilidad por su capital humano.

Partimos de la base de que los requerimientos de capital en esta economía son superiores a los que se podrían lograr con el nivel de endeudamiento externo posible, la fracción  $\phi$  del stock de capital. De lo contrario, la economía saltaría a su posición de equilibrio de inmediato ( $k^*=z^*h(0)$ ):

$$(7) \quad k(0) - d(0) \leq (1 - \phi)k^*$$

Cuando (7) se cumple, la economía está restringida en el mercado de capitales y por lo tanto:

$$(8) \quad d = \phi k$$

Esto junto con la ecuación (5) determina que:

$$(9) \quad \frac{\dot{h}}{k} = \frac{1}{1 - \phi} \left( \frac{y}{k} - \frac{c}{k} \right) - \frac{1}{1 - \phi} (n + \delta) - \frac{\phi}{1 - \phi} (r^* - n)$$

Como la economía está restringida en el mercado de capitales, la tasa interna de retorno al capital físico es mayor a la tasa internacional y está, obviamente, dada por la rentabilidad doméstica del capital físico. Si hubiera costos de ajuste para  $k$ , la tasa de interés interna sería igual a la internacional, pero el precio relativo del capital aumentaría instantáneamente e iría disminuyendo durante la transición.

La evolución del consumo se obtiene de la maximización de (1) sujeto a (6) y (9) junto con los valores iniciales de  $h$  y  $k$ . El resultado es:

$$(10) \quad \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (R_k - \delta - \rho)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (k(t) + h(t) - d(t)) e^{-\int_0^t (R_k - \delta - n) dv} = 0$$

La tasa relevante para la determinación del consumo es la tasa de retorno doméstica, es decir, la rentabilidad del capital físico. Las ecuaciones (6), (9) y (10) definen la evolución de la economía en el tiempo. Intuitivamente, lo que sucede es que la economía se endeuda en el exterior y ahorra, con lo cual el capital físico aumenta. Recordemos que en esta economía simplificada el producto marginal del capital humano es menor al del capital físico y, por lo tanto, la inversión neta en  $h$  es 0. La mayor tasa de crecimiento de  $k$  hace que en un tiempo finito la relación entre capital físico y humano alcance su equilibrio de largo plazo ( $z^*$ ). De ahí en adelante  $z$  se mantiene constante y el capital físico, el capital humano y el producto crecen a la tasa de largo plazo  $\gamma^*$  dada por:

$$\gamma^* = \frac{1}{\theta} (R^* - \delta - \rho)$$

Para determinar la evolución de la tasa de crecimiento del producto durante esta transición, se debe notar que la tasa de crecimiento del capital físico, dada por la ecuación (9), es positiva y declina en el tiempo. Esto sucede puesto que al aumentar  $k$  cae  $y/k$  (que es proporcional a  $R_k$ ). Respecto al otro determinante de la tasa de crecimiento de  $k$ ,  $c/k$ , éste podría aumentar o disminuir. Se puede demostrar, sin embargo, que aunque  $c/k$  disminuya, el efecto de la caída en  $y/k$  es mayor y por lo tanto la tasa de crecimiento de  $k$  es positiva, pero disminuye en el tiempo<sup>5</sup>. Obviamente, al disminuir la rentabilidad del capital la tasa de crecimiento del consumo cae. Cuando  $z = z^*$ , la tasa de crecimiento del capital físico y del capital humano alcanzan el equilibrio de largo plazo.

En resumen, cuando el capital físico es relativamente escaso, la economía crece a una tasa superior a la de largo plazo, pero que converge a la de largo plazo. Este fenómeno ha sido ampliamente discutido en la literatura empírica —ver, entre otros, Barro (1991), Barro y Sala-i-Martin (1992) y Mankiw, Romer y Weil (1992)— y ha sido explicado teóricamente usando modelos con capital físico y trabajo. Creemos que la explicación dada aquí corresponde más precisamente a lo que ocurre en la práctica y tiene otras implicancias, por ejemplo, para el tipo de cambio real, que el modelo clásico no es capaz de explicar.

Lo que está detrás del proceso de convergencia es que la escasez de capital físico hace que su rentabilidad sea muy alta y que, por tanto, la economía crezca más rápido. Esto puede explicar la experiencia de Europa y Japón después de la Segunda Guerra, período en el que las tasas de crecimiento son claramente superiores a las de Estados Unidos, que podemos considerar se hallaba en su equilibrio de largo plazo.

El Gráfico 1 muestra la relación entre  $z$  y la tasa de crecimiento de la economía. Nótese que cuando  $z$  es mayor que  $z^*$ , la evolución de la economía es

<sup>5</sup> Ver Barro y Sala-i-Martin 1995.

simétrica. Evidentemente esto es una simplificación. Con costos de ajuste la situación sería distinta. El costo de incrementar el capital humano es obviamente mucho mayor que el de incrementar el capital físico. Esto hace que cuando  $z$  es mayor que  $z^*$  (es decir, cuando sobra capital físico) la tasa de crecimiento es menor que en el caso contrario. Incluso puede darse el caso que la tasa de crecimiento del producto sea menor a la de largo plazo. Esto mismo sucedería en el caso de haber dos sectores en que uno de ellos, el productor de capital humano, es intensivo en capital humano. Cuando el capital humano es escaso, los salarios son muy altos, lo cual hace que el sector educación se vea afectado y que el crecimiento sea menor. En la práctica, cuando  $z$  es mayor que  $z^*$ , uno debiera encontrar una relación entre crecimiento y  $z$  como la que se muestra en la línea punteada en el gráfico.

GRAFICO 1

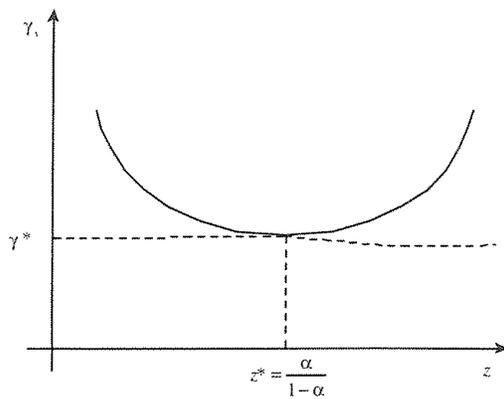
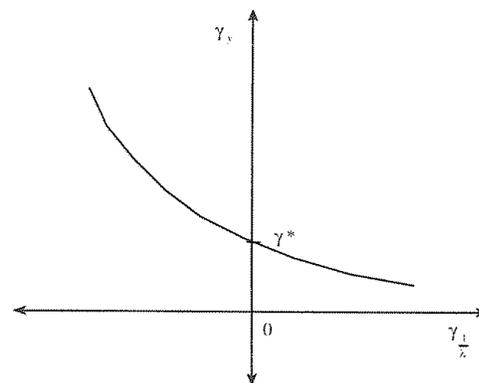


GRAFICO 2



Hemos explicado el mayor crecimiento en países de escasez relativa de capital físico en función de la mayor rentabilidad de  $k$ . Una manera alternativa de explicar este fenómeno es a través de las variaciones en el tipo de cambio real  $1/\lambda$ . En efecto, en la transición el precio de los no transables,  $\lambda$ , es menor que el de equilibrio de largo plazo. Sin embargo, a medida que el capital humano se hace menos escaso el precio del capital humano aumenta, pero a tasas cada vez menores. La razón de esto último es justamente que la tasa de crecimiento del capital físico es positiva pero decreciente. Por lo tanto, el mayor crecimiento del producto en la transición está reflejado justamente por la tasa de crecimiento del precio de los no transables. Es así como, mientras más pronunciada sea la caída en el tipo de cambio real, mayor es la tasa de crecimiento de la economía respecto al equilibrio de largo plazo. A medida que el precio de los no transables aumenta y su tasa de crecimiento disminuye, la tasa de crecimiento del producto decae (ver Gráfico 2).

Nótese que la tasa de crecimiento de largo plazo depende únicamente de la acumulación de ambos tipos de capitales, no existiendo aumentos de produc-

tividad de los factores. Esto obviamente no excluye el hecho de que exista progreso tecnológico que dependa del capital humano y el capital físico, el cual queda incorporado en la función de producción básica. Pero en definitiva no hay crecimiento en el parámetro A de la función producción. En la medida que esto sea importante, la aplicación empírica del modelo va a subestimar la tasa de crecimiento.

II. SOLUCIÓN DEL MODELO

La discusión anterior es intuitiva. En esta sección resolvemos el modelo formalmente. Esto sirve para conocer las consecuencias de cambios en los parámetros exógenos ( $r^*$ ,  $j$ , A, etc..), para hacer una cuantificación de la convergencia y para hacer los test empíricos del modelo.

Para lo anterior definimos una nueva variable  $x=c/k$ . De esta manera el problema se reduce a un sistema de ecuaciones diferenciales en dos variables,  $x$  y  $z$ . La evolución para  $x$  se obtiene de la tasa de crecimiento de  $c$  (ecuación 10) y de la tasa de crecimiento de  $k$  (dada por la ecuación 9). La evolución de  $z=k/h$  se obtiene de la ecuaciones (9) y (6).

$$(11) \quad \gamma_x = \frac{\dot{x}}{x} = -\left(\frac{1}{1-\phi} - \frac{\alpha}{\theta}\right)Az^{-(1-\alpha)} + \frac{1}{1-\phi}x + \Delta$$

donde,

$$\Delta = -\frac{1}{\theta}(\rho + \delta) + \frac{1}{1-\phi}(n + \delta) + \frac{\phi}{1-\phi}(r^* - n)$$

$$(12) \quad \gamma_z = \frac{\dot{z}}{z} = \frac{1}{1-\phi}Az^{-(1-\alpha)} - \frac{1}{1-\phi}x - \frac{\phi}{1-\phi}(r^* + \delta)$$

Las ecuaciones (11) y (12) junto con la condición de transversalidad y la condición inicial  $z(0) = z_0$  definen la evolución de todas las variables en la economía. Este sistema es no lineal y no tiene solución en forma reducida, pero sí puede resolverse por tres métodos: gráficamente, mediante una aproximación lineal o vía simulaciones.

*Solución Gráfica*

La solución gráfica se hace a través de un diagrama de fase (Gráfico 3). La curva  $\gamma_x = 0$  muestra la relación entre  $x$  y  $z$  que hace que la tasa de crecimiento de  $x$  sea 0. Esta curva tiene pendiente negativa (suponemos, sin pérdida de generalidad, el caso normal en que  $\theta > \alpha$ ). La curva  $\gamma_z = 0$ , muestra las combinaciones entre  $x$  y  $z$  que hacen que la tasa de crecimiento de  $z$  sea 0. Esta curva

también tiene pendiente negativa, pero mayor en valor absoluto que la de la curva anterior. La intersección de las dos curvas se produce en el punto  $(x', z')$ , que se denomina estado estacionario. Es fácil demostrar que  $z'$  es mayor que  $z^*$ .

