

TASAS DE INTERES NOMINAL DE CORTO PLAZO EN CHILE:
UNA COMPARACION EMPIRICA DE SUS MODELOS

FRANCO PARISI*

ABSTRACT

This article examines different one-factor models of the short-term nominal interest rate in Chile, concluding that the models best describing this behavior are those that allow the rate volatility not to be constant, a conclusion similarly reached by CKLS (1992) in the case of the U.S. economy. Furthermore, the control exhibited by the Central Bank of Chile over the short-term interest rate is reflected in a strong mean reversion of this rate. A solution to eliminate this mean reversion is the implementation of 42- and 90-day nominal bonds issue, so the Central bank would not have to support the non-expected inflation risk.

Moreover, the results of the models examined in this paper are equally true during periods in which the monetary authority hold the real interest rate steady, indicating how robust those models are describing the behavior of the short term nominal interest rate change in Chile.

With respect to individual and institutional investors, the results of this article are of great help in pricing contingent claims that are sensitive to the short term nominal interest rate. Furthermore, these models could be used to predict the behavior of the short-term nominal interest rate change and its volatility.

* Ph.D. in Business Administration, University of Georgia, Académico del Departamento de Administración Universidad de Chile. fparisi@biblioteca.facea.uchile.cl, 678-3366, fax 222-0639.

Palabras clave: Chan, Karolyi, Longstaff y Sanders; Método Generalizado de Momentos; Reversión a la media.

Clasificación según JEL: E43.

El autor agradece los comentarios de Jorge Gregoire, Antonino Parisi y a los participantes del seminario del Departamento de Administración de la Universidad de Chile. Esta investigación contó con el financiamiento del fondo concursable del Decanato de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad de Chile, presidido por el Decano Luis Riveros. Además, el autor agradece los comentarios del coeditor de *Cuadernos de Economía*, Salvador Valdés, y a los árbitros de esta revista. Los errores que aún subsistan son responsabilidad del autor.

INTRODUCCIÓN

La literatura financiera, tanto académica como profesional, presenta diferentes modelos de un factor que tratan de explicar el comportamiento del cambio en la tasa de interés de corto plazo. Todos ellos sugieren que esta tasa se comporta como una variable continua en relación al tiempo. La esencia de los modelos de la tasa libre de riesgo de un factor se basa en que todas las tasas se mueven en la misma dirección en cualquier intervalo corto de tiempo, aun cuando éstas no se muevan en la misma proporción frente a un *shock* no esperado.

La importancia de conocer el comportamiento de esta variable radica en que es utilizada en la determinación de la estructura intertemporal de la tasa de interés. Dicha estructura sirve para la valorización de diferentes activos sensibles a los cambios en la tasa libre de riesgo, valorizaciones que son de importancia tanto para las finanzas teóricas como aplicadas. En efecto, Merton (1973) deriva un modelo de valorización de bonos descontables, asumiendo que la tasa de interés es una variable continua en relación al tiempo. Brennan y Schwartz (1977, 1979, 1980) y Dothan (1978), bajo el supuesto de continuidad en el tiempo de la tasa de interés, desarrollaron modelos para bonos rescatables. En tanto que, bajo los mismos supuestos de continuidad de la tasa libre de riesgo, Vasicek (1977) desarrolló un modelo de equilibrio general para la valoración de bonos descontables.

Por su parte, Cox, Ingersoll y Ross (1980 y 1985) analizan modelos de equilibrio de un factor explicativo de la estructura intertemporal de la tasa de interés, formulación que ha sido ampliamente usada en la valorización de derechos contingentes sensibles a la tasa de interés. Asimismo, Constantinides e Ingersoll (1984); Schaefer y Schwartz (1984); Sundaresan (1984); Campbell (1987); Feldman (1989); Longstaff (1989a); Hull y White (1990); Black y Karansinski (1991), y Longstaff y Schwartz (1992) han estudiado el mismo fenómeno, realizando grandes aportes en esta área.

A pesar de la abundante bibliografía en torno a este tema, tan sólo en 1992 Chan, Karolyi, Longstaff y Sanders (CKLS, 1992) comparan diferentes modelos del cambio de la tasa de interés de corto plazo de un factor, encontrando que los modelos más exitosos en capturar la dinámica del cambio de esta tasa son aquellos que permiten que su volatilidad no sea constante, siendo altamente sensible al nivel de la tasa. La conclusión lograda por estos autores es de importancia en el uso de los diferentes modelos de estructura intertemporal de la tasa de interés, en su impacto en la valorización de derechos contingentes y en la cobertura sobre riesgo de tasa de interés.

CKLS (1992), al igual que en este trabajo, utilizan una estructura econométrica simple para comparar los modelos estocásticos de la tasa de interés de corto plazo, formulación que captura la dinámica del cambio por medio de la siguiente ecuación estocástica diferencial:

$$(1) \quad \delta r = (\alpha + \beta) \delta t + \sigma r^\gamma \delta Z$$

En que r es la tasa de interés; t denota tiempo; en tanto que α , β y γ son parámetros; σ es la desviación estándar del cambio continuo de la tasa libre de riesgo; y Z es una variable con un proceso Wiener. Esta formulación dinámica implica que la media y la varianza condicionadas de los cambios en la tasa de interés de corto plazo dependen del nivel de la tasa de interés. CKLS (1992) calculan la ecuación (1) por medio del Método Generalizado de Momentos (GMM)¹, sugerido por Hansen (1982), sin imponer restricciones sobre los parámetros, a diferencia de lo sugerido por los modelos de cambio en la tasa de interés de corto plazo que se presentan más adelante.

Además, CKLS (1992) estudian la habilidad de capturar la volatilidad del cambio en la tasa de interés, para cada modelo. Lo anterior es de suma importancia debido a que la volatilidad de la tasa libre de riesgo es una de las variables claves para la valorización de derechos contingentes tales como opciones sobre bonos; más aún, las estrategias de cobertura óptimas para inversionistas aversos al riesgo dependen críticamente de la volatilidad de la estructura intertemporal de la tasa de interés, la cual se logra a partir de la volatilidad del cambio de la tasa libre de riesgo.

El objetivo de este trabajo es replicar la investigación de CKLS (1992) para el caso chileno, con el propósito de identificar aquellos modelos que mejor capturan la dinámica del cambio en la tasa de interés de corto plazo en este mercado de capitales y sus implicancias para los inversionistas y el Banco Central. Cabe señalar que este último es, sin lugar a dudas, el agente más importante en este mercado por su calidad de emisor de deuda libre de riesgo tanto de corto como de largo plazo, que influye fuertemente al mercado de renta fija y a la economía en general.

Esta investigación está dividida en tres partes. En la primera se estudia la bibliografía existente acerca de los modelos de cambio en la tasa de interés nominal de corto plazo. En la segunda parte se entregan los resultados de los modelos descritos en la sección II para el caso chileno, en relación a la habilidad explicativa y proyectiva de cada modelo. Finalmente, en las conclusiones se entregan las implicancias para el mercado de capitales chileno, a partir de los resultados.

II. MODELOS DE TASA DE INTERÉS NOMINAL

En esta sección se discuten los principales modelos dinámicos de un factor explicativo para los cambios en la tasa de interés de corto plazo sugeridos en la literatura financiera. En particular nos centraremos, al igual que en la investigación de CKLS (1992), en los modelos de Merton (1973); Vasicek (1977); Cox, Ingersoll y Ross (CIR, 1985) con raíz cuadrada (SR); Dothan (1978); Brennan-Schwartz (BS, 1980); CIR (1980); y los modelos de Cox (1975) y Cox y Ross

¹ Los autores calculan su modelo usando variables instrumentales, siendo éstas una constante y la propia tasa de interés rezagada.

