大阪府立大学経済研究叢書　第38冊

計算価格による分権的システム

——大規模組織の管理会計——

門　田　安　弘　著

大阪府立大学経済学部

大阪府立大学経済研究叢書　第38冊

計算価格による分権的システム

——大規模組織の管理会計——

門　田　安　弘　著

大 阪 府 立 大 学 経 済 学 部

はしがき

本書は大規模組織における分権的な計画および統制システムと，集権的な計画システムのもとでの分散的階層的な情報処理システムを追求するものである．このような分権的システムを本書では計算価格をめぐって展開している．

私が計算価格の問題に手をふれはじめたのは約9年近く前，神戸大学大学院で久保田音二郎先生より西ドイツのベーム=ヴィレの共著 *Direct Costing und Programplanung* (1960) を指示されたときからである．このとき，ほかにシュマーレンバッハの *Pretiale Wirtschaftslenkung* (Band I 1947, Band II 1948) も先生から貸与され，主としてこれらの書物を中心に「シュマーレンバッハとベームの計算価格論」という修士論文を書いたことであった．修士課程と博士課程とで一貫したテーマを研究するようにといわれた久保田先生のお言葉に支えられ，今日まで計算価格論を私の主要な研究テーマとしてきたが，いまだみるべき成果をえていないことを先生に対し申し訳なく感じている．久保田先生からは原価や会計一般に関する深い洞察を与えられ，また研究に対する真摯な態度を強く教えていただいた．ここに，心からの感謝をこめてこの小著を先生に捧げるものである．

ところで，上記のベーム=ヴィレの共著は，その改定第3版（1967）をその後，神戸大学教授・溝口一雄先生のお世話で，同大学の谷武幸助手とともに共訳する機会を与えていただいた．このことは，私が計算価格や分権管理の問題を研究していく上で大きな刺戟になった．同教授の日ごろのご指導に対し，ここに厚く御礼申し上げる次第である．

また，関西学院大学教授・小島男佐夫先生と，愛知大学教授・河合秀敏先生には公私にわたりいつもご厚情と激励をたまわっている．この機会に心から感謝申し上げる次第である．

本書の刊行は，大阪府立大学経済学部において私の属する管理会計講座の主任教授・本田利夫先生からのお勧めと励ましがなければ，とうてい行われえなかったであろう．同教授の日ごろの暖いご指導に深く感謝申し上げる．さらに本書の若干の章については，同じく本学数理経済学講座の宮本勝浩助手に眼を

通していただいた．また，久保田先生を中心とした「原価研究会」でもいくたびか報告させてもらい，諸先生方，とりわけ東北大学・豊島義一助教授，大阪市立大学・平林喜博助教授らから種々のご検討をたまわった．これらの諸先生方からのコメントには心からの謝意を表するものである．

最後に，本書の大部分の執筆そのものは，私が米国および西ドイツに出張する直前の6カ月間に行ったものである．この間の留学準備等に多忙ななかで，この執筆に多くの時間をさきえたのは妻公子の惜しみない協力によるものであることを付記しておきたい．

1972年9月28日

門　田　安　弘

大　目　次

総　目　次

序論　本書の課題と構成

本書は，計算価格による大規模組織の分権的システムを研究することを課題としている．ここに，計算価格とは大規模組織内部における事業部門間で振替られる製品（原材料・半製品・完成品）および用役に関する内部的な価格であり，振替価格とか内部振替価格ともよばれる．また，ここにいう分権的システムとは，分権的管理システムと分権的情報システムの二義を含んでいる．分権的管理システムは大規模組織における各事業部門の分権的な計画と統制のしくみであり，これは大規模組織が環境の変化に対する機敏な適応性をとりもどし，かつ機械的非人間化の幣をなくし人間の活動のモティベーションを高めるために，各事業部門の管理者にある程度の計画権限や統制権限を委譲することにした管理システムである．次に，分権的情報システムとは，大規模組織が環境変化に適応していくにあたり，環境に関する情報を収集し処理する権限が中央本部だけで掌握されているのでなく，各事業部門にもこの情報処理権限が委譲されており，各事業部門は自分自身に関する詳細で多量なデータを自分で収集し処理することによって，要約された情報に変換してそれを中央本部に報告するシステムである．これは大規模組織の中央本部がもつ情報処理能力の大きさに依存して，いろいろな程度の階層的情報処理システムとして設計されるべきである．

ところで，事業部門別の分権的な計画・統制のためには，事業部門別の事前の計画成果計算と事後の実際成果計算とが必要になる．このとき，計算価格は一般に，事業部門間での振替品の引渡し側では引渡しに伴う収益を評価するための内部的価格となり，振替品の受入側では受入に伴う費用を評価するための内部的価格となる．したがって，計算価格のもつこのような評価機能は，期間収益と期間費用を測定し，その差額としての期間利益を測定することを課題としてきた会計の伝統に深く内在している．また，分権的な計画や統制は，全体組織からみて各事業部門間で調整のとれたものでなくてはならないが，会計はこれまで予算編成と予算統制によって，部分活動の全体的調整とその調整された活動プランの分権的な遂行についてタッチしてきた．およそ，生産活動や販

売活動に関する情報はそれらの活動に密接して担当している人々によって収集され処理され報告されるが，それら諸活動の間の調整に関する情報の生産は会計あるいは会計担当者によってなされてきたといえると思う．したがって計算価格は部門活動の調整目的をもった情報であるから，これは本質的に会計情報といえるであろう．さらに，今日では会計を「情報システム」としてみることが一般化してきた．したがって，全体組織からみた最適計画や満足計画をたてるための（計算価格を使った）分権的な情報処理システムを究明し，これを設計することも，会計の本質に密接に関連している．

さて，本書では以上でのべたような計算価格による分権的計画・統制システムと分権的情報処理システムの問題を，伝統的な会計だけでなく，線形計画法のモデルをも使って究明しようとしている．また，計算価格による分権的システムに関する経済学での研究成果も摂取したが，本書がこの方面に関する他の分科における研究に少しでも資するところがあれば幸いである．さてそこで，本書は，上述の課題の究明に，次のような章構成をもってアプローチするものである．

第1章では，日米における現行の振替価格の会計実務を体系的に説明し，その理論的な問題点を明らかにした．従来の振替価格に関する論議は一般に，個々の振替価格決定基準を列挙してはその長所・短所をあげつらうだけというのがほとんどであった．そこで本章では，いかなる経営状況と市場状況のもとではいかなる振替価格が適切であるかという処方箋を目的別に体系的に示し，あわせて現行の振替価格決定基準の問題点を指摘したわけである．その解決は以下の諸章で考察されよう．

第2章では，西ドイツにおける計算価格論のいわば学説史を概説した．筆者の従来の大部分の研究はこの部分に関係するが，紙幅の都合で本章はそれを要約して示した．この章では，とくに原価計算と数学上の双対価格との関連づけが明らかにされているので，本書において重要な位置をしめる．

第3章では，集権的計画のための分権的な情報処理システムが明らかにされる．本章は主にダンチッヒ=ウルフの分解原理の含意を論じたものである．しかし，この分解原理のもとでの真の分権的計画（最終的決定権限が部門にあるもの）のあり方ものべられている．

第４章は，レオンチェフの投入産出分析を多部門生産企業に適用した全体的計画モデルを示したものであるが，おおむね解説的な内容になっている．本章は，ダンチッヒ流の計画モデルが比較的特殊な形をしているので，一般的な形をした計画モデルを提示することを目的としている．そして，この一般的な形をとった全体的計画モデルに対して，以下の第５章，第６章，第７章，第８章においてその情報分権的な集権的計画システムが研究される．これらの４つの章は，第３章と第４章を合せると，本書の大部分を占めることになる．これらの６つの章は，ひっくるめて，大規模な線形計画問題の分解アルゴリズムと，その分権的計画システムや分権的情報システムへの関連を研究するものである．

このうち，第５章ではウィンストンの分解法の限界を明らかにしたものであり，第６章はコーナイ=リプタク の分解法を企業の準分権的計画に適用したものである．そして，第７章では西ドイツのＤ・アダムの分解法を忠実に紹介した．わが国ではドイツ人の手になるオリジナルな分解法はこれまで一度も論じられたことがないので，かなり忠実に紹介したわけである．しかし，その批判的検討の節ももうけている．第８章は私の考案した分解法を提示しておいた．

次に，第９章では，公害に対処する企業の短期利益計画モデルを示した．ここでは，いわゆる結合生産の過程における投入産出関係の定式化や，連産品の原価計算への数理的アプローチも論じられる．さらに，本章での一つの重要なポイントは負値の振替価格の出現とその経済的意義を明らかにする点である．しかし，本章における筆者の主たるねらいは，廃棄副産物の処理・加工問題を含んだ短期利益計画モデルを提示し，負値の振替価格が分権的計画上どのように用いられるかを示す点にある．

最後の第10章では，これまで主として取扱った「計画」の問題から離れ，分権的な「統制」システムを私なりに提示した．すなわち，組織の管理は計画過程と統制過程からなるが，本章で私は数学上の双対価格をその統制上のペナルティまたは補助金として用いることによって，当初のプラン（予算）の完全な実施を制御するシステムを考えたのである．統制面に関しては，今後は行動科学的な研究も加えてさらに開拓さるべき分野であると思う．

このほか，計画面においても諸部門が異った目的をもっている場合の調整的計画の方法や，非線形計画法への拡張などがさらに必要である．

第 1 章

現行振替価格会計の体系化と問題点

1.1 分権的管理の必要性と事業部制の意義

今日，大企業の業務活動は非常に広範な地域に広がり，きわめて多くの製品をさらに多くの顧客にもたらすものとなっている．そのため，中央の経営管理者が企業の業務活動のあらゆる部分における環境変化に機動的に適応することが困難となっている．さらにまた，今日の大規模企業に働く人間はその巨大な機械的な機構の中で人間性疎外に悩み，活気にあふれた活動意欲を失いがちである。

そこで，このような大規模企業において，環境の変化に対する機敏な適応性をとりもどし，かつ機械的非人間化の弊をなくし人間の活動のモティベーションを高めるために，個々の生産活動や市場活動に密接してこれをより正確にくわしく知りうる経営執行担当者に相当の意思決定権限を委譲することが必要となったのである．このように，分権化（decentralization）とは，その定義どおり，本来最高経営者のもっていた多くの意思決定権限を下位の各部門に委譲することを意味しているのである．

ところで，分権化の構造は，企業の職能的組織構造にもとづき，販売，製造，技術および財務ごとの分権的単位であることもある．あるいは，主に市場の特異性にもとづき，企業の種々の販売地域，製品系列，または顧客グループごとの分権的単位であることもある．これらの分権的単位は一般に事業部（division）とよばれるが，ここでは上記の前者を**職能別事業部制**[(1)]とよび，後

（注１）職能別事業部の存在理由は次のとおりである．たとえば，販売員または販売設備を各事業部が共用することが経済的であるので販売事業部を設定する．あるいは，たった一つの製造工場がいくつかの製品別または地域別販売事業部の要求をみたすので，これらの販売事業部から区別した製造事業部が設定されたりする．さらには，ひとしく製造事業部であっても，第１工程事業部と第２工程事業部というふうに半製品の加工段階に応じて区分される事業部もある．これらについて，製造活動の利益を測定できる基準を考えだすことは非常に困難である．Shillinglaw〔S 14〕p. 682.（訳書 385頁）参照．

者を**市場別事業部制**とよぶことにしたい．しかし，もちろん現実の事業部制は両者が混合した形をとっている．

さらに，この事業部が企業の全社的利益の一部分に対する責任を委譲されている場合，それは利益中心点（profit center）ともよばれる．利益中心点としての事業部は真に分権化されているということができる．

さて，利益中心点としての利益分権化が効果的であるためには，利益に作用を与える諸要因に関する決定権限が事業部長に与えられていなければならない．このとき，事業部長は利益という判断基準によっていろいろな意思決定を行うことができ，また，かれの業績が利益という成果指標によって評価されることが可能になる．しかし，分権化は権限の完全な委譲を意味するものでは決してない．最高経営層はとくに財務活動や資本支出に関する何らかの決定権限を本部権限として留保していることがきわめて一般的である．また，事業部の自律性（autonomy）は，各事業部の諸活動の全社的調整の必要からも制限されることが多い．とくに，後述のように，職能別事業部制では全社的期間計画上，中央の介入をうけざるをえない．

1.2 事業部別利益計算と振替価格の目的

既述のように，事業部長がいろいろな意思決定を利益尺度を判断基準に行ない，またかれの業績が利益尺度で評価されるためには，事業部別の事前の計画利益計算と，事後の実績利益計算とが必要になる．

ところが，事業部が他の事業部からの財貨・用役の提供を一切受けず，すべての原材料・部品を外部市場から購入し，これを自己設備で加工して外部市場に販売する場合には，事業部別利益計算の見地からは理想的な利益中心点である．というのは，このケースでは，事業部の業務活動は独立企業のように他の事業部から完全に分解可能であり，したがって，当該事業部利益が他の事業部の業務活動の成績に影響されないからである．

しかし，実際には，同一企業内の事業部間で製品の移動があるのがふつうであり，この移動を「振替」（transfer）とよぶ．そして，振替られる製品には，次の製造工程で使用する原材料や半製品，および使用もしくは転売のために振替えられる完成品がある．さらに，他の事業部で使用される用役（機械時間，

動力など）もこれに含められる．これらの製品または用役が振替られるときの単価は「振替価格」(tranfer price)，「内部振替価格」(intracompany transfer price)，あるいは「計算価格」（Verrechnungsprice; interne Lengungspreis）などとよばれる．

さて，事業部間に財貨・用役の振替がなされる場合に，どのような振替価格でこれを測定するかは，事業部別利益計算に大きな影響を与える．というのは振替価格は振替品の供給事業部では収益を，受入事業部では原価を形成するからである．しかし，どのような大きさの振替価格を適用すべきかは，事業部別利益計算の目的に対する適合性（relevance）の観点から決定されねばならない．

およそ，企業の外部報告目的のための全社的総合利益を計算する目的に対しては，製造全部原価（full cost）による振替価格が適切である．しかし，ここで問題にしている内部的な事業部別利益計算の目的からは，振替価格は次の2つの目的に適合するものでなければならない．

（1）事業部別の短期利益計画と個別業務計画（意思決定目的のための振替価格）．

（2）事業部別の利益管理（業績評価目的のための振替価格）．

そこで以下では，種々の具体的な経営情況を体系的に構成したうえで，その中に現行の多くの振替価格設定方式を位置づけ，もって現行振替価格会計の体系化とその問題点の指摘を行ないたいと思う．そのさい，われわれの振替価格論を次の4つの分析基準を組合せて展開していきたい．

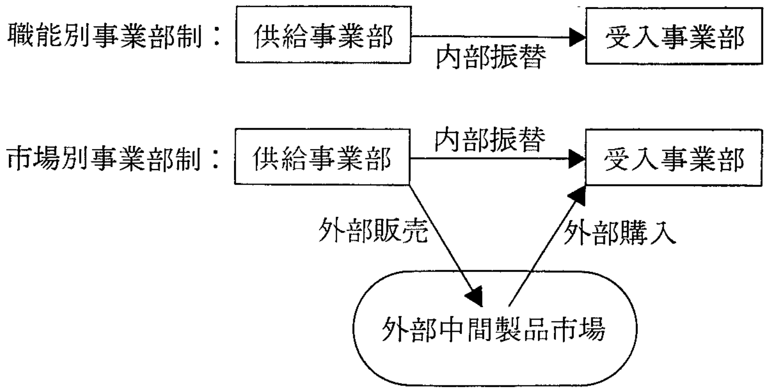
（1）意思決定目的と業績評価目的

（2）職能別事業部制と市場別事業部制

（3）供給事業部の完全操業と不完全操業

（4）分権的決定と集権的決定

ここで，（2）の区分については，以下では，供給事業部が中間製品製造事業部であっても，それに何らかの外部中間製品市場が存在している場合には，これを市場別事業部の一種とみなしている．したがって，（2）は何らの市価も存在しない場合と存在する場合の区分といってもよい．これを振替点についてのみ図示すれば，次のとおりである．



1.3　振替価格の決定手続——分権的交渉による決定と中央集権的な本部決定——

以下の諸節では振替価格の種々の決定基準がのべられるが，どの基準にもとづいて振替価格が決定される場合にも，その決定にいたるまでの手続には，中央集権的な本部決定方式と分権的な事業部間交渉による決定方式のうちいずれかが採用される．このうち，前者は管理価格方式，後者は交渉価格方式ともいわれる．

いまこれを，純粋な形に区分して明らかにすれば，管理価格方式では，振替価格が当事者の事業部間の交渉過程をへないで，本部の常務会または本部のスタッフ（管理部）において振替価格が決定される．もっとも，この方式においても，情況が変化したにもかかわらず，いつまでも振替価格の改定が行なわれない場合などには，関係事業部の方から本部に振替価格の改定を提訴できる権利が認められている．他方，交渉価格方式は，関係事業部の間で，あたかも独立の企業が取引価格について交渉を行なうのと同じように，交渉過程をへて振替価格について当事者の合意に到達する方式をさしている．しかし，交渉価格方式においても，本部の裁定手続が用意されている．すなわち，振替価格について関係事業部間の意見が一致しない場合には，本部の常務会に問題を提出してその裁定（umpiring）をうける．常務会は管理部の援助をえて，当事者の各事業部の提案を分析し，振替価格の裁定を行う．このときも，最終的には当事

者の両事業部長の納得をうるように極力配慮される.(2)

さて，以上の両方式は，それぞれ一方が完全な中央集権的決定法であり，他方が完全な分権的決定法であるとはいえないが，両者には重点の相違のあることが明らかであり，前者は準中央的決定方式，後者は準分権的決定方式といいうるであろう.

ところで，一般には後者の準分権的決定方式が事業部制の本来のあり方であるとして強調されている．というのは，事業部別利益測定の可能性の観点からも，全般的経営諸職能を包括しているという点からも，市場別事業部制が理想的な本来の利益中心点であり，しかも，市場別事業部制においてこそ準分権的決定方式が経営活動の計画上も振替価格の決定上も本来的に採用可能だからである.

およそ事業部制では，事業部ごとの短期利益計画は，事業部みずからがその決定に積極的に参画してたてられるという点に特徴があるが，これは市場別事業部制において妥当することである．市場別事業部制では，事業部別短期利益計画の素案は各事業部で独自に作成され，したがって振替価格の設定も事業部レベルの交渉で決定される．本部は各事業部から提出された利益計画案を調整し，最終的にこれをまとめあげた上で公式の決定にもっていく．ただし，その調整過程では本部と事業部の情報交換が反復される.(3)

ところが，職能別事業部制のもとでは，とくに供給事業部の利益計画案の作成は供給事業部で独自に行ないえず，準中央集権的に決定される．この理由として，次の2つをあげうる.

（1）供給事業部は外部市場をもたないので，供給事業部の生産計画は受入事業部の計画に従属せざるをえない　また，受入事業部の活動計画も供給事業部の供給能力などを前提にせざるをえないことがある．したがって，職能別事業部制においては，供給事業部と受入事業部を中央本部レベルで合体して，両事業部の合体的な短期利益計画をたてざるをえない.(4)

（注2）占部〔*u* 1〕244—249頁．芝〔*s* 10〕63—64頁.

（注3）交渉価格方式の主張者には，Anthony〔A 13〕，訳書105—107頁．Dean〔D 4〕p. 108がいる.

（注4）Shillinglaw〔S 14〕p. 683，p. 742，（訳書385頁，422—423頁）．溝口〔*m* 11〕77—79頁.

（2）職能別事業部制においても，事業部制の理想からいえば，両事業部間の密接な交渉によって計画をたて，振替価格も決定することが望ましいが，中間製品に対する外部市場が存在しないから，交渉両当事者に代替的販路がないので売買交渉範囲が限定されない．外部市場を欠くと，供給事業部と受入事業部とが1対1で対立する「双方独占」(bilateral monopoly) の状態になることが多く，この場合には売買交渉範囲はかなり広くなってしまう．このとき，交渉価格方式をとると，振替価格はかなり広い範囲で不定な状態になり，各事業部長の売買交渉能力によって不合理に決ってしまうので，全社的にみて最適に近い振替価格がえられない．もっとも，このケースにおいても，形式的には交渉価格方式をとることが少くないが，それは交渉の基礎となる振替価格決定ルールが全社的「方針」として関係事業部に知らされてあり，これにもとづくものである．しかし，この決定ルールそのものは事前に本部で決定されるわけだから，職能別事業部制では各事業部の短期利益計画案と，振替価格の確定とは，中央集権的な介入を本質的に強くうけざるをえない.(5)

以上のように，事業部に関する短期利益計画と振替価格の決定は，市場別事業部制では準分権的決定法，職能別事業部制では準集権的決定法によって行なわれる．しかし，各事業部における個別業務計画（自製か外注か，外部販売か内部振替か，売価決定，受注決定，生産方法決定）の立案は，いずれの事業部制においても，振替価格を使って各事業部独自に準分権的に行なわれる．

1.4　意思決定目的にとって適切な振替価格決定基準

1.4.1　職能別事業部制での準集権的な短期利益計画目的 ——標準変動費による振替価格

事業部制における短期利益計画法については前節で少しふれたが，ここではとくに職能別事業部制を中心にこれを詳論したい．

（注5）職能別事業部制では市価に関するデータが入手できないので，振替価格に関する責任は事業部長におかれるとしても，振替価格を決定するためのスタッフ的業務は本部に集められる．ふつう，この仕事は，コントローラ部の利益計画課または財務分析課によって担当され，場合によっては本部の購買課がこれを担当することもある．NACA〔N1〕p. 30.（訳書159頁）．溝口〔m 11〕79頁．

職能別事業部制では供給事業部と受入事業部とを合体した利益計画案の作成が，直接原価計算の「限界利益率」を利用して，本部で行なわれることが多い．直接原価計算の計画面への一般的な適用はふれないが，ここではとくに事業部制におけるその特徴をかいつまんでのべておく　まず，「限界利益」（marginal income）とは製品別の売上高（すなわち販売価格）から変動費を差し引いて算出された粗利益であり，これは製品の販売量に比例して増減するのでその大きさは各製品の収益力をあらわすため，利益計画上，各製品の組合せを考慮するのに有用である．この限界利益は最終製品事業部（受入事業部）の製品グループ別に算定され，次のような合体利益計算書の形で，合体事業部純利益まで計算される．ここで，現実の事業部制企業は職能別と市場別の事業部を混合して有しているので，この合体事業部を他の市場別事業部のように1事業部とみなせば，次にこのような事業部の純利益を分子に，事業部別使用資本の当該計画期間の平均在高を分母において，「事業部別使用資本利益率」が算出される．同時に，この事業部別利益を全事業部から集計して，企業全体の利益を予定し，この全体利益予定額を企業の予定総資本と対比して「総資本利

合体利益計算書（職能別事業部制）

		a製品	b製品	合　計
1．売　　上　　高		×××	×××	×××
2．直　接　原　価				
	売上品製造原価	×××	×××	×××
	総　限　界　利　益	×××	×××	×××
	変　動　販　売　費	×××	×××	×××
	営　業　限　界　利　益	×××	×××	×××
3．期　間　原　価				
	供給事業部固定費			×××
	受入事業部固定費			×××
	供給事業部本部費			×××
	受入事業部本部費			×××
4．純　　利　　益				×××

益率」が計算される．この場合，各事業部の存立条件や市況が異っているから，当然に事業部別使用資本利益率と総資本利益率とは相違する．ここで算出された各資本利益率は予想率であるが，本部では全社的総合利益の希望額を用意しており，希望総資本利益率との対比において事業部別利益計画案を検討する．このとき希望総資本利益率自体も変更されうるが，全体利益も事業部利益もともに資本利益率の観点から試行錯誤的に検討され，そのさい各事業部の利益計画案は相互に調整される．そして最終的に本部が全社的総合利益，目標総資本利益率，および事業部別の差別的目標使用資本利益率を同時に決定する．(6)

さて上記において，職能別事業部門の合体的利益計画の基礎になっているのは直接原価計算による標準変動費である．このことは，職能別事業部間で振替られる製品の振替価格も標準変動費によるべきことを要求している．（市場別事業部の場合は，受入事業部と供給事業部が合体されないので，計画利益計算の上で直接原価計算形式が用いられても市価による振替価格の適用が可能である．）

次に，職能別事業部制における供給事業部の操業状態いかんを問題にしよう．供給事業部が完全操業にあり隘路が生じると予想される場合には，合体した利益計画計算では直接原価計算方式を用いるにしても，最終製品事業部（受入事業部）の最終製品別の「限界利益率」をよりどころにして製品組合せを決定することはまちがっている．この場合には，両事業部を合体したのち，供給事業部が振替える給付（製品）単位あたりの「限界利益額」を受入事業部の最終製品種類別に算出して，この金額を基準に希少な振替製品の配分を決定すべ

（注6）事業部制の利益計画一般については主として溝口〔m 11〕76頁ほか参照した．

（注7）事業部の分権的決定のためには限界原価が適切なことは，振替価格の経済理論を早くから示したハーシュレイファによって指摘され，その後ビアマンほか多くの論者が主張している．しかし，限界原価によって分権的に最適生産量を決定できるという論理は，限界原価が操業度の増大につれその逓増領域をもつという前提にもとづいている．あるいは，限界原価が一定である場合には，限界収益の逓減することが仮定されねばならない．このような前提のもとではじめて，その事業部の限界原価が限界収益に等しくなる点を分権的に探索できる．ところが，会計的に測定できる限界原価はコンスタントを仮定した平均変動費であり，限界収益も連続的には逓減せず，一定の範囲ごとに階段的に下落するにすぎないことが多いから，経済学的な狭義の限界原価による振替価格は実践的にはあまり意味がないように思える．Hirshleifer〔H 10〕,〔H 11〕, Bierman〔B 6〕Chap. 6.（訳書136—146頁）．

きである．しかし，このような方法をとるにしても，計算上の基礎としては直接原価計算を用いるので，振替価格には標準変動費が適切である．

したがって，職能別事業部の短期利益計画は，両事業部合体され準集権的に決定されるのであるから，供給事業部の操業状態いかんにかかわらず，振替価格としてはつねに標準変動費が適切である．(7)

1.4.2　職能別事業部制での準分権的な個別業務計画目的 ——標準変動費価格の問題点——

職能別事業部制においても最終製品事業部の売価決定や受注決定，供給事業部の原価切下げのための生産方法決定など，個別業務計画は準分権的に決定される．これらの決定は一定の短期利益計画を前提にして，各事業部が独自に事前に，あるいは期中の統制活動の一環として行う．これらの個別業務計画のためには，振替製品自体の価値をあらわす振替価格のほかにも種々の管理可能費を含んだ増分原価が必要になる．しかし，その増分原価を算定する基礎データをえるには直接原価計算が有用であり，振替製品自体の価値は標準変動費で把握することが適切である．

しかし，供給事業部に隘路が予定される場合には，準分権的決定にとっては標準変動費による振替価格は不適切である．なぜならば，準分権的な決定が全社的な利益に合致するためには振替製品そのものの原価価値がその全社的な増分原価に一致していることが必要である．ところが，供給事業部が完全操業のときには，振替品の標準変動費は その 全社的増分原価 よりも 小さいからである．つまり，分権的決定には標準変動費に一定のプレミアムを加算した振替価格を使用しなければならない．このプレミアムは全社的にみた振替品の機会損失であるが，これを加算してはじめて振替品の機会原価が明らかになる．（しかし，前にのべたように，準集権的決定のためには完全操業時であっても標準変動費価格が適切なことに注意すべきである．）

したがって，個別業務計画を準分権的に行なうためには，供給事業部が不完全操業のときは標準変動費振替価格でよいが，完全操業のときはこれでは不適切である．しかし，職能別事業部制では，このときの機会原価価格の測定自体がいわば集権的な計算を要し，さらに供給事業部の操業状態を確定することも

準集権的な短期利益計画を必要とする．これまでの管理会計文献では，この機会原価価格の測定の問題を指摘しているものはほとんどないといってよいが[(8)]，筆者の考えでは後述の「総原価プラス利益方式」による振替価格決定ルールがこの目的にも適用しうる場合がある．

1.4.3 市場別事業部制での準分権的な短期利益計画および個別業務計画の目的

（1）市価基準による振替価格の適切性

市場別事業部制では，職能別の場合とちがって，個別業務計画のみならず短期利益計画も準分権的に決定される．さらに，市場別事業部制における個別業務計画としては，職能別の場合の売価決定，受注決定，生産方法決定のほかにも外注か社内購入かの決定（受入事業部），外部販売か内部振替かの決定（供給事業部）などがある．

さて，市場別事業部制では，中間製品に何らかの外部市場が存在するので，市価を基準にした振替価格が各事業部における短期利益計画や個別業務計画のための準分権的意思決定にとって適切であることが多い．その理由は，市価は当該中間製品を内部振替したために外部販売の機会を断念することから失われる収益であるから，市価は内部振替製品の利用に関する全社的な機会原価を表わし，市価にもとづく準分権的な諸決定は全社的利益に合致するからである．

（注8）シリングローは次のようにのべている．いま供給事業部がその生産能力を外部市場向け品種と内部向け品種との生産に一定割合で分割利用しており，この配分関係が継続するものとして利益計画がたてられていたとする．ところが，その年度中に受入事業部では売上高がその予算以上であることに気づき，供給事業部に中間製品の追加を求めたとする．このとき（1）もし供給事業部が不完全操業にあれば，この追加需要は標準変動費による振替価格で満すことができる．しかし，（2）もし供給事業部が完全操業またはそれに近い状態で操業していれば，標準変動費に一定のプレミアムを加算した振替価格が必要になるが，それは次のようにして決定される．最終製品事業部のための追加生産量が，（イ）供給事業部の他の種類の外部販売用の中間製品の生産能力を削減し転用してえられる場合には，外部販売を制限することによる喪失利益額を標準変動費に加算したものを振替価格とする．(ロ)下請の増加，超過勤務の増加，性能の劣った予備の設備の使用などによって，標準変動費を超過する原価を発生させることによって増産できる場合には，この増産にともなって標準変動費を超えて発生した超過コストが標準変動費に加算されねばならない．Shillinglaw〔S 14〕pp. 743—744.（訳書423—424頁．）

しかし，市価基準振替価格も一概には正しいといえないが，その問題点は後述する．次に基準とすべき市価をどのように求めるかを明らかにしよう．

（イ）定価表を基礎とする振替価格：

若干の標準製品については公表相場ないしこれに近い価格で活発に大量に取引されているから，これを内部振替に適用することはきわめて容易である．しかし，この場合の振替価格も，内部販売では回避される販売費，広告宣伝費，管理費，貸倒損，保管費，若干の仕上・包装作業費，大量販売の割引等を市価から控除した金額があてられねばならない(9)．

そこで，市価を基準として供給事業部と受入事業部の間で交渉によって振替価格が決定されるが，このように定価表を基礎とする場合には，たとえば「市価の5～10％引」というふうに画一的に定まることが多く，話合いの介在する機会は実際上は少ない(10)．

しかし，以下の場合については，交渉は重要な意味をもつ．

（ロ）不完全競争市場における中間製品価格：

公表市価を基準にした振替価格は，中間製品が完全競争市場で公表相場に近い価格で大量に取引されるときには振替品の機会原価をあらわす　たとえば，大規模な総合的石油会社では，産出，精製，販売過程の連続段階間で製品の公表市価で振替ているが，これは意思決定にとってかなり妥当な指針を与える．

しかし，多くの中間製品市場は，売手と買手の個別的交渉によってのみ形成される不完全競争市場である．そして，この市場に対する売手（供給事業部）または買手（受入事業部）の活動がその市価に影響を及ぼすときには，市価はつねに変動してやまないので，公表相場は振替品の機会原価の測定にとって直接的には役立たない．このような場合には，外部市場における現実の交渉と同様に，内部的に両事業部間で，外部市場情報（公表相場など）を基準にすることによって，交渉をつうじて適正な価格を確定することが行なわれる(11)．

（ハ）類似製品市価との比較調査による決定：

内部振替品の多くは，デザイン，構造，その他の点でその企業独自の内部的

（注9）NACA〔N 1〕pp. 25―27.（訳書154―155頁）.
（注10）芝〔s 10〕56頁.
（注11）Dean〔D 4〕p. 108, Shillinglaw〔S 14〕pp. 738―741.（訳書418―421頁）.

な特殊性をもっており，外部市場で取引される同種製品とは異っている．このため，振替品と同一製品の市価を外部でみいだしえないことが多い．この場合には，市価を知ることができる類似製品と比較することによって，市価が推定される．そこで，自社の特殊半製品を外注した場合の購入原価の見積額や，全国的に広告されている商品の現在価値からその広告費，販売費等を控除した価額が用いられる．(12)

（２）市価基準振替価格の問題点

ここでは，市価基準の振替価格が振替品利用の全社的機会原価をあらわさない場合を明らかにしよう．それは，供給事業部が外部中間市場に販売するだけでは不完全操業におちいり，遊休生産能力が発生する場合である．このときには一般に，事業部の準分権的意思決定のために適切な振替価格は，市価基準価格ではなく標準変動費である．

というのは，供給事業部には外部販売だけでは遊休生産能力が発生するので供給事業部がその中間製品１単位を内部に増分振替したとしても外部販売がそのことによって減少することにはならない．したがって，市場価格は内部振替品の単位増分利用にともなう機会原価を表わさない．この場合の全社的な増分原価としては，標準（支出）変動費だけを認識すればよい．(13)

現実の企業では，供給事業部は外部販売量と内部振替量とを合わせてもなおも不完全操業状態にあることが多いので，外部へは市価で販売し，内部へは標準変動費価格で振替えるべきことが多いであろう．

ところが，ここで一般に認識されていない点は，逆にいって，市価基準の振替価格が準分権的意思決定に適切なのは，供給事業部が完全操業またはそれに近い状態にいるときにかぎるということである．そして，うえにのべたことから，各事業部の準分権的意思決定のためには，市場別事業部制の場合といえども供給事業部が不完全操業のときには標準変動費，完全操業のときには市価，つまり標準変動費プラス・プレミアムが適切という，前節とまったく同じシューマが妥当することが明らかになった．

しかし，市価が存在する場合で，かつ外部販売だけでは不完全操業になると

（注12）NACA〔N 1〕pp. 27—28.（訳書156—158頁）.
（注13）Cook〔C 4〕pp. 52—53. Shillinglaw〔S 14〕pp. 740—741.（訳書421頁）

きはつねに標準変動費価格かというと，厳密にはそうではない．この状態のときでも，外部市場からの需要と内部からの需要との合計量を生産することによって，供給事業部が完全操業になる場合には，振替品の機会原価は，ことによっては，市価に一致するかもしれないし，市価と標準変動費との中間に位置する額になるかもしれない．これは，内部からの需要が複数種類の最終製品生産のためであるときや，複数の受入事業部からの要求であったり，しかも多量であるときには，内部振替価格は供給事業部の能力限界において最後に充足されるべき特定需要の全社的な増分収益額に定められるべきだからである．この額は，外部需要からの収益(市価)と種々の内部需要からの一連の収益との間の競合で決まるが，その真に正確な測定は実務では未解決の問題であるといってよい　ふつうは，当事者の事業部間における交渉で満足な価格が決定されることが多いが，外部市場はすでに充足されているので競争圧力として作用しがたく，内部的に１対１の双方独占になるときはあいまいな価値額しか定まらないであろう．

ところが，ここでもさらに未解決の問題が残る．供給事業部が完全操業か不完全操業かはどの事業部においても独自に分権的に決定できず，交渉によるよりはむしろ準集権的な調整による短期利益計画を前提にしなければならない点である．

1.5　業績評価目的にとって適切な振替価格決定基準

1.5.1　業績評価目的のための事業部別利益計算の意義

振替価格はまた，各事業部の業績評価目的からも用いられる．一般に実務では，振替価格といえばこの目的を主として狙うものとさえ考えられていることも少なくない　というのは，事業部の実際利益を測定するさいに，振替価格は供給事業部では収益面，受入事業部では費用面を構成するから，振替価格がどの大きさに決定されるかによって，事業部別利益業績に大きな影響が与えられるからである．

ところで，事業部の業績評価はどのような観点から行なわれるか．事業部が

真の意味で利益中心点であれば，事業部長は単に費用面あるいは収益面だけでなく，この両面をある程度同時に制御でき，したがって利益業績を決定する主な要因のうち少くともいくつかを支配できる権限を有するので，利益指標を主眼として一定期間中の統制活動をおこすことになる．そこで，一定期間のかれの実際業績を利益基準で測定し，これを目標水準（予算）と比較し差異を算出してフィードバック・コントロールすることが，事業部別の事後的利益計算の意義である．

しかし，実際には職能別事業部制のように，事業部長の権限か費用面または収益面のいずれか一方を制御できるにとどまっている場合が非常に多い．この場合にも，事業部別の利益業績の測定が行なわれることが多いが，その目的は職能的に専門化した事業部管理者に，企業活動の主要目的は原価または売上高ではなくて利益であることを換起することにある．したがって，職能別事業部制では，各事業部長に利益認識（profit awareness）を高め，もって利益動機からその業務活動を行なわせようというモティベーションの観点にたち，準集権的に利益配分（profit allocation）が行なわれるにすぎないのである.(14)

このように職能別事業部制の場合にも利益責任を課することは，各事業部は全社的な希少資源である「投下資本」の分与をうけているのであるから，事業部別投下資本を運用して各事業部が全社的利益に対していかほどかの貢献をしているという事実にもとづいているといえよう．

以下の説明では，前節での「意思決定目的のための振替価格」との一貫性(consistency）はどうなっているのかという点も，一つの大きな問題意識をもって追求していきたい．

1.5.2　市場別事業部制における市価基準価格とその問題点

市場別事業部制では市価が利用可能だから，一般に市価は業績評価目的にとって最もよい振替価格となる．なぜならば，（1）分権化された事業部は市価によって，一企業内部の構成単位であるよりはむしろ事実上独立した企業として行動しうる実際の市場条件がえられる．その結果，独立企業としての利益業

（注14）Shillinglaw〔S 14〕p. 741.（訳書422頁）．溝口〔m 11〕66頁.

績が測定できる．（2）市価基準は，他のいかなる振替価格設定基準よりも比較的客観性があり，測定された利益業績の検証可能性を高くする．

したがって，市価基準振替価格は準分権的な意思決定目的にも業績評価目的にも共通して利用できるので一貫性がある．

ところで，前節では市価が存在する場合でも，外部市場に制約があり供給事業部が不完全操業の場合には，準分権的意思決定には標準変動費が適切であることが示された．この点は，筆者の見解では，もし供給事業部が外部と内部との双方に製品を引渡している場合には，業績評価目的にとっても外部へは市価，内部には標準変動費価格という2元的価格が正しい．しかし，外部だけでは遊休能力が生ずるにしても，外部と内部とからの需要を合体すれば完全操業をオーバーしてしまうときには，市価基準振替価格はあまり正確ではないが一応満足な振替品価値をあらわすであろう．

しかし，たとえ外部市場が存在しても，外部販売がまったくなく内部向けだけに限定される場合がある．これは供給事業部や受入事業部に「忌避宣言権」（外部と取引する自由権）がない場合や，製品の特殊性から外部販売しにくい場合などが考えられる．この場合には，供給事業部が内部振替だけにもかかわらず完全操業ならば，市価で評価することはもちろんだが，不完全操業であってもモティベーション観点からの利益業績の評価目的には市価で評価すべきであろう．（この不完全操業の場合に標準変動費価格を採用することもあるが後述する．）

1.5.3　職能別事業部制における振替価格決定基準とその問題点

（1）標準変動費

職能別事業部制下での意思決定に合目的な振替価格はふつう直接原価計算による標準変動費であることがさきに示された．しかし，これによれば，供給事業部と受入事業部と合体計算せずに分離して取扱うときには，供給事業部にはつねに損失がもたらされる．したがって，標準変動費は供給事業部の業績評価にとっては役立たないと一般にいわれている．

ところが，供給事業部自体でも直接原価計算を採用することによって，「ゼロの貢献利益予算」（zero contribution budget）が主張されることもある．

しかし，この方法によれば，供給事業部はもはや利益中心点とはいいがたく，実質上は原価中心点あるいはサービス・センターといわねばならない．ところが，供給事業部の業績評価目的に対しては，この方式でも従来のコスト・コントロールは達成される．さらに，供給事業部では実際操業度が予定水準より外れても操業度差異があらわれない．この点は操業水準に責任をもつのは主として最終製品事業部であるから，合理的である.(15)

さてしかしながら，供給事業部長に利益意識をいだかせるには供給事業部にも一定の利益額を生ぜしめる必要がある．これには以下のような諸方法が行なわれている.

（2）標準変動費プラス月次一括補助金

意思決定目的の観点からは，振替価格には中間製品単位あたりの標準変動費をもってする．しかし，供給事業部の固定費と利益を償うためには，月次一括補助金 (lump-subsidy) を供給事業部の貸方に加える．この補助金は，供給事業部が予算どおりの業績を守っているかぎり，利益が報告されるようにそれに対する許容を含んでいる．この方式では，振替価格自体は意思決定目的と業績評価目的の間で一貫性を有している.

