



**F U N D A Ç Ã O  
GETULIO VARGAS**

---

**EPGE**

Escola de Pós-Graduação  
em Economia

Ensaaios Econômicos

Escola de

Pós-Graduação

em Economia

da Fundação

Getúlio Vargas

Nº 438

ISSN 0104-8910

**Modelos de Ciclos Reais de Negócios Aplica-  
dos à Economia Brasileira**

Paulo Rogério da Costa Val, Pedro Cavalcanti Gomes Ferreira

Janeiro de 2002

URL: <http://hdl.handle.net/10438/517>

Os artigos publicados são de inteira responsabilidade de seus autores. As opiniões neles emitidas não exprimem, necessariamente, o ponto de vista da Fundação Getulio Vargas.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

Diretor Geral: Renato Fragelli Cardoso

Diretor de Ensino: Luis Henrique Bertolino Braido

Diretor de Pesquisa: João Victor Issler

Diretor de Publicações Científicas: Ricardo de Oliveira Cavalcanti

Rogério da Costa Val, Paulo  
Modelos de Ciclos Reais de Negócios Aplicados  
à Economia Brasileira/ Paulo Rogério da Costa Val,  
Pedro Cavalcanti Gomes Ferreira - Rio de Janeiro : FGV,EPGE,  
2010

(Ensaio Econômico; 438)

Inclui bibliografia.

CDD-330

# Modelos de ciclos reais de negócios aplicados à economia brasileira

Paulo Rogério da Costa Val  
Banco BBM

Pedro Cavalcanti Ferreira<sup>1</sup>  
EPGE  
Fundação Getulio Vargas

11 de janeiro de 2002

<sup>1</sup>Praia de Botafogo 190, 1125, Rio de Janeiro, RJ, 22253-900, Brasil. Email dos autores: pauloval@bbmbank.com.br , ferreira@fgv.br

## Resumo

O objetivo deste trabalho é testar modelos clássicos de *real business cycles* para a economia brasileira. Em um primeiro estágio busca-se fatos estilizados, o que foi feito através da escolha de séries adequadas e da separação dos componentes cíclicos e da análise dos ciclos resultantes. Os parâmetros dos diversos modelos foram estimados utilizando o Método Generalizado dos Momentos (MGM). Estes parâmetros foram utilizados para construir diversas economias artificiais que, após simulação, foram confrontadas com os dados da economia brasileira. Entre todos testados, o modelo que melhor se adequou aos dados foi de *cash in advance* com taxaço distorciva. Entretanto, alguns fatos estilizados importantes, como por exemplo o excesso de volatilidade do consumo, não foram adequadamente reproduzidos pelos modelos testados.

# 1 Introdução.

Um dos grandes focos de interesse na economia, antes da publicação da Teoria Geral de Keynes, consistia no estudo da flutuação recorrente de várias séries macroeconômicas ao redor do que poderia ser considerado sua tendência de longo prazo, bem como o fato destas flutuações serem correlacionadas no decorrer dos ciclos. Este fenômeno, conhecido como **business cycles** (ciclos de negócios), atraiu a atenção de vários economistas que buscavam desde uma definição apropriada para o ciclo e sua documentação (Burns e Mitchell, por exemplo), até o estudo da relação das séries durante cada ciclo (como Frederick Mills), buscando indícios sobre suas causas.

A publicação da Teoria Geral, e a chamada revolução keynesiana que se seguiu, teve como consequência a alteração do objetivo de grande parte dos pesquisadores para a tentativa de se prever qual seria o nível dos agregados econômicos em determinado período, considerando dados os valores anteriores destes. Ao fazer isto, esperava-se poder reverter os efeitos negativos dos ciclos com políticas específicas, bem como alterações institucionais, conforme o caso.

Por outro lado, esta escola criticava a tentativa de se trabalhar com modelos de equilíbrio, principalmente pela observação do comportamento do mercado de trabalho. Segundo ela, o desemprego não poderia ser explicado como uma consequência da escolha dos indivíduos, sendo involuntária a natureza deste fenômeno. Uma evidência utilizada para justificar este ponto é a aparente contradição entre grandes flutuações nas horas trabalhadas e pequenas variações nos salários, o que colocaria em dúvida o argumento que os agentes estavam respondendo voluntariamente a variações nos preços.

Para tratar a aparente contradição entre equilíbrio e ciclos econômicos no mercado de trabalho, Keynes e seus sucessores supuseram que os salários nominais seriam rígidos e argumentaram que em tal situação modelos de equilíbrio seriam inadequados. Deve-se mencionar que a escola keynesiana foi responsável pela criação de alguns modelos econométricos que se adequavam razoavelmente aos dados, tanto qualitativamente como quantitativamente<sup>1</sup>, utilizando uma metodologia para a aplicação dos modelos muito mais sofisticada do que as experiências anteriores.

No decorrer da década de 70, autores como Robert Lucas e Edward Prescott foram responsáveis por uma renovação do interesse dos estudos dos **business cycles**, além de expor razões para voltar a se utilizar modelos de equilíbrio geral como ferramenta para seu estudo. Uma crítica importante

---

<sup>1</sup>ver Lucas(1977, pp.10-11)

de Lucas aos modelos econométricos que vinham sendo usados, residia no fato de que, apesar destes possuírem uma aderência boa aos dados, as regras de decisão obtidas não eram invariantes às alterações de políticas econômicas que estes mesmos modelos eram utilizados para avaliar. Acontecia que, apesar de um determinado modelo conseguir se adaptar bem às séries históricas, as suas previsões para as consequências de novas políticas econômicas eram bastante duvidosas. Por outro lado, devia-se esperar que modelos que partissem de parâmetros tecnológicos e de preferências dos agentes para atingir seus resultados, atingissem regras de decisão invariantes a mudanças de políticas, uma vez que não se espera que mudanças tecnológicas ou nas preferências sejam causadas por alterações em políticas econômicas. Desta forma, modelos macroeconômicos com fundamentos micro - nos quais o comportamento dos indivíduos e firmas fossem derivados de um comportamento maximizador - deveriam produzir resultados mais adequados do que aqueles nos quais o comportamento dos agentes seria feito de acordo com regras *ad hoc*.

Lucas argumenta que um modelo de equilíbrio é construído exatamente para mostrar como os agentes reagirão à mudanças. Contudo, um modelo que seja construído utilizando regras que parecem descrever adequadamente o comportamento dos agentes em um determinado período de tempo, são inúteis para analisar o impacto de mudanças não triviais na economia.

Kydland e Prescott(1982) apresentam um modelo de equilíbrio geral dinâmico com o objetivo de tentar estudar os *business cycles*. Neste artigo, choques de produtividade seriam os únicos responsáveis pela geração do ciclo<sup>2</sup>. Estes choques seriam propagados para as outras variáveis através das regras de decisão obtidas do comportamento maximizador das famílias e das firmas - portanto, regras derivadas dos parâmetros tecnológicos e de preferências - e das leis de movimento das variáveis de estado.

Os autores utilizaram simulações numéricas para produzir séries de variáveis aleatórias, elaboradas de forma a reproduzir características dos choques de produtividade<sup>3</sup>. Uma vez obtidos estes choques, uma economia artificial, calibrada de forma a refletir os parâmetros da economia americana, foi simulada com os agentes respondendo de forma ótima às variações. Em seguida, os componentes cíclicos e de tendência foram separados e calculou-se os desvios padrão dos primeiros. A simulação foi repetida um certo número de vezes e no final a média dos momentos foi calculada e comparada aos momentos dos

---

<sup>2</sup>Como os ciclos afetam um grande número de setores da economia, uma escolha lógica para o fato gerador do ciclo seria um choque que atingisse todos os setores da economia. Lucas, anteriormente, havia descartado a hipótese dos *business cycles* serem causados por choques tecnológicos. Segundo ele, este tipo de choque influenciaria positivamente algumas firmas e negativamente outras, sendo improvável que seu efeito agregado fosse relevante.

<sup>3</sup>Os autores associam o choque de produtividade ao resíduo de Solow.

ciclos dos Estados Unidos.

Os resultados obtidos foram bastante bons, principalmente considerando a simplificação do modelo; por exemplo, a moeda, vista por muitos como causa dos ciclos, não era sequer considerada. Entre estes resultados, podemos citar que o modelo simulado possuía um comportamento cíclico similar ao da economia verdadeira - o consumo e o capital simulados possuíam ciclos mais suaves que o produto, enquanto o ciclo do investimento era mais acentuado. Quantitativamente o modelo não conseguia resultados tão bons, principalmente pela simulação ter gerado séries de consumo e horas trabalhadas suaves demais.

Entretanto, um dos avanços mais importantes deste artigo consiste na aplicação da teoria de equilíbrio geral dinâmico - a qual estava muito associada ao campo teórico, tendo até então poucas aplicações práticas - a um problema econômico concreto, tentando designar valores aos parâmetros e assim obter resultados quantitativos.

Abria-se, então, um caminho alternativo à teoria então dominante. A linha de pesquisa aberta por Kydland e Prescott, denominada **Real Business Cycles (RBC)**, foi desenvolvida por vários outros pesquisadores, buscando incorporar aspectos existentes nas economias verdadeiras, de forma a tornar os modelos cada vez mais realistas<sup>4</sup>.

Surge, então, a seguinte pergunta: os modelos desenvolvidos seguindo esta tradição podem ser aplicados a outros países? A resposta aparece com uma frase de Lucas(1997, p.10) sobre os **business cycles** : “There is, as far as I know, no need to qualify these observations by restricting them to particular countries or time periods: they appear to be regularities common to all decentralized market economies”, o que, ainda segundo o mesmo autor, parece apontar para a existência de uma lei geral capaz de explicar o comportamento cíclico presente em todas elas e não para explicações baseadas na estrutura institucional específica de cada uma.

O objetivo deste trabalho é testar alguns modelos de **real business cycles**, calibrados de forma a replicar a economia brasileira, visando testar qual a aderência destes aos dados do Brasil<sup>5</sup>. O primeiro estágio foi a busca de fatos estilizados da economia brasileira, o que foi feito através da escolha de

---

<sup>4</sup>Por exemplo, Rios-Rull(1995) modela uma economia com agentes heterogêneos, Greenwood, Rogerson e Wright(1995) modelam produção doméstica, etc.

<sup>5</sup>Kanczuck e Faria(2000) e Ellery, Gomes e Sachida (2000) possuem objetivo semelhantes embora os três artigos tenham sido desenvolvidos simultaneamente e de maneira independente. No primeiro caso os autores trabalham somente com dados para a indústria e no segundo, embora haja um trabalho mais minucioso na construção das séries de dados, os autores trabalham somente com um modelo mais simples de ciclos, semelhante ao primeiro estudado no presente artigo.

séries adequadas, da separação dos componentes cíclicos e da análise dos ciclos resultantes.

Os parâmetros foram estimados utilizando o Método Generalizado dos Momentos (MGM), sendo os valores obtidos com esta estimação bastante próximos aos de outros autores que utilizaram métodos diferentes - desde calibração propriamente dita até outros estimadores.

Finalmente, utilizamos os parâmetros para construir uma economia artificial. Esta economia, propositalmente simples, foi simulada e os ciclos gerados comparados aos do Brasil, fornecendo indícios sobre quais aspectos deveriam ser modelados com mais detalhe. Em seguida foi simulado um modelo no qual os agentes possuíam restrição de *cash in advance* e seus resultados comparados aos do modelo anterior e aos do Brasil.