(1976); siendo todos estos los más usados tanto en círculos académicos como profesionales.

El modelo de Merton fue uno de los primeros en sugerir que la tasa de interés se comportaba de acuerdo a un proceso browniano con un *drift*, que se resume a continuación:

$$(2) \quad \delta r = \alpha \delta t + \sigma \delta Z$$

el cual impone restricciones sobre la ecuación (1) en los parámetros β y γ , en que ambos deben ser iguales a cero. Este modelo fue empleado para valorar bonos descontables y supone que los cambios en la tasa de interés son homoscedásticos, cuestión que se riñe con la evidencia empírica.

El segundo modelo por estudiar es el propuesto por Vasicek (1977), quien agrega al modelo de Merton otra variable explicativa, siendo ésta $\beta r \delta t$, como lo indica la siguiente ecuación:

$$(3) \quad \delta r = (\alpha + \beta r) \delta t + \sigma \delta Z$$

Esta fórmula es conocida como el modelo Ornstein-Uhlenbeck de elasticidad *random walk* empleado por Vasicek (1977) para la valorización de bonos descontables. Este proceso Gaussian ha sido empleado en la valorización de opciones sobre bonos, futuros de bonos, opciones sobre futuros de bonos y otros tipos de derechos contingentes. La restricción que este modelo impone sobre la ecuación (1) es que γ sea igual a cero. Este modelo y el anterior sugieren que la volatilidad condicional de los cambios en la tasa de interés es constante, cuestión que es fuertemente criticada.

El tercer modelo por estudiar es el sugerido por CIR (1985), conocido como CIR SR, donde su ecuación es la siguiente:

$$(4) \quad \delta r = (\alpha + \beta r) \delta t + \sigma r^{1/2} \delta Z$$

El modelo CIR SR es un modelo de equilibrio general que supone expectativas racionales², en el cual la tasa de interés, la dinámica de ésta, los precios de los bonos y la dinámica de los precios de los bonos son endógenos. La estructura de este modelo se puede resumir en que hay un número finito de retornos estocásticos a la escala de tecnologías de producción para un solo bien que puede ser destinado a consumo o inversión. Existe un número fijo de individuos idénticos, quienes maximizan su función de utilidad esperada por medio de la selección de los óptimos de consumo e inversión³. Por simplicidad, CIR (1985)

² La dinámica de la tasa de interés sugerida por este modelo permite que el arbitraje sea excluido, siendo ésta una de las propiedades que no pueden ser garantizadas siempre en modelos de equilibrio parcial.

³ Dicha función de utilidad es aditiva con respecto al tiempo.

suponen que las inversiones son implementadas por las firmas y que los individuos invierten todo su ingreso no consumido en acciones de dichas empresas, las cuales presentan un valor que sigue un proceso de difusión multivariado. Los cambios tecnológicos aleatorios son introducidos con el propósito de que el vector de *drift* y la matriz de covarianzas para dicho proceso de difusión multivariado dependa del vector de los estados de las variables que gobiernan el proceso de difusión multivariado. El proceso conjunto del valor de las firmas y el estado de las variables explican completamente el estado del sistema. El mercado de capitales es perfecto, tanto para transar acciones como instrumentos de ahorro y préstamo a la tasa libre de riesgo. El equilibrio en esta economía se traduce en que el mercado de la tasa de interés, el precio de los derechos contingentes y el total de la producción y el consumo se pueden catalogar como mercado sin exceso de oferta o demanda, donde la tasa de interés es la de equilibrio.

Este modelo ha sido ampliamente utilizado en la valorización de derechos contingentes sensibles a la tasa de interés, tales como deudas hipotecarias, opciones sobre bonos descontables, futuros de bonos y opciones sobre futuros de bonos. En este modelo se considera que la volatilidad condicional de los cambios en la tasa de interés es proporcional a la tasa libre de riesgo. La restricción de este modelo en relación a la ecuación (1) es que γ debe ser igual a un medio. Este modelo sugiere que los cambios de ésta se distribuyen de acuerdo a una Chi-cuadrada no centrada; sin embargo, su versión para una tasa de interés discontinua con respecto al tiempo no tiene por qué presentar dicha distribución. Cabe señalar que este modelo supone que la tasa libre de riesgo muestra una distribución estacionaria en el largo plazo y, además, que la tasa de interés no puede ser negativa.

También el modelo de Dothan (1978) es estudiado aquí, en términos de su capacidad de explicar los cambios de la tasa de interés. Este autor sugiere que la tasa de interés de corto plazo se comporta como:

$$(5) \quad \delta r = \sigma r \delta Z$$

Dicho modelo ha sido empleado en la valorización de bonos descontables, principalmente. Las restricciones de éste en relación al modelo general indican que α y β deben ser iguales a cero y, además, γ debe ser igual a uno. En este modelo se asume que $r(t)$ es positiva con probabilidad igual a uno y se distribuye como una variable lognormal. Dothan (1978) concluye que aun cuando él postula un modelo simple para la valorización de bonos, o su equivalente en la estructura intertemporal de la tasa de interés, esta formulación es complicada en su aplicación empírica, debido a la continuidad en el tiempo del cambio en la tasa de interés.

Otro modelo que será probado en términos de su capacidad explicativa y predictiva de la tasa de interés de corto plazo en el mercado de capitales chileno es el proveniente de la familia del Movimiento Geométrico Browniano (GBM) propuesto por Black y Scholes (1973), el cual se entrega a continuación:

$$(6) \quad \delta r = \beta r \delta t + \sigma r \delta Z$$

Las restricciones que presenta este modelo en relación a la ecuación (1) son que α debe ser igual a cero y que γ debe ser igual a uno.

Por su parte, BS (1980) utilizan el siguiente modelo para valorar bonos convertibles:

$$(7) \quad \delta r = (\alpha + \beta) r \delta t + \sigma r \delta Z$$

Courtadon (1982) utilizó este modelo para la valoración de opciones sobre bonos descontables. Las restricciones que impone este modelo sobre la ecuación (1) es que γ debe ser igual a uno.

CIR (1980) proponen un modelo de tasa de interés flotante para créditos y su valorización, modelo conocido como CIR VR. Constantinides e Ingersoll (1984) usan este modelo para valorar bonos en un mundo con impuestos a los bonistas, y el modelo utilizado es:

$$(8) \quad \delta r = \sigma r^{3/2} \delta Z$$

Las restricciones de este modelo en relación a la ecuación (1) son que α y β deben ser iguales a cero y que γ sea igual a tres medios. De acuerdo con este modelo, la tasa de interés instantánea del mercado al contado será una estadística suficiente para determinar el precio de todos los bonos libres de riesgo con tasa de interés flotante.

El último modelo que será estudiado aquí es el sugerido por Cox (1975), el cual es conocido como de Elasticidad Constante de la Varianza (CEV), siendo este modelo:

$$(9) \quad \delta r = \beta r \delta t + \sigma r^\gamma \delta Z$$

Las restricciones de este modelo sobre la ecuación (1) es que α debe ser igual a cero. Marsh y Rosenfeld (1983) analizan las bondades de este modelo, concluyendo que presenta cualidades muy interesantes al momento de verificar el grado en que se explican los cambios de la tasa de interés de corto plazo.