La condición de transversalidad asegura que el sistema converja hacia el estado estacionario. Dada la dinámica del modelo existe una sola trayectoria que conduce al sistema al estado estacionario y que se encuentra en el cuadrante IV. Esto define el valor inicial de  $x$ . Desde la posición inicial  $x(0), z(0)$ ,  $x$  disminuye y  $z$  aumenta hasta llegar a  $z^*$ . Es decir, la tasa de crecimiento de  $z$  es positiva, pero decreciente. El caso del consumo es exactamente el opuesto, la tasa decrecimiento de  $x$  es negativa y converge a 0. Esto significa que el consumo inicial es una fracción alta de la riqueza y que esta fracción disminuye en el tiempo. Lo anterior se debe a que las personas basan su consumo en el ingreso permanente y el ingreso corriente es menor. Es decir, uno debería esperar una tasa de ahorro baja cuando  $k/h$  es menor al equilibrio de largo plazo. Esto también se traduce, junto con la alta inversión en capital físico, en un elevado déficit en cuenta corriente y en un aumento en la deuda externa.

El Gráfico 3 sólo es válido mientras  $z$  sea menor a  $z^*$ . Cuando  $z$  alcanza el valor de  $z^*$ , todas las variables de la economía comienzan a crecer a la misma tasa  $\gamma^*$ .

GRAFICO 3

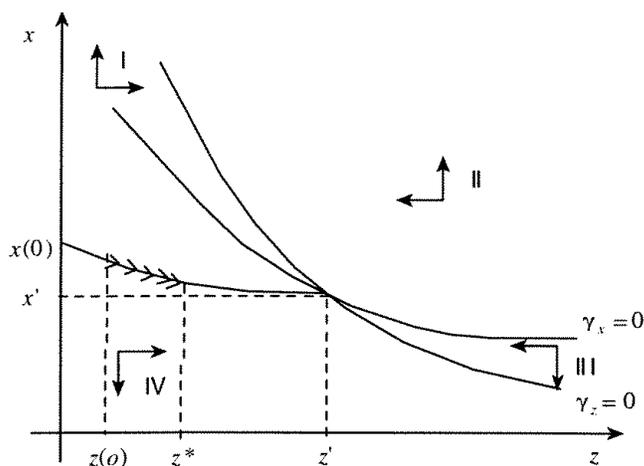
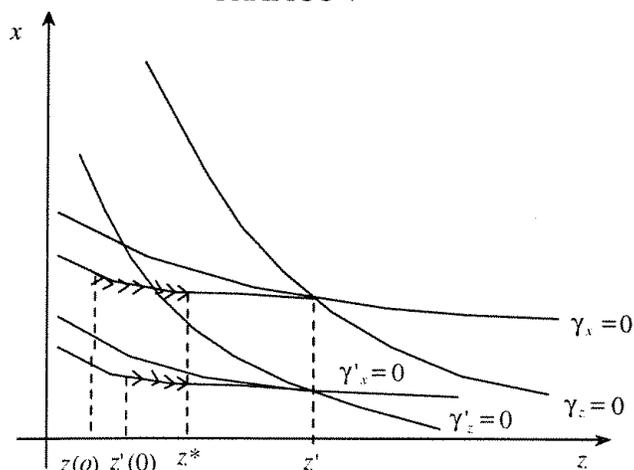


GRAFICO 4



Como se discutió más arriba, si hubiera costos de ajuste para la inversión en capital humano,  $h$  crecería aunque a una tasa menos que  $k$ . Esto también podría deberse a una inercia en la inversión en capital humano o también al hecho de que la inversión en capital humano suele estar fuertemente subsidiada. Por ejemplo, en Chile la tasa de retorno privada del capital humano es claramente menor que la tasa de retorno que incluye todos los costos (ver Arellano y Braun, 1988,1). En particular, si la tasa de crecimiento de  $h$  fuera la de equilibrio de largo plazo ( $\gamma^*$ ),  $z'$  sería igual a  $z^*$ . En este caso el diagrama de fase sería válido para cualquier valor de  $z$ . En términos del Gráfico 3, la economía seguiría la trayectoria del brazo estable hasta llegar a  $z'$  o  $z^*$  y la transición duraría infinito.

### *Efecto de Cambios en los Parámetros*

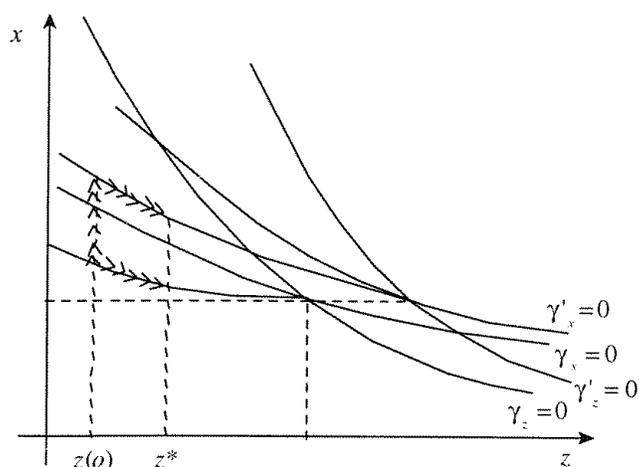
Se pueden hacer varios experimentos cualitativos con el diagrama de fase. Por ejemplo, supongamos que  $\phi$ , el endeudamiento máximo, sube al bajar el riesgo país. Esto hace que las curvas  $\gamma_z = 0$  y  $\gamma_x = 0$  se desplacen hacia abajo, de manera que ni  $z'$  ni  $z^*$  cambian, pero  $x'$  baja. La relación  $k/h$  de largo plazo no cambia, puesto que  $\phi$  determina sólo la velocidad del ajuste (a través de un mayor endeudamiento) y no la posición final de la economía. El valor de  $x'$  y  $x^*$  disminuye, puesto que el mayor endeudamiento resulta en un mayor pago de intereses en equilibrio. Obviamente un mayor  $\phi$  aumenta el bienestar de las personas, puesto que pueden consumir más hoy y llegar antes al equilibrio de largo plazo.

Al aumentar la capacidad de endeudamiento se produce un aumento instantáneo en  $z(0)$  y una baja en la tasa de interés interna. Esto hace que  $\lambda$  salte hacia arriba instantáneamente, para después seguir su nueva trayectoria en que la tasa de crecimiento es positiva y decreciente. Todo esto se puede apreciar en el Gráfico 4.

Supongamos ahora que la productividad de la economía, representada por  $A$ , aumenta. El Gráfico 5 muestra las consecuencias de esto. Tenemos que  $c/k$  salta instantáneamente hacia arriba y sigue la nueva trayectoria. El precio relativo de los no transables muestra la misma evolución que en el experimento anterior, es decir, sube instantáneamente y sigue su nueva trayectoria hacia  $\lambda^*$ .

Un aumento en el parámetro  $A$  tiene variadas interpretaciones: el descubrimiento de recursos naturales, aumentos en los términos de intercambio, etc. Fenómenos todos que implican una caída instantánea en el tipo de cambio real. Queremos destacar un cambio en las políticas económicas que hacen a un país más productivo. Esto se refleja claramente en un mayor  $A$ , por tanto las reformas económicas eficientes producen un caída inmediata en el tipo de cambio, lo cual es obviamente reflejo de la mayor riqueza del país comparada con el resto del mundo. Esto puede explicar en gran medida lo sucedido en Chile en los últimos años.

GRAFICO 5



Si abandonamos el supuesto de que los países son iguales podemos predecir qué pasa con el precio de los no transables en distintos países. Si el capital humano no es fácilmente movable, una economía con mayor  $A$  tendrá un mayor nivel de  $z$  en equilibrio. Esto hace que su tipo de cambio real sea menor.

Es interesante notar, por último, que eventos futuros tienen efectos inmediatos en  $\lambda$ , una de las características básicas del tipo de cambio. Por ejemplo, supongamos que se sabe que  $A$  va a aumentar en el futuro. La magnitud del alza en el precio de los no transables en el presente es menor que si el aumento en  $A$  fuera también en el presente y está dada exactamente por el requerimiento de que la economía esté en su trayectoria de equilibrio para cuando se produzca el aumento en productividad. Algo muy parecido sucedería si se espera que, por ejemplo,  $r^*$  baje en el futuro.

En Braun (1994) se realizan test econométricos en una amplia muestra de países para las principales implicancias del modelo. Los resultados son satisfactorios.

### III. ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS RELEVANTES DEL MODELO

Esta sección tiene por objeto estimar los parámetros que el modelo identifica como claves para el crecimiento de equilibrio en el mediano y largo plazo para su aplicación al caso de Chile.

La función de producción se supone, al igual que en el desarrollo del modelo, de una forma tipo Cobb-Dougllass con retornos constantes a escala:

$$(13) \quad y = Ak^{\alpha}h^{1-\alpha}$$

donde  $y$  es la producción total,  $A$  el parámetro tecnológico,  $k$  el *stock* de capital físico per cápita,  $h$  el *stock* de capital humano per cápita y  $\alpha$  la participación del capital físico en la producción.

### *Stock de Capital Físico (K)*

El *stock* de capital fijo de la economía se obtuvo de Arellano y Braun (1998,1). Los autores desagregan el capital en Construcciones y Otras Obras, Maquinaria y Equipos, y Otro Capital Físico. Para las construcciones (que incluyen edificación e infraestructura) se realizó una cuantificación física directa de cada tipo de bien de capital y se valorizó a su costo de reposición. En el caso de maquinarias y equipos, se utilizó el método del inventario perpetuo. Las plantaciones y el ganado fueron valorados por el método directo. Para incorporar el *stock* en inventarios supondremos que las existencias se deprecian completamente en el lapso de un año, por lo que su *stock* equivale al 50% de la variación de existencias registrada en Cuentas Nacionales.

El *stock* de capital físico así estimado para 1995 equivale a US\$10.938 per cápita o 2,4 veces el producto interno bruto medido. Los resultados obtenidos no son muy disímiles a otros estudios que utilizan métodos diferentes, pero entregan una mayor desagregación por tipo de capital y, en nuestra opinión, refina la metodología.

