

CUADERNOS DE ECONOMÍA, VOL. 44 (MAYO), PP. 3-30, 2007

SUBASTANDO LA ENERGÍA ELÉCTRICA PARA CLIENTES REGULADOS: EQUILIBRIO CON INFORMACIÓN COMPLETA Y AVERSIÓN AL RIESGO*

FRANCISCO CARAVIA

Fiscalía Nacional Económica de Chile

EDUARDO SAAVEDRA

ILADES-Universidad Alberto Hurtado

This paper studies the non-cooperative equilibrium of an electricity auction in which bidding firms are risk averse and have complete information. It assumes a centralized dispatch and stochastic hydraulic generation. We find that the auction allocates the energy contract to the generating firm that sets the spot market price: the thermal firm under moderate hydrological conditions and the hydraulic firm under a severe drought (rationing). In both cases the equilibrium price is greater than the regulated nodal price. Results are robust to introducing compensations for supply shortages. Finally, we find that if firms were risk-neutral they would bid the same prices and equal to the regulated nodal price, regardless of supply-shortage risk.

JEL: D44, D81, L43, L94

Keywords: Subastas, Energía Eléctrica, Aversión al Riesgo, Oferta Incierta, Racionamiento Eléctrico.

1. INTRODUCCIÓN

Este artículo presenta un ejercicio teórico motivado en la modificación a la Ley Eléctrica en Chile¹, la que liberaliza el precio de la energía que pagan los clientes regulados. La idea central de este cambio legal es la determinación del precio a través de subastas de bloques de energía con que se abastecen las em-

* Agradecemos los comentarios de Soledad Arellano, Juan Pablo Montero y de los participantes en el Encuentro de la SECHI 2005 a una versión previa de este trabajo. Los posibles errores que persistan y las opiniones expresadas en este artículo son de nuestra exclusiva responsabilidad.

E-mail: saavedra@uahurtado.cl

¹ Ley 20.018, promulgada en mayo de 2005.

presas distribuidoras, con lo cual el precio que pagan los consumidores regulados ya no está directamente fijado por el regulador, sino que por el mercado. Motivado en esto, nos parece pertinente analizar las propiedades de los precios de equilibrio resultantes en este tipo de subastas, en particular cuando no han sido analizadas por la teoría en el contexto en que opera un sistema eléctrico como el de Chile central: con parque generador hídrico y térmico, sujeto a incertidumbre de oferta².

Tres preguntas que nos interesa responder son: ¿serán estos precios mayores, iguales o menores a aquellos que fijaría un regulador bien informado? ¿de qué variables económicas depende una eventual diferencia entre el precio de la subasta competitiva y el idealmente regulado? ¿cuáles son las consecuencias en bienestar de introducir más competencia en el sector eléctrico?

Conforme a las preguntas previas, este artículo analiza el equilibrio que resulta de una subasta hipotética en que una empresa distribuidora contrataría su energía. Para ello, se modela un mercado con dos empresas generadoras, una hidráulica y otra térmica, ambas aversas al riesgo, que compiten por contratar el abastecimiento para clientes regulados de un único distribuidor independiente, vendiendo o comprando en el mercado *spot* sus diferencias de producción. Se supone que la generación hidráulica es estocástica con dos estados posibles: normal y seco; mientras que por simpleza se supone que la generación térmica es segura. Asimismo, como una primera aproximación al tema, se supone que en todo momento las empresas generadoras compiten entre sí y no siguen estrategias colusivas en las subastas de energía.

En términos de la secuencia del juego, se modela en primer lugar la decisión de qué precio cobrar por la energía a clientes regulados, competencia que se realiza a través de una subasta con sobre cerrado primer precio e incertidumbre de oferta. En la segunda etapa las empresas venden sus excedentes o compran energía en el mercado *spot*, lo que ocurre una vez despejada la incertidumbre hidrológica que caracteriza a este mercado.

Por último, y no menos importante, este artículo supone que la información de costos de ambas tecnologías es conocida por las empresas participantes en la subasta. Si bien este supuesto permite encontrar formas cerradas a las soluciones de la subasta, sus resultados no tienen por qué replicarse en caso de que hubiese información asimétrica entre los participantes³.

El principal resultado de este trabajo es que si no hay colusión en la subasta, ésta es adjudicada a la generadora que fija el precio del mercado *spot* del sistema en el estado de la naturaleza seco. En otras palabras, cuando la sequía es moderada es la empresa térmica la que margina y, por lo tanto, la que está dispuesta a ofrecer un precio más bajo en la subasta. Por otro lado, si la sequía es

² Una adecuada descripción de cómo operaba el sistema eléctrico en Chile previo a la modificación legal comentada se encuentra en Díaz, Galetovic y Soto (2001). Véase Comisión Nacional de Energía de Chile (2005) para una descripción del funcionamiento más reciente del sector.

³ Este supuesto no significa que el regulador conozca los costos de las empresas que participan de la subasta. Es más, podemos suponer que el regulador no los conoce, lo que es consistente con la liberalización del precio de la energía para clientes regulados. Sólo suponemos un regulador bien informado cuando comparamos los resultados de la subasta con el precio nudo regulado.

extrema, al punto de producir desabastecimiento, entonces será la firma hidráulica la que ofrecerá el menor precio en la subasta. En cualquier caso, los precios de equilibrio son mayores al precio nudo que fijaría un regulador bien informado en cuanto a los costos de las empresas, generando rentas esperadas positivas para las generadoras. Es más, los precios de equilibrio son superiores al hipotético precio que maximiza el bienestar de los consumidores y deja a ambas empresas con utilidades esperadas no negativas. Sin embargo, tal situación que definimos como de máximo bienestar neto de los consumidores no es implementable, pues en general el regulador carece de información del grado de aversión al riesgo de los inversionistas en el sector.

Este resultado muestra el *trade off* en la decisión de política regulatoria, pues el esquema de precio regulado originado en una subasta libre de colusión no maximiza el bienestar neto de los consumidores, debido a las diferencias de costos entre ambas tecnologías usadas; mientras que por otro lado, un esquema de precio regulado basado sólo en información completa de costos de las empresas desincentiva al menos a una generadora para abastecer a clientes regulados, debido a que en este caso la firma con costos mayores, siendo aversa al riesgo, no obtiene beneficios esperados de participar.

Otras dos conclusiones de este artículo son las siguientes. Se encuentra que los resultados principales son robustos a un diseño diferente de las responsabilidades contractuales frente a una sequía extrema. En otras palabras, deba una empresa hidroeléctrica compensar o no a los usuarios por energía no abastecida, no cambia los resultados de la subasta. Asimismo, se encuentra que si ambas generadoras fueran neutrales al riesgo ofrecerían el mismo precio en la subasta e igual al precio nudo regulado, haya o no riesgo de desabastecimiento. Sólo en este caso es irrelevante para el bienestar social si utilizar el sistema regulado, con un regulador bien informado respecto de los costos de las empresas, o cambiarse a uno de subasta no colusiva.

La decisión de subastar el precio que pagarán los clientes regulados por su energía consumida, reemplazando el precio nudo o regulado, conlleva ventajas y desventajas para la sociedad que van más allá del *trade off* regulatorio ya mencionado. La principal ventaja es que el gobierno deja su rol de regulador en un mercado que es potencialmente competitivo, condición que en este artículo nosotros sólo lo suponemos y cuya veracidad dependerá crucialmente del diseño de la subasta que finalmente se implemente. De ser así, esta liberalización en la industria eléctrica debiera entregar mayor transparencia y certeza jurídica a potenciales inversionistas en el mercado de la generación eléctrica. Ello por cuanto el proceso fijación de precios para los clientes regulados es muy complejo debido a la gran cantidad de variables que considera el regulador en dicho proceso, existiendo espacio para un eventual manejo discrecional por parte de la autoridad al utilizar dichos parámetros⁴.

⁴ Las empresas eléctricas han cuestionado la objetividad y la rigidez del proceso de fijación tarifaria, lo que ha producido diversas disputas entre generadoras, distribuidoras y regulador en Chile. Basañes, *et al.* (2001) reportan disputas en este tenor ya en las fijaciones tarifarias de los años 90s. Este cuestionamiento es avalado estadísticamente, pues las series de precio nudo y precios promedios de contratos con clientes libres no cointegran, como se esperaría cuando ni empresas ni regulador tienen mejor información en el largo plazo. Este análisis estadístico puede solicitarse directamente a los autores.

Por otro lado, el mayor problema de usar las subastas para tarifificar es la posibilidad de colusión entre las generadoras, en particular por el alto grado de concentración del segmento generación en países como Chile. Esta posibilidad se ve incrementada por la falta de incentivos de las empresas distribuidoras para monitorear las condiciones competitivas de estas subastas, ya que al fin y al cabo un distribuidor es un mero intermediario entre el consumidor y el generador eléctrico.

La literatura de subastas en la industria eléctrica ha surgido principalmente por la reestructuración del mercado *spot* en aquellos países en donde el despacho se descentralizó. Por ejemplo, el trabajo de Klemperer y Meyer (1989), que considera un modelo oligopólico con función de oferta bajo incertidumbre, es tomado y adaptado principalmente para los mercados eléctricos de USA y Reino Unido por Green y Newbery (1992), Von der Fehr y Harbord (1993), Newbery (1998); y en menor medida por los trabajos de Stacchetti (1999) y Fabra *et al.* (2004). En esta literatura el despacho eléctrico es realizado de acuerdo a los precios subastados independientemente de su costo marginal de producción. Sin embargo, en Chile como en otros países se mantiene el esquema de despacho centralizado (por orden de mérito o a costo marginal), con lo que la literatura sobre subastas en el mercado eléctrico sólo tangencialmente podría ayudar a entender las consecuencias económicas de la liberalización del precio a clientes regulados como el introducido en Chile.

Como consecuencia de lo anterior, el principal aporte de nuestro trabajo radica en el estudio de los precios de la energía de equilibrio resultantes de una subasta no colusiva cuando el despacho continúa siendo de acuerdo a condiciones de costo de las empresas generadoras. Una omisión consciente de nuestro trabajo es que no se estudia el diseño mismo de la subasta; sólo se supone que el regulador hace un diseño óptimo de la subasta de forma tal que las empresas generadoras ofrecen precios que reflejan sus verdaderos costos de oportunidad.