Una de las principales características de la metodología sugerida por CKLS (1992) es que permite dar una opinión sobre las propiedades económicas de cada modelo y la relevancia de los supuestos en relación a los parámetros prefijados. Para ello, es necesario calcular los modelos de tasa de interés continua, pero en su especificación econométricamente discontinua en relación al tiempo. En términos simples, dado que no es posible estimar la ecuación (1), se calculan las siguientes ecuaciones, que son una aproximación discontinua de (1):

$$(10) \quad r_t - r_{t-1} = \alpha + \beta r_{t-1} + \epsilon_t$$

con

$$(11) \quad E[\epsilon_t] = 0, \quad E[\epsilon_t^2] = \sigma^2 r_{t-1}^{2\gamma}$$

Cabe hacer notar que esta versión del cambio en la tasa de interés de corto plazo es discontinua con respecto al tiempo. Dicha formulación fue propuesta y probada por Brennan y Schwartz (1982); Dietrich-Campbell y Schwartz (1986); Harvey (1988); Sanders y Unal (1988), entre otros. La principal característica de este modelo *ex post* es que permite que la varianza de los cambios en la tasa de interés dependa directamente del nivel de ésta, cuestión que es consistente con los modelos de tiempo continuo de la tasa de interés.

La dinámica de los cambios en la tasa de interés descrita en las ecuaciones (10) y (11) es sólo una aproximación a las especificaciones de tiempo continuo sugeridas por los diferentes modelos discutidos anteriormente y el propuesto en la ecuación (1). En efecto, Grossman, Melino y Shiller (1987); Breeden, Gibbons y Litzenberger (1989); y Longstaff (1989b y 1990) sugieren que para medir los cambios discretos en la tasa de interés de corto plazo se debe incorporar una integral a la ecuación (1), la cual aparece en el lado derecho de dicha fórmula, lográndose una agregación temporal. En función de lo anterior, Campbell (1986) sugiere que dada la continuidad del cambio en la tasa de interés y de la agregación temporal sugerida para los modelos de tiempo discreto, se incurre en un error secundario. En efecto, el tamaño del error incurrido por la aproximación discreta puede ser visto como un problema de importancia de segundo orden, cuestión probada por dicho autor.

CKLS (1992) sometieron a prueba la hipótesis de identificación de los diferentes modelos dinámicos de cambio en la tasa de interés de corto plazo, en sus versiones de tiempo discreto. Para ello, los autores utilizan la técnica de GMM, sugerida por Hansen (1982)⁴, para estimar los diferentes modelos en función de las ecuaciones (10) y (11). La elección de esta metodología se basa en que el procedimiento GMM no requiere que la distribución de los cambios en la tasa de interés sea normal⁵. Las condiciones asintóticas del proceso GMM exigen que la distribución de los cambios de la tasa de interés sea estacionaria y ergódica⁶, y,

⁴ Esta metodología fue aplicada en modelos empíricos de la estructura intertemporal de la tasa de interés por Gibbons y Ramaswamy (1987); Harvey (1988); Longstaff (1989b); Longstaff y Schwartz (1992), entre otros.

⁵ Esto es particularmente importante al analizar los diferentes modelos de la estructura intertemporal de la tasa de interés de tiempo continuo, ya que cada uno de ellos postula una determinada distribución probabilística de la variable explicada.

⁶ Se entiende por ergodicidad cuando el proceso de covarianza-estacionaria converge en probabilidad a $E(Y_t)$ cuando $t \rightarrow \infty$, donde la siguiente formulación no es la media sino un promedio temporal, siendo esta:

$$\bar{y} = (1/T) \sum_{t=1}^T \gamma_t^{(1)}$$

además, que las expectativas relevantes existan⁷. Esta metodología comienza definiendo θ como el vector de parámetros, con elementos α , β , σ^2 y γ . Donde a partir de los errores, $\epsilon_t = r_t - r_{t-1} - \alpha - \beta r_{t-1}$, se construye el vector $f_t(\theta)$, siendo éste igual a:

$$(12) \quad f_t(\theta) = \begin{pmatrix} \epsilon_t \\ \epsilon_{t-1} \\ \epsilon_t^2 - \sigma^2 - 2\gamma r_{t-1} \\ (\epsilon_t^2 - \sigma^2 - 2\gamma r_{t-1}) r_{t-1} \end{pmatrix}$$

la hipótesis nula es que las restricciones sugeridas por los diferentes modelos del cambio en la tasa de interés sobre los parámetros de las ecuaciones (10) y (11) son verdaderas, entonces $E[f_t(\theta)]$ es igual a cero. Esto es así, ya que los errores residuales de la regresión son restringidos a tener una media igual a cero y ser ortogonales a las variables independientes.

Para implementar operacionalmente el procedimiento GMM se debe reemplazar $f_t(\theta)$ por su contraparte de la muestra, $g_t(\theta)$, usando el total de observaciones, T , donde:

$$(13) \quad g_t(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f_t(\theta)$$

luego, se eligen parámetros que permitan minimizar la forma cuadrática de:

$$(14) \quad J_T(\theta) = g_T'(\theta) W_T(\theta) g_T(\theta)$$

En que $W_T(\theta)$ es una matriz ponderada, simétrica y positiva definida. Gracias a la diferenciación matricial, se sabe que minimizar $J_T(\theta)$ con respecto a θ es equivalente a resolver el sistema homogéneo de ecuaciones⁸:

⁷ Un proceso ergódico en su media implica que la autocovarianza γ_j se aproxima a cero suficientemente rápido cuando j es grande. Si la autocovarianza para el proceso de covarianza-estacionario satisface:

$$\sum_{j=0}^{\infty} |\gamma_j| < \infty$$

entonces $\{Y_t\}$ es ergódico en su media.

⁸ Lo anterior es así gracias a la condición de ortogonalidad.

$$(15) \quad D'(\theta)W_T(\theta)g_T(\theta)=0$$

donde $D(\theta)$ es la matriz jacobiana de $g_T(\theta)$ con respecto a θ . Para el modelo sin restricciones, los parámetros son identificados correctamente, con lo cual $J_T(\theta)$ es cero para toda elección de $W_T(\theta)$. Para el resto de los modelos de cambio en tasa de interés de corto plazo, el procedimiento GMM calcula los parámetros sobredefinidos en el subvector de θ dependiendo de la elección de W_T . Hansen (1982) prueba que eligiendo $W_T(\theta)=S^{-1}(\theta)$, donde

$$(16) \quad S(\theta)=E[f_t(\theta)f_t'(\theta)]$$

resulta que el estimador de θ , arrojado por el procedimiento GMM, presenta la menor matriz de varianzas y covarianzas asintóticas. Considerando un estimador de esta matriz como $S_0(\theta)$, la matriz asintótica de covarianza para el estimador de θ , logrados a partir de GMM, es:

$$(17) \quad \frac{1}{T}(D_0'(\theta)S_0^{-1}(\theta)D_0(\theta))^{-1}$$

$D_0(\theta)$ es el jacobiano evaluado en los parámetros estimados. Esta matriz de covarianzas es usada para determinar el nivel de significancia de cada uno de los parámetros.

La minimización del jacobiano se logra bajo la hipótesis nula de que el modelo es verdadero, la distribución de la variable explicada es de acuerdo a una Chi-cuadrada (χ^2) con grado de libertad igual al número de condiciones ortogonales menos el número de parámetros por estimar. Este procedimiento permite lograr un test de bondad de ajuste para cada modelo conocido como criterio de valor mínimo χ^2 GMM, donde un valor alto de ésta implica que el modelo está mal especificado. CKLS (1992) sugieren que una de las propiedades más importantes del criterio del valor mínimo χ^2 GMM⁹ es que permite jerarquizar los diferentes modelos de cambio en la tasa de interés, en función de aquel modelo que entregue el valor más bajo de todos los estudiados.