El siguiente cuadro resume los mencionados resultados:

CUADRO 1  
STOCK DE CAPITAL FISICO DE LA ECONOMIA CHILENA  
(Millones de US\$ de 1995)

	Valor
<b>Construcciones y otras Obras</b>	<b>111.355</b>
<u>Edificación</u>	<u>76.011</u>
Edificación habitacional	54.654
Edificación no habitacional	21.357
<u>Infraestructura</u>	<u>27.962</u>
Infraestructura vial interurbana	9.297
Infraestructura urbana	8.719
Otras obras de infraestructura	9.946
<u>Otro Capital Físico</u>	<u>7.382</u>
Plantaciones	5.290
Ganado	2.092
<b>Maquinaria y Equipos</b>	<b>44.588</b>
<b>Inventarios (1)</b>	<b>626</b>
<b>CAPITAL FISICO</b>	<b>156.569</b>

FUENTE: Arellano y Braun (1998,1). (1) Elaboración propia.

*Stock de Capital Humano (H)*

El capital humano se compone de todas las capacidades y conocimientos que posee una persona y que le permiten transformarse en un insumo para la producción. Es capital en el sentido de que es posible acumularlo mediante la inversión y no desaparece una vez utilizado en los procesos productivos (salvo una pequeña depreciación). Todos aquellos esfuerzos que tengan por objetivo el aumento de la capacidad productiva de una persona se entienden como inversiones en capital humano.

Arellano y Braun (1998,2) estiman el *stock* de capital humano para la economía chilena a fines de 1995. A partir de la Encuesta Casen 1994 el trabajo obtiene la cantidad de personas mayores a 15 años que poseen cada nivel de educación y, sobre la base de esto y la edad de cada uno, estiman la experiencia laboral promedio con que cuenta cada grupo. Con el objeto de agregar las distintas calidades de capital humano en una unidad de cuenta común, utilizan los salarios relativos esperados de los individuos representativos de cada grupo educacional estimados a partir de una regresión sobre la misma muestra<sup>6</sup>. De esta manera, los autores concluyen que la economía chilena contaba con 5.965.331 universitarios sin experiencia equivalentes (*usee*, la unidad de cuenta común). Para valorar dicha cantidad física de capital humano a su costo de reposición, estiman para cada año de educación los costos directos (matrícula, materiales, etc.) y los costos indirectos (ingreso sacrificado por el hecho de estar estudiando) en que la sociedad debe incurrir para obtener un *usee*. Con el objeto de actualizar los costos generados en distintos momentos del tiempo, utilizaremos una tasa de 11.28% coincidente con la tasa de retorno neta de equilibrio para la inversión alternativa en capital físico. De esta manera, el costo de reposición de un *usee* alcanza los US\$93.682 y el *stock* llega a US\$558.845 millones o US\$39.040 per cápita.

La cifra anterior incluye el *stock* de capital humano de todas las personas mayores de 15 años, independientemente de si están trabajando o no. Además, este agregado incluye tanto el capital humano innato (trabajo no calificado) como el generado por la experiencia laboral y la educación formal. Desde el punto de vista económico, no vemos ninguna diferencia relevante entre los distintos tipos de capital humano en términos de su efecto en la producción una vez que los hemos ponderado por su productividad. Incluso a nivel práctico es muy difícil distinguir entre la parte del capital humano que proviene de las capacidades innatas y condiciones ambientales de la parte que se deriva de la educación formal.

Como se explicó anteriormente, dos son los supuestos clave para la validez del modelo presentado en la primera sección. En primer lugar, se supone que

<sup>6</sup> La regresión en el logaritmo del ingreso bruto del trabajo incluye como variables independientes, además de *dummies* por cada máximo nivel educacional alcanzado, variables de caracterización personal y una constante.

la economía ha corregido sus políticas económicas en lo fundamental. El segundo supuesto se refiere a una escasez de capital físico en relación al capital humano de la economía, es decir,  $z(0) < z^*$ . Para establecer la validez de esta situación, compararemos la relación  $z$  existente en Chile con aquella de la economía de Estados Unidos, que hará las veces de paradigma del equilibrio de largo plazo.

El capital fijo (esto es, construcciones y otras obras, y maquinaria) para Estados Unidos se obtiene de Katz y Herman (1997). Para ser consecuentes con lo realizado en el caso chileno, se estima que el *stock* de inventarios equivale al 50% de la variación de las existencias entre 1994 y 1995. Como resultado, se obtiene que el *stock* de capital físico total de la economía norteamericana hacia fines de 1995 alcanzaba los US\$19.415,7 billones ó 2,7 veces su producto interno bruto medido.

Para estimar el *stock* de capital humano en Estados Unidos se expresó la cantidad de personas en cada nivel educacional y rango etario publicada por el *Current Population Survey* a marzo de 1996 en términos de universitarios equivalentes sin experiencia utilizando los salarios relativos de cada grupo en dicha economía. Estos últimos se obtuvieron del *Statistical Abstract of the United States 1997*. Se supuso que la categoría chilena de universitario corresponde a la de *Bachelor's*, y que el salario de un universitario sin experiencia es el salario promedio de dicha categoría en el rango de edad de 18-24 años. De esta manera, se concluye que hacia 1995 existían en Estados Unidos 295.363.275 universitarios sin experiencia equivalentes.

El siguiente cuadro compara las magnitudes de capital físico y humano en Chile y Estados Unidos:

CUADRO 2  
RELACION CAPITAL FISICO A CAPITAL HUMANO:  
CHILE Y ESTADOS UNIDOS 1995

	Chile	Estados Unidos
Capital Físico (Mill. US\$)	156.569	19.415.700
Capital Humano (usee)	5.965.331	295.363.275
Capital Físico/Capital Humano (US\$/usee)	26.246	65.735

FUENTE: Elaboración propia.

Como se puede apreciar, el monto de capital físico por universitario sin experiencia equivalente en Chile constituye sólo un 40% del que dispone cada uno en Estados Unidos. Se puede argumentar que el capital humano en Estados Unidos es de mayor calidad o más productivo que el chileno, lo cual desvirtuaría la comparación anterior. Sin embargo, para concluir que la relación capital físico a capital humano es igual en ambas economías, se requiere suponer que la calidad del *usee* norteamericano es 2,5 veces superior a la del chileno, algo a

todas luces exagerado. En definitiva, y verificando la validez del supuesto inicial del modelo, la economía chilena se caracteriza por contar con una relativa escasez de capital físico o, lo que es lo mismo, una abundancia de capital humano.

#### Depreciación del Capital Físico ( $\delta_k$ )

La depreciación se define como la declinación en el valor de un determinado tipo de capital debido a su uso, obsolescencia, daño accidental y envejecimiento. Las cuentas nacionales de Estados Unidos<sup>7</sup> proporcionan anualmente la información sobre consumo de capital fijo o depreciación. Para ésta alcanza a aproximadamente un 4% del *stock* de capital físico estimado por Katz y Herman (1997). Por considerarse esta fuente más confiable y por no existir razones para pensar que la depreciación pudiera ser distinta en ambos países, se utilizará dicha tasa tanto para Chile como para Estados Unidos.

#### Depreciación del Capital Humano ( $\delta_h$ )

La depreciación del capital humano se supondrá igual a 0,55% anual, tasa similar a la mortalidad de mayores a un año en Chile.

#### Tasa de Crecimiento del Stock de Capital Humano ( $\gamma_h$ )

El modelo descrito en la primera parte supone que la inversión bruta en capital humano es nula debido a que la tasa de retorno neto de este recurso es inferior a la del capital físico. De tal manera que el capital humano per cápita disminuye gradualmente en su depreciación y el crecimiento de la población (ver ecuación 6). Sin embargo, esto podría no verificarse en la realidad debido a la existencia de beneficios no monetarios de la educación, de subsidios a la inversión en capital humano o costos de ajuste.

El cambio en el *stock* de capital humano puede ser descompuesto en variaciones cuantitativas y cualitativas. La fuerza de trabajo en Chile pasa de 2.695.566 en 1970 a 5.497.400 en 1995, exhibiendo un crecimiento promedio igual a 2,89% anual. Supondremos que este crecimiento corresponde al aumento cuantitativo del capital humano total. Para el índice de calidad utilizamos los datos de máximo nivel educacional alcanzado de la población mayor a 25 años de Barro (1995) ponderando por la remuneración relativa de cada nivel a fines de 1995. Dado que el autor sólo considera niveles primaria, secundaria y superior, se calcula la remuneración promedio ponderando los ingresos de cada subclasificación por el *stock* existente en 1995. Dicho índice de calidad exhibe un crecimiento promedio anual del 0,7% entre 1970 y 1985 (período para el cual existe información). En definitiva, el *stock* de capital humano ajustado por calidad crece a una tasa de 3,6% anual o 2% per cápita aproximadamente.

<sup>7</sup> *Statistical Abstract of the United States*, 1997.

Supondremos más adelante que la tasa de crecimiento de equilibrio de largo plazo del capital humano es de 2,0% per cápita, coincidente con la tasa histórica. Aunque el crecimiento pasado proviene básicamente del aumento de la participación de la fuerza laboral en la población (especialmente la femenina), esto no implica necesariamente que no sea sostenible. Se puede argumentar que, a medida que la tasa de participación de la fuerza laboral sobre la población llega a su límite natural, los agentes mantendrán la tasa de crecimiento del *stock* de capital humano por medio del aumento en su calidad. En este sentido, el crecimiento del capital humano es endógeno.

#### Tasa de Crecimiento de la Población ( $n$ )

La tasa de crecimiento de la población en Chile se supondrá igual a la exhibida durante entre los censos de 1970 y 1992, es decir, 1,6% anual.

#### Participación de los Factores y Corrección del Producto Interno Bruto

En una función de producción Cobb-Douglass como (13) el parámetro  $\alpha$  equivale a la participación del factor capital en la producción bajo el supuesto de competencia perfecta. La distribución factorial del ingreso se obtuvo de Cuentas Nacionales y de la encuesta Casen. El Producto Interno Bruto se descompone en: Remuneración de los Empleados, Impuestos Indirectos, Excedentes de Explotación y Consumo de Capital Fijo. En primer lugar se dedujo del PIB la cuenta de Impuestos Indirectos. La cuenta de Excedentes de Explotación incluye los ingresos del trabajo independiente y los ingresos netos de propietarios. Estas dos subcuentas incluyen remuneración al trabajo y al capital. El ingreso total de los trabajadores independientes se puede obtener de la encuesta Casen y suponemos que la participación del trabajo y del capital es igual a la de la economía en general. Lamentablemente no es posible conocer el ingreso de propietarios. Para calcular el componente de capital humano del ingreso de los propietarios se ocupó la estimación de Morán y Wagner (1974) y Gutiérrez (1987). Ellos estiman que del total de la remuneración bruta del capital corregida por los ingresos del trabajo independiente, un 10% corresponde a los salarios de propietarios. De esta manera la participación del capital se estima en 45,4%. Finalmente, suponemos que los impuestos indirectos son generados por el capital físico y el capital humano en la misma proporción que en el PIB neto de impuestos indirectos.