シリングローによれば，供給事業部がその産出物のある種類を外部市場に出し他の種類を内部振替する場合には，一括補助金は最終製品事業部が供給事業部の生産能力の一部を内部の方に回してもらうための予約料金を意味するという．しかし，私見によれば，この場合でも外部向けと内部向けを合わせても供給事業部が不完全操業のときは，一括補助金ははじめからまったく支払う必要がない．というのは，供給事業部が独立企業ならばそれは受けられないからである．ただし，この場合にも，供給事業部の設備能力が内部向け生産を考慮に入れて全社的立場から拡張されているのであれば別である．さらに，内部と外部を合わせて完全操業になる場合には，つねにこの予約拘束のための料金を払わねばならない.(16)

（3）総原価プラス利益（フルコスト・プライシング）

（注15）Henderson, B. D. and Deaden, J.〔H 7〕pp. 16—18. 末尾〔s 11〕89—96頁.
（注16）Shillinglaw〔S 14〕pp. 743—744,（訳書423—424頁).

この方式は製造全部原価に，一般管理費，販売費，広告費，研究費のような棚卸資産原価を構成しない諸費用の製品単位あたり配賦額を加算して「総原価」を求め，さらにこの上に単位利益を含めて振替価格とする方法である．その具体的手続は次表のとおりである．[17]

1. 製品単位あたり標準直接原価				
	標準直接材料費	$ 1.00		
	標準直接労務費	0.60		
	標準変動間接費[イ]	0.40	$2.00	
2. 製品単位あたり標準期間原価				
	期間原価予算[ロ]	$12,000		
	予定操業度[ハ]	10,000個	$1.20	
3. 製品単位あたり標準製造原価			$3.20	
4. 製品単位あたり管理費等				
	管理費等の期間予算[ニ]	$4,000		
	予定操業度	10,000個	$0.40	
5. 製品単位あたり標準総原価				$3.60
6. 製品単位あたり希望利益				
	事業部別使用資本			
	現　金	$ 3,000		
	棚卸資産	7,000		
	土地・工場・設備	15,000	$25,000	
	希望使用資本利益率　8％…………		$ 2,000	
	予定操業度で希望利益率をあげるための単位あたり利益			$0.20
7. 内部振替価格（＝5＋6）				$3.80

（注イ）変動間接費予算から算出
（注ロ）年間期間費用予算から算出
（注ハ）予定操業度には正常操業度をとったり（Keller），受入事業部で予測された数量にもとづく予算操業度をとったりする（NACA）．また，供給事業部が多品種生産しているときには，操業度は機械時間などで測定し，1機械時間あたりの期間原価率や利益率を算出すべきである．
（注ニ）管理費等は事業部別投下資本のx％として算定する方法もある．

（注17）NACA〔N 1〕pp. 34―35.（訳書164―165頁）. Keller〔K 2〕pp. 407―408.

この方式で，振替価格の算定基礎にある原価に実際原価をあてようとすれば，毎月末に，供給事業部に発生する原価差異を受入事業部に事後的に振替えればよい．しかし，実際原価による振替がなされると，供給事業部の不能率が受入事業部にまで持ち込まれることになるが，受入事業部ではこれをコントロールできないので，その利益業績が他の事業部の不能率によって左右されることになり，利益動機を弱めてしまう．また，供給事業部では不能率が発生しても一定の利益がつねに補償されることになるから，経済的な生産ないし原価の逓減に対する刺戟はまったく与えられないことになる．

標準原価だけによる振替の場合にはこれらの欠点は克服され，供給事業部は利益動機にもとづくコスト・コントロールを行ない，受入事業部も供給事業部の不能率をうけつがなくてよい．しかし，ここで次のような「操業度差異」の問題が発生する．

この振替価格方式で変動費，固定費という区分はしていても，全部原価計算を行っている．そのため，期間原価や管理費等については製品単位あたりに配賦計算しているので，供給事業部の実際操業度が予定水準とくいちがった場合には，いわゆる「操業度差異」が発生する．ところが，事業部別の事後損益計算では直接原価形式によって事業部別限界利益や管理可能利益ほかが計算されるので，この操業度差異は表面にはあらわれないが，すべて供給事業部に帰属し，その業績に影響を与えることになる．しかし，操業度差異の主たる原因は最終製品事業部にあるわけだから，販売量が予算と相違することの経営成果に与える影響をさらに強く最終製品事業部に自覚させるために，操業度差異を供給事業部と受入事業部とに何らかの基準で配分することもときとして必要である(18)．

さて次に，この方式における利益率は，市価とは関係なく，本部の経営者によって多少とも任意に決定されることが多い．この点は，事業部長相互の価格交渉ではげしい論争や多くの時間が費やされることが少くないので，これを回避するために，振替価格の常規的決定ルールとして本部がいわば準集権的に

(注18) 溝口教授は後述の「売価マイナス方式」の説明で，この配分基準に事業部別使用資本額を用いたり，単に折半したりすることがあると指摘されている．溝口〔m 11〕87頁．

定めるわけである.[19]

最後に，筆者は，この原価プラス利益方式は，職能別制において供給事業部が完全操業の場合に，事業部別の準分権的な個別業務計画に対して適切な振替価格の算定方式としても，実践上役立つと思う.（ただし，この方式は供給事業部の不完全操業度下では，分権的個別業務計画には不適当である）．完全操業の場合に，市価が存しないならば振替品の機会原価を会計的に測定することは至難のわざである. NACA 報告でも，この方式は最終製品の売価決定目的のために事業部間の利益加算率を使用するのに役立っているとのべている.[20]

それは製造と販売の各段階に加えられる利益を，本部で決定された資本利益率の観点から管理しようとするものである. すなわち，全社的にみて資本は希少資源であるから，各事業部に投下された使用資本はそれぞれ一定の最低目標資本利益率（満足水準）を達成しなければならない. この場合，目標総資本利益率に関する情報が本部から与えられてのち，上述の振替価格決定ルールに従い事業部レベルの交渉によって原価と利益率が定められるなら，振替品の機会原価は本部で準集権的にすべての情報を集めて決定されるのでなく，事業部レベルでいわばア・プリオリに決定される. この機会原価価格は準分権的個別業務計画の決定にとって「満足な振替価格」（satisfactory transfer price）であろう. これにもとづいて積上げ計算した最終製品売価は，受注生産企業では受注採否の分権的決定の指針ともなる. 供給事業部でもコスト・ダウンの種々の生産方法選択にこの振替収益を利用できる.

（4）売価マイナス方式

職能別事業部制において最終製品の販売事業部とその製造事業部が設けられる場合，販売事業部が外部販売市場からえる利益をこの両事業部に配分する形をとる方式がこれである. この場合，最終製品の販売価格から，販売事業部に属する費用とその帰属利益を差し引いた額を振替価格とする.

この方式は最終製品の振替価格が問題になる場合には，そのものの売価が決まっているから容易に実施できる. しかし，半製品の振替については，受入事

(注19) NACA〔N 1〕p. 34.（訳書164頁).
(注20) NACA〔N 1〕pp. 35—36.（訳書165—166頁).

業部がさらに追加加工して外部販売するか，あるいはそこからまた次工程事業部にその製品を振替えることもあるので，この方式を適用することは困難であろう．もっとも，この場合にも非累積法の工程別総合原価計算が実施されるときにはこの方式が適用可能である．

また，受注生産企業において大規模な工業プラントの設計，製造，設置に1会社の2つ以上の部門が参加する場合にも，これと同様の方式によってこの契約全体の利益を関係部門間の交渉で決定した分配案に応じて配分することがある.(21)

さて，この方式で一番問題になるのは利益配分法である．これにはごく簡単に両事業部折半方式とか両事業部の費用比で分けるとか，あるいは販売事業部には販売手数料的な観点で一定のコミッションを約定しておくなどの方法もとられるが，以下ではより厳密な方法を紹介しておこう．

さきに明らかにしたように，職能別事業部制では両事業部の合体的な短期利益計画が直接原価計算を使って準集権的に決定される．この合体的計画利益が，その後に個々の品種別の振替価格によって両事業部に配分されるわけである．この利益配分も，本部権限として本部の管理部（あるいは経理部）が全社的見地から準集権的に決定する.(22)

このとき振替価格は，製造事業部と販売事業部とのそれぞれの目標使用資本利益率が同一になるような事業部別計画利益額（目標使用資本利益率の分子の金額）をみちびくものでなければならない．その計算構造は次のとおりである.(23)

いま利益計画の時点で特定製品Aをとり出して，A製品1単位あたりについて次のようなデータを計算する．ここで，期間原価である各事業部費，本部費配賦額（予算額として各事業部に与えられる）も製品単位あたりに計算されている．

（A製品）

基準売価		200円
製造直接原価（標準）	100円	

（注21）NACA〔N 1〕pp. 30—31.（訳書160頁）.
（注22）溝口〔*m* 11〕79頁. Shillinglaw〔S 14〕p. 742.（訳書422—423頁）.
（注23）溝口〔*m* 11〕79—82頁.

製造事業部費	25円	
本部費負担分（製造）	20	
販売事業部費	20	
本部費負担分（販売）	15	180
予定利益		20円

上のように算定された計画上の利益額20円を両事業部の使用資本額の比によって配分する．それをかりに製造事業部60％，販売事業部40％とすると，各配分額は12円と８円になる．この計算によって各使用資本額につき同率の利益率が保証される．このとき振替価格は次のとおりになる．

振替価格＝製造事業部直接原価＋製造事業部費＋本部費配分額
＋利益配分額＝100＋25＋20＋15＝157円．

この方式でもいわゆる「操業度差異」の問題があるが，（３）の原価プラス利益方式の場合と同じ処理をすればよい．

さてこのほか，市況の悪化にもとづく売価下落が部分的にただちに製造事業部の損益にも影響を及ばしめて，製造事業部の原価引下げ意欲を高まらせようという狙いをもった「変動的振替価格制」もある．これによれば，あらかじめ両事業部への限界利益配分率だけを定めておき，実際売価と標準直接原価との差額として算出した限界利益を，この比率によって両事業部に配分することになる(24)．この方法は見方によっては，振替価格をまったく定めない方法ともいえよう．

しかしながら，売価が販売事業部長の制御可能要因であり，値引きの権限を与えられている場合には，どのような値引きも振替価格の変更をみちびくべきではない．その理由は，販売担当管理者の販売能力を評価することにある．ちょうど，製造原価標準が最新の原価の実情に合致するように月々変更されることのないように，振替価格もその振替についての関係事業部の一方だけが制御できる要因を反映して変更されるべきではない．振替価格に実際価格を影響させることは，市況不振による損失の大部分を製造事業部に負わせることによって販売事業部に利益を保証することになってしまう(25)．

（注24）溝口〔m 11〕84—85頁．

最後に，この方式と計画会計との一貫性を考察しておく．職能別事業部制での準集権的な短期利益計画目的にはつねに標準変動費による振替価格が適切であった．したがって，事業部別の分権的統制システムの観点から（３）または（４）の方式がとられることは，短期利益計画目的の振替価格と一貫性がなく，２元的である．しかし，職能別の各事業部の準分権的な個別業務計画のためには，供給事業部の完全操業時には（３）または（４）の方式による振替価格も実践上満足しうるかもしれず，この点では計画会計と統制会計にある程度の一貫性が存在しうるであろう。

本章各節でのべたいろいろな問題点を解明するには，筆者は計算価格論の学説をその端緒からくわしくみて行き，学説の発展史をたどることによってこれを明らかにしうると考えた．本書では，それをまず次章において，西ドイツにおける展開に求めている．

（注25）Shillinglaw〔S 14〕p. 742.（訳書422頁）.

第 2 章

西ドイツにおける計算価格論の展開

——機会原価による計算を中心に——

本章では，企業の生産計画に関する分権的意思決定システムを論じることにしたい．この分権的意思決定システムでは，各部分計画領域における生産計画の意思決定は独立的になされることになる．しかし，各部分領域が内部的な資源の交換によって相互に結合しているときには，これらの部分領域における独立的意思決定は全社的に調整されなければならない．この調整機能は，その内部的資源の内部振替価格によって果すことができる．

さて，この内部振替価格が果すべき調整機能をより詳細にみるならば，それは次の2つになる．まず第1に，価格であるかぎりは内部的資源について内部的な需要と供給を均衡させること，第2に，各部分領域における目標達成のための意思決定が，相互に，あるいは中央の全社的な目標の達成に対して衝突しないようにはからうことである．そこで，このような2つの要件を保証するためには，その内部振替価格はどのようなものが合目的であるかがまず問題になる．さらに，それはまたどのようにして算定されるのかが問題になる．そして算定された内部振替価格は，どのような分権的意思決定の可能性を与えるのかが問題になる．

この3つの問題に対して私は，主として E・シュマーレンバッハ (Eugen Schmalenbach)， H・H・ベーム (Hans-Hermann Böhm)， H・ハックス (Herbert Hax)，W・キルガー (Wolfgang Kilger) あるいはその他の論者の所説をみて，私なりに内部振替価格論の発展シェーマとして究明するものである.*

---

*本章はかなり要約した内容をもつので，以下の各節の注記では細かく引用頁を示すことは必要最小限にとどめている．引用頁の詳細については，各節の注記で示した拙稿を参照されたい．

2.1 シュマーレンバッハの計算価格論

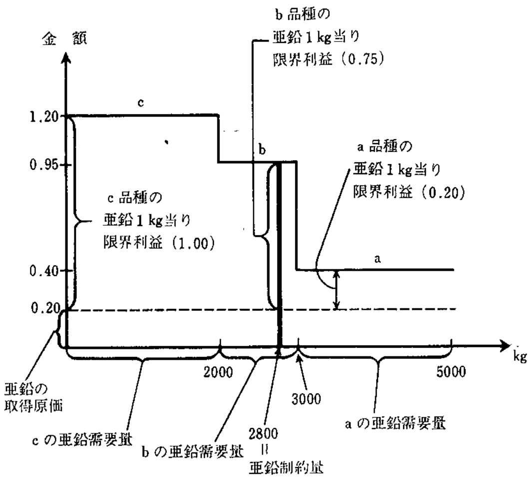
まずはじめにシュマーレンバッハの計算価格論からみていく[(1)]. 私はシュマーレンバッハの内部振替価格論を今日的な観点でみなおし，これを「意思決定のための原価評価論」として展開したい．というのは，かれは，生産過程における投入財の種類に関する生産方法の選択と，生産物の種類と数量に関する選択において，正しい意思決定をするために単位原価財に対して定めるべき最適な数値として，「最適有効数値」(Optimale Geltungszahl) の概念を提示しているからである．これは戦前にかれのいった「経営価値」(Betriebswert) の概念に等しいものであるが，これには経営内部において財貨，給付の供給量とそれを使用する諸部門からの総需要量との関係によって，それが均衡されるような価格としての意味ももたされている．そしてこの最適有効数値に等しく計算価格を設定せよとした．すなわち，まず第1に内部的供給可能量が内部的需要量を超えているときには，供給能力に余剰が生じている状態であるが，このときには支出原価にもとづく限界原価 (Grenzkosten) が最適有効数値となる．シュマーレンバッハはこの限界原価に等しく計算価格を定めようとする．というのは，たとえば，諸部門が電力使用についていろいろな方法選択を考慮しているとき，自家電力部門から1キロワット時につき全部原価の計算価格で受け入れると引き合わないとして，電力消費の節約などを決定したとする．しかし，全社的にみれば，この電力節約によっては全部原価の計算価格だけ節約されず，限界原価だけ節約されるにすぎないから，節約しなくてもよいかもしれない．このとき，限界原価の計算価格によれば，この原価財の使用部門での原価増分ないし減分が全社的な観点での総原価の増分ないし減分と一致することになるからである．そのことを通じて，今日的用語でいえば，部分的最適化が全社的最適化と一致させられることになるわけである[(2)]．次に第2に，内部的供給可能量をその需要量が超えているときには，超過需要が生じているわけだか

(注1) Schmalenbach〔S 6〕および門田〔m 17〕を参照せよ．
(注2) Goetz〔G 9〕p. 435 ff, においても，本部と各事業部との目標合致性 (Goal Congruance) を達成するような内部振替価格を追求している．

ら，需給均衡価格としては限界原価の上に一定のプレミアムを加えた金額，すなわち「限界効用」(Grenznuzen) が最適有効数値となる．これにもとづく計算価格もさきと同様に部門意思決定が全社的観点と一致することになる．

ところで，このプレミアム部分はどのようにして算定されるのか．これに対してシュマーレンバッハによれば，まず第１に隘路要素が唯一である場合について次の第１図のような例で示している(3)．すなわち，亜鉛を使って３種の製品

第１図　シュマーレンバッハの限界効用



を製造している工場で，亜鉛の調達量が制約され，これが隘路要素となったとき，品種別に亜鉛１キログラム当りの利益（限界利益）を算定し，この利益の高い品種から順番に亜鉛使用を許すばあいに，亜鉛制約量の限度で最後に使用を許される品種の利益（第１図では，ｂ品種の0.75マルク）がプレミアム部分となる．いいかえれば，これは亜鉛が超過需要されているとき，１キログラムの亜鉛使用が断念されると企業全体として喪失される利益額（0.75マルク）であり，亜鉛の使用者はだれでもこの金額を最低必要利益として機会原価と考えねばならない．そこでシュマーレンバッハは，このプレミアム分（0.75）を亜鉛の取得原価（0.20）の上に加算したもの（0.95）を「亜鉛の限界効用」とし

（注３）この例は Schmalenbach〔S 6〕S. 55 に従っているが第１図は筆者が作成したものである．

て亜鉛の計算価格にするわけである．その結果，各品種別部門では，その部門損益計算によって亜鉛使用に関する独立的・分権的な意思決定ができることになる．すなわち，c部門では利益が生じ，b部門では利益も損失もゼロ，a部門では損失が生じるからである．

第2に隘路となる要素や製造部門が多数あるばあいには，かれによれば「実務的事情にとっては問題にならない多数の未知数をもった複雑な計算が生ずる」ので，次の算定方法を提案する．すなわち各隘路給付の供給可能量に対し内部的な多方面からの需要量が均衡するところまで，内部的な反復的交渉によってその内部的価格を試行錯誤的に上げ下げしながら，その高さを定めるのである．シュマーレンバッハは，この例として，ある百貨店でショーウィンドー室の使用を諸部門に配分するのに，ショーウィンドー室の需要量と供給量（在高）とが均衡する高さに，その内部的な賃借価格を定めよとしている．私は，これを「反復的交渉価格方式」とよぶが，ここにいう「交渉」とは資源供給者と需要者との間で1対1の双方独占の意味で行なわれる交渉ではなく[(4)]，資源管理者と多数の需要者との相互通報の意味における交渉であり，このばあい資源管理者（中央）はいわば市場機構として機械的に自動的なメカニズムとして働くにすぎないものである．

ところで，上述の限界原価または限界効用とは別に，シュマーレンバッハは，原材料などで外部市場から自由に得られる原価財の経営価値として，その財の価格変動がなければ取得原価，価格変動があれば（消費日の）時価をあてるべきことをのべている[(5)]．しかし，この時価原則は材料倉庫部門の立場では限界効用の範疇に入り，材料使用部門の立場では限界原価の範疇に含めることができるであろう．

さて，シュマーレンバッハは，これまでにのべてきた最適有効数値にもとづく計算価格によって以上で明らかにしたような意思決定を可能にしようとする．これがかれのいうプレチアーレ・レンクング (Pretiale Lenkung) であるが，これに対してかれは具体的な分権管理計算として，限界原価にもとづく部

（注4）双方独占では均衡価格は不定である．たとえば Stigler〔S 18〕pp. 240-241（訳書352-353頁）を参照せよ．
（注5）Schmalenbach〔S 5〕（訳書20-27頁）参照．

門損益計算を提示する[(6)]．このばあいの限界原価はかれのいわゆる「数学的費用分解」によるものでなく，勘定組織(コンテン・ラーメン)の流れの中で原価要素別計算の段階あるいは原価部門別計算の段階において，原価費目の態様の性質からみたいわゆる「記帳技術的費用分解」を行なうことによるものである．これが今日の直接原価計算の一つの原初形態であることは，久保田音二郎教授によってつとに指摘されているところである[(7)]．さてそこでは，当該部門の管理者は，その部門損益計算の借方側での原価切り下げを限界原価の比較によって「生産方法の選択」として行なうことができる．この点については，さきにのべた電力使用に関する方法選択の例を想起されたい．

他方，分権管理計算としての限界効用計算においても，稀少財・給付を使用する諸部門，すなわち品種部門がその高さの計算価格では，その財貨，給付を使用するのは果してひき合うのか，さらにはどれだけの量を使用するのが最適であるのかを決定することができる．しかしシュマーレンバッハは，限界効用計算については理論的な説明をしているのみで，具体的な勘定組織における展開などを示していない．また，彼の主張する反復的交渉価格方式についてもあとでのべるような問題点をつっこんで究明していないのである．

このようなシュマーレンバッハの限界原価計算と限界効用計算とを，近代的な直接原価計算システムにもとづいて，これを改良する形で提示したのが，次にのべるH・Hベームの「標準限界価格計算」である．ベームは以上のようなシュマーレンバッハの成果を，E・グーテンベルクの生産・費用理論の基礎のもとに近代的な形で展開したわけである．

2.2 ベームの標準限界価格計算と双対価格

次にベームの原価評価論をみる[(8)]．まずプロダクト・ミックスなどの計画に関

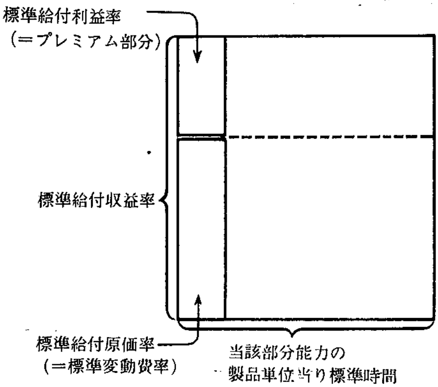
(注6) Schmalenbach〔S 7〕および門田〔m 18〕を参照せよ．

(注7) 久保田〔k 5〕218頁参照．「数学的費用分解法」と「記帳技術的費用分解法」とは，シュマーレンバッハにおける費用理論と原価計算との関係としてとらえることができる．かれの数学的費用分解法は，今日的には公式法による変動予算によってrelevant rainge の操業度領域における変動費増分を求める仕方と類似している．というのは変動予算公式は当該 rainge にしか妥当しないからである．

(注8) Böhm und Wille〔B 8〕〔B 11〕〔B 12〕およびBöhm〔B 9〕〔B 13〕参照．さらに，門田〔m 19〕〔m 20〕〔m21〕も参照されたい．

する意思決定にとって直接原価計算による原価評価が合目的であることはよく知られている．それは生産量ないし操業度の変化によっては，基本的には変動費のみが変化することによるものであることはいうまでもない．しかしベームが強調するのは，これが成立するのは製造部門が不完全操業度にあるばあいだけであるという点である．不完全操業度下では，各部分能力の弾力性原価予算から機械時間当りの標準変動費率のみを製品に帰属させればよい．ところが，完全操業時には設備給付の原価として，この機械時間当りの標準変動費率の上にあるプレミアムを加算しなければならないとする．ベームは，このプレミアム分を「標準給付利益率」と称し，標準変動費率の上へこれを加算した合計を「標準給付収益率」とよぶ．これについては，次の第２図を参照されたい．

第２図　ベーム標準限界価格計算の基礎



このプレミアム部分は，完全操業時においてのみ製造部門に帰属される利益であるが，その理由は，完全操業時には，もしこの部分能力が一機械時間だけ増加されたならば，全社的にみてこのプレミアム部分だけ増分利益が生ずる．あるいはまた，この部分能力が一機械時間だけ減少されたならば，つまり使わずに保留しておけば，このプレミアム分だけ利益減少が生ずる．したがって，完全操業の製造部門は，毎時間このプレミアム分だけ利益を生み出していることになるからである．他方，このプレミアム部分は，この設備給付を利用する側の品種別販売部門にとっては「機会原価」の意味で製品の「原価」として理解される．なぜならば，完全操業時にある特定の品種の販売部門が，この設備

給付を一機械時間だけ増分利用するとき，（全社的にみて最適計画に入った）どこか別の品種部門の生産が阻止され，その利益が，このプレミアム分だけ犠牲にされるから，この犠牲利益額を1時間当りの機会原価とみなければならないからである．ミュンスターマンは，このような機会原価の原価性を一般の原価概念にしたがって，それは製品給付の生産のために，生産要素の利用機会の費消，つまり価値費消を，評価したものであるとして根拠づけている.(9)

さて，このようなプレミアム部分を標準変動費率の上へ加算してえられる標準給付収益率は，シュマーレンバッハの「限界効用」の概念と完全に一致するし，ベーム自身もシュマーレンバッハの限界効用概念を基礎にしているとのべている．そして単に標準変動費率のみにもとづく直接標準原価計算に対して，標準給付収益率にもとづく製品原価計算をベームは「標準限界価格計算」(Standard-Grenzpreisrechnug) とよぶ.

この標準限界価格計算は，E・グーテンベルクにおける部分能力思考と3つの適応型概念(10)をその理論構成の枠組として用いている．すなわち標準限界価格計算は，部分能力が不完全操業時に「時間的適応」するばあいには，さきのプレミアム部分が消えて直接標準原価計算に一致してしまう．しかし完全操業時になり，製造部門がもはや「強度的適応」をせざるを得なくなるという時点では，さきのプレミアム部分が発生するので，本来の標準限界価格計算になる．また，そのプレミアム部分が偶然に全部原価計算における固定費配賦額に等しくなることもあるが，これは「量的適応」が最もうまくなされたときにおいてである．この量的適応に関しては，給付利益率の大きさを基準にした倍数的な投資決定法も問題にされている.

さて以上で，部分能力の完全操業時ならびに不完全操業時における生産計画決定にとってはどのような原価が合目的なのであるかを明らかにした．そこで次に，ベームにおけるこのような原価評価額の算定方法をのべることにしたい.

ベームの貢献は，ここでシュマーレンバッハの最適有効数値にもとづく計算

(注9) Münstermann〔M 14〕S. 24-25参照．ミッヘルやケルンもここでの機会原価の原価性を発生原因原則から理由づけている．Michel〔M 8〕S. 133 ff. Kern〔K 4〕S. 141-142.

(注10) Gutenberg〔G 15〕参照.

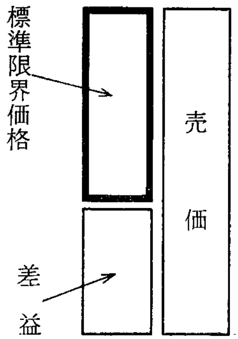
価格を，とくに限界効用計算の面で，実際に勘定組織の上で行ないうる内部的会計システムとして具体化したところにある．そのばあいとくに，設備の機械時間当りなどのプレミアム分を算定するのに数学的プログラミング計算によって得られるシャドー・プライスを適用した点に創意があるといえる．ここにシャドー・プライスとは，隘路要素1単位を使用せずに留保すれば，全社的な目標関数において喪失される利益額であり，したがって隘路要素を何らかの用途に使用する者はだれでも，その使用によって全社的目標関数上シャドー・プライスだけ総額での利益犠牲をしていることになるから，シャドー・プライスは機会原価である(11)．これによってベームは，数学的計画法を原価計算に結びつけたわけである．しかしながらベームは，このプレミアムを含んださきの「標準給付収益率」を算定する方法として，この数学的計画法を提示するだけではない．「標準限界価格」は，中間製品のばあいに，外部市場があるときには，その外注価格ないし販売価格という市場価格によっても決定できる．また，「標準給付収益率」の算定にシュマーレンバッハが示したような内部的な反復的交渉による方法も，明瞭な行動ルールの形で示している．したがって，数学的計画法，中間製品市価基準方式，反復的交渉価格方式という3つの方法が主張されているのである．しかし，これらは，いずれも完全操業時にだけとられるのであり，不完全操業時には（支出的）変動費によるべきことに注意しなければならない．

次に，この標準限界価格計算の適用領域を考えたい．この計算の主たる目的の1つは，各品種別販売部門が，この標準限界価格を製造部門からの内部振替価格としてうけ，これを売価から差引いた差益の大きさを基準にして分権的に生産量を決定することにある．この点について，次の第3図を参照されたい．

売価と限界原価がともにコンスタントな線型の場合には，この差益がゼロま

（注11）ここでシャドー・プライスの機会原価性は差額利益の意味でのそれではない．というのは，ここでは LP の双対問題の条件式におけるように品種別に犠牲利益（シャドー・プライスによる）と増分利益（直接原価計算による単位限界利益）との比較計算が行なわれるからである．しかし，LP の Primal なオモテの問題では，最終ステップで基底に入っていないスラック変数の較差利益（$z_j—v_j$）としてシャドー・プライスがあらわれる．ここでも通常，スラック変数の $v_j=0$ であるから，差額利益として示す必要はない．ただし，基底に入っていない活動変数の較差利益（$z_j—v_j$）は，明らかに差額利益の意味での機会損失である．機会原価概念については小林〔k11〕が含蓄深い．

第3図　標準限界価格計算の構造



たはマイナスになるので，各品種別販売部門は，自己の部門の製品を生産するのが果してひき合うのか，または不利であるのかを判定しうるにすぎない　ただし，制約条件として販売可能量の限界が入るときは，この差益は，プラスになる（シュマーレンバッハの第1図参照.[(12)]）しかしベームは売価が可変であり，限界原価一定という非線型のばあいにおいてシャドー・プライスを算定する実践的な手法としての数式モデルをも指示している．このばあいには，限界費用と限界収益の一致する点が最有利生産量であるという経済学での周知の定理を援用して，各品種別部門は，その標準限界価格に等しい販売限界収益が得られるところまで生産量を拡大すれば最適生産量を得る[(13)]．このようなやり方は，内部振替価格による分権的決定という意味で，シュマーレンバッハのプレチアーレ・レンクングの思考をうけつぐものである．

標準限界価格計算の第2の主要な目的は，部門業績評価にあるといえる．すなわち，業績評価上は，各部門の処理決定による利益への作用が，その処理決定を行なった当該部門の部門損益計算にだけあらわれるべきで，他の部門損益

（注12）オファーマンとライナーマンは，さきに示したシュマーレンバッハ第1図の亜鉛配分の例を *LP* モデルで定式化して，プレミアム分をシャドー・プライスの形でみちびき出している．Opfermann und Reinermann〔O 2〕S. 233-234 参照せよ．門田〔*m* 19〕150-152 頁も参照せよ．また，古瀬〔*k* 26〕186-190 頁でも，シュマーレンバッハの「経営価値」とラグランジュ乗数（すなわち，シャドー・プライス）との関係を明示されている．

（注13）Böhm〔B 13〕および門田〔*m* 20〕を参照せよ．また，福田・福田〔*f* 1〕もこれを取扱っておられる．

計算に作用を及ぼしてはならない．一般に直接原価計算により，品種別販売部門が意思決定をするばあいには，完全操業時には，ある部門の利益業績がよくなれば他の部門の利益業績を悪くすることをしている．しかし，標準限界価格計算によれば，そのようにはならない．また完全操業時には標準給付収益率によって製造部門に利益が帰属されるので，製造部門が利益中心点となり，最有利強度を期中に決定でき，製造部門の利益管理が可能になる．このように，標準限界価格計算によって，今日問題にされている「計画会計と統制会計とのコンシステンシィ[14]」が維持されるのである．

この他に，ベームは売価決定や新製品の経済性評価などへの適用可能性ものべている．それらはシャドー・プライスを要素単位当りの最低必要利益の意味で機会原価として支出原価に加算するという基本思考にもとづいている．

以上のようなベームの標準限界価格計算に対して，理論的な批判がH・ハックスやW・エンゲルス（Wolfam Engels）やW・ケルン（Werner Kern）あるいはW・キルガーらによってなされている．

2.3　ベームの所論に対する批判的論議

ハックスらによれば，標準限界価格計算は理論的な原価評価法であることは認められるが[15]，そこでは標準給付収益率の算定方法において次の2点に問題があると批判する[16]．

まず第1に，プレミアム部分に対し数学的計画法のシャドー・プライスを算定してあてることについては，シャドー・プライスの算定が全品種部門に関するすべてのデータの中央的な処理を通じておこなわれること，さらにそのシャ

（注14）計画会計と統制会計との一貫性（consistency）については，次の文献がある．AAA〔A 2〕pp. 57-58頁および AAA〔A 3〕．さらに，ベーム方式において数学的手法と会計的手法が計画面と統制面でどのように協働しているかについては，谷〔t 5〕を参照されたい．また，本書第1章と第10章においても利益計画のための振替価格と業績評価のための振替価格の関係を取扱っている．

（注15）Hax〔H 5〕S. 198, Engels〔E 1〕S. 175 および Kilger〔K 6〕S. 709-713(近藤訳書195-202頁）参照．Engels の所論については，小林〔k 16〕で解説されている．また，ここでの批判と同様の批判が古瀬〔k 26〕190-193 頁においてシュマーレンバッハの計算価格論に対して向けられている．

（注16）Hax〔H 5〕S. 207 ff. u. S. 209 および〔H 4〕参照．

ドー・プライスの算定と同時に中央で各品種の最適生産量がすでに決定されてしまうことに問題がある．したがって，標準限界価格は，このようにして算定された内部振替価格であるから，もはやそれを用いて分権的に生産量を決定する必要はなく，あえてそれをおこなえば回りくどい余計なことをすることになるという批判である．ただし，ハックスらも，この内部振替価格を用いて，分権的に新しい製品や新しい生産方法の収益性を判断するのに役立つことは認めている．つまり，標準限界価格計算は，総合的期間計画に対してではなく，この種の個別的決定（個別計画）には有用であることを認めているわけである．ベームももちろん，このような適用可能性を主張しているが，それは総合的期間計画のためのプログラミング計算が，期中の条件変化や新しい問題に対してたびたび機敏に定式化して解くことが困難であるために，内部振替価格によって分権的に，そのつどに機動的に対処しようというものである．(17)

しかし，この点についてもケルンらによって，シャドー・プライスないし標準限界価格は条件変化のもとでは安定性がないとして批判されている．(18) これはとくに売価決定や投資計画など長期的なかかわりあいをもつ問題への適用についてとりあげられている．(19) ところがベームによれば，能力利用の程度，つまり操業状態と収益状況は次のようなばあいには一般にかなり安定的であるとしている．それはとくに消費財産業におけるように，個々の企業が比較的小さな市場占拠率しかもたず，そのため実質的には競争市場で活動しており，さらにその工場で多数の製品種類が同時に取り扱われているばあいである．このようなばあいにはある注文が解約されても同時に他の注文が引き受けられるので，能

（注17）Böhm〔B 10〕S. 203 f 参照.
（注18）Kern〔K 4〕S. 146 f 参照.
（注19）この問題に対する解決策として，小林哲夫助教授は興味深い提案をされている．それはライトやNAAの調査研究において直接原価計算的損益表示での利益計画上，固定費と純利益を考慮したある程度長期的に望ましい利益構造を最初に仮設定し，そのもとでの目標資本利益率から直接原価にマーク・アップする率を定め，これを基準売価（target price）として算定する方法を採用し，ベームとはちがった仕方で長期的考慮を含んだ原価価値を展開することである．小林〔k 18〕96頁および小林〔k 19〕120頁参照．また Wright〔W 11〕PP. 17-26 および NAA〔N 2〕PP. 41 ff 参照．さらに，このような着想は Keller〔K 2〕によって具体的に提示されているし，NACA〔N 1〕報告でも示されているが，その詳論は本書第1章の1.5.3における「総原価プラス利益方式」（フルコスト・プライシング）を参照されたい．

力利用の程度は安定している．さらに，数百ないし数千の異なった製品が製造されていると，シャドー・プライスは，いろいろと任意抽出した製品組み合わせから算定される平均値の性格をもつから安定的であるとする．

さて，ハックスの第2の批判点は，標準給付収益率算定のための反復的交渉価格方式に対するものである．この点ではベームに対しても言及しているが，主としてアメリカの経済学者T・J・クープマンスのモデルを示して指摘している．[20] すなわち，数学的計画法では，内部振替価格自体が中央的に定められたが，内部振替価格が分権的意思決定に役立つためには，その内部価格自体が分権的に算定されなければならないとハックスは主張するのである．反復的交渉価格方式は，このような要求に応ずるものである．たしかに，この方式で試行錯誤的に求められる均衡価格は，利益最大化目標関数が凹（concave）で制約条件が凸集合の場合には必ず大域的最適解をもたらす．[21] しかしハックスの批判は次の点にある．ここで示された行動ルールにしたがって分権的に試行錯誤のプロセスを通じて，この価格を求めていくばあいには，価格がその均衡にうまく収束するとはかぎらない．均衡価格の上下を振動したり，拡散したりするかもしれないし，収束するばあいでも著しく時間がかかるのであれば実用的ではない．われわれもこの収束過程における情報コストは小さくないと考える．シュマーレンバッハはこの問題については気づいていなかった．この点は価格の安定条件の問題として，時間要因を入れた動学的研究が必要である．ハックスによれば均衡に近づくプロセスの研究では，価格や生産量は各種のばあいにお

（注20）Koopmans〔K 11〕（zit nach Hax〔H 4〕S. 162-164.）

（注21）関数 F (x) は各2つの任意のベクトル x_1 と x_2 とについて，

$$\lambda \cdot F(x_1)+(1-\lambda)\cdot F(x_2) \geqq F(\lambda \cdot x_1+(1-\lambda)\cdot x_2)_1 \quad 0<\lambda<1$$

が成立するときには凸である．関数 F(x) は上の不等号が逆方向に成立するときには，つまり，$-F(x)$ が凸であるときには凹である．F (x) は，上の不等式において≧のかわりに，より厳密な＞（あるいは≦のかわりに＜）が成立するときには，「厳密な凸」（厳密な凹）である．微分可能な関数 F(x) が凹であり，制約条件が凸集合をなしているときには，均衡価格に関する「キューン・タッカー定理」は大域的最大点に対する必要十分条件である．キューン・タッカーの定理は，たとえば，Dorfman, Samuelson and Solow〔D 7〕（訳書 218頁）にわかり易く示されている．このオリジナルな展開は Kuhn and Tucker〔K 16〕pp. 481-492にある．

また，利益最大化関数 F(x) が凹であることの経営経済学的な意味は，①売価と限界原価がともに一定，②売価一定で限界原価逓増，③売価が生産増加とともに低下し限界原価一定，あるいは④売価も限界原価もともに上のように変化することである，

いてどれだけの範囲変化させねばならないかを正確に示す行動ルールが展開されねばならないとしている．しかしこのようなルールは，これまでのところ展開されていないので，ハックスはこの点で反復的交渉価格方式に対しても悲観的な態度を示すのである．

さて，これまでに明らかにしてきたようなドイツにおける内部振替価格論の展開とは別に，アメリカではリニア・プログラミングの分野でダンツィッヒとウルフがLP計算の「分解原理」（decomposition principle）という手法を最近に開発した．この分解原理は，ドイツにおいてはハックスやアルバッハ（Horst Albach）やアダム（Dietrich Adam）その他多くの論者によって，企業の分権的意思決定システムにおける内部振替価格論のこれまでの発展の中に位置づけられて研究されている．これについては，次の第3章第1節（3.1）を参照されたい．また．西ドイツの内部振替価格論の発展に関する総括も，3.1を参照されたい．

第 3 章

分解原理と分権的システム

3.1 分権管理および分権的情報システムにおけるダンチッヒ=ウルフの分解原理の意義

まずはじめに，ハックスやアルバッハの所論を手掛りにしながら分解原理の意義をみていきたい.[1] まず，ダンツィッヒとウルフの分解原理を簡単に説明すると次のとおりである．すなわち，それは大規模な構造をもつリニア・プログラミング問題を，いくつかの部分問題とその統合問題とに分解して取扱うもので，その目的は次の2点にある．すなわち，第1に変数と制約条件式とが非常に多い計画問題は，電子計算機の記憶容量の制約性から解決困難であるが，これを容易にする．第2に，企業における決定権限の委譲は，ある一つの決定問題を独立的ないし，準独立的な部分問題に分解することを必要とするが，これに対する類似が分解原理にみいだされるので，一種の分権的意思決定システムとして用いることが考えられる．

そこで，事業部制企業の生産計画問題に適用した分解原理の標準的なモデルをみると次のとおりである．すなわち，多数の事業部をもつある大企業が考えられて，その各事業部は，それぞれ一群の多数の品種を生産している．そし

（注1）ダンチッヒ=ウルフの分解原理を取扱った文献はきわめて多数ある．そのオリジナルな主文献は，Dantzig and wolfe〔D 1〕，〔D 2〕および Dantzig〔D 3〕p. 767 ff. である．分権的システムとの関連でこの分解原理を論じたドイツ文献には Hax〔H 4〕，S. 170-184，Albach〔A 12〕S. 332-457 があるが，本節（3.1）では主としてこれらによっている．この他にも，Jaensch〔J 1〕，Vischer〔V 2〕などがある．分権的システムとの関連でこの分解原理を論じた邦文献には，青木〔a 1〕，浅沼〔a 4〕〔a 5〕，阿保・石塚〔a 2〕，片岡〔k 3〕，古瀬〔k 25〕〔k 27〕，加護野〔k 1〕，宮本〔m 9〕，吉原〔y 6〕，吉村〔y 4〕，などがある．この分解原理を全体経済の分権的システムに適用した論文には，Malinvaud〔M 1〕があり，上記の青木〔a 1〕，宮本〔m 9〕および宮本〔m 7〕，武村〔t 2〕などで論ぜられているが，本書は主として企業の分権的システムを取扱うので，これをとり入れていない．