## 2 Dados.

Inicialmente foi necessário construir uma base de dados capaz de fornecer o comportamento dos agregados macroeconômicos brasileiros, bem como os valores dos parâmetros para as economias artificiais que iremos simular. As séries de consumo e investimento empregadas foram retiradas das contas nacionais, calculadas inicialmente pelo Instituto Brasileiro de Economia (IBRE) da Fundação Getúlio Vargas e posteriormente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Em relação ao consumo, a série mais adequada deveria consistir apenas em consumo de bens não duráveis, sendo os duráveis incluídos em investimento; como se espera que o consumo de bens duráveis seja mais variável do que o de não duráveis, a série de consumo que utilizamos provavelmente é mais volátil do que a série ideal. Um outro problema relativo a esta série é a metodologia empregada para o seu cálculo, pois a série de consumo das contas nacionais do Brasil é obtida como resíduo, após a retirada da formação bruta de capital do produto<sup>6</sup>. Conseqüentemente, problemas como erro de mensuração das outras séries também afetam o valor do consumo e podem aumentar a volatilidade do consumo calculado.

O produto utilizado foi obtido através da soma das séries de consumo e investimento o que implica em subtrair as exportações líquidas deste agregado. Isto é necessário pois as economias simuladas não apresentam setor externo. Uma outra simplificação é que o governo, quando existe, não possui consumo e não investe, limitando-se a tributar e devolver a receita resultante às

---

<sup>6</sup>A partir 1987 este procedimento torna-se ainda mais inadequado pois neste ano o IBGE parou de calcular a série de variação de estoques.



famílias na forma de transferências e emitir moeda. As series foram expressas em reais de 1995, utilizando para isto o deflator implícito do PIB. Definimos cada família como sendo um indivíduo da População Economicamente Ativa (PEA).

A série de horas trabalhadas foi construída a partir da série de horas trabalhadas na produção da Federação das Indústrias do Estado de São Paulo (FIESP). Como este órgão possui apenas um índice de horas trabalhadas, foi necessário fazer algumas hipóteses para conseguir uma série que refletisse as horas trabalhadas por família. Adotamos o seguinte procedimento: supondo que cada indivíduo da população ocupada trabalhasse oito horas por dia, durante 19,25 dias<sup>7</sup> em julho de 98 chegamos ao total de horas trabalhadas neste mês. Utilizando o índice da FIESP, chegamos à uma série de horas totais. Posteriormente, dividiu-se esta série pela PEA para obter o número de horas por família. Obviamente, estas hipóteses são fortes mas a ausência de dados nos obriga a fazê-las.

A série de capital também teve que ser construída, devido ao fato de não existir estatísticas sobre este agregado. Para tanto utilizamos a lei de movimento do capital  $k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$ , onde  $k_t$  representa o capital e  $i_t$  o investimento do período t. A taxa de depreciação  $\delta$  foi fixada em 6,5% ao ano, semelhante à Araújo(1997) e próxima à utilizada em Rosal e Cavalcanti Ferreira(1998) e Hoffman(1992). Como valor inicial da série de capital fizemos  $k_0 = \frac{1}{\delta + (\phi - 1)}i_0$ , onde  $(\phi - 1)$  representa a taxa de crescimento do investimento, suposta constante nos anos anteriores à série que possuímos<sup>8</sup>.

## 2.1 Filtragem.

O principal objetivo deste trabalho é avaliar a aderência de alguns modelos de Real Business Cycles em relação à economia brasileira, identificando quais os aspectos nos quais as economias artificiais fornecem resultados satisfatórios e quais as alterações que devem ser feitas de forma a construir modelos cujo comportamento seja mais próximo do desejado.

<sup>7</sup>O número de dias foi escolhido de forma a refletir o número de dias úteis do mês, excluídas as férias.

<sup>8</sup>A justificativa para tal procedimento é que, segundo a lei de movimento do capital, temos  $k_0 = (1 - \delta)k_{-1} + i_{-1}$ . Substituindo recursivamente o investimento nesta fórmula obtemos  $k_0 = \sum_{\tau=0}^{\infty} (1 - \delta)^\tau i_{-(\tau+1)}$ . Agora, se a taxa de crescimento do investimento for uma constante dada por  $\phi = \frac{i_t}{i_{t-1}}$  obtemos :  $k_0 = \sum_{\tau=0}^{\infty} \frac{(1-\delta)^\tau i_0}{\phi^{1+\tau}} = \phi \sum_{\tau=0}^{\infty} \frac{(1-\delta)^\tau}{\phi^\tau} i_0 \implies k_0 = \{\delta + (\phi - 1)\}^{-1} i_0$ .

O primeiro passo para isso é definir o que são tais ciclos de negócios e como calculá-los. Lucas(1977) os define como flutuações recorrentes do produto em relação à uma tendência de longo prazo, bem como o movimento pró-cíclico (em relação ao ciclo do produto) de outros agregados econômicos em torno de suas respectivas tendências.

Os ciclos das séries serão calculados utilizando o método empregado pela maioria dos trabalhos sobre **Real Business Cycles**, o que permitirá a comparação dos resultados obtidos para o Brasil e os resultados originais para os Estados Unidos. Este procedimento consiste em decompor as séries em ciclo e tendência, utilizando o processo de filtragem conhecido como filtro de Hodrick - Prescott. O filtro H-P gera a sequência  $\{x_t\}_{t=0}^T$  que é solução para o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \min_{\{x_\tau\}} & \sum_{\tau=0}^T (X_\tau - x_\tau)^2 \\ \text{tal que} & \sum_{\tau=2}^{T-1} [(x_{\tau+1} - x_\tau) - (x_\tau - x_{\tau-1})]^2 \leq c. \end{aligned}$$

sendo esta sequência a tendência da série  $X$ . Se fixarmos  $c = 0$  obteremos uma tendência linear<sup>9</sup>. Por outro lado, quanto maior for  $c$  teremos uma tendência cada vez mais próxima da série original e mais suave será o ciclo<sup>10</sup>.

Para séries trimestrais o procedimento padrão é escolher um  $c$  tal que o multiplicador de Lagrange do problema descrito acima seja  $\lambda = 1600$ . A escolha deste valor tem sido justificada na literatura com o argumento de que a série de ciclos resultante da operação  $Ciclo(X_t) = X_t - x_t$  estaria isenta de efeitos que tenham se originado a partir de aproximadamente 32 trimestres, o que enfatizaria as flutuações frequência mais alta<sup>11</sup>. Como as séries que utilizaremos possuem periodicidade anual<sup>12</sup>, devemos utilizar lambda análogo,

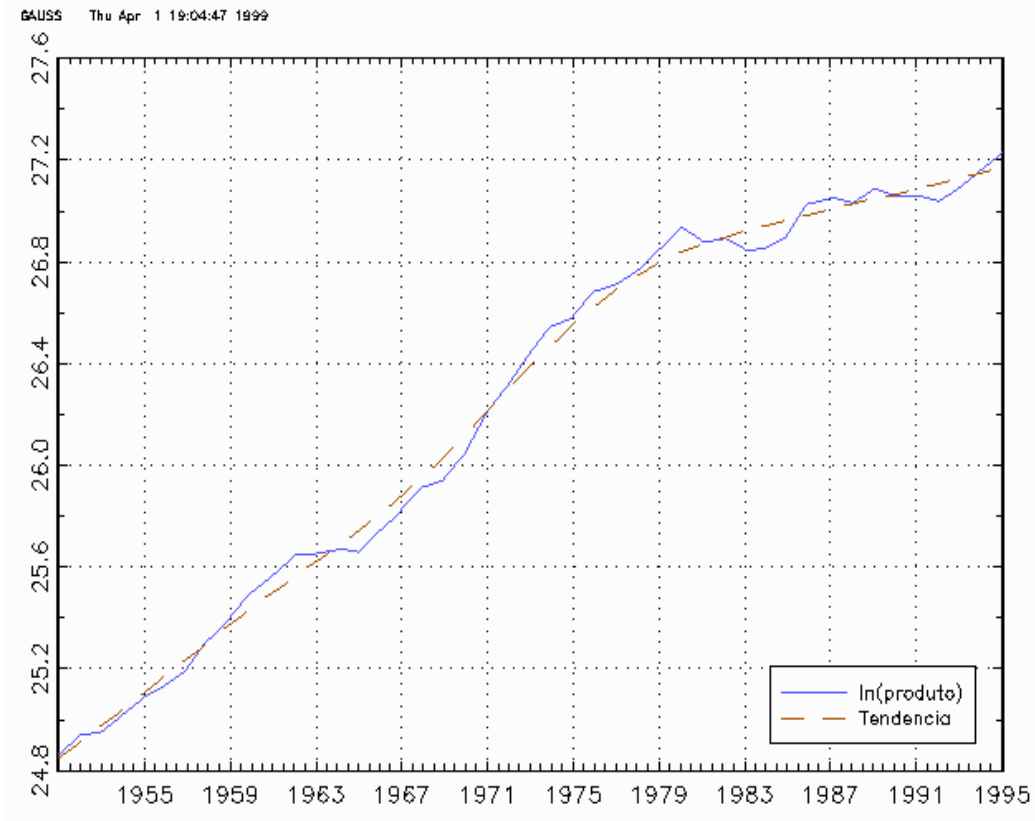
<sup>9</sup>Pode ser verificado que se procedermos desta forma obteremos o estimador de mínimos quadrados ordinários para a tendência.

<sup>10</sup>O problema de minimização pode ser reescrito como  $\min_{\{x_\tau\}} \sum_{\tau=0}^T (X_\tau - x_\tau)^2 + \lambda \sum_{\tau=2}^{T-1} [(x_{\tau+1} - x_\tau) - (x_\tau - x_{\tau-1})]^2$ , na qual o componente  $\sum_{\tau=0}^T (X_\tau - x_\tau)^2$  seria responsável pela aderência da tendência à série original, enquanto o componente  $\sum_{\tau=2}^{T-1} [(x_{\tau+1} - x_\tau) - (x_\tau - x_{\tau-1})]^2$  seria responsável pela suavidade da tendência. Desta forma, quanto maior for o parâmetro  $\lambda$ , maior será o peso do componente de suavização. Por outro lado, um  $\lambda$  muito pequeno produzirá uma tendência muito semelhante à série original.

<sup>11</sup>Ver Cooley e Hansen(1995).

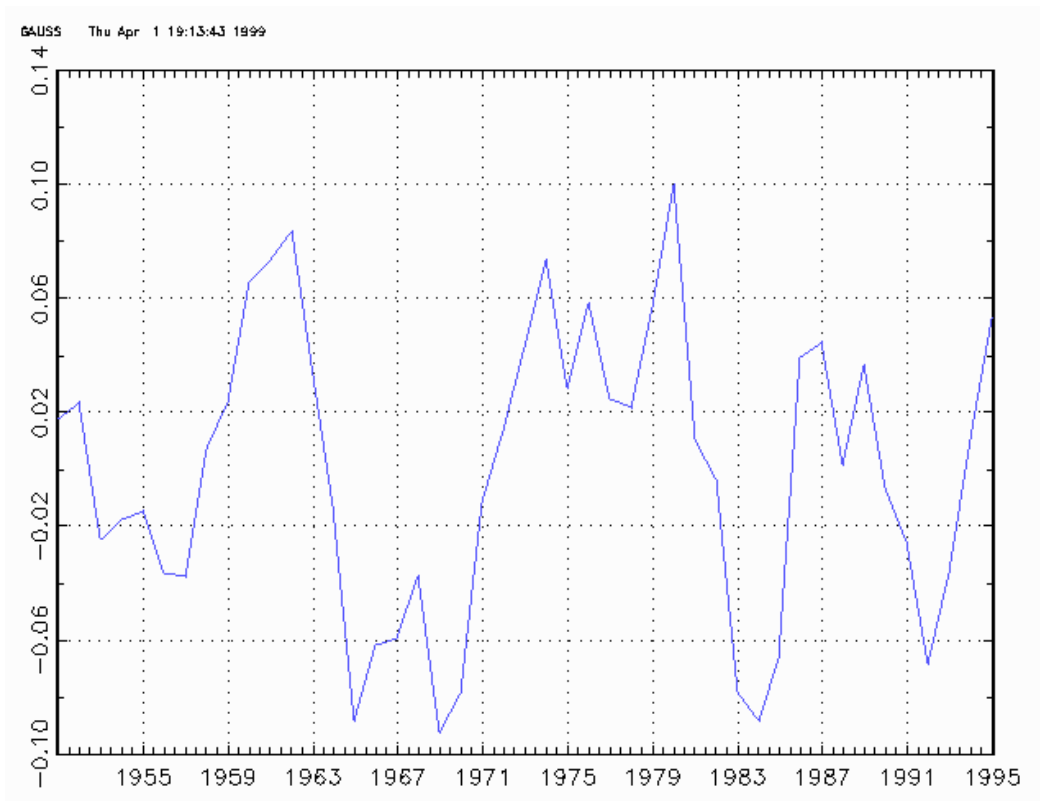
<sup>12</sup>Um dos motivos para a escolha da frequência anual foi a inexistência de estatísticas oficiais sobre consumo e investimento trimestral quando este trabalho foi executado (recentemente o IBGE passou a divulgar a série do PIB trimestral pela ótica da demanda). Além disto, a série de PIB trimestral calculada pelo IBGE começa em 1990, resultando em 32 observações no período analisado sendo, portanto, inferior ao número de observações utilizado. Finalmente, o uso de dados anuais permite obter um maior número de ciclos

o qual seja reflita esta diferença. O valor escolhido foi  $\lambda = 100$ . As figuras abaixo ilustram a aplicação do filtro H-P à série de PIB brasileira, bem como o ciclo resultante de seu emprego.