Nos parece que a pesar de ciertos supuestos simplificadores en la modelación, como el suponer información completa entre los oferentes, nuestros resultados son también importantes para la política energética de Chile. El trabajo muestra la racionalidad de poner techos razonablemente elevados a los precios determinados por la subasta, por encima del precio que resulta de la información de costos de las empresas. Si la subasta es capaz de imitar las condiciones de mercado competitivo, ello tendría consecuencias positivas sobre la asignación eficiente de recursos en la industria⁵, además de entregar las señales correctas a los inversionistas en generación, situación que ha sido deficitaria y es considerada como un potencial cuello de botella para el desarrollo del sector y del propio país⁶.

⁵ Esto es de importancia si la demanda por energía es elástica. Al respecto, Benavente *et al.* muestran una no despreciable elasticidad de demanda residencial por energía eléctrica, estimándose en 0,048 en el corto plazo (un mes) y 0,39 en el largo plazo.

⁶ La creencia de que la falta de inversiones pueda llevar a desabastecimiento ha sido analizada por Galetovic *et al.* (2002 y 2002a), quienes encuentran que la posibilidad de racionamiento es baja. No obstante, esos estudios son pertinentes a un contexto de bajo crecimiento económico, lo cual no es necesariamente cierto para Chile a partir del año 2004 en adelante.

El trabajo se estructura de la siguiente forma. En la sección dos se plantea el modelo teórico. Su resolución es entregada en la sección tres. La sección cuatro analiza los resultados encontrados desde el punto de vista del bienestar social. Enseguida, la sección cinco estudia la robustez de los resultados al considerar compromisos contractuales alternativos para las generadoras contratadas. Por último, la sección seis concluye.

2. EL MODELO

Se supone un modelo abstracto de un sistema eléctrico abastecido por dos firmas, ambas aversas al riesgo, una de generación hidráulica y otra térmica⁷. La capacidad de generación de la firma hidráulica depende de la hidrología del año, donde la capacidad máxima de generación se produce en un año lluvioso. Para la firma térmica su capacidad productiva es constante. Se supone que las capacidades de producción de ambas firmas están dadas y no pueden ser modificadas, al menos en el corto plazo.

Los costos marginales de generación para un año con una hidrología promedio (indistintamente normal o lluvioso) son c_H para la firma hidráulica (H) y c_T para la firma térmica (T), con $c_H < c_T$, lo que implica que la firma hidráulica es llamada primero a producir en el mercado *spot*. En el caso de sequía extrema, el costo marginal de generación hidráulica es igual al costo de falla del sistema y, por lo tanto, la relación de costos de producción entre las firmas queda $c_H^F > c_T$, lo que implicaría que sólo en caso de desabastecimiento es la planta térmica la llamada a producir en primer lugar. Este caso de sequía extrema se reserva para analizar la robustez de nuestros resultados.

El estado de la naturaleza lluvioso tiene una probabilidad α , en el cual sólo la firma hidroeléctrica es llamada a producir; mientras que el estado de la naturaleza seco tiene una probabilidad $(1-\alpha)$ y ambas firmas producen. Como se mencionó, la capacidad de generación de la firma hidráulica depende del estado de la naturaleza que se observa, siendo ésta k_α en el estado lluvioso y $k_{1-\alpha}$ en el estado seco, con $k_\alpha > k_{1-\alpha}$. La firma térmica tiene una capacidad de generación, k_T , independiente del estado de la naturaleza que se observa.

Dada una demanda contratada \bar{f} de la distribuidora, las firmas generadoras pueden comprar (vender) el faltante (sobrante) de la energía en el mercado *spot* de acuerdo al estado de la naturaleza que se presenta. Dado el supuesto que sólo la firma hidráulica es llamada a producir en un año lluvioso, esto implica que su capacidad en ese estado es suficiente para cubrir la demanda de los clientes regulados de la distribuidora y vender en el mercado *spot* el sobrante, esto es $k_\alpha > \bar{f}$. Para el caso de un año seco no extremo, la capacidad de producción de ambas firmas logra cubrir la demanda de la distribuidora. Consistente con esto,

⁷ Esta modelación de un mercado de generación eléctrica con mezcla de tecnologías hidráulica y térmica ya ha sido utilizada en trabajos previos, como los de Arrellano (2004) y Serra (1997).

se supone sin pérdida de generalidad que no existe un mercado de clientes libres, ya que su incorporación sería redundante con el diseño de la subasta que hace la distribuidora.

Finalmente, sea $u(x)$ la función de utilidad del beneficio de los dueños de estas empresas. Se asume que $u(x)$ es continua, creciente y dos veces diferenciable, con $u'(x) > 0$ y $u''(x) < 0$ para todo $x > 0$ y $u(0) = 0$, en donde x representa los pagos o beneficios efectivos de cada empresa en un estado de la naturaleza determinado.

Previo al análisis de las características de equilibrio de la subasta, veamos qué predice el modelo respecto de la situación anterior a la entrada en vigencia de la modificación legal, en donde las distribuidoras pagan a las generadoras el precio nudo regulado. Se trata por tanto de una subasta por un bloque de energía con el precio determinado exógenamente por el regulador. El siguiente resultado muestra qué debiera teóricamente suceder con los contratos de abastecimiento de las distribuidoras en este caso (ésta y todas las demás proposiciones, lema y corolarios se demuestran en el Anexo).

Proposición 1: Sean f^H y f^T las ofertas de las firmas hidráulica y térmica, respectivamente. Si el precio nudo regulado refleja el costo esperado del sistema $P_N = \alpha c_H + (1-\alpha)c_T$ y $u(x)$ es creciente, estrictamente cóncava y satisface las condiciones de Inada, entonces la firma hidráulica preferirá contratar en el mercado regulado sólo hasta su capacidad de generación en el estado de sequía, $f^H = k_{1-\alpha}$; mientras que la firma térmica estará dispuesta a abastecer toda la demanda de la distribuidora, aunque ésta sea mayor a su propia capacidad, $f^T = \bar{f}$.

Nótese en primer lugar que no se determina qué firma finalmente abastecerá la demanda del sector regulado, o en qué proporciones esto se hará. Simplemente, este resultado nos dice que entre ambas empresas deberían contratar toda la demanda de la distribuidora y, sin importar los costos marginales en uno u otro estado de la naturaleza, la firma hidráulica no corre el riesgo de llegar a ser deficitaria; sin embargo, el generador térmico será deficitario en el estado normal-lluvioso. Lo segundo, y más importante en términos de política pública, es que este resultado nos dice que si ello ha sido diferente en la práctica, la razón debe encontrarse en la diferencia entre el precio nudo y los costos efectivamente esperados por los empresarios del sector generación. Tal diferencia se debe a los ajustes que se le hace al precio nudo efectivo por los contratos con clientes libres, o a diferencias entre el regulador y las empresas generadoras en cuanto a la estimación de los costos de operación de las plantas o a las probabilidades de ocurrencia de los eventos.

De aquí en adelante supondremos que el precio nudo o regulado no es restrictivo y, por lo tanto y de acuerdo a la ley, la subasta cambia su estrategia desde una que decía “oferto tal cantidad al precio máximo fijado por el regula-

dor” a una que dice “oferto a tal precio la cantidad requerida”. En consecuencia, los resultados del resto del trabajo son comparables con el de la Proposición 1 teniendo en cuenta esta diferencia sustantiva en el modo y las consecuencias en precios de la subasta por abastecer a los clientes regulados.

3. EQUILIBRIOS EN LA SUBASTA NO COOPERATIVA

Suponemos que las firmas compiten por precio en una subasta única y competitiva por abastecer el mercado *forward* o de clientes regulados de una única empresa distribuidora, cuya demanda, \bar{f} , es conocida por ambos generadores e inelástica⁸. El tipo de subasta es de sobre cerrado primer precio. La secuencia del juego es la siguiente: observada la demanda, las empresas generadoras eligen simultánea e independientemente sus ofertas $b_i \in [0, P]$, $i = H, T$, donde P es el precio de reserva de mercado determinado por el regulador a partir de la disposición legal (precio máximo). Si las ofertas difieren, la firma con el menor precio debe abastecer el total de la demanda, independiente del estado de la naturaleza que ocurra. Suponemos si ambas ofertas son iguales, la empresa que margina en el estado de la naturaleza seco obtiene el contrato con la distribuidora⁹. Una vez asignado el ganador, la naturaleza se revela y se producen los pagos correspondientes. En suma, las empresas generadoras deben elegir el precio a abastecer el bloque de energía que licita la empresa distribuidora para los clientes regulados, tal que maximice el pago (utilidad) esperado para sus dueños.

De acuerdo a los supuestos previos, las utilidades esperadas de los dueños de la firma hidroeléctrica son:

$$(1) \quad \Pi_H^E(b_H) = \begin{cases} \alpha \cdot u(b_H \bar{f} + c_H(k_\alpha - \bar{f}) - c_H k_\alpha) + \\ (1 - \alpha) \cdot u(b_H \bar{f} + c_T(k_{1-\alpha} - \bar{f}) - c_H k_{1-\alpha}) & \text{si } b_H < b_T \\ \\ \alpha \cdot u(c_H k_\alpha - c_H k_\alpha) + \\ (1 - \alpha) \cdot u(c_T k_{1-\alpha} - c_H k_{1-\alpha}) & \text{si } b_H \geq b_T \end{cases}$$

⁸ Este supuesto es equivalente a que la distribuidora licite un único bloque de energía. Ciertamente, si licitara varios bloques de energía los resultados podrían diferir, lo que no es analizado en este trabajo.

⁹ Este supuesto es más conveniente que el alternativo de suponer que a ofertas iguales ambas generadoras contratan en partes iguales. Nuestro supuesto nos permite encontrar un equilibrio de Nash refinado para este juego, equilibrio que es bastante intuitivo según vemos en la Proposición 3, más adelante.