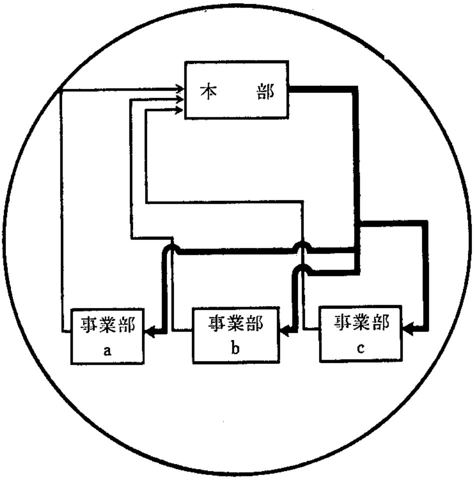
て，各事業部は，それぞれがお互に共通に利用する稀少資源を必要とし，その共通利用資源は，本部が管理しているものとする．このばあいに，各事業部に全社的にみてそれぞれ最適な生産計画を設定させ，同時にさきの共同利用資源をも各事業部に最適配分されるようにすることが問題になる(2)．ここで分解原理によると，この全体問題を事業部の数だけの部分計画問題と，それを統括する本部の一つの統合問題とに分解し，それぞれを電子計算機で解くことになる．そのさい，まず本部が各事業部の任意の生産計画案（当初はすべてゼロの生産量）にもとづき共通利用資源に対しシャドー・プライスの形での内部振替価格（当初はゼロの価格）を設定し，それを各事業部に提示する．各事業部では，この内部振替価格にもとづいてそれぞれ分権的に（独自に）生産計画案と計画利益を決定し，これを本部に提案する．本部では提案された各計画利益案のいずれかによって前回の（第１回目は当初のゼロの）全社的利益がさらに増加させられるかどうかを判定する．そこで，全社的増分利益を産み出すような事業部生産計画案だけを新たに採用しなおし，この段階で本部は再び共通利用資源のシャドー・プライスを定めなおして，各事業部に通知する．各事業部では，これを受けてまた生産計画案と計画利益を定めなおして本部に提案する．このような繰り返しの過程を経て，全社的増分利益が生じなくなった段階で，全社的にみた最適計画が決定されることになる（第１図参照)。

さてしかしながら，分解原理によれば最適解は最終的には本部によって決定されることになる．したがって，この方法は，各事業部が最終的に独自に最適解を発見することをみちびかない．これは本部が確定して各事業部に指示するのである．この点をとらえて，ハックスもアルバッハも，分解原理は完全な分権的意思決定システムとはいえないとしている(3)．アルバッハは，これを「準分

(注２) このような構造をもつ生産システムは，その生産係数行列が「ブロック角形」(block triangular) をなすが，これとはちがった一般的な構造をもつ企業にも適用可能なような分解法が本書第５，６，７，８章で展開される．

(注３) 今日の事業部制企業の短期利益計画プロセスも，各事業部と本部との間の反復的相互通報によるものである．そこでも利益計画の最終的決定は本部の仕事ではあるが，事業部別の利益計画の設定に各事業部みずからが積極的に参画するという点をとらえてこれは意思決定に対する分権管理システムといわれている．（たとえば，溝口〔m11〕26-27頁を参照せよ)．この考え方によると，分解原理を分権的決定システムといえないこともない．

第１図　分解原理の標準型システム



太線：本部からの共通利用資源の内部振替価格
（シャドー・プライスとしての機会原価）
細線：各事業部からの生産計画案と計画利益案

権的意思決定システム」とよんでいる．

ところが他方，ハックスは分解原理の分権管理上の意義を次の点に求めている．すなわち，分解原理では本部は各事業部でのみ成立しているような制約条件式を知ることなしに，つまり情報の完全な中央的処理なしに全社的最適解に達することができる．したがって，情報の収集・処理の面で分権化が考えられるのである．しかし，コンピュータが本部に一元的に存在し，各事業部は端末装置から自己に関するデータとサブ・プログラムをインプットするだけで，その後の処理はすべて本部の唯一のコンピュータで行なわれるのであれば，(4) 分解原理によらない標準型の LP モデルを中央集権的に解くばあいと実質的に変りがない．私はコンピュータ本体を各事業部と本部にそれぞれ持たせ，相互をオン・ラインで結び，データ通信による反復的交渉がなされるばあいにかぎり，ハックスの見解が成立すると考える．このばあいには，分解原理は数学的計画

（注４）このばあいにも，分解原理によれば各事業部における自己資源の生産係数行列を本部のコンピュータの記憶装置内に事業部別に対角線上に並べて記憶させることなく，これらの各行列を一次元の配列（DIMENSION）で記憶させるので，記憶場所が少なくてすむ．Künzi, Tzschach und Zennder〔K 17〕（訳書107頁）参照．

法であるが，ハックスがベーム方式を批判したような，数学的計画法における中央集権性がデータの収集・処理の面で薄らいでいるとみることができる．

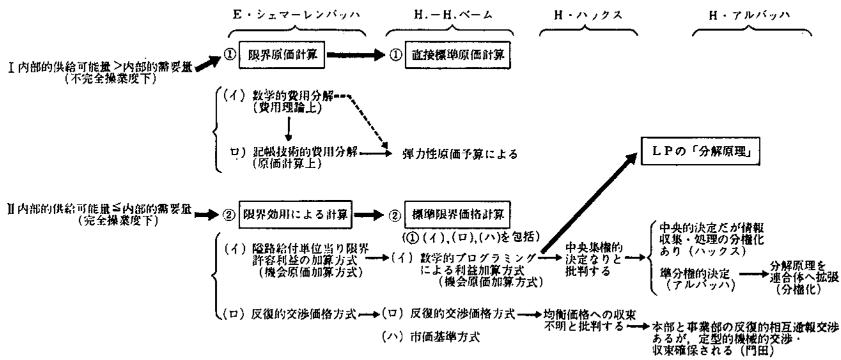
さて，分解原理のプロセスは，他面において，本部と各事業部との間の相互通信という意味での反復的交渉方式をとっているといえる．このかぎりでは，分解原理はシュマーレンバッハ・ベーム以来の反復的交渉価格方式にも通ずるところがある．しかしながら，従前の反復的交渉価格方式では均衡値への収束が保証されなかったが，分解原理では反復の各回において本部で全社的増分利益が生ずるかどうかが判定されるために，最適解への収束が確保される点が異なる．さらに，分解原理における反復的交渉は，コンピュータ内部あるいはコンピュータ相互間で本部のメイン・プログラムが各事業部のサブ・プログラムをコール（呼ぶ）してはサブ・プログラムでの処理がすむとまたメイン・プログラムにリターン（戻る）するという機械的・自動的な定型的プロセスにすぎないため，コンピュータを分散させていても，各事業部管理者の仕事は自己に関するデータとサブ・プログラムを最初に1度だけインプットするにすぎず，従前の反復的交渉価格方式のように実際の反復的交渉を各事業部管理者が行なうわけではない．このことからは，各事業部管理者には，自己の意思決定意識や全社的計画への参画意識などが感じられないかもしれない．

これに対してアルバッハは，分解原理は，ティームにおいてではなく，連合体（Koalition）においてはじめて分権的意思決定システムといえるとしている．ここにティームとは各部門目的と本部目的が一致しているばあいの企業であり，連合体とは各部門目的と本部目的とが一致しないばあいの企業である．アルバッハは，このような連合体に対して分解原理を適用してみるのである．したがって，アルバッハの展開は，ダンツィッヒとウルフの開発した数学的規範的な分解原理に対して，連合体における目標相互間の衝突という組織論的な要素を導入するものであるといえる．さて，この連合体のばあいには，ティームのように各部門の目標関数の集計が中央の目標関数にならないから，分解原理の定型的なルールに各部門が忠実に従わなくなり，機械論的な自動的な反復的交渉プロセスが進行しなくなるので分権化が真に存在することになる．しかし，連合体では分解原理によっては最適生産計画の決定が保証されないのである．

さて，以上でも明らかにされたように，分解原理による決定プロセスが進行して最適生産計画がたてられるときには，各部門はコスト・データとしてはたんに支出変動費データだけをインプットすればよく，機会原価としてのシャドー・プライスにはまったく無関心の状態にいる．しかしながら，機会原価を含んだ計算価格による全体的最適計画決定プロセスを研究するさいに，分解原理はそのような決定メカニズムを明らかにするものとして，内部振替価格論の発展の中で今日のところ先端に位置するものである．そして，全体的計画問題を計算価格を使って分解する方法は，今日いろいろな形で追求されつづけている(5)（第5，6，7，8章を参照されたい.）

さて，前章「西ドイツにおける計算価格論の展開」と本節の内容をもって，私なりに西ドイツにおける内部振替価格論の学説史的な発展シェーマを描き出してみた．これを簡単にここで要約すれば，次の第2図のようになる．

第2図　西独・内部振替価格論の発展シェーマ



そこで最後に，これらの全体の総括をしておきたい．まず，シュマーレンバッハとベームによって，分権的生産計画決定のためにはどのような原価評価額ないしは内部振替価格が合目的であるかに関して会計的な理論づけが明らかに

（注5）大規模な線形計画モデルの分解アルゴリズムにはきわめて多くのものが開発されている．本書で筆者が取扱うものはそのごく一部分である．（分解法に関する文献は，吉原〔y 6〕の文献目録，および Lasdon〔L 3〕の各章末の参考文献目録をみられたい．）しかし，分解法にはたんに数値計算としての分解的解法の意義しかないものが多い．本書でとりあげたものはすべて全体経済あるいは企業における分権的システムとしての経済的意義を有する分解法ばかりである．

された．そして，その後の議論は，その算定方法と適用可能性に関するものである．今後の内部振替価格論は，数学的計画法である分解原理などをいろいろな構造の企業に適用して拡充したり，新しい組織論的な考察を導入したり，あるいは経済学の市場と価格の理論そのものをおしすすめたりして，会計とその隣接科学との交渉の中で展開して行くべきであろう．

3.2　分解原理の数学理論(6)

まず，ある大規模な線形計画問題があって，その変数が n 個のグループに分けられるものとする．各グループごとに m_j 個の制約条件式があるが，このグループ別制約条件式には当該グループの変数しか関連しない．さらに別に m 個の制約条件式があるが，これにはすべての変数が関連する．x_j は第 j 番目のグループの諸変数からなる列ベクトルである．A_j と B_j は行列であり，c_j は行ベクトル，b_j は列ベクトルである．そこで，解くべき線形計画問題（A）は次のような構造をもつ：

$$
(A)\left\{\begin{array}{l}
c_1x_1+c_2x_2+\cdots+c_nx_n\rightarrow Max \\
\text{制約条件} \\
A_1x_1+A_2x_2+\cdots+A_nx_n=b \\
B_1x_1 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad =b_1 \\
\qquad\quad B_2x_2 \qquad\qquad\qquad =b_2 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad\ \vdots \\
\qquad\qquad\qquad\quad \ddots B_nx_n=b_n \\
x_j\geqq 0 \quad (j=1,\ 2,\cdots,\ n).
\end{array}\right.
$$

ここでは制約条件がはじめから等式の形で記されているが，まず不等式が与えられると，それはただちにスラック変数を導入して等式に変えられるわけである．また，目標関数は最大化せずに最小化することも当然考えられるが，そのことによって問題が本質的に変わることはない

まず，最大化問題（A）が与えられたとする．そこで，条件式 $B_jx_j=b_j$ と $x_j\geqq 0$ によって定義される多面体 S_j が存在するとする：

$$S_j=\{x_j\,|\,x_j\geqq 0,\ B_jx_j=b_j\}.$$

（注6）本節の展開は，主として Gass〔G 6〕chap 9. §4. および Hax〔H 4〕S. 170-177 によっている．

単純化のために，S_j は有界であると仮定する(7)．W_jは凸多面体S_jのすべての端点 x_{jk} の集合であるとする：

$$W_j=\{x_{j1},\ x_{j2},\cdots,\ x_{j,\kappa j}\}.$$

ここで x_{jk} は j 番目の小問題の解ベクトル（端点解）であり，κ_j は S_j の端点の総数である．さらに，列ベクトルP_{jk}とスカラーc_{jk}を次のようにおく：

$$P_{jk}=A_jx_{jk}$$
$$c_{jk}=c_jx_{jk}.$$

そこで，新しい最大化問題を次のように定式化することができる：

変数 s_{jk}（$j=1,\ 2,\cdots,\ n\ ;\ k=1,\ 2,\cdots,\ \kappa_j$）は

$$(B)\left\{\begin{array}{l}\text{制約条件}\\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{\kappa j}P_{jk}s_{jk}=b\\ \qquad\displaystyle\sum_{k=1}^{\kappa j}s_{jk}=1\quad(j=1,\ 2,\cdots,\ n)\\ \qquad\quad s_{jk}\geqq 0\quad(j=1,\ 2,\cdots,\ n\ ;\ k=1,\ 2,\cdots,\ \kappa_j)\\ \text{のもとで，関数}\\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{\kappa j}c_{jk}s_{jk}\end{array}\right.$$

を最大化するような値をとらねばならない　S_jは凸多面体であるから，いかなる点

$$s_j=\left(\sum_{k=1}^{\kappa j}x_{jk}s_{jk}\ \middle|\ \sum_{k=1}^{\kappa j}s_{jk}=1\ ;\ s_{jk}\geqq 0\right)$$

（注7）$B_jx_j=b_j$，$x_j\geqq 0$を満たす実行可能解として，少なくとも2つの解 x_{j1} と x_{j2} が存在するとしよう．すなわち，

$$B_jx_{j1}=b_j,x_{j1}\geqq 0,\ \text{ただし}\ x_{j1}=\ (x_j{}^1{}_1,x_j{}^2{}_1,\cdots,x_{j1}{}^{mj},0,\cdots,0)$$
$$B_jx_{j2}=b_j,x_{j2}\geqq 0,\ \text{ただし}\ x_{j2}=\ (x_j{}^1{}_2,x_j{}^2{}_2,\cdots,0,x_{j2}{}^{mj},\cdots,0)\ \cdot$$

$x_j=\alpha x_{j1}+(1-\alpha)x_{j2}$（$0\leqq\alpha\leqq 1$）を x_{j1} と x_{j2} の任意の凸結合とする．そのときベクトル x_j のすべての成分は非負であること，すなわち $x_j\geqq 0$ であることはすぐわかる．そして

$$B_jx_j=B_j\ [\alpha x_{j1}+(1-\alpha)x_{j2}]\ =\alpha B_jx_{j1}+(1-\alpha)B_jx_{j2}=\alpha b_j+b_j-\alpha b_j=b_j$$

であるから，x_j は実行可能解である．

したがって，任意の2つの実行可能解のどんな凸結合もまた実行可能解となることが証明されたから，S_j は凸集合であり，しかも S_j は有界と仮定して集合 S_j を有限個の端点からの凸結合とするとき，S_j は凸多面体である．（解の集合がただ1つの元しか含まないときも，S_j はもちろん凸集合である．）

も S_j に属することになる．すなわち，S_j 内の任意の点は，S_j の端点の一次結合としてあらわすことができる．それゆえに，次の命題が成立する：

『s_{jk} の値が最大化問題（B）の解となるときには，ベクトル $s_j=\sum_{k=1}^{Kj} x_{jk}s_{jk}$ の値は最大化問題（A）の解となる。』（（B）にて，$\sum_{k=1}^{Kj}P_{jk}s_{jk}\equiv A_js_j$ に注意.）

いま最大化問題（B）を展開した形で詳細に示せば次のようになる：

$$
\begin{aligned}
&c_{11}s_{11}+\cdots+c_{1K1}s_{1K1}+c_{21}s_{21}+\cdots+c_{2K2}s_{2K2}+\cdots+c_{n1}s_{n1}+\cdots\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +c_{nKn}s_{nKn}\rightarrow Max\\
&P_{11}s_{11}+\cdots+P_{1K1}s_{1K1}+P_{21}s_{21}+\cdots+P_{2K2}s_{2K2}+\cdots+P_{n1}s_{n1}+\cdots\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +P_{nKn}s_{nKn}=b\\
&s_{11}+\cdots\cdots+s_{1K1} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad =1\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad s_{21}+\cdots+s_{2K2} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad =1\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \vdots\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad s_{n1}+\cdots+s_{nKn}=1\\
&s_{jk}\geqq 0\quad (j=1,\ 2,\cdots,\ n\,;k=1,\ 2,\cdots,\ \kappa j)\ .
\end{aligned}
$$

この線形計画問題に対し双対定理が存在するが，それによると各制約条件には価格が帰属される．最初の m 個の制約条件（すなわち，条件式 $\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{Kj}P_{jk}s_{jk}=b$）に属する価格は，ベクトル Π で総括される．次の n 個の制約条件には価格 π_j（$j=1,\ 2,\cdots,\ n$）が対応しうる．

ここで，行ベクトル（Π, π）は「シンプレクス乗数」ベクトルとして与えられる．すなわち，

B：実行可能な基底の行列

c_B：基底Bに含まれている各列ベクトルの目標関数係数の行ベクトル：

$$c_B=\ (c_{lk},\ \ c_{2k},\cdots,c_{m+n,k})$$

$$=\ (c_lx_{lk},\ \ c_2x_{2k},\cdots,c_{m+n}x_{m+n,k})$$ とするとき

$$(\Pi,\ \pi)\ =c_BB^{-1}.$$

ところで，最初の実行可能解が，どれか新しい端点列$(P^T{}_{jk},0,0,\cdots,1,\cdots 0)^T$（$T$は転置を意味する.）を基底に導入することによって改良されるかどうかを判定しなければならない．それには，通常のシンプレクス法と同様に，シンプレクス判定基準（いわゆる較差利益 v_j-z_j）の符号がどうなるかをみなければならない．そこで，最大化問題（B）について，ある小問題 j からの１つの端

点列を通常のシンプレクス判定基準 (v_j-z_j) で評価すると次のようになる.

$\begin{pmatrix} P_{jk} \\ e_j \end{pmatrix}$：任意の端点列ベクトル. e_jはn次の単位行列のj番目の列ベクトル

$\overline{s_{jk}}=B^{-1}\begin{pmatrix} P_{jk} \\ e_j \end{pmatrix}$：$\overline{s_{jk}}$は，任意の列ベクトル$\begin{pmatrix} P_{jk} \\ e_j \end{pmatrix}$を基底Bのベクトルの１次結合として表わしたものである.

このとき，

シンプレクス基準 (v_j-z_j)

$$
\begin{aligned}
&=c_{jk}-c_B\cdot\overline{s_{jk}}=c_{jk}-c_B\cdot B^{-1}\begin{pmatrix} P_{jk} \\ e_j \end{pmatrix} \\
&=c_{jk}-(\Pi,\ \pi)\begin{pmatrix} P_{jk} \\ e_j \end{pmatrix} \\
&=c_{jk}-\Pi\cdot P_{jk}-\pi_j \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1) \\
&=c_j x_{jk}-\Pi\cdot A_j x_{jk}-\pi_j \\
&=(c_j-\Pi\cdot A_j)\ x_{jk}-\pi_j \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2) \\
&\quad j=1,2,\cdots,n.
\end{aligned}
$$

(１)式から，基底に含まれるベクトルに対しては$c_{jk}=\Pi\cdot P_{jk}+\pi_j$が成立することがわかる．すなわち，$v_j-z_j=0$でなければならないからである.

問題 (B) は最大化問題であるから，シンプレクス基準 $c_{jk}-c_B\cdot\overline{s_{jk}}\leqq 0$ がすべてのjとkに対して成立すれば，すでに最適解が得られたことになる．というのは，最大化問題では，すべての $v_j-z_j\leqq 0$ あるいはすべての$z_j-v_j\geqq 0$ のときに最適になるからである．ところが，較差利益(２)式について，そのうちどれが正になるかどうかを知るためには，次のような形をとるn個の最適化問題を解けばよい．どのjに対してもわれわれは，端点x_{jk}の集合に対して

$$
\begin{aligned}
&Max[(c_j-\Pi\cdot A_j)x_{jk}-\pi_j]>0,\ j=1,2,\cdots,n \cdots\cdots\cdots\cdots (3) \\
&\quad B_j x_{jk}=b_j \\
&\qquad x_{jk}\geqq 0
\end{aligned}
$$

となるかどうかを知る必要がある．ところで(３)の左辺は，各jに対して，角括弧内の量を，j番目の小問題の制約式をみたすような端点x_{jk}の上で最大化することを述べている．もしもこの最大値が非正であれば，j番目の小問題のすべての端点は最適なものと評価される.

条件(３)の〔　〕内を最大にすることと，スカラーπ_jを除いた部分を最大にすることとは同じだから，(３)の〔　〕内の最大化は，各jに対して

$$(C)\begin{cases}(c_j-\Pi\cdot A_j)x_{jk}\\ \text{を条件}\\ \qquad B_jx_{jk}=b_j\\ \qquad\quad x_{jk}\geqq 0\end{cases}$$

のもとで最大にする，という線形計画問題を解くことに帰着する．小問題 (C) をシンプレクス法で解けば端点解だけが得られるから，小問題 (C) の解は（3）をもみたすわけである．

これから，次のようなシンプレクス法の計算手順が明らかになる．

① スタートは (B) の任意の基底解からである．この基底解に対しては，価格ベクトル $(\Pi,\ \pi)$ がシンプレクス乗数ベクトルとして

$$(\Pi,\ \pi)=c_BB^{-1}$$

から算定される．ここで，どんな基底 B に対しても，対応する初等行列（elementary matrix）の集合が与えられているならば，その逆行列 B^{-1} は一連の初等行列の積形式から容易に求めることができる．この場合には，改定シンプレクス法にこの積形式を適用するとさらに便利である．(8)

② 次に，各 S_j から，関数 $(c_j-\Pi\cdot A_j)\,x_j$ が最大値をとるような端点(すなわち最適解 x_j）を求める．つまり，次の線形計画問題（C）を解くわけである．

$$(C)\begin{cases}\text{制約条件}\\ B_jx_j=b_j \text{ および } x_j\geqq 0\\ \text{のもとで}\\ (c_j-\Pi\cdot A_j)\,x_j\to Max.\end{cases}$$

③ これら n 個の最大値問題（C）すべての解について

1） $\mu_j=\underset{x_j\in s_j}{Max}(c_j-\Pi\cdot A_j)x_j-\pi_j\leqq 0$

が成立すると，

最大化問題（B）の最適解がすでにみいだされていることがわかる．このとき⑤に進む．

2） $\mu_j=\underset{x_j\in s_j}{Max}(c_j-\Pi\cdot A_j)x_j-\pi_j>0$

（注8）逆行列の積形式については，Gass〔G 6〕（訳書 139-143頁）を参照せよ．

が少なくとも一つの S_j について成立すると，次の④へ進む.

④　$\mu_j>0$が成立した S_j の当該端点 x_{jk} は，問題（B)の基底にとり入れられねばならない　このためには，まずベクトル $P_{jk}=A_jx_{jk}$ と数値 $c_{jk}=c_jx_{jk}$ とが算定されなければならない．そこで，列ベクトル（$P^T_{jk},0,\cdots,1,\cdots,0)^T$は基底にとり入れられ，同時にシンプレクス法の原理に従って他の列ベクトルが基底からとり除かれる(9)．新しい基底解に対してふたたび Π とπ_jとが算定され，この手順がくり返される.

多数の S_j について $\mu_j>0$ が成立するばあいには，最大の μ_j をもたらすような端点 x_j が基底にとり入れられる．この手順は $\mu_j\leqq0$ ($j=1,2,\cdots,n$)が成立するまで，つまり（B）の最適解が得られるまでくり返される．そして⑤に進む.

ところで，この ④のステップで，問題（B）において，非退化を保証してやれば，新しい端点 x_j が基底にとり入れられるごとに，（B）の目標関数の値が増加することが保証されるから，（B）の有限個の基底がくり返し現われることはありえず，したがって，上記の計算手順は有限回で終了する．これが分解原理における収束性の証明である.

⑤　問題（B）の解 s_{jk} は，この最終ステップに至るまでは使用せず，これまでのステップではもっぱら双対解Πと π_j を利用してきた．しかし，この最終段階に至り，（B）の最適解 s_{jk}が得られると，このベクトル成分をウェィトにして，$s_j=\sum_{k=1}^{Kj} x_{jk}s_{jk}$ を計算すれば，この s_j ($j=1,2,\cdots,n$)が，もとの線型計画問題(A)の最適解である．このことはすでにさきに証明した.

以上で計算手順は終了する.

上述の分解法の長所は，その計算においてごくわずかの数の変数s_{jk}とそれに属する列ベクトル($P^T{}_{jk},0,\cdots,1,\cdots,0)^T$とだけが考察されればよいことである．つまり，計算の過程において一度基底に入れたもの（基底にすでに入っている列と新しく入れられた列）だけを考察すればよい．したがって，凸多面体S_jの通常はかなり多数にのぼるすべての端点 x_{jk} ($k=1,\cdots,\kappa_j$) のうちで，考察の対象とするのはほんの少数にすぎないことがわかる(10).

また，問題（B）の基底解を求めるには改定シンプレクス法を採用する．こ

(注 9) 本部問題（B）において基底に入る変数の数は（B）の条件式の数に一致するから，それはつねに部分領域の数と共通資源の数との和に等しい.

の方法によると，計算機が記録・計算しなければならない新しい情報の量は減少する．というのは，改定法では基底の逆行列と解べクトルだけを記録・計算すればよいのに対して，通常の方法ではシンプレクス・タブローの全部を記録・計算しなくてはならないからである．逆行列の積形式を使えば，記録量はさらに減少する．

さて線形計画問題への分解原理の適用は，その問題が次の（D）のような形をもっていても可能である．

$$(D)\quad\begin{cases} c_1x_1+c_2x_2+c_3x_3\rightarrow Max \\ A_1x_1+A_2x_2 \qquad\qquad =b_1 \\ \qquad\quad \overline{A}_2x_2+A_3x_3=b_2 \\ \quad x_1\geqq 0 \quad x_2\geqq 0 \quad x_3\geqq 0 \end{cases}$$

さて，制約条件

$$\overline{A}_2x_2+A_3x_3=b_2$$

および $x_2\geqq 0$ $x_3\geqq 0$

によって定義された領域 S が存在するものとする．S は有界であり，WはSのすべての端点 $x^{(k)}$の集合であるとする．$x^{(k)}$はそのつどに$x_2{}^{(k)}$と$x_3{}^{(k)}$から構成されている．

さらに，$c^{(k)}$ と $p^{(k)}$を次のように設ける：

$$c^{(k)}=c_2x_2{}^{(k)}+c_3x_3{}^{(k)}$$

$$p^{(k)}=A_2x_2{}^{(k)}$$

そこで，新しい線形計画問題が次のように定式化される：

（注10）上記のプロセスにおいて，まずスタートにて（B）の任意の基底解を求めるにあたり，（B)の定式化が S_j のすべての端点から出発されると x_{jk} の数が $\sum_{j=1}^{n}K_j$ 個という多数になってしまい，したがって本部問題（B）の変数 s_{jk} の数が非常に多くなる．これでは分解法の意義がなくなる．そこで，実際にはまず $\Pi=0$ から出発し，それにもとづき部分領域の提示する生産プログラムの解としての x_{jk}(スラック変数を含む）からはじめていく．これは$\Pi=0$ から出発するのでなく，部分問題の任意の解からはじめると考えてもよい．ここで計算が本部問題からスタートするか事業部問題からスタートするかは分権的システムにとって本質的な議論ではない．しかし，計算が最終的には本部によってストップを宣告される点は有意味である．

$$(E)\begin{cases} c_1x_1+\sum_{k=1}^{k}c^{(k)}s^{(k)}\to Max \\ A_1x_1+\sum_{k=1}^{k}p^{(k)}s^{(k)}=b_1 \\ \qquad\sum_{k=1}^{k}s^{(k)}=1 \\ x_1\geqq 0 \quad s^{(k)}\geqq 0 \quad (k=1,2,\cdots,\kappa) \end{cases}$$

ここでもまた，Sにはその端点$x^{(k)}$の一次結合として表わされる点が属する．それゆえに，次の命題が成立する：

『ベクトルx_1と数値 $s^{(k)}$ とが最大化問題（E）を解くときには，ベクトルx_1と

$$s=\sum_{k=1}^{k}s^{(k)}x^{(k)}$$

とは，最大化問題（D）を解く。』

（E）の各基底解に価格ベクトル（Π, π）が対応する．ここで，πは最後の制約条件式に対応する価格のベクトルであり，Πは最初の条件式の価格ベクトルである．ここでも，(Π,π) はシンプレクス乗数ベクトルとして算定される．

次にシンプレクス判定基準を求めると，

$$\begin{aligned} v_j-z_j&=c^{(k)}-(\Pi,\pi)\begin{pmatrix}p^{(k)}\\1\end{pmatrix} \\ &=c^{(k)}-\Pi\cdot p^{(k)}-\pi \\ &=(c_2-\Pi\cdot A_2)x_2{}^{(k)}+c_3x_3{}^{(k)}-\pi \end{aligned}$$

したがって，さきと同様に（E）のある基底解について

$$\Pi\cdot A_1\geqq c_1$$

$$\text{および}\max_{x\in S}[(c_2-\Pi\cdot A_2)x_2+c_3x_3]\leqq\pi$$

が成立すると，（E）の最適解を得たことになる．ただし，$\underset{x\in S}{Max}[(c_2-\Pi\cdot A_2)x_2+c_3x_3]$ は，次の最大化問題（F）の解である：

$$(F)\begin{cases} (c_2-\Pi\cdot A_2)x_2+c_3x_3\to Max \\ \text{制約条件}\overline{A}_2x_2+A_3x_3=b_2 \\ \qquad x_2\geqq 0 \quad x_3\geqq 0 \end{cases}$$

上記（E）の最適性判定基準の２つの条件式が成立しない場合には，シンプレックス法の原理によって新しい基底解が（E）にとり入れられねばならない．このことは，最適性判定の２つの条件式が満たされるまでくり返される．そして，最終的に，（E）の解 x_1 と $s^{(k)}$ とから，（D）の解 x_1 と $s=\sum_{k=1}^{k} s^{(k)}x^{(k)}$ が導きだされる．

3.3 分解原理を企業の分権的システムに適用した数値例[11]

２つの事業部からなる企業の生産プログラム（製品組合せ計画）を編成することを問題にしよう．事業部１では製品 x_1 と x_2 を生産し，事業部２では製品 x_3 と x_4 を生産することができる．そして，事業部１では制約的能力設備 A と B を専用し，事業部２では制約的能力設備 C と D を専用している．同時に別の２つの制約的能力設備 E と F とが両事業部によって共同利用されている．この E と F は本部が管理している．

この線形計画問題の全体は，次のように定式化される：

目標関数：$8x_1+10x_2+0v_3+0v_4+12x_3+16x_4+0v_5+0v_6+0v_1+0v_2 \to Max.$

$$
\begin{cases}
\text{設備}E: & 2x_1+4x_2+2x_3+3x_4+v_1=32 \\
\text{設備}F: & x_1+x_2+x_3+2x_4+v_2=12
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\text{設備}A: & 2x_1+x_2+v_3=10 \\
\text{設備}B: & 3x_1+2x_2+v_4=16
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\text{設備}C: & x_3+x_4+v_5=8 \\
\text{設備}D: & 2x_3+x_4+v_6=12
\end{cases}
$$

$$x_\mu \geqq 0 \quad (\mu=1,\cdots,4) \qquad v_v \geqq 0 \quad (v=1,\cdots,6)$$

上記の全体問題は，事業部別の２つの線形計画問題（サブ・プログラム）と本部の１つの線形計画問題（メイン・プログラム）とに分解される．それぞれの線形計画問題の解決は，各事業部と本部に分担されるので，本部は各事業部の固有の制約条件に関する情報を知らなくてよい．本部は自己が管理している設備 E と F との機械時間当りの内部振替価格 Π_e と Π_f を算定し，これを各事業部

（注11）本節の数値例は Hax〔H4〕S. 178-183にもとづいているが，これを Gass〔G6〕に従って詳細にフォロー・アップしたものである．

に指示する．

さて，事業部１では製品１の単位当りに設備 Eを２機械時間と設備 Fを１機械時間だけ必要とする．製品２については，これらの数値は４と１である．したがって，事業部１は次の目標関数をもつ：

$$(8-2\Pi_{ek}-1\Pi_{fk})x_1+(10-4\Pi_{ek}-1\Pi_{fk})x_2 \to Max$$

ただし，添字 k は，ここでは計画の iteration の番号数字を表わす ($k=1,2,\cdots,K$)．

この関数は次の制約条件下で最大化される：

$$\begin{aligned}
&2x_1+\ x_2+v_3 \qquad =10\\
&3x_1+2x_2 \qquad +v_4=16\\
&x_1\geqq 0, x_2\geqq 0, v_3\geqq 0, v_4\geqq 0.
\end{aligned}$$

同様に，事業部２では次の線形計画問題が定式化される：

$$\begin{aligned}
&(12-2\Pi_{ek}-1\Pi_{fk})x_3+(16-3\Pi_{ek}-2\Pi_{fk})x_4 \to Max\\
&x_3 \qquad +x_4+v_5 \qquad = 8\\
&2x_3 \qquad +x_4 \qquad +v_6=12\\
&x_3\geqq 0, x_4\geqq 0, v_5\geqq 0, v_6\geqq 0
\end{aligned}$$

次に，本部の線形計画問題は次のように定式化される：

$$\begin{aligned}
&\sum_k^K(8\bar{x}_{1k}+10\bar{x}_{2k})s_{1k}+\sum_k^K(12\bar{x}_{3k}+16\bar{x}_{4k})s_{2k} \qquad \to Max\\
&\sum_k^K(2\bar{x}_{1k}+\ 4\bar{x}_{2k})s_{1k}+\sum_k^K(\ 2\bar{x}_{3k}+\ 3\bar{x}_{4k})s_{2k}+v_1 \qquad =32\\
&\sum_k^K(\ \bar{x}_{1k}+\ \bar{x}_{2k})s_{1k}+\sum_k^K(\ \bar{x}_{3k}+\ 2\bar{x}_{4k})s_{2k} \qquad +v_2=12\\
&\sum_k^K s_{1k} \qquad = 1\\
&\sum_k^K s_{2k} \qquad = 1\\
&s_{1k}\geqq 0,\ s_{2k}\geqq 0,\ v_1\geqq 0,\ v_2\geqq 0
\end{aligned}$$

上式の制約条件の双対価格 Π_{ek},Π_{fk} と π_{1k},π_{2k}は，「シンプレクス乗数」を求める次の公式から，改定シンプレクス法によって容易に算出される．

$$[\Pi_{ek},\Pi_{fk},\pi_{1k},\pi_{2i}]=[c_{jk}]B^{-1},$$

c_{jk}：本部問題における基底 B に属する基底変数 s_{jk} (v_1, v_2を含む) に対応する本部問題の目標関数上の係数値；$[c_{jk}]$ はその行ベクトルをあらわす．

（1） 第1段階

第1段階では本部は次のような内部振替価格を指定する：

$$\Pi_{e1}=0, \Pi_{f1}=0.$$

ならびに最高利益

$$\pi_{11}=0, \pi_{21}=0.$$

このことは，スタートでは，$x_1=x_2=x_3=x_4=0$が仮定されており，したがって，すべてのスラック・プロセスが基底に入っていることを意味する．このとき，本部問題は次のようになっている．

$$\begin{array}{lr}
0 \cdot s_{11}+0 \cdot {}_{21} & \rightarrow Max \\
0 \cdot s_{11}+0 \cdot s_{21}+v_1 & =32 \\
0 \cdot s_{11}+0 \cdot s_{21} \qquad +v_2 & =12 \\
\quad s_{11} & =\ 1 \\
\qquad\qquad s_{21} & =\ 1
\end{array}$$

さて，各事業部では上記の内部振替価格にもとづいて目標関数の利益係数を計算し（ただし，スタートではこれは不変である），各自の線形計画問題を解き，その最適基底解を第1次生産計画案として本部に提案する．すなわち：

事業部 1：$x_2=8, v_3=2$, 利益$=80$
事業部 2：$x_4=8, v_6=4$, 利益$=128.$

本部では，さきの π_{11}, π_{21}を用いて，各利益案の全社にとっての収益性を審査する．

事業部 1 に対し：$80-\pi_{11}=\ 80-0>0$
事業部 2 に対し：$128-\pi_{21}=128-0>0.$

したがって，π_{11}, π_{21}を両事業部の利益計画案はいずれも超えており，また

$$Max\,\mu_j=128 \ (x_4=8, v_6=4 \text{について})$$

であるから，$x_4=8, v_6=4$が本部問題で基底変数にとり入れられねばならない．

（ただし，$v_6=4$は本部問題では無関係である.）

以上における本部問題の経過を，改定シンプレックス法のタブロー形で書けば，次のようになる.（本部問題の最後の2つの制約式は等式だから，これには人工変数を用いて big M 法または two phase 法を適用する.）

（タブロー1）

基　底	c_{jk}	s_{jk}	B^{-1}				P^*_{jk}
			P_1	P_2	P_{11}	P_{21}	$P^*_{22}(x_4=8, v_6=4)$
$P_1(v_1=32)$	0	32	1	0	0	0	$24(=3\times\bar{x}_{42})$
$\leftarrow P_2(v_2=12)$	0	12	0	1	0	0	$16(=2\times\bar{x}_{42})$
$P_{11}\begin{pmatrix}v_3=10\\v_4=16\end{pmatrix}$	0	1	0	0	1	0	0
$P_{21}\begin{pmatrix}v_5=8\\v_6=12\end{pmatrix}$	0	1	0	0	0	1	1
Π, π			0	0	0	0	

c_{jk}：本部問題の目標関数の係数

s_{jk}：本部問題の基底解（本部問題のファクター•プロセスの列ベクトル）

B^{-1}：**本部問題のスラック・プロセスの行列**（一般には，各ステップにおけるスラック・プロセスの行列は，そのステップで基底に入っているプロセスの第1ステップにおける行列Bの逆行列B^{-1}である．したがって，B^{-1}は本部問題のそのつどの基底行列の逆行列である.）

P^*_{jk}：本部問題において新しく基底に入るプロセス（基底からとり除くプロセスは表の左側で矢印をつけた.）P_{jk}におけるjは小問題の番号．kはその端点番号（したがって，ここでは iteration の番号）をあらわす．

（2）　第2段階

第2ステップでは本部は次の結果を算定する：

$\Pi_{e2}=0, \Pi_{f2}=8, \pi_{12}=0, \pi_{22}=0.$

これによって，両事業部は次の第2次生産計画案を設定し提案する：

事業部 1：$x_2=8, v_3=2$, 利益$=16$

事業部 2：$x_3=6, v_5=2$, 利益$=24$.

ここでも，両利益計画案はともに本部の審査をパスし，$Max\mu_j=24$であるから，計画案$x_3=6, v_5=2$が新しく採用され，したがって，本部問題ではプロセ

ス$P_{23}=[12\quad 6\quad 0\quad 1]^T$が新しく基底に入ることになる.

（タブロー2）

基 底	c_{jk}	s_{jk}	B^{-1} $(P_1P_{22}P_{11}P_{21})^{-1}$				P^*_{23}
P_1	0	14	1	$-\frac{2}{3}$	0	0	8
P_{22}	128	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{1}{16}$	0	0	$\frac{3}{8}$
P_{11}	0	1	0	0	1	0	0
$\leftarrow P_{21}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{16}$	0	1	$\frac{5}{8}$
Π,π			0	8	0	0	

$$B^{-1}=[P_1\ P_{22}\ P_{11}\ P_{21}]^{-1}$$

$$=\begin{pmatrix}1 & 24 & 0 & 0\\ 0 & 16 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}$$

$$P^*_{23}=B^{-1}\cdot P_{23}$$

$$=\begin{pmatrix}1 & -\frac{2}{3} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{16} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -\frac{1}{16} & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12\\ 6\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$$

（3） 第3段階

第3ステップでは本部は次を示す：

$$\pi_{l3}=0,\Pi_{f3}=5\frac{3}{5},\ \pi_{13}=0,\pi_{23}=38\frac{2}{5}.$$

これに応じた各事業部の第3次利益計画案は：

事業部 1：$x_2=8,v_3=2$,利益$=35\frac{1}{5}$

事業部 2：$x_3=4,v_4=4$,利益$=44\frac{4}{5}$.

ここでも両計画案はともに審査をパスし， $Max\mu_j=35\frac{1}{5}$で あるから，$x_2=8,v_3=2$が採用され，したがって，$P_{12}=[32\quad 8\quad 1\quad 0]^T$ が基底に新しく入る.

（タブロー3）

基 底	c_{jk}	s_{jk}	B^{-1} $(P_1P_2P_{11}P_{21})^{-1}$				P^*_{12}
$\leftarrow P_1$	0	$12\frac{4}{5}$	1	$-\frac{12}{10}$	0	$-\frac{24}{5}$	$22\frac{2}{5}$
P_{22}	128	$\frac{3}{5}$	0	$\frac{1}{10}$	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{8}{10}$
P_{11}	0	1	0	0	1	0	1
P_{23}	72	$\frac{5}{2}$	0	$-\frac{1}{10}$	0	$\frac{8}{5}$	$-\frac{8}{10}$
Π,π			0	$5\frac{3}{5}$	0	$38\frac{2}{5}$	

（４） 第４段階

第４ステップでは次が成立する．

$$\Pi_{e4}=\frac{11}{7},\Pi_{f4}=\frac{26}{7},\pi_{14}=0,\pi_{24}=30\frac{6}{7}.$$

これは次の事業部別第４次計画案を導びく．

事業部 1：$x_1=5, v_4=1$, 利益$=5\frac{5}{7}$

事業部 2：$x_3=4, x_4=4$, 利益$=36$.

