



F U N D A Ç Ã O
GETULIO VARGAS

EPGE

Escola de Pós-Graduação
em Economia

Ensaaios Econômicos

Escola de

Pós-Graduação

em Economia

da Fundação

Getúlio Vargas

Nº 403

ISSN 0104-8910

Aprendizado Evolucionário, Inércia Inflacionária e Recessão em Desinflações Monetárias

Humberto Luiz Ataíde Moreira, Marco Antônio Cesar Bonomo, Vinícius Carrasco

Novembro de 2000

URL: <http://hdl.handle.net/10438/838>

Os artigos publicados são de inteira responsabilidade de seus autores. As opiniões neles emitidas não exprimem, necessariamente, o ponto de vista da Fundação Getúlio Vargas.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

Diretor Geral: Renato Fragelli Cardoso

Diretor de Ensino: Luis Henrique Bertolino Braido

Diretor de Pesquisa: João Victor Issler

Diretor de Publicações Científicas: Ricardo de Oliveira Cavalcanti

Luiz Ataíde Moreira, Humberto
Aprendizado Evolucionário, Inércia
Inflacionária e Recessão em Desinflações Monetárias/
Humberto Luiz Ataíde Moreira, Marco Antônio Cesar Bonomo,
Vinícius Carrasco - Rio de Janeiro : FGV,EPGE, 2010
(Ensaio Econômico; 403)

Inclui bibliografia.

CDD-330

Aprendizado Evolucionário Inércia Inflationária e Recessão em Desinfações Monetárias

Marco Bonomo
EPG E/FGV

Vinicius Carrasco
Stanford University

Humberto Moreira
PUC-Rio

November 17, 2000

Abstract

Este artigo busca justificar a evidência casual de que desinfações monetárias tendem a ser acompanhadas de queda no produto utilizando-se do arcabouço da Teoria dos Jogos Evolucionários. A aplicação deste arcabouço tem o seu apelo porque combina duas hipóteses frequentemente apontadas como responsáveis pelo fato de que desinfações críveis têm custos: racionalidade limitada e falha de coordenação. A análise das desinfações constitui-se na análise da transição entre dois equilíbrios estacionários. A dinâmica da economia em direção ao novo equilíbrio do jogo de estabelecimento de preços é dada pela dinâmica replicadora, que usa uma regra de seleção de estratégias muito simples: estratégias que apresentam desempenho pior que a média têm sua utilização reduzida ao longo do tempo. Os custos da desinfação em nosso modelo dependem do número de agentes passivos, que adotavam a estratégia ótima para o equilíbrio inflacionário, se convertem em agentes ativos, que adotam estratégias maximizadoras durante a transição.

1 Introdução

Há clara evidência histórica de que tentativas de combate à inflação baseadas em controle de demanda agregada resultam em quedas de produto. Isto decorre da redução defasada no ritmo de crescimento de preços, o que faz com que a recessão aconteça antes que a redução desejada na inflação se efetive.

A pergunta óbvia que surge então é do porquê os agentes não ajustarem imediatamente seus preços quando da efetivação da política anunciada. Claramente, sob a hipótese de que a autoridade monetária cumpra rigorosamente o anúncio, o ajuste correspondente dos preços resulta na cessação imediata da inflação sem nenhuma perda de produto. Parte da literatura - associada à escola Novo Clássica - aponta a falta de credibilidade da autoridade monetária como sendo a única responsável pelo não ajuste completo dos preços. Especialmente, com credibilidade imperfeita e expectativas racionais, os price setters tendem a ajustar seus preços tendo como referência uma média do estoque nominal de

moeda, que pondera a probabilidade de o anúncio não ser efetivado e a política monetária não ser tão restritiva quanto o anunciado. Como consequência, na hipótese de que se cumpra o anúncio, a economia entrará em recessão. No entanto, como notado por Ball (1991), sob a hipótese de que não se cumpra o anúncio, a economia deveria se expandir, o que é contrafactual. A credibilidade imperfeita não explica a evidência de que programas de combate à inflação causam, em média, recessão.

Por outro lado, há uma vasta literatura que enfatiza de que o custo das desinflações deve-se à rigidez nominal dos preços, que seria uma característica essencial das economias monetárias. Acreditava-se que a hipótese de rigidez nominal associada ao intercalamento dos ajustes de preços por si só justificariam o caráter recessivo das desinflações monetárias. Tal crença baseava-se no suposto de que modelos que geram inércia de preços também gerariam inércia inflacionária. Como mostrado por Ball (1994), tal presunção era infundada.

A hipótese de rigidez nominal e de contratos intercalados podem ser interpretadas como sendo um artifício de modelagem para captar o problema de coordenação, que desde então acreditava-se ser o cerne do problema das desinflações monetárias. Simonsen (1983) resolve atacar diretamente a questão do modelando explicitamente as decisões individuais de determinação de preços como um jogo de estabelecimento de preços entre as firmas. Simonsen critica a relevância do conceito de equilíbrio de Nash para a solução deste jogo, adotando uma solução em que os agentes agem com um grau extremo de prudência. Esta ideia foi aperfeiçoada em Dow, Simonsen e Werlang (1993), que se utilizam do conceito de incerteza knightiana em jogos introduzido por Dowe Werlang (1994).

Neste artigo, trataremos o problema da inércia inflacionária como sendo um problema de coordenação envolvendo racionalidade limitada por parte dos agentes. Mais especificamente, suporemos que parte dos agentes não são completamente racionais, mais tem um aprendizado do tipo preconizado em jogos evolucionários. Isto afeta o resultado macroeconômico direta e indiretamente. O efeito indireto deve-se à complementaridade estratégica no estabelecimento de preços que faz com que o estabelecimento de preços dos agentes racionais seja influenciada pelos preços dos agentes passivos. Como consequência uma pequena proporção de agentes evolucionários é suficiente para gerar inércia inflacionária e perda de produto mesmo para estabilizações perfeitamente críveis. Este resultado confirma a conjectura de Ball (1991), e é similar ao resultado encontrado por Bonomo (1992), onde em uma situação de complementaridade estratégica alta, uma pequena proporção de agentes não neutros é capaz de causar substancial não neutralidade na economia.

A hipótese da existência de um grupo de agentes não racionais em modelos de dinâmica inflacionária tem sido utilizada de diversas formas em artigos recentes para justificar a inércia inflacionária. Roberts (1997) justifica a inércia inflacionária a partir de expectativas que têm um componente adaptativo. Ball (2000) reafirma a ideia de expectativa adaptativa ao propor que agentes façam previsões ótimas com base na série de inflações passada, ignorando outras variáveis. Ele argumenta que a perda incorrida pela quase racionalidade é pequena no caso da economia americana. A matoel e Aubach (2000) propõem um modelo

no qual uma fração dos agentes usam regras de bolso ...mas determinam o preço extrapolando a inflação passada e consumidores esperam consumir uma fração da renda disponível.

Acreditamos que a inovação deste trabalho esteja em propor uma dinâmica para o desvio da racionalidade que interage com a transição entre estados inflacionários. Lucas (1986) considera que as regras de decisão associadas à racionalidade (mais especificamente, a expectativas racionais) sejam estados estacionários de algum processo adaptativo. Uma idéia similar a esta motiva o presente trabalho. Quando parte dos agentes reajusta os seus preços automaticamente de acordo com a inflação corrente durante o estado estacionário, está agindo otimamente, embora por inércia. Quando a política de desinflação é adotada, a inércia se torna custosa e este custo determina a velocidade de conversão dos agentes passivos em racionais. De forma mais direta, tomaremos emprestado da teoria dos jogos evolucionários a chamada dinâmica replicadora que estabelece que a proporção de agentes adotando uma certa estratégia aumenta (diminui) se tal estratégia gera um payoff maior (menor) que o payoff médio das estratégias. No nosso contexto, os agentes passivos obterão o um payoff menor que o da média da economia na transição e, portanto, tenderão a desaparecer assintoticamente, o que implicará que a economia convergirá para o equilíbrio em expectativas racionais no longo prazo (isto é, no longo prazo, todos os jogadores terão localizado o novo Equilíbrio de Nash). A dinâmica deste aprendizado interage com a trajetória de desinflação da política monetária, determinando a inércia inflacionária e a perda do produto.

