FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

EPGE

Escola de Pós-Graduação em Economia

Ensaios Econômicos

Escola de

Pós-Graduação

em Economia

da Fundação

Getulio Vargas

N° 182 ISSN 0104-8910

Macrodinâmica: Os Sistemas Dinâmicos na Macroeconomia

Fernando de Holanda Barbosa

Dezembro de 1991

URL: http://hdl.handle.net/10438/870

Os artigos publicados são de inteira responsabilidade de seus autores. As opiniões neles emitidas não exprimem, necessariamente, o ponto de vista da Fundação Getulio Vargas.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

Diretor Geral: Renato Fragelli Cardoso
Diretor de Ensino: Luis Henrique Bertolino Braido
Diretor de Pesquisa: João Victor Issler
Diretor de Publicações Científicas: Ricardo de Oliveira Cavalcanti

de Holanda Barbosa, Fernando
Macrodinâmica: Os Sistemas Dinâmicos na Macroeconomia/ Fernando de Holanda Barbosa - Rio de Janeiro : FGV,EPGE, 2010
(Ensaios Econômicos; 182)

Inclui bibliografia.

CDD-330

MACRODINÂMICA: OS SISTEMAS DINÂMICOS NA MACROECONOMIA

Fernando de Holanda Barbosa

1. Introdução

A estrutura matemática dos modelos macroeconômicos com variáveis contínuas consiste básicamente de um sistema dinâmico que pode ser especificado através de um sistema de equações diferenciais do tipo,

$$\dot{x} = F(x,u)$$

onde x é um vetor de variáveis endógenas e u é um vetor cujos elementos são parâmetros de comportamento ou instrumentos de política econômica. Nos modelos em que as variáveis são do tipo discreto, o sistema dinâmico corresponde a um sistema de equações de diferenças finitas:

$$x_t = F(x_{t-1}, u)$$

Quando as variáveis macroeconômicas são aleatórias o sistema de equações diferenciais, ou sistema de equações de diferenças finitas, é um sistema estocástico.

O desenvolvimento recente da macroeconomia moderna consiste na especificação dos modelos macroeconômicos a partir dos microfundamentos, onde as decisões dos agentes econômicos baseiam-se na otimização de suas funções objetivos, condicionada pelas restrições com que eles se defrontam. A solução destes modelos de otimização, do ponto de vista analítico, conduz a um sistema de equações diferenciais ou a um sistema de equações diferenciais finitas, conforme as variáveis sejam tratadas como contínuas ou discretas, e a sistemas estocásticos ou determinísticos, se a incerteza é introduzida ou não ao modelo.

Qualquer que seja a estratégia adotada na construção dos modelos macroeconômicos. se ad hoc ou com fundamentos microeconômicos, os modelos sempre se expressam analiticamente através de um sistema dinâmico. Daí a importância destes sistemas para o estudo da macroeconomia.[1]

A segunda seção deste trabalho apresenta um exemplo bastante simples de um sistema dinâmico, o modelo de Cagan, que pode ser reduzido a uma única equação diferencial.

A terceira seção deste trabalho analisa um modelo de duas equações diferencias, com formação de preços justapostos de acordo com o mecanismo proposto por Calvo, no

---

[1]A tecnologia dos modelos dinâmicos não tem fronteira ideológica. Por exemplo, o livro de Blanchard e Fischer (1989) apresenta modelos nas linhas neoclássicas e Keynesiana, enquanto o livro organizado por Semmler (1989) é uma boa referência de trabalhos que se inspiram em modelos de Kalecki, Kaldor e Goodwin. O leitor não matemático interessado em equações diferenciais pode achar útil as seguintes referências: Beavis e Dobbs (1990), Humi e Miller (1988) e Beltrami (1987).

qual as expectativas dos agentes econômicos são racionais no sentido de previsão perfeita.[2]

2. Modelo de Cagan

O modelo de Cagan é um modelo que procura explicar os processos inflacionários. Ele contém três ingredientes básicos: i) uma equação de demanda de moeda, ii) um mecanismo de formação de expectativas e iii) uma regra de política econômica. O modelo, do ponto de vista formal, pode ser reduzido a uma equação diferencial de primeira ordem no nível de encaixe real *(m = M/P)*, do tipo

$$\dot{m} = F\ (m, u)$$

onde *u* é um vetor cujos elementos são parâmetros de comportamento e um instrumento de política econômica, a taxa de expansão monetária ou o déficit fiscal conforme a regra de política econômica. As conclusões do modelo dependem da análise desta equação, como veremos a seguir.

A equação de demanda de moeda é especificada de acordo com a seguinte expressão:

$$ln\ m = -\alpha \pi^e \quad , \quad \alpha > 0$$

onde *ln* é o logaritmo natural, π^e é a taxa de inflação esperada e α é a semi-elasticidade da demanda com relação à inflação prevista.

A inflação esperada depende das taxas de inflação do passado segundo o mecanismo de expectativa adaptativa:

$$\dot{\pi}^e = \theta(\pi - \pi^e) \quad , \quad \theta > 0$$

O inverso do parâmetro θ ($T = 1/\theta$) é o prazo médio que os agentes levam em conta na sua previsão. Quando esse prazo tende para zero ($T \to 0$, ou equivalentemente $\theta \to \infty$) tem-se uma previsão perfeita, pois $\pi^e = \pi$.

Derivando-se ambos os lados da expressão m = M/P com relação ao tempo, obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{\dot{m}}{m} = \frac{\dot{M}}{M} - \frac{\dot{P}}{P}$$

ou, alternativamente:

$$\dot{m} = m\ (\frac{\dot{M}}{M} - \pi)$$

pois a taxa de inflação π é igual a $\dot{P} / P$. Com auxílio desta equação pode-se especificar dois regimes de política econômica.

[2]Barbosa, Oliva e Sallum (1991) apresentam um modelo, que reduz-se a um sistema de duas equações diferenciais, para analisar a dinâmica da hiperinflação numa economia em que os salários não se ajustam instantâneamente e o déficit do tesouro é financiado pela emissão de moeda.

No primeiro regime, que denominaremos de regime monetário, o Banco Central controla a taxa de expansão da moeda:

$$\frac{\dot{M}}{M} = \mu$$

e a equação anterior transforma-se em :

$$\dot{m} = m(\mu - \pi)$$

No segundo regime, que denominaremos de regime fiscal, o Banco Central financia o déficit do Tesouro emitindo moeda:

$$f = \frac{G-T}{P} = \frac{dM}{dt}\ \frac{1}{P} = \frac{dM}{dt}\ \frac{1}{M}\ \frac{M}{P}$$

O parâmetro f mede o déficit público real, igual à diferença entre os gastos (G) e a receita tributária (T), dividido pelo índice de preços (P). A política monetária é passiva pois a taxa de crescimento do estoque de moeda é igual à razão entre o déficit real e a liquidez real,

$$\frac{\dot{M}}{M} = \frac{f}{m}$$

cujos comportamentos são determinados respectivamente pelo Tesouro e pelo público.