この計画案もすべて審査をパスし，$Max\mu_j=5\frac{5}{7}$であるから，$x_1=5, v_4=1$が採用され，$P_{13}=[10\quad 5\quad 1\quad 0]^T$が新しく基底に入る．

（タブロー４）

基　底	c_{jk}	s_{jk}	B^{-1} $(P_1\ P_2\ P_{11}\ P_{21})^{-1}$				P^*_{13}
P_{12}	80	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{112}$	$-\frac{6}{112}$	0	$-\frac{24}{112}$	$\frac{5}{28}$
← P_{22}	128	$\frac{1}{7}$	$-\frac{4}{112}$	$\frac{16}{112}$	0	$-\frac{48}{112}$	$\frac{10}{28}$
P_{11}	0	$\frac{3}{7}$	$-\frac{5}{112}$	$\frac{6}{112}$	1	$\frac{24}{112}$	$\frac{23}{28}$
P_{23}	72	$\frac{6}{7}$	$\frac{4}{112}$	$-\frac{16}{112}$	0	$\frac{160}{112}$	$-\frac{10}{28}$
Π,π			$\frac{11}{7}$	$\frac{26}{7}$	0	$30\frac{6}{7}$	

（５） 第５段階

第５ステップではついに次が成立する：

$$\Pi_{e5}=1,\Pi_{f5}=6,\pi_{15}=0,\pi_{25}=24.$$

事業部１では，この内部振替価格Πのもとではその目標関数の利益係数がゼロになってしまう．このとき，事業部１ではいかなる利益計画案をたてても利益ゼロになる．

事業部２では，次の第４次利益計画案を設定する：

$$x_3=6, v_5=2, \text{利益}=24.$$

このとき，本部での審査は，$\mu_1=0, \mu_2=0$となり，どの事業部においても，

π_{15}やπ_{24}を超える利益計画案をたてることはできない（$Max\mu_j=0$）.

この段階でいよいよ本部は最終的な最適生産計画案を設定することができる．事業部1に対しては，本部は採用した3つの生産計画案，すなわち，($x_2=8, v_3=2$)，($x_1=5, v_4=1$)，($v_3=10, v_4=16$)を最終段階での本部解$s_{12}=\frac{1}{2}$，$s_{13}=\frac{4}{10}$，および$s_{11}=\frac{1}{10}$によって加重平均した値を求める：

$$x_1=\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{4}{10}\cdot 5+\frac{1}{10}\cdot 0=2$$
$$x_2=\frac{1}{2}\cdot 8+\frac{4}{10}\cdot 0+\frac{1}{10}\cdot 0=4$$
$$v_3=\frac{1}{2}\cdot 2+\frac{4}{10}\cdot 0+\frac{1}{10}\cdot 10=2$$
$$v_4=\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{4}{10}\cdot 1+\frac{1}{10}\cdot 16=2.$$

（タブロー5）

基　底	c_{jk}	s_{jk}	B^{-1} $(P_1\ P_2\ P_{11}\ P_{21})^{-1}$			
P_{12}	80	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{8}$	0	0
P_{13}	40	$\frac{4}{10}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	0	$-\frac{12}{10}$
P_{11}	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{80}$	$-\frac{22}{80}$	1	$-\frac{12}{10}$
P_{23}	72	1	0	0	0	1
Π, π			1	6	0	24

事業部2では1つの生産計画（$x_3=6, v_5=2$）しか採用されていないので（したがって，$s_{23}=1$でもある），この生産計画案をそのまま最適計画としてとり入れることができる．すなわち：

$$x_3=6, x_4=0, v_5=2, v_6=0.$$

したがって，製品1，2および3がそれぞれ2，4および6単位だけ生産され，製品4は最適生産計画には含められない．また，設備D，EとFは完全利用されるが，A, BとCは各2時間未利用で残される．全体利益は128になる．

3.4　全社的資源の集権的配分後における分権的計画と統制

3.4.1　分権化組織の計画過程

大規模企業の生産計画をたてるにさいし，全社的共通利用資源が希少であると仮定されるときには，この資源の利用にかんする各事業部の意思決定は相互に競合しているので，この意思決定について各事業部の完全な自立性を許すことは不可能である．したがって，何らかの中央集権的な決定モデルが不可欠である．

この中央集権的な決定モデルには，情報処理を分散化した「分解原理」によるもの，情報を完全集中したもとで数値計算法として中央的に「分解原理」を用いるもの，あるいは「分解原理」によらない中央的決定モデルなどが考えられる．しかし，これらの中央的モデルによる全社的資源の各事業部への配分は短期的計画過程の一部分にすぎない．現実の各事業部における計画過程は，ひとたび全社的資源の配分をうけた段階で，その割当て資源の枠内でふたたびよりよい生産プランを求めて種々の販売上，生産上の代替案を探索していくのが普通である．すなわち，活動期間が開始する前に，さらに種々の販売・生産戦略を反映する多数の代替案が評価される.[(12)] この後者の計画過程は次のようにして行なわれる．

中央本部から全社的資源の配分にかんする情報をうけることによって，各事業部の固有の *LP* モデルに対する入力データは完備されたことになる．このとき，『各事業部モデルに対する当初の最適解は，中央本部が示唆した活動プランと一致する.[(13)]』ところが，この時点で各事業部は自分の生産戦略，販売戦略を変更し，本部が示した活動プランならびに期待貢献利益額を改善する自由を

(注12) 本章における「集権的資源配分後の分権的利用計画と統制」という着想は，Godfrey〔G 8〕によるものである．このようなことは，官庁や学校などの諸部門でも，上からの決定済み予算の部門内部的な転用計画にしばしばみられる．

(注13) この定理は Godfrey〔G 8〕pp. 295-296 で平易に証明されているので，原文を参照されたい．ここでは，この定理に対する筆者の次のような行動学的批判を与えておこう．

全社的共通制約条件は，中間製品の事業部間の振替に関する相互依存関係をも意味する．これは職能別事業部制のもとで成立する．このとき，ある中間製品供給事業部について，その中間製品に外部市場が存せず，また同じ事業部の別の製品には外部市場が存在するといった場合には，外部市価を有しない中間製品にかんする本部の解はゼロの貢献利益のもとでの生産指令をみちびくことになる．したがって，本部の統制予算上この中間製品はゼロの利益を業績評価基準とされる．

この場合，ゴッドフレイの定理は数学的にはここでも成立する．しかし，この場合における本部の指示は全社的共通資源の割当てでなく，この事業部自身の生産物（中間製品）に対する生産数量命令であるから，これを生産しても利益を獲得できないためモティベーション的にみてこの生産プランと統制予算は事業部にとって受入れがたい．ところが，中間製品供給事業部は本部の最適解とは無関係に自由に生産できるような生産資源上の能力をもつので，当初より本部のプランとは相違した事業部最適解をみちびきだす可能性がある．それ故に，職能別事業部制については，行動学的観点からみて，ゴッドフレィの定理の実質的内容そのものが成立することは保証されない．この点に関する詳しい研究と数学的手法を用いた解決策については第10章を参照されたい．

もつ．プランの修正は，事業部の LP 解が示すシャドー・プライスやリデュースド・コストが示す機会価値（opportunity values）によって，その販売・生産上の活動戦略を評価することによって行なわれる．すなわち，各事業部の製品予測需要上の制約と生産資源制約に関する双対価格にもとづいて代替案を評価するわけである．ひとたび最終プランを事業部が決定すれば，このとき事業部はそのプランを反映した予算を作成することになる．

上でのべた計画過程に対して考えられる批判は，もし各事業部が独自に自己の生産・販売戦略を変更・調整したままで計画過程が終るとするならば，その結果できあがる全社的プランはおそらく全社的にみて最適ではないだろうということである．事業部の調整済み戦略が再び全社的モデルに入れられて，その新しい全社的モデルの解を求めた場合における全社的最適目標関数の値が全社的最適値になる．

しかし，このように厳密な数学的観点からの最適性を追求するかしないかは，全社的最適性と事業部自立性とのトレード・オフから決定される．そして，このトレード・オフは費用－便益予側（cost benefit perspective）から分析できる．すなわち，

自立性の費用

＝〔事業部の調整済み戦略を再び全社的モデルに入れた新しい全社的モデルの最適値－この再計算のための情報処理コスト〕－〔個々の事業部の調整済み貢献利益額の合計〕

自立性の便益

＝意思決定の自立性がもたらす事業部内の効率改善のための組織的モティベーションの増大分

このような自立性の費用と便益は最適性の便益と費用にそれぞれ一致する．したがってこの費用・便益の差額が有利であれば，自立性を採用すればよい．しかし，費用－便益関係の真実の値がどれだけであるかについて，一般的にのべることは困難である．とくに，非経済的要因の評価や，それらの一元化におけるウェィトづけ，あるいは便益または費用のいずれかに満足水準ないし制約限度を設ける場合の基準の決定などには主観的判断が大きく作用するであろう．たとえば，もし全社的最適性が望まれる場合には，唯一の事業部だけが新

しいプランを開発しても，つねに巨大な全社的モデルが解かれねばならない．このときには，新しいプランを提案することさえしない事業部も，他の事業部が本部に伝達した新しいプランによって影響をうけることになる．したがって，この場合，事業部の意思決定の自立性，そしてこのことにもとづく事業部管理者ならびに従業者のモティベーションがさまたげられてしまう．このような人間のモティベーションや自由を犠牲にすること，または逆に高めることについて，経営者がどれだけの価値をおいているかによって，最適性か自立性かのトレード・オフは異ることがあろう．

この点は，従来の数学的意思決定モデルが主として経済人を前提にしたものであったのに対し，今後は行動学的なアプローチをこれに加味しなければならない所由でもある．

ゴッドフレィによれば，「全社的最適性の代価は自立性の放棄にあるから，最適性はここでは望ましいものとは判断されない」と主張している．筆者も自立性ないし人間のモティベーションに最高の優先順位をおくものではあるが，現実問題としては不況期には「組織スラック」に切り込まなければならないから，全社的最適性が可能なかぎり求められ，したがって中央集権的な計画法が支配するのもやむをえないことがあると思う．

3.4.2　分権化組織の統制システム

先にものべたように，情報を完全集中するにせよ分散化するにせよ，全社的資源の配分には中央的計画モデルが必要である．そこで，中央本部はそのような計画モデルの最終的な最適解を決定し，この解から各事業部に対して次のような報告を通報する．

(１)　全社的資源の配分量

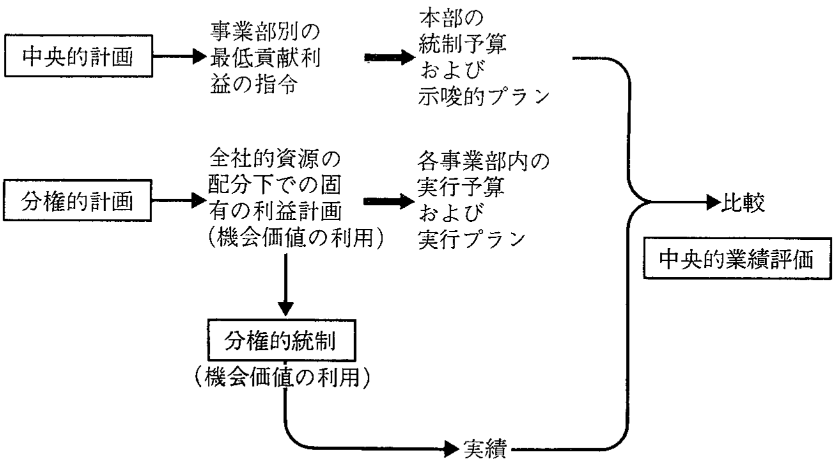
(２)　最低期待貢献利益

(３)　「示唆的」活動プラン

このうち，(２)は各事業部の業績を統制・評価するための尺度ないし基準として用いられる統制予算とされるもので，全社的な目標関数において達成された最適値から求められる．(３)では「示唆的」(suggested) という言葉が強調される．というのは，事業部が採用する実際の実行プランは，この示唆的プラ

ンから乖離しうるし，その実行プランに対する本部の干渉はないものとされるからである．したがって，事業部が(1)の配分量のもとで独自に実行プランを決定すれば，そのプランを反映した事業部内的「実行予算」を作成することになる．この予算が本部に提出されるかどうかは，統制にかんする会社の方針によるだろうが，自立性のためにはこの伝達は不要である．本部が各事業部に対して有する「統制予算」を，はじめに指令した最低期待利益額のままにすえおけば，事業部にとってはこれを達成することに対してかなり大きなインセンティブが与えられることになろう．しかし，各事業部は期末においては本部にその実際利益（貢献利益）を報告する責任を有しており，本部の示した統制予算からの乖離については理由を説明しなければならない．この実績報告には全社的資源の配分量に対する過剰または不足利用の理由が明らかにされなければならない．希少な全社的資源の誤まった使用を防ぐには双対価格にもとづく「ペナルティ」が用いられるが，これについては第10章で詳論したい．

以上の統制過程をシェーマ的に示せば次のようになる．



上図で，事業部内における分権的な計画・統制の過程は，中央的な統制予算をよりよく達成することを目的としたものである．その意味では，事業部レベルでの計画過程・統制過程の両方とも，中央的プランをよりよく遂行するための「分権的統制過程」であるということもできる．第10章「双対価格による分権的統制システム」は，この意味での広義の分権的統制のシステムを取扱って

いる.

また，これまでの説明では，中央的計画にもとづく事業部別最適利益がそのまま統制予算になるとしたが，これは製品別事業部制の場合にのみいえることであって，職能別事業部制の場合にはそのままでは妥当しない．このとき，上記の統制予算の作成には利益配分の問題が生じるが，第10章で詳論されよう．

次に，事業部業績尺度として資本利益率を採用する場合にも，分解原理等の*LP*モデルがその算出に役立ちうる．まず，この利益率は次のような形をとるのがふつうである．

$$\text{事業部別資本利益率} = \frac{\text{（税引後）純利益}}{\text{資産の簿価}}.$$

分母＝事業部資産額＋全社的資産配分額，

ただし，

全社的配分資産＝「運転資本＋固定的全社資産」の割当分.

この全社的配分資産は，中央的計画モデルの示す全社的共通資産の割当分で測定する．

分子＝事業部収益－事業部費用（変動と固定）－全社的資源帰属費用，

ただし，

全社的資源帰属費用＝全社的固定資産の資本コスト＋減価償却費.

この全社的固定資産の資本コストは，中央的*LP*モデルの示す全社的資源の双対価値によって測定する．

しかし，各事業部に直接的に関係づけられない「その他の全社的固定資産」，たとえば本部の管理するその他の資産や，「その他の全社的固定費」の配分，たとえば本部費・共通費の配賦問題については，いろいろな会計的計算手続きがあるが，数量モデルにはあらわれないので，未解決である．

3.5　分解原理と外部性

外部性は厚生経済学において一般に，「金銭的外部性」(pecuniary externalities)と「技術的外部性」(technological externalities)とに区別されている.[14]

（注14）Baumol and Fabian〔B 1〕p.18参照．かれらによれば，この区別は Viner〔V 1〕によって最初に示された．

金銭的外部性とは，あるサブシステムの成果が，自己の産出量によるだけでなく，市場機構を通じて他のサブシステムやトータル・システムの産出量によっても影響されることをいう．ボーモル＝フェビアンによれば，たとえば，ある投入物に対するある生産者の需要がその価格をせり上げて，そのことによって他の生産者の生産費が上昇する場合には，「金銭的外部不経済」が生じているという．他方，技術的外部性とは，あるサブシステムの生産関数に，市場機構を経ずに，他のサブシステムの投入量または産出量を示す変数が介入し，したがって，他のサブシステムの生産関数と相互依存関係が存在し，そのことによって自己の投入量または産出量，したがってまた成果が影響をうけることをいう．

金銭的外部性と技術的外部性との主要な相違は市場機構を介するか否かにあるとされる．そして，ボーモル＝フェビアンによれば，金銭的外部性は資源配分の競争的過程の重要な部分をなし，それは，技術的外部性とちがって，競争的一般均衡がパレト一最適になることを防げないとのべている．

ところが，さきの分解原理の決定手続の最終段階を経済的に解釈するさい，内部的市場機構だけでは全社的最適状態が達成されない場合が明らかになる．それは，この決定手順の最終段階では，共通資源の内部的価格（シャドー・プライス）による誘導を放棄し，本部は事業部がこれまで提案してきた諸計画案の最適結合比率としてのウェィトを直接に指示しなければならない．この理由は，内部的価格をどのように変えても，それは事業部目標関数の勾配を変えるにすぎず，各事業部はいぜんと同じ解集合の中で別の端点を選ぶにすぎないからである．すなわち，もし，全社的な最適解が事業部固有の制約条件式の作る実行可能領域の「内点」(端点以外の非有効点）になる場合には，この点を内部的価格の変更だけで実現させることは不可能である．(15)

そこで，以下においては，金銭的外部性ではなく，技術的外部性を分解原理との関係で考察しなければならない．

われわれは，技術的外部性として，次の2つのタイプを考えることができる．

(1)共通資源制約：これは，ある事業部の投入量が他の事業部の投入量と相

(注15) 浅沼〔a4〕56-58頁，吉原〔y6〕51-53頁においてこのことがグラフを使って説明されている．

互依存関係にあり，したがってまた，ある事業部の拡張的活動が他の事業部に対して共通利用希少資源の利用可能性を減ずることになる関係である．そして資源の利用可能性が減少した事業部では．当初の予定とはちがった変換した技術を採用せざるをえなくなり，その結果，事業部収益にも影響が与えられる．[(16)]

（2）中間製品制約：これは，ある事業部の産出量の1部ないし全部が他の事業部の投入量となる関係である．したがって，ある事業部の産出量にかんする決定が他の事業部の技術関係に変化をもたらすことになる．

（1）と（2）の外部性は，数学的にはともに類似した式

$$\sum_{j=1}^{m} A_j X_j \leqq b, \quad j \text{ は事業部の数,}$$

X_jは第j事業部の製品群の生産量ベクトル

で表現できる．この式は（2）については，たとえば，

$$-IX_1 + \sum_{j=2}^{m} A_j X_j \leqq [0], \quad I \text{ は単位行列}$$

X_1は第1事業部の生産量ベクトル

に特定化できる．したがって，（1）（2）の外部性は，数式的には，分解原理における本部問題にあらわれる「共通制約条件」$\sum_{j=1}^{m} A_j X_j \leqq b$で示される．この式が本部問題にあらわれていることから，外部性に対して全社的な調整をはかるには中央的な情報処理が必要だということが意味される．

さてしかし，このような外部性に対する全社的な調整を，できるだけ分権的な情報処理を通じて行なうことはできないであろうか．このような質問は，共通資源制約条件ないし中間製品制約条件がきわめて多数存在する場合にはとくに重要性をもつ．なぜなら，これらの条件式が多数存在すれば，ダンチッヒ＝ウルフ流の分解原理ではなおも巨大な本部問題を中央的に解かなければならないことが多く，それでは分解法の意義が小さくなるからである．

そこで，以下の章では，まず第1に，共通制約条件式$\sum_{j=1}^{m} A_j X_j \leqq b$が（2）の外

（注16）技術的外部性は金銭的外部性と結びついている部分もある．すなわち，全社的共通利用資源を，各事業部が競合的に使用することによって，その資源のシャドー・プライスを上昇させ，その結果，各事業部は当初の予定とはちがった生産技術（生産プロセス）を用いなければならなくなるという意味においてである．しかし，この場合にも，シャドー・プライスの指示だけで，各事業部が独自に全社的な最適計画をたてうるわけではない．

部性，すなわち中間製品制約によって形成される場合について，W・レオンチェフの投入産出分析を企業に適用してそのような共通制約式の多数存在するケースをより深く考察しよう．これは多部門生産企業を定式化するための分析基礎となる．

第2に，この共通制約条件式そのものを情報処理のうえで分散して取扱い，しかも，そのさい内部的計算価格を機能させてそれを行なう方法を追究することにしたい．

なお，外部性を非線形の制約式によって一般化して考察することについては，第5章の注2と注3を参照されたい．

第 4 章

多部門企業の投入産出分析と線形計画モデル

われわれは大規模組織の分権的管理や分権的情報処理のシステムを研究するが，この研究は現実の大企業が多部門あるいは多工程から構成され，それらの間に各部門生産物である財貨・用役の授受が行なわれ，かつそれ以外にも外部調達資源が共用されているという一般的な事実を対象にしている．すなわち，多部門ないし多工程に分散されているにもかかわらず，このような形で相互依存関係ないし相互制約的関係が存するという一般的な場合に対し，分権的な計画・統制システムや分権的な情報処理システムはどのようにつくられるべきかということが問題になる．しかし，この課題に入るまえに，われわれは上述のような多部門構成企業の全体的な姿を定式化して描写しておかなければ分析にたち入ることができない．この意味で，本章は以下の諸章の準備ステップである．

そこで，本章ではまず第1に，生産物ごとに所与の計画在庫量ないし計画販売量が明らかにされたときに，それらの部門間での授受を考慮に入れると総計画生産量や外部調達財の総投入量はいくらにすべきかを決定するモデルを示す．次に，このような生産物の単位あたり変動費を行列を使って算出する方法を示し，その原価が総支出費用最小化目的の双対価格と一致することを示す．そして最後に，利益最大化目的をもつ多部門生産の企業モデルを明らかにしたい．

4.1 多部門企業の投入産出分析(1)

本節では，多部門生産企業における部門別生産物の計画在庫量または計画外部販売量が与えられた場合に，これを達成するに必要な部門別の見積総生産量（アクティビティ・レベル）と見積外部投入物量を算出するモデルをまず明ら

かにする．この算出された情報は，計画外部販売量や計画在庫量が特定化されてから，各部門別の製造予算を作成するのにきわめて有用である．

まず，ここでの生産システムに対する重要な仮定は次の２つである．

1．固定的な工程技術：

この生産システムは n 個の分離した工程部門からなり，その各工程はそれぞれつねに同一の生産技術を用いる．したがって，ある特定の設備部門が２つの異った生産方法で使用しうる場合には，この２つの生産方法は２つの異った工程と考える．さらに，各工程は唯一の種類の生産物だけを生産するものと仮定しておく　つまり結合生産はない．（しかし，この最後の仮定は 第３節ではずす．）

2．１次同次生産関数：

各工程の生産関数は固定的であり，線形であり，そして１次同次である．したがって，工程のアクティビティ・レベルを倍化すれば，各投入物の投入量を２倍にする必要があることはもちろんである．

さて，定式化に入ろう．まず，記号を次のように規約しておく．

b_{ij}：第 j 部門の生産物 X_j 1単位を粗産出するために必要とされる第 i 部門の生産物 X_i の投入量 $(i=1,\cdots,n; j=1,\cdots,n)$．すなわち，中間生産物 X_i の部門別投入係数．このパラメータは推定値である．

c_i：第 i 部門生産物 X_i の計画外部販売量ないし計画在庫量 $(i=1,\cdots,n)$．これを「最終需要」とも呼ぶ．生産物 X_i は外部販売可能な商品ではないこともありうるし，それは在庫可能でなくてもよい（そのような $c_i=0$）．たとえば，ある部門は他の部門が使用するような動力を生産するものであるかもしれない．この c_i の情報は，本来，その企業にとって決定変数であり，以下の第３節ではそのように扱うが，ここではひとまず，すで

（注１）ここでの投入産出モデルは，Leontief〔L 6〕がマクロ経済の計画のために開発した投入産出分析を企業に適用したものである．しかし，彼は金額係数を用いたが，ここでは物量的生産係数を用いている．Mattessich〔M 4〕はレオンチェフの投入産出分析を会計のフレィムワークにつとに適用したが，彼はそのアプローチを企業計画には十分展開していない．企業計画に適用した会計文献としては Farag〔F 1〕,〔F 2〕Feltham〔F 4〕, Butterworth and Sigloch〔B21〕などがある．その他ドイツ文献にも Vogel〔V 3〕〔V 4〕, Kloock〔K 9〕等がある．また，佐藤〔s 7〕〔s 6〕はそれぞれ上記の Farag, Feltham論文を解説されたものである．

にどこかで決定された与件として扱う.

x_i：第 i 部門生産物X_iの粗産出量 ($i=1,\cdots,n$). x_iは本節での決定変数である.

これらの間には次の関係が成立する.

$$x_i-\sum_{j=1}^{n} b_{ij}x_j=c_i \quad (i=1,\cdots,n). \tag{1}$$

この式は, 次の関係をあらわしている.

X_iの粗産出量－X_iへの内部的中間需要量＝X_iの計画販売量ないし在庫量.

これを行列フォームで表現すると, 次式のようになる.

$$x-bx=c$$

$$\therefore \quad [E-b]x=c \tag{2}$$

ただし,

x：x_iを要素とするn 次元列ベクトル

b：b_{ij}を要素とするn 次元正方行列(すなわち, 中間生産物の投入係数行列)

c：c_i を要素とするn 次元列ベクトル

E：n 次元単位ベクトル.

ところで, (2)において最終需要 c が与えられたとき, (2)を満す非負の x ($x\geqq[0]$) が存在するであろうか. これは, よく知られたホーキンス•サイモン (Hawkins-Simon)条件が現実には満たされているから存在する. すなわち, (2)において $b\geqq O$ (O はゼロ行列)かつ $c\geqq[0]$ であり, 投入産出係数の行列 $[E-b]$のすべての主座小行列式が正であるかぎり, $x\geqq[0]$が保証される. また, ホーキンス・サイモン条件の経済的意味は, 製品X_j 1単位の自己生産に直接および間接に投入される製品X_jの投入量は1よりも小であるということである. (ここで, 「間接に投入」の意味は, 第1生産物を生産するのに第2生産物を要し, 第2生産物を生産するのにまた第1生産物を要するといった循環を経たうえでの自家使用である.)このような条件は現実には一般に当然満たされている.

さて, 一般にホーキンス•サイモン条件が成立するから, 当然に $|E-b|\neq 0$ である. したがって, 行列$[E-b]$は正則行列であるから, この逆行列 $[E-b]^{-1}$ が存在する. それ故,

$$x = [E-b]^{-1}c$$
$$= Qc \qquad (3)$$

ただし,

$Q=[E-b]^{-1}$, QはQ_{ij}を要素とする n 次元正方行列である. Q_{ij} を逆行列係数という.

Q_{ij}：**生産物X_jの最終需要1単位を満たすのに直接・間接に必要とされるX_iの粗産出量.**

ここで, $S^n=E+b+b^2+\cdots+b^{n-1}$とおくとき, $[E-b]^{-1}=\lim_{n\to\infty} S^n$ である.

さて, (3)によって, 最終需要 c が与えられたときに(1)を満たす非負の x の値が知らされたが, この x の量をある一定の所与の量の外部調達要素によって生産することが実行可能であるかどうかはわからない. しかし, ここでは一応, 最終需要 c を生産するのに十分な量の外部投入物が自由に調達できることを仮定しておく この仮定は, もし十分な外部投入量が利用可能でない場合には新しい水準の最終需要 c が提示されるというのであれば,つねに維持される.

ところで, 外部投入物に対する総需要量は次式で与えられる. ここにいう外部投入物とは, 外部市場から購入するすべての原価財であり, 外部から購入した機械設備の用役の時間的投入, 労働用役の時間的投入, 原材料等であり, 内部的に生産された生産物を自家利用する場合以外の全生産要素を意味する.

$$w = ax \qquad (4)$$

ただし,

a：a_{ij} を要素とする ($m\times n$) 行列.

a_{ij} はX_j1 単位を粗産出するために必要とされる外部投入物A_iの投入量.(2)

a_{ij} を外部投入物の投入係数という. このパラメータも推定値である.

w：w_i を要素とする m 次元列ベクトル.

w_i は外部投入物 A_i に対する総需要量.

(注2) $a_{ij}>0$ のとき, 投入物 A_i を部門 j が必要とする.

$a_{ij}=0$ のとき, 投入物 A_i を部門 j が必要としない.

$a_{ij}<0$ のとき, 投入物 A_i は, 事実上, 部門 j の副産物である.

$a_{ij}<0$ のときには, A_i はマイナスの外部投入物として扱われ, 会計上「副産物」としてその見積売却価額が当該部門 j の主産物の製造原価から減ぜられる. (Feltham〔F4〕p.13. 参照.) ただし, このときはホーキンス・サイモン条件は成立しないかもしれない.

(4)は，次式を行列フォームで表現したものである．

$$w_l=\sum_{j=1}^{n}a_{lj}x_j \qquad (l=1,\cdots,m).$$

ここで，(3)によって求められた x の量を実現するための外部投入物量は，(3)を(4)に代入すればえられる．すなわち，

$$w=aQc. \tag{5}$$

(5)は，最終需要 $c_i(i=1,\cdots,n)$ の組(c)を生産するのに必要とされる外部投入物A_lのそれぞれ$(l=1,\cdots,m)$の見積総投入量を表わす．

4.2 多部門企業の行列原価計算と双対価格

4.2.1 多部門企業の生産物の行列原価計算

本節では，まず，部門別生産物の単位あたり変動製造原価を，前節における投入産出分析の結果を用いて算出することを考える．そこで(5)をもう一度みなおそう．

$$w=aQc. \tag{5}$$

(5)において$R=aQ$と置換えると，

$$w=Rc. \tag{6}$$

Rは R_{lj} を要素とする$(m\times n)$行列であるから，(6)をわかりやすく書くと，

$$w_l=\sum_{j=1}^{n}R_{lj}c_j \quad (l=1,\cdots,m) \tag{7}$$

となる．この式の左辺は，(5)によって，最終需要c_iの組を生産するための外部投入物A_lの見積総投入量であることがわかっているから，右辺におけるR_{lj}は，**生産物X_jの最終需要1単位を満たすのに直接・間接に必要とされる外部投入物A_lの投入量**であることが明らかである．このR_{lj}を準逆行列係数ともいう．

ところで，一般に外部投入物A_lの見積変動費はその投入物をえるための期待支出金額で測定される．これを次のような記号で表わそう．

$$k=[k_l] \qquad (l=1,\cdots,m).$$

k_l：外部投入物 A_l の単位あたり見積変動費．これが投入物 A_l の単位消費価格を表わすものとする．$(k_l\geqq 0)$

k：k_lの列ベクトル．

$k_l=0$のときは，投入物A_lの原価は完全に固定費だけからなる．ただし，原価は変動的でなくても，この投入物は可変的な使用率をもちうる．このようなことは，その投入物がすでに獲得されてしまったものであるとか，あるいはその購入の拘束がなされてしまっており，しかも未利用分を次期以降に振替えることができないために生じうる．その1例は，使用されようと，されまいと支払わねばならない熟練工賃金である．

さらに，可変的使用率をもつm種の外部投入物のほかに，可変的使用率をもたないと考えられる投入物で固定費を有するものが$(s-m)$種類ある$(s>m)$．この1例は監督者賃金である．ここで，sは外部投入物の総種類数である．そこで，外部投入物A_lに関する見積固定費をf_lであらわすと，s種の全投入物に関する固定費の列ベクトルはfで表現される．すなわち，

$$f=[f_l] \quad (l=1,\cdots,s).$$

さてそこで，(7)のR_{lj}，$(l=1,\cdots,m)$はX_jの最終需要1単位の生産に直接・間接に必要な外部投入物A_lの投入量だから，このA_lの単位原価k_l，$(l=1,\cdots,m)$をR_{lj}に乗じた積の和は，X_jの最終需要1単位あたり原価K_jをあらわす．

$$K_j=\sum_{l=1}^{m}k_lR_{lj} \qquad (j=1,\cdots,n).$$

したがって，k_jのn次元列ベクトルをKであらわすと，

$$K^T=k^TR. \qquad (8)$$

(3) (4)

このようにして，(8)によって部門別生産物の単位変動費ベクトルKが求められたが，この計算方式は第1節との関連で(6)における準逆行列係数R_{lj}の行列Rを利用することに着目したものであった(5)．しかし，(8)は上記とは別の

(注3) 本章ではすべてのベクトルは列ベクトルである．したがって，行ベクトルは列ベクトルの転置であることを示すために，右肩に記号Tを付してある．

(注4) 本章のモデルでは線形費用関数を仮定し，企業に入ってくるどの外部的原価財のコストも，消費量の1次関数であらわされるものとした．すなわち，コストは消費量に比例して変化する部分と消費量のいかんにかかわらず不変の固定的部分とに分解されるものとしてある．しかし，小林〔k21〕174—191頁においては，とくに直進的な連続工程が存する場合につき，各工程の強度的適応が可能なときに，これら複数工程から成る経営全体の原価が，全体の産出水準に応じてどのように経過するかを詳細に分析されている．

(注5) この過程による(8)の導出方法は，Feltham〔F 4〕pp. 16—17でとられている（ただし，Feltham 論文 p. 16の注12は記号等の表現の仕方にまちがいが多い）．

思考過程を通じて導き出すこともできる.[6]

すなわち，第 j 工程部門の生産物 X_j の単位原価(正確には単位変動費) k_j は，次の 2 つの構成部分の和からなる.

$$\text{自工程費} = \sum_{l=1}^{m} k_l a_{lj}$$

$$\text{他工程からの振替品費} = \sum_{i=1}^{n} K_i b_{ij}$$

$$\therefore \quad K_j = \sum_{i=1}^{n} K_i b_{ij} + \sum_{l=1}^{m} k_l a_{lj}. \tag{9}$$

これを行列フォームで書きなおせば,

$$K^T = K^T b + k^T a$$

移項して　$K[E-b] = k^T a.$ 　　(10)

(2)の説明のさいにのべたように，$[E-b]$は正則だから，両辺に右側から $[E-b]^{-1}$を掛けると

$$K^T = k^T a[E-b]^{-1}. \tag{11}$$

(11)は(8)とまったく同じ形のものであることは,

$$R = aQ$$
$$= a[E-b]^{-1}$$

から明白である.[7]

この点で，Kの符号について考察しておこう．さきの(2)においては，定数項 c の符号は非負であったため，ホーキンス・サイモン条件が成立するかぎり $x \geqq [0]$ となった．しかし，(10)においては，定数項 $k^T a$ は非負ではなくつねに正であるから，ホーキンス・サイモン条件が成立するかぎり，$K \geqq [0]$では

(注 6) この別法は，松田〔m 2〕45頁の(20)，および松田〔m 3〕356—357頁において示されている．この方法のほうがわかりやすくてよい．

(注 7) 線形代数を見積原価計算（原価の予算設定）に適用したものとして他に，Ijiri〔I 1〕, Gambling〔G 2〕〔G 4〕, Gambling and Nour〔G 3〕, Livingstone〔L10〕, Sigloch〔S15〕, Shank〔S13〕などがある．また，線形代数を実際原価計算に適用した米文献は，Williams and Griffin〔W 7〕, Churchill〔C 3〕, Manes〔M 2〕, Livingstone〔L 9〕などがあり，ドイツ文献には，Wenke〔W 5〕, Schuff〔S11〕, Kern〔K 3〕, Langen〔L 1〕, Schürhoff〔S12〕, Stahlknecht〔S17〕, Göbel〔G11〕, Ramdohr〔R 2〕, Münstermann〔M15〕他がある．我国における唯一の体系的な労作は越村〔k 22〕である．佐藤〔s 8〕〔s 9〕は上記 Ijiri, Livingstone の解説.

なく$K>[0]$である．ところで，（2）に関してすでにホーキンス・サイモン条件の経済的意味をのべたが，この意味から逆に，この条件が成立しない場合には，「製品X_j1単位の自己生産に直接・間接に投入される製品X_jの投入量は1より大である」ことがわかる．この点から，松田和久教授は次のように明快に結論づけられておられる．すなわち，「企業内で無理に生産財を自給しようとすれば，このような不経済な生産方法を採用する結果を招きかねないのである．このような不経済な生産物の自家消費は原価の計算において負の値を生じ，逆に原価が負となる場合には常にこのような不経済な生産物の使用がある．」(8)

筆者はこの結論は重要な含意をもつと思う．というのは，今日ではこのような不経済な生産物の自家消費がしばしば行なわれ，むしろ，積極的に推奨されて押し進められようとしているケースが多いからである．それは石油化学工業などの結合生産企業において，公害をもたらすような廃棄副産物について，これを原材料に再生利用することが積極的に行なわれているからである．結合生産物の原価計算はむつかしいが，これをリニア・プログラミングの双対価格によって測定するとき，廃棄副産物の原価（すなわち双対価格）は負値をとることがある．これについては，第9章（9．5．3）で詳しく展開するが，要するに，廃棄副産物を再生利用したり追加加工したりする工程が存し，かつ廃棄そのものに廃棄処理コストがかかるときには，中間生産物としての廃棄副産物に関する需給制約式が等号の形で与えられる．そして，原問題においてはじめから等号をとる制約条件が存するときには，これに対する双対価格は負値をとることがある．さらに，結合生産の場合の投入産出行列は$[E-b]$の形をとらないから，当然にホーキンス・サイモン条件が成立するとはかぎらない．また，公害防止のために，無理に廃棄副産物を再生利用しようとすると，その再生原料をえるための追加加工費は全社的にみて購入原料よりも割高になる．このようなとき，マイナスの原価は，計算価格としては廃棄副産物の引渡工程が受入工程に対してこれを振替えるたびに（受取る収益でなく）支払わねばならないコストである．受入工程ではこれを受入れるごとに収益をえる．ホーキンス・サイモン条件の不成立と双対価格の負値との間には関係があるように思える．

（注8）松田〔m3〕358頁参照．

4.2.2　費用最小化目的のもとでの双対価格と部門別製品原価の関係

さて，本節では，以上の(8)または(11)で計算された原価が，「外部投入物の支出費用総計を最小化する線形計画問題」における部門別中間生産物の双対価格に一致することを簡単に示しておこう[9]．このような線形計画問題は次のように示される．

$$\begin{aligned} &[E-b]x \geqq c \\ &\quad k^T ax \rightarrow min. \end{aligned} \tag{12}$$

(12)における変数は x である．これに対する双対問題は次のとおりである．

$$\begin{aligned} &[E-b]^T Y \leqq (k^T a)^T \\ &\quad c^T Y \rightarrow max. \end{aligned} \tag{13}$$

(13)における変数は Y である．いま，(12)においてすべての $c>[0]$ を仮定すれば，$[E-b]$ にホーキンス・サイモン条件が成立しているかぎり，すべての $x>[0]$ である．このときには，x_i $(i=1,\cdots,n)$ はすべてかならず(12)の基底に入り，しかも退化も生じない．(ただし，$c \geqq [0]$ の仮定のときは，$x \geqq [0]$ となるから，基底に入らない活動変数 x_i が存在しうる．) そこで，(12)においてすべての活動変数 x が基底変数となれば，(13)においてすべての制約条件式が等号をとることはよく知られている．よって，このときの Y を $\overline{Y}$ とおけば，(13)から

$$[E-b]^T \overline{Y} = (k^T a)^T. \tag{14}$$

両辺を転置させると

$$\overline{Y}^T [E-b] = k^T a$$

両辺に右側から $[E-b]^{-1}$ を掛けると

$$\overline{Y}^T = k^T a [E-b]^{-1}. \tag{15}$$

(15)の右辺は(11)の右辺と一致するから，$K=\overline{Y}$ であることが証明された[10]．

(注9) この命題とその証明法は，松田〔m 2〕44—46頁，松田〔m 3〕359—361頁において明らかにされたものであるが，ここでは主として行列フォームで示し，また一部の証明過程は変えている．

(注10) (15) は，(13) から求めなくても，(12) のシンプレクス乗数ベクトルをとれば，ただちにえられることはもちろんである．

うえに示した原問題(12)は，外部投入物 $A_l(l=1,\cdots,m)$ に関して制限が存在しないことを仮定している．外部投入物に制限のある場合には，(12)は次のように変更される[11]．

$$
\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{n}(\delta_{ij}-b_{ij})x_j \geqq c_i \qquad (i=1,\cdots,n)\\
&\sum_{j=1}^{n}-a_{lj}x_j \geqq -S_l \quad (l=1,\cdots,m) \qquad\qquad (16)\\
&x_j \geqq 0\\
&f(x)=\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}k_l a_{lj}x_j \to min.
\end{aligned}
$$

ただし，δ_{ij} は Kronecker のデルタであり，$i=j$ のとき 1，$i\neq j$ のとき 0 をとる．S_l は外部投入物 A_l の制限量．

(16)では，変数の数は n 個にすぎないのに，制約式の数は $n+m$ 個ある．したがって，これらの制約式に追加すべきスラック変数の一部がかならず基底変数となる．しかし，(16)の活動変数 $x_i(i=1,\cdots,n)$ はすべて基底変数となることに注意しなければならない．これは，次のように証明できる．(16)の最初の制約式を展開すると，

$$x_i-\sum_{j=1}^{n}b_{ij}x_j \geqq c_i.\quad (i=1,\cdots,n).$$

この式においていま $x_i=0$ とすれば，

$$\text{左辺}=-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}b_{ij}x_j \leqq 0$$

となることは明らかである．しかるに，右辺の c_i はすべて正とすれば，左辺の符号が非正であることは矛盾する．したがって $x_i>0\ (i=1,\cdots,n)$ でなければ，ならない．それ故，$x_i\ (i=1,\cdots,n)$ はすべてかならず基底変数となり，しかも退化も生じない．（しかし，$c_i \geqq 0$ の場合には，このかぎりではない．）そこで，このように外部投入物に制約のない場合と(16)のようにこれに制限のある場合とでは，どのような異同があるかを考察してみよう．この比較は，あくまでも同一の中間生産物に関してだけ行なれなければならないから，(12)の活動変数 x_i に関する双対価格と (16) の活動変数 x_i の双対価格との間で対比される．ところで，(16)に対する双対問題は次のようになる．

(注11) (16) において，たとえば b_{ij} などの意味は，松田教授のモデルにおけるものになおすと b_{ji} となることに注意．

$$\sum_{i=1}^{n}(\delta_{ij}-b_{ij})y_i-\sum_{l=1}^{m}a_{lj}y_l\leqq\sum_{l=1}^{m}k_la_{lj}$$

$$(j=1,\cdots,n) \qquad (17)$$

$$y_i\geqq 0,\quad y_l\geqq 0$$

$$g(y)=\sum_{i=1}^{m}c_iy_i+\sum_{j=1}^{m}(-S_l)y_l\rightarrow max.$$

(16)の基底に入ったすべての活動変数 x_i に関する(17)の制約式は等号をとるから，このとき $y_i=y_i{}^*$, $y_l=y_l{}^*$の値をとるとすれば，

$$\sum_{i=1}^{n}(\delta_{ij}-b_{ij})y_i{}^*-\sum_{l=1}^{m}a_{lj}y_l{}^*=\sum_{l=1}^{m}k_la_{lj}$$

移項して，

$$\sum_{i=1}^{n}(\delta_{ij}-b_{ij})y_i{}^*=\sum_{l=1}^{m}a_{lj}y_l{}^*+\sum_{l=1}^{m}k_la_{lj}. \qquad (18)$$

$$(j=1,\cdots,n)$$

ここで，(14)を展開した形で示すと，

$$\sum_{i=1}^{n}(\delta_{ij}-b_{ij})\overline{y_i}=\sum_{l=1}^{m}k_la_{lj} \qquad (j=1,\cdots,n). \qquad (19)$$

そこで，共通のx_jに関して，(18)から(19)を減じ，$y_i{}^*-\overline{y_i}=\Delta y_i$ と書くことにすると，

$$\sum_{i=1}^{n}(\delta_{ij}-b_{ij})\Delta y_i=\sum_{l=1}^{m}a_{lj}y_l{}^* \qquad (j=1,\cdots,n). \qquad (20)$$

(20)の左辺の Δy_i にかかる係数の行列は，これに関するホーキンス・サイモン条件が成立していることが(12)で仮定されているから，この連立方程式を解いた解は$\Delta y_j\geqq 0$である．もちろん，右辺のすべてが0であれば，Δy_jのすべては0である．また (20) の右辺は非負である．ここで右辺のすべてが0となるのは，外部投入物に制限が存しない場合である．

さて，以上により，$y_j{}^*\geqq y_j$ が証明されたから，外部投入物に制限がある場合の各生産物の双対価格は，これに制約のない場合の双対価格よりも高くなることがわかった．

以上の結果から，次のようにまとめられる．

i) 外部投入物に制約のないとき

双対価格＝単位変動費

ii) 外部投入物に制約のあるとき

双対価格≧単位変動費.