Mientras que los pagos de la firma térmica son:

$$(2) \quad \Pi_T^E(b_T) = \begin{cases} \alpha \cdot u(b_T \bar{f} - c_H \bar{f}) + \\ (1 - \alpha) \cdot u(b_T \bar{f} + c_T(k_T - \bar{f}) - c_T k_T) & \text{si } b_T \leq b_H \\ \\ \alpha \cdot u(c_T 0 - c_T 0) + \\ (1 - \alpha) \cdot u(c_T k_T - c_T k_T) & \text{si } b_T > b_H \end{cases}$$

Nótese que las utilidades esperadas de las firmas que no tienen contratos se simplifican bastante, siendo igual a $(1 - \alpha) \cdot u(\Delta c \cdot k_T)$ para la empresa hidráulica y de 0 para la empresa térmica, donde $\Delta c \equiv c_T - c_H$.

Sea P_i^* , para $i = \{H, T\}$, el precio tal que la utilidad esperada para la firma i de ganar la subasta es igual a la utilidad esperada de perderla. Es decir, P_H^* y P_T^* , respectivamente resuelven:

$$(3) \quad \begin{aligned} \alpha \cdot u((P_H^* - c_H) \bar{f}) + (1 - \alpha) \cdot u((P_H^* - c_T) \bar{f} + \Delta c k_{1-\alpha}) &= (1 - \alpha) \cdot u(\Delta c k_{1-\alpha}) \\ \alpha \cdot u((P_T^* - c_H) \bar{f}) + (1 - \alpha) \cdot u((P_T^* - c_T) \bar{f} + \Delta c k_T) &= 0 \end{aligned}$$

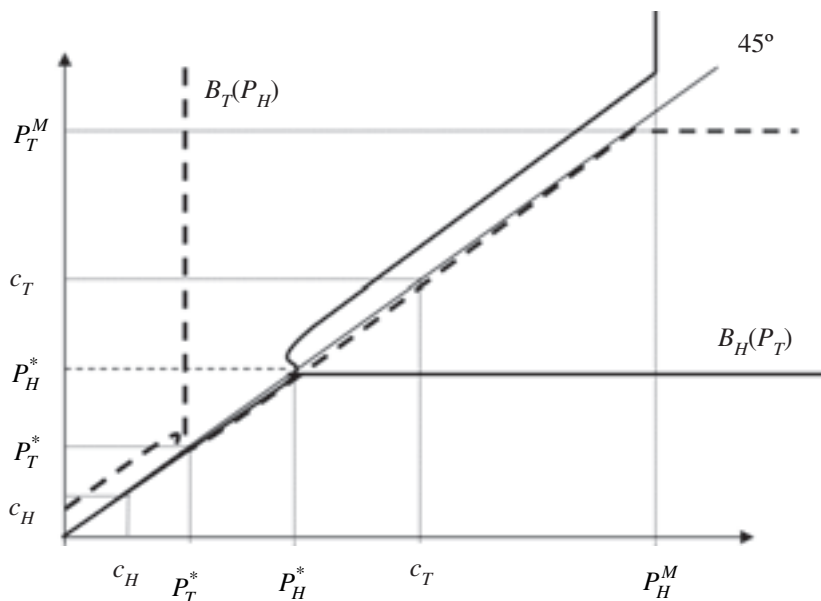
Hay que destacar que dada la concavidad en $u(x)$, ambos precios son únicos.

Lema 1: Si los dueños de las empresas generadoras son aversos al riesgo, el precio al cual los pagos de ganar la subasta se iguala al de perderla es mayor para la firma hidráulica que para la térmica, es decir, $P_H^* > P_T^*$.

El Lema 1 no parece muy intuitivo a primera vista, pues la firma con menores costos (generador hidráulico) tiene un precio mayor que la deja indiferente entre ganar o perder la subasta. La explicación es que considerando que la utilidad esperada de la firma hidráulica por perder la subasta es positiva y por lo tanto mayor al de la firma térmica, la firma hidráulica enfrenta menores incentivos a disminuir su oferta comparados a los de la firma térmica. Gracias a este Lema es posible encontrar las correspondencias de reacción de cada una de estas empresas, $B_H(P_T)$ y $B_T(P_H)$, que se muestran en la Figura 1.

En línea gruesa se muestra la correspondencia de reacción para la firma hidráulica, $B_H(P_T)$, la que bajo P_H^* en rigor es cualquier precio mayor que P_T . La explicación es simple. Cuando la firma térmica oferta un precio mayor o igual al precio que pondría la firma hidráulica cuando actúa como monopolista, la firma hidráulica como mejor respuesta debe ofrecer el precio máximo que le permite la ley, el que llamamos P_H^M , debido a que con esto obtiene el máximo de beneficios posibles. Si el precio de la firma térmica es menor que P_H^M y mayor que P_H^* ,

FIGURA 1
CORRESPONDENCIAS DE REACCION DE LAS FIRMAS GENERADORAS



la firma hidráulica ofrece como mejor respuesta un centavo menos que su rival, se adjudica la subasta y obtiene beneficios y pagos positivos. Si la firma térmica ofrece un precio menor o igual a P_H^* , la firma hidráulica, como mejor respuesta, ofrece cualquier precio mayor con el fin de no adjudicarse la subasta pues obtendría beneficios negativos.

De manera similar se encuentra la correspondencia de reacción de la firma térmica frente a los distintos precios que puede ofrecer la firma hidráulica, $B_T(P_H)$, graficada con línea punteada en la Figura 1. La única diferencia está dada porque la firma térmica sabe que ofreciendo lo mismo que la hidráulica se quedará con el contrato. Esto lleva a que la mejor respuesta de la firma térmica cuando la firma hidráulica ofrece un precio menor que P_T^M y mayor que P_T^* es ofrecer lo mismo que su rival; mientras que si tal precio es inferior a P_T^* entonces su mejor respuesta es ofrecer cualquier precio superior al ofertado por la firma hidráulica.

De las correspondencias de reacción se desprende directamente el siguiente resultado:

Proposición 2: Si los dueños de las empresas generadoras son aversos al riesgo y ante una misma oferta la subasta se le adjudica a la empresa que margina en el estado seco de la naturaleza, entonces existen múltiples equilibrios de Nash en estrategias puras. Todos ellos cumplen con que $P_T = P_H$ y $(P_T, P_H) \in [P_T^*, P_H^*]$, siendo la empresa térmica la que obtiene el contrato.

El resultado de la subasta es que la firma térmica se adjudica el contrato de la distribuidora ofreciendo un precio menor que la firma hidráulica, aun teniendo un costo marginal de operación mayor a su rival en ambos estados de la naturaleza. Si bien este resultado no es intuitivo debido a la diferencia de costos a favor de la empresa hidráulica, es precisamente esta diferencia de costos la que lleva a la firma hidráulica a no ganar la subasta en precios, pues al ser llamada primero a producir en el estado seco obtiene beneficios positivos por vender su capacidad de producción en el mercado *spot* a un precio c_T mayor que su costo marginal c_H , lo que a su vez le impone un costo de oportunidad al precio mínimo a ofrecer en la subasta competitiva. Por otra parte, debido a que la firma térmica no obtiene beneficios al vender su capacidad en el mercado *spot*, porque su costo marginal fija el precio de dicho mercado, el precio mínimo que ofrece en la subasta es menor que su rival adjudicándose el bloque de energía subastado por la distribuidora.

Es importante señalar que la multiplicidad de equilibrios es propia de todo modelo tipo Bertrand con costos marginales constantes, pero diferentes entre las firmas, cualquiera sea el criterio de asignación de la subasta en caso de igualdad en las ofertas. En este caso se supuso que ante una misma oferta la subasta es asignada a la empresa térmica, lo cual llevó a una multiplicidad de equilibrios de Nash caracterizados por $P_T^* \leq P_H \leq P_H^*$ y $P_T = P_H$. Este resultado no difiere mayormente si la regla de desempate fuera una en que se asigna el 50% del abastecimiento a cada una de las generadoras cuando las ofertas son iguales. En tal caso, la multiplicidad de equilibrios de Nash son caracterizados por $P_T^* \leq P_H \leq P_H^*$ y $P_T = P_H - \varepsilon$ ($\varepsilon \approx 0$) cuando $P_H > P_T^*$ y $P_T = P_H$ cuando $P_H = P_T^*$.

Un corolario de esta proposición nos dice que si las generadoras fueran neutrales al riesgo, el resultado que se obtiene es que las dos firmas ofrecen el mismo precio y dicha oferta es igual al precio nudo fijado por el regulador, cuando éste conoce los costos de cada tecnología. Así, sólo en este caso de neutralidad al riesgo y simetría de información entre firmas y regulador respecto de costos, es irrelevante si las distribuidoras subastan sus necesidades de energía o si el regulador fija el precio de transferencia de energía entre generadores y distribuidores. En consecuencia, sólo en este caso particular la situación previa y la posterior a la modificación legal entregarían el mismo resultado para los consumidores. Como se dijo, este corolario aplica en tanto el precio nudo corresponda a su valor teórico y refleje fielmente los costos esperados del sistema, lo que requiere suponer que el regulador tiene información completa respecto de los costos de las firmas.

Corolario 1: *Si las firmas fueran neutrales al riesgo y P_N es el precio regulado que representa los costos esperados del sistema, entonces sólo en este caso existe un único equilibrio de Nash, precisamente uno en que los precios subastados por ambas firmas son aquellos que las dejan indiferentes entre ganarse o no la subasta, e iguales al precio nudo; es decir, $P_H^* = P_T^* = P_N$.*

Debido a la existencia de múltiples equilibrios de Nash en estrategias puras que encontramos cuando los agentes son aversos al riesgo, determinamos a continuación un equilibrio refinado que elimina aquellos equilibrios de Nash que contienen estrategias débilmente dominadas. Se utiliza el refinamiento de la “mano temblorosa” desarrollado por Selten (1975), de acuerdo a la adaptación para juegos estáticos presentada en Mas-Colell, *et al.* (1995). Para aplicar este refinamiento se supone que el espacio de estrategias de los jugadores es discreto.

Proposición 3: *Dados los supuestos acerca de la aversión al riesgo, la única estrategia que es Equilibrio de Nash de la “mano temblorosa” es $(P_H, P_T) = (P_H^*, P_H^*)$.*

Este resultado nos dice que la firma térmica se adjudica la subasta con el precio que iguala la utilidad esperada de ganar la subasta con la de perderla para la firma hidráulica. Esto implica que ambas empresas generadoras tienen una estrategia que débilmente domina al resto de los posibles precios de elección. Como este resultado tiene consecuencias económicas importantes, éstas son analizadas en la siguiente sección.