Logarítmo do PIB e sua tend ência

econômicos, sendo provavelmente mais adequado para este estudo.



Ciclo do logaritmo do PIB.

Apesar de ocasionalmente criticado por alguns pesquisadores, os quais argumentam que o filtro H-P não mede o ciclo de negócios adequadamente, Prescott(1998) defende-se dizendo que a definição do ciclo como a série resultante da filtragem é uma definição operacional e como tal não pode ser classificada nem como certa, nem como errada. Além disto, Prescott(1986) argumenta que “If business cycles were sensitive to the detrending procedure employed, there would be a problem. But the key facts are not sensitive to the procedure if the trend curve is smooth.”<sup>13</sup>

Uma observação final deve ser feita sobre o processo utilizado para calcular os ciclos. Em geral utiliza-se no processo de filtragem o logaritmo da série, o que têm como vantagem o fato do desvio padrão do ciclo ser expresso em taxa de variação. Entretanto, o objetivo dos trabalhos de *real business cycles* é a análise dos ciclos, com as economias simuladas não possuindo crescimento e por isso os ciclos gerados pelos modelos apresentados no decorrer deste trabalho algumas vezes possuíam valores negativos impossibilitando a uti-

<sup>13</sup>Esta opinião não é um consenso como pode ser visto, por exemplo, em Stadler(1994).

lização do logaritmo. Para contornar este problema utilizamos a seguinte aproximação :

$$\ln \frac{x_t}{x_{t-1}} \approx \frac{x_t}{x_{t-1}} - 1$$

$$\ln(x_t) \approx \frac{x_t}{x_{t-1}} - 1 + \ln(x_{t-1}).$$

Aplicamos logaritmo na primeira observação de cada série e as observações seguintes foram calculadas de acordo com a fórmula acima. A vantagem de proceder desta forma é continuar com a interpretação em porcentagem do desvio das séries.

## 2.2 Fatos estilizados.

Antes de começar a trabalhar com os modelos propriamente ditos, torna-se necessário fazer algumas observações sobre as séries brasileiras. Para isto vamos analisar características destas, bem como relacioná-las às séries americanas equivalentes. Trabalharemos sempre com séries filtradas com o filtro H-P o que, como dito anteriormente, permitirá trabalharmos apenas com o componente cíclico das séries originais. A tabela a seguir lista os desvios padrão das séries brasileiras e americanas<sup>14</sup> para a comparação dos ciclos dos dois países.

Tabela 1: Desvios padrão (em porcentagem) das séries.

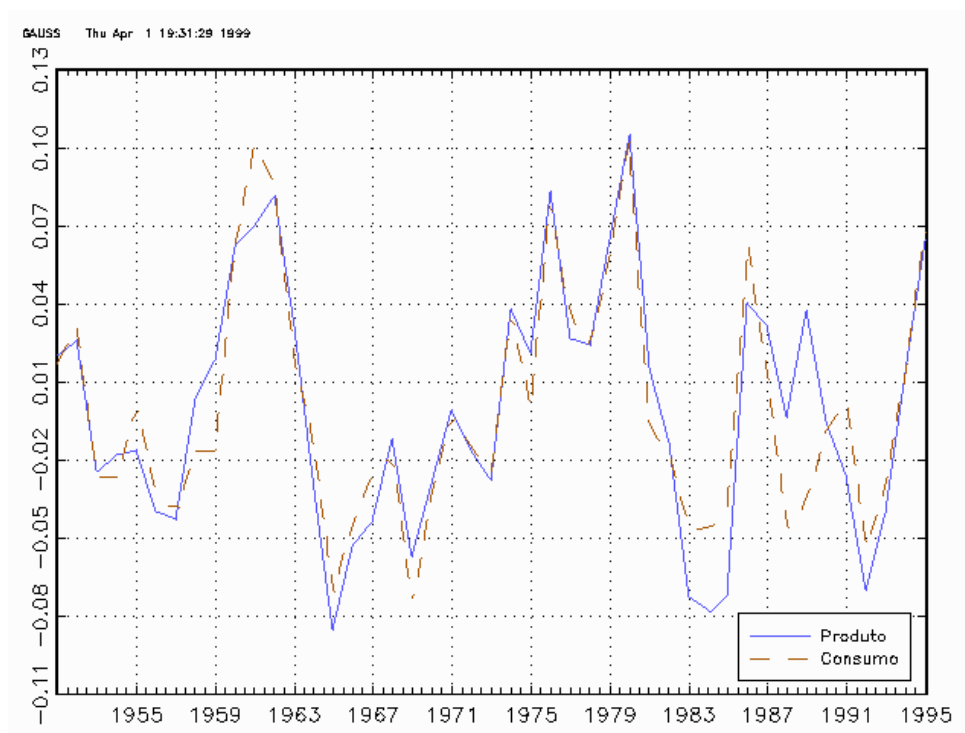
Série	Y	C	I	K	H	$\frac{Y}{H}$
Brasileira	4,73	4,51	10,09	2,96	3,30	4,26
Americana	3,28	1,82	10,89	1,82	1,78	2,07

<sup>14</sup>A série de consumo americano utilizada foi despesa em consumo privado, publicado pelo National Income and Products Account (NIPA), o investimento corresponde ao investimento privado bruto somado às variações de estoque, publicados pela mesma instituição. O produto foi obtido somando o consumo e o investimento, como em McGrattan(1994).

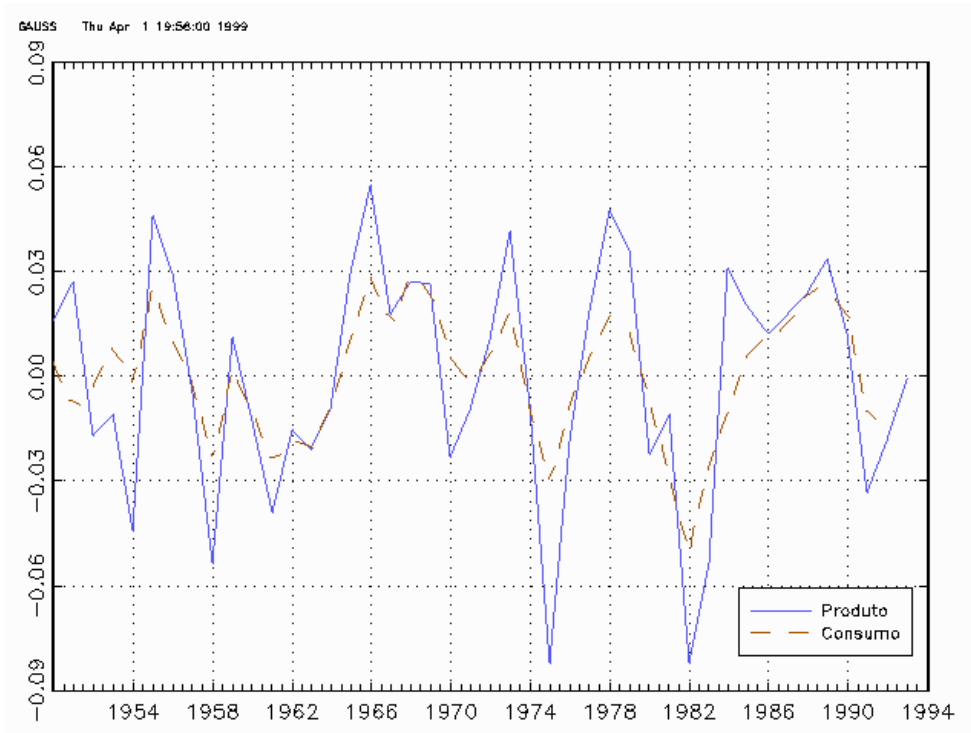
O capital foi obtido somando o estoque de capital não residencial ao de residencial, ambos publicados pelo Bureau of Economic Analysis, do Departamento de Comércio dos Estados Unidos.

A série de horas corresponde à anualização da série horas trabalhadas semanalmente, e a de população à de população acima de 16 anos, obtidas pelo Household Survey.

Um dos aspectos mais visíveis ao se analisar a tabela acima é a grande variação do consumo brasileiro em relação ao dos Estados Unidos. Este ponto fica ainda mais evidente ao compararmos as séries de produto e consumo. Enquanto nos Estados Unidos o consumo possui um ciclo muito mais suave que o produto, no Brasil as duas séries apresentam um comportamento bastante similar, sendo o ciclo do consumo quase tão acentuado quanto o do produto. Os gráficos abaixo ilustram este fato, reproduzindo os componentes cíclicos do produto e consumo nos dois países.



Ciclo do produto e consumo no Brasil.



Ciclo do produto e consumo nos EUA.

Uma explicação possível para este fato estaria na forma como a série de consumo é computada no Brasil. Como mencionado anteriormente, o cálculo do consumo como resíduo implica na inclusão de vários tipos de erro em seu valor. Além disto, a partir de 1987 o IBGE parou de calcular o valor das variações de estoques sendo o valor deste agregado incluído na série oficial de consumo.

Entretanto, dado o reduzido número de observações onde se verifica este último problema, ele não parece fornecer uma explicação satisfatória. De fato, ao calcularmos o desvio padrão para o período entre os anos de 1951 e 1986 chegamos a um valor de 4,69, o qual é maior do que o desvio da amostra completa.

Uma explicação alternativa seria uma restrição à liquidez maior no Brasil do que nos Estados Unidos, a qual impediria as famílias brasileiras de suavizar o consumo como desejado. Caso esta hipótese seja verdadeira, o consumo brasileiro deveria ser mais correlacionado com o produto do que o americano. Os gráficos relativos a estas séries nos mostram que este efeito deve ser verdadeiro, o que é ratificado pela tabela abaixo.

Tabela 2: Correlação entre as séries e o produto.

Série	Y	C	I	K	H	$\frac{Y}{H}$
Brasileira	1,00	0,91	0,68	0,09	0,52	0,60
Americana	1,00	0,84	0,93	0,24	0,81	0,87

A análise dos momentos acima revela que o consumo no Brasil é altamente correlacionado com o produto, sendo a magnitude deste momento maior do que a verificada para os EUA. Novamente, cabe lembrar que a série de consumo utilizada deveria ser a de consumo de não duráveis e a série usada introduz um viés na estimativa obtida uma vez que o consumo de duráveis deve apresentar um comportamento mais próximo da série de investimento.