A primeira seção do artigo apresenta, a partir da regra ótima de estabelecimento de preços resultante de uma economia em competição monopolística, como a proposta por Blanchard e Kiyotaki (1987), o jogo de estabelecimento de preços que exploraremos. Descreveremos o exercício de estabilização de preços com credibilidade perfeita sob a hipótese de que parte dos agentes age de forma passiva. Estabeleceremos a dinâmica replicadora para estes agentes, obtendo, assim, uma trajetória no tempo para os mesmos. Derivaremos as trajetórias do nível geral de preços e do produto sob esta hipótese, comparando com o resultado sob expectativas racionais. A segunda seção estende o modelo para desinflações lineares incluindo a possibilidade de que a autoridade monetária possa abandonar a desinflação. A última seção faz os comentários finais.

2 Inércia Inflacionária e o Aprendizado Evolucionário Credibilidade Perfeita e Desinflação Imediata

Nesta seção, apresentamos o resultado de uma tentativa de estabilização de preços em uma economia em que parte dos agentes têm inicialmente estratégia passiva e aprende apenas evolucionariamente o novo equilíbrio. Faremos a suposição de que o processo de aprendizado destes agentes segue uma regra bastante simples: estratégias que geram payoff maior do que o payoff médio da economia tendem a se reproduzir. Mostraremos que este processo de aprendi-

dizagem resulta, no longo prazo, em um equilíbrio em expectativas racionais. No entanto, como não se atinge este equilíbrio instantaneamente, veremos que a economia sofrerá uma perda de produto decorrente da inércia inflacionária.

2.1 O Equilíbrio Estacionário com Inflação

Considerando uma economia com competição monopolística entre produtores, com produtos com elasticidade de substituição constante, e moeda na função utilidade, como a descrita pelo modelo de Blanchard e Kiyotaki (1987), pode-se mostrar que o preço relativo ótimo estabelecido pelo produtor i é

$$P_i = \theta P^{-a} M^{1-a} \quad (1)$$

no qual P é uma medida do nível geral de preços (que consideraremos como sendo igual à média geométrica dos preços adotados pelos agentes), M é o estoque nominal de moeda e $0 < a < 1$ é um parâmetro que depende de alguns parâmetros da função utilidade do produtor-consumidor. A equação acima reflete a interdependência estratégica no estabelecimento de preços nesta economia. O produtor-consumidor i , ao estabelecer o seu preço ótimo, leva em consideração, através do nível geral de preços P , os preços escolhidos pelos demais produtores. O equilíbrio de Nash simétrico para este jogo de estabelecimento de preços é dado pela condição

$$P_i = P = \theta_0 M \quad (2)$$

na qual $\theta_0 = \theta^{-1/a}$:

Portanto, o preço ótimo de cada produtor (e o nível geral de preços) é uma função linear do estoque nominal de moeda da economia.

É razoável supor que, em um ambiente de inflação crônica, o estoque nominal de moeda cresce a uma taxa constante, γ , isto é

$$M(t) = M_0 \exp(\gamma t) \quad (3)$$

Substituindo-se (3) em (2), tem-se, prontamente,

$$P_i = P = \theta_0 M_0 \exp(\gamma t) \quad (2')$$

Claramente, em uma situação de equilíbrio, o nível geral de preços cresce à mesma taxa, γ , que o estoque nominal de moeda.

2.2 Estratégias de Determinação de Preços durante a Estabilização

Suponhamos que a autoridade monetária anuncie (de forma totalmente crível) que a partir de um instante t^d do tempo o estoque nominal de moeda se estabilize em $M_0 \exp(\gamma t^d)$:

Em outras palavras, que a trajetória do estoque nominal de moeda seja descrita por

$$M(t) = M_0 \exp(\frac{1}{4} t^2); \quad 8t \leq t^2 \quad (4)$$

Em um equilíbrio de expectativas racionais, dada a total credibilidade do anúncio de estabilização, os agentes adotariam imediatamente a estratégia associada ao equilíbrio de Nash, isto é estabeleceriam seus preços de acordo com (2'), o que implicaria

$$P(t) = \frac{1}{\theta_0} M_0 \exp(\frac{1}{4} t^2) \sim P_0; \quad 8t \leq t^2 \quad (5)$$

e, como consequência, uma taxa de inflação igual a zero a partir da efetivação da nova política monetária. Tem-se, como resultado de um anúncio crível de mudança de política monetária, a possibilidade de uma estabilização de preços sem efeito recessivo sobre a economia.¹

Tal resultado depende crucialmente da hipótese de que (todos) os agentes estejam aptos a localizar o novo equilíbrio de Nash da economia quando da efetivação da nova política, conforme apontado por Simonsen (1983). Adotaremos a hipótese de que uma fração dos produtores continue, de forma passiva, adotando a estratégia associada à política monetária anterior.² Claramente, tal passividade tem um custo: na economia aqui descrita, os agentes incorrem em uma perda por estarem fora de seu preço ótimo, sendo esta perda uma função do número de pessoas que ajusta seu preço em acordo com a nova política monetária. Mais especificamente, suporemos que uma proporção $k > 0$ de agentes continuem estabelecendo seu preço em acordo com (2'), que pode ser reescrita para instantes de tempo maiores ou iguais a t^2 como

$$P_n(t^2 + t^2) \sim P_n(t^2) = \frac{1}{\theta_0} M_0 \exp[\frac{1}{4} (t^2 + t^2)] \sim P_0 \exp(\frac{1}{4} t^2),$$

para $t^2 \geq 0$ e na qual P_0 corresponde ao equilíbrio de Nash simétrico sob nova política monetária.

A proporção complementar $(1 - k)$ de agentes na economia adota a estratégia ótima $P_r(t^2) = \frac{1}{\theta_0} M_0 \exp(\frac{1}{4} t^2)$. Usando-se o fato de que a política monetária para instantes de tempo maiores ou iguais a t^2 é dada por $M_0 \exp(\frac{1}{4} t^2) = \frac{P_0}{\theta_0}$, temos que o preço ótimo é dado por

$$P_r = \frac{1}{\theta_0} P_r^{1-k} (P_0 \exp(\frac{1}{4} t^2))^k \frac{P_0}{\theta_0} \quad (7)$$

¹Uma proxy para o produto real desta Economia é o estoque real de moeda M/P . É óbvio, portanto, que, em Expectativas Racionais, o produto da Economia não se altera quando da efetivação da nova política dado que o nível geral de preços não apresenta um comportamento de inércia.