この双対価格は次節でくわしくのべるように，分権的統制のための計算価格として役立ちうる．しかしながら，外部投入物に制限が存するか存しないかは，全体的計画問題を解いてみてはじめてわかることであるから，生産物の単位変動費の測定は直接にはなんら最適計算価格の確定に役立つところが少いであろう．

また，ここで注意しておくべきことは，双対価格の値は原問題の目標関数がいかなるものであるかに依存していることである．松田教授が次のようにのべておられる部分は，この点に関係するであろう．「現実の経済計画に於いて，何が最善の計画価格であるかということは……，どういう方向に経済を引っ張って行くべきか，そのためにはどうするかという現実の経済政策，或いは経営政策と関連して解決せねばならない問題である．」したがって，たとえば，売上高最大化目標や利益最大化目標関数上で定式化するときには，双対価格の大きさは上記とは変ってくる．

しかし，それにしても上記の結論は次の点からみて興味深い．われわれはこれまでの章において，貢献利益最大化目標下での最適計算価格を取扱い，それを〔単位変動費＋双対価格〕の大きさで測定した．その場合，資源の不完全利用下（制約なきとき）では双対価格がゼロ値をとるため，計算価格は単位変動費に一致し，資源の完全利用下では双対価格が正値をとるので，計算価格は単位変動費以上の額になった．もちろん，同じ与件のもとにおいても，上記の費用最小化の「双対価格」と，この利益最大化の「計算価格」とでは，資源の制約あるときのその両者の大きさに相違はあるだろうが，類似の結果が生じていることがわかったわけである．

最後に，本節ではたんに，全社的な総支出費用最小化の目標を達成した場合に，それと同時に生ずる均衡価格はいかなるものであり，それが生産物の単位変動費といかなる関係にあるかを明らかにしたにすぎない．また，このような全社的最適計画と最適計算価格への収束は，たとえば，第 i 財の計算価格が上昇（下落）すれば，その剰余が増大（減少）し，第 i 財生産が増加(減少)し，生産が増加（減少）すれば計算価格を下落（上昇）せしめるというような行動基準（行動ルール）では，不十分である．価格変更と生産量変更とは，それぞ

れの場合にどれだけの範囲で行なうべきかを正確に示すルールが必要である．さもなければ，均衡価格のまわりで振動したり拡散したり，収束に非常に長い時間がかかってしまったりする．

4.2.3 双対価格の分権的システムにおける有用性と今後の研究方向

本節ではまず第1に，双対価格はなに故に資源利用の分権的管理にとって全社的にみた最適計算価格の基準になるのかの理由を明らかにしておこう．

一般に，LP の双対価格の経済的意味は，ある特定の全社的計画問題において，その双対価格に関する資源制約が1単位変動したならば，この全体的問題の目標関数値がどれだけ変化するかを（原則的に）示すものである．このことはいろいろな仕方で明らかにできる．たとえば，前節(12)の総支出費用最小化モデルでは，次のようになる．

まず(12)の制約条件式にスラック変数の列ベクトル $x_s (s=1,\cdots,n)$ を入れて等号になおすと，

$$[E-b]\,x-x_s=c.$$

この制約条件において c が Δc だけ減少したとすると

$$[E-b]x-x_s=c-\Delta c.\quad \Delta c\text{は}\,n\,\text{次元列ベクトル．}\qquad (21)$$

移項して　$[E-b]x=c-\Delta c+x_s$

基底 $[E-b]$ の逆行列を両辺に左から掛けて

$$x=[E-b]^{-1}c-[E-b]^{-1}\Delta c+[E-b]^{-1}x_s \qquad (22)$$

非基底変数 $x_s=[\,0\,]$ とおいて，(22)を(12)の目標関数に代入すると

$$k^Tax=k^Ta[E-b]^{-1}c-k^Ta[E-b]^{-1}\Delta c. \qquad (23)$$

(23)においては，(21)で制約要因 c が1単位減少したために，費用関数上で総支出費用が $k^Ta\,[E-b]^{-1}$ だけ減少することになることがわかる．しかるに，Δcのこの係数$k^Ta[E-b]^{-1}$は(15)の双対価格$\overline{Y^T}$に一致している(QED)．

それ故に，この問題では双対価格 $\bar{y}$ を計算価格とすることによって，各部門は中間生産物を利用するさいに，その中間生産物を1単位だけ節約して使えば，

その計算価格の値$\bar{y}$だけ全社的にみて外部市場への支出費用を節約することができるしくみになっている．逆に，その部門が中間生産物を1単位だけ浪費して使えば，そのときにはその計算価格の値$\bar{y}$だけ全社的にみて外部市場への支出費用を節約することができるしくみになっている．逆に，その部門が中間生産物を1単位だけ浪費して使えば，そのときにはその計算価格の値$\bar{y}$だけ全社的にみて外部市場への支出費用が増大してしまうしくみになっている．このようなことは，上記の外部投入物に制約が存する場合についても同様にあてはまる．ここに，双対価格を基準にして，これを分権的管理に役立てようという試みが生れる理由が存在する．しかし，このような全社的にみた最適双対価格は全社的にみた部門別の最適生産量・最適資源利用量と同時的に決定されるものであり，ともに各部門が独自に決定することができない．

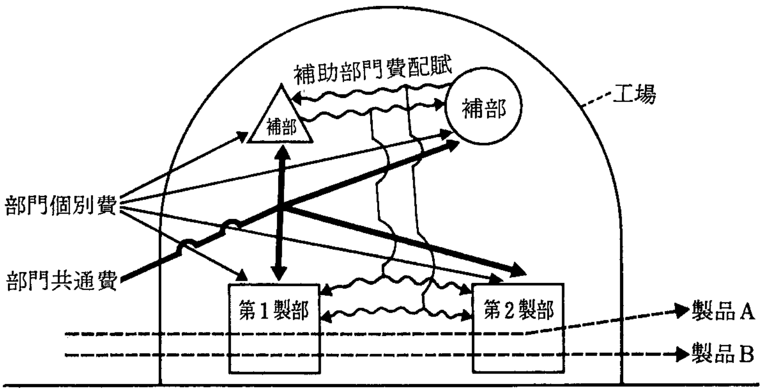
そこで，筆者は本書の以下の章の研究方向を，大体次の2つの課題に向けることにした．まず第1に，筆者は，部門別の最適生産量と資源の最適利用量を本部が中央集権的に決定し，これを各部門に指示したうえで，その部門別プランの実行にあたって，各部門がこれを厳守実行するように実行のプロセスを分権的に統制する手段として双対価格を計算価格に使用することを考えた．すなわち，各部門が上からの指令に従わずに指令以上あるいは以下に使用した資源量については，その増分または減分を全社的観点から正当に評価した浪費金額あるいは節約金額として分権的に知ることができるわけである．筆者はこのような分権的統制法を予算統制システムあるいは原価管理システムに組入れることを考察し，かなり具体的な形で「双対価格による分権的統制システム」として第10章で提示した．

これとならんで重要な第2の課題は，分権的情報処理システムの設計における双対価格の役立ちの問題である．すなわち，計算価格を使って，本部と部門との間で相互コミュニケーションを行ないながら，全社的最適プランを探索して行くメカニズムの設計である．これに関してこれまでに開発された手法は，筆者の知るかぎりでは，すべてなんらかの形でコミュニケーションのiterationをストップすべき点に関する決定が，本部によってなされている．およそ，「分権的決定」(decentralized planning, decentralized decision making) は，その邦語の字義どおりに，計画の最終的決定権限を下位部門管理者に委譲するも

のでなければならないと考えるが，これが本部によって承握されたままになっているのである．したがって，このようなシステムは，実は，「分権的な情報処理を伴った中央集権的決定システム」にほかならない．これは組織階層的な情報処理システムである．以下の諸章では，全社的最適計画をたてるためのこのような意味での「分権的情報システム」における行動ルールないし収束ルールが研究される．収束過程の研究には，経済学的な動学的研究[(12)]や動的計画法[(13)]，最適制御理論[(14)]なども適用しうるであろうが，本書の以下の諸章では，筆者は線形計画法における種々の分解的アルゴリズムを検討し，全体的最適解の探索過程における双対価格の機能とメカニズムを明らかにし，さらに分解アルゴリズムと分権的情報処理システムの関係を究明することにした．

4.2.4 (付録) 補助部門費の相互配賦のための行列原価計算

本節では，行列代数による補助部門費の相互配賦法を取扱う．前節までにのべたように，企業内部の部門間で財貨・用役の相互振替が行なわれているときには，正確な製品別原価計算をする目的や部門別原価管理の目的のために，各補助部門費を下の図の波線矢印のように相互配賦しなければならない．



(注12) Samuelson 〔S 2〕, Arrow, Hurwitz and Uzawa 〔A14〕, Arrow and Hurwitz 〔A15〕, 古瀬 〔k 23〕 他多数がある．
(注13) 主要なものとして，Bellman 〔B 2〕, Bellman and Dreyfus 〔B 3〕 など．
(注14) たとえば，Pontryagin 〔P 2〕, Lee and Markus 〔L 5〕 など．

このような補助部門費の配賦は，「部門費振替表」によって行なわれるが，これを記号を使って表わすと次の表のようになる．

記号：

c_i：製造部門$(i=1,2,3)$と補助部門$(i=4,5)$の種類名称．

k_i：c_i部門費$(i=1,\cdots,s)$；ただし補助部門費の相互配賦以前の額．

x_i：補助部門費を相互配賦した後の部門費計．

a_{ij}：補助部門c_iの部門費x_iをその用役提供先の各部門$c_j(j\neq i)$に配賦するときの配分比率 $\sum_{\substack{j=1\\j\neq 4}}^{5} a_{4j}=1$，$\sum_{j=1}^{4} a_{5j}=1$．

部門費振替表　昭和×年×月分（相互配賦法）

費　目	総　額	製造部門			補助部門	
		c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
部門費計	$\sum_{i=1}^{5} k_i$	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
c_1 部門費	x_1	0	0	0	0	0
c_2 部門費	x_2	0	0	0	0	0
c_3 部門費	x_3	0	0	0	0	0
c_4 部門費	x_4	$a_{41}x_4$	$a_{42}x_4$	$a_{43}x_4$	0	$a_{45}x_4$
c_5 部門費	x_5	$a_{51}x_5$	$a_{52}x_5$	$a_{53}x_5$	$a_{54}x_5$	0
合　計	$\sum_{i=1}^{3} x_i=\sum_{i=1}^{5} k_i$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5

そこで，この部門費振替表の各列をタテに合計すれば，次のようなx_i（$i=1,\cdots,5$）を変数とする連立方程式が成立する．

$$x_1=k_1+a_{41}x_4+a_{51}x_5 \quad\rightarrow\quad 1x_1+ox_2+ox_3-a_{41}x_4-a_{51}x_5=k_1$$
$$x_2=k_2+a_{42}x_4+a_{52}x_5 \quad\rightarrow\quad ox_1+1x_2+ox_3-a_{42}x_4-a_{52}x_5=k_2$$
$$x_3=k_3+a_{43}x_4+a_{53}x_5 \quad\rightarrow\quad ox_1+ox_2+1x_3-a_{43}x_4-a_{53}x_5=k_3$$
$$x_4=k_4+o\cdot x_4+a_{54}x_5 \quad\rightarrow\quad ox_1+ox_2+ox_3+1x_4-a_{54}x_5=k_4$$
$$x_5=k_5+a_{45}x_4+o\cdot x_5 \quad\rightarrow\quad ox_1+ox_2+ox_3-a_{45}x_4+1x_5=k_5$$

これを行列形式であらわすと

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_{41} & -a_{51} \\ 0 & 1 & 0 & -a_{42} & -a_{52} \\ 0 & 0 & 1 & -a_{43} & -a_{53} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 & -a_{54} \\ 0 & 0 & 0 & -a_{45} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ \hdashline k_4 \\ k_5 \end{pmatrix}. \qquad (\text{イ})$$

いま，$[x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_5]^T = X$，$[k_1, \cdots, k_5]^T = K$，そして$X$の係数行列を$A$とおくと，(イ)は$AX=K$と表現できる．

そこで，　$AX=K \rightarrow A^{-1}AX=A^{-1}K \quad \therefore \quad X=A^{-1}K.$

係数行列Aは，

$$A=I-B^T$$

で与えられる．

ただし，　I：単位行列(i次元)

B^T：上の部門費振替表における配分比率係数の行列の 転置行列．

B^Tの構成は上記の「部門費振替表」からただちにえられるので，行列Aの構成も容易にえられる．また，このモデルでは各補助部門の用役が，それぞれ自己部門で自家利用される点（たとえば，電力部門自体が電力を使用する）を無視しているので，ホーキンス・サイモン条件はかならず成立する．(自家利用を含めたモデルにおいても，この条件は現実には一般に成立している．）したがって，A^{-1}もかならず存在する．A^{-1}をコンピュータで求めるには，たとえばGauss-Jordan 法によればよいことはいうまでもない．

次に，上記の解法の別法を考察しよう．(15)

上記の(イ)は点線部分を境界にして分解でき，x_4とx_5はx_1，x_2，x_3の算出とは独立して求めることができることが容易にわかる．この特徴を利用して，(イ)を次の(ロ)(ハ) 2 式に分解する：

$$\left(\begin{array}{ccc:cc} 1 & 0 & 0 & -a_{41} & -a_{51} \\ 0 & 1 & 0 & -a_{42} & -a_{52} \\ 0 & 0 & 1 & -a_{43} & -a_{53} \end{array}\right) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} \qquad (\text{ロ})$$

(注15) 杉本〔s 12〕を参照されたい．ただし，杉本助教授は，筆者のように（イ）を導出してからこれを分解していくという方法をとられているわけではない．

$$\begin{bmatrix} 1 & -a_{54} \\ -a_{45} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_4 \\ k_5 \end{bmatrix} \qquad (ハ)$$

(ロ)を変形して

$$I\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a_{41} & -a_{51} \\ -a_{42} & -a_{52} \\ -a_{43} & -a_{53} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{41} & a_{51} \\ a_{42} & a_{52} \\ a_{43} & a_{53} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \qquad (ニ)$$

(ハ)を変形して

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -a_{54} \\ -a_{43} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_4 \\ k_5 \end{bmatrix} \qquad (ホ)$$

(ホ)を(ニ)に代入して

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{41} & a_{51} \\ a_{42} & a_{52} \\ a_{43} & a_{53} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -a_{54} \\ -a_{45} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_4 \\ k_5 \end{bmatrix}$$

両辺を転置すれば,

$$\begin{aligned}
[x_1, x_2\ \ x_3] &= [k_1\ k_2\ k_3] + \left(\begin{pmatrix} a_{41} & a_{51} \\ a_{42} & a_{52} \\ a_{43} & a_{53} \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 1 & -a_{54} \\ -a_{45} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_4 \\ k_5 \end{bmatrix} \right) \right)^T \\
&= [k_1\ k_2\ k_3] + \left(\begin{pmatrix} 1 & -a_{54} \\ -a_{45} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_4 \\ k_5 \end{bmatrix} \right)^T \begin{pmatrix} a_{41} & a_{51} \\ a_{42} & a_{52} \\ a_{43} & a_{53} \end{pmatrix}^T \\
&= [k_1\ k_2\ k_3] + [k_4\ \ k_5] \left(\begin{bmatrix} 1 & -a_{54} \\ -a_{45} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \right)^T \begin{bmatrix} a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{53} & a_{53} \end{bmatrix} \\
&= [k_1\ k_2\ k_3] + [k_4\ \ k_5] \begin{bmatrix} 1 & -a_{45} \\ -a_{54} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_{41} & a_{43} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{bmatrix}. \ (ヘ)
\end{aligned}$$

この(ヘ)の右辺における各行列の構成は，部門費振替表からただちに求められる.

さて，上記の別法は卓上計算機(電卓)などの小型のコンピュータを使用する場合に有効である．すなわち，(イ)の係数行列Aが巨大でA^{-1}の計算がこのコンピュータ能力上困難な場合に有効である．しかし，この場合にでも，(ヘ)の

右辺の計算には乗算3回と加算1回を要し，はじめにのべた筆者の方法での$X=A^{-1}K$が乗算1回ですむのに比べて頻雑である．また，補助部門費の配賦計算ごときのためのA^{-1}の計算は，中型の電子計算機の能力で容易に処理することができる．

4.3 多部門企業の利益最大化モデル

第1節（4．1）では「最終需要」c_i（生産物X_iの計画外部販売量あるいは計画在庫量，またはその両者を含む量）が与えられていることを仮定している．これに対し，利益最大化目的の線形計画モデルは，この最終需要c_iをどれだけの大きさにすべきかを決定する．

以下で展開する3つのモデルはいずれも，貢献利益（＝売上高－変動費）を最大化する目標をもつものであり，制約条件として外部投入物の利用可能量に関する制限と各生産物の販売可能量に関する限界を有している.(16)

<u>モデルⅠ</u>：（変数は最終需要c_iのみとする）

$$\begin{aligned} &max\ z=P^Tc \\ &\quad aQc\leqq S \qquad\qquad (24) \\ &\quad\ c\leqq c^*. \end{aligned}$$

ただし，P：(p_i-K_i)，$(i=1,\cdots,n)$を要素とする列ベクトル．ここで，p_iは製品X_iの純売価（＝見積販売価格－見積販売費）であり，K_iは行列原価計算によって（8）または（11）で求めた製品X_iの単位あたり変動費である．

$aQc\leqq S$は次式からえられる：

$ax\leqq S$　（Sは外部投入物S_iのm次列ベクトル）…（イ）

$[E-b]x=c \quad\rightarrow\quad x=[E-b]^{-1}c$

$\qquad\qquad\qquad\qquad =Qc$ ………………………………（3）

（3）を（イ）に代入するとえられる．

c^*：c_i^*，$(i=1,\cdots,n)$を要素とするn次列ベクトルc_i^*は製品X_iに関し

（注16）以下の3つのモデルのうち，モデルⅠのみFeltham〔F4〕pp. 20—21によっている．Felthamは結合生産モデルも扱っているが，筆者は彼とはちがったモデルを第9章で展開している。

てある売価p_iのもとでの見積最大可能販売量.

モデルII：（変数は最終需要c_iと粗産出量x_iからなる.）

$$
\begin{aligned}
&max\ z=P^Tc \\
&-[E-b]x+c \leqq [0] \\
&\qquad ax \leqq S \\
&\qquad\quad c \leqq c^*.
\end{aligned}
\tag{25}
$$

ただし，$-[E-b]x+c \leqq [0]$の制約式は，$[E-b]x \geqq c$から導かれ，これは最終需要以上の生産を要求する条件である．このモデルIIはモデルIとちがって，中間製品制約条件が明示的に含められているため，この制約式に関する双対価格の値を求めることができるので，これを中間生産物の部門間振替価格に使用することができる(第6章，第9章，第10章参照せよ)．また，変数xについてはその目標関数上の係数はゼロである．これは最終生産物c_iの単位原価K_iが「累積法」的に算定されており，全社的にみて中間生産物X_iの部門間振替がK_iの振替価格でなされているので〔その振替価格K_i—その単位原価K_i〕＝0となるからである.

モデルIII：（ゴール・プログラミング・モデル）

線形計画法の一分野においてチャーンズ，クーパーと井尻[(17)]によって開発されたゴール・プログラミングの手法によれば，目標貢献利益をもたらすようなアクティビティ・レベルの決定，あるいはその必要アクティビティ・レベルが実行不能のときにはこの目標貢献利益に最も近づくようなアクティビティ・レベルの決定が可能である.

$$
\begin{aligned}
&min\ z=y^- +y^+ \\
&P^T \cdot c+y^- -y^+ = G^* \\
&-[E-b]x+c \qquad \leqq [0] \\
&\qquad ax \qquad\quad \leqq S \\
&\qquad\quad c \qquad\quad \leqq c^*.
\end{aligned}
\tag{26}
$$

ただし，

y^-＝目標貢献利益－見積実際貢献利益（＝目標達成不足額)

y^+＝見積実際貢献利益－目標貢献利益（＝目標達成超過額)

（注17）Charnes, Cooper and Ijiri〔C 1〕および Ijiri〔I 2〕を参照せよ.

$(y^{-} \geqq 0, \ y^{+} \geqq 0)$.

$G^{*} = \sum_{l=1}^{S} f_l + \alpha$　ただし，$\sum_{l=1}^{s} f_l$は固定費総額，αは希望純利益額.

(26)において目標関数は，目標貢献利益と実際貢献利益との差額を最小ならしめることを目標とする．これらの差額，すなわち y^{-} または y^{+} を実際貢献利益 $P^{T}c$ に加算または減算したものが目標貢献利益 G^{*}に一致しなければならない．この条件が $P^{T}c + y^{-} - y^{+} = G^{*}$ となる．さらに，チャーンズ＝クーパー＝井尻は，目標貢献利益 G^{*} を固定費総額$\sum_{l=1}^{S} f_l$ に等しくする，という伝統的な損益分岐点問題を取扱っているが，ここでは，これ以外にも希望純利益額αを補償するような問題にしている．このαの値は，本部が目標総資本利益率から決定するものとする．

さて，以上の3つの線形計画モデルは多部門企業を取扱っており，しばしば本部の計算機で一挙に解けないほどの大規模なサイズをもつ．これを部門別に分解して，分解された部分問題と本部の調整問題とを部門レベルおよび本部レベルにおいて解き，相互にコミュニケーションをはかりながら全体的最適解に到達するシステムを以下の諸章で考えよう．以下で取う問題は，いずれもダンチッヒ＝ウルフ型のブロック角形の係数行列をもっているとはかぎらないものばかりである．これは上記のモデルⅠ，Ⅱ，Ⅲにおける制約条件の係数行列を考察すれば明らかである．

第 5 章

ウインストンによる共通制約条件の分解法とその批判的検討

外部性を含んだ全社的計画問題として，ウインストンは次のようなモデルを示している(1).

$$max\sum_j\sum_i c_i{}^j x_i{}^j$$

制約条件

Ⅰ. $\sum_j\sum_i a_{zi}{}^j x_i{}^j \leqq b_z \quad z=1,\cdots,l$

Ⅱ. $g_q{}^j(x_i{}^j,\cdots,x_{i_j}{}^j)\leqq R_q{}^j \qquad j\notin Y$

$g_q{}^j(x_1{}^j,\cdots,x_{i_j}{}^j\,;\,x_{i*}{}^\eta)\leqq R_q{}^j \quad j\in Y$

$q=1,\cdots,m_j$

$x_i{}^j\geqq o \quad j=1,\cdots,m$

ただし，記号の意味は次のとおりである：

$x_i{}^j$：第 j 事業部の第 i 製品の生産量

$(j=1,\cdots,m\,;\,i=1,\cdots,i_j)$

$c_i{}^j$：$x_i{}^j$ の単位あたり貢献利益

$a_{zi}{}^j$：$x_i{}^j$ の単位あたりの第 z 要素の消費量（生産係数）

$(z=1,\cdots,l)$

b_z：第 z 要素の在高

$g_q{}^j$：第 j 事業部の第 q 要素の費消関数

$R_q{}^i$：第 j 事業部の第 q 要素の在高

Y：第 η 事業部以外の全事業部からなる集合のうちの部分集合.

（注１）Whinston〔W6〕pp.439-441参照．ウインストンによる外部性の分解法は Baumol and Fabian〔B 1〕pp. 19-20でも紹介されている．これらは，吉原〔y 6〕59-63頁，加護野〔k 1〕101-102頁でも取扱われている，

いま，第η事業部が自分以外の事業部の部分集合Yにおける生産技術に影響を与えるものと仮定する．説明の単純化のために，Yに属する各事業部は第η事業部における同一のアクティビティ$x_{i*}{}^{\eta}$によって影響をうけるとする(2)．そこで，Yに属する各事業部は，たんに自分自身の一時的な最適アクティビティ水準だけでなく，自己にとって最適となるようにアクティビティ$x_{i*}{}^{\eta}$の一時的最適水準をも決定することを要請される．すなわち，ゲーム理論的にいえば，各事業部プレイヤーは自己の戦略だけでなく，自己の敵である第η事業部がどのようにプレイしてほしいと自分が欲する戦略をも決定する．しかし，一般に第η事業部が決定する$x_{i*}{}^{\eta}$の値とYに属する各事業部が決定するその変数の値とは一致しない．ここに全社的調整問題が生ずるが，Yの各事業部が分権的情報処理を可能にするには次のような簡単な工夫をしさえすればよい．

各事業部$j\in Y$について，$x_{i*}{}^{\eta}$の代わりに新しい変数$x_{ij+1}{}^{j}$を定義する．その結果，制約条件IIにかんしては，事業部$j\notin Y$と事業部$j\in Y$とは完全に分解されたことになる．つまり，共通の変数が消えたからである．これに対して，x_{i*}，の値と$x_{ij+1}{}^{j}$の値とが一致することを保証するために，全社的制約条件集合Iの中に線型の制約条件式（定義式）$x_{ij+1}{}^{j}-x_{i*}{}^{\eta}=0$，$j\in Y$を追加する．このようにして変形された新しいモデルの全体は，当初のモデルと同一の最適解を導くという意味で同値である．そこで，標準型の分解原理の適用可能な問題に変形されたことになる(3)．

さてしかし，この方法には次のような問題点がある．

第1に，たしかに制約条件IIにおいて事業部$j\notin Y$の制約条件と事業部$j\in Y$の制約条件とに共通な変数は存在しなくなったが，当初に共通な変数$x_{i*}{}^{\eta}$が介入していた事業部$j\in Y$の制約条件の数だけ新たに$x_{ij+1}{}^{j}-x_{i*}{}^{\eta}=0$，$j\in Y$なる

（注2）制約条件IIが線形の場合には，たとえば

$$g_{q}{}^{i}(x_{1}{}^{j},\cdots,x_{ij}{}^{j}\,;\,x_{i*}{}^{\eta})=b_{1}{}^{j}x_{1j}+\cdots+b_{ij}{}^{j}x_{ij}{}^{j}+b_{ij+1}x_{i*}{}^{\eta}$$

という形をとる．このときには，$x_{i*}{}^{\eta}$のどのような変化も，つねに事業部$j(\in Y)$の制約条件(II)において平行的なシフトをひきおこすだけである，ボーモル=フェビアンによれば，これは外部制の非常に制約的な特殊形態である．しかし，この制約条件IIが非線形関数であれば，$x_{i*}{}^{\eta}$の変化は関数g_{ql}のいかなるタイプのシフトでもひきおこしうる．その意味で，ボーモルらは「完全に一般的な技術的外部性」は非線形の制約条件IIにおいてあらわれるとしている．Baumol and Fabian〔B1〕pp. 19-20，とくにfoot note 22参照．

制約式が本部問題に増加してしまった．電子計算機の処理能力は方程式の数に依存するところが大きいから，これでは共通変数 x_{i*}^{η} が介入している条件式 $g_q^j(x_1^j,\cdots,x_{ij}^j;x_{i*}^{\eta})\leq R_q^j, j\in Y$のすべてを本部問題の条件式に入れて解く場合に比べて計算負担の点ではあまり変らないことになる．したがって，制約条件式IIの分解の意義が薄れるであろう．

このような批判に対する別の点からの一つの反論として，この方法によれば本部では事業部 $j\in Y$ の生産技術についてなにも知らなくてよいということが主張されるであろう．その意味では本部による情報収集の負担が軽減されており，情報的分権化が有益に達成されることになるといえる．しかし，上述の批判内容はそれ自体実在する．

第2に，ウィンストンが全事業部を $j\in Y$ と $j\notin Y$ とに2分割している点に問題がある．ウィンストンの分解方法は，実在する事業部が3つ以上ある場合には，特殊な場合にしか役に立たない．

たとえば，共通利用資源制約が次式のような形で競合利用され，資源 B_1, B_2, B_3 はそれぞれ事業部1,2,3によって個別的に管理されているものとする．(この管理はその資源使用が支配的であるような事業部に委任されているものとする．)ただし，x_1 と x_2 は事業部1の産出物量，x_3 は事業部2の産出物量，x_4 は事業部3の産出物量である．

(注3) もとのモデルにおける制約条件IIが非線形である場合には，厳密にいえば，第3章のダンチッヒの線形計画分解法を適用することができない．しかし，この非線形性が存在してもダンチッヒの分解原理を本質的には適用できる．なぜならば，本部の調整問題と事業部の改定利益関数はつねに線形の目標関数と共通制約条件だけを含んでいる．したがって，事業部別制約条件が有界凸実行可能領域をもつことによって事業部問題が一意的な最適解を有し，それが本部問題で加重平均されることを仮定すれば，線形のケースと本質的にまったく同じである(Baumol and Fabian〔B 1〕p.19参照．)

また，追加制約条件 $x_{ij+1}^j-x_{i*}^{\eta}=0, j\in Y$ は等号の制約式であるから，これに関するシャード・プライスは非負とはかぎらず，正，ゼロ，負のいずれかになりうる．いま x_{i*}^{η} を第 η 事業部が生産するある中間生産物の産出量とすれば，この双対価格が正のときは，第 η 事業部にとってはその価格での補助金の受入れ，第 $j(\in Y)$ 事業部ではその価格での罰金の支払いを意味する．この双対価格が負値をとるときは，この関係は逆の意味をもつことになる．したがって，第 η 事業部はこの中間生産物を産出するごとに罰金を支払わねばならない．これは第 η 事業部の産出する廃棄副産物などの再生処理等を他の事業部にやってもらう場合には現実的な意味をもつ．第9章でこの問題を詳細に扱った．

$$p_1\ x_1+p_2x_2+p_3x_3+p_4x_4\to max$$

$$\begin{aligned}
&\text{事業部 1 の制約}:\ b_{11}x_1+b_{12}x_2 && \leqq B_1\\
&\text{事業部 2 の制約}:\ b_{21}x_1 \qquad +b_{22}x_3 && \leqq B_2\\
&\text{事業部 3 の制約}:\ b_{31}x_1 \qquad\qquad +b_{32}x_4 && \leqq B_3.
\end{aligned}$$

この問題は，ウィンストン流に変形すれば次の問題と同値である．

$$p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3+p_4x_4\to max$$

$$\text{共通制約}:\begin{cases}x_1-\gamma_1=0\\ x_1-\gamma_2=0\end{cases}$$

$$\begin{aligned}
&\text{事業部 1 の制約}:\ b_{11}x_1+b_{12}x_2\leqq B_1\\
&\text{事業部 2 の制約}:\ b_{21}\gamma_1+b_{22}x_3\leqq B_2\\
&\text{事業部 3 の制約}:\ b_{31}\gamma_2+b_{32}x_4\leqq B_3.
\end{aligned}$$

この新しい変形問題は標準型の分解原理で解くことができる．

しかし，次のような形の共通資源制約に対しては，彼の分解法は本部の調整問題における制約条件の数と変数の数をいたずらに増大させるのみで，無意味である．

$$P_1X_1+P_2X_2+P_3X_3\to max$$
$$d_1X_1+d_2X_2+d_3X_3\leqq D.$$

P_j：第 j 事業部の貢献利益行ベクトル$(j=1,2,3)$

X_j：第 j 事業部の産出量列ベクトル$(j=1,2,3)$

d_j：共通資源在高列ベクトルDに関する第 j 事業部の生産係数行列

したがって，彼の方法では，ある共通資源に関して 2 つの事業部が 1 対 1 の関係で競合している場合にしか有用でない．

さらに，ウィンストンの分解法は，中間製品の振替えが次のように事業部間で「1 対多」の関係で行なわれる場合にも無意味になる．ここでの中間製品制約は，彼が問題にする「ある事業部の活動変数x_{i*}'が他の事業部の生産技術に影響を及ぼす関係」を表わしていることはもちろんである．

$$P_1X_1+P_2X_2+P_3X_3\to max$$
$$-IX_1+q_2X_2+q_3X_3\leqq[0].$$

q_j：第 j 事業部の生産係数行列$(j=2,3)$

もっとも，中間製品制約の場合でも，事業部相互が 1 対 1 の関係で需給依存

関係をもっているときには，ウィンストンの方法は有効である．たとえば，

$$
\begin{array}{l}
P_1X_1+P_2X_2+P_3X_3 \to max \\
\text{中間製品制約：}\begin{cases} -IX_1+q_2X_2 \leqq [0] \\ \quad -IX_2+q_3X_3 \leqq [0] \end{cases} \\
d_1X_1 \leqq D_1 \\
d_2X_2 \leqq D_2 \\
d_3X_3 \leqq D_3
\end{array}
$$

（d_j：各事業部の専用資源D_jに関する係数行列）

という問題は，次のように変形しても同値である．

$$
\begin{array}{l}
P_1X_1+P_2X_2+P_3X_3 \to max \\
\text{共通制約条件：}\begin{cases} X_1-\gamma_1 = [0] \\ \quad X_2-\gamma_2 = [0] \end{cases} \\
\text{事業部 1 の制約：} d_1X_1 \leqq D_1 \\
\text{事業部 2 の制約：}\begin{cases} -I\gamma_1+q_2X_2 \leqq [0] \\ \quad d_2X_2 \leqq D_2 \end{cases} \\
\text{事業部 3 の制約：}\begin{cases} -I\gamma_2+q_3X_3 \leqq [0] \\ \quad d_3X_3 \leqq D_3. \end{cases}
\end{array}
$$

以上を要約すると，ウィンストンの方法はもとの全社的計画問題において，共通変数x_{i*}[7]が１つの条件式の中で２つ以上の事業部の活動変数と相互依存関係を有さず，他の唯一の事業部の活動変数とだけ依存関係をもっている場合にしか有用でないということができる．

それでは，ある事業部の生産する中間製品が他の複数の事業部の投入物となっている場合や，共通利用資源が３つ以上の事業部によって競合的利用されている場合が多数存在するときには，どのように対処すればよいであろうか．これに対してウィンストンの分解法は無役であることがわかった．次章ではこのような場合を表わす共通制約条件を分解的に処理する方法を考察する．

第 6 章

コーナイ＝リプタクの２階層計画法とその企業分権的システムへの適用

本章では，ハンガリーの経済計画担当者，コーナイとリプタク（J. Kornai and Th. Lipták）の「２階層計画法」(Two-Level Planning)(1) を検討する．彼らの計画手法はマクロ的な国民経済の計画手法として意図され，とりわけ，外貨獲得量最大という目標関数をもったモデルに適用されているのであるが，本章での筆者の仕事はこの計画手法を企業（business enterprise）の価格的管理の手法として展開することにある．つまり，巨大企業を計算価格により情報分権的に計画することに適用してみたいと思う．

一般に，経済学の文献では，かれらの手法はダンチッヒ＝ウルフの分解原理と比較されるさい，「比較経済システム論」の観点から論ぜられることが多い(2)．しかし，筆者は，コーナイ＝リプタクの手法は，ダンチッヒの分解原理のもつ構造的な制約，すなわち，ブロック角形システム（block-angular system）や階段型の多段階システム（multistage system）にしか適用されないことに対し，一つの打開の途をひらくものとして意義づけておきたい．つまり，コーナイらの手法は，ダンチッヒの手法では分解不能な制約行列をもつ問題に対しても，情報分権的に解決することができるという点を強調して，そのかぎりにおいて，ダンチッヒの手法の次にくる論理的な発展形態として位置づけておきたい(3)．

そこでコーナイらの手法を概説すると，本部は事業部に対して資源（広義）

（注1）本章は主として Kornai and Lipták〔K 13〕によっている．また，本章を作成するにあたり，岸本〔k 4〕が大変参考になった．コーナイとリプタクは次の機関に属している．Computing Centre of the Hungarian Academy of Sciences, National Planning Office, Scientific Department, Budapest.

（注2）たとえば，青木〔a 1〕，宮本〔m 9〕などがある．

の数量割当てを指令し，各事業部は割当てられた資源のシャドー・プライスを報告するという形をとる．その際，情報不足または計算能力不足のために本部だけで中央的に解けない線形計画問題が各事業部に分解されている．そして，本部と事業部が協同してこの問題を解くが，このときに，ブラウン=ロビンソンによるゲームの「擬制的プレイ」(fictitious play)(4) の方法が用いられるのである．

6.1 記号の規約

本章の意図が企業の情報分権的短期計画モデルを展開することにある点からして，notations は本章のきわめて重要部分である．

（1） 固定されている諸量

d_i：事前に決定されている第 i 財の計画在庫量．（これは需要変動の不確実性に対処するために，別個に在庫計画モデルを通じて決定され，計画期末における希望在庫量として予定されるもので，安全在庫，すなわち，あらゆる時点における最低必要在庫量と考えてよい．）

V_i：第 i 財に関する計画在庫量 (d_i) と他の事業部への中間製品としての第 i 財の振替え総量 ($\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m} z_{ji}$：後出）との合計に対する上限．（これは計算のための数値であるが，本部によって事前に決めてある．）

W：全社的共通利用資源の供給可能量．

（ここではコーナイらにしたがって W を1種と仮定するが，これは多種

(注3) この点は，コーナイ＝リプタクが次のように述べているところからも正しいと思う．すなわち，「特殊な種類のリニア・プログラミング問題を分解するための数学的手法は存在する．たとえば，ダンチッヒ＝ウルフの論文におけるものであるが，その周知の手続きはこの問題（コーナイらの問題）に対する解を与えないことがわかった．したがって，たとえ，ダンチッヒ＝ウルフの分解手続きが現有の具体的なマクロ経済モデルに適用されたとしても，その『調整プログラム』(中央当局の解く本部問題）はなおも，通常の方法（たとえばシンプレクス法）で計算するには手に負えないほどのサイズである．それ故に，別のアプローチが採用されたわけである．」つまり，ダンチッヒらの手法では，本部問題の制約条件，すなわち，全社的資源や中間製品需給に関する制約条件式がきわめて多数存在する場合には，これを分解していないわけだから，分解法としての意義が小さくなってしまう．

(注4) ゲームの「擬制的プレイの方法」はBrown〔B14〕によって提示され，収束の証明はRobinson〔R 3〕が行っている．この方法と証明はGale〔G 1〕pp. 246-256（訳書235-245頁）を参照するとよい．

類へと容易に拡張できる.）

s_i：第 i 財の外部への販売1単位から得られる貢献利益.

a_{ik}：第 i 事業部の第 k 活動1単位から得られる産出量.（$|a_{ik}|=1$ であり，第 i 財を生産する活動については $a_{ik}=1$，生産された財の中から外部販売する活動については $a_{ik}=-1$である.）

b_{ijk}：第 i 事業部の第 k 活動1単位に必要な第 j 財投入量.（コーナイのモデルにしたがえば，一事業部は1種類の製品しか生産しないので，ここでの第 j 財は第 j 事業部の産出物としての中間生産物であり，第 i 事業部の第 k 活動に必要な材料として受入れられることになる.）

f_{ik}：第 i 事業部の第 k 活動1単位に必要な全社的共通資源量.

$h^0{}_{il}$：第 i 事業部の専用資源の在高.（l はその専用資源の種類数）

$g^0{}_{ilk}$：第 i 事業部の第 k 活動に必要な専用資源の技術係数.

（2） 本部の制御可能変数

v_i：第 i 事業部に対する第 i 財の供出指令量.

$$v_i=d_i+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m} z_{ji}\ ;\ v_i\leqq V_i.$$

（v_iには第 i 財のうちの外部販売量(x_i)は含められていない.）

z_{ij}：第 i 事業部に対する第 j 財の割当量.

w_i：第 i 事業部への全社的資源の割当量.