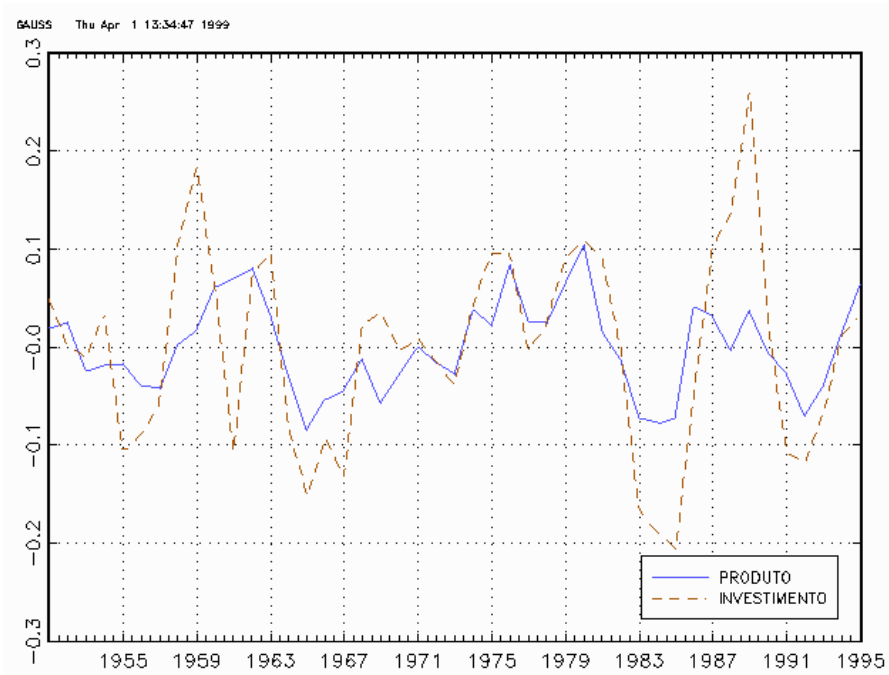
A produtividade  $\frac{Y}{H}$  e as horas trabalhadas brasileiras apresentam desvios padrão muito mais altos do que as séries americanas, apesar destas duas séries serem menos correlacionadas com o produto no Brasil. Uma outra estatística importante que envolve estas duas séries é a razão dos desvios padrão de horas e produtividade cujo valor é de aproximadamente 0,86 para a economia americana e 0,77 para a brasileira<sup>15</sup>.

Em relação à série de investimento, podemos notar que apesar do desvio padrão possuir valores bastante próximos nos dois países, a correlação com o produto nos EUA é muito mais elevada que a do Brasil, indicando que esta série é mais sensível à variações do produto no primeiro país. Os gráficos abaixo refletem este efeito.

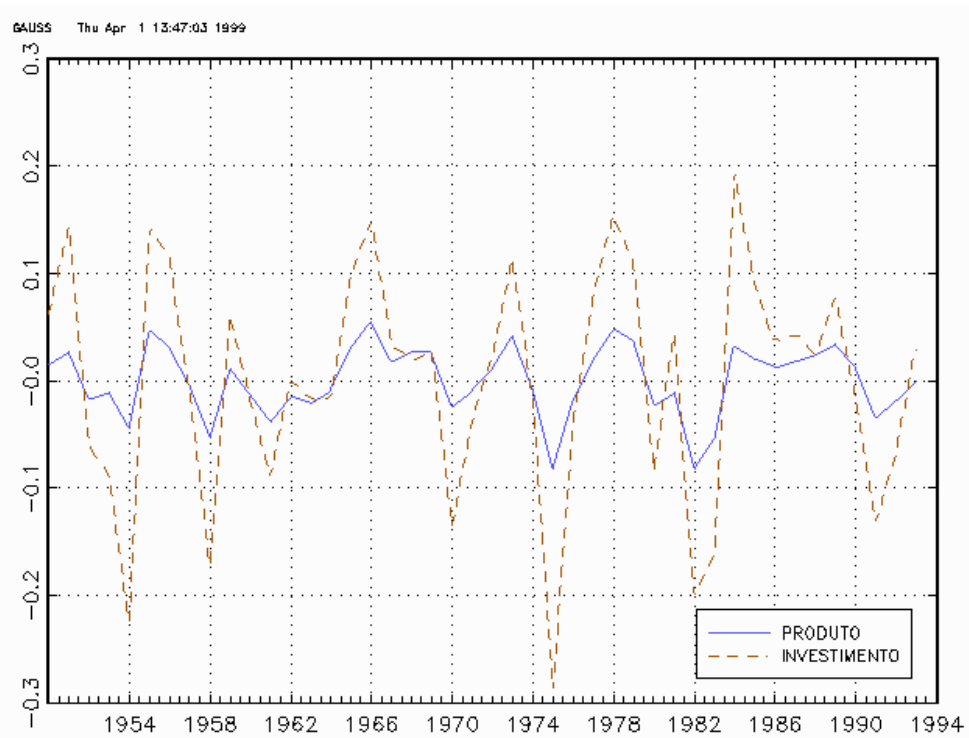
---

<sup>15</sup>Para dados trimestrais Kydland e Prescott(1982) e Hansen(1985) chegam a um valor de 1,4 para a série americana; se utilizarmos como produto a série de PIB americana, a razão dos desvios padrão dos ciclos de horas e produtividade possui um valor de 1,31 para dados anuais.





Ciclo do produto e investimento no Brasil.



Ciclo do produto e investimento nos EUA.

Finalmente, as duas séries de capital são muito pouco correlacionadas com o produto, o que seria de se esperar dada a natureza deste agregado. Além disto, a forma como esta série foi construída para o Brasil, nos indicaria que a correlação mais forte deveria ser em relação ao produto defasado.

Na tabela abaixo reproduzimos uma tabela com a correlação entre as séries brasileiras e leads e lags do produto onde podemos verificar que a correlação do capital com o produto defasado, apesar de maior do que com o produto contemporâneo, não é alta e que a influência do produto no capital é bastante persistente.

Tabela 3: Correlação das séries brasileiras.

	Y	C	I	K	H	$\frac{Y}{H}$
$\rho(y_{t-3}, x_t)$	-0,14	-0,07	-0,20	0,58	-0,63	0,26
$\rho(y_{t-2}, x_t)$	0,20	0,15	0,18	0,55	-0,41	0,41
$\rho(y_{t-1}, x_t)$	0,60	0,50	0,48	0,36	-0,11	0,54
$\rho(y_t, x_t)$	1,00	0,91	0,68	0,09	0,52	0,60
$\rho(y_{t+1}, x_t)$	0,60	0,52	0,43	-0,18	0,70	-0,20
$\rho(y_{t+2}, x_t)$	0,20	0,20	0,12	-0,35	0,45	-0,50
$\rho(y_{t+3}, x_t)$	-0,14	-0,06	-0,16	-0,35	-0,17	-0,44

## 2.3 Simulação.

O processo de simulação utilizado consiste nos seguintes passos:

1. Definidos os parâmetros, iremos calcular as regras de decisão para as variáveis de decisão. Isto será feito utilizando uma aproximação quadrática da função de utilidade em torno do steady-state. As regras de decisão serão lineares pois teremos um problema de maximização linear-quadrático<sup>16</sup>.
2. Calculadas as regras de decisão, um vetor de variáveis aleatórias com distribuição normal será gerado e conterà as variáveis aleatórias que responderão pelo termo estocástico na lei de movimento do choque tecnológico. Para o caso brasileiro este vetor conterà 145 observações

<sup>16</sup>Explicações mais detalhadas deste método podem ser encontradas em Rosal e Cavalcanti Ferreira(1998) ou Hansen e Precott(1995).

e para o caso americano 144; o motivo para a dimensão destes vetores ficará claro abaixo.

3. O valor inicial das variáveis de estado será o seu valor de *steady-state*; com as regras de decisão calculamos o valor das variáveis de decisão no período inicial e os estados do período seguinte utilizando a lei de movimento das variáveis de estado.
4. O último passo será repetido até que o número de observações de cada série seja igual ao número de variáveis aleatórias geradas no ítem 2. As séries resultantes sofrem o processo semelhante à aplicação do logaritmo descrito anteriormente e, em seguida, as 100 observações iniciais são descartadas. As observações restantes são filtradas e seus momentos calculados - observe que o número de observações utilizadas para cada país corresponde ao número de observações existentes nas séries verdadeiras.
5. Os três últimos passos são repetidos por 100 vezes, e no final tira-se a média dos momentos de todas as simulações. Esta média será comparada com os momentos das séries brasileiras. Observamos que a variância do choque será estabelecida de forma à igualar o desvio-padrão do produto na economia simulada e na economia brasileira.

### 3 Estimação.

O modelo utilizado para encontrar os parâmetros das economias que serão simuladas é composto por um grande número de famílias com vida infinita, sendo todo indivíduo da PEA considerado como uma família. Além disto, elas são proprietárias do capital - alugado pelas firmas - e de uma dotação de tempo, a qual seguindo McGrattan(1994) fixamos em 5200 horas por ano (excluídas as horas dedicadas à cuidados pessoais e repouso). O lado produtivo da economia é representado por uma única firma, a qual utiliza capital e trabalho para produzir o único bem elaborado existente. A firma possui uma função de produção do tipo Cobb-Douglas com retornos constantes de escala e emprega toda a receita obtida com a venda do bem na remuneração dos fatores de produção. O problema de equilíbrio competitivo não possui distorções, podendo ser resolvido por um planejador social na forma descrita abaixo:

$$\begin{aligned} \max_{h_t, c_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) - B h_t] \\ \text{tal que } c_t + i_t \leq e^{z_t} k_t^\theta (e^{\nu+\mu t} h_t)^{1-\theta} \\ \eta_{t+1} k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t \end{aligned}$$

no qual  $c_t$  representa a série de consumo,  $h_t$  as horas trabalhadas,  $i_t$  o investimento,  $k_t$  o capital e  $z_t$  o choque de produtividade e  $\eta_t = \frac{PEA_t}{PEA_{t-1}}$  representa a taxa de crescimento populacional. Todas as séries aparecem divididas pela PEA, o que explica a lei de movimento do capital ser expressa de forma ligeiramente diferente daquela apresentada na seção relativa aos dados. A outra restrição do modelo é a restrição de factibilidade, a qual nos diz apenas que a cada período a soma do consumo e do investimento pode ser, no máximo, igual ao produto.

Um ponto importante a ser notado é a introdução do lazer de forma linear na função de utilidade. Esta característica, que se trata de uma aparente simplificação, foi introduzida em Hansen(1985). Na verdade esta é uma sofisticação do modelo com lazer log-linear e será explicada mais adiante.