²É como se parte dos agentes não percebessem que, com a mudança da política monetária, o jogo mudou.

que resolvendo para P_r ,³ implica

$$P_r = P_0 \exp(\theta(k)t^a) \quad (8)$$

no qual

$$\theta(k) = \frac{\frac{1}{2}ka}{1 - (1 - k)a} < \frac{1}{4}, \quad \forall k,$$

note-se que $\theta(0) = 0$, o que implica que os agentes otimizados adotariam a estratégia relativa ao equilíbrio de Nash simétrico caso não houvesse agentes passivos nesta economia. Utilizando-se a expressão para o preço ótimo e a expressão para o preço adotado pela proporção k de agentes míopes, temos que o nível geral de preços pode ser descrito como

$$P = P_r^{1-k} (P_0 e^{nt})^k = P_0 \exp[(t^a k(n + \theta(k)) + \theta(k)t^a)]: \quad (9)$$

Note-se que o resultado de inércia decorre de dois efeitos. O primeiro deles é o efeito direto de uma proporção de agentes na economia continuar a reajustar seus preços à mesma taxa que ajustavam sob a política anterior. O efeito indireto segue do fato de que, ao estabelecer otimamente seu preço relativo, o agente racional leva em consideração o nível geral de preços, a estratégia adotada pela proporção de agentes passivos e, como consequência, segue reajustando seu preço (ainda que a uma taxa menor que $\frac{1}{4}$). Em outras palavras, neste trabalho consideramos inércia intencional como sendo resultado da interação entre a passividade de alguns agentes e a complementaridade estratégica existente no jogo de estabelecimento de preços, que faz com que a passividade dos agentes irracionais tenha influência sobre o preço estabelecido pelos agentes racionais.⁴

Note-se que, se todos os agentes se coordenassem prontamente para o novo equilíbrio, não teríamos o resultado de inércia. Estamos em uma situação em que haveria ganhos para todos os agentes se todos estabelecessem seus preços em P_0 . No entanto, individualmente, isto só é ótimo se tal estratégia também for adotada pelos demais agentes. Em outras palavras, há um problema de falha de coordenação. No nosso modelo, é a existência de agentes míopes que impede que os agentes se coordenem na estratégia P_0 .⁵

³Implicitamente, estamos usando o fato de que os agentes racionais conhecem a estratégia utilizada pelos agentes míopes, o que os capacita a inferir, a partir do nível geral de preços, a proporção de agente irracionais. Trata-se da conhecida hipótese de que as estratégias a disposição dos agentes são de conhecimento comum.

⁴A hipótese de que os custos de desintenção podem ser explicados por alguma forma de comportamento que envolva desvios em relação à racionalidade já foi levantada por Ball (1991). O outro artigo que serve de motivação para este trabalho é o de Roberts (1997). Neste trabalho encontra-se que os dados americanos de intenção são condizentes com um modelo em que os preços são rígidos e as expectativas são uma combinação convexa entre expectativas racionais e backward looking.

⁵Cooper e John (1988) é uma referência seminal na constatação de que resultados Keynesianos podem ser decorrentes de falhas de coordenação dos agentes em situações que apresentam complementaridade estratégica.

O intuito básico deste trabalho é propor um mecanismo de aprendizado para os agentes míopes que consiga descrever sua trajetória ao longo do tempo. Faremos isto através da dinâmica replicadora. Com a trajetória destes agentes em mãos, conseguiremos descrever a trajetória do nível geral de preços e do produto desta economia.

2.3 Dinâmica Replicadora como Mecanismo de Seleção de Estratégias

Adotaremos a hipótese de que os agentes míopes incorrem em uma perda quadrática ao não estabelecerem otimamente seus preços.⁶ Mais especificamente, suporemos que a perda toma a seguinte forma⁷

$$L_n = \frac{1}{2} \tau [P_n - P_r]^2 \quad (10)$$

na qual $\tau > 0$. Substituindo-se as expressões para o preço estabelecido pelos agentes míopes e para o preço ótimo, temos que a perda pode ser descrita por

$$L_n = \frac{1}{2} \tau [P_0 \exp(\lambda t) - P_r]^2 \quad (10')$$

Tomaremos emprestada da teoria dos jogos evolucionários a chamada dinâmica replicadora, que estabelece que a proporção de jogadores adotando determinada estratégia aumenta (diminui) se o payoff obtido por esta estratégia for maior (menor) que o payoff médio. Mais especificamente, a Dinâmica Replicadora toma a seguinte forma⁸

$$\frac{dx_i}{dt}(t) = x_i(t) [U(a_i; x(t)) - \bar{U}(x(t))], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

no qual x_i é a proporção de jogadores adotando a estratégia a_i , $U(a_i; x(t))$ é o payoff obtido pela estratégia a_i e $\bar{U}(x(t))$ é o payoff médio. Esta regra de aprendizado simples gera resultados bastante fortes como (i) se um perfil de estratégias mistas $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ é um equilíbrio de Nash simétrico, então x^* é um estado estacionário do sistema (11); (ii) se o estado estacionário x^* é estável, então $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ é um equilíbrio de Nash; e (iii) se uma estratégia

⁶ Obviamente, os agentes racionais, por adotarem o preço ótimo, não incorrem em perda alguma.

⁷ Podemos justificar tal perda através de uma aproximação de segunda ordem da função lucro ao redor do preço ótimo. Vejamos:

$$\pi(P_i) \cong \pi(P^*) + \pi'(P^*) [P_i - P^*] + \frac{1}{2} \pi''(P^*) [P_i - P^*]^2.$$

A condição de primeira ordem para lucro máximo é $\pi'(P^*) = 0$. Portanto, podemos aproximar a função perda por

⁸ Para derivação ver Weibull (1998) ou Fudenberg e Levine (1988).

pura a for estritamente (ou iteradamente) dominada, entã o a proporçã o de agentes que a adota converge para 0 no longo prazo⁹

|| o nosso caso espec...co temos duas estratã gias: os agentes ajustam otima mente seus preç os ou continuam adotando o preç o associado à pdlítica monetã ria anterior.¹⁰ || o equilã brio inç adonã rio as duas estratã gias geram payoã s equiv alentes, já que a estratã gia passiva é também ótima nesta situaçã o. Quando muda a pdlítica monetã ria a situaçã o muda, e os que utilizam a estratã gia ativa nã o incorrem em perda alguma. Os segundos incorrem na perda expressa por (10'). Utilizando se as expressõ es para a dinã mica replicadora e o payoã médio da economia, temos que a dinã mica para a proporçã o de pessoas que nã o estabelecem seus preç os otimamente é dada por¹¹

$$\frac{dk}{dt} = k(1 - k)L_n \quad (12)$$

que, substituindo se a expressã o para L_n , toma a seguinte forma

$$\frac{dk}{dt}(t) = k(1 - k)^{-\frac{1}{\alpha}} P_0 \exp(nt^{\frac{1}{\alpha}}) - P_0 \exp\left(\frac{nk \alpha t^{\frac{1}{\alpha}}}{1 - (1 - k)\alpha}\right)$$

Hã dois estados estacionã rios para esta equaçã o diferencial. Eles correspondem aos estados $k = 0$ ¹² e $k = 1$. || ote se, no entanto, que para todo k diferente de 0 e 1, tem-se $\frac{dk}{dt} < 0$. Conclui-se que o estado estacionã rio associado a $k = 0$ é globalmente está vel. ||ã o é possível encontrar uma soluçã o analítica para (12'), o que sugere que a equaçã o diferencial acima deve ser resolvida através de métodos numéricos.¹³ || o entanto, uma característica da dinã mica é observã vel sem que tenhamos uma soluçã o explícita. Para instantes de tempo suficientemente grandes, a proporçã o de agentes míqpes vai a zero. Esta constataçã o relaciona se diretamente com um dos resultados apresentados. Vimos que estratã gias estritamente dominadas tendem a desaparecer da populaçã o para qualquer condiçã o inicial interior; isto é, neste caso, para qualquer condiçã o inicial em que haja alguns agentes adotem o preç o ótimo. || o nosso exemplo nã o adotar o preç o ótimo é uma estratã gia estritamente dominada.

⁹ Esta última condiçã o vale para qualquer condiçã o inicial que seja ponto interior do simplex de estratã gias. Para as provas de tais resultados, remetemos o leitor a Weibull (1998).

¹⁰ O resultado (iii) torna equivalente a nossa abordagem com duas estratã gias ao caso em que há um número finito de estratã gias sendo todas, com exceçã o de uma, a de adotar o preç o ótimo iteradamente dominadas.