Valores similares para la participación del capital se han obtenido de estudios sobre contabilidad del crecimiento bajo el supuesto de una función de producción agregada con retornos constantes a escala. Por ejemplo, Roldós (1997) obtiene un valor de 44,2% por medio de regresiones sobre el período 1966-1995. Más aún, la estimación para Chile es también similar a la existente en países desarrollados. Barro y Sala-i-Martin (1995) presentan el valor del parámetro para los países del G-7, el que se ubica para todos ellos entre 38% y 45%.

Dadas las correcciones a que se somete el producto medido de la economía más abajo, la participación del capital que se utilizará en definitiva es algo distinta.

El Producto Interno Bruto medido, es decir, aquel correspondiente a las Cuentas Nacionales, presenta errores en su medición y no coincide exactamente con la definición del producto que se realiza en este ejercicio. A continuación se realizan dos correcciones al producto medido: en la primera se corrige la subestimación del flujo de ingresos derivado del capital físico residencial, y en la segunda la no contabilización de la inversión indirecta en capital humano.

La cuenta “propiedad de la vivienda” —utilizada en el cálculo del PIB de Cuentas Nacionales para incluir los servicios que generan estas estructuras— subestima en forma importante su verdadero flujo de ingresos. En efecto, esta cuenta, de aproximadamente US\$2.300 millones, representa un retorno bruto anual de sólo 1,3% del capital residencial y suelo urbano con uso habitacional<sup>8</sup>. Esta discrepancia es corregida disminuyendo el *stock* de capital en estructuras residenciales de manera que su flujo calculado en Cuentas Nacionales represente un retorno medio bruto del 26,8%. Esta tasa se obtiene de dividir el flujo del capital no residencial por el *stock* correspondiente y representa el retorno bruto del resto del capital físico. De esta manera, se disminuye el *stock* de capital físico residencial desde US\$54.654 a US\$8.473, manteniendo inalterado el cálculo del producto.

El segundo ajuste a las cuentas medidas implica contabilizar adecuadamente la inversión en capital humano. Cuentas Nacionales no incluye totalmente dicha inversión. No obstante incluye la porción relacionada con los costos directos de la educación en el consumo, no considera en absoluto los costos indirectos. Un crecimiento neto per cápita de 2% anual en el *stock* de capital humano implica que, en términos brutos, el *stock* total aumenta en 4,15%. Este crecimiento corresponde a una inversión total en capital humano para 1995 de US\$23.192 millones. Actualizando separadamente los costos directos e indirectos de la educación, obtenemos que éstos representan un 54,8% y 45,2% del total respectivamente. Finalmente, obtenemos que los costos directos incluidos en el consumo alcanzan los US\$12.712 millones, en tanto que los indirectos no considerados son de US\$10.480 millones.

Considerando ambos ajustes, el producto corregido final llega a US\$75.695 con participaciones de US\$29.608 y US\$46.087 para el capital físico y humano respectivamente. Por lo tanto, la participación del capital físico corregida es de 39,1%. Nótese que esta definición de producto implica considerar el uso del capital humano de los estudiantes en la producción.

A modo de permitir la comparación de los resultados del modelo con las variables medidas por Cuentas Nacionales, en los ejercicios que posteriormente se realizan se reversarán las correcciones realizadas. Específicamente, se descontarán los costos indirectos de la inversión en capital humano al producto y los costos directos se agregarán al consumo.

<sup>8</sup> La rentabilidad de la propiedad residencial incluye el cambio en el precio de la tierra. Sin embargo, el hecho que la construcción de viviendas ha tenido un crecimiento elevado en los últimos años (12,8% de crecimiento en el *stock* entre 1990 y 1995) implica que el producto marginal de las residencias debe ser relativamente alto y no muy distinto al resto del capital.

## El Parámetro Tecnológico (A)

El *stock* de cada recurso en conjunto con su participación y la magnitud verdadera de la producción nos permiten calcular el valor del parámetro tecnológico A. Despejando A de la ecuación (13), obtenemos lo siguiente en términos per cápita:

$$A = \frac{y}{k^\alpha h^{1-\alpha}} = \frac{5.288}{7.712^{0,391} 39.040^{0,609}} = 0,25538$$

En definitiva, podemos expresar el producto interno bruto per cápita corregido por medio de la siguiente función de producción agregada:

$$y = 0,25538k^{0,391} h^{0,609}$$

Como notamos más arriba, suponemos que este parámetro tecnológico es constante de modo que si en realidad A crece estaremos subestimando la tasa de crecimiento, aunque no la trayectoria cualitativa de las variables. En todo caso las mediciones empíricas del crecimiento de la productividad tienden a caer sustancialmente cuando se incluye una corrección de calidad a los factores de producción y en especial al capital humano (Jorgenson, Gollop y Fraumeni, 1987).

*Stock* de Obligaciones Externas Netas ( $\phi$ )

El *stock* de obligaciones externas netas constituye el total de los pasivos que una economía mantiene con el exterior y constituirá nuestra primera estimación respecto de la capacidad máxima de endeudamiento del país. El siguiente cuadro presenta una estimación de las obligaciones externas de la economía chilena a fines de 1995.

CUADRO 4  
STOCK DE OBLIGACIONES EXTERNAS NETAS A FINES DE 1995  
(Millones de US\$ de 1995)

Deuda Externa	21.736
Reservas Internacionales Netas	(14.805)
<i>Stock</i> de Inversión Extranjera Neta	12.377
Obligaciones Externas Netas	19.308

FUENTE: Elaboración propia.

Tanto la deuda externa como las reservas internacionales se obtienen directamente de los boletines mensuales del Banco Central de Chile. Para el *stock* de inversión extranjera neta, sin embargo, no se cuenta con estadísticas oficiales, por lo que hubo de ser estimado. Dado que previo a 1990 los flujos asociados a esta cuenta eran muy bajos, se supuso que el *stock* a ese año era igual a cero. Para el período 1990-1995 se acumuló el flujo de inversión extranjera neta, aumen-

tándose en un retorno promedio anual de 15% y disminuyéndose en las remesas realizadas. En conclusión, el *stock* de obligaciones externas netas de la economía chilena a fines de 1995 equivalía a un 25,5% del producto medido ó 17,5% del *stock* de capital físico relevante.

#### IV. CRECIMIENTO POTENCIAL DEL PRODUCTO CHILENO

##### *Estado Inicial y Equilibrio de Largo Plazo*

El siguiente cuadro resume las estimaciones de la sección precedente y muestra la situación de la economía chilena en la actualidad, según el modelo:

CUADRO 5  
SITUACION INICIAL DE LA ECONOMIA CHILENA

Producto corregido (US\$ per cápita)	5.288
<i>Stock</i> de capital físico (US\$ per cápita)	7.712
<i>Stock</i> de capital humano (US\$ per cápita)	39.040
Capital físico/Capital humano	0.19753
Participación del capital	39.1%
Parámetro tecnológico	0.25538
Retorno marginal bruto del capital físico	26.8%
Retorno marginal neto del capital físico	22.8%
Retorno marginal bruto del capital humano	8.2%
Retorno marginal neto del capital humano	7.7%

Utilizaremos la economía de Estados Unidos como nuestro paradigma del equilibrio de largo plazo. Como se discutió anteriormente, en el largo plazo las tasas de crecimiento del capital físico, capital humano, consumo y producción son iguales, de manera que las relaciones  $x=c/k$  y  $z=k/h$  se mantienen inalteradas permanentemente. Dicha situación se verifica bastante bien en la economía de Estados Unidos. Durante el período 1960-1995, el producto interno bruto per cápita se expandió a un promedio de 2,08% real anual<sup>9</sup>, el consumo privado a un 2,3%<sup>10</sup>, mientras que el *stock* de capital físico lo hizo al 1,94%<sup>11</sup>. Suponiendo un nulo crecimiento de la productividad total de los factores, y utilizando la tasa de participación del capital físico en la producción promedio entre

<sup>9</sup> GDP and Other Major NIPA Series 1929-97, Survey of Current Business, August 1998. La población corresponde a la reportada en Estadísticas Financieras Internacionales, Anuario 1995, FMI.

<sup>10</sup> GDP and Other Major NIPA Series 1929-97, Survey of Current Business, August 1998. La población corresponde a la reportada en Estadísticas Financieras Internacionales, Anuario 1995, FMI.

<sup>11</sup> Katz y Herman (1997), Survey of Current Business, mayo 1997. La población corresponde a la reportada en Estadísticas Financieras Internacionales, Anuario 1995, FMI.

1960 y 1990<sup>12</sup>, podemos estimar que el crecimiento per cápita del *stock* de capital humano alcanzó al 2,17% entre 1960 y 1995. Dado lo anterior, supondremos que la tasa de crecimiento de equilibrio de largo plazo  $\gamma^*$  corresponde a un 2,0% per cápita anual.

La tasa de crecimiento de equilibrio resulta ser igual a la tasa de crecimiento de largo plazo del capital humano en Chile. Esto implica que nos encontramos en el caso especial en que  $z^* = z'$ , es decir, que el estado estacionario de la economía coincide con su equilibrio de largo plazo y la transición tiene una duración infinita.

Sabemos que en el equilibrio la rentabilidad de ambos tipos de capital debe ser igual. Luego:

$$(14) \quad r_k = r_h$$

$$(15) \quad A\alpha z^{\alpha-1} - \delta_k = A(1-\alpha)z^\alpha - \delta_h$$

Conocidos todos los parámetros de (15), podemos calcular que  $z^* = 0,49711$  y obtener la tasa de retorno de equilibrio  $r^* = 11,28\%$ . El valor de  $z^*$  implica que, en el estado estacionario, cada universitario equivalente debe disponer, en promedio, de US\$46.570 en capital físico. Dicho monto es 2,5 veces superior al existente a fines de 1995, lo que explica que el retorno del capital físico es superior a  $r^*$  y, en definitiva, el mayor crecimiento de la economía en la transición al equilibrio de largo plazo. Durante el proceso, y a medida que la escasez relativa va disminuyendo, el retorno neto del capital físico cae decrecientemente para converger en la tasa de equilibrio de largo plazo. Lo contrario sucede con el retorno del capital humano.

Como se recordará, el *stock* de capital físico por *usee* en Estados Unidos se calculó en US\$65.735, suponiendo que la calidad de cada unidad de capital humano es similar a la existente en Chile. Relaciones iguales entre capital físico y capital humano en Estados Unidos actual y Chile de equilibrio implican suponer que la calidad de cada *usee* es un 41% superior en la economía norteamericana.

### *La Transición al Equilibrio de Largo Plazo: Proceso de Convergencia*

El modelo descrito en la primera parte se expande de manera de permitir lo siguiente:

- a) tasas de depreciación diferentes para el capital físico y el capital humano.