Es importante destacar que la unicidad del equilibrio refinado no depende tampoco del supuesto de asignación de la subasta cuando los precios son iguales; es más, tampoco depende de este supuesto el resultado de poder de mercado encontrado que se desprende de este único equilibrio. La razón es muy simple, si se modifica la regla de asignación a una en que a iguales precios el contrato con la distribuidora se divida en partes iguales, el conjunto de equilibrios de Nash no cambia; sin embargo, en tal caso la firma térmica tendría incentivos a reducir su oferta al precio inmediatamente inferior (recuérdese que se ha supuesto que los precios ofertados son discretos). Es fácil ver que en tal caso el único equilibrio de Nash refinado sería $(P_H, P_T) = (P_H^*, P_{n-1}^*)$, donde P_{n-1}^* es el precio inmediatamente inferior a P_H^* , resultado que es similar al nuestro en tanto P_{n-1}^* sea lo suficientemente cercano de P_H^* ¹⁰.

4. PODER DE MERCADO Y BIENESTAR

El equilibrio refinado que caracteriza el resultado de la competencia en la subasta por energía es único y, además, permite que la firma térmica obtenga beneficios esperados positivos. Esto por cuanto el precio adjudicado es mayor que el precio que iguala sus beneficios de ganar la subasta con los de perderla.

¹⁰ Véase la demostración de la Proposición 3 para detalles de notación así como de los supuestos necesarios para poder utilizar el refinamiento de la “mano temblorosa” a este ejemplo. Es importante notar que si los saltos discretos en precios fuesen muy grandes, entonces podría ser rentable para la firma térmica compartir el contrato en lugar de quedárselo para ella sola pero a un precio menor.

Este resultado es cierto aún cuando se haya supuesto que las firmas no se coluden para ofertar precios en la subasta. Asimismo, también la firma hidráulica obtiene beneficios esperados positivos debido a que vende su capacidad disponible en el mercado *spot* en el estado de naturaleza seco, recibiendo un precio igual a c_T mayor que su costo marginal c_H . Ambos beneficios esperados positivos producen a su vez utilidades esperadas positivas tanto para el generador hidráulico como para el térmico, gracias a que el precio subastado por ambas firmas es el mismo e igual a P_H^* ¹¹.

El sobreprecio que se encuentra en equilibrio tiene relación con el poder de mercado inframarginal que posee la firma hidráulica en el estado de naturaleza seco. Renta que también capta la empresa térmica en la interacción estratégica durante la subasta, debido a que el generador hidráulico no está dispuesto a correr riesgos mayores bajando su puja por debajo de P_H^* .

Sabiendo que a igual precio el generador hidráulico obtiene rentas mayores que el generador térmico, definimos P^S como el mínimo precio que deja al generador térmico con una utilidad esperada igual a cero. Es decir, P^S satisface:

$$(4) \quad \alpha \cdot u\left(\left(P^S - c_H\right)\bar{f}\right) + (1 - \alpha) \cdot u\left(\left(P^S - c_T\right)\bar{f}\right) = 0$$

Es fácil ver que P^S es precisamente igual a P_T^* . Luego, la interacción estratégica no cooperativa en la subasta genera un sobreprecio o poder de mercado, por cuanto en equilibrio $P_H^* > P^S = P_T^*$. En consecuencia, ambas empresas generadoras obtienen utilidades esperadas positivas, siendo mayor la utilidad esperada del generador hidráulico según lo vemos de inmediato:

$$(5) \quad \begin{aligned} 0 < \Pi_T^E\left(P_H^*\right) &= \alpha \cdot u\left(\left(P_H^* - c_H\right)\bar{f}\right) + (1 - \alpha) \cdot u\left(\left(P_H^* - c_T\right)\bar{f}\right) \\ &< \alpha \cdot u\left(\left(P_H^* - c_H\right)\bar{f}\right) + (1 - \alpha) \cdot u\left(\left(P_H^* - c_T\right)\bar{f}\right) + \Delta c \cdot k_{1-\alpha} \\ &= (1 - \alpha) \cdot u\left(\Delta c \cdot k_{1-\alpha}\right) = \Pi_H^E\left(P_H^*\right) \end{aligned}$$

Lamentablemente, como discutimos luego de la siguiente proposición, no es posible regular P^S con la sola información de costos de las empresas. Ello por cuanto la empresa térmica obtendría pérdidas si en lugar de subastar el precio de la energía a clientes regulados se tarifara éste a precio nudo, P_N . La Proposición 4 resume los resultados hasta acá encontrados.

¹¹ Hay que destacar que en este modelo no hay inversiones que deban pagarse con los ingresos por venta en el mercado *spot* o los contratos. Tal supuesto es sin pérdida de generalidad, pues en la práctica los costos hundidos de las empresas generadoras son pagados por el pago a la potencia.

Proposición 4: Sean ambas empresas generadoras igualmente aversas al riesgo; sea P_N el precio nudo regulado por un regulador benevolente con información simétrica respecto de costos; sea P^S el precio que maximiza el bienestar neto de los consumidores y que permite a ambas generadoras obtener utilidades esperadas no negativas. Entonces, $P_T^* > P_N$ y $P_H^* > P^S = P_T^*$.

El primer resultado de esta proposición nos dice que el generador térmico, por tener costos mayores, cubrirá exactamente sus costos esperados de abastecer a los clientes regulados en caso que el regulador tarificara estos precios a costo marginal esperado o precio nudo. Sin embargo, tal tarifa conllevaría una desutilidad esperada para este generador averso al riesgo, siéndole más conveniente no participar en el abastecimiento de los clientes regulados. La causa de fondo es que al precio nudo, esta empresa obtiene rentas esperadas iguales a cero de participar en la subasta, pero tal decisión le lleva a tomar riesgos que no enfrenta de no contratarse para abastecer a la empresa distribuidora.

Este resultado nos indica que la modificación legal en Chile, que liberaliza el precio que pagan los clientes regulados por su energía consumida, avanza en la dirección correcta al permitir que el precio finalmente pagado esté por encima del precio nudo determinado por el regulador bien informado.

El segundo resultado de la Proposición 4 nos plantea un dilema de política pública. Existe un precio óptimo que permite maximizar el bienestar neto de los consumidores, definido como el menor precio que deja a ambas empresas al menos tan bien como si participaran en la subasta. A dicho precio, la firma hidráulica obtiene una utilidad esperada positiva, renta que se deriva de su ventaja absoluta de costos. Sin embargo, como este precio depende del grado de aversión al riesgo de los dueños de las empresas generadoras, parámetro que suponemos desconocido por el regulador, entonces no es posible implementar esta solución ni a través de la tarificación directa ni tampoco a través de regular el monto máximo de la subasta. En otras palabras, si bien es teóricamente consistente imponer un techo por encima del precio nudo determinado por el regulador, tal techo puede ser tan alto como para ser simplemente un punto focal de posible colusión; o, puede ser tan bajo como para inhibir la participación de uno o ambos generadores en la subasta por abastecer de energía a los clientes regulados.

Si suponemos que el techo máximo es definitivamente no restrictivo (suficientemente alto), el gobierno enfrenta un *trade off* de política pública. Lo bueno es que comparado al mecanismo de fijación tarifaria por precio nudo, la subasta genera incentivos a invertir en el sector al permitírsele a las empresas generadoras vender a clientes regulados por sobre el precio nudo regulado que resulta de costos. Lo malo es que el regulador queda amarrado de manos y no puede evitar que las empresas extraigan rentas a los consumidores por encima de lo socialmente deseable. Más aún, esta liberalización en la industria eléctrica genera un enorme desafío en términos de política de competencia, por cuanto no es posible detectar en la práctica si el exceso de rentas es causado por la aversión al riesgo de los empresarios o por colusión en la subasta.

Finalmente, el Corolario 2 nos indica que si las empresas generadoras fuesen neutrales al riesgo, el único equilibrio de Nash que resulta de la subasta no colusiva es igual a este precio que maximiza el bienestar neto de los consumidores. Sólo en este caso particular, que además supone un regulador con información simétrica de costos, el precio que maximiza el bienestar neto de los consumidores es implementable, ya sea a través del precio nudo regulado o a través de la subasta competitiva. Los cuidados deben ser en el primer caso evitar la manipulación de dicho precio por parte del regulador y en el segundo caso fiscalizar adecuadamente que las empresas no se coludan en la subasta.

Corolario 2: *Si las firmas fueran neutrales al riesgo, entonces el único equilibrio de Nash no cooperativo de la subasta es igual al precio que maximiza el bienestar neto de los consumidores e igual al precio nudo regulado, $P_H^* = P_T^* = P^S = P_N$.*

Un último comentario respecto de estos resultados. En este modelo la aversión al riesgo pasa a ser un mecanismo de compromiso que les permite a las empresas generadoras a no pujar a la baja en la subasta. Cuando estas empresas son neutrales al riesgo, y eso es de conocimiento común, desaparece este mecanismo de compromiso y las empresas son llevadas por las fuerzas de la competencia hacia una situación en que la más ineficiente no obtiene ni beneficios ni utilidades esperadas de participar en la subasta.

Es golpeante e inquietante que no sea óptimo para estas empresas diversificar su riesgo, aun cuando pertenecieran a grupos económicos diversificados. Es un resultado golpeante en tanto mayor riesgo es preferido a menor riesgo (en un rango relevante), y la razón es que mayor riesgo genera un mecanismo de compromiso que sostiene un equilibrio de Nash que deja mayores beneficios. Es un resultado inquietante en tanto la subasta competitiva incentiva a no diversificar riesgos, lo cual supone una pérdida de eficiencia para la sociedad¹².