¹¹ Claramente, o payoã médio da economia é dado por kL_n .

¹² || o fundo, o resultado de que $k = 0$ é um estado estacionã rio da dinã mica replicadora advém do fato que ajustar o preç o otimamente é um equilã brio de Nash. Ver o resultado (i).

¹³ Poderíamos linearizar (12') em torno de $k = 0$ e, como consequência, obter uma soluçã o analítica para a dinã mica linearizada. Deve se notar, entretanto, que, ao linearizar (12'), estaríamos retirando todo o efeito da complementaridade estratégica sobre a trajetória dos agentes míqpes. Isto faria com que os efeitos reais da existência de agentes míqpes fossem diminuídos.

2.4 Persistência Inflacionária e Perda de Produto

Com a expressão que descreve a trajetória para k , podemos fazer alguns exercícios relativos a persistência inflacionária e perda de produto quando de uma tentativa de estabilização de preços. Definindo $p = \ln P$ e $p_0 = \ln P_0$, temos, ao tomarmos o logaritmo da expressão do nível geral de preços (9),

$$p = p_0 + (n_1 - \alpha(k)) t^k + \alpha(k) t^0$$

Um resultado que será confirmado pelos exercícios de simulação que faremos, é que, sob a hipótese de que a trajetória dos preços dos agentes passivos seja dada pela dinâmica (12'), temos que o nível geral de preços converge para o nível de preços associado ao equilíbrio em expectativas racionais, P_0 . Portanto, a Economia converge para uma situação de inflação zero ou, em outras palavras, a economia converge para uma situação em que todos os agentes adotam a estratégia associada ao equilíbrio de Nash simétrico que implicará um nível geral de preços constante em P_0 . Entretanto, ao contrário do que ocorreria em um equilíbrio em expectativas racionais, a trajetória da economia em direção a este estado estacionário é muito mais tortuosa devido a existência de agentes passivos.

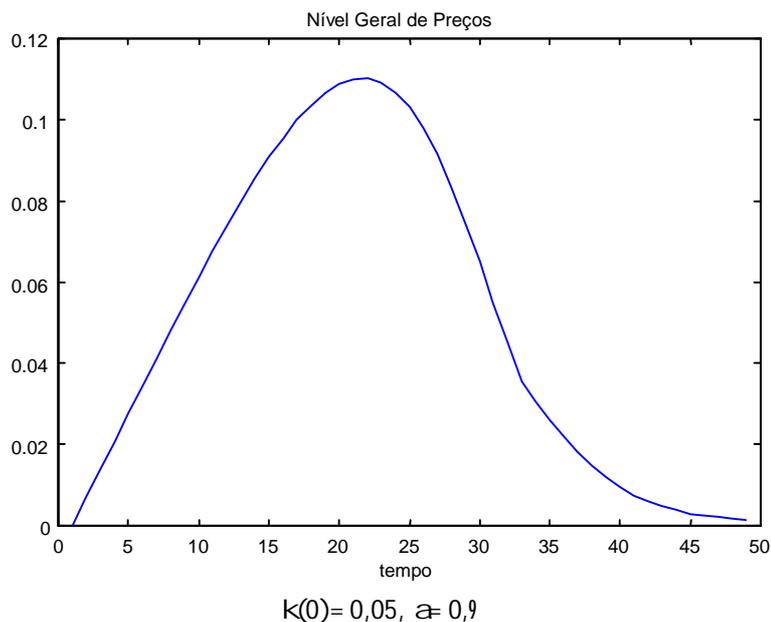


Figura 1

A Figura 1 demonstra este fato para uma proporção inicial de agentes passivos de 5% e uma taxa de inflação de 5%. Note-se que consideramos uma alta complementaridade estratégica ($a = 0,9$), o que faz com que os efeitos reais da passividade sejam majorados. Isto ocorre por duas razões: (i) quanto maior a complementaridade estratégica, mais peso os agentes racionais dão ao comportamento dos agentes passivos, o que implica que os próprios agentes racionais ajustam mais rapidamente os seus preços, e (ii) a perda dos agentes irracionais é menor, devido ao que foi exposto no item (i), e, portanto, sua velocidade de desaparecimento é menor.

O (logarítmico) nível geral de preços de equilíbrio de longo prazo é igual a P_0 (que normalizamos para zero). Entretanto, tem-se que, para um período de tempo não desprezível, esta medida assume valores maiores que o associado ao longo prazo¹⁴. O produto desta economia é o negativo do nível geral de preços. Tem-se, como consequência, que os efeitos reais da tentativa de estabilização são negativos e persistentes. Deve-se ressaltar que complementaridade estratégica é fundamental para o principal resultado do trabalho: pequenos (em termos de proporção) desvios de racionalidade podem gerar substanciais efeitos reais na economia se houver interação estratégica entre os agentes. Este resultado é um caso particular do princípio geral derivado em Bonomo (1992), segundo o qual uma pequena proporção de agentes não neutros pode gerar importantes efeitos reais na economia se a complementaridade estratégica for suficientemente forte. Para ilustrar este resultado, a Figura 2 descreve a trajetória do nível geral de preços para uma economia com a mesma taxa de inflação e proporção inicial de agentes passivos, mas sem complementaridade estratégica ($a = 0$).

¹⁴ Note-se, ainda, que a derivada do nível geral de preços é positiva para instantes de tempo superiores ao da efetivação da estabilização. O contrário, gerando inércia na taxa de inflação.

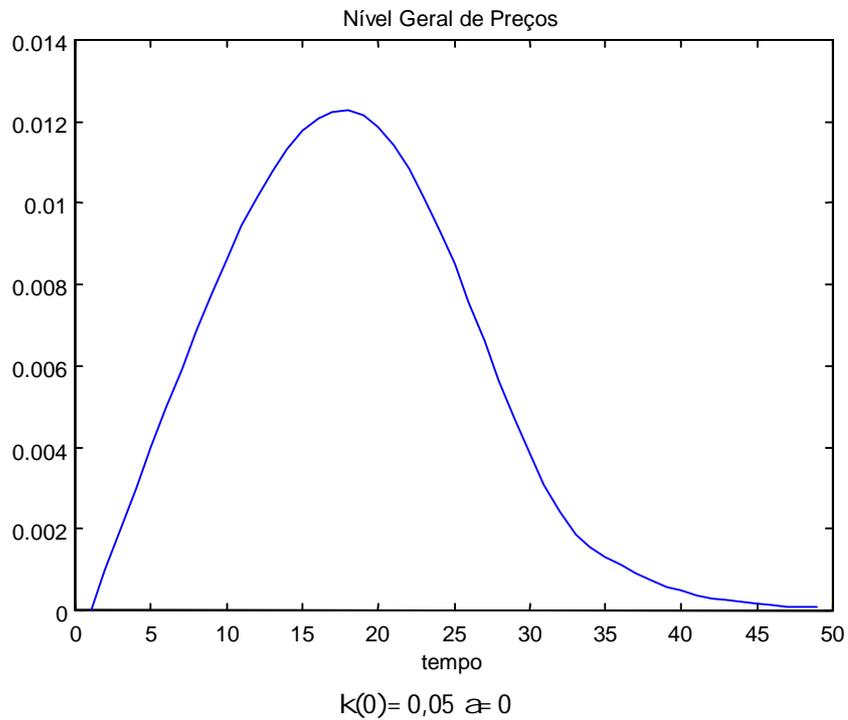
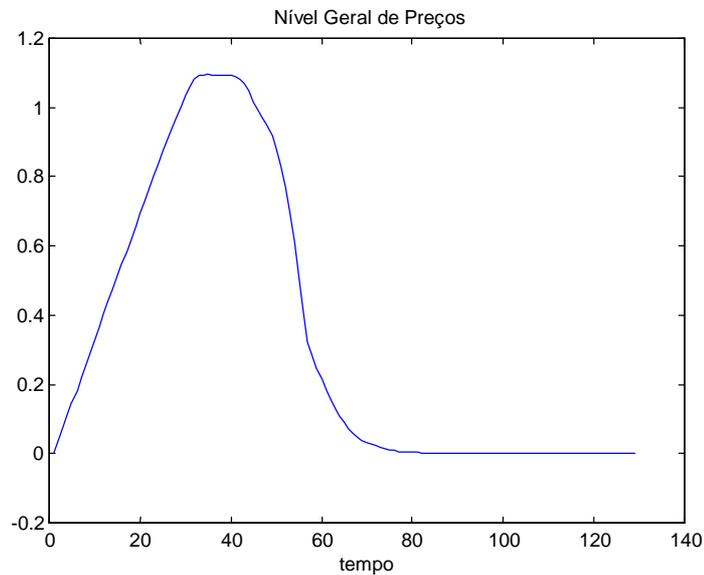