<sup>12</sup> Barro y Sala-i-Martin (1995).

- b) una tasa de crecimiento para el *stock* de capital humano distinta de su depreciación total.

Para ello reemplazamos las ecuaciones (5), (6) y (10) por las siguientes:

$$(5') \quad \dot{k} + \dot{h} - d = y - c - (n + \delta_k)k - (n + \delta_h)h - (r^* - n)d$$

$$(6') \quad \frac{\dot{h}}{h} = \gamma_h$$

$$(10') \quad \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(R_k - \delta_k - \rho)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (k(t) + h(t) - d(t)) e^{-\int_0^t (R_k - \delta_k - n) dv} = 0$$

De manera que el sistema de ecuaciones (11) y (12) se transforman en:

$$(11') \quad \gamma_x = \frac{\dot{x}}{x} = -\left(\frac{1}{1-\varphi} - \frac{\alpha}{\theta}\right) A z^{-(1-\alpha)} + \frac{1}{1-\varphi} x + \frac{\gamma_h + n + \delta_h}{1-\varphi} \frac{1}{z} + \Delta$$

donde,

$$\Delta = -\frac{1}{\theta}(\rho + \delta_k) + \frac{1}{1-\varphi}(n + \delta_k) + \frac{\varphi}{1-\varphi}(r^* - n)$$

$$(12') \quad \gamma_z = \frac{\dot{z}}{z} = \frac{1}{1-\varphi} A z^{-(1-\alpha)} - \frac{1}{1-\varphi} x - \frac{\varphi}{1-\varphi}(r^* + \delta_k) - \delta_k - \frac{\delta_h}{1-\varphi} \frac{1}{z} - (n + \gamma_h) \left(1 + \frac{1}{z(1-\varphi)}\right)$$

En definitiva, las ecuaciones (11') y (12'), la condición de transversalidad y la de borde inicial para  $z$  permiten resolver la evolución de todas las variables del modelo dados los parámetros estimados en la sección anterior.

El modelo, tanto en su versión simplificada de la segunda sección como en la versión generalizada presentada aquí, es no lineal y no tiene solución en forma reducida. Previamente resolvimos la versión simplificada gráficamente y también puede resolverse linealizándolo en torno al estado estacionario. Si bien la solución gráfica nos entregó una evaluación cualitativa del modelo, no nos

permitió cuantificar las distintas relaciones. Por otro lado, los resultados cuantitativos obtenidos de aproximaciones lineales son válidos solamente en las cercanías del estado estacionario. La lejanía respecto de su estado estacionario en que se encuentra la economía chilena no hace recomendable fiarse de la linealización. Una forma alternativa de evaluar cuantitativamente el modelo se basa en la utilización de métodos numéricos para solucionar el sistema de ecuaciones. Estos métodos permiten obtener una solución numérica para cada conjunto de parámetros relevantes, aunque no se logran formas algebraicas reducidas en que la solución dependa del valor de los mismos. Sin embargo, realizando distintas simulaciones con valores diferentes para la matriz de parámetros podemos cuantificar la relevancia de cada uno de ellos.

El modelo se resuelve por medio del programa *MathCad 7*, suponiendo que el equilibrio se alcanza luego de 150 períodos anuales.

Los parámetros de la función de utilidad de las familias,  $\rho$  y  $\theta$ , no fueron estimados en la sección precedente, por cuanto no son directamente observables. El exigir que la economía se ubique inicialmente en el brazo estable del sistema, y que finalmente converja a las tasas de crecimiento de largo plazo, impone una determinada relación entre éstos. Específicamente la siguiente:

$$(16) \quad \gamma^* = \frac{1}{\theta} (r^* - \rho)$$

De manera que, si el modelo es correcto, los parámetros pueden y deben estimarse conjuntamente. A continuación se presentan los resultados para el primer año de algunos ejercicios utilizando distintas tasas de descuento subjetivo y su comparación con la trayectoria efectiva de la economía entre 1992 y 1997. Tanto en éste como en los sucesivos ejercicios, la solución del modelo ha sido corregida para hacerla comparable con las magnitudes medidas por Cuentas Nacionales. Específicamente, se han sustraído del producto los costos indirectos de la inversión en capital humano, y se han agregado al consumo los directos.

CUADRO 6  
PREDICCIONES MODELO BAJO DISTINTAS TASAS DE DESCUENTO  
Y EVOLUCION EFECTIVA DE LAS PRINCIPALES VARIABLES

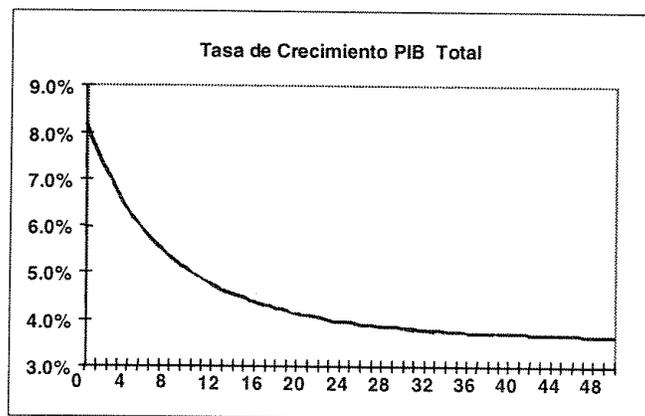
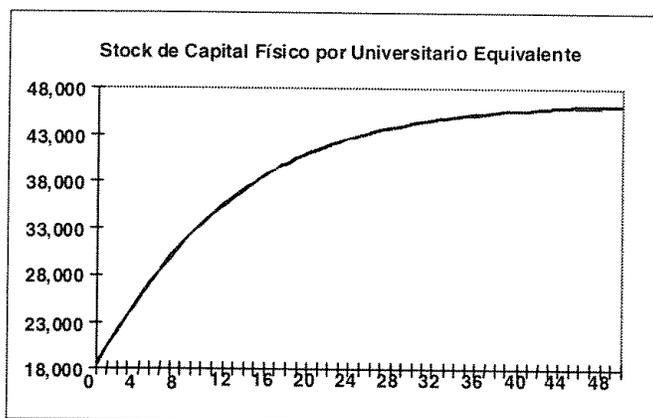
	(1)	(2)	(3)	(4)	Efectivo 1992-1997*
Tasa de descuento subjetiva ( $\rho$ )	6%	7%	8%	9%	
Elasticidad sustitución consumo ( $\theta$ )	2.64	2.14	1.64	1.14	
Crecimiento PIB total	6.9%	7.4%	8.2%	9.3%	8.5%
Crecimiento consumo total	6.8%	7.5%	8.6%	10.6%	8.7%
Inversión (% del PIB)	25.2%	27.4%	30.4%	35.2%	33.1%
Consumo (% del PIB)	74.6%	72.9%	70.4%	66.4%	75.7%
Cuenta corriente (% del PIB)	-3.2%	-3.6%	-4.1%	-5.0%	-4.0%

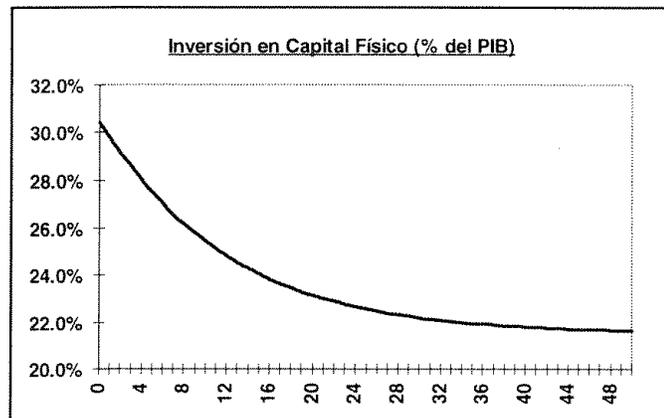
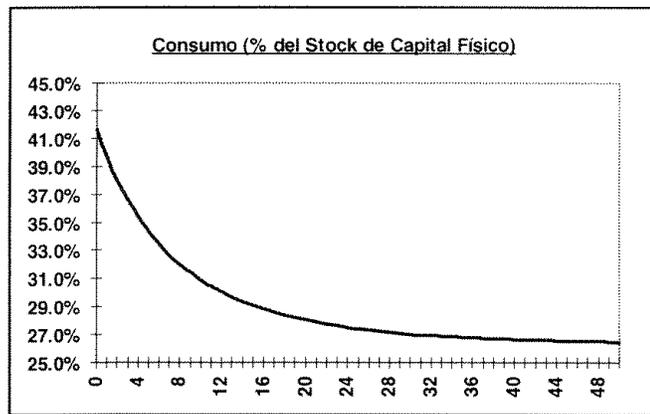
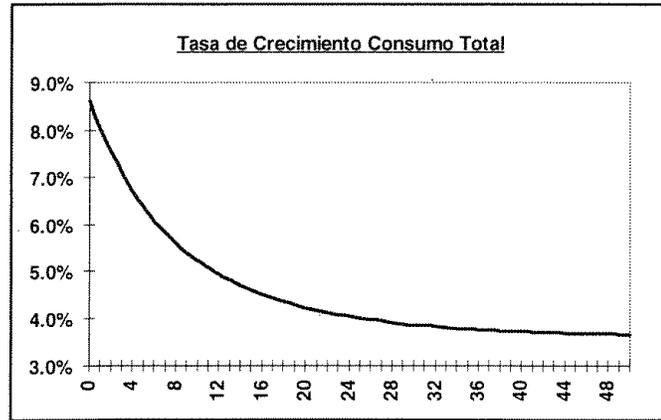
\* FUENTE: Elaboración propia en base a "Series Revisadas de Cuentas Nacionales y Balanza de Pagos", Banco Central, Feb. 1998. A precios constantes de 1986.