Los resultados logrados por estos autores señalan que los modelos de Merton, Vasicek y CIR SR están mal especificados, de acuerdo al criterio del valor mínimo χ^2 GMM. Por su parte, los modelos de Dothan, GBM, BS, CIR VR, y CEV arrojaron un valor bajo para el test valor mínimo χ^2 GMM, siendo significativos al nivel del diez por ciento, en tanto que el modelo CEV fue significativo al nivel del cinco por ciento. Por su parte, los modelos de Merton y Vasicek son rechazados por ser homoscedásticos, siendo ésta una de sus principales deficiencias, de acuerdo con CKLS (1992) y otros autores. Sin embargo, una

⁹ Este valor se obtiene a partir de la ecuación (14).

de las mayores críticas sobre los modelos de Merton y Vasicek es que permiten que la tasa de interés tome valores negativos.

La estimación del modelo CKLS (1992) entrega interesantes características acerca de la dinámica del cambio en la tasa de interés de corto plazo estadounidense. Primero, la evidencia indica la ausencia del fenómeno de reversión a la media¹⁰ en la variable estudiada, ya que el parámetro β de la ecuación (10) no es estadísticamente significativo, a los niveles convencionales. Lo anterior denota su importancia en que el fenómeno de reversión a la media hace que los modelos de estructura intertemporal de la tasa de interés sean más complejos. También estos autores encontraron que la volatilidad condicional del modelo sin restricciones es altamente sensible a los niveles de la tasa de interés de corto plazo.

CKLS (1992) estudiaron la capacidad de los modelos para capturar los cambios en la tasa de interés y su volatilidad, en forma separada. En el primer caso los autores sugieren calcular la media condicional de la ecuación (10), para luego determinar la proporción del total de variación *ex post* en el cambio en la tasa explicado por la media condicional. En tanto que, para la capacidad predictiva de los modelos en torno a la volatilidad, se recomienda usar el mismo procedimiento anterior, pero considerando que la *proxy* de volatilidad *ex post* es la tasa de interés al cuadrado¹¹. Bajo esta metodología los modelos Dothan, Merton y CIR VR no presentan poder explicativo sobre el cambio en la tasa de interés. Por su parte, la jerarquización de los modelos basados en la capacidad predictiva de la volatilidad del cambio en la tasa de interés es similar a la que arroja el criterio de valor mínimo χ^2 GMM, es decir, los modelos Dothan, GMB, BS, CIR VR, CEV predicen satisfactoriamente la volatilidad del cambio en la tasa libre de riesgo¹².

A pesar de lo anterior, Harvey, Lo y MacKinlay (1996) sugieren que los resultados de CKLS (1992) tienen como consecuencia dos problemas en la estructura intertemporal de la tasa de interés. El primer problema es que cuando se

¹⁰ Se entiende por reversión a la media al fenómeno por el cual cuando la tasa de interés está alta, ésta tiende a presentar un *drift* negativo, en tanto que cuando la tasa libre de riesgo está baja la reversión a la media causa que la tasa de interés muestre un *drift* positivo. Algunos argumentos de sustento económico para el comentado fenómeno es que cuando la economía baja su tasa de crecimiento, los potenciales deudores requieren menos fondos de terceros, con lo cual la tasa cae; en tanto que cuando la tasa está baja, los potenciales deudores demandan una mayor cantidad de fondos, con lo cual la tasa aumenta. Uno de los efectos del fenómeno de reversión a la media en la tasa libre de riesgo es que la volatilidad de ésta decrece en función de la madurez de los bonos, es decir, que la tasa cupón del bono de largo plazo es similar a la tasa de reversión a la media.

¹¹ Formulación que es considerada como una medida *ex post* simple de la volatilidad de la tasa libre de riesgo de corto plazo.

¹² CKLS (1992), utilizando dos fuentes de datos alternativas, lograron similares conclusiones, lo que valida las implicancias sugeridas por ellos. La primera base de datos es la tasa de interés diaria de los bonos del gobierno estadounidense a tres meses para el período comprendido entre 1978 y 1984. La segunda fuente de datos está compuesta por el retorno entregado por los bonos del tesoro de los Estados Unidos de Norteamérica a un mes, para el período entre junio 1964 y diciembre de 1989.

supone la ausencia del fenómeno de reversión a la media en la tasa de interés de corto plazo, la tasa *forward* y la TIR¹³ de los bonos deben aumentar inicialmente con la madurez, pero estos dos elementos eventualmente declinan con la madurez y continúan haciéndolo por siempre. El segundo problema es que los modelos en estudio sugieren que γ se encuentra en el rango de cero a un medio, en tanto que el resultado de CKLS (1992) para dicho parámetro es 1.5, lo que hace que el modelo logrado por los autores no pertenezca a la clase de *tractables affine-yield*¹⁴ y fuerza a resolver la estructura intertemporal de la tasa de interés en forma numérica.

Con respecto a los problemas que presentan los resultados de CKLS (1992), no existe consenso acerca de cómo resolverlos. Así por ejemplo, Ait-Sahalai (1996) comenta que los modelos paramétricos, como el utilizado por CKLS (1992), son muy restrictivos; es por ello que propone un modelo no-paramétrico para estimar el *drift* y la volatilidad de la tasa de interés de corto plazo. Este autor sugiere que la tasa de interés de corto plazo se comporta como una variable aleatoria cuando está en el rango de cuatro y diecisiete por ciento, pero presenta el fenómeno de reversión a la media cuando está fuera de dicho rango. Finalmente, Ait-Sahalai (1996) concluye que la volatilidad de la tasa de interés está relacionada con el nivel de la tasa en una forma más sofisticada que lo sugerido por CKLS (1992) o por cualquier otro modelo paramétrico.

III. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados de los modelos discutidos en el punto anterior y sus implicancias para el caso chileno. Además, se entregan las directrices en torno al comportamiento de la tasa de interés de corto plazo en el mercado de capitales chileno.

Los datos utilizados en este artículo son las tasas de interés promedio mensual de los Pagarés Descontables del Banco Central de Chile (PDBC), para el período comprendido entre enero de 1983 y diciembre de 1995¹⁵. Cabe señalar que la economía chilena no presenta bonos nominales diferentes de los señalados, donde la tasa utilizada es para bonos con madurez en base a 30 días. Para

¹³ TIR significa tasa interna de retorno. Este concepto se refiere a lo que se conoce como *Bond yield* en la literatura internacional.

¹⁴ Concepto que engloba a los modelos simples, en los cuales todas las variables relevantes son condicionantes lognormales y los logaritmos de la TIRs de los bonos son lineales con respecto a la variable de estado.

¹⁵ Para los siguientes meses no se registran datos: 09/1985; 03/1986; 06/1986 y 09/1986. Para efectos de la estimación de los modelos, se utilizaron dos bases de datos, ambas entregando resultados muy similares que conducen a las mismas conclusiones. La primera base de datos omite las observaciones sin dato y la segunda supone que las observaciones son reemplazadas por la tasa de interés previa, ya que ésta es la información que posee el mercado para tomar sus decisiones.

efectos de la modelación, la tasa fue anualizada para un año promedio de 360 días, como sugiere la literatura.

El método de transacción de este tipo de instrumento de deuda por parte de la autoridad monetaria es a través de licitaciones, las que se efectúan a lo menos una vez a la semana, las cuales pueden ser declaradas desiertas o no. Una de las características más importante que presenta este tipo de bono es que la autoridad, al fijar el descuento en el PDBC, está dando a conocer implícitamente su estimación de inflación para los próximos treinta días. Esta estimación la efectúa el mercado en función de la tasa de interés real anual de los Bonos Reajustables a 90 días del Banco Central (PRBCs); es más, la prensa especializada muestra los resultados semanales de las licitaciones de PDBC's indicando la tasa de interés pactada y la estimación de inflación implícita en ella¹⁶.