5. RACIONAMIENTO ELÉCTRICO Y EQUILIBRIO

Una variante interesante de considerar es qué ocurre con los resultados de la subasta si se supone que la sequía es extrema al punto de producir desabastecimiento o racionamiento eléctrico. Dado esto, es pertinente considerar el alcan-

¹² En un contexto dinámico, el hecho de que la aversión al riesgo lleve a ablandar la competencia en la subasta incentiva al propietario precisamente a diversificar menos el riesgo de sus negocios. En otras palabras, este efecto podría llevar a un portafolio de inversiones menos diversificado como un mecanismo de compromiso para una etapa posterior en la subasta. Antecedentes de este tipo de juegos pueden encontrarse en Fudenberg y Tirole (1984). Ciertamente un análisis más profundo de este hecho requeriría endogeneizar la decisión de cuán averso al riesgo se quiere ser (diversificación del portafolio de inversiones del grupo controlador de cada generadora). Agradecemos a Juan Pablo Montero este comentario.

ce de la responsabilidad contractual de las generadoras deficitarias para compensar a los usuarios por la energía no servida. Supondremos dos escenarios polares. En el primero, las generadoras deficitarias, sean térmicas o hidráulicas, quedan exentas de pagar compensaciones a los usuarios regulados en el caso de racionamiento eléctrico producto de una sequía extrema. En el segundo caso, las empresas generadoras deben compensar a los usuarios desconectados por cada unidad de energía no entregada al precio de costo de falla del sistema, sin importar la causa del racionamiento.

Supongamos que la capacidad total de generación de ambas firmas en el estado de sequía es menor que la demanda licitada por la distribuidora, $k^T + k_{1-\alpha} < f$. Recuérdese que el desabastecimiento de energía eleva el costo de oportunidad del agua en ese estado de la naturaleza, por encima del costo de operación de la generadora térmica, cumpliéndose que $c_H^F > c_T > c_H$.

Caso i) Generadoras deficitarias no compensan a usuarios racionados.

Las funciones de pagos o utilidad esperada de las firmas hidráulica y térmica, respectivamente son:

$$(6) \quad \Pi_H^E(b_H) = \begin{cases} \alpha \cdot u(b_H \bar{f} + c_H(k_\alpha - \bar{f}) - c_H k_\alpha) + \\ (1 - \alpha) \cdot u(b_H(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F(k_{1-\alpha} + k_T)) & \text{si } b_H \leq b_T \\ \alpha \cdot u(c_H k_\alpha - c_H k_\alpha) + \\ (1 - \alpha) \cdot u(c_H^F k_{1-\alpha} - c_H^F k_{1-\alpha}) & \text{si } b_H > b_T \end{cases}$$

$$(7) \quad \Pi_T^E(b_T) = \begin{cases} \alpha \cdot u(b_T \bar{f} - c_H \bar{f}) + \\ (1 - \alpha) \cdot u(b_T(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T) & \text{si } b_T < b_H \\ \alpha \cdot u(0) + (1 - \alpha) \cdot u(c_H^F k_T - c_T k_T) & \text{si } b_T \geq b_H \end{cases}$$

Comparando (6) con (1) se observa un cambio importante en la utilidad esperada del generador hidráulico, en particular en caso de perder la subasta¹³. En este caso, la firma hidráulica no obtiene beneficios, pues marca el costo mar-

¹³ Es necesario hacer notar que se ha modificado también la regla de adjudicación de la subasta en caso de que ambas firmas ofrezcan el mismo precio, siendo esta vez la generadora hidráulica y no la térmica quien se la adjudicaría. Este supuesto se requiere para encontrar un único equilibrio no cooperativo que elimine equilibrios con estrategias débilmente dominadas.

ginal del sistema o precio *spot* en ambos estados de la naturaleza por cuanto su costo marginal en un estado de sequía extrema es el costo de falla del sistema. En cuanto al generador térmico, se observa al comparar (7) con (2) que esta firma obtiene ahora pagos esperados positivos si no se adjudica la subasta. El generador térmico es el primero llamado a producir en el caso de darse el estado de sequía extrema. Definiendo P'_i con $i = \{H, T\}$, como el precio que iguala las utilidades esperadas para la firma i de ganar la subasta con las utilidades esperadas de perderla, se obtiene el siguiente resultado:

Proposición 5: Si ambas empresas son igualmente aversas al riesgo, el costo de falla del sistema es tal que $c_H < c_T < c_H^F$ y no hay pago de compensaciones a usuarios no abastecidos, entonces i) los precios que dejan indiferentes a ambas firmas de participar o no en la subasta cumplen con $P'_H < P'_T$; ii) hay un conjunto de precios que son equilibrios de Nash y todos ellos cumplen con $P_H = P_T$ y $(P_H, P_T) \in [P'_H, P'_T]$; iii) el único par de estrategias que débilmente domina a los otros equilibrios de Nash y, por lo tanto, resiste el refinamiento que le impone el criterio de la “mano temblorosa” es $(P_H, P_T) = (P'_T, P'_T)$, de forma que es la empresa hidráulica el generador que se adjudica la subasta.

La Proposición 5 confirma los resultados anteriores. Esto es, la firma que obtiene beneficios positivos al no adjudicarse la subasta tiene menores incentivos a ofrecer un precio menor que la otra firma; así, es la empresa que margina en el estado seco de la naturaleza la que se adjudica la subasta. Todos los resultados ya analizados se mantienen, en particular esos relativos al poder de mercado que estas firmas obtienen como producto de su interacción estratégica cuando son aversos al riesgo y al hecho de que no es posible implementar el óptimo para los consumidores con la sola información de costos de las empresas.

Caso ii) Generadoras deficitarias compensan a usuarios no servidos, a todo evento

En este caso las generadoras deben, frente a cualquier estado e hidrología, compensar a los usuarios por cada unidad de energía no entregada al precio del costo de falla. Con esto, las funciones de pagos de las firmas generadoras son ahora:

$$(8) \quad \Pi_H^E(b_H) = \begin{cases} \alpha \cdot u(b_H \bar{f} + c_H(k_\alpha - \bar{f}) - c_H k_\alpha) + \\ (1 - \alpha) \cdot u(b_H(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F(\bar{f} - (k_{1-\alpha} + k_T)) - c_H^F(k_{1-\alpha} + k_T)) & \text{si } b_H \leq b_T \\ \alpha \cdot u(c_H k_\alpha - c_H k_\alpha) + \\ (1 - \alpha) \cdot u(c_H^F k_{1-\alpha} - c_H^F k_{1-\alpha}) & \text{si } b_H > b_T \end{cases}$$

$$(9) \quad \Pi_T^E(b_T) = \begin{cases} \alpha \cdot u(b_T \bar{f} - c_H \bar{f}) + \\ + (1 - \alpha) \cdot u(b_T (k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F (\bar{f} - (k_{1-\alpha} + k_T)) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T) & \text{si } b_T < b_H \\ \alpha \cdot u(0) + (1 - \alpha) \cdot u(c_H^F k_T - c_T k_T) & \text{si } b_T \geq b_H \end{cases}$$

Comparando (8) con (1) y (6) se observa una situación muy parecida al caso de racionamiento previo para el operador hidráulico, y muy diferente al caso cuando no hay falla de abastecimiento en el sistema. Lo mismo ocurre para el generador térmico si se comparan (9) con (2) y (7). Luego, no es la obligación de pagar compensaciones, lo que marca la diferencia en cuanto a qué tipo de tecnología abastecerá a clientes regulados (qué firma ganará la subasta), sino que lo es simplemente el qué firma es la que margina en el estado seco de la naturaleza. Una diferencia adicional, cuantitativa solamente, es que el precio que deja indiferente a cada generador entre ganar o perder la subasta es mayor ahora que en el caso en que no hay obligaciones contractuales en caso de racionamiento para el generador contratado, pues hay una pérdida esperada extra a causa de las compensaciones que se deben pagar a los usuarios en este caso: $c_H^F \cdot (\bar{f} - (k_{1-\alpha} + k_T))$. Si definimos como P_i^n con $i = \{H, T\}$ a ese precio, entonces $P_i^n > P_i^i$.

Por la similitud al caso previo no se analiza esta situación en mayor detalle, quedando su equilibrio completamente caracterizado en la siguiente proposición:

Proposición 6: Si ambas empresas son igualmente aversas al riesgo, el costo de falla del sistema es tal que $c_H < c_T < c_H^F$ y el generador contratado compensa a los usuarios no abastecidos, entonces i) los precios que dejan indiferentes a ambas firmas de participar o no en la subasta cumplen con $P_H^n < P_T^n$; ii) hay un conjunto de precios que son equilibrios de Nash que cumplen con $P_H = P_T$ y $(P_H, P_T) \in [P_H^n, P_T^n]$; iii) el único par de estrategias que débilmente domina a los otros equilibrios de Nash y, por lo tanto, resiste el refinamiento que le impone el criterio de la “mano temblorosa” es $(P_H, P_T) = (P_T^n, P_T^n)$, de forma que es la empresa hidráulica el generador que se adjudica la subasta.

Como se aprecia de las Proposiciones 5 y 6, cualquiera sea el tratamiento a las compensaciones a usuarios por energía no abastecida, cuando la sequía lleva a racionamiento eléctrico será la firma hidráulica la que se adjudique la subasta por abastecer a clientes regulados. En consecuencia, el factor que finalmente determina qué empresa generadora abastecerá a los clientes regulados es el grado de profundidad que se espere de la sequía en este estado de la naturaleza, cuando el grado de aversión al riesgo es el mismo para ambos tipos de generadores.

6. CONCLUSIONES

Este artículo realiza un análisis teórico del precio de equilibrio que resultaría en una subasta por energía cuando la información entre oferentes es completa, la oferta con una de las tecnologías usadas es estocástica y los inversionistas son aversos al riesgo. La oferta incierta está dada por dos estados posibles de hidrología, uno en que sólo la firma hidráulica produce (normal o lluvioso) y otro en que ambas firmas son llamadas a generar y abastecen la demanda licitada (sequía). Este trabajo está motivado en la reciente modificación a la ley eléctrica en Chile que liberaliza el precio nudo que pagan los clientes regulados, precisamente por la vía de subastar este precio entre empresas generadoras. Se supone que una única distribuidora licita por una única vez su demanda por energía en una subasta cuya variable de decisión es el precio que pagarán los clientes regulados, en donde los oferentes son sólo una empresa térmica y otra hidroeléctrica.

El resultado más importante cuando la sequía no genera desabastecimiento es que la firma térmica siempre se llevará los contratos a un precio inferior a su costo operacional, pero mayor al precio nudo calculado por un regulador bien informado. Se encuentra que hay un único equilibrio de Nash que no contiene estrategias débilmente dominadas, precisamente aquel que deja indiferente al generador hidráulico entre contratar con la distribuidora o vender toda su producción en el mercado *spot*. En este caso de sequía no extrema, ambas firmas obtienen beneficios esperados positivos que a su vez conllevan además utilidades esperadas positivas, las que no se disipan como producto de la subasta no colusiva. Así, la subasta genera precios que son mayores al que maximiza el bienestar neto de los consumidores, aunque el artículo discute acerca de la dificultad práctica de implementar este precio teórico.