Figura 2

Em primeiro lugar, o efeito da complementariedade estratégica sobre a magnitude do nível geral de preços (e como consequência, no produto) é bastante grande. O nível geral de preços atinge, em seu máximo, o valor (aproximado) de 0,012 para $a = 0$ e 0,11 para $a = 0,9$. Em outras palavras, os efeitos da passividade ($k(0) = 0,05$) são dez vezes maiores no caso em que há alta complementariedade estratégica. Pouca diferença há, no entanto, no que diz respeito à persistência dos efeitos. Em ambos os casos, os efeitos reais parecem ter a mesma duração independentemente do grau de complementariedade estratégica. Pelas simulações que realizamos, parece nos que diferenças nas propriedades iniciais de agentes míopes geram diferenças na persistência dos efeitos reais. A Figura 3 ilustra este resultado.



$$k(0) = 0,8 \quad a = 0,9$$

Figura 3

Um resultado interessante gerado pelo nosso modelo é que a persistência dos efeitos reais resultantes de um programa de estabilização é menor para taxas de inflação maiores (ver Figura 4). Claramente, isto decorre do fato de que a velocidade com que os agentes irracionais desaparecem da economia é maior quanto maior for π , como pode ser visto pela dinâmica (12'). Em outras palavras, nosso modelo prevê que os agentes conseguem se coordenar mais rapidamente em direção ao novo equilíbrio em situações de alta inflação.

A seguir comparamos nossa fórmula com as de Simonsen (1983), e Dowd, Simonsen e Wierling (1993).

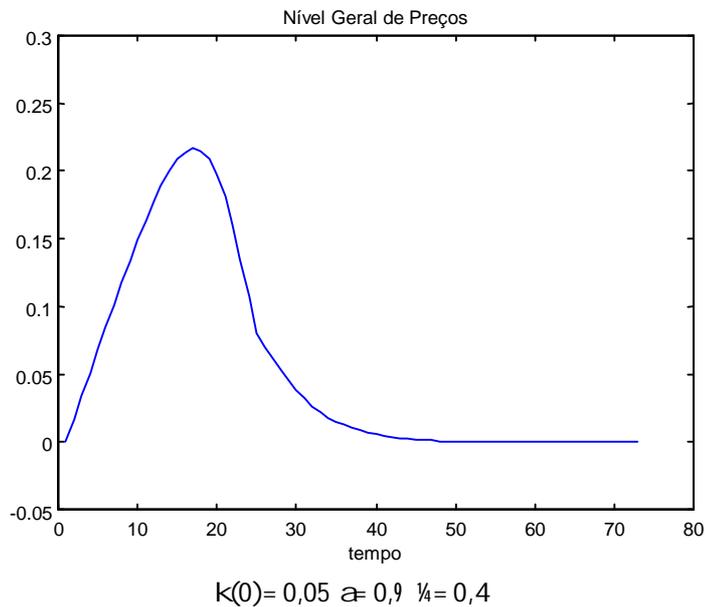


Figura 4

2.5 Comparação com Simonsen (1983) e Dow, Simonsen e W erlang (1993)

Simonsen (1983) supõe que os agentes estejam aptos a localizar o novo equilíbrio de ℓ ash após a mudança de política monetária, mas que estejam incertos quanto ao fato de os outros agentes estarem jogando tal estratégia. Tal incerteza faz com que os agentes adotem estratégias maximin que garantem ao menos a obtenção de um payoff mínimo no pior estado da natureza¹⁵. Sob a hipótese de que os agentes adotam estratégias maximin e supondo uma trajetória (ad hoc) para esta estratégia, Simonsen mostra que o resultado de estabilização é indolor e o mais vigoroso, gerando-se inércia inflacionária e, dado o estoque nominal de moeda... xq, uma diminuição do estoque real de moeda.

Entretanto, ao mesmo tempo que parece nos pouco razoável que os agentes estejam aptos a localizar imediatamente o novo equilíbrio de ℓ ash, isto é que um equilíbrio de expectativas racionais vigora e que a redução da inflação a zero acontece instantaneamente sem custo algum em termos de produto, tampouco parece nos razoável que os agentes sejam avessos ao risco ao extremo de forma a adotarem estratégias maximin. Il o jogo de estabelecimento de preços com o qual estamos lidando, não há razão para que um jogador acredite que os outros jogadores ajam de forma a minimizar o seu payoff, pois não se trata

¹⁵ Formalmente, uma estratégia maximin resolve o seguinte problema: $\max_i \min_j U(a_i, a_j)$, no qual $U(.,.)$ representa o payoff do jogador, $a_i, i = 1, \dots, n$, representa o conjunto de ações do jogador, $a_j, j = 1, \dots, n$, representa o conjunto de ações a disposição do outro jogador.

de um jogo de soma zero. Em jogos não estritamente competitivos, a escolha da estratégia maximin diante de uma probabilidade muito pequena de que o oponente talvez por erro escolha uma estratégia que minimize seu payoff é a grosso modo equivalente a uma aversão ao risco infinita.

Para gerar o seu resultado, Simonsen (1983) também precisa especificar, a cada momento, o conjunto de estratégias admissíveis que servirá de base para a estratégia maximin. A estratégia maximin no seu modelo equivale a supor que os competidores escolham o payoff máximo do conjunto de payoffs possíveis, onde este conjunto é definido de forma ad hoc (porque não de zero a infinito?). Para justificar o equilíbrio intencional inicial, este conjunto deve ser degenerado e incluir somente o payoff de equilíbrio. Ele considera que quando há estabilização, o elemento máximo deste conjunto é o payoff vigente anteriormente corrigido pela intencionalidade passada. Consequentemente, a inércia intencional é gerada a partir da hipótese de que o elemento máximo do conjunto de payoffs possíveis aumenta a cada período de acordo com a intencionalidade passada. Portanto, a inércia intencional do nível geral de payoffs é gerada a partir da hipótese de inércia intencional no payoff máximo que uma empresa pode cobrar.

Dov, Simonsen e Wierlang (1993) dão uma formalização mais elegante à ideia de que uma aversão a perdas qualitativamente superior à implícita na maximização de utilidade esperada se constitui num ingrediente essencial do mecanismo de geração da inércia intencional. Utilizam-se da formalização de incerteza knightiana de Schmeidler e Gilboa (Schmeidler 1982, Gilboa 1987 e Gilboa e Schmeidler 1989), e da sua posterior incorporação ao conceito de solução de jogos por Dov e Wierlang (1994). Substituem a solução maximin por equilíbrio de Nash com incerteza knightiana. Entretanto, a utilização deste conceito de solução exige que se defina o conjunto de estratégias possíveis para cada jogador. De novo, a imposição da hipótese de inércia intencional do payoff máximo admissível para cada jogador gera a inércia da intencionalidade do nível geral de payoffs.