Um dos problemas do modelo exposto acima é apresentar um crescimento explosivo do produto. Para tornar o problema estacionário trabalharemos com as seguintes variáveis normalizadas :  $\mathbf{b}_t = \frac{c_t}{e^{\nu+\mu t}}$ ,  $\mathbf{h}_t = \frac{i_t}{e^{\nu+\mu t}}$ ,  $\mathbf{k}_t = \frac{k_t}{e^{\nu+\mu t}}$ , o que resultará na reformulação do modelo acima como :

$$\begin{aligned} \max_{h_t, c_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(\mathbf{b}_t) - B h_t] \\ \mathbf{b}_t + \mathbf{h}_t \leq e^{z_t} \mathbf{k}_t^\theta h_t^{1-\theta} \\ \text{tal que } \eta_t e^{\mu} \mathbf{k}_{t+1} = (1 - \delta) \mathbf{k}_t + \mathbf{h}_t \\ z_{t+1} = \rho z_t + \epsilon_{t+1} \end{aligned}$$

Devido ao reduzido número de observações destas séries (1951 à 1995 para todas as séries, exceto para a de horas que começa em 1975) optamos por estimar isoladamente cada uma das equações e não o sistema como um todo, pois de outra forma perderíamos muitas observações. Assim, a nossa estimativa apesar de consistente não é eficiente no sentido estatístico do termo. A equação relativa à função de produção que deveria ser estimada seria:

$$\ln \frac{y_t}{h_t} = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 \ln \frac{k_t}{h_t} + z_t.$$

Entretanto, a presença de raiz unitária nas séries  $\ln \frac{y_t}{h_t}$  e  $\ln \frac{k_t}{h_t}$  nos levou a agir de forma diferente. O procedimento adotado foi estimar a primeira diferença da equação acima, estando a equação estimada, bem como os resultados obtidos<sup>17</sup>, expostos abaixo.

$$\Delta \ln \frac{y_t}{h_t} = \beta_1 + \beta_2 \Delta \ln \frac{k_t}{h_t} + u_t,$$

Coefficiente	Estimativa	Estatística t	p-value
$\beta_1$	-0,020	-2,02	0,06
$\beta_2$	0,492	4,56	0,00

Estatística J	p-value
2,18	0,54

onde  $\mu = \frac{\beta_1}{1-\beta_2} = -0,04$ . A utilização do Método Generalizado dos Momentos (MGM) como estimador<sup>18</sup>, nos indica que a estatística usada para avaliar a validade do modelo estimado é a estatística J, a qual nos orienta a não rejeitar o modelo.

A participação do capital na renda, correspondente ao coeficiente  $\beta_2$ , foi estimada em 0,492 sendo altamente significativa. Este valor é bastante próximo ao obtido por outros autores, por exemplo, Araújo(1997) obtém para este parâmetro o valor de 0,4908 enquanto Rosal e Cavalcanti Ferreira(1998) obtém 0,55<sup>19</sup>. Por outro lado, a estimativa do coeficiente da tendência ( $\mu$ ) apresentou um valor negativo. Como isto não possui sentido econômico, e além disto o módulo deste valor é bastante pequeno, iremos trabalhar com  $\mu = 0$  nas estimações seguintes.

Neste ponto podemos descobrir o processo seguido pela série  $z_t$  da função de produção (note que a estimativa de  $u_t$  não é suficiente para isto). Isto será feito através da substituição dos coeficientes estimados na função de produção, escolhendo a constante de forma que o choque, dado pela série

<sup>17</sup>Uma descrição mais detalhada do procedimento utilizado, bem como algumas estimativas alternativas estão expostas no apêndice.

<sup>18</sup>Devido à uma possível autocorrelação serial, introduzida por trabalharmos com a primeira diferença da equação original, foi utilizada a correção de Newey-West.

<sup>19</sup>A utilização do teste de Wald para testar a hipótese de que a estimativa obtida é igual a qualquer das duas estimativas anteriores nos orienta a não rejeitar a hipótese de igualdade, sendo o menor p-value igual a 0,59.

$z_t$  tenha média zero. Ao fazermos isto observamos que esta série segue um processo autoregressivo de ordem um (AR(1)), com o valor do coeficiente autorregressivo bastante próximo de um. Seguindo o procedimento padrão na literatura para lidar com este fato iremos fazer  $\rho = 0,95$  na equação  $z_{t+1} = \rho z_t + \epsilon_{t+1}$ . O passo seguinte foi empregar a equação de Euler para obter a estimativa de taxa de desconto subjetiva  $\beta$ .

$$E_t \left( \frac{b_{t+1}}{b_t} - \frac{\beta}{\eta_{t+1}} \theta \frac{b_{t+1}}{k_{t+1}} + (1 - \delta) \right) = 0$$

Coefficiente	Estimativa	Estatística t	p-value
$\beta$	0,920	4,015	0,00

Estatística J	p-value
0,831	0,93

O teste de sobreidentificação do modelo, representado pela estatística J, nos aconselha a não rejeitá-lo. O valor obtido para o coeficiente  $\beta$  corresponde à uma taxa de desconto intertemporal trimestral de 0,979, também ficando próxima aos resultados obtidos anteriormente por outros autores. Rosal e Ferreira(1998) obtém um valor de 0,96 e Araújo(1997) 0,983. Em geral, nos trabalhos relativos à economia americana, o valor deste parâmetro é 0,99<sup>20</sup>.

Finalmente, o parâmetro B que representa o peso do lazer na função de utilidade, será definido de forma que o **steady-state** das horas trabalhadas em cada modelo seja condizente com a observação das séries brasileiras (aproximadamente 1/3).

É importante ressaltar que a estimação de parâmetros de modelos de RBC através de técnicas econométricas foi utilizada anteriormente em vários trabalhos como, por exemplo, McGrattan (1994). Uma das vantagens desta técnica é obter, além dos parâmetros desejados, métricas que permitem confrontar os resultados obtidos com parâmetros calibrados por outros autores; isto possibilita, por exemplo, avaliar a capacidade do modelo estimado em replicar fatos estilizados da economia brasileira. Entretanto, devemos

<sup>20</sup>A utilização do teste de Wald para testar a hipótese de que a estimativa obtida neste trabalho é igual às de Rosal e Ferreira(1998), Araújo(1997) ou ao dos EUA nos aconselharia a não rejeitá-la.

ressaltar que a utilização de econometria para chegar aos parâmetros foi alvo de críticas em alguns trabalhos, como em Prescott (1998).

## 4 Modelos.

Nesta seção trataremos das simulações propriamente ditas. O modelo inicial será propositalmente simples com o objetivo de descobrir quais os aspectos em que este reproduz adequadamente o comportamento da economia original e em quais deve ser aperfeiçoado. Tentaremos em seguida propor outros modelos com características que deverão torná-los mais realistas. Ressaltamos que todos os modelos aqui tratados são altamente abstratos, sem várias características relevantes em uma economia real<sup>21</sup> e que como tal seria supreendente se fossem capazes de replicar uma economia verdadeira em todos os seus aspectos. Contudo, isto não quer dizer que eles não o possam fazer em alguns aspectos importantes e sejam úteis para o seu estudo.

Todas as economias tratadas nesta seção possuirão um grande número de famílias idênticas, as quais possuem um estoque de capital ( $k$ ) e uma unidade de tempo que podem alocar entre lazer ou trabalho. A única firma da economia aluga o capital e utiliza o trabalho assalariado para produzir o único bem da economia, sendo a receita obtida na venda de sua produção repassada para as famílias. Toda escolha das famílias é feita tendo em vista a maximização da sua utilidade esperada.

A escolha óbvia para o modelo inicial deste trabalho deveria ser o primeiro modelo de *Real Business Cycles*, publicado em Kydland e Prescott(1982). Entretanto, esse artigo trata de uma economia relativamente sofisticada; por exemplo, ela incorpora a hipótese de *time to build*, isto é, a formação do capital requer que o investimento seja feito por mais de um período<sup>22</sup>.

Uma outra característica deste modelo é a introdução de uma função de utilidade na qual o lazer não é separável no tempo, admitindo uma maior substituição intertemporal do lazer. Entretanto, esta última hipótese implica no problema de que a evidência microeconômica aparentemente não corrobora uma elasticidade intertemporal em um valor tão alto como o que seria necessário para este replicasse adequadamente a economia americana.

---

<sup>21</sup>Como tais aspectos poderíamos citar a inexistência de setor externo, produção doméstica, bens públicos, etc. A literatura sobre *Real Business Cycles* já produziu modelos que incorporam tais aspectos mas não trataremos deles no decorrer deste trabalho.

<sup>22</sup>Tanto Kydland e Prescott(1982) quanto McGrattan(1994) utilizam a hipótese de *time to build* supondo que para se obter novo capital sejam necessários quatro períodos de investimento. Como estes autores trabalham com séries trimestrais o capital seria obtido após um ano de investimento, assim como neste trabalho.

Um modelo mais simples foi escolhido para nos fornecer informações sobre as características que devemos incluir em seguida.

## 4.1 O modelo com trabalho indivisível

Hansen(1985) desenvolve um modelo no qual a escolha dos indivíduos se dá entre trabalhar um certo número de horas, sendo este número fixo a priori, ou não trabalhar. Esta hipótese foi motivada pela observação de que a maior parte da variação nas horas trabalhadas corresponde à entrada e saída de pessoas de seus empregos (margem extensiva) e não de ajustes no número de horas trabalhadas feitos pelas pessoas empregadas (margem intensiva)<sup>23</sup>.

A dotação de tempo de cada família é igual a uma unidade. Entretanto, se decidir trabalhar, a firma a contratará apenas por  $h_0$  horas, com  $0 < h_0 < 1$ , o que torna o conjunto de consumo não convexo. Para poder trabalhar com a solução do planejador, utilizando o 2º Teorema Fundamental do Bem-Estar Social, Hansen introduz um mercado no qual os agentes escolhem contratos que definem a probabilidade com a qual irão trabalhar. Uma vez escolhida esta probabilidade, uma loteria determina se cada agente trabalhará ou não. Por exemplo, se um indivíduo quiser trabalhar  $x$  horas, a escolha será um contrato no qual esta probabilidade  $\pi$  seja  $\frac{x}{h_0}$ . Claramente, o máximo de horas trabalhadas possível por família será  $h_0$ , pois  $\pi \in [0, 1]$ . Este artifício altera a escolha dos agentes de trabalhar ou não, para a escolha da probabilidade  $\pi_t$  de trabalhar.

Um aspecto importante deste modelo é que a remuneração do trabalho se dá de acordo com a loteria escolhida, ou seja com o valor esperado das horas trabalhadas e não de acordo com as horas trabalhadas de fato<sup>24</sup>, sendo sua restrição orçamentária dada por:

$$c_t + i_t \leq w_t \pi_t h_0 + r_t k_t.$$

Como os agentes são idênticos, todos escolherão a mesma probabilidade, resultando em um número de horas trabalhadas per capita igual à  $h_t = \pi_t h_0$ . A função de utilidade esperada de uma família no período  $t$  é dada por:

<sup>23</sup>Existem alguns modelos que trabalham com ajustes tanto na margem extensiva quanto na intensiva, como Cho e Cooley(1992) por exemplo.

<sup>24</sup>Este modelo equivale à uma outra economia semelhante, na qual os agentes seriam pagos apenas pelo trabalho efetuado, mas na qual existisse um seguro justo, com o prêmio deste seguro sendo pago caso o agente não conseguisse encontrar emprego. ver Hansen(1985).



$$\begin{aligned}
u(c_t, \pi_t) &= \ln(c_t) + \pi_t A \ln(1 - h_0) + (1 - \pi_t) A \ln(1), \\
&\Downarrow \\
u(c_t, \pi_t) &= \ln(c_t) + h_t \frac{A \ln(1 - h_0)}{h_0}, \\
&\Downarrow \\
u(c_t, \pi_t) &= \ln(c_t) - B h_t,
\end{aligned}$$

com  $B = -\frac{A \ln(1-h_0)}{h_0}$ . Esta função é igual à do modelo utilizado para estimar os parâmetros, ficando claro agora que a introdução do trabalho de forma linear na utilidade é consequência de uma formulação particular da utilidade esperada e não de uma simplificação. O problema de otimização das famílias é dado por :

$$\begin{aligned}
\max_{c_t, h_t} E_0 \times \prod_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) - B h_t]^a, \\
c_t + i_t = w_t \pi_t h_0 + r_t k_t, \\
\text{tal que } k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t, \\
k_0 \text{ dado.}
\end{aligned}$$

no qual a igualdade na primeira restrição se deve ao fato da função de utilidade das famílias refletir preferências não saciáveis localmente, o que implica na validade da Lei de Walras.