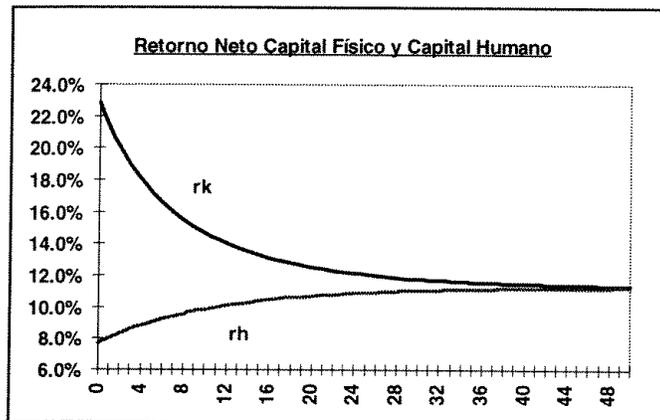
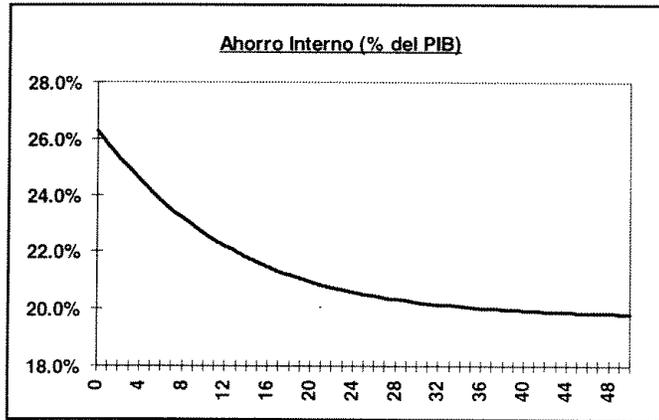
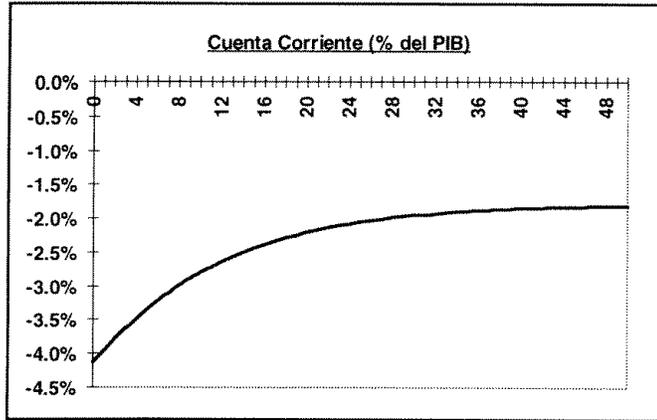
Como se puede ver, la evolución predicha por el modelo utilizando una tasa de descuento del 8% coincide bastante bien con la realidad de los últimos años. Esto es especialmente cierto para la tasa de crecimiento del producto y el consumo, la tasa de inversión y el déficit de cuenta corriente. Sin embargo, respecto del consumo como proporción del producto, el modelo predice tasas inferiores para todos los casos.

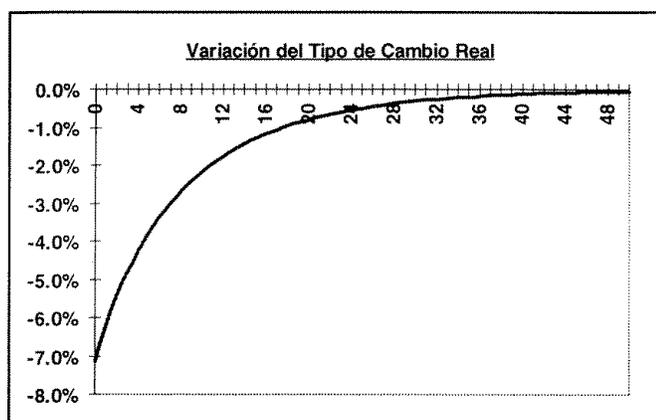
La tasa de descuento utilizada en este ejercicio no debe asimilarse a la obtenida en estudios de corte transversal, típicamente un 2%. En un mundo con incertidumbre las decisiones de ahorro se ven afectadas. Como la tasa de retorno es la observada, todo el efecto de la incertidumbre es captado por la tasa de descuento subjetiva. En el Anexo I se deriva el efecto de la incertidumbre sobre las decisiones de consumo.

Los siguientes gráficos describen el proceso de transición al equilibrio de largo plazo suponiendo una tasa de descuento  $\rho = 8\%$  y que la capacidad máxima de endeudamiento de la economía coincide con la relación deuda a capital físico en 1995,  $\varphi = 17,5\%$ . En adelante llamaremos a este ejercicio "escenario base".









Se observa que el *stock* de capital físico por universitario equivalente aumenta a tasas decrecientes durante la transición para converger a su equilibrio de largo plazo de US\$46.570 por *usee*. La duración media del proceso, es decir el número de períodos que toma eliminar la mitad la diferencia entre el *stock* inicial y el de equilibrio, es de aproximadamente 9 años. Esto implica una velocidad de convergencia  $\beta$  de 7,7% , valor consistente con estimaciones recientes del parámetro (Caselli, Esquivel y Lefort, 1996).

Durante el proceso, la escasez relativa de capital físico implica tasas de retorno neto bastante superiores a la tasa de equilibrio de largo plazo, lo cual incentiva la inversión en este tipo de capital. A medida que, producto de la mayor inversión en capital físico, su escasez disminuye, la tasa de retorno cae en forma decreciente convergiendo a la de equilibrio. De manera que el retorno neto del capital físico disminuye desde un 22,8% al inicio para acercarse al 11,3%. Lo opuesto sucede con el capital humano, el cual aumenta su rentabilidad desde 7,7% a 11,3%. A medida que el retorno del capital físico va disminuyendo, lo propio sucede con la tasa de inversión en dicho capital, que pasa de un 30,4% del producto a un 21,5%.

La mayor tasa de crecimiento del capital físico determina un crecimiento del producto interno bruto mayor al de equilibrio y también decreciente. Hacia la mitad de la vida del proceso, el producto habrá crecido a una tasa promedio anual de 6,5% (4,9% per cápita), bordeando los US\$7.000 per cápita a fines del noveno año, medido en dólares de 1995. Si incorporamos la apreciación del tipo de cambio real durante el período, el producto per cápita en dólares del año 9 sería de US\$10.646.

Dado el crecimiento esperado del ingreso corriente, el consumo representa en el inicio una fracción alta de la riqueza, la cual va disminuyendo a lo largo del proceso. La tasa de ahorro de cuentas nacionales disminuye desde un 26,3% del producto a un 19,8%.

La inversión se financia en parte vía la mantención de un déficit en cuenta corriente que va disminuyendo a medida que la escasez de capital físico cae, desde un 4,1% del producto en el inicio hasta el 1,8% de equilibrio. En otras palabras, la mayor tasa de retorno interna para los capitales en la economía

incentiva los flujos de capital hacia ella. A medida que la diferencia con la tasa de equilibrio disminuye, dichos incentivos van desapareciendo y el déficit cae. Durante los primeros nueve años, el déficit promedio alcanza al 3,4% del PIB.

Como contrapartida al mayor crecimiento de la economía respecto de su equilibrio, el país aumenta su riqueza relativa, produciéndose una apreciación real del tipo de cambio. Dicha apreciación se verifica a tasas decrecientes y tiende a desaparecer a medida que la economía se acerca al equilibrio. El precio inicial del capital humano es de 0.509, menor al del capital físico y el bien agregado de la economía (1) y va aumentando de forma que la rentabilidad total del capital humano sea equivalente en todo momento a la del capital físico. Hacia la mitad de la vida del proceso (año 9), el tipo de cambio real se habrá apreciado en un 34%, a una tasa promedio anual del 4,5%.

## Efectos de Cambios en los Parámetros

### *Relajamiento de la Restricción al Endeudamiento Externo*

Existen razones fundadas para suponer que el endeudamiento actual de la economía es bastante inferior a su capacidad máxima. Por mencionar un ejemplo, la razón de deuda a activos promedio de las 30 compañías que forman el índice industrial Dow-Jones alcanza a 25,6%<sup>13</sup>. Más aún, empresas como General Electric, cuya producción se encuentra ampliamente diversificada y es de un volumen similar a la del país, mantiene deuda por casi un 49% de sus activos.

Podemos suponer que, a medida que la economía se acerca a su estado de equilibrio, el riesgo país disminuye y que esto implica una mayor capacidad de endeudamiento externo. Supongamos que como máximo la economía puede endeudarse en un 35% del *stock* de capital físico que posee, es decir, aproximadamente un 60% de su producción total anual.

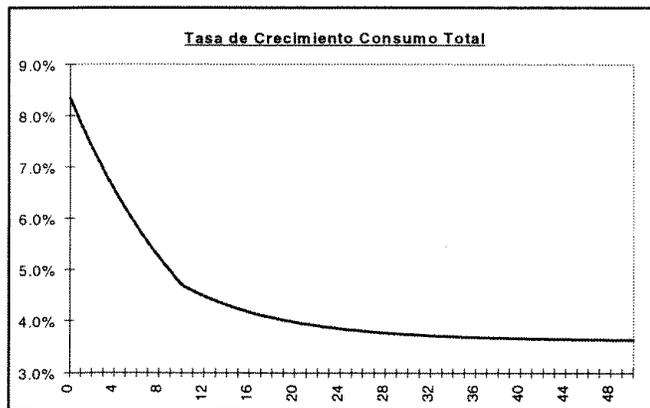
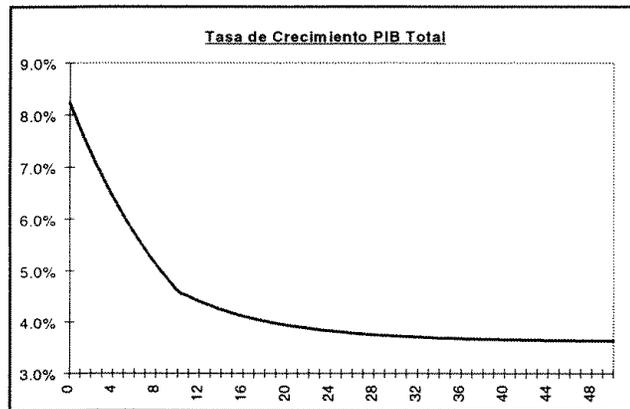
El modelo predice que la economía mantiene en todo momento una relación de deuda a capital físico equivalente a su capacidad máxima de endeudamiento. Luego, si se relaja la restricción del mercado de capitales internacional, la economía se mueve instantáneamente a su nuevo equilibrio. La mayor deuda contraída financia un aumento también instantáneo y de igual magnitud en la cantidad de capital físico que pasa de US\$18.506 a US\$23.490 por *usee*, acercando a la economía a su equilibrio de largo plazo y disminuyendo la vida media del proceso. Este efecto se traduce, además, en aumentos discretos de 12,9% y 12,5% en el producto y consumo respectivamente.