No regime fiscal a equação pode ser então escrita como:

$$\dot{m} = f - m\,\pi$$

2.1. <u>Regime Monetário</u>

No regime monetário o modelo de Cagan consiste no seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \ln m = -\alpha \pi^e \\ \dot{\pi}^e = \theta\,(\pi - \pi^e) \\ \dot{m} = m\,(\mu - \pi) \end{cases}$$

Para resolver este sistema podemos eliminar π^e, usando o operador diferencial (Dz = dz/dt) para escrever o mecanismo de expectativa adaptativa como:

$$\pi^e = \frac{\theta}{D+\theta}\,\pi$$

e substituí-lo na equação de demanda. O resultado é o seguinte:

$$\frac{\dot{m}}{m} + \theta \quad \ln m = -\alpha\,\theta\,\pi$$

Substituindo-se o valor de $\dot{m}/m$ da equação da regra de política econômica nesta expressão, obtém-se:

$$\pi = \frac{1}{1-\alpha\theta} \ (\mu + \theta \ln m)$$

desde que αθ≠1. O modelo pode ser, então, reduzido ao seguinte sistema de duas equações:

$$\begin{cases} \dot{m} = m\,(\mu - \pi) & (1) \\ \pi = \dfrac{1}{1-\alpha\theta} \ (\mu + \theta \ln \ m) & (2) \end{cases}$$

ou, alternativamente, a equação diferencial

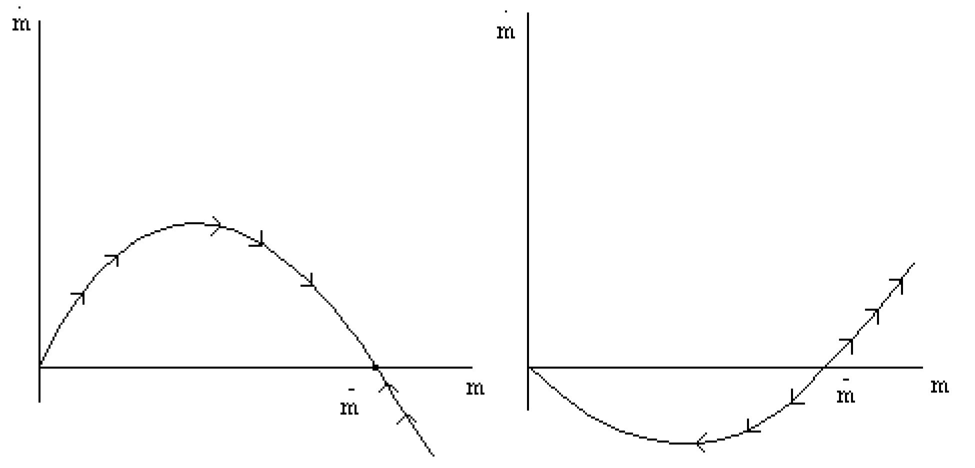
$$\dot{m} = - \ \frac{\theta m}{1-\alpha\theta} (\alpha\mu + \ln m) \qquad (3)$$

quando substitui-se o valor de π da segunda equação na primeira. A função F(m, u) neste caso é dada por:

$$\dot{m} = F(m,u) = - \ \frac{\theta}{1-\alpha\theta} (\alpha\,\mu + \ln \ m)$$

e o vetor u contém três elementos: *u = [α, θ, u]'*.

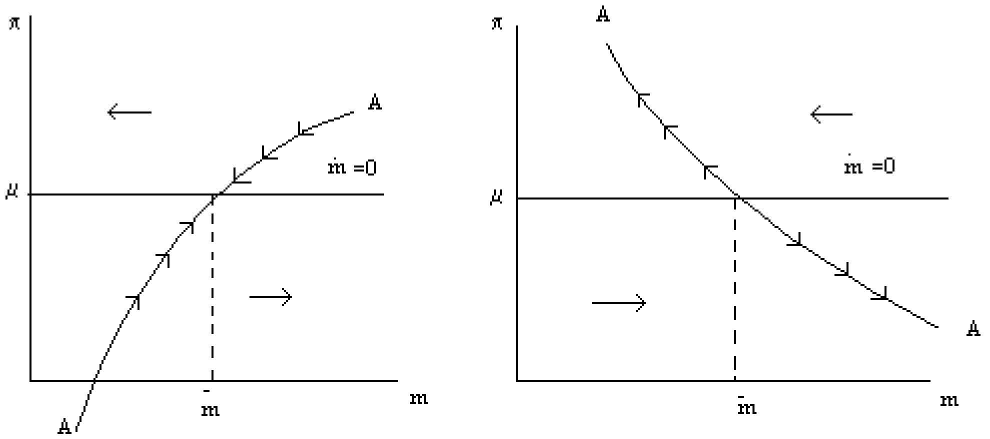
A Figura 1 mostra o diagrama de fases desta equação diferencial, com o eixo vertical marcando o valor de $\dot{m}$ e o eixo horizontal o valor de m.. Quando αθ for menor do que um, o modelo é estável e m converge para $\overline{m} = e^{-\alpha\mu}$ (ver Figura 1a), e a taxa de inflação converge para a taxa de crescimento do estoque de moeda (π→μ). Quando o modelo é instável pois *m* ou cresce indefinidamente ou se aproxima de zero (Figura 1b). Nesta hipótese ou ocorreria uma hiperdeflação (π→ - ∞) , ou uma hiperinflação (π→ ∞).



a) 1- αθ > 0 b) 1 - αθ < 0

Figura 1. Diagrama de Fases: Modelo de Cagan, Regime Monetário

Este modelo pode também ser analisado com auxílio de um diagrama cujo eixo horizontal marca o valor de *m* e no eixo vertical tem-se a taxa de inflação π. Na equação diferencial (1) quando $\dot{m} = 0$, $\pi = \mu$. Se π < μ, segue-se que $\dot{m} > 0$; e se π > μ, tem-se que $\dot{m} < 0$. As setas da Figura 2 mostram a direção do movimento de *m* nestas circunstâncias. A curva AA da Figura 2 é o gráfico da função que relaciona π com *m* (equação 2). Quando 1- αθ > 0, a Figura 2a mostra que o modelo é estável, e se 1- αθ < 0, o modelo é instável como se pode verificar na Figura 2b.



a) 1- αθ > 0 b) 1- αθ < 0

Figura 2. Expectativa Adaptativa: Regime Monetário

Cabe observar que neste modelo ocorre uma mudança qualitativa quando os parâmetros α e θ mudam de valores. Com efeito, se α θ < 1 o modelo é estável, e se α θ > 1 o modelo torna-se instável. Logo, o ponto α θ = 1 separa a solução do modelo em duas regiões, uma estável e outra instável. A ocorrência de uma mudança qualitativa num sistema dinâmico quando os parâmetros do modelo variam define uma bifurcação do sistema. Este modelo apresenta, portanto, um exemplo bastante simples do fenômeno de bifurcação.