Es interesante señalar que el mercado asume en sus estimaciones de inflación esperada que existe una perfecta sustitución entre ambos tipos de bonos, cuestión que no es necesariamente cierta, ya que el tratamiento de la reajustabilidad es completamente diferente. En efecto, la inflación esperada, contenida en los PDBC's, es diferente a la inflación *ex post* que presentan otros tipos de deuda, tales como los PRBC's. En el primero, el comprador corre con el riesgo de inflación, en tanto que en el segundo ese riesgo desaparece en su concepción *ex post*. Además, la liquidez de los mercados secundarios para cada uno de estos instrumentos es diferente, entre otras cosas. Sin embargo, el objetivo de nuestro artículo es identificar el comportamiento de las tasas de interés nominal de corto plazo en Chile, destacando el hecho de que ésta es muy utilizada por el mercado para determinar la expectativa de inflación que tiene el Banco Central¹⁷.

A lo anterior debe sumarse el hecho de que el Banco Central posee como objetivo la estabilidad de la moneda, para lo cual define su meta de inflación del año entrante en diciembre de cada año. En función de dichas estimaciones, más otras variables relevantes, el Banco Central emplea diferentes medidas de ajuste para lograr las metas en cuestión, donde la tasa de interés de corto plazo ha sido una de las herramientas favoritas para cumplir con la estabilidad monetaria. Es por esto que se espera que la tasa de interés de corto plazo presente un fuerte componente de reversión a la media.

En el Cuadro I se entregan los resultados de los estimadores GMM robustos logrados por los modelos estudiados; en paréntesis se entrega el valor absoluto del t-test.

¹⁶ La fórmula de cálculo es la siguiente:

$$(1+i) = (1+r)^{(30/360)} \cdot (1+IPC_1)^{(\text{días}_1/30)} \cdot (1+IPC_2)^{(\text{días}_2/31)}$$

donde i es la tasa de interés del PDBC; r es la tasa del PRBC a 90 días, en términos anuales; IPC_1 es la inflación conocida para la primera parte del período en estudio, información entregada por la autoridad por medio de la Unidad de Fomento; IPC_2 es la incógnita, es decir, la inflación estimada para el período comprendido entre $(31 - \text{días}_1)$ días. Cabe señalar que $\text{días}_1 + \text{días}_2 = 30$.

¹⁷ La injerencia del Banco Central en el mercado de capitales chileno es fuerte. Además existe la creencia de que esta autoridad posee más información que el mercado como un todo, al momento de predecir la inflación y otras variables claves para la economía nacional.

CUADRO I
ESTIMADORES DE LOS MODELOS ALTERNATIVOS DE TASA DE INTERES
DE CORTO PLAZO

Modelo	α	β	σ^2	γ	Valor función	g.l	R_1^2	R_2^2
CKLS	0.099 (5.9)*	-0.446 (6.7)*	0.269 (3.9)*	0.78 (3.3)*	0.00		0.23	0.28
Merton	-0.013 (1.7)**	0.0	0.104 (10.6)*	0.0	46.99	2	0.00	0.00
Vasicek	0.113 (6.99)*	-0.50 (7.81)*	0.089 (9.32)*	0.0	12.02	1	0.22	0.00
CIR SR	0.105 (6.51)*	-0.465 (7.25)*	0.196 (11.8)*	0.5	1.545*	1	0.23	0.27
Dothan	0.0	0.0	0.382 (14.6)*	1.0	35.3	3	0.00	0.18
GBM	0.0	-0.086 (2.88)*	0.368 (13.0)*	1.0	28.63	2	0.05	0.18
BS	0.096 (5.92)*	-0.435 (6.71)*	0.328 (11.9)*	1.0	0.713*	1	0.22	0.18
CIR VR	0.0	0.0	0.550 (13.8)*	1.5	39.74	3	0.00	0.18
CEV	0.0	-0.090 (2.90)*	0.329 (4.31)*	0.880 (3.92)*	28.41	1	0.05	0.24

En paréntesis se entrega el t-test de los estimadores robustos.

*Significativo al 5%.

**Significativo al 10%.

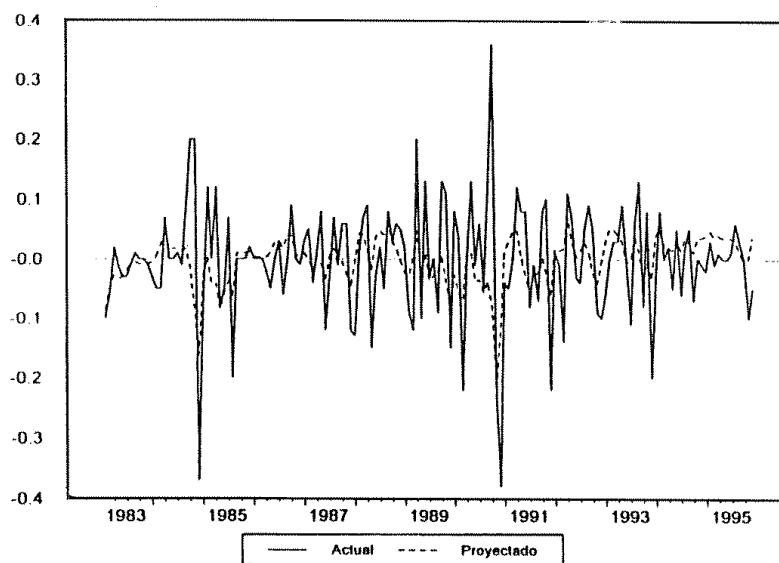
Los resultados indican la significancia de todas y cada una de las variables del modelo CKLS (1992) para el caso chileno, validando el modelo estudiado. Sin embargo, del Cuadro I se desprende que el modelo CKLS indica la presencia del fenómeno de reversión a la media. La sistemática significancia del beta negativo en todos y cada uno de los casos estudiados indica, inequívocamente, el fuerte control de la tasa de interés de corto plazo por parte de la autoridad.

Cabe recordar que en la investigación de CKLS (1992) los modelos arrojaron un beta negativo no significativo en términos estadísticos, rechazando la hipótesis de reversión a la media e indicando que el mercado de renta fija de corto plazo estadounidense, o los dominadores de éste, no tenían una tasa de interés de corto plazo prefijada como objetivo de largo plazo, sino que la economía estadounidense buscaba por sí sola su equilibrio de corto plazo. Lo anterior hace que la tasa de interés presente un comportamiento complejo, no explicado por modelos paramétricos como los aquí estudiados, lo cual no es cierto en el caso chileno.

Otro aspecto interesante es la significancia en la totalidad de las variables sugeridas por el modelo CKLS para el caso chileno, entregando valores muy cercanos a los sugeridos por el modelo BS, ya que el coeficiente γ es igual a 0.78, en tanto que los últimos sugieren que éste sea uno. Tampoco es posible rechazar la hipótesis de que el modelo CIR SR explica el comportamiento de la tasa de interés en Chile, de acuerdo al test de valor mínimo χ^2 GMM. Sin embargo, el resto de los modelos son rechazados de acuerdo con el criterio de valor mínimo χ^2 GMM.