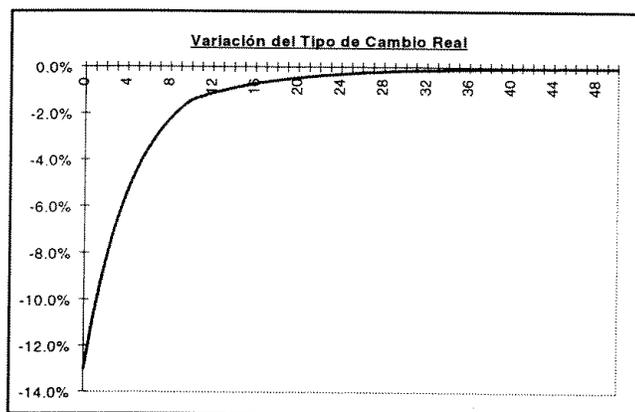
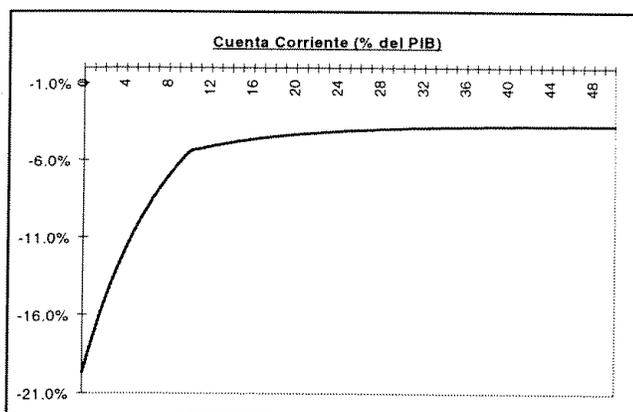
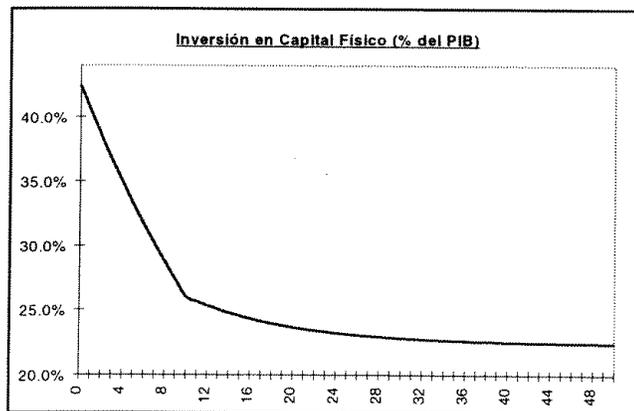
Todo esto, sin embargo, supone la inexistencia de costos de ajuste para el capital físico. De existir tales costos, el nuevo equilibrio de corto plazo no se alcanzaría de manera inmediata sino a medida que la economía fuese absorbiendo el nuevo capital. Si suponemos que el ajuste se produce dentro de los prime-

<sup>13</sup> Bloomberg, promedio simple.

ros 10 años, la tasa promedio de crecimiento del producto en dicho lapso aumenta desde 6,4% a 6,8%, gracias a una tasa de inversión promedio de 28,8% del PIB, mayor en aproximadamente un punto a la del escenario base. Al cabo de 10 años el producto per cápita será un 4,5% mayor. La vida media del proceso disminuye a poco menos de 6 años, aumentando la velocidad de convergencia desde un 7,7% a un 11,8% aproximadamente.

Los siguientes gráficos muestran el efecto que tiene dicha ampliación de la capacidad de endeudamiento en las variables clave de la economía. La evolución de las variables desde  $t=0$  hasta  $t=10$  se ha suavizado por medio de una función exponencial.





El aumento del endeudamiento genera mayores déficits en cuenta corriente, tanto en el inicio del proceso como en el equilibrio de largo plazo. En el instante en que se produce el cambio, el déficit es igual al mayor capital físico y alcanza a un 53,4% del producto. Durante los primeros 10 años el déficit promedio es de 9,6% en comparación con el 3,4% en el escenario base. En equilibrio aumenta al 3,6%.

Las mayores tasas de crecimiento del ingreso que genera la ampliación de las posibilidades de crédito externo, producen un aumento en el nivel inicial de consumo de la economía. Durante los primeros 10 años esta variable habrá aumentado a un ritmo promedio de 6,8% anual, levemente superior al del escenario base. Su proporción en el capital físico habrá caído desde un 41,6% a un 28,3%.

Todo esto trae consigo un aumento en el valor presente de la utilidad que los agentes derivan de su patrón de consumo. La mayor utilidad es equivalente a un mayor consumo verdadero (excluyendo los costos directos de la inversión en capital humano) de US\$708 per cápita en el momento inicial (US\$10.135 millones en total ó 31% del consumo verdadero del escenario base).

La mayor riqueza relativa del país se refleja en un aumento del precio del capital humano o, en otras palabras, en una apreciación real de la moneda. En efecto, dicho precio aumenta instantáneamente desde 0,509 a 0,623, lo cual constituye una apreciación real del 22,3%. En promedio, durante los primeros diez años del proceso, el tipo de cambio real se reducirá a una tasa anual de 5,0%, mayor al 4,3% del escenario base.

*Cuenta de Capitales Cerrada*

En contraposición a los resultados del ejercicio anterior, los impedimentos al acceso al endeudamiento externo tienen un efecto negativo en la utilidad total de las familias. Su disminución equivale a US\$1.686 per cápita en consumo verdadero en el momento inicial (US\$24.134 millones en total). Ello se refleja en una depreciación real instantánea de la moneda de 23,9%, con el precio del capital humano disminuyendo desde 0,509 a 0,411. La tasa de crecimiento del producto total durante los primeros 10 años pasa de 6,4% a 6,0%, al tiempo que la tasa de inversión en capital físico cae desde 27,7% a 22,9%.

Como consecuencia de la restricción al crédito externo, la vida media del proceso de convergencia se amplía a entre 11 y 12 años, lo que implica una velocidad promedio del 6% anual aproximadamente.

*Impuesto al Capital Físico (10%)*

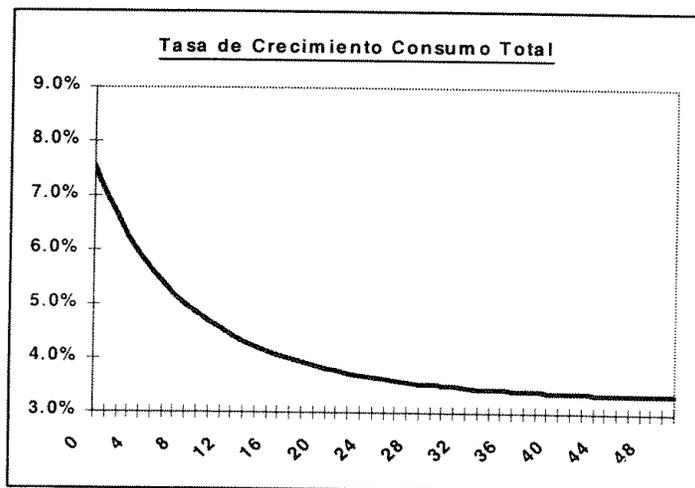
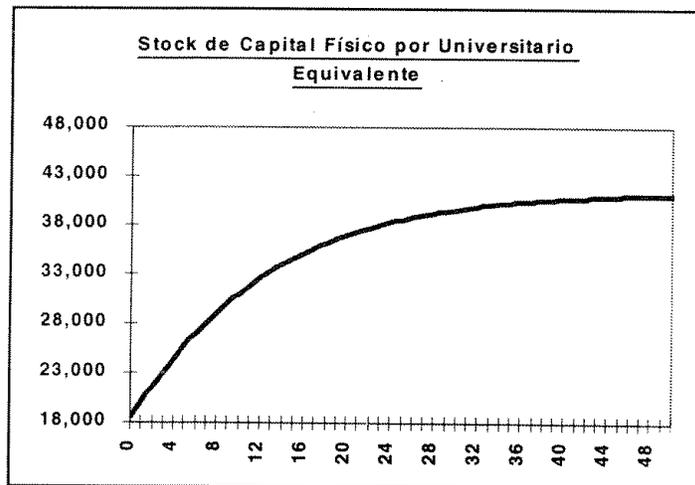
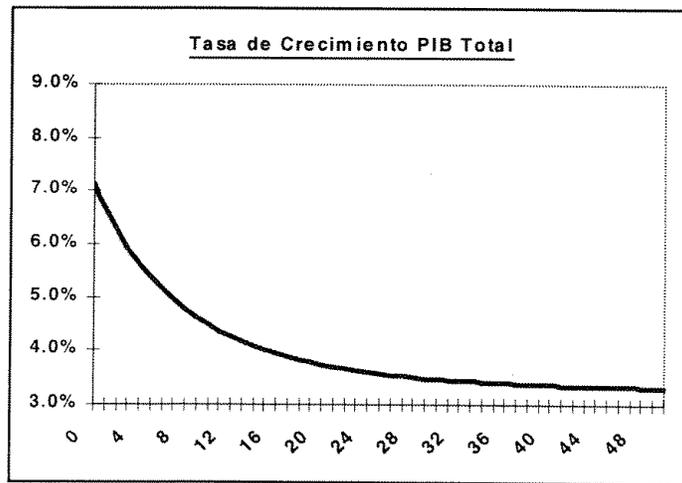
Suponemos que se establece un impuesto del 10% sobre el retorno bruto del capital físico y que luego es devuelto a las familias. Para ello modificamos (10') como sigue:

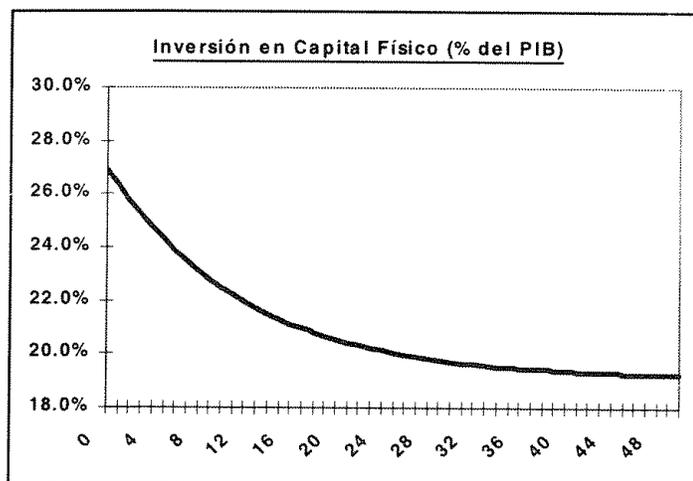
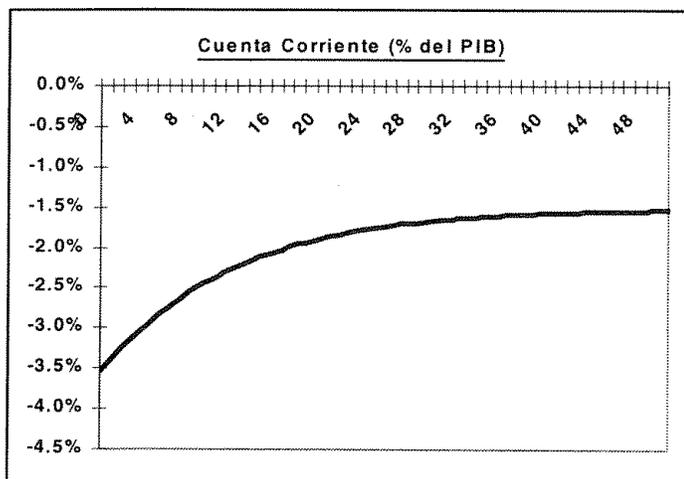
$$(10'') \quad \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (R_k(1 + \tau) - \delta_k - \rho)$$

$$\tau = -0,1$$

Al contrario que los casos anteriores, un impuesto de 10% al capital físico no sólo modifica la transición sino que también el equilibrio de largo plazo de

la economía. En concreto, la tasa de crecimiento  $\gamma^*$  se reduce a 1,68%, a la vez que el monto de capital por *usee* disminuye a US\$41.479. La tasa de retorno neta de impuestos en equilibrio cae a 10,76%.