As firmas, neste modelo, possuem uma função de produção Cobb-Douglas, utilizando como insumos capital e trabalho para produzir o único bem da economia,  $f(k_t, h_t, z_t) = e^{z_t} k_t^\theta h_t^{1-\theta}$ , sendo o choque de produtividade  $e^{z_t}$  uma função da variável aleatória  $z_t$  que segue um processo autoregressivo de ordem 1 (AR(1)) definido pela equação  $z_{t+1} = \rho z_t + \epsilon_t$ , com  $\epsilon_t \text{ iid} \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $\forall t$  e  $\rho \in (0, 1)$ . Como mencionado anteriormente, a introdução das loterias torna o conjunto de consumo convexo, nos possibilitando trabalhar diretamente com o equilíbrio do planejador. A simulação da economia, feita de acordo com o procedimento já descrito, utilizou os seguintes parâmetros:

Tabela 4: Parâmetros para a economia brasileira.

$\beta$	$\delta$	$\theta$	$\rho$	B
0,92	0,065	0,492	0,95	1,897

sendo o valor do parâmetro B definido em 1,897 para tornar o steady-state das horas trabalhadas condizente com o da economia brasileira. Os momentos das séries resultantes da simulação para o Brasil estão expressos na tabela

abaixo, junto com os momentos da simulação para a economia americana para efeito de comparação.

Tabela 5: Momentos da economia brasileira e sua simulação.

	Economia Brasileira		Simulação	
	Desvio Padrão	Correlação	Desvio Padrão	Correlação
Y	4,74	1,00	4,74 (0,71)	1,00 (0,00)
C	4,51	0,91	2,42 (0,60)	0,80 (0,19)
I	10,09	0,68	23,16 (14,45)	0,85 (0,14)
K	2,96	0,09	1,89 (0,58)	0,05 (0,11)
H	3,30	0,52	2,83 (0,40)	0,94 (0,02)
$\frac{Y}{H}$	4,26	0,60	2,30 (0,43)	0,91 (0,02)

Tabela 6: Momentos para a economia americana e sua simulação.

	Economia Americana		Simulação <sup>25</sup>	
	Desvio Padrão	Correlação	Desvio Padrão	Correlação
Y	3,28	1,00	3,28 (0,49)	1,00 (0,00)
C	1,82	0,84	1,38 (0,29)	0,85 (0,04)
I	10,89	0,93	10,08 (1,72)	0,96 (0,01)
K	1,82	0,24	1,53 (0,36)	0,01 (0,12)
H	1,78	0,81	2,21 (0,31)	0,95 (0,01)
$\frac{Y}{H}$	2,07	0,87	1,36 (0,27)	0,87 (0,02)

Analisando a primeira tabela, podemos perceber que a série de investimento simulada apresenta um desvio padrão muito maior que o da série original. Além disto, a volatilidade deste<sup>26</sup> é bastante elevada, com o ciclo mais suave simulado possuindo um desvio padrão de 8,00% e o desvio padrão do ciclo mais acentuado ficando em 91,30%. Contudo, a maior parte dos ciclos possui desvios padrão de até 25%.

O consumo também apresenta problemas em nossa simulação para o Brasil, possuindo um ciclo muito mais suave do que seria esperado, dada a magnitude do desvio padrão do ciclo do consumo brasileiro. Este problema está relacionado ao ciclo do investimento pois:

<sup>25</sup>Os parâmetros utilizados são os equivalente anuais daqueles geralmente utilizados em trabalhos para os EUA (ver Hansen(1985)). São eles:  $\beta = 0,96$  ,  $\delta = 0,1$  ,  $\theta = 0,36$  ,  $\rho = 0,814$  ,  $B = 2,00$ .

<sup>26</sup>Utilizaremos o termo volatilidade do desvio padrão, ao invés de desvio padrão do desvio padrão para evitar qualquer confusão em relação ao momento que estamos comentando.

$$\begin{aligned}
Y_t &= C_t + I_t, \\
&\Downarrow \\
\text{var}(C_t) &= \text{var}(Y_t) - \text{var}(I_t) + 2\text{cov}(C_t, I_t).
\end{aligned}$$

e como o desvio padrão do produto está fixo e para uma dada covariância entre consumo e investimento, uma variância alta para o investimento implica em uma variância baixa para o consumo.

O problema de volatilidade do desvio padrão do ciclo não é tão grave em relação ao consumo, nem em relação à nenhuma outra série com exceção do investimento. Fica claro, entretanto, que estas volatilidades em geral são muito maiores do que aquelas existentes na simulação para os EUA. O aumento do número de períodos na simulação para o Brasil talvez diminuisse este problema mas tornaria a economia simulada diferente da original, contrariando o objetivo do trabalho.

As séries de capital, horas e produtividade  $\frac{Y}{H}$  simuladas para o Brasil possuem ciclos com desvios padrão menores que os originais, e com a exceção da série de horas, este resultado é insatisfatório. Ao comparar estes resultados com os obtidos pelos parâmetros americanos, verificamos que a simulação do capital é um pouco melhor para os Estados Unidos, com os desvios da série simulada possuindo um comportamento mais próximo do desejado. Por outro lado, os resultados da simulação da economia americana para as duas outras séries não apresentam diferenças significativas em relação aos brasileiros.

Um ponto esperado em nossa simulação foi que a razão dos desvios padrão das horas trabalhadas e produtividade apresentou um comportamento oposto ao desejado. Esta razão possui um valor de 0,77 na economia brasileira e 1,23 na simulação<sup>27</sup>. É importante também notar que a simulação americana também é insatisfatória neste ponto, com o valor na simulação igual a 1,62 contra 0,86 da economia verdadeira. Novamente mencionamos que esta razão é um dos pontos fracos dos modelos de RBC, sendo a maioria dos modelos incapaz de replicá-la adequadamente<sup>28</sup>.

<sup>27</sup>Se tivéssemos utilizado o PIB do Brasil como série de produto, a razão horas sobre produtividade apresentaria um valor de 1,13 e o resultado da simulação seria satisfatório.

<sup>28</sup>Obviamente existem exceções como, por exemplo, o já citado trabalho de Cho e Cooley(1992). Cabe mencionar, também, que o objetivo de Hansen(1985) é testar a importância do ajuste do trabalho na margem extensiva, pois a estimativa de Kydland e Prescott(1982) onde as variações nas horas trabalhadas ocorrem apenas na margem intensiva é muito baixo (1,17). Hansen, que obteve um valor de 2,70 para dados trimestrais, então conclui que a margem extensiva é importante, mas que um modelo deverá possuir ajustes em ambas as margens para ser bem sucedido.

Ao analisarmos as correlações entre as séries podemos verificar os efeitos do único componente estocástico da economia ser um choque que incide diretamente sobre o produto. Todas as séries são altamente correlacionadas com este, replicando o comportamento verificado na simulação para os EUA. A única exceção à esta regra é a série de capital que devido à sua construção não é afetada diretamente pelo produto do mesmo período, mas pelo defasado sendo sua correlação com esta série de 0,64<sup>29</sup>. A única correlação com um comportamento adequado é a do capital, sendo as outras muito mais elevadas do que o desejado. Relativamente a este ponto, o modelo se comporta melhor para os EUA, onde a correlação do produto com o consumo, investimento e produtividade apresentaram valores adequados.

Na seção seguinte simularemos um modelo mais próximo à realidade no qual foi introduzida uma restrição de *cash in advance* e tributação, com o objetivo de verificar se tal modelo é mais adequado para descrever o comportamento dos dados brasileiros.

## 4.2 O modelo de cash in advance

Cooley e Hansen(1989) apresentam um modelo similar ao da seção anterior, no qual foi introduzida moeda na forma de uma restrição de *cash in advance*. Esta restrição, válida apenas para o bem de consumo, significa que os agentes podem consumir apenas os bens pelos quais possam pagar à vista, utilizando para isto a moeda trazida do período anterior<sup>30</sup>.

O modelo trabalhado nesta seção é o de Cooley e Hansen com a introdução de impostos sobre consumo, trabalho e capital. Inicialmente, faremos estas taxas iguais a zero para comparar os resultados dos EUA com os brasileiros e posteriormente analisaremos os efeitos da introdução dos tributos.

O problema das famílias consistirá na maximização de sua utilidade esperada, sendo a forma funcional desta idêntica à do modelo anterior. A maximização estará sujeita à restrição de *cash in advance*:

$$p_t(1 + \tau_c)c_t \leq m_t + p_tTR_t,$$

onde  $p_t$  indica o nível de preços,  $m_t$  a quantidade de moeda que as famílias possuem no início do período  $t$ ,  $TR_t$  as transferências do governo e  $\tau_c$  a

<sup>29</sup>Na verdade a correlação do capital o produto defasado é aproximadamente 0,60 até o terceiro lag, possuindo valores muito maiores do que as série brasileira.

<sup>30</sup>É importante notar que este é um aspecto presente na economia brasileira, pois como Prescott(1998, p.7) argumenta, “The model economy being used to measure something should not have a feature which is not supported by other evidence even if its introduction results in the model economy better mimicking reality.”

alíquota do imposto sobre o consumo<sup>31</sup>.

A restrição orçamentária, que relaciona o total de bens consumidos e investidos e a quantidade de moeda levada para o período seguinte com a remuneração dos fatores de produção, o estoque de moeda em poder das famílias e as transferências é dada por:

$$(1 + \tau_c)c_t + i_t + \frac{m_{t+1}}{p_t} \leq w_t(1 - \tau_h)h_t + r_t(1 - \tau_k)k_t + \frac{m_t}{p_t} + TR_t,$$

na qual  $\tau_h$  e  $\tau_k$  denotam a alíquota do imposto sobre trabalho e capital. Finalmente, temos a lei de movimento do capital, dada por:

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$$

e da variável (aleatória) de estado:

$$z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1},$$

sendo o choque tecnológico uma função desta última. Uma particularidade importante deste problema é que ele não pode ser resolvido pelo equilíbrio do planejador. Por este motivo, utilizaremos letras minúsculas para denotar variáveis de escolha das famílias e letras maiúsculas para variáveis agregadas divididas pela PEA, às quais as famílias consideram dadas ao efetuar suas escolhas.

O governo possui um papel passivo nesta economia, tendo como únicas atribuições recolher impostos e emitir moeda repassando toda a sua receita às famílias na forma de transferências. As transferências serão feitas de acordo com a igualdade:

$$TR_t = \tau_c C_t + w_t \tau_h H_t + r_t \tau_k K_t + \frac{M_{t+1} - M_t}{p_t},$$

na qual  $M_t$  representa a oferta de moeda no período  $t$ . Faremos a hipótese de que a moeda é ofertada de acordo com uma taxa de crescimento constante, dada por  $M_{t+1} = gM_t$ . O objetivo das famílias consiste em maximizar o seu lucro a cada período, sendo este dado pela equação  $e^{z_t} K_t^\theta H_t^{1-\theta} - r_t K_t - w_t H_t$ .