2.2. Regime Fiscal

No regime fiscal, em que a moeda é passiva, o modelo de Cagan consiste no seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \ln m = -\alpha \pi^e \\ \dot{\pi}^e = \theta (\pi - \pi^e) \\ \dot{m} = f - m\pi \end{cases}$$

Eliminando-se a taxa de inflação esperada usando-se o mesmo procedimento adotado anteriormente, obtém-se o sistema de duas equações nas variáveis π e m;

$$\begin{cases} \dot{m} = f - m\pi & (4) \\ \pi = \dfrac{1}{1-\alpha\theta} \left(\dfrac{f}{m} + \theta \ln m\right) & (5) \end{cases}$$

Quando substitui-se π da segunda equação na primeira, resulta na equação diferencial de primeira ordem em m. Isto é:

$$\dot{m} = F(m,u) = \frac{\theta}{1-\alpha\theta} \, (\alpha f + m + \ln m) \qquad (6)$$

onde o vetor *u* agora tem como elementos α, θ e f: u = [α, θ , f:]'.

Os pontos de equilíbrio deste modelo são obtidos resolvendo-se a equação $\dot{m} = 0$, que é equivalente a resolver-se a equação:

$g(m) = m \ln m = - \alpha f$

A Figura 3 mostra o gráfico da função g(m).

É fácil verificar-se que podem existir dois pontos de equilíbrio, um ponto ou nenhum, conforme os valores dos parâmetros α e f. A Figura 3 mostra uma situação em que existem dois pontos de equilíbrio. O ponto A de liquidez baixa e inflação alta, e o ponto B de liquidez alta e inflação baixa.

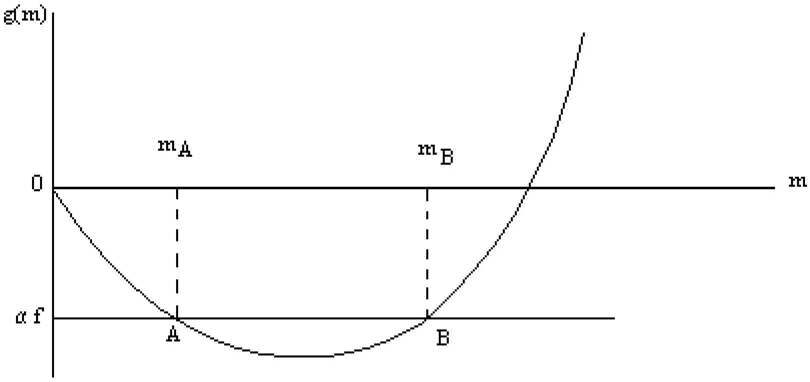
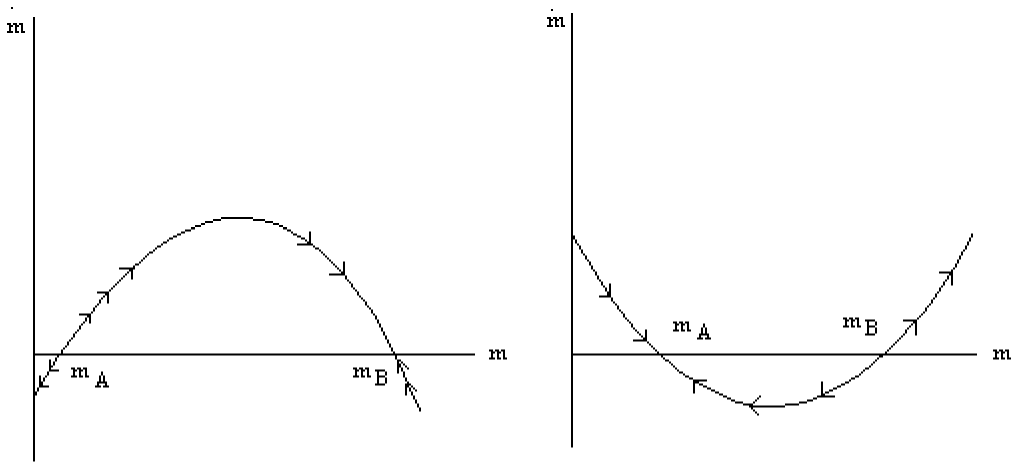


Figura 3. Pontos de Equilíbrio: Modelo de Cagan, Regime Fiscal

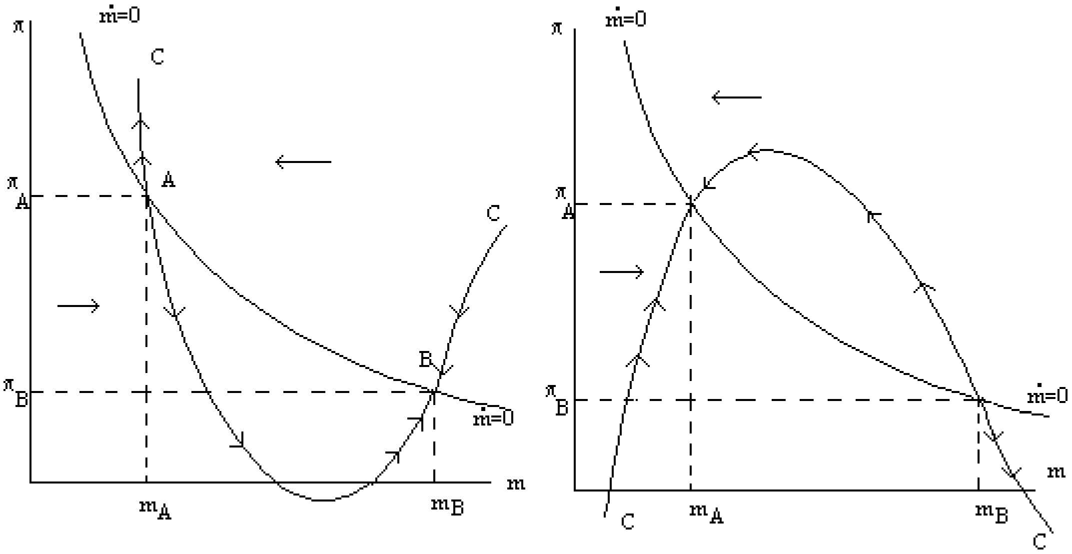
A Figura 4 contém os diagramas de fases do modelo. Na Figura 4a, α θ < 1. Neste caso o ponto de inflação alta é instável e o ponto de inflação baixa é estável. Quando α θ > 1, as posições se invertem, pois o ponto de inflação alta agora é estável, e o ponto de inflação baixa passa a ser instável. Observe-se novamente que no ponto α θ = 1 ocorre uma mudança qualitativa do sistema dinâmico, caracterizando-se uma bifurcação do sistema.