Al disminuir la rentabilidad del capital físico producto del impuesto, los incentivos a la inversión caen. La tasa de inversión pasa de 27,7% a 24,5% como promedio en los 10 primeros años. Una menor diferencial con la tasa de equilibrio implica igualmente un menor incentivo para los agentes externos, por lo que el déficit en cuenta corriente disminuye de 3,4% a 2,9% en el período.

A su vez, la menor inversión en capital físico y capital humano permite un crecimiento promedio anual de la producción inferior en 0,8% al escenario base. Dado que la alternativa de inversión disminuye su retorno, el consumo inicial aumenta y crece más lentamente en el futuro (5,9% v/s 6,7% durante los primeros diez años).

El impuesto al capital físico genera un alza instantánea de 9,8% en el precio del factor de producción alternativo, el capital humano.

La vida media se mantiene en 9 años, pero la economía alcanza un nivel inferior de recursos, producto y consumo que en el escenario base. De hecho, la utilidad total disminuye en un monto equivalente en consumo presente a US\$1.758 per cápita o US\$25.165 millones en total.

## REFERENCIAS

- Arellano, S. y Braun, M. (1998, 1), "Estimación del Stock de Capital Físico y Recursos Naturales de la Economía Chilena". Pontificia Universidad Católica.
- Arellano, S. y Braun, M. (1998, 2), "Estimación del Stock de Capital Humano y Rentabilidad de la Educación en la Economía Chilena". Pontificia Universidad Católica.
- Banco Central de Chile, "Boletín Mensual", varios meses.
- Banco Central de Chile (1998), "Series Revisadas de Cuentas Nacionales y Balanza de Pagos", febrero.
- Barro, R. (1991), "Economic Growth in a Cross Section of Countries". *Quarterly Journal of Economics*, 106, 2 (mayo), 407-443.
- Barro, R., Mankiw, N.G. and Sala-i-Martin, X. (1992), "Capital Mobility in Neoclassical Models for Growth". NBER Working Paper N. 4206, noviembre.
- Barro, R. and Sala-i-Martin, X. (1992), "Convergence". *Journal of Political Economy*, 100, 2 (abril), 223-251.
- Barro, R. and Sala-i-Martin, X. (1995), *Economic Growth*. New York: McGraw-Hill.
- Braun, J. (1994), "Crecimiento, Capital Humano y Tipo de Cambio Real". Cruz Blanca.
- Caselli, F., Esquivel, G. y Lefort, F. (1996), "Reopening the Convergence Debate: A New look at Cross Country Growth Empirics". *Journal of Economic Growth*, 1, septiembre, 363-389.
- Cohen, D. and Sachs, J. (1986) "Growth and External Debt Under Risk of Debt Repudiation". *European Economic Review*, 30, 3 (junio), 526-560.
- Current Population Survey (1997).
- De Gregorio, J. (1997), "Crecimiento Potencial en Chile: Una Síntesis". En *Análisis Empírico del Crecimiento en Chile*, Morandé, F. y Vergara R., Editores. Santiago, Chile, Centro de Estudios Públicos y Programa de Postgrado en Economía Ilades/Georgetown University, 39-66.
- Gutiérrez, M. (1987), "Ahorro Interno, Crecimiento Económico: Un Enfoque de Cuentas Nacionales". *Cuadernos de Economía*, Año 24, N° 73, 331-357.
- Jorgenson, D., Gollop, F., Fraumeni, B. (1987), *Productivity and U.S. Economic Growth*, Cambridge, MA, Harvard University Press.
- Katz, A. y Herman, S. (1997), "Improved Estimates of Fixed Reproducible Tangible Wealth, 1929-95" *Survey of Current Business*, mayo, 69-75.
- Mankiw N., Romer, D. y Weil, D. (1992), "A Contribution to the Empirics of Economic Growth". *Quarterly Journal of Economics*, 107, 2, (mayo), 407-437.
- Morán E. y Wagner, G. (1974), "Estimación de la Tasa de Retorno del Capital". *Cuadernos de Economía*, diciembre, Año 11, N° 34, 22-32.
- Pontryagin, L., Boltyanskii, V., Gamkrelidze R., and Mishchenko E. (1962), "The Mathematical Theory of Optimal Processes". New York, Wiley.
- Roldós, J. (1997), "El Crecimiento del Producto Potencial en Mercados Emergentes: El Caso de Chile". En *Análisis Empírico del Crecimiento en Chile*, Morandé, F. y Vergara, R., Editores. Santiago, Chile, Centro de Estudios Públicos y Programa de Postgrado en Economía Ilades/Georgetown University, 39-66.

Rojas, P., López, E. y Jiménez, S. (1997), "Determinantes del Crecimiento y Estimación del Producto Potencial en Chile: El Rol del Comercio Internacional". En *Análisis Empírico del Crecimiento en Chile*, Morandé, F. y Vergara, R., Editores. Santiago, Chile, Centro de Estudios Públicos y Programa de Postgrado en Economía Ilades/Georgetown University, 67-100.

Statistical Abstract of the United States (1997).

Solow, R. (1956), "A contribution to the Theory of Long Run Growth". *American Economic Review*, 70, 1 (febrero), 65-94.

Survey of Current Business (1998), "GDP and Other Major NIPA Series, 1929-97", agosto.

## ANEXO 1 INCERTIDUMBRE

En este anexo exploramos los efectos de la incertidumbre sobre el modelo. En particular nos interesan los posibles cambios en las decisiones de consumo y ahorro de los agentes cuando las tasas de retorno son inciertas.

Suponemos que la función producción tiene la siguiente forma:

$$(A.1) \quad Y = \alpha Kdt + \sigma Kdz$$

Donde  $dz$  representa un proceso de difusión en tiempo continuo. Hemos elegido una función producción con retornos constantes al capital físico o humano que corresponde a lo que sucede en equilibrio en el modelo presentado en el texto. Esta simplificación no tiene ninguna importancia dado que la diferencia que queremos capturar es el hecho de que el retorno al capital será ahora incierto. De esta manera, el retorno esperado neto de depreciación por unidad de tiempo es  $\alpha$  y la desviación del retorno por unidad de tiempo es  $\sigma$ , ambos constantes.

Suponemos, además, que los agentes pueden endeudarse o pedir prestado a una tasa libre de riesgo  $r$ . Más adelante estudiamos la relación de equilibrio entre  $\alpha$  y  $r$ .

Las familias maximizan el valor esperado de la utilidad:

$$(A.2) \quad \text{Max}_C E_0 \int_0^{\infty} u(c) e^{-\rho t} dt$$

Suponemos que la economía es cerrada, por lo que los activos de las familias (a) son iguales al *stock* de capital ( $k$ ). La restricción presupuestaria será ahora:

$$(A.3) \quad dk = \omega(\alpha - r)kdt + (rk - c)dt + \omega k\sigma dz$$

Lo anterior implica que la variación de los activos depende de la fracción de ellos invertidos en capital ( $\omega$ ) y su retorno más el retorno a la fracción invertida en activos libres de riesgo ( $1-\omega$ ) menos el consumo por unidad de tiempo.

La maximización anterior es un problema de programación dinámica estocástica. Llamamos  $J(a,t)$  al máximo valor esperado del valor presente en  $t$  de la utilidad desde  $t$  en adelante. Es evidente que  $J(\cdot)$  va a depender sólo de  $k$  y no de  $t$ , puesto que dado el nivel de activos iniciales el problema es exactamente el mismo en cualquier momento del tiempo ya que tanto el retorno esperado como su desviación son constantes. Entonces,  $J(a)$  debe resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$(A.4) \quad \text{Max}_{c, \omega} \left( u(c) - \rho J(k) + J'(k) [(\omega(\alpha - r) + r)k - c] + \frac{1}{2} J''(k) \sigma^2 \omega^2 k^2 \right)$$

Las condiciones de primer orden para dicha maximización son:

$$u'(c) - J'(k) = 0$$

$$(A.5) \quad J'(k)k(\alpha - r) + J''(k)\sigma^2 \omega k^2 = 0$$

A las anteriores debe agregarse una condición de transversalidad. Estas condiciones de primer orden permiten resolver para  $c$  y  $\omega$  en función de  $J$  y sus derivadas. Reemplazando nuevamente en (A.4) se puede resolver para encontrar  $J$ . Con la función  $J(\cdot)$  encontrada se puede volver a las condiciones de primer orden para resolver finalmente para el consumo.

La fracción de la riqueza que las personas deciden invertir en  $k$  es:

$$(A.6) \quad \omega = \frac{(\alpha - r)}{\theta \sigma^2}$$

Dado que el único activo en la economía es el capital, en equilibrio la fracción de la riqueza invertida en  $k$  debe ser 1. Esto define la prima por riesgo en la economía que es:  $\theta \sigma^2$ . Finalmente obtenemos la tasa de crecimiento esperada del consumo:

$$(A.7) \quad E\left(\frac{dc}{c}\right) = \frac{1}{\theta} \left( \alpha - \rho + \frac{1}{2} \theta (\theta - 1) \sigma^2 \right)$$

Dada la rentabilidad esperada del capital, la incertidumbre tiene dos efectos en el consumo. Por un lado, un aumento en la varianza significa un menor ingreso y, por lo tanto, un menor consumo. Por otro lado, un aumento en la incertidumbre tiene un efecto sustitución al aumentar la prima por riesgo que es equivalente a una baja en la tasa de interés (ver A.6). Si la elasticidad de sustitución es alta ( $\theta < 1$ ), el consumo tiende a aumentar y por lo tanto la tasa de crecimiento del consumo a caer. Lo contrario sucede si  $\theta$  es mayor que uno.

Lo anterior significa que al suponer que no hay incertidumbre, no se toma en cuenta el término que acompaña a la varianza e implícitamente se supone que  $\rho$  incorpora dicho efecto. En consecuencia,  $\rho$  no puede ser relacionado con la tasa libre de riesgo de largo plazo.