La explicación a este resultado de “competencia imperfecta” se explica porque la aversión al riesgo suaviza la competencia, permitiendo a las empresas obtener beneficios esperados positivos. Si bien en este trabajo la aversión al riesgo es exógena, se discute en el texto la posibilidad de que el grupo controlador de cada empresa generadora podría ver desincentivado su interés por diversificar el riesgo de sus inversiones como un mecanismo de compromiso para sostener estas rentas extranormales en la etapa de la subasta. Asimismo, a mayor aversión al riesgo más suave es la competencia en la subasta. Este tipo de comportamiento es equivalente al conocido efecto de diferenciación de productos en mercados oligopólicos.

Cuando se supone que las empresas generadoras son neutrales al riesgo, los resultados cambian muy ligeramente en cuanto a la unicidad del equilibrio, pero cambian fuertemente en cuanto a que se eliminan las ganancias extranormales que obtienen las empresas generadoras como producto de la liberalización del mercado. Así, bajo neutralidad al riesgo se encuentra que estas firmas ofrecen el mismo precio y dicha oferta es igual al precio nudo fijado por el regulador, siempre que el regulador conozca los costos de las empresas, por lo que es indiferente que las distribuidoras subasten sus necesidades de energía o que el re-

gulador fije el precio de transferencia de energía entre generadores y distribuidores a dicho precio. Este nuevo precio de equilibrio disipa las rentas y maximiza el excedente neto de los consumidores. Hay que notar, no obstante, que esta situación se obtiene como producto de que se ha modificado el supuesto de aversión al riesgo. En consecuencia, el supuesto de aversión al riesgo es central para determinar hasta dónde las empresas son capaces de extraer rentas de los consumidores sin entrar a suponer colusión en la subasta.

Cuando se considera que el estado de sequía lleva a desabastecimiento, con lo cual el precio *spot* alcanza el costo de falla del sistema, la subasta se la adjudica la firma hidráulica. Este resultado no representa un cambio de fondo ya que nuevamente se adjudica la subasta aquella firma que marca el costo marginal del sistema en el estado seco de la naturaleza; es decir, aquella que tiene los costos operacionales mayores y tiene, por lo tanto, incentivos a estar contratada cuando se produce el racionamiento eléctrico. Se mantienen los resultados en términos de poder de mercado y bienestar de los consumidores. Estos resultados además no cambian cualquiera sea la responsabilidad contractual de la generadora contratada con los usuarios no abastecidos.

Finalmente, hay una serie de posibles extensiones de este trabajo. Por ejemplo, dentro del mismo análisis de competencia en la subasta e información simétrica entre firmas, se puede suponer que las empresas generadoras ofrecen cantidad (bloques de energía), reflejado por el porcentaje de la demanda que desean cubrir, además del precio a pagar por esas unidades; o, elevar a tres estados de la naturaleza para fundir el análisis bajo sequía no extrema con ese bajo desabastecimiento; o, analizar las consecuencias de permitir la entrada en la industria, ya sea de nuevos actores, tecnologías o de las mismas empresas ya establecidas. Se puede además estudiar el caso de colusión en la subasta, para lo cual debiera suponerse que se subastan secuencialmente bloques de energía por tiempo indefinido. Como recomendación de política pública, las tres extensiones anteriores son necesarias de estudiar para darle plena validez práctica a los resultados teóricos encontrados en este trabajo. Por último, abandonar el supuesto de información completa entre las firmas es ciertamente más interesante y realista, de forma de incorporar las creencias que tienen las empresas en la subasta respecto de parámetros de decisión de su rival; así como analizar los juegos de señales que aparecerían bajo esta modelación más compleja, en caso que se tratara de subastas secuenciales de bloques de energía.

REFERENCIAS

- Arellano, S. (2004), "Market Power in Mixed Hydro-Thermal Electric", *Documento de Trabajo* N° 187, Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile.
- Basañes, F., E. Saavedra y R. Soto (2001), "Post-privatization, Renegotiations and Disputes in Chile", en *Second Generation Reforms in Infrastructure Services*, F. Basañes y R. Willig (Ed.), Banco Inter-Americano de Desarrollo.

- Benavente, J., A. Galetovic, R. Sanhueza y P. Serra (2005), "Estimando la Demanda Residencial por Electricidad en Chile: El Consumidor es Sensible al Precio", *Cuadernos de Economía* 42 (mayo): 31-61.
- Comisión Nacional de Energía de Chile (2005), "Estadísticas Sector Energía Chile: 1990-2004", en <http://www.cne.cl/estadisticas/anuario/index.html> (15/12/2006).
- Díaz, C., A. Galetovic y R. Soto (2001), "Anatomía de una Crisis Eléctrica", *Revista de Análisis Económico* 16(1): 3-57.
- Fabra, N., N. Von der Fehr y D. Harbord (2004), "Designing Electricity Auctions", *Working Paper Center for Study of Energy Markets (CSEM)*. University of California Energy Institute.
- Fudenberg, D. y J. Tirole (1984), "The Fat Cat Effect, The Puppy Dog Ploy, and the Lean and Hungry Look", *American Economic Review, Papers and Proceedings* 74: 361-368.
- Galetovic, A., J.C. Olmedo y H. Soto (2002), "Una Estimación del Costo Social de Eliminar los Déficit de Abastecimiento Eléctrico en el SIC", *Revista de Análisis Económico* 17(2): 3-30.
- Galetovic, A., J.C. Olmedo y H. Soto (2002a), "¿Qué Tan Probable es una Crisis Eléctrica?", *Estudios Públicos* 87: 175-212.
- Green, R. y D. Newbery (1992), "Competition in the British Electricity Spot Market", *Journal of Political Economy* 100: 929-953.
- Klemperer, P. y M. Meyer (1989), "Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty", *Econometrica* 57: 1243-1277.
- Mas-Colell, A., M. Whinston y J. Green (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford University Press. Nueva York NY.
- Newbery, D. (1998), "Competition, Contracts, and Entry in the Electricity Spot Market", *The RAND Journal of Economics* 29: 726-749.
- Selten, R. (1975), "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games", *International Journal of Game Theory* 4: 25-55.
- Serra, P. (1997), "Energy Pricing Under Uncertain Supply", *Energy Economics* 19: 417-434.
- Stacchetti, E. (1999), "Auction Design for the Colombian Electricity Market", *Technical Report 72*, Economics Series Working Paper, Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile.
- Von der Fehr, N. y D. Harbord (1993), "Spot Market Competition in the UK Electricity Industry", *The Economic Journal* 103: 531-546.

ANEXO

Demostración Proposición 1: Tomemos en principio el supuesto de que la distribuidora hace una demanda ilimitada de energía, $\bar{f} \rightarrow \infty$. Así, teniendo en cuenta que el precio nudo corresponde al costo esperado del sistema, $P_N = \alpha c_H + (1 - \alpha) c_T$, entonces la firma hidráulica resuelve:

$$(A1) \quad \begin{aligned} \prod_H^E(f^H) &= \alpha \cdot u((P_N - c_H) f^H) + (1 - \alpha) \cdot u((P_N - c_T) f^H + (c_T - c_H) \cdot k_{1-\alpha}) \\ &= \alpha \cdot u((1 - \alpha) \cdot \Delta c \cdot f^H) + (1 - \alpha) \cdot u(-\alpha \cdot \Delta c \cdot f^H + \Delta c \cdot k_{1-\alpha}) \end{aligned}$$

Como la función de utilidad esperada es estrictamente cóncava, las condiciones de primer orden del problema son suficientes; éstas son:

$$(A2) \quad \alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot \Delta c \cdot u'((1 - \alpha) \cdot \Delta c \cdot f^H) - \alpha \cdot \Delta c \cdot (1 - \alpha) \cdot u'(-\alpha \cdot \Delta c \cdot f^H + \Delta c \cdot k_{1-\alpha}) = 0$$

o, simplificando:

$$(A3) \quad u'((1 - \alpha) \cdot \Delta c \cdot f^H) = u'(-\alpha \cdot \Delta c \cdot f^H + \Delta c \cdot k_{1-\alpha})$$

Como la función de utilidad es estrictamente cóncava, $u'(x)$ es creciente para todo $x > 0$, entonces sólo un único argumento de esta función puede cumplir con (A3). Así,

$$(A4) \quad (1 - \alpha) \cdot \Delta c \cdot f^H = -\alpha \cdot \Delta c \cdot f^H + \Delta c \cdot k_{1-\alpha}$$

Reordenando, simplificando y resolviendo para f^H se determina la elección óptima de la firma hidráulica.

$$(A5) \quad f^H = k_{1-\alpha}$$

Por último, el supuesto de demanda ilimitada de la distribuidora no es restrictivo en tanto se ha supuesto que la generación hidráulica no abastece a todos los clientes regulados cuando se está en el estado seco de la naturaleza, esto es $k_{1-\alpha} < \bar{f}$. Esto completa la primera parte de la demostración.