a) 1 - α θ > 0 b) 1 - α θ < 0

Figura 4. Diagrama de Fases: Modelo de Cagan, Regime Fiscal

O modelo no regime fiscal pode também ser analisado com auxílio de um diagrama no plano (m, π). Na equação (4) quando $\dot{m} = 0$, $m\pi = f$ é uma hipérbole equilátera; se $\dot{m} > 0$, $f > m\pi$ e se $\dot{m} < 0$, $m\pi > f$. As setas da Figura 5 indicam a direção do movimento de *m*, quando $\dot{m} \neq 0$. A curva CC da Figura 5 é o gráfico da função (5), e nesta figura supõe-se a existência de dois pontos de equilíbrio. A Figura 5a trata da hipótese α θ < 1. Neste caso o modelo é capaz de gerar hiperinflação pois o ponto de inflação elevada é instável e o ponto de inflação baixa é estável. A Figura 5b supõe que α θ > 1. Nesta hipótese o ponto de inflação elevada é estável, enquanto o ponto de inflação baixa é instável. O modelo é capaz de gerar, então, hiperdeflação. A Figura 6 mostra o caso em que $\alpha\,\theta = 1$. Nesta circunstância a solução do sistema fornece os dois pontos A e B.



a) $1 - \alpha\theta > 0$ b) $1 - \alpha\theta < 0$

Figura 5. Expectativa Adaptativa: Regime Fiscal

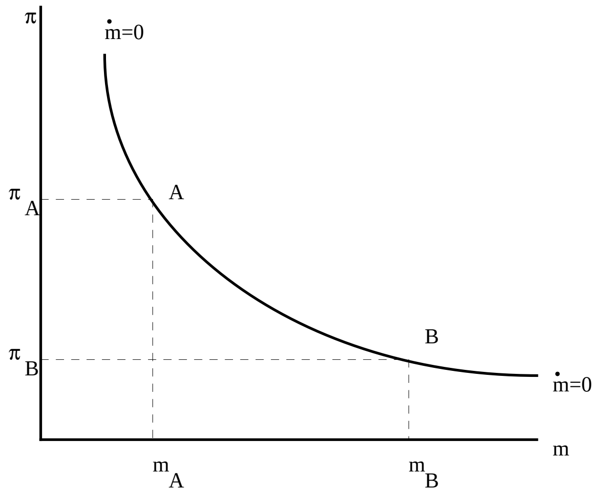


Figura 6. Regime Fiscal: $\alpha\,\theta = 1$

2.3. Expectativa Racional

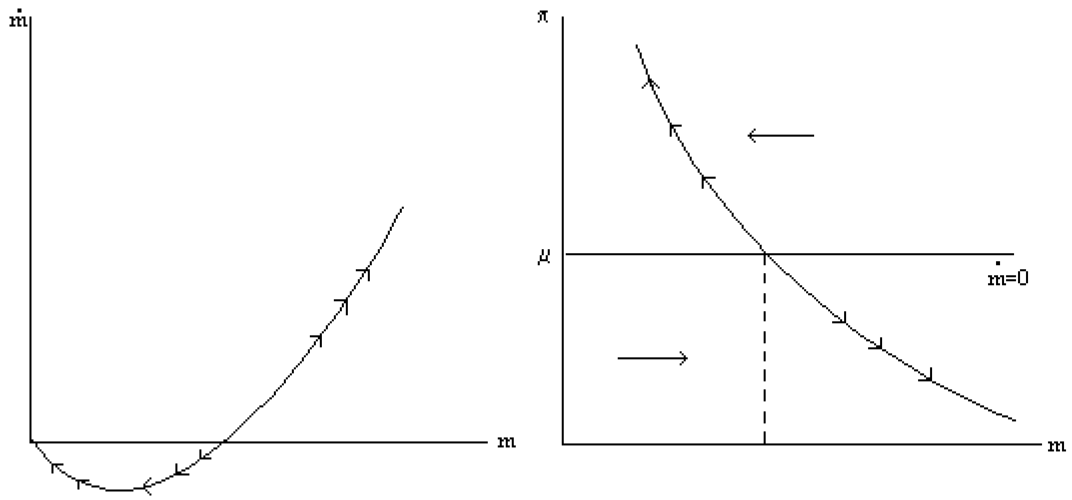
Um caso particular do mecanismo de expectativa adaptativa ocorre quando o. parâmetro θ cresce indefinidamente ($\theta \to \infty$). Neste caso tem-se previsão perfeita ($\pi^e = \pi$), que corresponde à hipótese de expectativa racional, pois o modelo é determinístico.

No regime monetário o modelo de Cagan consiste de duas equações:

$$\begin{cases} \ln m = -\alpha\,\pi & (7) \\ \dot{m} = m\,(\mu - \pi) & (8) \end{cases}$$

ou na equação diferencial de primeira ordem:

$$\dot{m} = m\,\mu + \frac{m \ln m}{\alpha} = F(m,u) \qquad (9)$$



a) Plano $(m, \dot{m})$ b) Plano (m, π)

Figura 7. Expectativa Racional: Regime Monetário

O vetor u neste modelo tem como elementos os parâmetros α e μ: $u = [\alpha, \mu]'$. A Figura 7a mostra a solução do modelo no diagrama de fases com $\dot{m}$ no eixo vertical e m no eixo horizontal, enquanto a Figura 7b mostra a solução do modelo no plano (m, π). É fácil verificar-se em qualquer uma das figuras que o equilíbrio neste modelo é instável.

No regime fiscal com expectativas racionais o modelo de Cagan tem duas equações nas variáveis π e m:

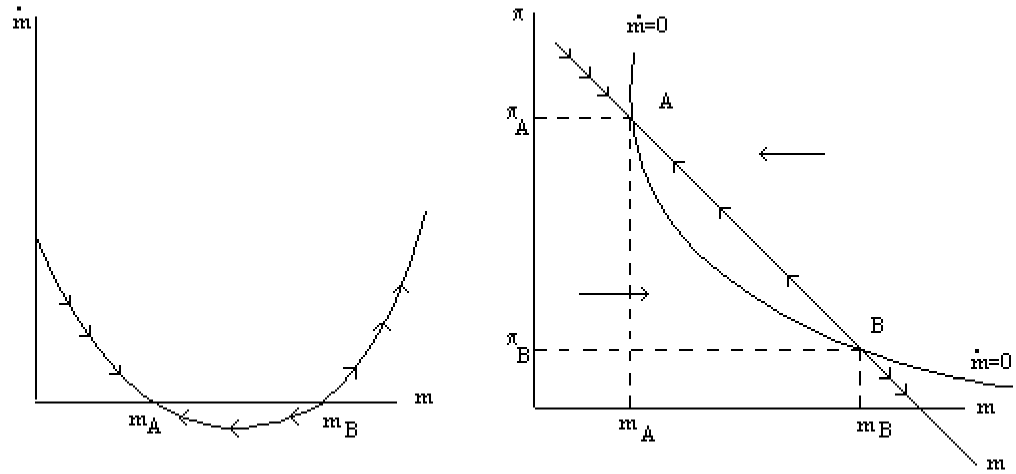
$$\begin{cases} \ln m = -\,\alpha\,\pi & (10) \\ \dot{m} = f - m\,\pi & (11) \end{cases}$$

que também pode ser analisado através da seguinte equação diferencial de primeira ordem,

$$\dot{m} = f + \frac{m \ln m}{\alpha} = F\,(m,\ u) \qquad (12)$$

onde o vetor u tem agora dois componentes, α e f, ou seja: $u = [\alpha, f]'$.