Con respecto a la capacidad de los modelos de predecir el cambio en la tasa y su varianza en el caso chileno, se concluye que los modelos CKLS, CIR SR, BS y Vasicek predicen el cambio en la tasa de interés bastante bien (ver Cuadro I, columna ocho, R_1^2). En tanto que los modelos CKLS, CIR SR, y CEV explican relativamente bien la varianza *ex post* (ver Cuadro I, columna nueve, R_2^2). En relación a los resultados de CKLS (1992) y los logrados en nuestra investigación, existen diferencias en la capacidad predictiva del cambio y la varianza de la tasa de interés, cuestión que se explica en la alta significancia de los coeficientes de los modelos estudiados para el caso chileno.

GRAFICO I: CAMBIO: ACTUAL VS PROYECTADA



Con el propósito de reflejar en mejor forma los resultados logrados es que en el Gráfico I se entrega la representación gráfica del comportamiento del cambio efectivo de la tasa de interés y el proyectado por el modelo CKLS, para el caso chileno. Además en el Gráfico II se compara la varianza efectiva con la varianza proyectada por el modelo. A partir de ambas figuras se desprende la alta explicabilidad del modelo. En el Gráfico III se entrega una comparación entre la tasa de interés de corto plazo efectiva y la proyectada por el modelo, dejando de manifiesto las bondades de los resultados logrados, especialmente en términos de tendencia.

GRAFICO II: VARIANZA ACTUAL VS PROYECTADA

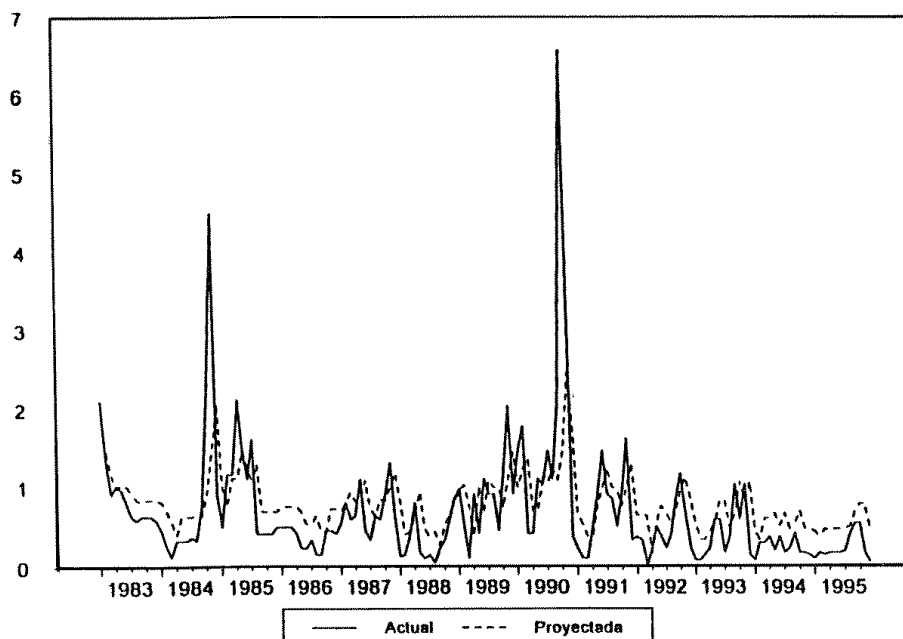
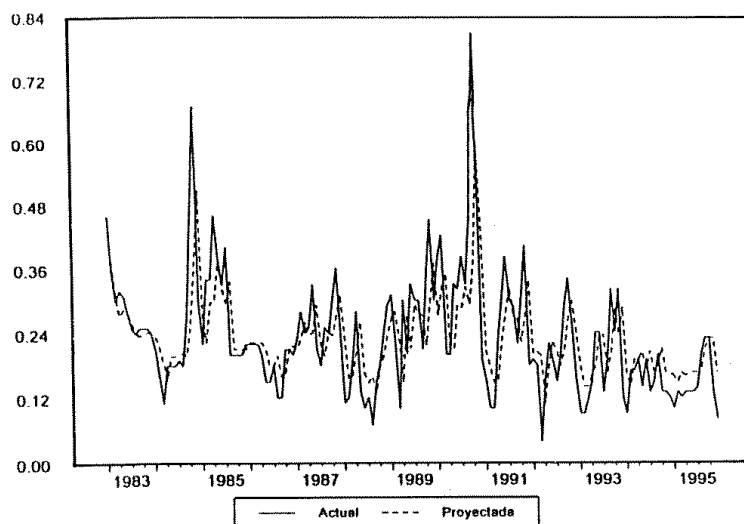


GRAFICO III: TASA: ACTUAL VS PROYECTADA



De los gráficos anteriores, es posible observar que a fines de 1990 se produce un fuerte aumento en la variable estudiada, tanto en su media como en su varianza. Es por ello que, con el propósito de determinar si el comportamiento de la tasa de interés de corto plazo en Chile ha variado entre períodos, se estimaron los modelos anteriores para dos subperíodos, siendo éstos los comprendidos desde enero de 1983 a diciembre de 1989 y desde enero de 1990 a diciembre de 1995, cuyos resultados se entregan en el Cuadro II.

CUADRO II
ESTIMADORES DE LOS MODELOS ALTERNATIVOS DE TASA DE INTERES
DE CORTO PLAZO,
Períodos desde enero de 1990 a diciembre 1995 y desde enero de 1983
a diciembre 1989

Modelo	α	β	σ^2	γ	Valor función
CKLS 1990-95	0.072 (2.96)*	-0.339 (2.44)*	0.315 (1.99)*	0.865 (2.72)*	0
CKLS 1983-89	0.141 (4.58)*	-0.608 (4.42)*	0.184 (1.22)**	0.556 (1.58)**	0*
Merton 1990-95	-0.023 (2.08)*	0.0	0.104 (7.74)*	0.0	36.09
Merton 1983-89	-0.001 (0.30)	0.0	0.100 (6.91)*	0.0	26.68
Vasicek 1990-95	0.105 (5.33)*	-0.475 (6.07)*	0.097 (6.04)*	0.0	8.50**
Vasicek 1983-89	0.134 (5.51)*	-0.580 (6.04)*	0.083 (8.50)*	0.0	3.45*
CIR SR 1990-95	0.089 (4.84)*	-0.401 (5.18)*	0.217 (8.68)*	0.5	1.83*
CIR SR 1983-89	0.141 (5.79)*	-0.606 (6.30)*	0.172 (9.65)*	0.5	0.022*
Dothan 1990-95	0.0	0.0	0.422 (16.96)*	0.0	12.39
Dothan 1983-89	0.0	0.0	0.334 (6.38)*	0.0	29.78
GBM 1990-95	0.0	-0.980 (2.16)*	0.391 (11.11)*	1	9.52
GBM 1983-89	0.0	-0.066 (1.6)**	0.337 (6.87)*	1	26.83
BS 1990-95	0.067 (3.43)*	-0.325 (3.94)*	0.349 (8.80)*	1	0.174*
B-S 1983-89	0.145 (5.95)*	-0.620 (6.42)*	0.304 (9.66)*	1	1.090*
CIR VR 1990-95	0.0	0.0	0.568 (14.9)*	1.5	13.29
CIR VR 1983-89	0.0	0.0	0.544 (6.22)*	1.5	10.22
CEV 1990-95	0.0	-0.903 (1.95)*	0.454 (4.97)*	1.214 (4.08)*	8.91
CEV 1983-89	NC	NC	NC	NC	NC

En paréntesis se entrega el t-test a partir de los estimadores robustos.

*Significativo al 5%.

**Significativo al 10%.

NC significa no conversión.