A hipótese que adotamos nos parece mais razoável e menos artificial, embora esteja sujeita a críticas similares. Durante o equilíbrio intencional é plausível supor que muitos dos agentes ajustem seus payoffs automaticamente, sem racionalizar, pois esta forma de agir não tem muitos custos. Quando a situação muda, os agentes racionais recalculam as suas estratégias enquanto os agentes passivos vão deixando de sê-los na medida em que percebem as perdas de lucro geradas pela sua estratégia, vis a vis, seus competidores racionais. Nosso modelo, o que gera resultados é a inércia de comportamento de alguns agentes, que aprendem a partir de suas perdas. O grau de inércia gerado depende inversamente da velocidade de aprendizado. Portanto, os nossos resultados seguem-se da hipótese de que pelo menos um grupo de agentes não é totalmente racional quanto o suposto no modelo de expectativas racionais. Enquanto os agentes de Simonsen (1983) e Dov, Simonsen e Wierlang (1993) diferem dos agentes do modelo convencional por serem qualitativamente mais avessos a perdas.

monetária para de desinjar em algum instante $t \in (0; 1)$, ou seja

$$m(t) = \begin{cases} 1 + \frac{t}{\alpha} & \text{para } 0 \leq t < \alpha \\ 1 + \frac{\alpha}{\alpha} & \text{se } \alpha < \alpha \text{ para } t > \alpha \\ 0 & \text{se } \alpha > \alpha \end{cases} \quad (14)$$

no qual α é uma variável aleatória que segue uma distribuição exponencial com parâmetro h . Temos que (14) implica que a trajetória do estoque nominal de moeda pode ser expressa por

$$m(t) = \begin{cases} t + \frac{t^2}{2\alpha} & \text{para } 0 \leq t < \alpha \\ \frac{\alpha^2}{2} + 1 + \frac{\alpha}{\alpha} t & \text{se } \alpha < \alpha \text{ para } t > \alpha \\ \frac{\alpha^2}{2} & \text{se } \alpha > \alpha \end{cases} \quad (15)$$

3.2 Os Preços Estabelecidos pelos Agentes

Assim como na seção anterior, faremos a hipótese de que uma proporção k de agentes continue estabelecendo seus preços para instantes de tempo maiores que zero em acordo com a política monetária anterior à desinjar. Isto implica que o preço (em logaritmo) adotado por tais agentes pode ser expresso por¹⁸

$$p_n = t \quad (16)$$

Por sua vez, os agentes racionais, em proporção $(1 - k)$, estabelecem seus preços de forma ótima

$$p_r = \alpha + (1 - \alpha)m, \quad (17)$$

onde

$$p = kp_n + (1 - k)p_r.$$

Utilizando a expressão para o estoque nominal de moeda e resolvendo (28) para

¹⁸ Assim como na seção passada, estamos supondo que, antes do anúncio do programa de estabilização, todos os agentes estavam adotando a estratégia relativa ao E.I. simétrico, isto é $p_i = p = m = t$, para todo i .

portanto temos que o preço estabelecido pelos agentes racionais pode ser escrito como

$$p_t = \begin{cases} t_i \frac{(1+a)^t}{(1+a+ka)^{2t}} & \text{para } 0 \leq t < \zeta \\ t + \frac{(1+a)}{(1+a+ka)} \cdot \frac{\zeta^2}{2} + \frac{t_i}{\zeta} & \text{para } t \geq \zeta \\ \frac{akt}{1+a+ka} + \frac{(1+a)}{(1+a+ka)^2} & \text{para } t \geq \zeta \end{cases} \quad (8)$$

no qual definimos p_{t_i} ; $i = 1; 2$ com o intuito de suavizar a notação. Ilustrativamente, a existência de agentes passivos em conjunto com complementaridade estratégica faz com que os agentes racionais ajustem seus preços a uma taxa maior do que a que ajustariam caso não houvesse tais agentes. Os mesmos dois efeitos - o direto que advém do fato de uma proporção de agentes continuar a ajustar seus preços em acordo com a política anterior, e o indireto que resulta da interação entre estes agentes e os racionais - citadas na seção anterior fazem com que o nível geral de preços ...que acima do condizente com a política monetária, mesmo a partir do instante em que a autoridade monetária pára de desinjar. Um ponto a ser notado é que, para uma realização da variável aleatória no intervalo $(0; \zeta)$ o preço adotado pelos agentes míopes passa a ser mais próximo do preço ótimo, o que implica que, para instantes de tempo maiores ou iguais ao que a autoridade pára de desinjar, a velocidade de converção torna-se menor. Como consequência, os efeitos relacionados à existência de tais agentes serão mais persistentes. A probabilidade de $\zeta \in (0; \zeta)$ é crescente em h ¹⁹ e, portanto, quanto menos crível for o anúncio da autoridade monetária, maiores deverão ser os efeitos relacionados à passividade.²⁰

3.3 A Dinâmica Replicadora e a Perda de Produto

Continuaremos supondo que os agentes incorrem em uma perda quadrática por não estarem adotando o preço ótimo. Assim sendo, a dinâmica Replicadora

¹⁹ $\text{prcb}(0, \tau, \gamma) = 1 - \exp(-h\gamma)$ que é claramente crescente em h .

²⁰ Ilustraremos que este argumento também é válido para os efeitos médios que calcularemos a seguir.

toma a seguinte forma

$$\frac{dk}{dt} = \begin{cases} i^{-k}(1-i-k) \frac{\mu}{(1-i-a+ka)^2} \frac{\eta_2}{2} & \text{para } 0 \leq t < \zeta \\ i^{-k}(1-i-k) \frac{\mu}{1-i-a+ka} \frac{\mu}{2} \zeta^2 i^{-\frac{\zeta}{2}} \frac{\eta_2}{2} & \text{se } \zeta < \infty \text{ para } t \geq \zeta \\ i^{-k}(1-i-k) \frac{\mu}{t} \frac{akt}{1-i-a+ka} i^{-\frac{(1-i-a)^\circ}{2(1-i-a+ka)}} & \text{se } \zeta = \infty \end{cases} \quad (19)$$

Il óte se que, como enfatizabao...nal dasubseqüã o anterior, a taxa de variaçã o da proporçã o de agentes míqpes se modi...ca no instante em que a autoridade monetária pá ra de desinçã r. Il ã o hi sduçã o analítica para esta equaçã o diferencial. Assim como na primeira seqüã o utilizaremos métodos dos numéricos para resolvê-la. Il o entanto um ponto deve ser notado a trajetória dos agentes pas sivos vai ser uma função de ζ e portanto será aleatória. De maneira análoga, o preç o ótimo e o nível geral de preç os são função de k e ζ . Faremos na próxima subseqüã o a análise do comportamento médio do nível geral de preç os e do pro duto da economia. Isto corresponde a resolver (19) como função de ζ , substituir esta expressã o no preç o ótimo e no nível geral de preç os, e tomar o valor esper ado deste último utilizando a função densidade de ζ . Entretanto com o intuito de ilustrar a hipótese de que os efeitos da passividade são maiores quando a credibilidade da autoridade monetária é baixa, vale a pena descrever o compor tamento do produto para algumas realizaç ões de ζ . Il óte se que o nível geral de preç os tem a seguinte forma

$$p = \begin{cases} (1-i-k_1)p_{r1} + k_1 p_n; & \text{se } 0 \leq t < \zeta \\ (1-i-k_2)p_{r2} + k_2 p_n; & \text{se } \zeta < \infty \text{ para } t \geq \zeta \\ (1-i-k_1^0)p_{r1}^0 + k_1^0 p_n; & \text{se } \zeta = \infty \end{cases} \quad (20)$$

no qual indexamos a proporçã o de agentes míqpes ao preç o ótimo que rege a dinâmica a cada instante do tempo. Para uma realizaçã o especí...ca de ζ , o (logaritmo do) produto da economia pode ser expresso como a diferenç a entre (15) e (20), isto é

$$y = \begin{cases} t i^{-\frac{t^2}{2}} (1-i-k_1)p_{r1} - k_1 p_n & \text{para } 0 \leq t < \zeta \\ \frac{\zeta^2}{2} + (1-i-\frac{\zeta}{2}) t i^{-\frac{\zeta}{2}} (1-i-k_2)p_{r2} - k_2 p_n & \text{se } \zeta < \infty \text{ para } t \geq \zeta \\ \frac{\zeta^0}{2} i^{-\frac{\zeta^0}{2}} (1-i-k_1^0)p_{r1}^0 - k_1^0 p_n & \text{se } \zeta = \infty \end{cases} \quad (21)$$