A Figura 8 mostra a dinâmica deste modelo em dois diagramas diferentes. Na Figura 8a tem-se o diagrama de fases no plano $(m, \dot{m})$. O ponto A de inflação elevada é estável e o ponto B de inflação baixa é instável. A Figura 7b mostra o mesmo modelo no plano (m, π). É fácil verificar-se que este modelo é incapaz de gerar processos hiperinflacionários, embora seja capaz de produzir processos hiperdeflacionários.



a) Plano $(m, \dot{m})$. b) Plano (m, π)

Figura 8. Expectativa Racional: Regime Fiscal

3. Modelo com Preços Justapostos

O modelo de preços justapostos de Calvo supõe a existência de um grande número de empresas que fixam seus preços aleatóriamente ao longo do tempo. Elas mudam seus preços quando recebem um sinal. A probabilidade de receber este sinal s períodos a partir de hoje independe da última vez que a empresa recebeu o sinal, e esta probabilidade é dada pela função de densidade de probabilidade de uma distribuição exponencial. Isto é:

$$f(s) = \delta e^{-\delta s} \quad , \quad \delta > 0$$

onde o inverso do parâmetro δ é o prazo médio de reajuste de preços da empresa.

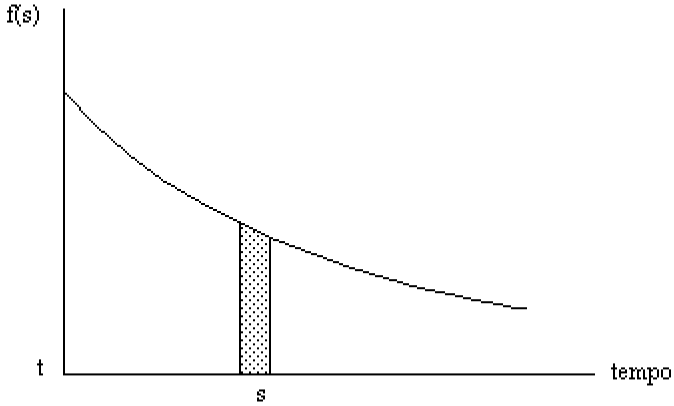


Figura 9. Probabilidade de Mudança de Preço

A empresa que recebeu um sinal no período t para reajustar seu preço levará em conta na sua decisão os preços que estarão sendo praticados no futuro, bem como as condições previstas de mercado. O preço V_t da empresa que recebeu o sinal no período t será dado por:

$$V_t = \int_t^\infty (P_s + \beta\, h_s)\; f(s)\, ds$$

ou

$$V_t = \int_t^\infty (P_s + \beta\, h_s)\; \delta\, e^{-\delta(s-t)}\; ds \qquad (13)$$

onde P_S é o preço médio que será praticado no período s, h_S é o hiato do produto no período s, e $\beta > 0$ é um parâmetro. O modelo supõe previsão perfeita, no sentido de que os valores esperados são iguais aos observados: $p_s^e = p_s \;\; e \;\; h_s^e = h_s$.

A probabilidade de que uma empresa que tenha fixado seu preço no período s ainda não tenha recebido o sinal para mudar seu preço no período t (ver Figura 10) é dada por:

$$\Pr ob(S \geq t) = \int_t^\infty \; \delta\, e^{-\delta(\tau - s)}\; d\; \tau = e^{-\delta}$$

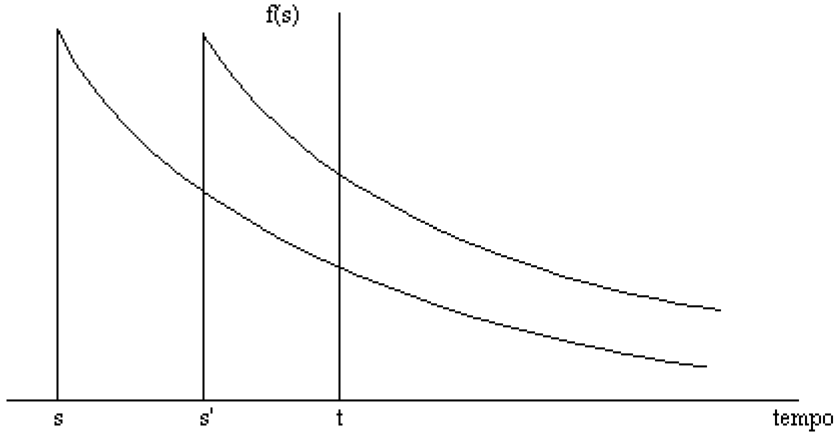


Figura 10. Preços Justapostos

Admita-se que o número total de empresas seja igual a N. O número de empresas que mudaram seus preços no período *s* é igual a $Nf(s)ds = N\,\delta\,ds$. Segue-se, então, que o número das empresas que fixaram seus preços no período *s* e que ainda não receberam o sinal para remarcar preços no período *t* é igual a $N\,\delta\,ds\,e^{-\delta(t-s)}$. Logo, a precentagem de empresas que no período *t* ainda estão praticando o preço fixado no período *s* é igual a $\delta\,e^{-\delta(t-s)}\,ds$. Pode-se, então, definir o índice de preços do período *t* pela seguinte média ponderada:

$$P_t = \int_{-\infty}^{t} V_s\,\delta\,e^{-\delta(t-s)}\,ds \qquad (14)$$

Derivando-se (13) e (14) com relação a *t*, obtém-se:[3]

$$\frac{dV_t}{dt} = \delta(V_t - P_t - \beta h_t)$$

e

$$\frac{dp_t}{dt} = \delta(V_t - P_t)$$

Esta segunda expressão é a taxa de inflação porque supõe-se que P_t é o logaritmo do nível de preços. Derivando-se com relação ao tempo, obtém-se a aceleração da inflação:

$$\frac{d\pi}{dt} = \delta\left(\frac{dV_t}{dt} - \frac{dP_t}{dt}\right)$$

[3]Seja a função V(t):

$$V(t) = \int_{a(t)}^{b(t)} f(s,t)\,ds$$

A derivada de V(t) com relação a t (regra de Leibnitz) é igual a:

$$\frac{dV}{dt} = f(b(t),t)\,\frac{db}{dt} - f(a(t),t)\,\frac{da}{dt} + \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial f(s,t)}{\partial t}\,ds$$

Substituindo-se os valores de dV_t/dt e dP_t/dt, obtidos anteriormente, nesta equação, a aceleração da inflação e o hiato do produto estão relacionados através da seguinte função:

$$\dot{\pi} = -\,\delta^2\;\beta\, h \qquad (15)$$

Neste modelo, onde os preços são predeterminados a cada instante e fixados com base no futuro e não no passado, quando o hiato do produto no momento presente é positivo, a aceleração da inflação é negativa. Por outro lado, quando existe capacidade ociosa na economia a aceleração da inflação é positiva. Em valores absolutos, a aceleração da inflação é tanto maior quanto maior forem os parâmetros β e δ. No caso do parâmetro δ isto significa dizer que se o prazo médio de reajuste de preços aumentar, a aceleração da inflação diminui.