Por otro lado, la firma térmica resuelve:

$$(A6) \quad \begin{aligned} \prod_T^E(f^T) &= \alpha \cdot u((P_N - c_H) f^T) + (1 - \alpha) \cdot u((P_N - c_T) f^T) \\ &= \alpha \cdot u((1 - \alpha) \cdot \Delta c \cdot f^T) + (1 - \alpha) \cdot u(-\alpha \cdot \Delta c \cdot f^T) \end{aligned}$$

La condición de primer orden de este problema es suficiente e igual a:

$$(A7) \quad \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \Delta c \cdot u'((1-\alpha) \cdot \Delta c \cdot f^T) - \alpha \cdot \Delta c \cdot (1-\alpha) \cdot u'(-\alpha \cdot \Delta c \cdot f^T) = 0$$

con lo que simplificando:

$$(A8) \quad u'((1-\alpha) \cdot \Delta c \cdot f^T) = u'(-\alpha \cdot \Delta c \cdot f^T)$$

La única posibilidad de que se cumpla (A8), cuando $u''(x)$ es negativa, es que $u'(x) = 0$. Como hemos supuesto que esta función cumple con las condiciones de Inada, entonces es cierto que ello sólo ocurre si f^T tiende a infinito, pues:

$$(A9) \quad \lim_{f^T \rightarrow \infty} u'((1-\alpha) \cdot \Delta c \cdot f^T) = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{f^T \rightarrow \infty} u'(-\alpha \cdot \Delta c \cdot f^T) = 0$$

Como se sabe, la demanda de la empresa distribuidora está acotada a \bar{f} . Luego, como la función objetivo de la firma térmica es quasicóncava, mientras más cerca de satisfacer la condición de primer orden más pagos esperados, entonces la firma térmica deseará tomar toda la demanda de los clientes regulados, esto es $f^T = \bar{f}$. ■

Demostración Lema 1: Por definición de P_H^* y P_T^* se debe cumplir para la firma hidráulica y térmica, respectivamente, que:

$$(A10) \quad \alpha u((P_H^* - c_H) \bar{f}) + (1-\alpha) u((P_H^* - c_T) \bar{f} + k_{1-\alpha} \Delta c) = (1-\alpha) u(k_{1-\alpha} \Delta c)$$

donde $\Delta c = c_T - c_H$

$$(A11) \quad \alpha u((P_T^* - c_H) \bar{f}) + (1-\alpha) u((P_T^* - c_T) \bar{f}) = 0$$

Contrario a lo que se busca demostrar, supóngase que $P_T^* > P_H^*$. Evaluando P_T^* en (A10) se tiene:

$$(A12) \quad \alpha u((P_T^* - c_H) \bar{f}) + (1-\alpha) u((P_T^* - c_T) \bar{f} + k_{1-\alpha} \Delta c) > (1-\alpha) u(k_{1-\alpha} \Delta c)$$

Usando (A11) en (A12):

$$(A13) \quad -(1-\alpha) u((P_T^* - c_T) \bar{f}) + (1-\alpha) u((P_T^* - c_T) \bar{f} + k_{1-\alpha} \Delta c) > (1-\alpha) u(k_{1-\alpha} \Delta c)$$

Reordenando y simplificando:

$$(A14) \quad u((P_T^* - c_T) \bar{f} + k_{1-\alpha} \Delta c) > u(k_{1-\alpha} \Delta c) + u((P_T^* - c_T) \bar{f})$$

resultado que es contrario al supuesto de concavidad estricta de $u(x)$, pues en ese caso se debe cumplir que $u\left(\left(P_T^* - c_T\right)\bar{f} + k_{1-\alpha}\Delta c\right) < u\left(k_{1-\alpha}\Delta c\right) + u\left(\left(P_T^* - c_T\right)\bar{f}\right)$. Luego, $P_H^* > P_T^*$. ■

Demostración Proposición 2: De las correspondencias de reacción de las firmas generadoras, se observa que el único intervalo de estrategias en donde ninguna de las firmas quiere desviarse unilateralmente es entre $[P_H^*, P_T^*]$, que es precisamente donde las correspondencias de reacción se superponen. Este intervalo para cada jugador determina el conjunto de equilibrios de Nash para las firmas generadoras, correspondiendo al par $(P_H, P_T) \in [P_H^*, P_T^*]$ para la firma hidráulica y térmica, respectivamente. ■

Demostración Corolario 1: Dado el supuesto que las firmas son neutrales al riesgo, entonces de la definición de P_H^* y P_T^* se debe cumplir para la firma hidráulica que:

$$(A15) \quad \alpha\left(P_H^* - c_H\right)f + (1-\alpha)\left(\left(P_H^* - c_T\right)f + \Delta c \cdot k_{1-\alpha}\right) = (1-\alpha)\Delta c \cdot k_{1-\alpha}$$

y para la firma térmica:

$$(A16) \quad \alpha\left(P_T^* - c_H\right)f + (1-\alpha)\left(P_T^* - c_T\right)f = 0$$

Considerando la definición del precio nudo como $P_N = \alpha c_H + (1-\alpha)c_T$, con un poco de álgebra en cada una de las ecuaciones anteriores se encuentra que $P_H^* = P_T^* = P_N$, demostrando el corolario. ■

Demostración Proposición 3: Por notación y sin pérdida de generalidad supondremos que existen $n+1$ precios en el set o conjunto de equilibrios de Nash encontrado en la Proposición 1, donde los límites son $P_T^* = P_0$ y $P_H^* = P_n$ para ambas firmas por igual. Sean además los vectores $\sigma_T^\varepsilon = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n)$ y $\sigma_H^\varepsilon = (\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_n)$ una secuencia completa de estrategias mixtas perturbadas para ambas firmas, en donde a cada creencia se le asocian los precios ofertados $(P_0^{*T}, \dots, P_n^{*T})$ y $(P_0^{*H}, \dots, P_n^{*H})$, respectivamente. Luego, σ^* es un equilibrio de Nash que resiste el refinamiento de la “mano temblorosa” si existe una secuencia completa de estrategias mixtas (σ^ε) tal que se cumplan las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} & -(\sigma^\varepsilon) \text{ converge a } \sigma^* \\ & -\sigma_i^* \in BR_i(\sigma_{-i}^\varepsilon) \quad \forall i \end{aligned}$$

con BR_i siendo la correspondencia de mejor respuesta de la firma i a una acción de la otra firma. Como se ha supuesto que en caso de que las ofertas sean iguales la subasta se le adjudica a la empresa que margina en el período de sequía, que en este caso es la firma térmica, entonces los pagos esperados para esta empresa dependerán de si su precio ofrecido es mayor, igual o menor al de su rival:

$$(A17) \quad \Pi_T^E(P_j^{*T}) = \begin{cases} U^T(P_j^{*T}) \equiv \alpha \cdot u([P_j^{*T} - c_H] \cdot \bar{f}) + (1-\alpha) \cdot u([P_j^{*T} - c_T] \cdot \bar{f}) & \text{si } P_j^{*T} \leq P_l^{*H} \\ 0 & \text{si } P_j^{*T} > P_l^{*H} \end{cases}$$

para $j, l = 0, 1, \dots, n$. Es posible observar que $U^T(\cdot)$ es creciente en P_j^{*T} , en tanto esta oferta sea menor o igual que la oferta de la firma hidráulica. Asimismo, los pagos esperados para la firma hidráulica también dependerán de cómo es su oferta relativa a la oferta de la firma térmica:

$$(A18) \quad \Pi_H^E(P_j^{*H}) = \begin{cases} A \equiv (1-\alpha) \cdot u(\Delta c \cdot k_{1-\alpha}) & \text{si } P_l^{*H} \geq P_j^{*T} \\ U^H(P_j^{*H}) \equiv \alpha \cdot u([P_j^{*H} - c_H] \cdot \bar{f}) + (1-\alpha) \cdot u([P_j^{*H} - c_T] \cdot \bar{f} + \Delta c \cdot k_{1-\alpha}) & \text{si } P_l^{*H} < P_j^{*T} \end{cases}$$

Luego, la matriz de pagos del set de equilibrios de Nash, para cada posible par de estrategias o precios ofertados elegidos por estas empresas, es la siguiente¹⁴:

CUADRO A.1.
MATRIZ DE PAGOS

	γ_0	γ_1	...	γ_{v-1}	$1-\gamma_0-\dots-\gamma_{v-1}$
β_0	$[U^T(P_0^{*T}), A]$	$[U^T(P_1^{*T}), A]$...	$[U^T(P_n^{*T}), A]$
β_1	$[0, U^H(P_0^{*H})]$	$[U^T(P_1^{*T}), A]$...	$[U^T(P_n^{*T}), A]$
.
.
.
β_{v-1}	.	.		$[U^T(P_{n-1}^{*T}), A]$	$[U^T(P_n^{*T}), A]$
.	.	.			.
$1-\beta_0-\dots-\beta_{v-1}$	$[0, U^H(P_0^{*H})]$	$[0, U^H(P_1^{*H})]$...	$[0, U^H(P_{n-1}^{*H})]$	$[U^T(P_n^{*T}), A]$

¹⁴ Cada par de estrategias mixtas (β_j, γ_l) corresponde al par de precios ofertados (P_j^{*T}, P_l^{*H}) , para $(j, l) = (0, 1, \dots, n-1)$.

Dadas las conjeturas que cada firma hace de qué ofertará su rival, para la firma térmica jugar cada posible estrategia de precios le significa recibir una utilidad esperada diferente:

$$(A19) \quad \begin{aligned} \Pi_T^E(P_0^{*T}) &= \gamma_0 \cdot U^T(P_0^{*T}) + \gamma_1 \cdot U^T(P_0^{*T}) + \dots + \gamma_{n-1} \cdot U^T(P_0^{*T}) + (1 - \gamma_0 - \dots - \gamma_{n-1}) \cdot U^T(P_0^{*T}) \\ &= U^T(P_0^{*T}) \end{aligned}$$

$$(A20) \quad \begin{aligned} \Pi_T^E(P_1^{*T}) &= \gamma_0 \cdot 0 + \gamma_1 \cdot U^T(P_1^{*T}) + \dots + \gamma_{n-1} \cdot U^T(P_1^{*T}) + (1 - \gamma_0 - \dots - \gamma_{n-1}) \cdot U^T(P_1^{*T}) \\ &= (1 - \gamma_0) U^T(P_1^{*T}) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$(A21) \quad \begin{aligned} \Pi_T^E(P_j^{*T}) &= \gamma_0 \cdot 0 + \gamma_1 \cdot 0 + \dots + \gamma_j \cdot U^T(P_j^{*T}) + \dots + (1 - \gamma_0 - \dots - \gamma_{n-1}) \cdot U^T(P_j^{*T}) \\ &= (1 - \gamma_0 - \dots - \gamma_{j-1}) U^T(P_j^{*T}) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$(A22) \quad \begin{aligned} \Pi_T^E(P_n^{*T}) &= \gamma_0 \cdot 0 + \gamma_1 \cdot 0 + \dots + \gamma_{n-1} \cdot 0 + (1 - \gamma_0 - \dots - \gamma_{n-1}) \cdot U^T(P_n^{*T}) \\ &= (1 - \gamma_0 - \dots - \gamma_{n-1}) U^T(P_n^{*T}) \end{aligned}$$

lo que implica que si para cada posible j , $\gamma_j \rightarrow 0$ entonces $\Pi_T^E(P_j^{*T}) = U^T(P_j^{*T})$.