Calculamos (numericamente) a trajetória do produto para duas realizações de τ : 0,95 e 0,5.²¹ Isto é analisamos dois casos. No primeiro a autoridade monetária quase cumpre o anunciado (..gura 5)²². No segundo caso a autoridade monetária pára de desinflation logo após o lançamento do programa de estabilização (..gura 6). Note-se que os efeitos da passividade sobre o produto são muito mais persistentes no caso em que a autoridade monetária retrocede rapidamente. Como sugerido na seção anterior, esta maior persistência decorre da perda dos agentes irracionais ser menor neste caso, resultando numa menor velocidade de conversão.

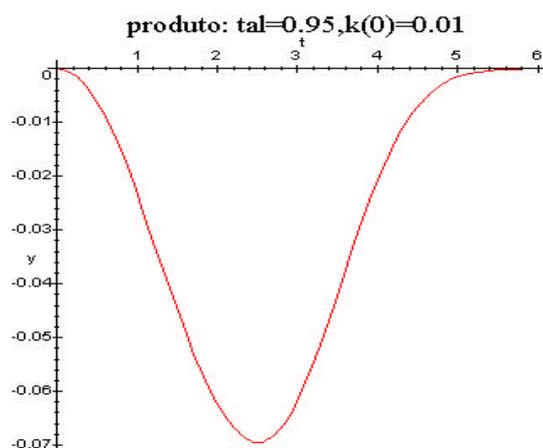


Figura 5

²¹ Fizemos a suposição de que $\gamma = 1$ e de que a proporção inicial de agentes míopes é de 1%.

²² Vale notar que os casos em que $\tau \geq 1$ correspondem ao modelo com que credibilidade perfeita da segunda seção. Como para $\tau = 0,95$, os efeitos reais da desinflation são negativos, tem-se que, por um argumento de continuidade, os efeitos também serão negativos para $\tau = 1$. Portanto, o modelo da seção anterior também gera recessão para o caso em que a desinflation é linear.

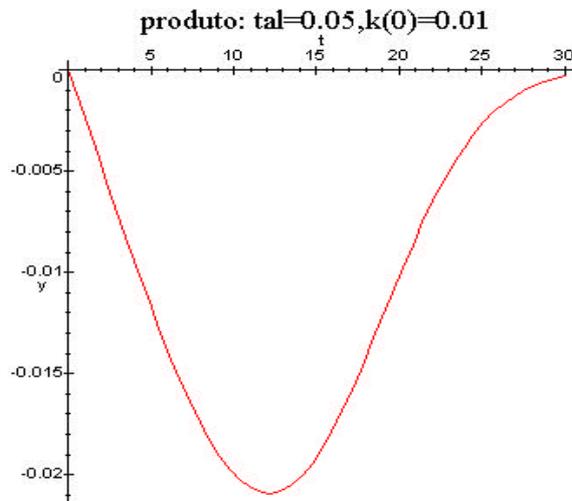


Figura 6

Para $\zeta = 0.95$, a persistência dos efeitos acima mencionados são menores, mas a magnitude da perda de produto é maior. Isto porque a autoridade monetária implementa por um longo período de tempo a política restritiva por ela anunciada. Como todos os agentes da economia ajustam seus preços mais rapidamente que o condizente com esta política, as perdas de produto são significativas.

3.4 Os Efeitos Médios da Desinflação

Utilizando-se (15), é fácil ver que a esperança da taxa de crescimento do logaritmo do estoque de moeda é dado por

$$E m(t) = \begin{cases} \frac{\delta}{\omega} \left[1 + \frac{\exp(j ht) - 1}{h} \right], & 0 \leq t < \infty \\ \frac{\delta}{\omega} \left[1 + \frac{\exp(j h^2) - 1}{h} \right], & t > \infty \end{cases} \quad (22)$$

integrando a expressão acima, tem-se que

$$E m(t) = \begin{cases} \frac{\delta}{\omega} \left[t \left(\frac{t}{h} + \frac{1}{h^2} \right) - \frac{1}{h^2} \exp(j ht) \right], & 0 \leq t < \infty \\ \frac{\delta}{\omega} \left[\frac{1}{h^2} + t \left(\frac{t}{h} + \frac{1}{h^2} \right) - \frac{1}{h^2} \exp(j h^2) \right], & t > \infty \end{cases} \quad (23)$$

Por sua vez, o valor esperado do nível geral de preços toma a seguinte forma

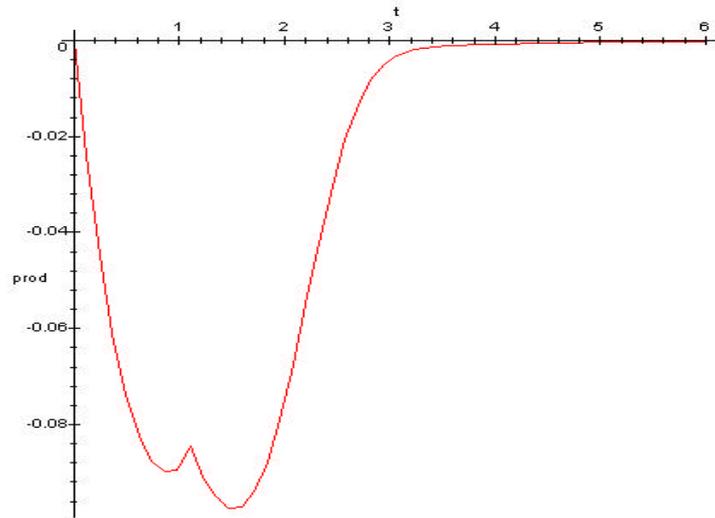
$$E p = \int_0^{\infty} Z_t (k_2 p_h + (1 - k_2) p_2) h \exp(-j h s) ds + \int_0^t Z_1 (k_1 p_h + (1 - k_1) p_1) h \exp(-j h s) ds, \text{ para } 0 \leq t < \infty \quad (24)$$

$$+ \int_0^{\infty} Z_0 [p_h k_2 + (1 - k_2) p_2] h \exp(-j h s) ds + \int_0^{\infty} Z_1 \int_0^{\infty} [p_h k_1 + (1 - k_1) p_1] h \exp(-j h s) ds, \text{ para } t > \infty$$

O valor esperado do (logarítmico) produto é a diferença entre as expressões (23) e (24). A comparação que nos interessa nesta seção é o dos valores esperados do produto para diferentes graus de credibilidade, ou seja, queremos saber os efeitos da interação entre credibilidade imperfeita e passividade. Calculamos o valor esperado do produto para dois valores distintos de h : $h = 1$ e $h = 20$.