（3） 事業部の制御可能変数

ξ_{ik}：第 i 事業部の第 k 活動の活動水準. 第 i 事業部の活動種類は，一般的にいうと，$[\xi_{i1},\cdots,\xi_{ik},\cdots,\xi_{iki}]$ だけ存在する. 具体的には，第 i 財の生産活動(ξ_{i1})と第 i 財の販売活動（ξ_{i2}）のほか，第 i 事業部の財務活動(ξ_{i3})や一般管理活動(ξ_{i4})がある. したがって，$\xi_i{}^T=[\xi_{i1},\xi_{i2},\xi_{i3},\xi_{i4}]^T$ と書くことができる（右肩のTは転置の意）. このとき，ξ_{i1}は第 i 財の生産活動の活動水準だから，それは第 i 財の総生産量を意味し，ξ_{i2}は第 i 財の販売活動の活動水準だから，それは第 i 財の外部販売量を意味する.）

x_i：第 i 事業部による第 i 財の外部販売量.（したがって，$x_i=\xi_{i2}$ を意味する.）

ν_i：v_iのシャドー・プライス

ζ_{ij}：z_{ij}のシャドー・プライス

τ_i：w_iのシャドー・プライス

σ_{il}：$h^0{}_{il}$のシャドープライス

いま，上述のように，$\xi_i{}^T=[\xi_{i1},\xi_{i2},\xi_{i3},\xi_{i4}]^T$とすれば，これに対応して$a_i=[a_{i1},a_{i2},a_{i3},a_{i4}]$，$b_{ij}=[b_{ij1},b_{ij2},b_{ij3},b_{ij4}]$，$f_i=[f_{i1},f_{i2},f_{i3},f_{i4}]$，$g^0{}_{il}=[g^0{}_{il1},g^0{}_{il2},g^0{}_{il3},g_{il4}]$ となる．このとき，第 i 財の生産活動，販売活動についてはそれぞれ$a_{i1}=1,a_{i2}=-1$となることは上述した．しかし，第 i 事業部の財務活動や一般管理活動については，一般には，それぞれ $a_{i3}=0,a_{i4}=0$ である．さらに，第 i 財の販売活動や財務活動，一般管理活動については，一般には，$b_{ij2}=b_{ij3}=b_{ij4}=0,f_{i2}=f_{i3}=f_{i4}=0$ と考えてさしつかえない．（ただし，Wが資金のときには，$f_{i2}\neq 0,f_{i3}\neq 0,f_{i4}\neq 0$となる．）したがって，一般的には，第 i 事業部の制約条件の係数行列は次のような形をしている：

$$\begin{pmatrix} a_i \\ b_{ij} \\ f_i \\ \cdots\cdots \\ \\ g^0{}_i \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \xi_{i1} & \xi_{i2} & \xi_{i3} & \xi_{i4} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ b_{ij1} & 0 & 0 & 0 \\ f_{i1} & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{i11} & g_{i12} & g_{i13} & g_{i14} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{il1} & g_{il2} & g_{il3} & g_{il4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{il_01} & g_{il_02} & g_{il_03} & g_{il_04} \end{pmatrix} \end{array}, \text{（記号の要素はゼロでないとする.）}$$

しかし，自己の生産物をまったく外部販売せずに(外部市場がないため)，専ら他の事業部に対する中間製品として振替えるだけの事業部もあり，それについては$a_{i2}=0$である．

さらに，
$$\begin{aligned} \xi_{i1} &\geqq \xi_{i2}+v_i \\ &= x_i+v_i \end{aligned}$$

であるから，

$$\xi_{i1}-x_i \geqq v_i$$

$$\therefore\quad [1,\ -1]\begin{bmatrix} \xi_{i1} \\ x_i \end{bmatrix} \geqq v_i$$

したがって，一般的には

$$(a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4})\begin{pmatrix}\xi_{i1}\\ \xi_{i2}\\ \xi_{i3}\\ \xi_{i4}\end{pmatrix} \geqq v_i,\ \text{すなわち,}\ a_i\xi_i \geqq v_i.$$

6.2　仮定とその実在性

(1)　「一事業部は1種類の生産物だけを生産し，したがって，全社的にみた生産物の種類は事業部の数だけ，すなわちm個存在する.」

しかし，これは計算手法に厳密に合致させたモデルの解釈にすぎず，もし，複数の事業部を一つの大事業部観念によって包括してとらえるならば，そのような各大事業部は多品種生産を行なっていることになり，これは現実の事業部制企業によくマッチした事情を表わすことになる．したがって現実の企業において(1)の仮定は容易に満たされるといえる．このときには，大事業部を構成するところの，いわば小事業部は，事業部とよばずに，むしろ「ライン」とか「品種別部門」とよんだ方が適切であろう．

(2)　「全体としての線形計画問題に最適実行可能解が存在し，しかも，各事業部に分解した線形計画問題にも最適実行可能解が存在するとする.」

全体的な線形計画問題(あるいは over-all central information problem)に有限の最適解が存在しなければ，はじめから問題外であるが，現実の企業は全社的にみて，ふつう何らかの実行可能解をもって何らかの利益をあげて行動しているから，その解のつくる集合が凸多面体であると考えることは無難であろう．というのは，もし，いかなる実行可能解も有しない企業は破産しているだろうし，無限大の利益を得ている企業も存在しないからである．

しかし，(2)における後半の仮定はかならずしもつねに成立するとはいえないであろう．なぜならば，各事業部に分解された線形計画問題は，コーナイの手法では全社的共通利用資源などの本部による恣意的な割当てから形成されるからである．これは，人為的でかつ恣意的であるから，前半の仮定に対してのべたように，経験的現実による事前の検証をすることは不可能である．したがって，この人為的な当初の資源割当てが，事業部問題の実行可能性を保証するためには，資源割当てに下限をも設定しておかねばならないかもしれない．こ

の下限は，現実の企業では前期までの実績から決定できるであろう．あるいは，事業部問題に何らかの実行可能解が得られるような資源割当てを試行錯誤を通じて求めた後に，本来の計算過程がスタートする．

（3）「ゲームの『擬性的プレイ』で事業部がとった戦略に対して，本部のとるべき最適戦略が存在すること．」

このゲームのプレイヤーとしては1方に本部，他方に全事業部からなるチームがくる．本部の戦略領域は実行可能な資源配分パターン群であり，事業部の戦略領域は事業部問題の双対解における実行可能シャドー・プライス体系群である．したがって，事業部の最適戦略は，資源のあるシャドー・プライス体系からなる純機会費用の最小化案であり，本部の最適戦略は，配分すべき資源から得られる純収益の最大化案である．それ故，（3）の仮定は，本部がそのつどに資源の配分替えをする際に最適な配分替え案が存在するかという仮定である．この仮定も（2）の後半の仮定と同様に，事前には検証することができない．

以上の3つの仮定は，全体としての線形計画問題を，本部問題と各事業部問題とに分解して，本部と事業部との間で「擬性的プレイの方法」にもとづいたiterationの続行によって解きうるための前提条件である．

6.3 全体的計画モデルとその分解

全社的な線形計画問題は，次頁で一括に示すように，（1）中間生産物の需給制約条件（第4章の投入産出分析参照），（2）全社的供用資源の制約条件，（3）各事業部固有の専用資源の制約条件，および$\xi_i \geqq 0$のもとで，

$$\text{目標関数}\sum_{i=1}^{m} s_i x_i$$

を最大化することである．

次頁の一括した制約条件式において，

a_i, b_{ij}, f_i は各々a_{ik}, b_{ijk}, f_{ik}を要素とする行ベクトルであり，$g^0{}_i$ は $g^0{}_{ilk}$ を要素とする行列である（この行列の大きさは，事業部ごとの固有制約条件の数 l と活動の種類に応じて異なる）．$h^0{}_i, \xi_i$ は各々，$h^0{}_{il}, \xi_{ik}$ を要素とする列ベクトルである（$h^0{}_i$の次元も各事業部ごとの制約条件の数に応じて異なる.）

$$
\begin{array}{l|c|c|c|c|c|c|}
 & \text{事業部}1 & \text{事業部}2 & & \text{事業部}i & & \text{事業部}m \\ \hline
\text{財}1 & -a_1 & b_{21} & \cdots & b_{i1} & \cdots & b_{m1} \\ \hline
\text{財}2 & b_{12} & -a_2 & \cdots & b_{i2} & \cdots & b_{m2} \\ \hline
 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline
\text{財}i & b_{1i} & b_{2i} & \cdots & -a_i & \cdots & b_{mi} \\ \hline
 & b_{1j} & b_{2j} & \vdots & b_{ij} & \ddots & b_{mj} \\ \hline
\text{財}m & b_{1m} & b_{2m} & \cdots & b_{im} & \cdots & -a_m \\ \hline
\text{全社的資源} & f_1 & f_2 & \cdots & f_i & \cdots & f_m \\ \hline
\text{各事業部固有の制約} & g_1^o & & & & O & \\
 & & g_2^o & & & & \\
 & & & \ddots & & & \\
 & & & & g_i^o & & \\
 & O & & & & \ddots & \\
 & & & & & & g_m^o \\ \hline
\end{array}
\begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_i \\ \vdots \\ \xi_m \end{pmatrix}
\leqq
\begin{pmatrix} -d_1 \\ -d_2 \\ \vdots \\ -d_i \\ \vdots \\ -d_m \\ W \\ h_1^o \\ h_2^o \\ \vdots \\ h_i^o \\ h_i^o \\ \vdots \\ h_m^o \end{pmatrix}
$$

さきにのべたように,

$$
\xi_i = \begin{pmatrix} \xi_{i1} \\ \xi_{i2} \\ \xi_{i3} \\ \xi_{i4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_{i1} \\ x_i \\ \xi_{i3} \\ \xi_{i4} \end{pmatrix}, \quad \xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_i \\ \vdots \\ \xi_m \end{pmatrix}
$$

とおくと，上述の全社的問題は簡単に,

$$
\begin{cases} A\xi \leqq C \\ \xi \geqq 0 \end{cases} \tag{1}
$$

のもとで，最大化　$\tilde{s}\xi$

と表わすことができる．

$\tilde{s}$はξと同次元の行ベクトルであり，

$$\tilde{s}=[\tilde{s}_1,\cdots,\tilde{s}_i\cdots,\tilde{s}_m]$$

$$\tilde{s}_i=[0,s_i,0,0]$$

とする．

本部はAの要素に関する情報をまったく有していないか，または，有していても(1)を解く計算能力がない．そのため，本部が単独で最適なξを求めることができない．

そこで，行列Aを事業部ごとにタテに分解して$A=[A_1,A_2,\cdots A_i,\cdots A_m]$とする（各$A_i$は列ベクトル）　それに対応して，$\xi$，$\tilde{s}$を事業部別に分解すると，(1)は，

$$\text{原問題：}\begin{cases}\sum_i^m A_i\xi_i \leqq C \\ \quad \xi_i \geqq 0\end{cases} \qquad (1')$$

$$\text{のもとで，最大化}\sum_{i=1}^m \tilde{s}_i\xi_i,$$

$$\text{双対問題：}\begin{cases}yA_i \geqq \tilde{s}_i,\ i=1,2,\cdots,m \\ \quad y\geqq 0\end{cases} \qquad (2)$$

$$\text{のもとで，最小化}\ yC$$

となる．

Cのうち，各事業部の固有制約条件に関する部分をC^0，そのほかの部分を$C^\#$とすると，

$$C=\begin{bmatrix}C^\# \\ C^0\end{bmatrix}.$$

次に，$\sum_i^m u_i=C$となるように，本部がCをu_1からu_mまでに分割し，

$$u_1=\begin{pmatrix}u_1{}^\# \\ u^0{}_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0\end{pmatrix},\ u_2=\begin{pmatrix}u_2{}^\# \\ 0 \\ u_2{}^0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0\end{pmatrix},\cdots,u_m=\begin{pmatrix}u_m{}^\# \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ u^0{}_m\end{pmatrix} \qquad (3)$$

と決めると，

$$\sum_{i}^{m} u^{\#}{}_{i} = C^{\#},$$

$$\begin{pmatrix} u_1{}^0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ u_i{}^0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ u_m{}^0 \end{pmatrix} = C^0$$

である.

こうして作ったベクトルu_iを要素とするベクトルを

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_i \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix}$$

とする.

ベクトルuの決定は本部問題であり，その要素であるベクトルu_iのもとで事業部問題が解かれる.

したがって事業部別に分解された問題は，次のとおりである.

原問題：

$$\begin{cases} A_i \xi_i \leqq u_i \\ \quad \xi_i \geqq 0 \ (i=1, \cdots, m) \end{cases} \tag{5}$$

のもとで，最大化　$\bar{s}_i \xi_i = s_i x_i$.

双対問題：

$$\begin{cases} y_i A_i \geqq s_i \\ y_i \quad \geqq 0 \quad (i=1, \cdots, m) \end{cases} \tag{6}$$

のもとで，最小化$y_i u_i$.

そこで，すべての事業部問題(5)に最適解をもたらすようなuを「有意義な本部配分案」(evaluable central programs)とよび，それを$\dot{u}$で表わす　そこで，$\dot{u}$の集合を$\dot{U}$で表わす．すなわち，

$$\dot{U} = \left\{ \begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \vdots \\ \dot{u}_m \end{pmatrix} \middle| \ \dot{u}_1 + \cdots + \dot{u}_m = C, \dot{u}_i \text{ は(5)に最適解をもたらす} \right\}.$$

したがって，$\dot{U}$は，uの実行可能解集合であるから，凸多面体である.

次に，事業部問題(5)の実行可能解集合を$\xi_i(\dot{u}_i)$で表わす．すなわち，

$$\xi_i(\dot{u}_i)=\{\xi_i \mid A_i\xi_i \leqq \dot{u}_i, \xi_i \geqq 0\}.$$

このとき，$\xi_i(\dot{u}_i)$から構成される全社的計画問題(1)の解は$\xi(\dot{u})$として，次のように表わされる．すなわち，

$$\begin{aligned}\xi(\dot{u})&=\xi_1(\dot{u}_1)\times\cdots\times\xi_m(\dot{u}_m)\\&=\left\{\begin{pmatrix}\xi_1\\ \vdots\\ \xi_m\end{pmatrix}\middle|\ \xi_1\in\xi_1(\dot{u}_1),\cdots,\xi_m\in\xi_m(\dot{u}_m)\right\}\end{aligned}$$

（注：$A\times B\times C\times\cdots$は，集合$A,B,C,\cdots$の直積である．もし，$A,B,C,\cdots$が列ベクトル空間における集合であれば，直積集合の一般的な要素は上に示したように構成される列ベクトルになる．）

すると，逆に全社的計画問題(1)の実行可能解集合を$\bar{\xi}$で表わすとき，

$$\bar{\xi}=\bigcup_{\dot{u}\in\dot{U}}\xi(\dot{u})$$

が成立する．つまり，**「有意義な本部配分案」$\dot{u}$からなる（空でない）凸多面体$\dot{U}$は，もとの全社的計画問題(1)の実行可能解集合$\bar{\xi}$をもたらす**.

この証明は次の2段階を要する．

① 全社的計画問題(1)の実行可能性から，$\bar{\xi}\neq[0]$.

さらに，$\xi^T=[\xi^T{}_1,\cdots,\xi^T{}_m]^T\in\bar{\xi}$，および

$$\begin{cases}u_1=A_1\xi_1,\\u_2=A_2\xi_2,\\ \vdots\\u_{m-1}=A_{m-1}\xi_{m-1},\\u_m=C-(u_1+\cdots+u_{m-1})\end{cases}$$

と定義しよう．このとき，明らかに$\xi_i\in\xi_i(\dot{u}_i)$が成立する．したがって，はじめに$\xi_i(\dot{u}_i)\neq[0]$が仮定されていたことを想起すると(第2節の(2)の仮定)，上記の$u^T=[u_1{}^T,\cdots,u_m{}^T]$は「有意義な本部配分案」$\dot{u}$であることがわかる．したがって，$\dot{U}\neq[0]$．それ故に，$\dot{U}$は空でない集合である．

さらに，$\xi\in\xi(\dot{u})$であり，かつ，上記の配分案によれば，いかなる全社的計画問題の解$\xi\in\bar{\xi}$に対しても$\dot{u}\in\dot{U}$が成立するから，

$$\dot{\xi}=\bigcup_{\dot{u}\in\dot{U}}\xi(\dot{u})$$

が成立することになる．

② 逆に，もし$u^T=[u_1{}^T,\cdots,u_m{}^T]^T\in\dot{U}$であり，かつ，$\xi_i\in\xi_i(\dot{u}_i)$であるような$u$と$\xi_i$があれば，すなわち，もし

$$A_i\xi_i\leqq u_i,\xi_i\geqq 0\quad(i=1,\cdots,m)$$

が成立すれば，そのときには，

$$u_1+\cdots+u_m=C$$

の条件から，$A_1\xi_1+\cdots+A_m\xi_m\leqq u_1+\cdots+u_m=C$,

$$\text{左辺}=[A_1,\cdots,A_m][\xi_1{}^T,\cdots,\xi_m{}^T]^T$$
$$=A\xi,\qquad \xi^T=[\xi_1{}^T,\cdots,\xi_m{}^T]^T\geqq[0]$$

が成立する．したがって，これは$A\xi\leqq C$そのものであるから，

$$\xi\in\bar{\xi},\ \text{および}\bigcup_{u\in\dot{U}}\xi(u)=\bar{\xi}$$

が成立する．(証明終り)

次に，ここで，Uは$\dot{U}$の（空でない）凸多面体部分集合とし，（1）の実行可能解集合$\bar{\xi}$をもたらすものとする．Uを確定し，その要素 u を「実行可能本部配分案」(feasible central programs)とよぼう．すると，いかなる実行可能本部配分案$u^T=[u_1{}^T,\cdots,u^T{}_m]^T$に対しても，

<u>事業部最適値</u> $\varphi_i(u_i)=\max\limits_{\xi_i\in\xi_i(u_i)}\tilde{s}_i\xi_i=\min y_iu_i\qquad(i=1,\cdots,m)$

および，その合計

<u>全社的最適値</u> $\varphi(u)=\varphi_1(u_1)+\cdots+\varphi_m(u_m)$

が確定しうる．

すると，全社的計画問題(1)から得られる2階層問題（two-level problem）は次のとおりになる．

I）「本部階層」(central level)では，そのつどに最大の全社的最適値をもたらすような実行可能本部配分案を決定する．換言すれば，$u\in U$，$\varphi(u)\rightarrow max$！を解くこと，したがって，次のような集合を決定することが問題になる．

$$U^*=\{u^*\mid\varphi(u^*)=\max_{u\in U}\varphi(u)\}\cdot$$

このU^*は，そのつどの最適の本部配分案ばかりから成り立っている．

II）「事業部階層」(sector level）では，そのつどの最適な本部配分案要素$u_i{}^*$に対する最適な事業部解を各事業部において決定することが問題になる．すなわち，各$u^{*T}=[u^{*T}{}_1,\cdots,u^{*T}{}_m]^T\in U^*$に対して，次の事業部問題を解くこ

とである：

$A_i\xi_i \leqq u^*_i, \quad \xi_i \geqq 0,$

$\bar{s}_i\xi_i \rightarrow max\,!$

この結果，事業部での最適解集合$\xi^*_i(u^*_i), (i=1, \cdots, m)$が決定される.

III）最適事業部解と最適本部配分案とから全社的計画問題の解を構成する. 換言すれば，次の集合$\xi^*(u^*)$の組を定める.

$$\xi^*(u^*) = \xi_1^*(u_1^*) \times \cdots \times \xi_m^*(u_m^*)$$
$$= \left\{ \begin{pmatrix} \xi_1^* \\ \vdots \\ \xi_m^* \end{pmatrix} \middle| \xi^*_1 \in \xi_1^*(u_1^*), \cdots, \xi^*_m \in \xi_m(u^*_m) \right\}$$

から成る$\bigcup_{u^* \ni U^*} \xi^*(u^*)$.

そこで，次の定理が成立する.

定理『最適解をもつ全社的計画問題（1）から導かれるいかなる2階層問題も，それ自体，最適解をもち，その解は全社的計画問題(1)の解と一致する. すなわち，

ξ^*を全社的問題(1)の最適解とすると，

$\xi^* \neq 0$，かつ，$\xi^* = \bigcup_{u^* \in U^*} \xi^*(u^*)$.

全社的最適値 $\varphi(u)$ の最大値は，全社的計画問題(1)の最適値と一致する. すなわち，

$$\max_{v \in U} \varphi(u) = \varphi(u^*) = \max_{\xi \in \dot{\xi}} \bar{s}\xi = \Phi \quad (u^* \in U^*).』$$

証明：定理の叙述は，次のように解読できる.

$$\Phi = \max_{u \in U} \bar{s}\xi \quad = \max_{\substack{\xi \in \bigcup \xi(u) \\ u \in U}} \bar{s}\xi \quad = \quad \max_{u \in U}(\max_{\xi \in \xi(n)} \bar{s}\xi)$$

$$= \max_{u \in U}\left(\sum_{i=1}^{m} \max_{\xi_i \in \xi_i(u_i)} \bar{s}_i\xi_i\right) = \max_{u \in U}\varphi(u) = \varphi(u^*).$$

（証明終り）

さて次に，事業部双対問題(6)の制約条件を満たすy_iの集合をY_iとする.

$$L = Y_i \times \cdots \times Y_m$$
$$= \{l = [y_1, y_2, \cdots, y_m] \mid y_1 \in Y_1, y_2 \in Y_2, \cdots, y_m \in Y_m\}$$

とすれば，全社的最適値$\varphi(u)$に対して次式が得られる.

$$\varphi(u)=\sum_{i=1}^{m}\varphi_i(u_i)=\sum_{i=1}^{m}\min_{y_i\in Y_i} y_iu_i=\min_{y_i\in Y_i}\sum_{i=1}^{m}y_iu_i=\min_{l\in L} lu.$$
$$(i=1,\cdots,m)$$

したがって，$\max_{u\in U}\varphi(u)=\Phi$から，

$$\Phi=\max_{u\in U}\min_{l\in L} lu$$

となる．

かくして，(1)の最適解に関連する諸変数と目標関数の値は，事業部分解によって，本部と事業部チームとが，各々最大化，最小化プレィヤーとして登場するゲームの値とそれに関連する最適戦略によって考えられることになる．(5)

このゲームの値は，「擬制的プレイの方法」によって実際に計算することができる．この方法のアイデアは，ゲームの値を求めるために，一定のルールにしたがって双方のプレイをするかのように計算を行なうことである　その方法は次のとおりである．

最大化プレィヤーが，ある純粋戦略$u(1)$をとると，最小化プレィヤーがそれに応じて純粋戦略$l(1)$をとる．最大化プレィヤーは$l(1)$に対する純粋戦略$u^{(2)}$を選ぶが，実際には$u(2)=\frac{1}{2}u(1)+\frac{1}{2}u^{(2)}$をとる．最小化プレィヤーは$u(2)$に対して純粋戦略$l^{(2)}$を選び，実際には$l(2)=\frac{1}{2}l(1)+\frac{1}{2}l^{(2)}$をとる．以下，同様にして，最大化プレィヤーは$l(N-1)$に対して$u(N)=\frac{N-1}{N}u(N-1)+\frac{1}{N}u^{(N)}=\frac{1}{N}\{u(1)+u^{(2)}+\cdots+u^{(N)}\}$をとり，最小化プレィヤーは$u(N)$に対して$l(N)=\frac{N-1}{N}l(N-1)+\frac{1}{N}l^{(N)}=\frac{1}{N}\{l(1)+l^{(2)}+\cdots+l^{(N)}\}$をとる．このような形でゲームを無限に続けると，最大化プレィヤーの得点と最小化プレィヤーの失点はゲームの値に収束する．

最大化プレィヤーである本部は，最小化プレィヤーである事業部のチームが伝達してきたシャドー・プライスをもとにして，事業部チームからの純受取総額を最大ならしめるように再度，資源の数量割当を決定して各事業部に伝達する．事業部チームは指示された数量割当をもとにして本部への純支払総額を最小にするように再度，シャドー・プライスを決定して本部に伝達する．このよ

（注5）証明はKornai and Lipták〔K 13〕pp. 151-153を参照せよ．

うなiterationが最適状態に達したときには，本部の純受取総額＝全事業部チームの純支払総額，となり，しかも各事業部が報告する l_i が $i=1,\cdots,m$ についてすべて等しい．

6.4　iteration の計算過程

iterationの具体的な計算過程は次のとおりである．

第 i 事業部の問題(5)と(6)は，次のように明示できる．

原問題：

$$\begin{cases} -a_i\xi_i \leqq -v_i \ \text{（第1節の最終行を参照せよ）} & (7) \\ b_{ij}\xi_i \leqq z_{ij} \quad (j=1,\cdots,m,\ j\neq i) & (8) \\ f_j\xi_i \leqq w_i & (9) \\ g^0{}_{il}\xi_i \leqq h_{il}{}^0 \quad (l=1,\cdots,l_i) & (10) \\ \xi_i \geqq 0 \end{cases}$$

のもとで，最大化 $\bar{s}_i\xi_i = s_ix_i$.

双対問題：

$$-\nu_ia_{ik}+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m} b_{ijk}\zeta_{ij}+f_{ik}\tau_i+\sum_{l=1}^{l_i} g^0{}_{ilk}\sigma_{il} \geqq s_{ik} \qquad (11)$$
$$(k=1,\cdots,k_i)$$

$$\nu_i,\zeta_{ij},\tau_i,\sigma_{il} \geqq 0$$

のもとで，

$$\text{最小化}\left(-v_i\nu_i+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m} z_{ij}\zeta_{ij}+w_i\tau_i+\sum_{l=1}^{l_i} h^0{}_{il}\sigma_{il}\right). \qquad (12)$$

(7)～(10)式の右辺は，(3)の u_i の要素から構成されている．すなわち，

$$v_i=\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m} z_{ji}+d_i \quad (i=1,\cdots,m) \qquad (13)$$
$$(v_i \geqq 0,\ z_{ji} \geqq 0)$$

$$\sum_{l=1}^{m} w_i = W \qquad (w_i \geqq 0) \qquad (14)$$

を満たすような v_i, z_{ji} を本部が定める．このとき，(13)から，

$$-d_i=\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m} z_{ji}-v_i \text{であるから，}$$

$$C^{\#}=\begin{pmatrix}-d_1\\ \vdots\\ -d_i\\ \vdots\\ -d_m\\ W\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-v_1+z_{21}+z_{31}+\cdots+z_{m1}\\ \vdots\\ z_{1i}+z_{2i}+\cdots-v_i+\cdots+z_{mi}\\ \vdots\\ z_{1m}+z_{2m}+\cdots \qquad \cdots-v_m\\ w_1+w_2+\cdots \qquad \cdots+w_m\end{pmatrix} \tag{15}$$

となる．(15)の右辺の各項からなる各列を本部は $u^{\#}{}_i$ として各事業部に指示する．したがって，各事業部の専用資源 $h_i{}^0$ を加えて，

$$u_1=\begin{pmatrix}-v_1\\ z_{12}\\ z_{13}\\ \vdots\\ z_{1m}\\ w_1\\ h_1{}^0\\ 0_2\\ \vdots\\ 0_m,\end{pmatrix},\ u_2=\begin{pmatrix}z_{21}\\ -v_2\\ z_{23}\\ \vdots\\ z_{2m}\\ w_2\\ 0_1\\ h^0{}_2\\ 0_3\\ \vdots\\ 0_m\end{pmatrix},\cdots,\ u_m=\begin{pmatrix}z_{m1}\\ z_{m2}\\ \vdots\\ -v_m\\ w_m\\ 0_1\\ 0_2\\ \vdots\\ h^0{}_m\end{pmatrix} \tag{16}$$

となる．($h_i{}^0$は$h_i{}^0{}_l$を要素とする l_i 次元の列ベクトル，0_i は0ばかりからなる l_i 次元の列ベクトルである．)

(12)は事業部にとっては本部への純支払を意味する．$z_{ij}, w_i, h_i{}^0{}_l$ ($j=1,\cdots,m$; $l=1,\cdots,l_i$) の割当を受けて，それをシャドー・プライスで評価したものの総和$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m} z_{ij}\zeta_{ij}+w_i\tau_i+\sum_{l=1}^{l_i} h^0{}_{il}\sigma_{il}$ は第 i 事業部から本部への支払であり，$-v_i\nu_i$ は第 i 事業部が自己の生産物をv_i だけ本部の指令どおりに他事業部向けないし在庫向けに提供することによって受けとる(シャドー・プライスで評価した)収益額である．したがって，「純」支払は(12)になる．すべての事業部を1チームとして考えると，(12)の $i=1,\cdots,m$までの総和が，最小化プレィヤーの純支払総額である．これに対して，最大化プレィヤーの本部では，(12)の $i=1,\cdots,m$の総和は事業部チームからの純受取総額となる．ここで，$h^0{}_{il}(l=1,\cdots,l_i)$は本部からの割当をうけたものではなく，したがって，これをシャドー・プライスで評価した額$\sum_{l=1}^{l_i} h^0{}_{il}\sigma_{il}$は本部に支払う必要がないともいえる．さらに，この点で，本部は$h^0{}_{il}$の値を変えることができないので，本部が最大化するものは$\sum_{l=1}^{m}(-v_i$

$\nu_i+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m}z_{ij}\zeta_{ij}+w_i\tau_i$)と考えることもできる．

まず，本部が$(v_i(1), z_{ij}(1), w_i(1))(i=1,\cdots,m)$を指示することからスタートして，$(v_i(N-1), z_{ij}(N-1), w_i(N-1)), (i=1,\cdots,m)$ の指示まで進んだとする．(一般的な説明としては，スタートでは$N-1\equiv 1$と考えればよい．) 事業部はそれに対して，(11)の条件下で(12)を最小化し，$(\nu_i(N-1), \zeta_{ij}(N-1), \tau_i(N-1))$と$\Phi^0{}_i(N-1)(i=1,\cdots,m)$を報告する．ただし，

$$\Phi_i{}^0(T)=\frac{T-1}{T}\Phi^0{}_i(T-1)+\frac{1}{T}\Phi_i{}^{0(T)}$$

$$\Phi_i{}^{0(T)}=\sum_{l=1}^{l_i}h^0{}_{il}\sigma_{il}{}^{(N)}$$

とする．

(a) 本部における計算と判定

iterationが最適状態に近づいた場合，本部の純受取総額と事業部チームの純支払総額との差は小さくなる．この差がゼロに収束すれば最適状態になる．しかし，ここでは最全な最適状態を求めるのではなく，この差が $\delta\geqq 0$ 以内になることで満足することにしよう．したがって，ここでは最適化の数学的アルゴリズムの中へ満足化原理をとり入れて，両者を接衷させて実際的な解決をはかろうとしているわけである．これは，ゲームの「擬制的プレイ」の収束の悪さに対する実際的な対策である．しかし，この工夫だけで，コーナイの方式が十分に実用的であるかは問題がある．

そこで，$\Phi(N-1)-\varphi(N-1)>\delta$ならば，iteration を続行する．ただし，

$$\begin{cases}\Phi(T)=\Phi^{\#}(T)+\sum_{i=1}^{m}\Phi^0{}_i(T-1)\\ \Phi^{\#}(T):(v_i, z_{ij}, w_i)=(u_i{}^{(T)}, z_{ij}{}^{(T)}, w_i{}^{(T)})(i=1,\cdots,m)\text{のときの(17)の値．}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\varphi(T)=\sum_{i=1}^{m}\varphi_i(T)\\ \varphi_i(T):(\nu_i, \tau_i, \sigma_{il})=(\nu_i{}^{(T)}, \tau_i{}^{(T)}, \sigma_{il}{}^{(T)})\text{のときの(12)の値．}\end{cases}$$

とする．したがって，

$$\sum_{i=1}^{m}(-v_i\nu_i(N-1)+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m}z_{ij}\zeta_{ij}(N-1)+w_i\tau_i(N-1))\to max\,! \qquad (17)$$

$$v_i \quad -\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m} z_{ji} \qquad\qquad = d_i \qquad (13)$$
$$(i=1,\cdots,m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i \qquad\qquad = W \qquad (14)$$

の解，$(v_i^{(N)}, z_{ji}^{(N)}, w_i^{(N)}$，および(17)の値 $\Phi^{\#}(N))(i=1,\cdots,m)$ を決める．この線形計画問題は制約条件(13)と(14)が相互に分離しているから，次の (i) と(ii) の 2 つの問題に完全に分解可能である．

$$\text{(i)}\begin{cases} \displaystyle\sum_{i=1}^{m}(-v_i\nu_i(N-1)+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m} z_{ij}\zeta_{ij}(N-1))\rightarrow max\,! \\ v_i \qquad -\displaystyle\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{m} z_{ij} \qquad = d_i\cdots\cdots\cdots\cdots(13) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (i=1,\cdots,m) \end{cases}$$

この小問題の解は，

（イ） $\displaystyle\max_{\substack{j\neq i\\ j=1,\cdots,m}} \zeta_{ij}(N-1) < \nu_i(N-1)$ ならば，

$$\begin{cases} v_i^{(N)} = d_i, \\ z_{ji}^{(N)} = 0, (j=1,\cdots,m, j\neq i). \end{cases}$$

（ロ） $\displaystyle\max_{\substack{j\neq i\\ j=1,\cdots,m}} \zeta_{ij}(N-1) = \zeta_{j_0 i}(N-1) \geqq \nu_i(N-1)$ ならば，

$$v_i^{(N)} = V_i,$$
$$z_{j_0 i} = V_i - d_i,$$
$$z_{ji}^{(N)} = 0, (j=1,\cdots,m; j\neq i, j_0).$$

(イ)のケースは，第 i 事業部の第 i 財の供給価格がいかなる他の事業部からの第 i 財の需要価格よりも高い場合には，第 i 事業部は第 i 財の最低必要量d_iだけを満たす生産をすべきであり，他の事業部への第 i 財の振替え割当量はゼロとすべしというものである．(ロ)のケースは，ある事業部（たとえば第j_0事業部）の第 i 財への需要価格がその供給価格を越えている場合には，第 i 事業部は最大限の供出割当て量V_iの生産をすべきであり，そこから最低必要量d_iを差し引いた残り全部を，その第j_0事業部だけに引渡すべしというものである．このとき，複数の事業部において第 i 財への需要価格が供給価格を越えていると，最大の需要価格を示す事業部だけに$V_i - d_i$が引渡される．

(ii) $\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} w_i \tau_i(N-1) \to max\,! \\ \sum_{i=1}^{m} w_i \qquad\qquad = W \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14) \end{cases}$

この小問題の解は,

$max\,\tau_i(N-1)=\tau_{i_0}(N-1)$ならば,

$$\begin{cases} w_{i_0}{}^{(N)}=W, \\ w_i{}^{(N)}=0,\ (i=1,\cdots,m\ ;\ i\neq i_0). \end{cases}$$

共通利用資源については,最も高い需要価格を報告した事業部(第i_0事業部)に対して,その全供給可能量を引渡し,他の事業部には全く引渡さない.

さてしかし,以上で得た極端な解をそのまま事業部に指示すれば,永久に最適状態に収束することがない.したがって,そのままの形では指令しない.

$(v_i, z_{ij}, w_i)=(v_i{}^{(N)}, z_{ij}{}^{(N)}, w_i{}^{(N)})$ $(i=1,\cdots,m)$のときの(17)を値を$\Phi^{\#}(N)$とし,

$$\Phi(N)=\Phi^{\#}(N)+\sum_{i=1}^{m}\Phi^0{}_i(N-1) \qquad (18)$$

を求め,

$\Phi(N)-\varphi(N-1)>\delta$ならば iteration を続行する.このとき,事業部に指示すべき割当量は次のように決める.

$$\begin{aligned} v_i(N)&=\frac{N-1}{N}v_i(N-1)+\frac{1}{N}v_i{}^{(N)} \\ z_{ij}(N)&=\frac{N-1}{N}z_{ij}(N-1)+\frac{1}{N}z_{ij}{}^{(N)} \quad i=1,\cdots,m \qquad (19) \\ w_i(N)&=\frac{N-1}{N}w_i(N-1)+\frac{1}{N}w_i{}^{(N)} \end{aligned}$$

たとえば$v_i(N)$は,これまで(13)・(14)・(17)からなる問題より得た極端な解の平均になっていることは容易にわかる.すなわち,

$$v_i(N)=\frac{1}{N}(v_i(1)+v_i{}^{(2)}+v_i{}^{(3)}+\cdots+v_i{}^{(N)})$$

(b) 事業部における計算

$(v_i(N), z_{ij}(N), w_i(N))$にもとづいて事業部双対問題(11)・(12)を解き,シャドー・プライス$(\nu_i{}^{(N)}, \zeta_{ij}{}^{(N)}, \tau_i{}^{(N)}, \sigma_{il}{}^{(N)})$を求め,かつ,そのときの(12)の値を$\varphi_i(N)$とする.さらに,$\Phi^0{}_i(N)=\sum_{l=1}^{l_i}h^0{}_{il}\sigma_{il}{}^{(N)}$を計算する.