En el Cuadro II se observa que no existen grandes cambios en relación a los resultados logrados con toda la muestra, especialmente con respecto al fenómeno de reversión a la media, el cual sigue estando presente. Además, es posible

destacar que no se observan cambios en la significancia de los coeficientes en cuestión, lo cual valida plenamente los resultados anteriores, siendo posible considerarlos como robustos. Adicionalmente, se calcularon los modelos omitiendo los últimos meses de 1990 y los resultados logrados son similares a los entregados en los cuadros I y II, lo cual no altera las conclusiones contenidas en la siguiente sección.

Asimismo¹⁸, durante el período comprendido entre noviembre de 1992 a septiembre de 1994, la autoridad monetaria mantuvo la tasa de interés real fija para los bonos a 90 días. Es por ello que se estudió el impacto de esta política en la tasa de interés nominal de corto plazo en Chile, utilizando para ello el modelo sugerido por CKLS (1992), pero modificado por medio de incorporar una variable *dummy* que toma el valor de uno para el período en cuestión y de cero para el resto. Dicha variable *dummy* afecta a cada uno de los parámetros en estudio, como lo indica la siguiente ecuación (18):

$$(18) \quad r_t - r_{t-1} = (\alpha + \text{dummy} \cdot \delta_1) + (\beta + \text{dummy} \cdot \delta_2) r_{t-1} + \epsilon_t$$

con

$$(19) \quad E[\epsilon_t] = 0, \quad E[\epsilon_t^2] = (\sigma + \text{dummy} \cdot \delta_3)^2 + \gamma^2 (\text{dummy} \cdot \delta_4) r_{t-1}^2$$

Para efectos de la estimación del sistema anterior, se debe considerar el siguiente vector de variables instrumentales $[1, r_{t-1}, \text{dummy}_{t-1}, \text{dummy}_{t-1} r_{t-1}]$. Para probar la hipótesis de cambio estructural en el cambio de la tasa de interés nominal de corto plazo en Chile se obtiene el criterio de valor minimizado GMM asociado con el modelo de las ecuaciones (18) y (19), entregando los resultados expuestos en el Cuadro III.

CUADRO III
MODELO CKLS CON CAMBIO ESTRUCTURAL

Modelo	α	β	σ	γ	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	$X^2 \text{ test}$	GL
CKLS	0.1052 (4.71)*	-0.448 (4.20)*	0.267 (2.10)*	0.769 (2.41)*	-0.266 (1.17)	0.014 (0.37)	-1.108 (0.71)	-0.222 (0.52)	2.300	4

En paréntesis se entrega el t-estadístico de los estimadores robustos

* Significativo al 5%

Del cuadro anterior se desprende que la variable *dummy* no entrega coeficientes significativos, lo que es indicativo de la ausencia del cambio estructural

¹⁸ Esta sección se agregó a sugerencia de uno de los árbitros de *Cuadernos de Economía*, la cual claramente es un aporte a esta investigación.

entre los meses de noviembre de 1992 a septiembre de 1994. Este resultado es determinante para la investigación, debido a que permite concluir que el modelo estudiado es lo suficientemente poderoso en capturar el comportamiento del cambio de la tasa de interés nominal de corto plazo en Chile, incluso en el período en que el Banco Central mantuvo la tasas de interés real constante. Por último, en el Gráfico IV se entregan el comportamiento efectivo del cambio en la tasa de interés nominal de corto plazo en Chile versus el proyectado por el modelo, en tanto que en el Gráfico V se entrega la varianza efectiva versus la proyectada en este estudio. De ambos gráfico se desprende que el modelo no aumenta o disminuye significativamente su poder predictivo, conclusión que se desprende al compara los gráficos mencionados con los I y II de esta sección.

GRAFICO IV: MODELO CON DUMMY: CAMBIO ACTUAL
VS PROYECTADO

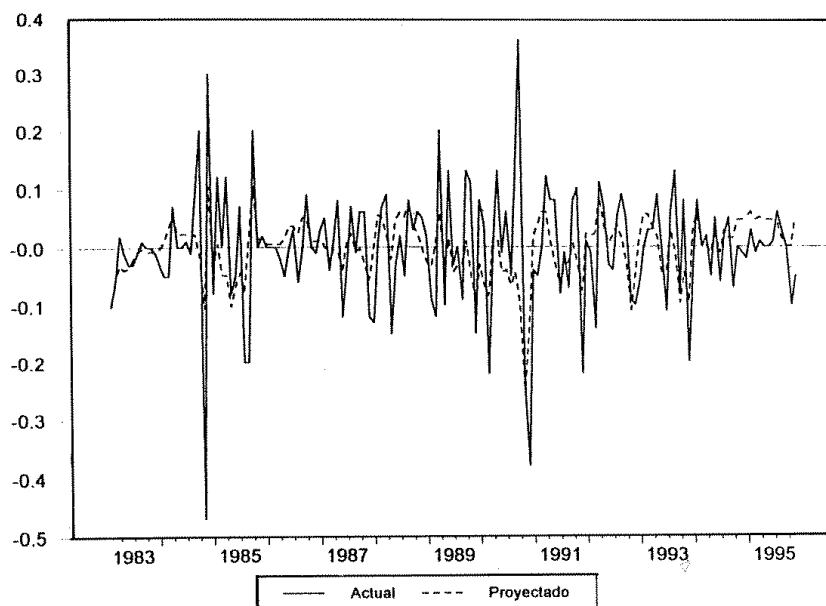
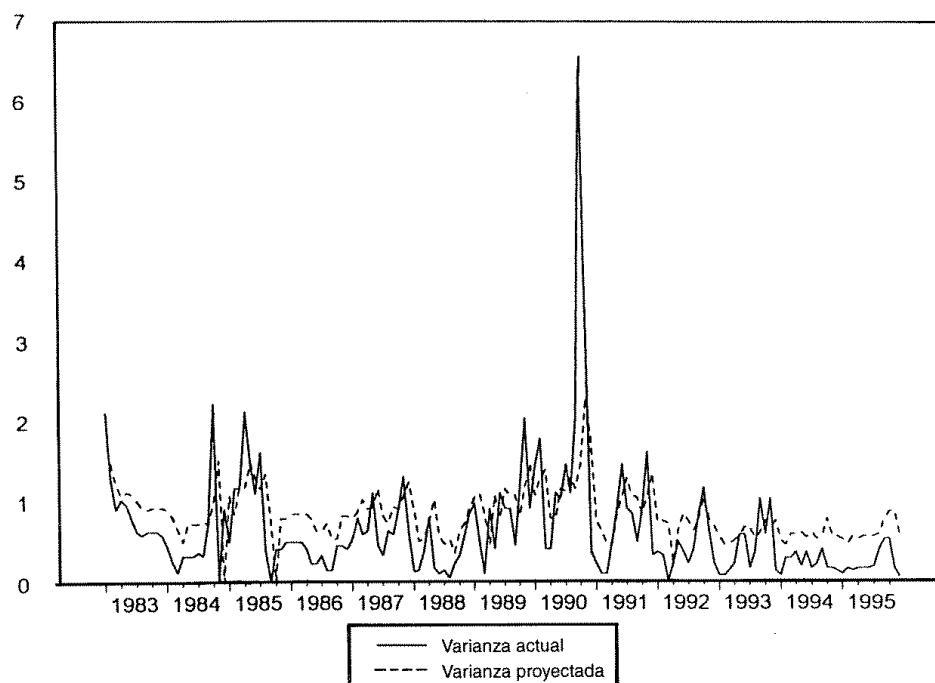


GRAFICO V: MODELO CON DUMMY: VOLATILIDAD ACTUAL VS PROYECTADA



IV. CONCLUSIONES

Los resultados de nuestra investigación indican que los modelos más exitosos en capturar la dinámica del cambio de la tasa de interés nominal de corto plazo chilena son aquellos que permiten que su volatilidad no sea constante, siendo altamente sensible al nivel de la tasa. Lo anterior sugiere que la relación entre volatilidad de la tasa de interés y nivel de ésta es la característica más importante para cualquier modelo dinámico de cambio de esta variable. Estas conclusiones son similares a las logradas por CKLS (1992), pero para el caso de Estados Unidos. Asimismo, las críticas de Harvey, Lo y MacKinlay (1996) sobre los modelos de cambio en la tasa de interés de corto plazo son igualmente válidas para el caso chileno, lo que impide construir la estructura intertemporal de la tasa de interés de acuerdo a lo sugerido por los modelos tradicionales, quedando solamente la alternativa de solución numérica.