Uma propriedade deste modelo é que a inflaçãoo pode diminuir acompanhada por um ganho líquido do produto acima do produto potencial. Com efeito, segue-se da equação (15) que:

$$\int_{t_o}^{t} d\pi = \pi(t) - \pi(t_o) = -\int_{t_o}^{t} \delta^2\;\beta\, h\, d\,\tau$$

Logo se $\pi(t) - \pi(t_o) < 0$, segue-se que:

$$\int_{t_o}^{t} h\, d\,\tau > 0$$

Para completar a especificação deste modelo admitiremos que o hiato do produto depende do nível de encaixe real e da taxa de inflação de acordo com a seguinte equação de demanda agregada:

$$h = -\,a + b\ ln\, m + c\ \pi\,, \qquad b > 0,\ \ c > 0 \qquad (16)$$

onde *b* mede o efeito Keynes e *c* o efeito Mundell. O coeficiente b é positivo porque o aumento da liquidez real (m = M/P), ceteris paribus, diminui a taxa de juros real aumentando o dispêndio agregado e, portanto, o nível do produto real. No efeito Mundell supõe-se expectativas racionais no sentido de previsão perfeita e o coeficiente *c* é positivo porque o aumento da taxa de inflação esperada, ceteris paribus, diminui a taxa de juros real antecipada provocando o aumento do dispêndio agregado e do nível do produto real.

Combinando-se as equações (15) e (16) obtém-se a seguinte equação para a aceleração da taxa de inflação:

$$\dot{\pi} = k - \lambda \ln m - \phi\, \pi$$

onde: $k = \delta^2\;\beta a\,,\ \ \lambda = \delta^2\;\beta b\ \ \ e\ \ \ \phi = \delta^2\;\beta c$. Completa-se o modelo especificando-se a regra de política econômica.

3.1. Regime Monetário

No regime monetário, onde o Banco Central controla a taxa de expansão do estoque de moeda, o modelo consiste no seguinte sistema de duas equações diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{m} = m(\mu - \pi) \\ \dot{\pi} = k - \lambda \ \ln m - \phi\pi \end{cases}$$

Em equilíbrio, quando $\dot{m} = 0 \quad e \quad \dot{\pi} = 0$, a taxa de inflação é igual à taxa de crescimento do estoque de moeda,

$$\pi = \mu$$

e o nível de liquidez real é dado por:

$$\ln m = \frac{k - \phi\mu}{\lambda}$$

O Jacobiano do sistema de equações diferenciais num ponto qualquer $(\overline{m}, \overline{\pi})$ é igual a:

$$j = \begin{bmatrix} \mu - \overline{\pi} & -\overline{m} \\ -\lambda / \overline{m} & -\phi \end{bmatrix}$$

No ponto de equilíbrio do sistema o determinante da matriz J, $|J| = -\lambda < 0$, é negativo. Portanto, o ponto de equilíbrio é um ponto de sela. A Figura 11 mostra o diagrama de fases do sistema, e a curva CC é o ramo estável da sela, onde a taxa de inflação e o nível de liquidez real convergem para o ponto de equilíbrio E.

Considere o seguinte exercício de mudança não antecipada de política monetária: no instante t_o a taxa de crescimento do estoque de moeda é reduzida de μ_o para μ_1, de acordo com o gráfico da Figura 13a. A reta horizontal $\dot{m} = 0$ desloca-se para baixo, como indicado na Figura 12, e o novo equilíbrio do sistema será no ponto E_∞, depois do ajuste do sistema. Neste modelo o nível de preços e a liquidez real da economia são variáveis predeterminadas, porém, a taxa de inflação pode mudar de valor instantâneamente. Quando a taxa de expansão monetária diminui no instante t_o, a taxa de inflação decresce no mesmo momento de $\pi_o(-)$ para $\pi_o(+)$, como indicado na Figura 12, e gradualmente começa a subir convergindo para o ponto de equilíbrio caminhando no ramo estável da sela. O nível de liquidez real começa a subir, e gradualmente converge para o novo equilíbrio. A Figura 13 descreve o ajustamento dinâmico da economia quando submetido a um choque não-antecipado de política monetária.