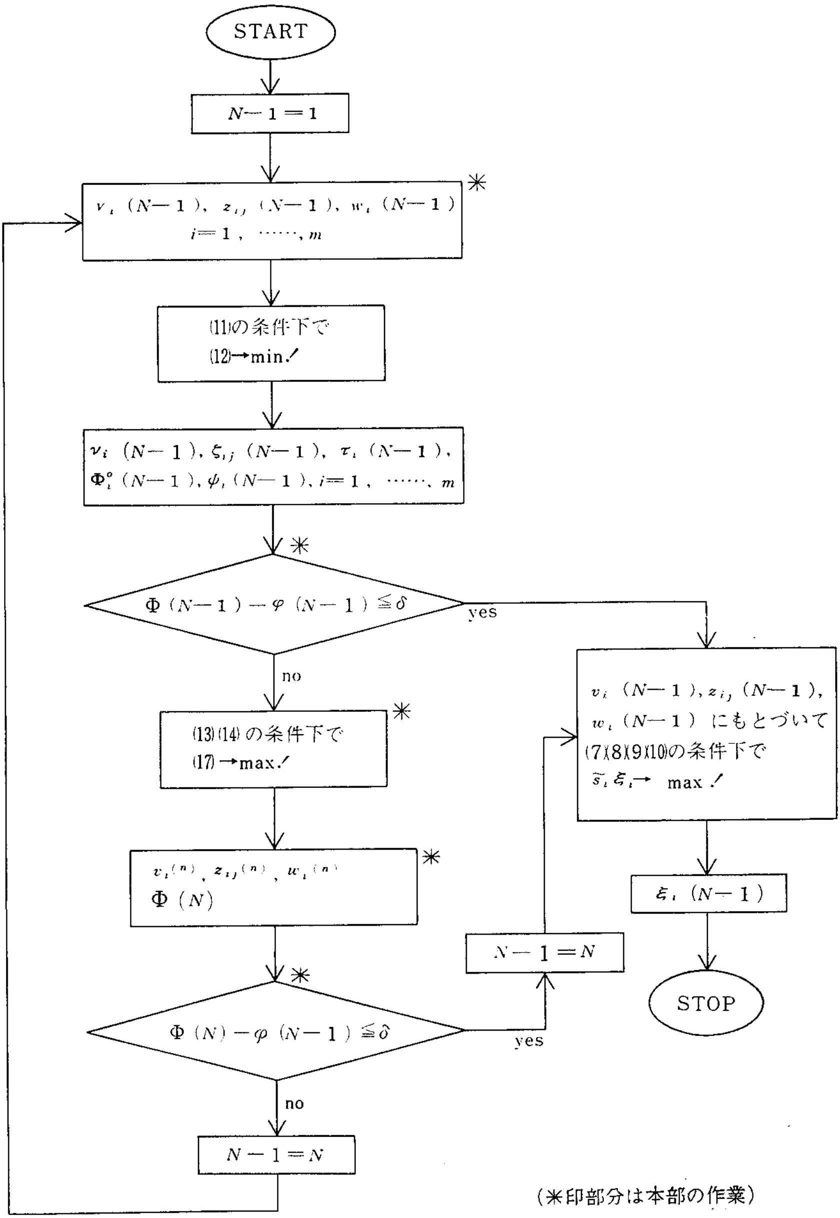
事業部から本部に報告すべき指標は次のように決定する.

$$
\begin{aligned}
\nu_i(N) &= \frac{N-1}{N}\nu_i(N-1) + \frac{1}{N}\nu_i^{(N)} \\
\zeta_{ij}(N) &= \frac{N-1}{N}\zeta_{ij}(N-1) + \frac{1}{N}\zeta_{ij}^{(N)} \\
\tau_i(N) &= \frac{N-1}{N}\tau_i(N-1) + \frac{1}{N}\tau_i^{(N)} \quad i=1,\cdots,m \qquad (20) \\
\Phi^0{}_i(N) &= \frac{N-1}{N}\Phi^0{}_i(N-1) + \frac{1}{N}\Phi^0{}_i{}^{(N)}, \quad \Phi^0{}_i(1) = \Phi^0{}_i{}^{(1)}
\end{aligned}
$$

$\Phi^0{}_i(N)$は，本部問題の目標関数(17)の内容に入ってないにもかかわらず，事業部の双対問題の目標関数(12)の中に関係している．そのために，本部の純受取総額Φと事業部の純支払総額φの差をみるときには，$\Phi^\#$ に$\sum_{i=1}^{m}\Phi^0{}_i$ を加えねばならないわけである．

さて，シャドー・プライスと$\Phi^0{}_i(N)$の報告を受けた本部は，$\Phi(N)-\varphi(N)$の判定をして，それがδを越えれば iteration をさらに続行する．もし，ある段階で$\Phi(T)-\varphi(T-1)$または$\Phi(T)-\varphi(T)$が δ以下になれば iterationを中止する．そして，$(v_i(T), z_{ij}(T)w_i(T))(i=1,\cdots,m; j=1,\cdots,m, j\neq i)$にもとづいて事業部の線形計画の原問題（(7),(8),(9),(10)のもとで $\bar{s}_i\xi_i\to max\,!$）を解き，$\xi_i(T)$を得る．この$\xi_i(T)$が実行すべき各事業部の諸活動の水準である．

最後に，以上のiterationの過程をフロー・チャートで示して要約しておく．


START
N−1＝1
v_i (N−1), z_{ij} (N−1), w_i (N−1)
i＝1, ……, m
(11)の条件下で
(12)→min.
ν_i (N−1), ζ_{ij} (N−1), τ_i (N−1),
Φ_i° (N−1), φ_i (N−1), i＝1, ……, m
Φ (N−1) − φ (N−1) ≦ δ
yes
no
(13)(14)の条件下で
(17)→max.
$v_i^{(n)}$, $z_{ij}^{(n)}$, $w_i^{(n)}$
Φ (N)
Φ (N) − φ (N−1) ≦ δ
yes
no
N−1＝N
N−1＝N
v_i (N−1), z_{ij} (N−1),
w_i (N−1) にもとづいて
(7)(8)(9)(10)の条件下で
$\tilde{s}_i$, ξ_i→ max.
ξ_i (N−1)
STOP

（＊印部分は本部の作業）

6.5　若干の批判的検討

コーナイらの方法の長所は，ダンチッヒらの分解原理では分解して解きえないような問題をも分解できる点にある．すなわち，事業部間に「外部性」が存在し，それを表わす巨大な分解不能係数行列が存在する場合には，コーナイらのような手法に頼らざるをえない．その意味では，このような情況下では，ダンチッヒ・モデルとコーナイ・モデルとは手法としてトレード・オフを問題にする余地はないといえる．

しかし，コーナイの手法は，ゲームの「擬制的プレイの方法」をその収束ルールとして用いている点に欠点がある．この収束ルールは実用的でないことが指摘されており[6]，ゲームの値への接近はかなりの時間を要する．したがって，実践的には，かなり大きな値の δ を指示しておかねばならないであろうが，これは最適化原理でなく満足化原理のみから許容される．

収束性に関しては，V_i の値の大きさも問題になる．本部は事前に V_i の値をどのようにして決定しておくのか疑問である．V_i の値が大きければ最適状態への収束の速度は速いが iteration は不可能になるおそれがあり，小さければ iteration は続行できるが，収束の速度は遅くなる可能性が大である[7]．$v_i \leqq V_i$ であるから，V_iの値は，第 i 財生産の最大可能量としても与えうる．このデータは，共通資源 Wを全部第 i 事業部に振り向けた場合に，第 i 事業部専用資源の制限 $h^0{}_{il}$ 以外に制約がないとすれば，第 i 財は最大限どれだけ生産できるかということで確定できる．この値は V_iそのものの上限と考えうる．

また，コーナイらのモデルでは Wを１種と仮定しているが複数に容易に拡張できることも，すでに指摘した．

さらに，第２節でのべた諸仮定が部分的に満たされないかもしれないことも，すでに明らかにした．

次に，コーナイのモデルとダンチッヒのモデルとの比較を，別の観点から行っておく．

およそ，部分システムの諸行動の計画，統制のための管理計算に個別的完結性が要求とされる場合には，当該部分システムがそのシステム外部ないし全体

（注６）Gale〔G 1〕p. 256（訳書245頁）参照．
（注７）岸本〔k 4〕56-60頁の例示を参照せよ．

システムとの間に本来的に有している相互依存関係をなんらかの方法によって遮断することが必要である．この遮断の方法として一般的には次の２つが考えられる．[8] すなわち，

（１）サブシステム外部との関係が，そのサブシステム外部の行動に関連する機会原価を中心として計算的に処理される場合．

（２）サブシステム外部ないしトータルシステムからそのサブシステムの行動に対して課せられた制約条件を明示的に当該サブシステムの計画・統制モデルに組入れて処理される場合．

上のような部分システムの準独立化は，そのシステム外部との関係を仮説的に処理することによって得られることが多いので，その仮説が正しかったか否かは，全体システムの中でもう一度確かめられなければならない．それは，同時に，部分システムについて行なわれた個別的管理計算そのものの検証ともなりうるものである．

ここで，われわれは上記（１）の方法による準独立化をダンチッヒ＝ウルフのモデルにみることができ，（２）の方法による準独立化をコーナイ＝リプタクのモデルにみい出しうる．そして，これらに導入された機会原価や制約資源割当量にかんする仮説は，ともに本部の調整問題によって検証されていると考えることができる．

本部による調整という形での介入に関して両モデルの比較をすると，ダンチッヒらのモデルでは計画の最終段階で事業部の最適プランは本部によって課せられることになる．すなわち，最適事業部プランは，情報交換の連続において事業部が提出したプランの加重平均であり，そのウェィトは本部が決定する．その意味で，分権化の利点（決定の自立性）が損われている．他方，コーナイらのモデルでは，情報交換の終点は本部によって決定されるが，最適事業部プランは事業部自身によって決定される．この意味で，事業部は最終的な決定の自立性を有しているといえる．しかし，この場合にも，交渉の終末に対する停止ルールは本部が実行するから，ダンチッヒらのモデルと比べてより高い自立性が事業部に与えられるとはいえないであろう．[9]

（注８）小林〔k 20〕参照．およびAAA〔A 2〕（門田訳35―36頁）．

（注９）Haas〔H 1〕のモデルも，コーナイと同様に最終プラン自体は事業部が確定するものである．

第 7 章

任意のモデル構造に対するアダムの分解アルゴリズム

本章では，ダンチッヒらの分解法の前提（係数行列がブロック角形システムをとること)をはなれて，任意の形のモデル構造をもつ全体問題でも分解的に解決するアダム(1)の分解方法(2)をできるだけ忠実に紹介する(第1節)．そして，さらに彼の分解法の分権的システムにおける意義をも紹介し(第2節)，最後に，この分解アルゴリズムに対する筆者の批判的な検討を与えるものである(第3節)．

7.1 アダムの分解アルゴリズムの数学的基礎

7.1.1 同時的計画問題の部分問題への分割——アルゴリズムの第1ステップ

解くべき問題は，次のような線形構造の同時的計画問題である．

$$\begin{aligned} & max\, z=\sum_{j=1}^{n+m} c_j x_j \\ & \sum_{j=1}^{n+m} a_{ij} x_j = b_i \\ & \qquad x_j \geqq 0 \qquad \begin{aligned} & i=1,\cdots,m \\ & j=1,\cdots,m+n. \end{aligned} \end{aligned} \tag{1}$$

これに対する数値例は，次のような当初の行列をもっている．ここで，$x_1,\cdots,x_6$は生産すべき各製品量（活動変数）であり，x_7とx_8は遊休能力（スラック変数）をあらわす．

（注1）アダム（Dietrich Adam）は，西ドイツのミュンスター大学においてオペレーションズ・リサーチ講座の主任教授である．

（注2）アダムの分解法は W・Röhrs と共同して考案され，Adam und Röhrs〔A 6〕で発表された．その後，アダムが加筆し，分権的システムにおけるその意義も加えて，Adam〔A 7〕S. 196-230に再録されている．本章は，この後者の文献によっている．

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	b_i
3	2	4	1	6	3	1		200
1	4	6	3	5	9		1	150
−8	−11	−20	−9	−18	−24			0

第１表：全体問題の当初行列

この全体問題に対する最適解は次の第２表で計算されている．すなわち，プロセス x_1 と x_4が$^{225}/_4$と$^{125}/_4$の数量で$^{2925}/_4$の利益をもって基底にとり入れられる．

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	b_i
1	$^1/_4$	$^3/_4$		$^{13}/_8$		$^3/_8$	$-^1/_8$	$^{225}/_4$
	$^5/_4$	$^7/_4$	1	$^9/_8$	3	$-^1/_8$	$^3/_8$	$^{125}/_4$
	$^9/_4$	$^7/_4$		$^{41}/_8$	3	$^{15}/_8$	$^{19}/_8$	2925/4

第２表：全体問題の最適解

以下の説明では，全体問題のこの最適解はまだ判明していないものと仮定しておく．したがって，第２表は比較目的のためにだけ用いられる．

分解法を適用するために，第１表の主問題（Hauptproblem）は，部分問題（Teilproblem）1 が活動変数 $x_1,\cdots,x_3$をとり，部分問題２が活動変数$x_4,\cdots,x_6$をとるというように分解される．変数には指数を付加して，それがどの部分問題に属するかを明示する．制約条件である使用可能能力b_iは２つの部分問題に次の２つの条件を満足するように分割される．

（ｉ） 各部分問題に属する能力の合計は，全体問題の使用可能要素量に一致する：

$$b_{1i}+b_{2i}=b_i \quad i=1,\cdots,m \tag{2}$$

（ii） 各部分問題は最適解を有すべきである．

そこで，次の２つの部分問題が生ずる．

部分問題１：

$$\begin{aligned} &8x_{11}+11x_{12}+20x_{13}=z_1 \quad \rightarrow \quad max \\ &3x_{11}+2x_{12}+4x_{13}\leqq 100 \\ &x_{11}+4x_{12}+6x_{13}\leqq 75 \end{aligned} \tag{3}$$

$x_{11} \geqq 0$;……, $x_{13} \geqq 0$.

部分問題２：

$$9x_{24}+18x_{25}+24x_{26}=z_2 \quad \rightarrow \quad max$$
$$x_{24}+6x_{25}+3x_{26} \leqq 100 \qquad (4)$$
$$3x_{24}+5x_{25}+9x_{26} \leqq 75$$
$$x_{24} \geqq 0 ;\cdots\cdots, x_{26} \geqq 0.$$

これらの２つの部分問題は，次の第３表と第４表で示されるような部分最適解をそれぞれ呈する．

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{17}	x_{18}	b'_{1t}
1	$-2/7$		$3/7$	$-2/7$	$150/7$
	$5/7$	1	$-1/14$	$3/14$	$125/14$
	1		2	2	350

第３表：第１部分問題の最適解

x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	b'_{2t}
$-13/5$		$-39/5$	1	$-6/5$	10
$3/5$	1	$9/5$		$1/5$	15
$9/5$		$42/5$		$18/5$	270

第４表：第２部分問題の最適解

さて次に，各部分解に対して，パラメトリック・プログラミングによる感度分析が行なわれる．これによって，各部分問題のもとの制約条件の右辺が変化（増加または減少）する場合に，すでに発見された部分最適解の基底がそのまま維持され，したがって，いずれの基底変数も他の非基底変数と交替さるべきではないようにしつづけるには，この能力再配分はどの程度の範囲まで変更できるかが確定される．つまり，現在の基底がそのまま維持しつづけうる限度での能力再配分量が確定される．

そこで，各部分問題の各制約条件に対して$d=1$の係数をもったパラメータ y だけ拡大される．したがって，たとえば第１部分問題の最適解は次のような形をとる，

$$3x_{11}+2x_{12}+4x_{13}+x_{17}=100+dy_{11} \qquad (5)$$
$$x_{11}+4x_{12}+6x_{13}+x_{18}=\ 75+dy_{12}$$

yは正またはゼロまたは負のいろいろな値をとりうる．そして，能力はyのd倍だけ変化する．係数dには値1を付したから，dはスラック変数x_{17}, x_{18}の係数とまったく同じようになるので，yは計画問題に特別に活動変数として導入しないですむ．そこで，yに依存した最適解は，たとえば第1部分問題に対しては次の第5表における解をとる．

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{17}	x_{18}	b'_{1i}	y_{11}	y_{12}
1	$-^2/_7$		$^3/_7$	$-^2/_7$	$^{150}/_7$	$^3/_7$	$-^2/_7$
	$^5/_7$	1	$-^1/_{14}$	$^3/_{14}$	$^{125}/_{14}$	$-^1/_{14}$	$^3/_{14}$
	1		2	2	350	2	2

第5表：第1部分問題のyに依存した解

この解は，当初の第1部分問題において

$$x_{17}=\bar{x}_{17}-y_{11}$$
$$x_{18}=\bar{x}_{18}-y_{12}$$

の変換を行なった場合の解ということもできる．

変数に対する非負条件によって，基底変数 x_{zi} に対する解は，次式の条件に従うときにのみ許容される：

$$x_{zi}=b'_{zi}+\sum_{h=1}^{m}d'_{zih}y_{zh}\geqq 0 \qquad (6)$$
$$i=1,\cdots,m.$$

ここで，指数zはそのつどの部分問題の番号をあらわし，指数hは変化パラメータの列番号をあらわす．b'_{zi}とd'_{zih}はそれぞれ，右辺のb_{zi}の変形されたものと d_{zih}の変形されたものを表わす．

$y=0$のときに発見された当初の最適解は，yがゼロ以外のいろいろな値をとってもyが条件(6)を満足しているかぎり，最適でありつづける．yの値を，条件式(6)が等号をとるにいたるまで増減させるならば，与えられた当初の基底を維持しつづけうる範囲内でのyの変化領域の限界が明らかになる．

したがって，第1部分問題の右辺におけるyは，次のような制約条件の限界内で変化する．この条件下では基底の構成は変化しない．

$$^{3}/_{7}y_{11}-{}^{2}/_{7}y_{12}\geqq-{}^{150}/_{7} \tag{7.1}$$
$$-{}^{1}/_{14}y_{11}+{}^{3}/_{14}y_{12}\geqq-{}^{125}/_{14}. \tag{7.2}$$

この条件下では能力再配分が行なわれたとしても，基底変数のレベルだけが影響をうける．基底変数のそのつどのレベル——生産すべき製品の生産量——は，次の式から明らかになる．

$$x_{11}={}^{150}/_{7}+{}^{3}/_{7}y_{11}-{}^{2}/_{7}y_{12} \tag{8.1}$$
$$x_{13}={}^{125}/_{14}-{}^{1}/_{14}y_{11}+{}^{3}/_{14}y_{12} \tag{8.2}$$

あるいは一般的に表わすと，

$$x_{zi}=b'_{zi}+\sum_{h=1}^{m}d'_{zih}y_{zh} \quad i=1,\cdots,m. \tag{8.0}$$

基底変数は，その許容領域——(7.1)(7.2)あるいは一般的に(6)——の限界においてゼロの値をとる．

目標関数の値は，次式からえられる：

$$z_1=350+2y_{11}+2y_{12} \tag{9.1}$$

あるいは一般的に

$$z_z=\sum_{i=1}^{m}(b'_{zi}+\sum_{h=1}^{m}d'_{zih}y_{zh})c_i \tag{9.2}$$

これは$z_z=\sum_{i=1}^{m}x_{zi}c_i$における$x_{zi}$に(8.0)を代入したものである．

さて，第2部分問題についても，上記と同様に，yの変化領域に関する許容条件は次の形をとる．

$$y_{21}-{}^{6}/_{5}y_{22}\geqq-10 \tag{10.1}$$
$${}^{1}/_{5}y_{22}\geqq-15. \tag{10.2}$$

基底変数のレベルは次式のように定められる．

$$x_{27}=10+y_{21}-{}^{6}/_{5}y_{22} \tag{11.1}$$
$$x_{25}=15 \qquad +{}^{1}/_{5}y_{22}. \tag{11.2}$$

目標関数は次のようになる．

$$z_2=270+{}^{18}/_{5}y_{22}. \tag{9.3}$$

7.1.2 部分最適解によって全体問題の基底解を決定 ——アルゴリズムの第2ステップ——

能力b_iの両部分問題への配分は任意に行なわれたから，両部分問題の解の合

計は全体問題の最適解には一致しない．しかし，両方の部分解の合体は，条件(2)に従って能力配分されていたために，つねに主問題の実行可能解ではある．両部分問題の最適解は，むしろ，主問題の多数の基底解の1次結合である．というのは，両部分問題の基底変数は，退化の場合を無視すれば，主問題の基底変数の2倍だけの変数を含んでいるからである．

さて，両部分解のyに関する(7)と(10)の許容領域内に——より正確にはこの許容領域の端点において——，主問題の多数の基底解が存在している．そこで，両部分問題のこれらの許容条件から，一つの線形補助プログラム（ein lineares Hilfsprogramm）が部分問題解の全社的調整のために設定される．**この補助プログラムは，部分最適解の許容条件(7)と(10)の枠内においてパラメータyを動かすことによって，能力b_iを両部分問題に新しく再配分するものである．** したがって，この補助プログラムを使って，部分的最適基底の許容条件内における主問題の基底解(最適解)が求められ，その基底解は〔$z=z_1+z_2$〕の最大利益を示す しかし，この解は主問題の真の最適解であるとはかぎらず，あくまでも部分最適解の許容領域内という前提をおいているから，主問題のいわば「相対的最適」(relatives Optimum)である．ところで，この相対的最適解の全社的にみた実行可能性を保証するためには，能力のいかなる再配分も，条件(2)の下で行なわれなければならない．したがって，第1部分問題の能力の拡張は，第2部分問題における対応的な能力縮少と相応していなければならない．

そこで，補助プログラムは，両部分問題の最適基底の枠内でのyの変化に関する4つの許容条件と，全体問題の枠内での解の実行可能性を保証するための2つの再配分条件とによって，次のように形成される．

	y_{11}	y_{12}	y_{21}	y_{22}	
$z_1+z_2=z$	2	2		$^{18}/_5$	$+350+270\rightarrow max$
	$^3/_7$	$-^2/_7$			$\geq -^{150}/_7$
	$-^1/_{14}$	$^3/_{14}$			$\geq -^{125}/_{14}$
			1	$-^6/_5$	≥ -10
	1			$^1/_5$	≥ -15
			1		$=0$
		1		1	$=0$

第 6 表

このような線形の補助プログラムを LP のシンプレクス法で解くことは，パラメータ y が負値をとりうるので，シンプレクス法の「非負条件」が損われるかぎり困難である．しかし，y は負値をとっても経済的には意味があるので，以下でのべる変換パラメータ u を使ってこの補助プログラムは定式化しなおされる．変換パラメータ u は，負となりえない($u \geqq 0$)．

ここで，パラメータ y に関して考えうる最小値は，部分問題に属する能力 b_{zi} の負値に等しい．この場合には，能力はある部分問題から他の部分問題へと全部的に再配分されていまう．したがって，ある部分問題 z の制約条件 i に関するパラメータ y には，次式が成立する：

$$y_{zi} \geqq -b_{zi}. \tag{12}$$

それ故，変換パラメータ u_{zi} は次のように定義できる：

$$u_{zi} = b_{zi} + y_{zi}. \tag{13}$$

したがって，ここでの例については，

$$\begin{aligned} u_{11} &= 100 + y_{11}, \quad \text{すなわち，} \quad y_{11} = u_{11} - 100 \\ u_{12} &= \ \ 75 + y_{12}, \quad \text{すなわち，} \quad y_{12} = u_{12} - \ \ 75 \\ u_{21} &= 100 + y_{21}, \quad \text{すなわち，} \quad y_{21} = u_{21} - 100 \\ u_{22} &= \ \ 75 + y_{22}, \quad \text{すなわち，} \quad y_{22} = u_{22} - \ \ 75. \end{aligned} \tag{14}$$

(13)式から，パラメータ u_{zi} は，補助プログラムの枠内で部分問題に帰属さるべき能力をあらわしていることがわかる．

このようにして，補助プログラムにおいてパラメータ y_{zi} がパラメータ u_{zi} によって置換えられると，たとえば，補助プログラムの第１の制約条件は次のように変形される．

$$^3/_7(u_{11} - 100) - {^2/_7}(u_{12} - 75) \geqq -{^{150}/_7} \tag{15}$$

すなわち，

$$^3/_7 u_{11} - {^2/_7} u_{12} \geqq 0.$$

すべてのパラメータ y_{zi} を u_{zi} で置換えると，補助プログラムは次のような形をとる．

	u_{11}	u_{12}	u_{21}	u_{22}	
$z_1+z_2=z$	2	2		$^{18}/_5$	max
	$3/7$	$-^2/_7$			$\geqq 0$
	$-^1/_{14}$	$^3/_{14}$			$\geqq 0$
			1	$-^6/_5$	$\geqq 0$
				$^1/_5$	$\geqq 0$
	1		1		$=200$
		1		1	$=150$

第 7 表

$u_{11}\geqq 0$; … ; $u_{22}\geqq 0$.

最初の 4 つの制約条件に -1 を掛けて不等号の向きを逆方向にし，スラック変数 $v_{11},\cdots,v_{22}$ を導入すれば，補助プログラムの当初行列がえられる（第 8 表）．同時に，残りの 2 つの等式に人為変数v_{31},v_{32}が導入されるが，これらは最適解において基底変数に入れられるものではない．

u_{11}	u_{12}	u_{21}	u_{22}	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{31}	v_{32}	
$-^3/_7$	$^2/_7$			1						0
$^1/_{14}$	$-^3/_{14}$				1					0
		-1	$^6/_5$			1				0
			$-^1/_5$				1			0
1		1						1		200
	1		1						1	150
-2	-2		$-^{18}/_5$							

第 8 表：補助プログラムの当初行列

このとき，補助プログラムの最適解は次の第 9 表のとおりになる．

u_{11}	u_{12}	u_{21}	u_{22}	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{31}	v_{32}	
				1		$^3/_7$	$^8/_7$	$^3/_7$	$-^2/_7$	$^{300}/_7$
1						1	6	1		200
			1				-5			0
					1	$-^1/_{14}$	$^9/_{14}$	$-^1/_{14}$	$^3/_{14}$	$^{125}/_7$
	1						5		1	150
		1				-1	-6			0
						2	4	2	2	700

第 9 表：補助プログラムの最適解

この最適解を両部分問題に関する(13)の関係式と(８)，(11)の関係式に代入することによって，能力の再配分が部分問題の基底変数のプロセス・レベルをどの程度まで変化させるかを知ることができる．すなわち，部分問題の基底変数は，能力再配分によって次の値をとる：

基底変数	部分問題での値	再配分後の値
x_{11}	$150/7$	$300/7$
x_{13}	$125/14$	$125/7$
x_{25}	15	0
x_{27}	10	0

第 10 表

この例では，両問題への能力の再配分は，第１要素能力も第２要素能力も第１部分問題に全部振り向けてしまうという仕方で行なわれる．全社的利益はこの再配分によって，部分最適値350＋270＝620.－DMから，補助プログラムの示す700.－DMに増加した．

さてここで，補助プログラムはつねに主問題の基底解を導くことが証明されなければならない．

補助プログラムにおいては，もとの全体問題（第１表）は部分問題の最適解において基底変数であるような変数x_iだけを考察して解かれる．したがって，全体問題の相対的最適基底は，部分問題の基底変数からしか構成されない．ところで，部分問題が２つの場合には，それらの基底変数の数の合計はつねに全体問題で生じうる基底変数の数の２倍になってしまう．したがって，補助プログラムを解くことによって，部分問題からの２m個の基底変数のうちm個がゼロにされることが保証されていなければならない．

補助プログラム自体の基底としては，いまの例の問題では，つねに $2m+m=6$個の変数が基底変数に入らなくてはならない（第９表参照)．ところが，変数 v_3(v_{31} と v_{32})は能力の人為変数として仮定により基底変数に入ってはならない．また，補完的なパラメータu_{zi}(u_{11} と u_{21}，あるいは，u_{12}とu_{22}）は全体問題の実行可能性条件からつねに一緒に基底にあらわれなければならない．その結果，残りのvタイプの４つのスラック変数のうちいずれか２つの変数は，つねに基底変数には属さないことが保証される．

いま，ある特定の２つの v^*_{zi} が基底変数に入らないとき，この $v^*_{zi}=0$ となる．このとき，部分解の y に関する許容条件(７)と(10)の４式においていずれか２式はかならず等号をとる．したがって，このことは，補助プログラムの最適解はつねに部分解のいずれか２つの許容条件の限界に存在し，つまり，この２つの許容条件の交点に存在することになる．ところが，このとき(８)と(11)式によって，部分問題におけるいずれか２つの基底変数 x_{zi} はゼロの値をとることになる．それ故，補助プログラムによって，部分問題の２m 個の基底変数のうち m 個にはゼロの値がつけられ，その結果，残った m 個の変数が主問題の基底を構成することになる．

ところで，補助プログラムは，各部分問題の基底変数 x_{zi} だけをとり出し，これらの基底変数 x_{zi} の間に全社的な合体生産能力を再配分するとき，全社的利益を最大にするにはいかなる能力再配分が行なわれるべきかを明らかにした．これを換言すると，各部分問題の基底変数だけをとり出し，これらの基底変数のレベルを全社的な合体生産能力の制約下で変化させるとき，全社的最大利益をうるには，これらの基底変数レベルはいかなる値をとるべきかを決定するということになる．

したがって，補助プログラムを解くことは，部分問題の基底変数 x_{zi} だけから構成されるような小さな主問題を最適化することと同値である．それ故，第８表の補助プログラムの代りに，次の第11表の補助プログラムを解いても同じ結果が出る(3)．この縮少された主問題はもとの生産係数 a_{ij} と目標関数値をそのままうけつぐ．制約条件式の右辺は使用可能全体能力 b_i を把えている（第１表参照）．

（注３）補助プログラムのサイズは，分解の際に配分される資源 m の数と部分問題 z の数によって決まり，全体問題の変数の数 n はまったく関係しない．第11表の型の補助プログラムは，主問題が完全占有行列（vollbesetzter Matrix）―― どの元にもゼロでない数値が入っているような行列――を有する場合には，つねに m 個の制約条件式と $m \cdot z$ 個の変数から構成される．ところが，補助プログラムが利用可能な記憶装置では記憶できないほど大きいものであれば，補助プログラム自体をここでのべている分解法によって再分解することができる．たとえば，３つの部分問題から構成される補助プログラムが２つの下位部分問題にさらに分解されうる．これは数値計算法としても可能である．

x_1	x_3	x_5	x_7	b_i
3	4	6	1	=200
1	6	5		=150
−8	−20	−18		max

第11表：部分問題の基底変数に縮少された主問題

7.1.3　部分問題において全体問題の相対的最適基底のもとでの目標関数係数値を算出——アルゴリズムの第3ステップ——

補助プログラムを解くことによって，新しい能力再配分が明らかになるが，この能力再配分が行なわれたもとでは各部分問題でこれまで未実現であった要素用途，つまり非基底変数を全体問題の生産プログラムに取入れることが有利かもしれない．そこで，能力再配分下において各部分問題は新しくどのような基底構成を本部の補助プログラムに提案すべきかが問題になる．このとき，部分領域における基底変更は機会原価を用いて決定される．

この機会原価は本部の補助プログラムを使って本部が各希少要素別に算出し各部門に通知される．というのは，個別の部分問題の最適解においては同一の生産要素に対し部分問題ごとに異った額の機会原価が成立しうるのに対し，本部の調整的補助プログラムは一つの要素に関しては全部分領域について普偏的にあてはまる単一の機会原価率を算出するからである．

このように，主問題の相対的最適基底解のもとでの要素の機会原価率によって，部分問題のすべての非基底変数の経済性が再評価される．すなわち，この評価においては，あとで例示されるように，この要素種類別の機会原価率で算定した製品単位あたり機会原価が，その収支的な単位利益額よりも小さいような非基底変数を探索するわけである．このような非基底変数が部分問題に存在していれば，シンプレクス基準にもとづいて，どのような変数を補助プログラムに組入れるならば主問題の相対的最適基底が改善できるかが判定される．いうまでもなく，シンプレクス基準によれば，シンプレクス表の最下段の目標関数係数行においてマイナスの値をもつような非基底変数が存在するかぎり，最適基底はまだ発見されていない．

そこで以下では，補助プログラムによって求められた主問題の相対的最適基

底のもとで，主問題の全変数に対する目標関数係数値を算出するにはどのようにすればよいかが研究される[4]．これには，2つの方法があるが，まず第1の方法を明らかにしよう．

いま取扱っている例での補助プログラムは，非基底変数 x_5 と x_7を有し，それは制約条件の数 m個に等しい．これらの非基底変数には，この補助プログラムの最適基底のもとでの目標関数係数値 c'_j が補助プログラムを解くさいに算出される．そこで，このような補助プログラムにおける非基底変数x_jのもとの生産係数a_{ij}と，この変数のもとの収支的単位利益c_jとを用いて，m個の未知数である機会原価率q_iとm個の等式とから次のような連立方程式ができる[5]：

$$c'_j = \sum_i a_{ij} \cdot q_i - c_j. \qquad (16.0)$$

この連立方程式を解けば，生産要素 i の機会原価率 q_i が求められる．

次に，機会原価率q_iが知られると，主問題の変数であってしかも補助プログラムにははじめから含まれていないような変数について，そのc'_jの値が(16.0)

（注4）部分問題レベルで算出される目標関数係数値とそれに対応する全体問題の目標関数係数値とを比較する目的だけから，ここでは主問題（第1表）の解決を相対的最適基底で表わしておく．ただし，相対的最適基底変数は第10表から明らかなようにx_{11}とx_{13}である．

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	b'_i
1	$-2/7$		$-3/7$	$8/7$	$-9/7$	$3/7$	$-2/7$	$300/7$
	$5/7$	1	$4/7$	$9/14$	$12/7$	$-1/14$	$3/14$	$125/7$
	1		-1	4	0	2	2	700

第 12 表

（注5）（16.0）式における q_i は，一般に「評価乗数」(pricing multipliers)または「シンプレクス乗数」(simplex multipliers) とよばれるものに等しい．基底に含まれない列ベクトル $P_j=[a_{1j}, a_{2j}, \cdots, a_{mj}]^T$ の評価は，$z_j-c_j=QP_j-c_j$ を計算することによって行なわれる．ここで，

$$Q=[q_1, q_2, \cdots, q_m]$$
$$=c_0 B^{-1}$$

ただし，$c_0=[c_1, c_2, \cdots, c_m]$: c_j は基底に含まれている列ベクトル P_j に対応する収支的単位利益

B^{-1} : m次元ベクトルの基底 $B=[P_1 P_2 \cdots P_m]$ の逆行列．

しかし，アダムはシンプレクス乗数のベクトルQを，この筆者注のようにして直接的に求めるわけではない．この注は（16.0）式の構造を説明するために付したものである．たとえば，Gass〔G 6〕pp. 106-108（訳書122-132頁）を参照せよ．

の公式にもとづいて算出される.

そこで，第11表の補助プログラムをx_1とx_3の基底変数で解けば，シンプレクス表最下段の目標関数係数行では非基底変数x_5とx_7につき4と2の値が生じる（第12表参照).第11表では，たとえば変数x_{51}の収支的単位利益$c_{51}=18.-DM$が示されているが，これは(16.0)の公式から$c'_{51}=4.-DM$になる．すなわち，

$$4=6\cdot q_1+5q_2-18. \tag{16.1}$$

この式において，未知数の機会原価率q_1,q_2の係数6と5は，この品種x_5に関する要素別の生産係数a_{ij}をあらわしている（第1表参照).

スラック変数x_7については，ゼロの収支的単位利益を有するから，(16.0)の公式をあてはめると次式が成立する：

$$q_1=2. \tag{17}$$

(16.1)と(17)の連立方程式から，第1要素と第2要素の機会原価率は，$q_1=2$，$q_2=2$と確定される.

この点で注意すべきことは，補助プログラムの真のねらいは，部分問題の基底に関する許容条件の枠内において，要素別にそれぞれ単一の機会原価率を導くことにあるという点である．したがって，補助プログラムによって，主問題の相対的最適において成立する機会原価額が算定されるわけである.

そこで次の段階として，この機会原価率と公式(16.0)を使って，部分問題において非基底変数であったどの活動変数に対しても，主問題の相対的最適における目標関数係数値が算定される．これらの変数は補助プログラムには含められていないので，この計算は部門レベルで行なわれる．たとえば，非基底変数x_4（あるいは部分問題での認識ではx_{24}）に対しては，次式から，新しい目標関数係数値は-1と算定される：

$$q_1+3q_2-9=2+3\times2-9=-1. \tag{18}$$

ここで，q_1とq_2の係数は品種x_4の生産係数であり，$|-9|$はその収支的単位利益である（第1表参照).同様に，非基底変数x_{12}とx_{26}に対しては，1と0の値の目標関数係数値が算定される．これらの新しい目標関数係数値から，第2部門管理者は第2部分問題において変数x_{24}を基底にとり入れるならば，利益が増加することを推察できる.

さて次に，部分問題の非基底変数に関する新しい目標関数係数値を求める第2の方法をのべよう．これは(16)，(17)および(18)のような算式を用いることを必要としない方法である．この方法は第8表型の補助プログラムで説明されるが，第11表型の補助プログラムによっても行ないうる．

まず，補助プログラム第8表および第9表では，スラック変数 v_{11}, v_{12}, v_{21} および v_{22} は部分問題の4つの基底変数 x_{11}, x_{13}, x_{27} および x_{25} と同値であることを証明しておこう．この補助プログラムにおいて v 型の2つのスラック変数がゼロの値をとり（$v_{21}=0, v_{22}=0$），他の2つのスラック変数 v が基底変数の一部として正値をとるならば（$v_{11}={}^{300}/_{7}$，$v_{12}={}^{125}/_{7}$），u 型の変数の値と条件式(8)(11)とによって，主問題の基底解における x 型の変数の値は，つねに，補助プログラムの v 型の変数の値と一致する（$x_{11}=v_{11}={}^{300}/_{7}, x_{12}=v_{12}={}^{125}/_{7}, x_{27}=v_{21}=0, x_{25}=v_{22}=0$；第9表と第10表を比較せよ）．これを数式で示せば，たとえば部分問題1の基底変数 x_{11} は，(8)式から

$$x_{11}={}^{150}/_{7}+{}^{3}/_{7}y_{11}-{}^{2}/_{7}y_{12}$$
$$={}^{3}/_{7}u_{11}-{}^{2}/_{7}u_{12}\geqq 0$$

（ただし，$u_{11}=100+y_{11}$，$u_{12}=75+y_{12}$）

これを変形すると，

$$-{}^{3}/_{7}u_{11}+{}^{2}/_{7}u_{12}+x_{11}=0$$

あるいは，$-{}^{3}/_{7}u_{11}+{}^{2}/_{7}u_{12}+v_{11}=0$.

この両式は同値だから，$x_{11}=v_{11}$である．

このように，部分問題の基底変数 x の値と変数 v の値とが一致すれば，シンプレクス表においてこれに関する列ベクトルは（目標関数係数値を含めて）相互に一致しなければならない．したがって，いま u_{gi} に関する各行を無視すれば，補助プログラムの v_{11}, v_{12}, v_{21} および v_{22} に関する列ベクトルから，主問題の変数 x_{11}, x_{13}, x_{27} および x_{25} に関して成立する列ベクトルをえることができる．

さらに，第8表の補助プログラムは，第11表型の補助プログラムとちがって，別の2つの人為変数 v_{31} と v_{32} をもっているが，これらは主問題の相対的最適基底のもとでの能力のスラック変数 x_7 と x_8（あるいは x_{17}, x_{27} と x_{18}, x_{28}）として解釈することができる．

そこで，さきの第３表と第４表で示されていた部分問題の最適解は，補助プログラムによって次の第13表と第14表のように修正される．これらの表の最下行には，補助プログラムにもとづく主問題の相対的最適基底に対応した目標関数係数値が入れられている．また，能力配分の変更に伴い，部分問題の最初の部分最適解も各表の最右列に示したように変えられている．

	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{17}	x_{18}	旧　解	修正解
	1	$-2/7$		$3/7$	$-2/7$	$150/7$	$300/7$
		$5/7$	1	$-1/14$	$3/14$	$125/14$	$125/7$
		1		2	2	350	700
修正目標関数行		*		2	2		

第13表：補助プログラムで修正した第１部分問題の最適解

	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	旧　解	修正解
	$-13/5$		$-39/5$	1	$-6/5$	10	0
	$3/5$	1	$9/5$		$1/5$	15	0
	$9/5$		$42/5$		$18/5$	270	0
修正目標関数行	*	4	*	2	2		

第14表：補助プログラムで修正した第２部分問題の最適解

これらの表で，変数 x_{17}と x_{27}（あるいはx_{18}とx_{28}）は，それらの合計が主問題のスラック変数 x_7 (x_8) に一致するから，修正目標関数行においては両表ではつねに同一の目標関数係数値がつけられる．また，スラック変数の目標関数係数値は希少能力の双対価値あるいはシャドー・プライスに一致し，補助プログラムのv_{31}(v_{32})の目標関数係数値から知ることができる．

ところで，補助プログラムによって求められた主問題の相対的最適基底解がすでに絶対的最適解 (absolut optimale Lösung) をあらわすものかどうかを判定するためには，主問題の相対的最適基底のもとでのすべての非基底変数の目標関数係数値が知られなければならない．しかし，補助プログラムからは，上記第13表と第14表に明らかなように，非基底変数としては変数x_{25}とx_{27}（これらの変数はゼロ値をとる）の目標関数係数値と，能力 x_7 と x_8 の双対価値としか導かれていない．他方，非基底変数 x_{12}，x_{24} および x_{26}の目標関数係数値は

欠けている.

しかしながら，欠けている目標関数係数値（＊部分）は既知の目標関数係数値から簡単な計算操作でみちびかれる．この証明を示す前に，その計算方法そのものを具体的に明らかにしておこう.

計算ルールは次のとおりである.「2つの部分問題のうち，それに属する基底変数が能力再配分後にゼロ値をとるような部分問題については，その問題の非基底ベクトル(列ベクトル)の各元をこの基底変数の新しい目標関数係数値に乗じる．そして，その積を当該非基底変数のもとの目標関数係数値に加算する.」これを例示しよう.

第1部分問題にはなんら計算操作の必要がない．というのは，どの基底変数もゼロになっていないからである．したがって，新しい目標関数係数値は旧い値と一致するので，第13表の＊の位置には1が入る.

第2部分問題では，もとの基底変数 x_{25} と x_{27} の値が修正解ではゼロになっている．したがって，第1行目の数値（および第2行目の数値）は2（および4）と乗ぜられ，その積は旧い目標関数係数値に加算される．たとえば，変数 x_{24} の目標関数係数値は次の計算から求められる：

$$
\begin{array}{rl}
-{}^{13}/_{5}\cdot 2 = -{}^{26}/_{5} & \text{第1行目の値} \\
+{}^{3}/_{5}\cdot 4 = \underline{+{}^{12}/_{5}} & \text{第2行目の値} \\
-{}^{14}/_{5} & \\
\underline{+\ {}^{9}/_{5}} & \text{旧い目標関数係数値} \\
-\ {}^{5}/_{5} & \text{新しい目標関数係数値}
\end{array}
$$

変数 x_{26} の未知の目標関数係数値も，同様の計算から0と確定される.

そこで，第2部分問題の修正ずみの最適タブローは，次表のように，すべての目標関数係数値を示した修正行を有している：

	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	旧　解	修正解
	$-{}^{13}/_{5}$		$-{}^{39}/_{5}$	1	$-{}^{6}/_{5}$	10	0
	${}^{3}/_{5}$	1	${}^{9}/_{5}$		${}^{1}/_{5}$	15	0
	${}^{9}/_{5}$		${}^{42}/_{5}$		${}^{18}/_{5}$	270	0
修正目標関数行	-1	4	0	2	2		

第15表：補助プログラムで修正した完全な目標関数係数行をもった第2部分問題の最適解

さてここで,以上に示された計算ルールの妥当性を数学的に証明しておこう．いま，ある全体問題が次の3式によって表わされているとする：

$$max \quad z=\bar{c}x \tag{a}$$

$$Ax=b \tag{b}$$

$$x\geqq 0 \tag{c}$$

$\bar{c}$：単位貢献利益の行ベクトル

x：変数の列ベクトル

A：生産係数の行列

b：能力の列ベクトル．

この問題の変数を3つのグループに分解しておくと，$(a)(b)(c)$ のかわりに次式が成立する：

$$max \quad z=\bar{c}_1x_1+\bar{c}_2x_2+\bar{c}_3x_3 \tag{d}$$

$$A_1x_1+A_2x_2+A_3x_3=b \tag{e}$$

$$x_1\geqq 0\ ;\ x_2\geqq 0\ ;\ x_3\geqq 0. \tag{f}$$

いま，第1部分問題が最初の2つの変数グループ x_1 と x_2を含み，第2部分問題が x_3 を有するものとしよう．ここで，x_1 は第1部分問題の最適基底変数である．したがって，第1部分問題は次のとおりである：

$$max \quad z_1=\bar{c}_1x_1+\bar{c}_2x_2 \tag{g}$$

$$A_1x_1+A_2x_2=b_1 \tag{h}$$

$$x_1\geqq 0\ ;\ x_2\geqq 0. \tag{i}$$

A_1の逆行列(A^{-1})を上の全体系に乗じて，目標関数に代入すれば，

$$z_1+(\bar{c}_1A_1{}^{-1}A_2-\bar{c}_2)x_2=\bar{c}_1A_1{}^{-1}b_1 \tag{j}$$

$$x_1=A_1{}^{-1}b_1-A_1{}^{-1}A_2x_2. \tag{k}$$

さらに，第2部分問題も解かれ，補助プログラムが形成されたところ，能力の再配分後には第1部分問題のすべての変数が補助プログラムの基底から消えたとしよう．このような状況は全体問題がx_3を基底解とする場合である．この場合の x_1 の目標関数係数値は補助プログラムから知ることができる．全体問題の解は次の形をとる：

$$x_3=A_3{}^{-1}b-A_3{}^{-1}A_1x_1-A_3{}^{-1}A_2x_2 \tag{l}$$

$$z+(\bar{c}_3A_3{}^{-1}A_1-\bar{c}_1)x_1+(\bar{c}_3A_3{}^{-1}A_2-\bar{c}_2)x_2=\bar{c}_3A_3{}^{-1}b \tag{m}$$

このうち，(m)式の最初のカッコ内の数値は補助プログラムから知られるが，

これは主問題の相対的最適基底のもとでの変数 x_1 の目標関数係数値である.