El resultado para el mercado de capitales chileno debe ser analizado con cuidado, debido a las peculiares características de éste, personificados en el Banco Central. En efecto, el Banco Central utiliza la tasa de los PDBC's para controlar la inflación en función de sus metas anuales; además, los inversionistas infieren la tasa de inflación esperada para los próximos treinta días a partir de las ofertas de PDBC's y PRBC's aceptadas por el instituto emisor. Es decir, poder

predecir la tasa de interés del próximo período no es una tarea difícil, ya que el Banco Central, con su comportamiento, entrega esta información, la cual es validada consistentemente por éste al cumplir con sus objetivos inflacionarios, lo que redundará en un comportamiento simple y predeterminado de la tasa de interés de corto plazo, de acuerdo a lo sugerido por los modelos CKLS, BS y CIR SR.

A pesar de la discrecionalidad del Banco Central con respecto a la tasa de interés de corto plazo en Chile, el modelo CKLS es extremadamente poderoso al explicar el comportamiento del cambio en la tasa de interés, incluso en períodos en que la autoridad monetaria mantuvo constante la tasa de interés real en bonos a 90 días, validando la evidencia de reversión a la media en la tasa de interés, encontrada en esta investigación.

Finalmente, durante el mes de julio de 1997 el Banco Central de Chile licitó por primera vez bonos no reajustables a 42 y 90 días, lo que puede interpretarse, a la luz de nuestros resultados, como un intento por parte de la autoridad monetaria para que la tasa de interés nominal de corto plazo encuentre su trayectoria natural sin reversión a la media. Esto se logrará en la medida en que existan bonos no reajustables de mayor madurez, con lo cual el Banco Central no tendrá que correr con el riesgo inflacionario. La emisión de bonos no reajustables de mayor madurez es posible gracias al control de la inflación que ha logrado el Banco Central y que se supone mantendrá.

Finalmente, las futuras investigaciones en esta área deben estar orientadas a probar modelos de dos o más factores, siendo ésta la debilidad de los modelos estudiados en este artículo. Sin embargo, poder implementar modelos de más de un factor requerirá de un manejo especial de los datos, ya que la existencia de papeles nominales y reales dificulta la implementación para Chile de dichos modelos en forma directa.

REFERENCIAS

- Ait-Sahal, Y. (1996), Testing continuous-time models of the spot interest rate, *Review of Financial Studies* 9, 385-426.
- Black, F., y P. Karansinski (1991), Bond and option pricing when short rates are lognormal, *Financial Analysts Journal* (July/August), 52-59.
- Black, F., y M. Scholes (1973), The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy* 81, 637-654.
- Breeden, D., M. Gibbons y R. Litzenberger (1989), Empirical tests of the consumption-oriented CAPM, *Journal of Finance* 44, 231-262.
- Brennan, M., y E. Schwartz (1977), Saving bonds, retractable bonds, and callable bonds, *Journal of Financial Economics* 3, 133-155.
- Brennan, M. (1979), A continuous time approach to the pricing of bonds, *Journal of Banking and Finance* 3, 133-155.
- Brennan, M. (1980), Analyzing convertible bonds, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 15, 907-929.

- Brennan, M. (1982), An equilibrium model of bond pricing and a test of market efficiency, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 17, 75-100.
- Campbell, J. (1986), A defense of traditional hypotheses about the term structure of interest rates, *Journal of Finance* 41, 183-193.
- Campbell, J. (1987), Stock returns and the term structure, *Journal of Financial Economics* 18, 373-400.
- Chan, K., G. Karolyi, F. Longstaff, y A. Sanders (1992), An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate, *Journal of Finance* 47, 1209-1227.
- Constantinides, G. y J. Ingersoll (1984), Optimal bond trading with personal taxes, *Journal of Financial Economics* 13, 299-335.
- Courtadon, G. (1982), The pricing of options on default-free bonds, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 17, 75-100.
- Cox, J. (1975), Notes on optimal pricing I: Constant elasticity of variance diffusions, Working paper, Stanford University.
- Cox, J., Ingersoll, y S. Ross (1980), An analysis of variable rate loan contracts, *Journal of Finance* 35, 389-403.
- Cox, J. (1985), A theory of the term structure of interest rates, *Econometrica* 53, 385-407.
- Cox, J. y S. Ross (1976), The valuation of options for alternative stochastic process, *Journal of Financial Economics* 3, 145-166.
- Dietrich-Campbell, B. y E. Schwartz (1986), Valuing debt options: Empirical evidence, *Journal of Financial Economics* 16, 321-343.
- Dothan, U. (1978), On the term structure of interest rates, *Journal of Financial Economics* 6, 59-69.
- Feldman, D. (1989), The term structure of interest rate in a partially observable economy, *Journal of Finance* 44, 789-812.
- Gibbons, M. y K. Ramaswamy (1987), The term structure of interest rate: Empirical evidence, Working paper, Stanford University, Stanford, California.
- Grossman, S., A. Melino, y R. Shiller (1987), Estimating the continuous-time consumption-based pricing model, *Journal of Business and Economic Statistics* 5, 315-327.
- Hansen, L. (1982), Large sample properties of Generalized Method of Moments estimators, *Econometrica* 50, 1029-1054.
- Harvey, C. (1988), The real term structure and consumption growth, *Journal of Financial Economics* 22, 305-333.
- Harvey, C., A. Lo, y A. MacKinlay (1996), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Hull, J., y A. White (1990), Pricing interest-rate derivative securities, *Review of Financial Studies* 3, 573-592.
- Longstaff, F. (1989a), A nonlinear general equilibrium model of the term structure of interest rate, *Journal of Financial Economics* 23, 195-224.
- Longstaff, F. (1989b), Temporal aggregation and the continuous-time capital asset pricing model, *Journal of Finance* 44, 871-887.
- Longstaff, F. (1990), Time varying term premia and traditional hypotheses about the term structure, *Journal of Finance* 45, 1307-1314.
- Longstaff, F. y E. Schwartz (1992), Interest-rate volatility and the term structure: A two-factor general equilibrium model, *Journal of Finance* 47, 1259-1282.
- Marsh, T. y E. Rosenfeld (1983), Stochastic process of interest rates and equilibrium bond prices, *Journal of Finance* 38, 635-646.

- Merton, R. (1973), Theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science* 4, 141-183.
- Newey, W. y K. West (1987), Hypothesis testing with efficient method of moments estimation, *International Economic Review* 28, 777-787.
- Sanders, S. y H. Unal (1988), On the intertemporal stability of the short term rate of interest, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 23, 417-423.
- Schaefer, S. y E. Schwartz (1984), A two-factor model of the term structure: An approximate analytical solution, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 19, 413-424.
- Sundaresan, S. (1984), Consumption and equilibrium interest rates in stochastic production economies, *Journal of Finance* 39, 77-92.
- Vasicek, O. (1977), An equilibrium characterization of the term structure, *Journal of Financial Economics* 5, 177-188.