Antes de resolver o problema, devemos tornar o problema das famílias estacionário pois dada a forma como a oferta de moeda cresce, as variáveis nominais do problema apresentam um crescimento explosivo. Isto será feito definindo as variáveis  $\tilde{w}_t = \frac{w_t}{M_t}$   $\tilde{p}_t = \frac{p_t}{M_{t+1}}$  o que transforma o problema das famílias em:

---

<sup>31</sup>Uma condição suficiente para que a restrição de cash in advance seja uma igualdade é que  $g > \beta$ , onde  $g$  é a taxa de crescimento da oferta de moeda.

$$\begin{aligned} & \max_{\{c_t, h_t\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \prod_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) - Bh_t]^a, \\ & (1 + \tau_c)c_t \leq \frac{w_t}{g p_t} + TR_t, \\ & (1 + \tau_c)c_t + i_t + \frac{w_{t+1}}{p_t} \leq w_t(1 - \tau_h)h_t + r_t(1 - \tau_k)k_t + \frac{w_t}{g p_t} + TR_t, \\ \text{tal que } & k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t, \\ & z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \\ & k_0 \text{ e } w_0 \text{ dados.} \end{aligned}$$

Os parâmetros  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\delta$  e  $\rho$  utilizados para simular esta economia são os mesmos já apresentados anteriormente. Para a taxa de crescimento do estoque de moeda, escolhemos a taxa  $g=1,22$ <sup>32</sup> correspondente à anualização da taxa utilizada em Rosal e Ferreira(1998). O valor de  $g$  utilizado por estes autores reflete o crescimento da oferta de moeda que tornaria a razão imposto inflacionário sobre PIB igual à média desta razão na economia brasileira entre os anos 1975 e 1995. O que estaria sendo considerado moeda neste caso seria apenas a parte da base monetária sujeita ao imposto inflacionário. Este procedimento levaria em conta, portanto, mecanismos de indexação particulares a uma economia que convive por longos períodos com altas taxas de inflação e que protegeriam grande parte dos ativos monetários do imposto inflacionário. Desta forma, atenua-se consideravelmente possíveis problemas na utilização de um modelo em que os agentes retêm moeda por longos períodos em ambiente inflacionário.

As alíquotas dos impostos foram retiradas de Araújo(1997)<sup>33</sup> e o parâmetro  $B$  foi escolhido para adequar as horas trabalhadas no steady-state dos modelos à média das horas trabalhadas economia brasileira. Os dois conjuntos de parâmetros são:

Tabela 7: Parâmetros para a simulação da economia brasileira.

$\beta$	$\theta$	$\delta$	$\rho$	$g$	$\tau_c$	$\tau_h$	$\tau_k$	$B$
0,92	0,492	0,065	0,95	1,22	0,000	0,000	0,000	1,417
0,92	0,492	0,065	0,95	1,22	0,159	0,173	0,081	0,991

e os resultados das simulações estão reproduzidos abaixo, junto com os momentos das séries brasileiras.

<sup>32</sup>Assim como em Cooley e Hansen(1989) diversos valores para  $g$  foram utilizados e os resultados não foram alterados de forma significativa.

<sup>33</sup>Estas alíquotas foram obtidas por Araújo(1997) supondo que a economia brasileira achava-se próxima ao steady-state no ano de 1995 e calculando relações de equilíbrio de longo prazo. Devido à semelhança entre os parâmetros tecnológicos e de preferências obtidos neste trabalho e os obtidos por Araújo(1997) e Rosal e Ferreira(1998) a utilização das alíquotas de tributação e da taxa de expansão do estoque de moeda destes autores parece adequado.

Tabela 8: Momentos da simulação da economia brasileira.

Simulações para o Brasil				
	Sem taxas		Com taxas	
	Desvio Padrão	Correlação	Desvio Padrão	Correlação
Y	4,74 (0,76)	1,00 (0,00)	4,74 (0,74)	1,00 (0,00)
C	2,33 (0,61)	0,90 (0,03)	2,58 (0,66)	0,94 (0,02)
I	21,70 (14,89)	0,88 (0,12)	16,88 (10,55)	0,92 (0,06)
K	1,83 (0,55)	0,04 (0,11)	1,60 (0,48)	0,02 (0,11)
H	3,23 (0,88)	0,92 (0,05)	2,51 (0,69)	0,91 (0,06)
$\frac{Y}{H}$	2,27 (0,48)	0,80 (0,16)	2,73 (0,49)	0,91 (0,08)

Analisando a simulação da economia sem tributação para o Brasil, podemos ver que os resultados são bastante semelhantes aos do primeiro modelo. Em particular, a introdução da restrição de *cash-in-advance* não foi capaz de tornar o ciclo consumo mais acentuado. Entretanto, a correlação do consumo com o produto está mais próxima ao da economia brasileira do que na simulação anterior, indicando que apesar de ser até mais suave do que no modelo de Hansen(1985) obtivemos um consumo mais sensível a variações do produto. O ciclo da série de horas foi o que apresentou o comportamento mais adequado, sendo a estimativa pontual do desvio padrão na simulação quase a mesma do verificado na economia brasileira. Entretanto, a razão do desvio padrão do ciclo horas sobre o do ciclo de produtividade ficou ainda mais distante do que seria desejável, tendo aumentado para 1,42.

O ciclo do investimento ficou ligeiramente mais suave, tendo o seu desvio padrão apresentado uma ligeira queda. Por outro lado, a volatilidade deste continua excessivamente alta para podermos emitir qualquer opinião segura sobre sua estimativa pontual. De forma geral, podemos constatar que apesar da estimativa pontual para os momentos terem sido um pouco diferentes das obtidas anteriormente, o intervalo de confiança gerado por estas não deixa claro se a melhora ou piora destas foi efetivamente causada pela introdução de uma restrição adicional ou se os valores obtidos foram estatisticamente iguais aos do primeiro modelo.

Ao simular este modelo, Cooley e Hansen chegam exatamente aos mesmos resultados obtidos em Hansen, o que parece ser uma evidência de que a restrição de *cash in advance* com a oferta de moeda crescendo a uma taxa constante não possui um grande impacto sobre o *business cycle*. A simulação para a economia americana feita neste trabalho ratifica este resultado, com estimativas quase idênticas às do primeiro modelo.

Tabela 9: Momentos para a economia americana e sua simulação.

	Economia Americana		Simulação <sup>34</sup>	
	Desvio Padrão	Correlação	Desvio Padrão	Correlação
Y	3,28	1,00	3,28 (0,50)	1,00 (0,00)
C	1,82	0,84	1,36 (0,28)	0,87 (0,02)
I	10,89	0,93	10,05 (1,71)	0,97 (0,01)
K	1,82	0,24	1,52 (0,36)	0,01 (0,12)
H	1,78	0,81	2,23 (0,34)	0,95 (0,02)
$\frac{Y}{H}$	2,07	0,87	1,36 (0,27)	0,86 (0,04)

Uma forma de acentuar as distorções do modelo é introduzir a cobrança de impostos. O modelo com restrição de *cash in advance* e tributação fornece alguns resultados melhores que os obtidos até aqui, mas esta melhoria não é uniforme. O investimento possui o ciclo mais suave verificado até aqui, mas ainda assim o seu desvio padrão é mais de sessenta por cento superior ao da série brasileira e a volatilidade de seu desvio padrão ainda é excessivamente alta. O ciclo do consumo é ligeiramente mais acentuado do que os anteriores, mas ainda assim seu desvio equivale a pouco mais da metade do ciclo original.

O fato de impostos incidirem sobre o consumo e não sobre o investimento parece justificar a diferença do comportamento destas duas séries. Quanto mais altos forem os impostos sobre o consumo, a suavização do consumo no presente representará uma maior variação no investimento, afetando o consumo futuro. Desta forma, é provável que as famílias não estejam dispostas a tornar o ciclo de consumo tão suave quanto estariam na ausência dos impostos.

Os ciclos de capital e horas trabalhadas gerados na economia com tributação são piores do que os gerados pelos outros modelos, com uma suavidade excessiva, embora a suavização do ciclo do capital já fosse esperada, devido à sua dependência do investimento. Além disto, a introdução de tributos acentua este efeito pois o modelo sem impostos apresenta uma série de capital similar ao modelo com trabalho indivisível e uma série de horas mais volátil que a deste. Novamente, as correlações com o produto não apresentaram um comportamento satisfatório, com a excessão do consumo e do capital, não havendo nenhum ganho na introdução de tributação em relação a este ponto.

<sup>34</sup>Nesta simulação utilizamos os parâmetros da simulação original, anualizados de forma a adequá-los às séries anuais. Seus valores são:  $\beta = 0,96$ ;  $\theta = 0,36$ ;  $\delta = 0,10$ ;  $\rho = 0,814$ ;  $g = 1,22$ . Para o valor de  $g$  escolhemos o mesmo valor utilizado para o Brasil, o qual se encontra dentro do intervalo (anualizado) utilizado no trabalho original.



Podemos constatar um aumento do desvio padrão do ciclo da produtividade, embora este tenha sido em uma magnitude inferior à que seria desejada - o seu valor corresponde a apenas 64% do desvio da mesma série na economia brasileira. Finalmente, a razão horas dos desvios padrão dos ciclos de horas sobre o de produtividade foi a melhor obtida até aqui, sendo o seu valor estimado em 0,92 contra 0,77 da economia verdadeira.

## 5 Considerações Finais

Analisando os resultados obtidos no decorrer deste trabalho podemos constatar que tanto o modelo de Hansen(1985) quanto o de Cooley e Hansen(1989) apresentam deficiências bastante acentuadas ao tentar replicar o comportamento dos agregados macroeconômicos brasileiros. A introdução de tributos no segundo modelo com objetivo acentuar as distorções também não foi capaz de gerar uma melhora geral nos resultados.

Pudemos verificar que os consumidores representados pelos modelos com os quais trabalhamos suavizam o consumo de uma forma que não reflete o comportamento dos consumidores brasileiros. Estamos trabalhando, obviamente, com uma série particularmente problemática, a qual possui um comportamento muito mais instável o que a série ideal de consumo de não duráveis. Entretanto, mesmo que este fato seja levado em consideração, é bastante provável que as famílias brasileiras não tenham capacidade de suavizar seu consumo da forma desejada. A causa provável deste fato deveriam ser problemas de restrição à liquidez, principalmente no período analisado neste trabalho. O resultado que chegamos nos informa que uma restrição de *cash-in-advance*, na forma aqui apresentada, não produz resultados satisfatórios e que outras formas de restrição devem ser verificadas. Os resultados em Ellery, Gomes e Sachida(2000) confirmam esta intuição. Estes autores constroem um série de consumo sem consumo de duráveis, mas sua volatilidade relativa não se altera significativamente mesmo com este cuidado.

Uma contrapartida da estabilidade do consumo na economia simulada é o ciclo do investimento possuir uma volatilidade muito alta. Como foi mencionado anteriormente, quanto mais suave for o ciclo do consumo mais acentuado deverá ser o ciclo do investimento se o desvio-padrão do ciclo do produto estiver fixo. Novamente, a separação das séries de consumo de não duráveis e duráveis amenizaria o problema, pois esta última seria incluída no investimento e o ciclo deste agregado brasileiro se tornaria mais acentuado. Em relação ao investimento ainda existe o problema de que a volatilidade de seu desvio é demasiado elevada, com algumas simulação gerando ciclos com desvios absurdamente altos.

O capital apresentou uma característica totalmente inesperada, pois apesar da série de capital simulada e a do capital da economia brasileira terem sido construídas da mesma forma, ambas baseadas no investimento, o capital simulado possui um ciclo mais suave do que o brasileiro, apesar do investimento simulado possuir um ciclo mais acentuado do que o do Brasil.

Em relação à série de horas trabalhadas, apesar da estimativa pontual não ser a ideal, em alguns casos o valor obtido muito bom. Por outro lado,

os ciclos da produtividade ( $Y/H$ ) simulados foram muito decepcionantes, com seus desvios apresentando valores muito baixos em relação às séries originais. A razão horas sobre produtividade também não foi simulada de forma satisfatória.

Um ponto que é importante mencionar é que as regras de decisão são calculadas utilizando uma expansão de Taylor em torno do *steady-state*. Por outro lado, o choque estocástico da economia é bastante elevado e não está claro até que ponto uma regra de decisão linear é adequada, principalmente para valores distantes do *steady-state*.

Finalmente, uma das características do modelo é que o único choque da economia incide sobre a produção e portanto todas as séries são altamente correlacionadas com o produto. Entretanto, isto não ocorre na maioria das séries brasileiras, pelo menos na magnitude da simulação. Uma das possíveis soluções para este problema poderia ser a introdução de outros choques, como um choque fiscal sugerido, entre outros, por McGrattan(1998) ou um choque monetário como em Cooley e Hansen(1989).