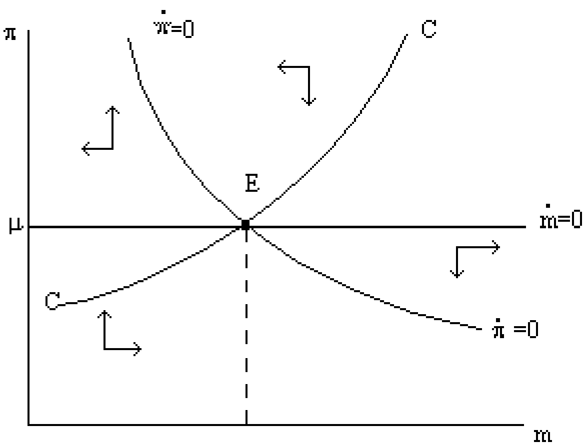


Figura 11. Modelo de Preços Justapostos: Regime Monetário

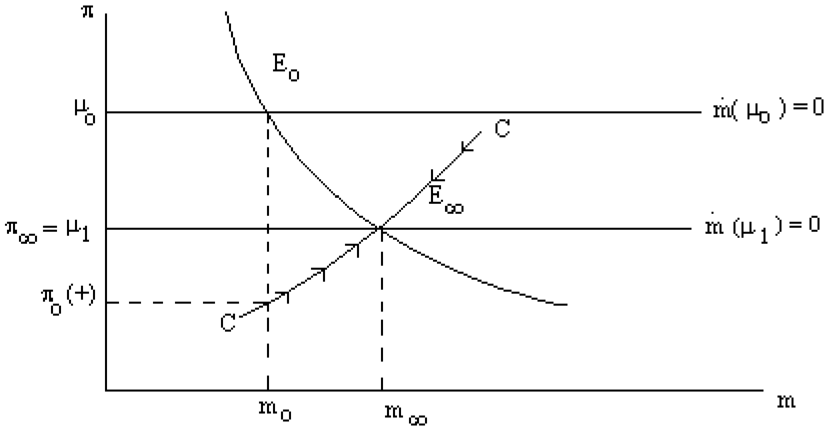


Figura 12. Regime Monetário: Mudança Não-Antecipada de Política Monetária

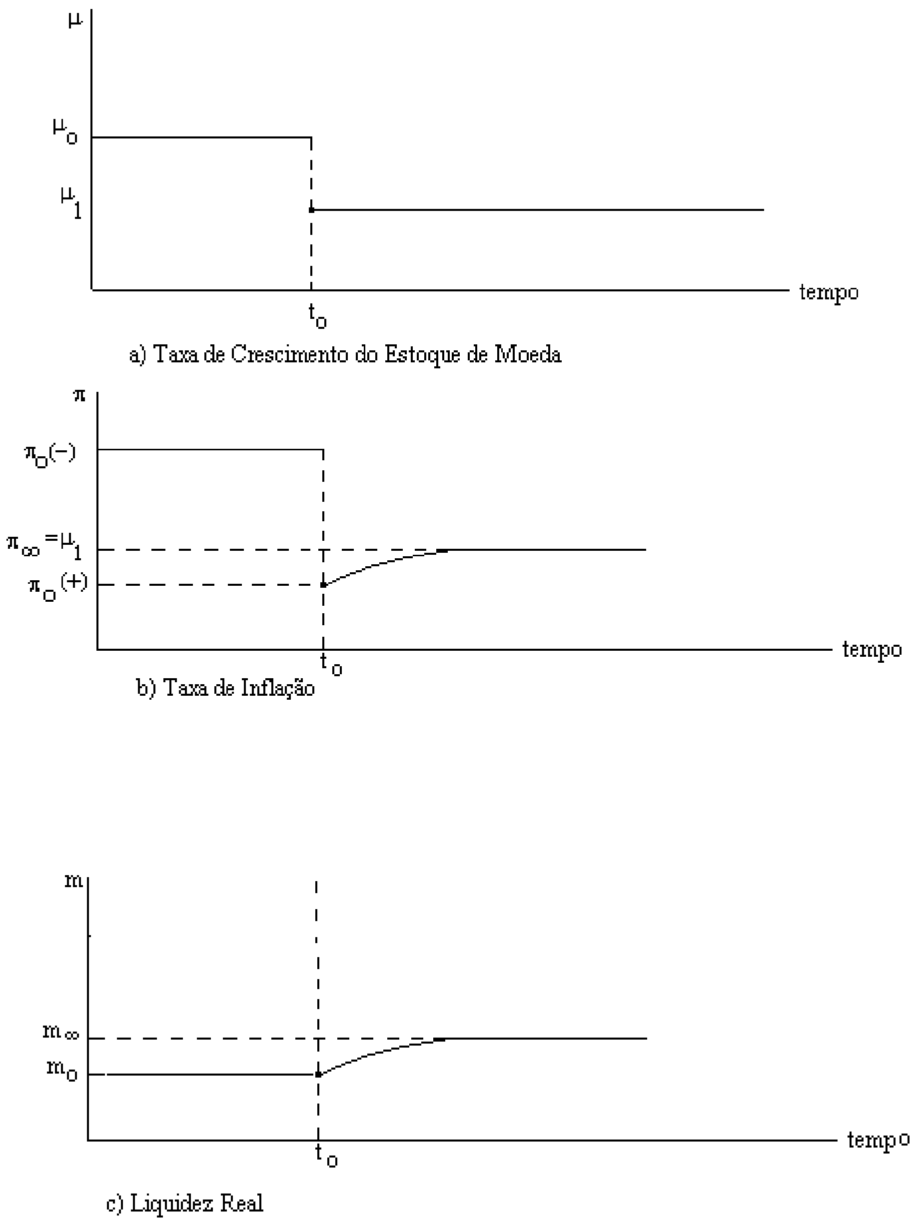


Figura 13. Ajustamento na Política Monetária Não-Antecipada

3.2 Regime Fiscal

No regime fiscal a política monetária é passiva pois o Banco Central financia o déficit do Tesouro. Neste regime de política econômica o modelo consiste no seguinte sistema de duas equações diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{m} = f - m\,\pi \\ \\ \dot{\pi} = k - \lambda \ln m - \phi\,\pi \end{cases}$$

Em equilíbrio, quando $\dot{m} = 0 \quad e \quad \dot{\pi} = 0$, este sistema pode ter dois, um ou nenhum ponto de equilíbrio, dependendo da solução da equação:

$$g(m) = \lambda \ln m + \frac{\phi f}{m} = k$$

A Figura 14 mostra uma situação em que existem dois pontos de equilíbrio: o ponto A de inflação alta e liquidez real baixa e o ponto B de inflação baixa e liquidez real alta.

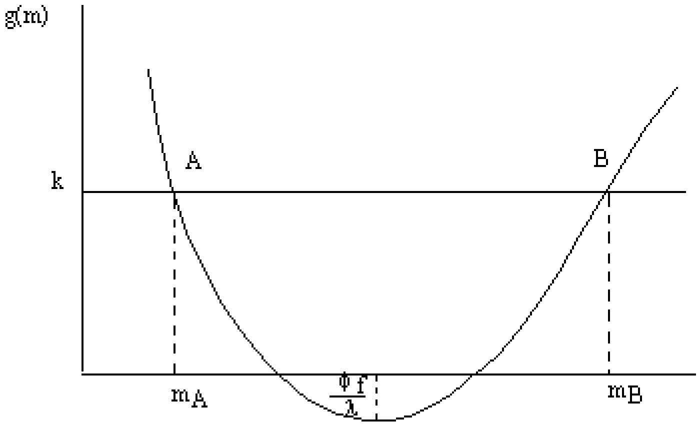


Figura 14. Regime Fiscal: Equilíbrio Múltiplo

A Matriz Jacobiana do sistema de equações diferenciais, que corresponde ao regime fiscal, é dada por:

$$J = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \dot{m}}{\partial m} & \dfrac{\partial \dot{m}}{\partial \pi} \\ \\ \dfrac{\partial \dot{\pi}}{\partial m} & \dfrac{\partial \dot{\pi}}{\partial \pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\overline{\pi} & -\overline{m} \\ \\ -\dfrac{\lambda}{\overline{m}} & -\phi \end{bmatrix}$$

O determinante desta matriz é igual a:

$$|J| = \overline{\pi}\,\phi - \lambda$$

No ponto *A* este valor é positivo ($|J_A| > 0$) pois $\pi_A = (f/m_A) > \lambda/\phi$. Como o traço da matriz *J* ($trJ = -\overline{\pi} - \phi$) é sempre positivo, segue-se que o ponto A é um poço, um ponto de equilíbrio estável. No ponto B o determinante de matriz j é negativo ($|J_B| < 0$), porque $\pi_B = (f \,/\, m_B) < \lambda / \phi$. Logo, o ponto B é um ponto de sela.

A Figura 15 mostra o diagrama de fases do modelo no regime de política fiscal. Admite-se que o equilíbrio da economia ocorre no ponto B, de inflação baixa e liquidez elevada, pois existe uma única trajetória que leva a economia a esse ponto, que é o ramo estável da sela.