A su vez, como esta función es creciente en el precio ofertado, entonces $P_{n+1}^T = P_H^*$ es la mejor respuesta de la firma térmica a cualquier estrategia posible de la firma hidráulica.

Siguiendo el mismo análisis, la firma hidráulica obtiene un pago esperado por jugar cada una de la estrategias iguales a:

$$(A23) \quad \begin{aligned} \Pi_H^E(P_0^{*H}) &= \beta_0 \cdot A + \beta_1 \cdot U^H(P_0^{*H}) + \dots + \beta_{n-1} \cdot U^H(P_0^{*H}) + (1 - \beta_0 - \dots - \beta_{n-1}) \cdot U^H(P_0^{*H}) \\ &= \beta_0 \cdot A + (1 - \beta_0) \cdot U^H(P_0^{*H}) \end{aligned}$$

$$(A24) \quad \begin{aligned} \Pi_H^E(P_1^{*H}) &= \beta_0 \cdot A + \beta_1 \cdot A + \beta_1 \cdot U^H(P_1^{*H}) + \dots + (1 - \beta_0 - \dots - \beta_{n-1}) \cdot U^H(P_1^{*H}) \\ &= (\beta_0 + \beta_1) \cdot A + (1 - \beta_0 - \beta_1) U^H(P_1^{*H}) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$(A25) \quad \begin{aligned} \Pi_H^E(P_j^{*H}) &= \beta_0 \cdot A + \dots + \beta_j \cdot A + \beta_{j+1} \cdot U^H(P_j^{*H}) + \dots + (1 - \beta_0 - \dots - \beta_{n-1}) \cdot U^H(P_j^{*H}) \\ &= \left(\sum_{m=1}^j \beta_j \right) \cdot A + \left(1 - \sum_{m=1}^j \beta_j \right) U^H(P_j^{*H}) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$(A26) \quad \begin{aligned} \Pi_H^E(P_n^{*H}) &= \beta_0 \cdot A + \beta_1 \cdot A + \dots + \beta_{n-1} \cdot A + (1 - \beta_0 - \dots - \beta_{n-1}) \cdot A \\ &= A \end{aligned}$$

con lo que si para cualquier j se cumple que $\beta_j \rightarrow 0$, entonces se debe cumplir que $\Pi_H^E(P_j^{*H}) = U^H(P_j^{*H})$ para todo $j \neq n$ y $\Pi_H^E(P_n^{*H}) = A$. Adicionalmente, por definición de P_H^* –que es la oferta que deja indiferente a la empresa hidráulica entre ganarse o perder la subasta– entonces este mismo precio es también la mejor respuesta de generador.

Queda así demostrado que el par (P_H^*, P_H^*) es el único equilibrio de Nash que sobrevive el refinamiento de la “mano temblorosa” y, por lo tanto, las estrategias (P_H^*, P_H^*) débilmente dominan al resto de los equilibrios de Nash en estrategias puras. Finalmente, como a igual precio ofrecido la subasta es adjudicada a la empresa que margina en el estado de naturaleza seco, entonces la empresa térmica obtiene este contrato de abastecimiento. ■

Demostración Proposición 4: Recordando que el precio nudo regulado se define como $P_N = \alpha \cdot c_H + (1 - \alpha) \cdot c_T$. Luego, la utilidad esperada obtenida por la firma térmica con este precio es igual a:

$$\begin{aligned} \Pi_T^E(P_N) &= \alpha \cdot u\left(\left[\alpha \cdot c_H + (1 - \alpha) \cdot c_T\right] - c_H\right) \cdot \bar{f} + (1 - \alpha) \cdot u\left(\left[\alpha \cdot c_H + (1 - \alpha) \cdot c_T\right] - c_T\right) \cdot \bar{f} \\ (A27) \quad &= \alpha \cdot u\left((1 - \alpha) \cdot \Delta c \cdot \bar{f}\right) + (1 - \alpha) \cdot u\left(-\alpha \cdot \Delta c \cdot \bar{f}\right) \end{aligned}$$

Por la desigualdad de Jensen:

$$\begin{aligned} &< u\left(\alpha(1 - \alpha) \cdot \Delta c \cdot \bar{f} - \alpha(1 - \alpha) \cdot \Delta c \cdot \bar{f}\right) \\ (A28) \quad &= u(0) \\ &= \Pi_T^E(P_T^*) \end{aligned}$$

Como la función $\Pi_T^E(P)$ es estrictamente creciente en P , luego si $\Pi_T^E(P_T^*) > \Pi_T^E(P_N)$ entonces $P_T^* > P_N$. Esto completa la demostración de i).

Para demostrar ii) basta con observar que P_T^* y P^S resuelven exactamente la misma ecuación:

$$(A29) \quad \alpha \cdot u\left(\left(P_T^* - c_H\right) \cdot \bar{f}\right) + (1 - \alpha) \cdot u\left(\left(P_T^* - c_T\right) \cdot \bar{f}\right) = 0$$

y

$$(A30) \quad \alpha \cdot u\left(\left(P^S - c_H\right) \cdot \bar{f}\right) + (1 - \alpha) \cdot u\left(\left(P^S - c_T\right) \cdot \bar{f}\right) = 0$$

Como el lado izquierdo de esta ecuación es una función estrictamente cóncava, en tanto es una combinación lineal de $u(\cdot)$ que es estrictamente cóncava también, entonces esa función tiene una única solución cuando igualada a cero, $P_T^* = P^S$. ■

Demostración Corolario 2: Ya se vio en la demostración previa que $P^S = P_T^*$, lo que unido al resultado del Corolario 1, $P_H^* = P_T^* = P_N$ completa esta prueba. ■

Demostración Proposición 5: Dada la definición de P_i' , con $i = \{H, T\}$, para la firma hidráulica se cumple que:

$$(A31) \quad \alpha u\left((P_H' - c_H)\bar{f}\right) + (1 - \alpha)u\left((P_H' - c_H^F)(k_{1-\alpha} + k_T)\right) = 0$$

y para la firma térmica se cumple que:

$$(A32) \quad \alpha u\left((P_T' - c_H)\bar{f}\right) + (1 - \alpha)u\left(P_T'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T\right) = (1 - \alpha)u\left((c_H^F - c_T)k_T\right)$$

Contrario a lo que se quiere demostrar, supóngase que $P_H' > P_T'$. Reemplazando P_H' en (A32):

$$(A33) \quad \alpha u\left((P_H' - c_H)\bar{f}\right) + (1 - \alpha)u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T\right) > (1 - \alpha)u\left((c_H^F - c_T)k_T\right)$$

Reemplazando (A31) en (A33) y simplificando se obtiene:

$$(A34) \quad -u\left((P_H' - c_H^F)(k_{1-\alpha} + k_T)\right) + u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T\right) > u\left((c_H^F - c_T)k_T\right)$$

Reordenando convenientemente (A35) encontramos que:

$$(A35) \quad \begin{aligned} & u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T\right) - u\left((P_H' - c_H^F)(k_{1-\alpha} + k_T)\right) > \\ & u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T - \left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_H^F k_T\right)\right) \end{aligned}$$

Lo cual contradice una consecuencia inmediata del supuesto de concavidad estricta de la función de utilidad de los dueños de las empresas generadoras. Por lo tanto, $P_T' > P_H'$.

Lo que sigue de la demostración es trivial una vez comprobadas las Proposiciones 3 y 4. La segunda parte de la Proposición 5 se demuestra intercambiando las correspondencias de reacción construidas para la Proposición 2 (la correspondencia de la firma hidráulica corresponde a la de la térmica y vicever-

sa). Es fácil ver que la firma hidráulica se adjudica la subasta ofertando lo mismo que la firma térmica, pues en este caso a igual oferta es la firma hidráulica la que obtiene el contrato con la distribuidora. Las ofertas de cada firma que son equilibrio de Nash están caracterizadas por $P_H = P_T$ y $(P_H, P_T) \in [P_H', P_T']$.

La tercera parte de la demostración es similar. Basta con seguir el refinamiento de la “mano temblorosa” resuelto en la demostración de la Proposición 3, reemplazando las ecuaciones y los pagos de la firma hidráulica por los de la térmica y viceversa. Con todo, es la firma hidráulica la que obtiene el contrato de abastecimiento y a un precio igual a P_T' . ■

Demostración Proposición 6: De acuerdo a la definición de P_i'' , se cumple que:

$$(A36) \quad \alpha \cdot u\left(\left(P_H'' - c_H\right)\bar{f}\right) + (1 - \alpha) \cdot u\left(P_H''(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F \bar{f}\right) = 0$$

$$(A37) \quad \begin{aligned} & \alpha \cdot u\left(\left(P_T'' - c_H\right)\bar{f}\right) + (1 - \alpha) \cdot u\left(P_T''(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F \bar{f} + c_H^F k_T - c_T k_T\right) \\ & = (1 - \alpha) \cdot u\left(\left(c_H^F - c_T\right)k_T\right) \end{aligned}$$

Supóngase lo contrario a lo que se desea mostrar, es decir $P_H'' > P_T''$. Reemplazando P_H'' en (A37) y siguiendo el mismo procedimiento de la demostración anterior, se llega a:

$$(A38) \quad -u\left(P_H''(k_{1-\alpha} + T) - c_H^F \bar{f}\right) + u\left(P_H''(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F \bar{f} + c_H^F k_T - c_T k_T\right) > u\left(\left(c_H^F - c_T\right)k_T\right)$$

Lo que contradice el supuesto de función de utilidad estrictamente cóncava. Por lo tanto, se demuestra que $P_T'' > P_H''$, lo que significa que la firma hidráulica se adjudica la subasta ofreciendo $P_H = P_T$ y $(P_H, P_T) \in [P_H'', P_T'']$.

Los equilibrios de Nash y el equilibrio de Nash refinado o de la “mano temblorosa”, correspondientes a las partes ii) y iii) de esta proposición, se resuelven siguiendo el mismo procedimiento mencionado en la demostración de la Proposición 5. Esto es, intercambie las ecuaciones y los pagos de la firma hidráulica por los de la térmica y viceversa. Esto cumple con la demostración. ■