## 6 Bibliografia.

Araújo, Carlos H. V. 1997. Reforma Tributária no Brasil. Efeitos Alocativos e Impactos de Bem-Estar. Dissertação de Mestrado, EPGE/FGV, Rio de Janeiro.

Cho, Jang O. e Thomas F. Cooley. 1984. "Employment and Hours over the Business Cycle." *Journal of Economics Dynamics and Control*, 19:411-32.

Cooley, Thomas F. e Gary D. Hansen. 1989 "The Inflation Tax in a Real Business Cycle Model." *American Economic Review*, 79:733-48.

\_\_\_\_\_. 1992 "Tax Distortions in a Neoclassical Monetary Economy." *Journal of Economic Theory*, 58:290-316.

Cooley, Thomas F. e Edward C. Prescott. 1995. "Economic Growth and the Business Cycles." In: Cooley, Thomas F. (ed.). *Frontiers of Business Cycle Research*. New Jersey, Princeton University Press.

Ellery Jr., Roberto; Gomes, Victor e Sachsida, Adolfo. "Business cycle fluctuations in Brazil". Rio de Janeiro: Seminário DIMAC/IPEA,

junho/2000.

Greenwood, Jeremy, Richard Rogerson e Randall Wright. 1995. "Household Production in Real Business Cycle Theory." In: Cooley, Thomas F. (ed.). *Frontiers of Business Cycle Research*. New Jersey, Princeton University Press.

Hansen, Gary D. 1985. "Indivisible Labor and the Business Cycle." *Journal of Monetary Economics*, 16:309-27.

Hansen, Gary D. e Edward C. Prescott. 1995. "Recursive Methods for Computing Equilibria of Business Cycle Models." In: Cooley, Thomas F. (ed.). *Frontiers of Business Cycle Research*. New Jersey, Princeton University Press.

Kanczuk, Fabio e Francisco C. P. Faria Jr. 2000. "Ciclos Reais para a Indústria Brasileira?" *Estudos Econômicos*, 30:335:350.

Kydland, Finn e Edward C. Prescott. 1982. "Time to Build and Aggregate Fluctuations." *Econometrica*, 50:1345-70.

Lucas, Robert. 1977. "Understanding Business Cycles." In Karl Brunner e Alan Meltzer, eds., *Stabilization of the Domestic and International Economy*. Amsterdam: North Holland.

McGrattan, Ellen R. 1994. "The Macroeconomic Effects of Distortionary Taxation." *Journal of Monetary Economics* 33:573-601.

\_\_\_\_\_. 1998. "A Progress Report on Business Cycle Models." *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quaterly Review*.

Prescott, Edward C. 1986. "Theory Ahead the Business-Cycle Measurement." *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quaterly Review*, 10:9-22.

Prescott, Edward C. 1998. "Business Cycle Research: Methods and Problems." *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quaterly Review*, 10:9-22.

Rios-Rull, José-Victor. 1995. "Models with Heterogeneous Agents." In: Cooley, Thomas F. (ed.). *Frontiers of Business Cycle Research*. New Jersey, Princeton University Press.

Rosal, João M. L. e Pedro C. Ferreira. 1998. “Imposto Inflacionário e Opções de Financiamento do Setor Público em um Modelo de Ciclos Reais de Negócios para o Brasil” *Revista Brasileira de Economia* 52:3-37.

Stadler, George W. 1994. “Real Business Cycles” *Journal of Economic Literature* 32:1750-83.

## 7 Apêndice

Os parâmetros utilizados neste trabalho foram obtidos na forma descrita no capítulo 3, sendo que a utilização do Método Generalizado dos Momentos nos impõe a escolha de um conjunto particular de instrumentos para efetuar cada estimação. Entretanto, de forma a validar os resultados obtidos anteriormente, torna-se necessária a apresentação de outras estimativas, feitas com conjuntos de instrumentos diferentes. Apresentamos neste apêndice regressões alternativas feitas com este objetivo. Após a apresentação do resultado de cada regressão, está exposto um teste de hipótese, visando testar a igualdade estatística entre os coeficientes obtidos nas regressões alternativas e os obtidos naquelas apresentadas no capítulo 3.

### 7.1 Estimação da função de produção.

A função de produção estimada, com a qual obtivemos os parâmetros utilizados no trabalho, juntamente com os testes relativos aos coeficientes e à sobreidentificação do modelo foram:

$$\Delta \ln \frac{y_t}{h_t} = \beta_1 + \beta_2 \Delta \ln \frac{k_t}{h_t} + u_t,$$

Instrumentos:  $const$   $\Delta [\ln (y_{t-2})]$   $\Delta [\ln (k_{t-2})]$   $\Delta [\ln (i_{t-2})]$   $\Delta [\ln (co_{t-2})]$

Estimativas:

Coefficiente	Estimativa	Estatística t	p-value
$\beta_1$	-0,020	-2,02	0,06
$\beta_2$	0,492	4,56	0,00

Estatística J	p-value
2,18	0,536

A escolha dos instrumentos correlacionados com os regressores e não correlacionado com os erros nos levou a escolher defasagens das variáveis presentes na equação, mas evitando a primeira defasagem. Além destas, utilizamos as diferenças dos logaritmos do consumo e investimento, também na segunda defasagem. O fato de defasagem das diferenças das horas trabalhadas não constarem como instrumentos é justificada pelo fato desta série ser bastante curta, não parecendo adequado perdemos observações. Entretanto, uma regressão alternativa empregando defasagens da diferença da série de horas como instrumento, foi estimada e comparamos os resultados com aqueles obtidos anteriormente.

$$\text{Instrumentos: } \text{const} \Delta \ln \frac{y_{t-2}}{h_{t-2}} \quad \Delta \ln \frac{k_{t-2}}{h_{t-2}} \quad \Delta [\ln (i_{t-2})]$$

Estimativas:

Coefficiente	Estimativa	Estatística t	p-value
$\beta_1$	-0.034	-3.65	0,00
$\beta_2$	0.588	4.94	0,00

Estatística J	p-value
2,52	0,478

Para testar a hipótese de que o coeficiente  $\beta_2$  obtido nesta regressão é estatisticamente igual ao exposto anteriormente utilizamos o teste de Wald apresentado abaixo.

$$H_0: \beta_2 = 0,492$$

$$H_1: \beta_2 \neq 0,492$$

$$\xi_W \quad \text{p-value}$$

$$0,654 \quad 0,418$$

Portanto, de acordo com a estatística do teste de Wald ( $\xi_W$ ) não podemos descartar a hipótese de que o coeficiente obtido é estatisticamente igual ao obtido na equação original. Um conjunto alternativo de instrumentos é:

Instrumentos:  $const \Delta [\ln (k_{t-2})] \Delta [\ln (co_{t-2})] \Delta [\ln (co_{t-3})] \Delta [\ln (i_{t-2})]$   
 Estimativas:

Coefficiente	Estimativa	Estatística t	p-value
$\beta_1$	-0,015	-1,63	0,12
$\beta_2$	0,461	3,73	0,00

Estatística J	p-value
2,62	0,478

Fazendo o mesmo teste exposto acima, os resultados obtidos foram:

$$\begin{aligned}
 H_0: \beta_2 &= 0,492 \\
 H_1: \beta_2 &\neq 0,492 \\
 \xi_W & \quad \text{p-value} \\
 0,06 & \quad 0,802
 \end{aligned}$$

## 7.2 Estimação da equação de Euler.

O parâmetro de preferência intertemporal ( $\beta$ ) foi obtido através da estimação da equação de Euler do modelo apresentado no capítulo 3. Esta equação é dada por:

$$E_t \left[ \frac{b_{t+1}}{b_t} - \frac{\beta}{\eta_{t+1}} \theta \frac{b_{t+1}}{k_{t+1}} + (1 - \delta) \right] = 0$$

sendo o significado de cada variável já apresentado anteriormente. A equação estimada é ligeiramente diferente, sendo dada por:

$$E_t \left[ \frac{b_{t+1}}{b_t} - b_0 + \frac{b_1}{\eta_{t+1}} \theta \frac{b_{t+1}}{k_{t+1}} + (1 - \delta) \right] = 0$$

e posteriormente conferimos se  $b_0 = 0$ . Os instrumentos da estimação que produziu os parâmetros utilizados no trabalho e os testes relativos aos coeficientes e ao modelo estão reproduzidos abaixo.

Instrumentos: $const \frac{b_{t-1}}{k_{t-1}} \frac{b_{t-2}}{k_{t-2}} \frac{b_{t-2}}{b_{t-1}} b_{t-1} b_{t-2}$ .				
Coefficiente	Estimativa	Estatística t	p-value	
$b_0$	2783,549	1,306	0,20	
$b_1$	0,920	4,015	0,00	

Estatística J	p-value
0,831	0,93

Podemos ver, claramente, que o parâmetro  $b_0$  é estatisticamente zero e que o teste de sobreidentificação nos recomenda não rejeitar o modelo. Novamente, alguns conjuntos de instrumentos devem ser utilizados visando testar a sensibilidade das estimativas à escolha destes. Uma primeira estimação utilizando um conjunto alternativo está apresentada abaixo (a forma funcional estimada é exatamente a mesma).

Instrumentos: $const \frac{b_{t-1}}{k_{t-1}} \frac{b_{t-2}}{k_{t-2}} \frac{\widehat{PEA}_{t-2}}{\widehat{PEA}_{t-1}} \frac{b_{t-2}}{b_{t-1}} b_{t-1} b_{t-2}$ .				
Coefficiente	Estimativa	Estatística t	p-value	
$b_0$	2889,791	1,441	0,15	
$b_1$	0,931	4,345	0,00	

Estatística J	p-value
0,837	0,97

Novamente a estimativa da constante não é significativamente diferente de zero. Por outro lado, a estimativa do coeficiente  $b_1$ , relativo ao parâmetro  $\beta$  do modelo, foi bastante próxima àquela apresentada anteriormente. Para termos certeza que esta estimativa é estatisticamente igual à anterior, fizemos o teste de Wald apresentado abaixo.

$$\begin{aligned}
 H_0: & b_1 = 0,92 \\
 H_1: & b_1 \neq 0,92 \\
 \xi_W & \text{ p-value} \\
 0,00 & \quad 0,960
 \end{aligned}$$



A estatística  $\xi_W$  nos indica a aceitar a hipótese de igualdade entre esta estimativa e a obtida anteriormente. Um conjunto adicional de instrumentos testado gerou os seguintes resultados:

Instrumentos: $const \frac{b_{t-2}}{b_{t-1}} \frac{p_{t-2}}{p_{t-2}} \frac{\widehat{PEA}_{t-2}}{\widehat{PEA}_{t-3}}$ .			
Coeficiente	Estimativa	Estatística t	p-value
$b_0$	1659,565	0,483	0,63
$b_1$	0,803	2,101	0,04

Estatística J	p-value
0,636	0,73

O coeficiente relativo à constante novamente não foi significativamente diferente de zero, indicando que a equação estimada é realmente equivalente à equação de Euler. Um ponto importante é que o coeficiente obtido para o parâmetro  $\beta$  foi bastante inferior à estimativa com a qual trabalhamos. Então, torna-se necessário testar a hipótese de igualdade da estimativa com este conjunto de instrumentos com o conjunto original. Este teste teve os seguintes resultados:

$$\begin{array}{ll}
 H_0: b_1 = 0,92 & \\
 H_1: b_1 \neq 0,92 & \\
 \xi_W & \text{p-value} \\
 0,09 & 0,760
 \end{array}$$

os quais ratificam a escolha da estimativa dos parâmetros com os quais trabalhamos.