Como sugeria a análise da trajetória do produto para diferentes realizações de t , tem-se que, quanto menos provável for o retrocesso, menos persistentes são os efeitos reais da passividade, como pode ser visto comparando-se as figuras 7 e 8 ($h = 1$). Este efeito é explicado pelo maior tempo médio em que o programa de estabilização é elevado a cabo, o que faz com que os agentes passivos incorram em maiores perdas. No entanto, a magnitude da recessão é maior, pois, em média, a política monetária será mais restritiva. Trata-se de um resultado interessante. A autoridade monetária que se dispõe a desinjetar terá que incorrer em perdas maiores do que incorreria caso retrocedesse. No entanto, ela terá um benefício: a perda de produto resultante da desinjeção persistirá por menos tempo.

Produto



$k(0) = 0,05$ $h = 20$

Figura 7

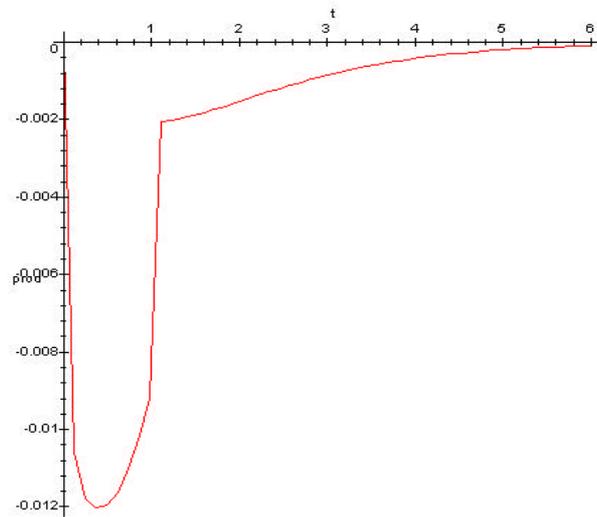


Figura 8

4 Conclusão

Na primeira seção apresentamos o modelo em que a autoridade monetária anuncia e efetiva o programa de estabilização de preços (credibilidade perfeita). Mostramos que a existência de uma pequena proporção de agentes passivos em conjunto com complementaridade estratégica pode gerar substanciais custos para a estabilização.

Um resultado interessante é que o modelo prevê menor persistência dos efeitos reais em situações de alta inflação após a taxa de desaparecimento dos agentes passivos é maior em situações de alta inflação inicial. Em outras palavras, nosso modelo sugere que os agentes se coordenam mais rapidamente para o novo equilíbrio em situações de alta inflação. Este resultado é similar ao obtido por Bonomo e Carvalho (1999), num modelo com rigidez nominal e regras de preços endógenas dependentes do tempo. O resultado que obtivemos sugere que não é claro se é mais fácil desinflar a partir de uma inflação mais baixa ou mais alta²³. Tudo depende das preferências relativas do policymaker e da sociedade na comparação de uma recessão profunda e curta com uma recessão leve mas demorada.

Na segunda seção apresentamos o modelo com diferentes trajetórias para o estoque nominal de moeda e com a possibilidade de retrocesso por parte da autoridade monetária. Primeiramente, para qualquer horizonte de desinflação linear perfeitamente crível, nosso modelo gera recessão. Este resultado é importante porque o mesmo não é verdade para modelos com rigidez nominal. Quando a rigidez nominal é dependente do tempo, Ball (1994) mostrou que desinflações lineares que não sejam extremamente rápidas podem gerar expansões. Para regras dependentes do estado, Almeida e Bonomo (1999) mostraram que desinflações críveis não tem custos. Em segundo lugar tem-se, para desinflações com possibilidade de retrocesso, que quanto menos provável for o retrocesso, menos persistentes serão os efeitos reais, mas, no entanto, maior será em média a magnitude destes efeitos. Tal monotonicidade é contrastante com os resultados obtidos por Ball (1995) para regras de preços dependentes do tempo, onde tanto um grau de credibilidade muito baixa ou muito alta estavam associadas a custos pequenos de desinflação.

Um avanço natural deste trabalho consiste em estender o modelo para uma situação em que a possibilidade de retrocesso fosse endógena. Nosso modelo sugere uma conexão imediata entre aprendizado evolucionário e possibilidade de retrocesso: a hipótese de que os agentes não aprendem instantaneamente um novo equilíbrio após um choque monetário faz com que o programa de estabilização gere perda de produto. Quanto maior a proporção de agentes passivos maiores serão as perdas de produto e, como consequência, maiores os incentivos para a autoridade monetária acomodar estas perdas. Menos crível deve ser, então, o programa de estabilização.

²³B. Lanchard (1997) sugere que é mais fácil desinflar a partir de inflações altas devido ao menor grau de rigidez nominal.

5 Referências Bibliográficas

- Akerlof, George Yellen, Janet L. (1985a) "A Near-Rational Model of the Business Cycle with Wage and Price Inertia" *Quarterly Journal of Economics* 100 supplement: 823-838.
- Akerlof, George Yellen, Janet L. (1985b) "Can Small Deviation from Rationality Make Significant Differences to Economic Equilibria?" *American Economic Review* 75 (September): 708-721.
- Almeida, Hebe Cronoq M. (1999), "Optimal State Dependent Rules, Credibility, and Inflation Inertia" *Ensaios EPGE* E no. 349.
- Altomonte, Jeffrey D. e T. Laubach. (2000), "Rule of Thumb Behavior and Monetary Policy," mimeo BIS e FED.
- Ball, Laurence (1991) "The Genesis of Inflation and the Costs of Disinflation" *Journal of Money, Credit and Banking* 23: 439-452.
- Ball, Laurence (1994) "Credible Disinflation with Staggered Price Setting" *American Economic Review* 84 (March): 282-290.
- Ball, Laurence (1995) "Disinflation with Imperfect Credibility" *Journal of Monetary Economics* 35: 5-23.
- Ball, Laurence (2000), "Near Rationality in a Two Monetary Regimes," *NBER Working Paper* 7988.
- Blanchard, Olivier e Kiyotaki, Noburo (1987) "Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand" *American Economic Review* 77 (September): 647-666.
- Cronoq M. (1992), *Dynamic Pricing Models*, chapter 1, PhD Dissertation, Princeton University.
- Cronoq M. e C. Carvalho (1999), "Endogenous Time Dependent Rules, and Inflation Inertia" *Ensaios EPGE* E no. 348.
- Cooper, Russell e John A. Nohrew (1988) "Coordinating Coordination Failures in Keynesian Models" *Quarterly Journal of Economics* 103 (August): 441-463.
- Dow, James. e Sérgio R. C. W. Erlang (1994), "Nash Equilibrium under Knightian Uncertainty: Breaking down Backward Induction," *Journal of Economic Theory* 64(2): 305-324.
- Dow, James., Simonsen, Mário H. e Sérgio R. C. W. Erlang (1993), "Knightian Rational Expectations, Inflationary Inertia and Money Neutrality," mimeo EPGE E/FGV.
- Gilboa, Itzhak (1987), "Expected Utility with Purely Subjective Non-Additive Priors," *Journal of Mathematical Economics* 16:279-304.
- Gilboa, Itzhak e David Schmeidler (1989), "Maximin Expected Utility with a Non-Unique Prior," *Journal of Mathematical Economics* 18:141-153.
- Fudenberg, Drew e Levine, David (1998) *The Theory of Learning in Games*. M.I.T. Press, Cambridge.
- Roberts, John (1997) "Is Inflation Sticky?" *Journal of Monetary Economics* 39: 173-196.
- Schmeidler, David (1989), "Subjective Probability and Expected Utility Without Additivity," *Econometrica* 57: 571-587.

Simonsen, Mario H. (1983) "Price Stabilization and Income Policies: Theory and the Brazilian Case Study" em Dornbusch, Rudiger e Simonsen, Mario H. Inflation, Debt and Indexation. M.I.T. Press, Cambridge.

Weibull, Jörgen W. (1995) Evolutionary Game Theory. M.I.T. Press, Cambridge.