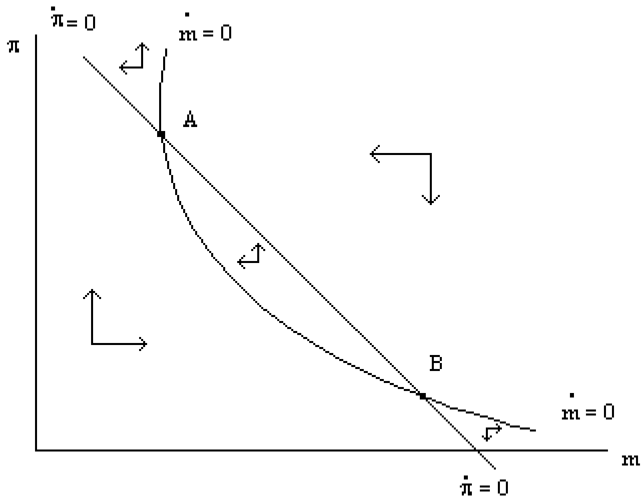


Figura 15. Regime Fiscal: Diagrama de Fases

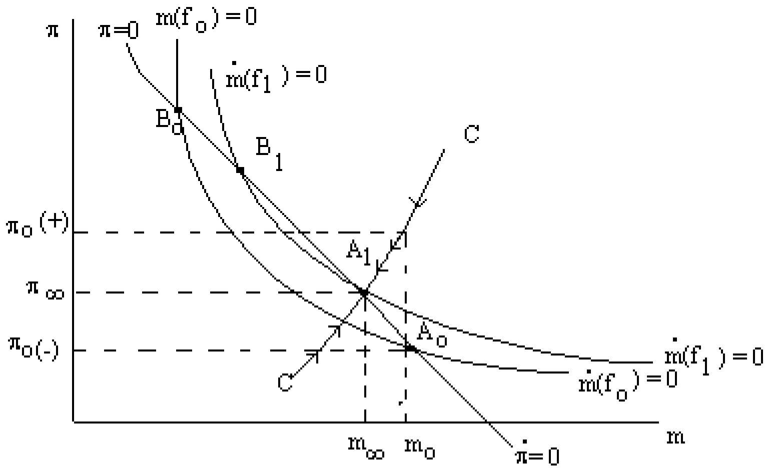
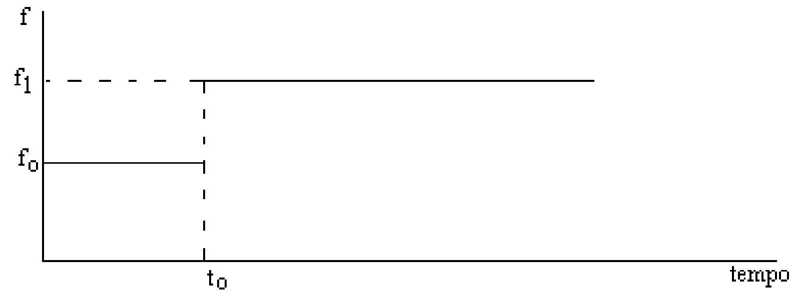
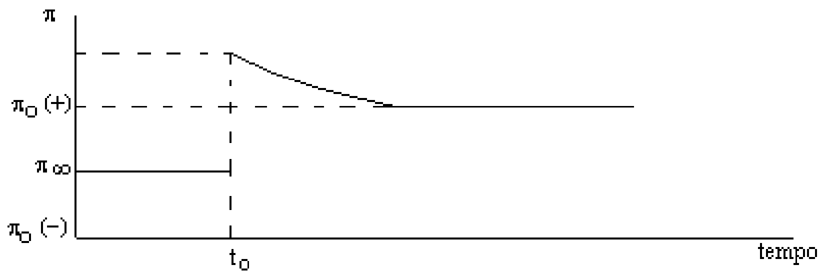


Figura 16. Mudança Não Antecipada da Política Fiscal

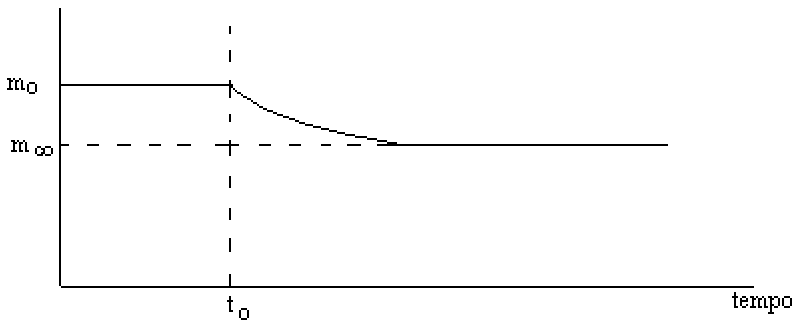
Suponha que ocorra um aumento não-antecipado do déficit público real, como indicado na Figura 17a, que cresce de f_0 para f_1. A curva $\dot{m} = 0$ desloca-se de $\dot{m}(f_0) = 0$ para $\dot{m}(f_1) = 0$, e o novo ponto de sela do modelo será dado pelo ponto A_1, onde a inflação é mais elevada e a liquidez real mais baixa. No instante em que a política fiscal muda, a taxa de inflação pula de $\pi_0(-)$ para $\pi_0(+)$, enquanto o nível de liquidez real permanece o mesmo, pois ela é uma variável predeterminada. A taxa de inflação diminui gradualmente até atingir o novo equilíbrio, como indicado na Figura 17b. A liquidez real também ajusta-se gradualmente às novas condições do déficit público, diminuindo ao longo do tempo e convergindo para o seu novo equilíbrio.



a) Déficit Público



b) Taxa de Inflação



c) Liquidez Real

Bibliografia

Barbosa, F.H., W.M. Oliva e E.M.Sallum. "A Dinâmica da Hiperinflação". Ensaios Econômicos EPGE n° 173, 1991 e Revista de Economia Política, janeiro,1993.

Beavis,B. e I. Dobbs. Optimization and Stability Theory for Economic Analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

Beltrami, E. Mathematics for Dynamic Modelling. San Diego, Ca.: Academic Press, Inc., 1987.

Blanchard, O.J. e S. Fischer. Lectures on Macroeconomics. Cambridge, MA.: MIT Press, 1989.

Cagan, Phillip. "The Monetary Dynamics of Hyperinflation". In Studies in the Quantity Theory of Money, oganizado por Milton Fiedman. pp. 25-117. Chicago: The University of Chicago Press, 1956.

Calvo, Guillermo A. "Staggered Prices in a Utility - Maximizing Framework". Journal of Monetary Economics 12, setembro, 1983, pp 383-398.

Humi, M. e W. Miller. Second Couse in Ordinary Differential Equations for Scientists and Engineers. New York: Spring-Verlag, 1988.

Semmler, W. (organizador). Financial Dynamics and Business Cycles. Armonk, N.Y.: M.E. Sharpe, Inc., 1989.