ところで,主問題の相対的最適基底のもとでは,第1部分問題の目標関数 (j) 式は次のように変形される.

$$z_1+(\bar{c}_3A_3^{-1}A_2-\bar{c}_2)x_2=\bar{c}_3A_3^{-1}b_1. \qquad (n)$$

この式は,さらに次のように変形することができる:

$$\begin{aligned} z_1&+[(\bar{c}_1A_1^{-1}A_2-\bar{c}_2)+(\bar{c}_3A_3^{-1}A_1-\bar{c}_1)A_1^{-1}A_2]x_2 \\ &=\bar{c}_1A_1^{-1}b_1+(\bar{c}_3A_3^{-1}A_1-\bar{c}_1)A_1^{-1}b_1 \end{aligned} \qquad (o)$$

この式における x_2 の係数は,主問題の相対的最適基底のもとで成立するような,非基底変数 x_2 の目標関数係数値をあらわしている.ところが,この係数の大カッコ内の第2項における $(\bar{c}_3A_3^{-1}A_1-\bar{c}_1)$ は,(m) 式の最初のカッコ内の数値と同じだから,これはこの部分問題1のもとの基底変数 x_1(いまはゼロとおかれる)の新しい目標関数係数値である.したがって,(o) 式における x_2 の係数は,上記第2法の計算ルールそのものを表わしている.

ある部分問題において能力再配分によって当該部分問題の一部の基底変数だけがゼロにおかれる場合についても,上記の証明は実質的に適用することができる.

さて,修正目標関数係数の行を導くためには,以上でのべた2つの方法のうちどちらを適用してもよい.そこで,修正目標関数係数がマイナスの値をとると,その変数を基底の中に入れることによってこれまでの解が改善される.もし,複数の目標関数係数が負値をとると,シンプレクス法に従って,最小の負値をとる変数が基底変数に導入されるべき変数となり,これがピボット列を定める.したがって,これまで取扱ってきた例では,変数 x_{24} が第2部分問題の基底に導入されるべきである.

修正された目標関数係数行は,新しく導入すべき変数を決定するためにだけ必要とされる.これが決定されると,部分問題ではさらに行列変形するために,修正まえの旧い目標関数行が使用される.

7.1.4 分解アルゴリズムの収束

これまでの部分問題解にもとづくパラメータ y の変化許容条件(7.1),(7.2)(10.1)および(10.2)のもとで決定された y の値に対する最適解は,y の変化許容限界においてゼロ値をとる基底変数を非基底変数 x_k と交換しさえすれば求め

られる．ここで，ゼロ値をとる基底変数は補助プログラム自体が明らかにして指示するし，新しい基底にとり入れるべき非基底変数x_kは補助プログラムにもとづいて各部門で算出された修正目標関数係数値によって明らかにされることはすでにのべた．

この場合，新しい基底は，シンプレクス表で，基底にとり入れるべきピボット列においてマイナス要素を含んでいるような制約条件行ベクトルの１つがピボット行として選ばれるときにのみ，許容される．したがって，ピボット要素については次が成立しなければならない．

$$a'_{ik}<0. \tag{19}$$

ここで，ピボット列においてマイナス要素が存在するのは次の理由による．すなわち，さきにのべた第２法により修正目標関数係数を求める場合に，ピボット列の各行要素ともとの基底変数の修正目標関数値（正）との積が，ピボット列のもとの目標関数係数値（正）に加算したものが負値をとるためには，ピボット列における少くとも１つの要素がかならず負値をとっていなければならない．

しかし，ピボット行を決めるためのピボット要素a'_{ik}が何故マイナス値をとらねばならないかについては，アダムはなにものべていない．これについては次のように考えることができる．いま，部分問題においてもとの基底変数x_iをもとの非基底変数x_kで置き換えると，x_kの新しい解値は，

$$x_k=\frac{b'_i}{a'_{ik}}.$$

これはb'_iとx_kをパラメータyの関数と考えても成り立つから，

$$x_k(y)=\frac{b'_i(y)}{a'_{ik}}. \tag{20}$$

ところで，もとの基底変数x_iについては，

$$x_i(y)=b'_i(y)$$

が成立し，yが変化するにつれてx_iの値$b'_i(y)$も変化する．いま，yがある方向にある程度変化したところで$b'_i(y)$がゼロ値になったとすれば，yがそれ以上に変化すれば$b'_i(y)$は負値になってしまう．そこで，$x_i(y)$が負値をとる限界点で基底変換して，x_iをx_kで置き換えるわけであるが，$b'_i(y)<0$となるようなyの値についても新基底変数$x_k(y)>0$であるためには，(20)式から$a'_{ik}<0$で

なければならない.[6]

さて，ここで論じている事例では，部分問題2のピボット要素は修正目標関数行と条件(19)によって，ただちに決定できる．すなわち，変数 x_{24}がこの部分問題の基底変数にとり入れられ，条件(19)に従って x_{27}が除去される．このとき第4表は次の第16表に変形される．

x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	b'_i
1		3	$-{}^{5}/_{13}$	${}^{6}/_{13}$	$-{}^{50}/_{13}$
	1		${}^{3}/_{13}$	$-{}^{1}/_{13}$	${}^{225}/_{13}$
		3	${}^{9}/_{13}$	${}^{36}/_{13}$	${}^{3600}/_{13}$

第16表：最適な解領域に最も近い領域における第2部分問題の最適解

そこで，第16表の基底変数に関して成立する許容条件を，u_{zi} 型のパラメータであらわすと次のようになる：

$$x_{24}=-{}^{5}/_{13}u_{21}+{}^{6}/_{13}u_{22}\geqq 0 \tag{20.1}$$

$$x_{25}={}^{3}/_{13}\,u_{21}-{}^{1}/_{13}u_{22}\geqq 0 \tag{20.2}$$

さらに，第1部分問題については，ふたたび条件(7.1)と(7.2)が成立する．したがって，第1部分問題の旧い解領域と第2部分問題の新しい解領域とから，ふたたび補助プログラムを用いて，主問題の相対的最適解が決定される．

そこで，第2の補助プログラムの当初行列として次の表が明らかになる：

（注6）アダムはピボット要素 a'_{ik}については，さらに次式も成立すべきことを示している：

$$\frac{c'_k}{a'_{ik}}=max\frac{c'_j}{a'_{ij}}$$

$a'_{ij}<0$なるすべての j に対し．

アダムによれば，修正目標関数係数によって決めたピボット列がこの条件を満たさない場合があり，そのときには，どちらの基準によってピボット列を決めてもよいとしている．この条件式は，本来，まずピボット行（第 i 行列）が判定されたのちに，ピボット列（第 k 列）を決定するために適用されるものである（LPの dual Simplex 解法による）から，ピボット行が一意的に選べないときには，この条件は満たされないこともあ問題における新しいり，そのときには部分基底はその最適基底ではない．

この条件式の導出は，Garvin〔G 5〕pp. 220 ff. 訳書254-259頁（とくに15-9式）で平易にくわしくなされている．

u_{11}	u_{12}	u_{21}	u_{22}	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{31}	v_{32}	
$-3/7$	$2/7$			1						0
$1/14$	$-3/14$				1					0
		$5/13$	$-6/13$			1				0
		$-3/13$	$1/13$				1			0
1		1						1		200
	1		1						1	150
-2	-2	$-9/13$	$-36/13$							

第17表：第２の補助プログラムの当初行列

部分問題に対する能力の最適配分量 u_{zi} が決定されると同時に，第18表で示す解が算出される.

u_{11}	u_{12}	u_{21}	u_{22}	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{31}	v_{32}	
				1	$3/4$		$13/8$	$3/8$	$-1/8$	$225/4$
1					$-7/4$		$39/8$	$9/8$	$-3/8$	$675/4$
					$7/4$	1	$9/8$	$-1/8$	$1/24$	$125/4$
			1		$21/4$		$-13/8$	$-3/8$	$9/8$	$375/4$
	1				$-21/4$		$13/8$	$3/8$	$-1/8$	$225/4$
		1			$7/4$		$-39/8$	$-1/8$	$1/8$	$125/4$
					$7/4$		$41/8$	$15/8$	$19/8$	$2925/4$

第18表：第２補助プログラムの最適解

第18表で確定された能力の再配分を部分問題において実行にうつせば，変数 x_{13} と x_{25} はゼロの値をとる．そこで，修正された目標関数係数行をもつ部分問題の解は，次の第19表と第20表の形になる.

	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{17}	x_{18}	旧　解	修正解
	1	$-2/7$		$3/7$	$-2/7$	$150/7$	$225/4$
		$5/7$	1	$-1/14$	$3/14$	$125/14$	0
		1		2	2	350	$1800/4$
修正目標関数行		$9/4$	$7/4$	$15/8$	$19/8$		

第19表：第２補助プログラムにもとづく第１部分問題の最適解

	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	旧　解	修正解
	1		3	$-5/13$	$6/13$	$-50/13$	$125/4$
		1		$3/13$	$-1/13$	$225/13$	0
			3	$9/13$	$36/13$	$3600/13$	$1125/4$
修正目標関数行		$41/8$	3	$15/8$	$19/8$		

第20表：第２補助プログラムにもとづく第２部分問題の最適解

両部分問題の修正目標関数行にはもはやマイナス要素はみい出しえない．したがって，新しい能力配分は，主問題の絶対的最適解を導いたのにちがいない．このことは，第19表と第20表を同時的全体問題の最適解（第２表）と比較すれば，変数の解値と修正目標関数の係数がともに，分解的解法の場合と同時的解法の場合とで相互に一致していることからも裏づけられる．

最後にいま一度，実行可能性，最適性，収束性に関する条件を示しておこう

i）　この分解アルゴリズムはつねに全体問題の実行可能解をみちびく．なぜならば，条件(２)がつねに維持されているからである．

ii）　このアルゴリズムは最適解を示す．なぜならば，最適性のためのシンプレクス基準が全体問題でのある基底にもとづく目標関数係数値に適用されているからである．

iii）　与えられた全体問題の解集合が空集合であったり，あるいはどちらかの方向に無限に広がっている凸領域であったりせず，凸多面体であることをまず仮定しよう．このとき，全体問題に対する任意の実行可能基底解$X=(x_1, x_2, \cdots, x_k, o_{k+1}, \cdots, o_m, o_{m+1}, \cdots, o_n)$が補助プログラムによって与えられると，この解はこの凸多面体の端点に対応している．このようなどの端点にも，与えられたn個の列ベクトルの集合のなかから選ばれたm個の１次独立なベクトル，すなわち基底を対応させることができる．ところが，ある補助プログラムによる相対的最適基底解がまだ全体問題の絶対的最適解でなければ，シンプレクス基準により部分問題レベルでの基底変換を行なうことによって，新しいより改善された端点に移ることが保証される．

iv）　このアルゴリズムは有限回で終る．なぜならば，つねに，より高いz値をもった相対的最適が追求され，また，主問題の基底解の数も有限個であるからである．

さて，この分解アルゴリズムの計算時間ないし計算費用の問題をアルゴリズムの収束時間が長いか短いかの問題としてみるとき，収束にあまり長い時間がかかりすぎては実用的でない．しかし，この分解法の収束時間は正規の LP とはちがって，アルゴリズムそのものに内在するよりはむしろ外生的な影響をうける．すなわち，この分解法で解くべき補助プログラムの回数は，部分問題に対する最初の能力配分の仕方によって完全に決定されてしまう．たとえば，最初の能力配分が偶然にすでに最適配分をしていれば，補助プログラムの計算は１回で済む．したがって，見積りによって近似的に最適能力配分をすでに決定し，これを最初の配分として割当てることがうまくいけば，分解アルゴリズムは非常に早く収束する．

7.2　意思決定過程に関する分権的組織の設計基礎としての分解アルゴリズム

この分解法においても，生産要素の最終的な機会原価は最適生産プログラムがみい出されたときにはじめて確定される，しかしながら，標準的な LP 手法と同様に，部分領域解を補助プログラムを使って調整し，最適状態に導いていく繰返しの過程においては，つねに一時的な機会原価価格が用いられる．つまり，iterationごとの個々の補助プログラムの機会原価価格は，その調整的なプランがすでに主問題の最適解をあらわしているか，あるいはまだ改善が可能かを部門レベルで判断する指針を与える．したがって，機会原価価格は，全社的最適化達成のための分権的な計画参与を全社的に調整する機能を有している．これは，企業の意思決定システムにおいて計算価格がはたす調整機能である．これに関して，さらに次の２つの問題を論じなければならない．

（１）　中央本部の企業管理者は，同時的な決定諸分野を分離した部分領域に分解することによって，集権的同時計画法と対比してどの程度の作業負担が軽減されるのか．

（２）　集権的調整を伴う分権的意思決定プロセスの組織的な設計はどのようにして行うべきか．

企業管理者が相互依存的計画問題を同時的に解決しようとすれば，彼はすべての考えうる活動パラメータの技術的，経済的データについて，詳細に情報を

うけていなければならない．そのうえではじめて，この情報から正しい広範な計画モデルを構成できる．これに対して，意思決定問題の解決が分権化されていれば，どの部門も自己にとって制御可能な活動パラメータのデータを処理することになる．したがって，活動パラメータに関する詳細な情報は，はじめから企業管理者に通知されない．分権化組織においては，企業管理者はたんに生産要素の使用可能な在高についてだけ情報をうけていればよい．この情報は，本部が資源を各部門にその最初の計画段階で完全に配分しなければならないので必要とされる．

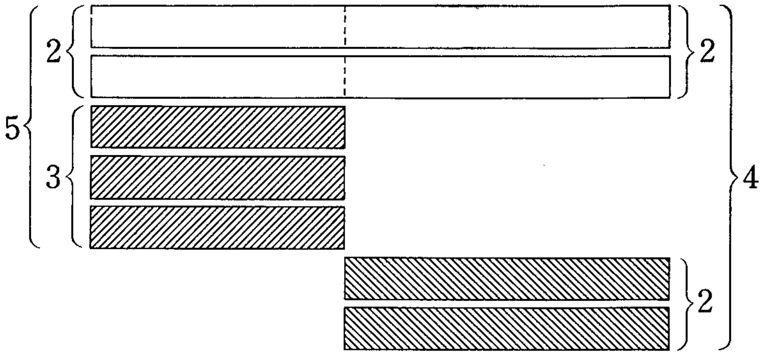
そこで，各部門がその意思決定を自己の当初割当て能力の枠内で行なったならば，企業管理者は集権的に解くべき補助プログラムで諸領域の決定を調整するために，各部門が実現したいと提案した活動パラメータに関して一定の情報をうける．このとき供給される情報の種類は，本部が補助プログラムとして第8表のような比較的包括的なプログラムを使用するか，それとも第11表のような比較的な小さなプログラムを使用するかに依存する．

いま，企業管理者が第11表型の補助プログラムを使用する場合には，彼には各部門が実現したいと思う活動パラメータの生産係数と目標関数係数値がすべて与えられる．つまり，本部は各部分領域の基底変数の経済的・技術的データについて情報をうける．

ところが，企業管理者がうけるこのような情報の量は，集権的同時計画法に比較すると，部分問題の基底変数の数の総合計が全体的計画モデルの活動パラメータの数よりも少い場合にかぎって，より少量である．同時的計画モデルの完全占有係数行列（係数行列のすべての元に正値が入っているもの）が，たとえば2つの制約条件下でスラック変数を含めて20個の変数をもった問題に関するものであれば，決定分野が2つの部分分野に分解されるときには，部分問題の基底変数の合計は4つになる．部分問題の数が3つに増加すれば，補助プログラムで考慮しなければならない変数は6つに増加する．このことから，完全占有行列に対しては，補助プログラムのサイズに関して次のような法則がみちびかれる：「補助プログラムのサイズ，したがって，それに必要な情報量が主問題の同時的計画モデルに必要な情報量よりも少くなくなるのは，主問題を z 個の部分問題に分割する場合には，主問題の変数の数 n がその制約条件の数 m

のz倍以上あるときにかぎる．$(n > z \cdot m)$」

係数行列のすべての元が完全占有されていなければ，この関係はいくぶん有利になる．主問題が「ブロック角形システム」をなしており，たとえば，7つの制約条件を有しているが，次図のように，このうちの2つは両構成部分領域に関係し，3つは第1部分領域にだけ，残りの2つは第2部分領域にだけ関係しているならば，両部分問題の基底変数の数は，主問題の合計7つの制約条件のもとでは，完全占有行列の場合とはちがって，9個だけになる．このうち5つは第1部分問題に，4つは第2部分問題にあらわれる．

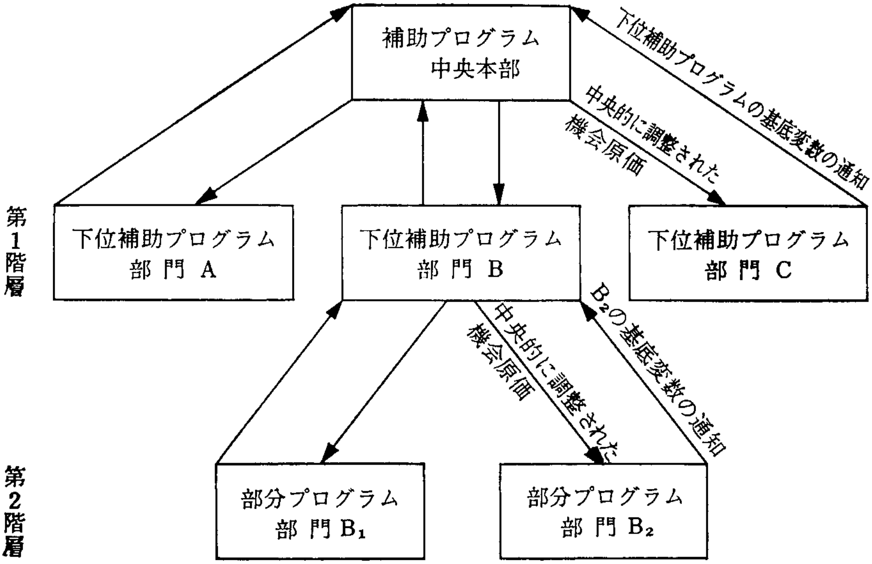


第1図：ブロック角形の制約条件体系と部分問題の基底変数の数との関係

それ故に，企業管理者が補助プログラムのサイズをできるかぎり小さく保持したいならば，同時的計画問題をできるかぎり少数の分離した部分領域に分割すればよい．主問題を比較的多数に分割すれば，所与の主問題のもとでは補助プログラムのサイズはそれだけ拡張されてしまう．したがって，企業管理者にとって必要な情報量は，組織構成される部分領域の数によって直接的に決定される．そのため，企業管理者はその意思決定権限を，組織構成上で同ランクにある過度に多くの諸部門に委譲すべきではない．さもなければ，彼の調整課題がつねにより大きく拡張されてしまうからである．

したがって，意思決定権限はこの分解アルゴリズムのもとでは，水平的に委譲されるのでなく，垂直的に委譲されなければならない．このことは，「多段階の権限委譲プロセス」を前提にしている．すなわち，企業管理者がその全体的意思決定問題を，たとえば，彼に直属の3つの下位部門に分割したならば，

これらの諸部門ではまた自分達の側で権限委譲によってより多数の独立的下位問題を構成することができ，この最後の下位問題に対してはこれを委譲した大部門が「下位補助プログラム「（unterhilfsprogram）を使って調整をはかる．それ故，これまでにのべた単一段階の分解アルゴリズムは多段階アルゴリズムに適用しうる．このとき，分解の組織構造は，たとえば次の第2図のようになる．



第2図

多段階アルゴリズムはたとえば次のように経過する．すなわち，企業管理者に直属の第1階層の3部門はいずれもその意思決定領域をたとえば2つの独立的下位部分領域に分解し，その能力部分を割当てる．下位部門 B_1 と B_2 はこれにもとづきその基底変数を決定する．部門 B ではこれらの下位部分領域の諸決定を下位補助プログラムによって調整する．その結果，部門 B の部分プログラムの基底解が求められる．次に，第1階層の諸部門の全基底変数に関するデータが本部に伝達され，本部はこれにもとづいて主問題の基底を決定し，同時にこの基底に対して成立する機会原価を決定する．この機会原価は第1階層を経由して第2階層の諸部門にまで伝達される．そこで，下位部門ではこの機会原

価を使って解を改善する．第１階層と企業管理者とにおける２段構えの調整によって，ふたたび中央本部で新しい機会原価が算定される．このような計画改定の iteration は，全体解の最適が達成されるまで続けられる．

さて，分解アルゴリズムの調整段階はどれほどの数に階層づけるべきであるかは，本質的には主問題のサイズと調整部門のデータ処理能力に依存する．たとえば，第１階層の部門が比較的巨大な補助プログラムの負担にたえるならば，その意思決定領域の委譲について比較的多数の組織的に同ランクの諸部門を把握できる．しかし，第１階層部門が比較的小さな補助プログラムを望めば，つまり，比較的小さな調整作業を望めば，意思決定過程にはより多数の調整階層が挿入されなければならない．ところが，意思決定過程により多数の調整階層が挿入されればされるほど，つまり，より少数の活動パラメータだけが各独立的部分問題におかれればおかれるほど，それだけ一層頻繁に，計画改定の iteration が通常くり返され，したがって，それだけ一層頻繁に中央本部が新しい補助プログラムを解かなければならないというマイナスの結果も生じる．

したがって，分権的意思決定システムの組織的設計にあたっては，次の２つの点の間で妥協がみい出されなければならない：

（１） 階層的分権化（hierarchische Dezentralisation）が高層化すればするほど，部分領域の調整のための中央的補助プログラムのサイズが縮少すること．

（２） 階層的分権化が進展すればするほど，全体的最適化のための補助プログラムの演算回数が一般には増大すること，つまり，計画改定の回数が増大すること．

この２つの矛盾しあう傾向の間での妥協点は，どの調整階層においても，その組織的能力制約条件——データ処理能力——の枠内で各階層が自己に課せられた仕事を適時に処理し終えるように，決定されるべきである．したがって，さらに，比較的上位の階層における作業負担が軽減され，最高管理階層が十分な時間を他の重要な課題のために残しておくことができるようにされなければならない．

7.3 アダムの分解アルゴリズムに対する批判的検討

アダムの分解アルゴリズムの特徴は，本来同時的に解くべき全体問題が中央

本部のデータ記憶能力上の制約から一括的に一挙に取扱えない場合に，この全体問題の諸変数を各部門に分解して部門でデータ処理させることによって，本部での処理負担が軽減される点にある．つまり，本部において取扱わねばならない変数の数が減少される点にメリットがある．

さらに，ダンチッヒの分解法と対比するときには，ダンチッヒの方法は制約条件の係数行列がいわゆる「ブロック角形システム」を形成している場合にのみ適用可能であるのに反し，アダムの分解法はいかなる形の係数行列を分解するのにも適用できる点も一つのメリットであろう．

LP 計算の立場からみれば，アダムの分解法にみられる核心的な着想は，部分問題に割当てられた制約的資源能力を連続的に変化(再配分)させるときに，部分問題における最適基底の構成はどのように変化していくかをみるパラメトリック・プログラミングの手法を適用した点にある．

また，アダムは自分の分解法を階層的な分権化組織の設計の基礎にすることを主張しているが，*LP* の分解アルゴリズムと多段階の階層的分権化組織を結びつけようとする試みは，彼のきわめてユニークなアイデアであるといってよい．

以上の諸点は彼の分解法について高く評価すべきところであるが，以下にのべるような問題点も彼の方法には内在している．

まず第１は，変数の数の問題である．アダムの分解法では上にのべたように本部で取扱うべき変数の数が減少されるが，この点についてはダンチッヒの分解法の場合でも，本部の調整問題が取扱う変数は各部門から提案された部分問題の基底変数だけであるから，変数分解はダンチッヒの方法でもはたされている．したがって，本部が演算処理すべき変数の数が減少されるという点では，アダムの方法にユニークさがあるとはいえないであろう．しかし，ダンチッヒの方法では，本部は当初段階において全体問題の共通制約条件に関するすべての係数行列を記憶しておく必要がある．たしかにダンチッヒ法では部分問題の基底変数だけを取扱う点と改定シンプレクス法を使用する点とから，以後の演算上で処理する変数の数は少いけれども，当初に記憶すべき情報が多くなってしまうので，この点はアダム法の方がより優れる点である．

第２の問題点は，制約条件の数に関係する．電子計算機で解くことのできる

LP 問題の大きさは，通常，それに含まれる行の数によって制限されるから，この点はきわめて重要である．ダンチッヒの方法では本部の調整問題で取扱うべき制約条件の数は，つねに，もとの全体問題における「共通制約条件」の数の2倍になってしまう．これは共通利用資源別にウェィト変数の和を1にするための条件式が加わるからである．したがって，彼の分解法によれば，部門別の専用資源の種類数の総合計が全部門の共通利用資源の数よりも少ないときには，分解法で解いた方が制約条件の数が増大してしまうという不利な結果になる．これに反して，アダムの分解法では，第11表型の補助プログラムなら共通制約条件の数は増加しないので優位に立つ．しかし，彼の第8表型の補助プログラムでは，もとの全体問題の条件式の数をm個，部分領域の数をz個とするとき，$zm+m$ 個にまで条件式の数が増加してしまう．したがって，第8表型の補助プログラムの使用は得策ではない．ところが，第11表型の補助プログラムの場合に制約条件の数は増加しないけれども，アダムの方法ではダンチッヒ流の「ブロック角形」の係数行列に対して制約条件の数そのものの分解はまったく行ないえない しかし，ダンチッヒの方法によれば，この場合には制約条件の数そのものの分解を可能にする．したがって，結論的には，アダムの分解法は全体問題の制約条件のうち，部門別の専用資源の種類数の総合計が共通利用資源の種類数よりも少ない場合に適用すべきであり，ダンチッヒの分解法はその逆の場合に適用すべきであることになる．

以上から明らかになったように，ダンチッヒの分解法の特色は制約条件の分解にある．アダムの方法ではそれが不可能であり，変数の分解だけであるが，変数の限定的な処理という点ではなにも分解法を用いずとも改定シンプレクス法によってもこれを果すことができる．というのは，改定シンプレクス法では，計算機が新しく記録しておかなくてはならないそのつどの新しい情報の量は，基底行列の逆行列と解ベクトルだけであるからである．しかし，改定シンプレクス法を採用する場合でも，計算の当初において全体問題のシンプレクス・タブローの全部を，その部分的データを即座に呼び出せる形で記憶しておかなければならない．この点だけがアダムの分解法において改定シンプレクス法よりも優れる点である．

しかし，アダムの方法でも，補助プログラムあるいは部分問題を解く際に，改

定シンプレクス法を使用できることはいうまでもない．たとえば，筆者は，アダムの分解法において「中央的に調整された機会原価」をそのつどに算出する方法として，彼が示している方法よりも，相対的最適基底の逆行列を用いて「シンプレクス乗数」をただちに求める方法を勧めたい．さらに，部分問題において非基底変数の修正目標関数係数行(z_j-c_j)を求めるのにも，このシンプレクス乗数を用いて改定シンプレクス法を適用することを勧めたい

次に，アダムの分解法における本部から各部門への資源割当の問題を論じよう．彼の方法では，このような資源配分の指示が部門に対して実際に行なわれているのは当初だけである．それ以後の iteration の各回における部門別の資源再配分は本部でのみ知られており，各部門にはさきに部門が提案した基底変数に関する活動レベルと資源の機会原価が知らされる．これは実際の計算のうえでは機会原価だけを知らせても同じ効果をもつ．したがって，最初の資源割当が任意の形であることも合せて，資源割当は当初にも行なわず，最初は部門から一定数の任意の変数を本部に提案させることにしても同じ効果をもつ．このことから次章でのべるような筆者の分解法が展開されることになる．さらに，アダムは当初の資源配分について「各部分問題が一つの解を有する」ように分割することを要求しているが，このときの各部分問題の解集合が凸多面体になるように配分することはかならずしも容易ではない．とくに，係数行列が「ブロック角形システム」をなしているときには，部分問題の専用資源があるからこのことがいえるのである．

そのほか，細かい点になるが，部分問題においてピボット列で複数の$a'_{ik}<0$となれば，ピボット行をどうして決めるのかについて，アダムは何ものべていない．しかし，基底からとり出すべき変数は，補助プログラムでゼロとおかれた変数ならどれでもよいと考えられる．

最後に，アダムはかれの分解アルゴリズムを階層的な組織構造に適用することによって，「意思決定過程の階層的分権化」あるいは「分権的意思決定システム」が設計されるかのようにのべているが，これは意思決定システムの分権化ではなく，「分権的情報処理システム」，換元すれば，「階層的情報処理システム」の設計であることを付言しておく．これについては次章でくわしく論じたい．

第 8 章

感度的分解法に関する覚書

ここで展開する分解法は，アダムの方法にヒントをえて筆者が新しく考案したものである．というのは，筆者のこの分解法における中心的な着想は，システムに「新しい変数が追加」された場合にそのシステムの最適解にどのような変化が起るかを調べる感度分析(sensitivity analysis)の手法を応用する点に，新しさがあるからである．そこで，筆者はここでのべる分解法を「感度的分解法」(sensitive decomposition method)と名づけておく．以下，その手順の概要を順番にのべていくことにする．

8.1　感度的分解法の手順

ステップ1：

まず部門レベルにおいて，各部門は自己の領域に関係のある変数のうちから有利と思える若干数の変数について，その技術的データ（生産係数ベクトル）と経済的データ（製品単位あたり貢献利益）を本部に提案する．このとき，部門には全社的共通利用資源や中間製品に関する1時的割当ては行なわれていない　また，本部に提案すべき変数の数は，各部門からのその総合計が本部で記憶・演算可能な大きさにおさまるように，当初に各部門に指示してある．各部門はその割当数の範囲内であれば，いくらでも提案してよいことにする．

ステップ2：

本部レベルにおいては，部門から提案された諸変数に関するデータだけを用いて本部問題を構成し，これを解く(1)．このとき同時に，資源別の機会原価を「シンプレクス乗数」の形で次のように算出する．

（注1）この全体問題はアダムの第11表型の補助プログラムの形をしているが，アダムの補助プログラムとはちがって，スラック変数が導入されないときは制約条件式は不等号を有している．

$\pi=[\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_m]$：評価ベクトルまたは乗数ベクトル．個々の$\pi_i$は機会原価を表わしシャドー・プライスまたはシンプレクス乗数という

$c_0=[c_1,c_2,\cdots,c_m]$：c_jは本部問題の基底変数x_jに対応する単位利益，すなわち目標関数係数．

$B=[P_1,P_2,\cdots,P_m]$：本部問題の基底行列．

$\pi=c_0B^{-1}$．

本部は，求めた機会原価価格のベクトルπとさきに提案をうけた部門別の変数の活動レベルとを各部門に伝達する．

ステップ3：

部門レベルでは，本部から指令された資源別の計算価格πを用いて前回本部に提案しなかったすべての変数の経済性を評価する．それは次式のようにして行なう：

シンプレクス基準 $z_j-c_j=\pi P_j-c_j$

$P_j=[a_{1j},a_{2j},\cdots,a_{mj}]^T$：前回本部に提案されなかった変数$x_j$の技術係数列ベクトル．

c_j：前回本部に提案しなかった変数x_jの単位貢献利益．

ここでもし，すべてのjについて，$z_j-c_j\geqq 0$が成立すれば，この部門はもはや新しい変数に関する提案を本部に対して行なわない　しかし，もし$z_j-c_j<0$となるようなjがあれば，それに対応する新しい変数のいくつかを本部に提案する．このとき提案する変数の数も，（前回提案した変数の活動レベルが正値をとったものについては，それを含めて，）当初に指示されている数の範囲内におさえておく．

さきに提案した変数であっても，本部からゼロの活動レベルを指示されたものについては，これをすべて今回は提案しない．このように決めておくと，本部問題で退化が生じている場合には，本部の取扱う変数が第2回目以降で減少することがある．

ステップ4：

本部レベルでは，さきの第1回目の本部調整問題を解いた際の非基底変数をとりのぞき，今回新しく提案された新変数を加えて，第2回目の本部調整問題を構成し，これを解く．その結果えられた部門別の解と資源別の機会原価価格

をふたたび各部門に通報する．これ以後は，上記の第3ステップにふたたび進む．

ステップ5：

以上の iteration がくり返された結果，どの部門においても，いかなる新しい変数jについても$z_j-c_j\geqq 0$が成立するようになれば，その時点でiterationは止む．

さて，上でのべた分解法によってえられた最終的解は，資源の総在高が本部問題の制約条件式に定式化されているから実行可能であることはいうまでもない．また，このアルゴリズムの最適解への収束性については，シンプレクス法におけるよく知られた次の2つの定理によって保証される：

（1） もしあるプロセス（生産方法，品種）jに対して条件$z_j-c_j<0$が成立するならば，そのとき，実行可能解のある一定の集合で，その集合に属するどの解に対しても目標関数値をもとの値から改善できるような集合をつくることができる．

（2） ある実行可能基底解$X_0=[x_{10},x_{20},\cdots,x_{m0}]$に対して，条件$z_j-c_j\geqq 0$がすべての$j=1,2,\cdots,n$に対して成立するならば，この解は最大の実行可能解を与えている．

はじめに，この分解法は「新変数の追加」に関する感度分析の応用であるとのべたが，別の面からみれば，この方法は改定シンプレクス法の分解的適用であるということもできる．そして，この分解法のメリットは，本部では全体問題に関するすべての情報を記憶する必要がなく，全体問題のごく一部の変数に関する情報を記憶し演算すればよい点にある．さらに，この分解法はモティベーショナルな効果ももっている点に別の特徴がある．すなわち，各部門においては，この企業が本来解くべき同時的全体計画問題に当初含められていた変数だけでなく，まったく新しい生産方法などをこれに加えて評価することができる．そして，各部門は本部からできるだけ多くの資源配分を受けようとして，この面で努力するであろう．しかし，このことによって iteration が無限に続いてはならないから，一定の計画時間内で iteration をストップさせるように定めておくのがよい．

8.2　多段階の階層的情報システムにおける感度的分解法の適用

次に，この感度的分解法は前章第2図のような階層的組織構造のもとでも使用することができる．これは企業の同時的全体計画問題における変数の数がきわめて多いときに，本部で取扱う変数の数を幾層にもわけたフィルターを通して減少させ，集約された情報として受入れるようにする工夫である．しかし，感度的分解法の場合にはアダムの方法と比較してそのデータをしぼる方法が異なる．筆者の分解法では，第2階層の各部門が第1階層の各大部門に提案した変数は，この第1階層部門が z_j-c_j の大きさを基準にして選択し，z_j-c_j の比較的大きな変数だけをいくつか本部に提案するのである．これは，第2階層の各小部門では他の小部門における提案変数の $|z_j-c_j|$ の額を知ることができないから，提案変数の数をしぼるためにはこれを統合的に考察する中間的な第1階層が必要となることにもとづいている．そして，第1階層レベルで棄却された変数については，これが第2階層部門にただちに通知されるものとする．第1階層部門における変数のしぼり方は，本部の記憶・演算能力の枠によって規定される．

なお，感度的分解法をダンチッヒの分解法と比較した場合の問題点は，アダムの分解法における問題点として前章第3節でのべたところと大体同じであるから省略する．

最後に，「階層的情報処理システム」の意義についてのべておきたい．現実の企業においても，大型のコンピュータを中核にして，中型，ミニコンピュータを段階的に通信回線で結び，情報処理の中央一元化を図るシステムが実際に設計されはじめている．これは「コンピュータ・ハイアルキー」と呼ばれるが，階層構造の底辺のコンピュータには主として人間の手作業に相当する部分を担当させ，中間のコンピュータには各事業部門で発生するさまざまな情報のうち，その事業部門内部で処理してしまう情報，たとえば作業現場の工数管理であるとか，作業指示，本社で一括購入しないような資材の注文，購入，運搬などの情報を管理する．そして，上部構造の大型コンピュータは中間，底辺のコンピュータをコントロールすると同時に，必要な情報を一元的に集めて処理する．この大型コンピュータは各事業部門が共同利用しうる体制になっており，各事

業部門における中小型のコンピュータでは処理できないような大型のサイズの問題を解いたり計算したりするのに使用される.

これに似た階層的情報処理システムが分解アルゴリズムと結びつくことをわれわれは上でのべたが,ここでは,機会原価による計算価格が階層的情報処理システムの全社的調整の機能をも有していることを指摘しておく.しかし,分権的決定が全社的目標と調和することが計算価格によって保証されるような合理的メカニズムを明らかにしていけばいくほど,意思決定のメカニズムが定型化され,したがって意思決定システムのオートメーション化がみちびかれてしまう.これはコンピュータの利用を伴って決定の機械化をみちびく.さらに,大規模企業であっても,環境の変化に対する機敏な適応は,決定権限を分権化しなくても,コンピュータのオンライン・リアルタイム・システムによって集権的に行うことができる.(2) そのうえ,大型コンピュータの記憶容量は巨大な全体的問題の同時的解決まで可能にしてきている.したがって,階層的な情報処理システムの設計は,情報システムの経済的実行可能性の観点から,情報システムの価値とコストを比較したうえで決定されるべきである.(3) しかし,情報システムが階層化されていても,各階層における部門管理者の仕事がコンピュータへのインプット・データの投入だけであれば,彼の人間的モティベーションは喪失されるであろう.彼のモティベーションは,インプット・データから変換されたアウトプット情報をうけて——それには本部から指令されるという感じはなく,与件としてうけとめられる——,それにもとづいてさらに創造的な新規な活動を探索していくことにのみみい出されよう.

(注2)情報技術革新と意思決定の定型化・集権化については,占部〔u1〕404頁を参照せよ.その他,Dearden〔D5〕,Burlingame〔B19〕が論じている.さらに,コンピュータの分散利用についてはRedford〔R1〕,Young〔Y2〕などがある.
(注3)情報システムの評価については,AAA〔A2〕,〔A4〕を参照せよ.

第 9 章

結合生産の短期利益計画モデルと振替価格

9.1　産業公害への管理会計的接近法

最近，会計の分野においても公害問題が取扱われはじめてきた[1]．公害問題に対する会計的アプローチはいろいろな目的を有しているが，大きく分けて社会会計的接近と企業会計的接近とがある．社会会計の分野では社会に転嫁された公害による損失を測定し，国民所得や社会資本の計算に導入することが考えられている．他方，企業会計の分野における公害問題への接近法は，これをさらに財務会計的立場と管理会計的立場とに分けることが妥当であろう．

財務会計においては公害管理情報あるいは環境保全情報を公表財務諸表に盛り込んで開示することが主張されている．これは財務会計のもつ本来的な機能である利害調整目的の観点から主張される．すなわち，企業はこれまでの株主・債権者に対する利害調整だけでなく，労働者，地域住民，消費者等の利害関係者に対しても，その利害を調整する社会的責任があるからである．

しかし，企業あるいは企業経営者は付加価値の配分を通じていろいろな利害関係集団の利害調整を行なうだけでなく，企業自体を存続発展させるという最終的な責任を有している．この最終責任としての企業の存続発展目的は，会計的に計算される残余としての利益を拡大していくことで果され，この目標が管理会計の重要なねらいであることはいうまでもない．公害問題に対処する管理会計的接近はこの点に関係する．そこで企業は諸々の利害関係者の付加価値に対してもつ行動目標と企業自体のもつ利益目標との調整をはかることが必要になる．

ところで，およそあるサブシステムの立場にいて，他のサブシステム群の行動目標を考慮に入れるには，一般に，他の行動目標を自己の行動領域に対する

（注 1 ）黒沢〔k 10〕,徳谷〔t 8〕,若杉〔w 1〕他多数.

一定の制約条件の形で定式化したり，機会原価として評価することが行なわれる.[2] このような方法をとるときには，特定の行動目標，たとえば企業自体の最終的な利益追求目標だけを考察することによって，他のサブシステムの行動目標との調整が独自的に行なわれることになる．このようにして部分的最適化が全体的最適化と衝突しないようにするアプローチは，公害問題に対処する管理会計の基礎におくことができる．すなわち，公害に対する地域住民や消費者からの要請や，法的な環境基準からの要求や、公害税などの負荷は，企業がそれ自体の利益目標を追求する行動に対して，一定の制約条件として定式化しておけばよい．したがって，公害に対する企業の計画モデルは，一定の制約条件のもとでの利益最適化（ないし満足化）問題として定式化することが考えられるわけである．

この考え方は標準型のＬＰモデルとして定式化できる．しかし，それとは少し異るが，企業のもつ多元的目標を取扱う特殊な線形計画法として目標計画法（Goal Programming）がある．（目標計画法の簡単なモデルについては第4章第3節を参照せよ.）この手法によれば，各目標ごとに目標水準を設定し，さらに目標間の優先順位を 事前に 定めておくならば， 各目標水準の 満足化達成（または最小化・最大化をも含む）を可能ならしめるような全社的調整計画がたてられる．しかし，本章では標準型ＬＰモデルで企業の公害問題を定式化する．

さて，公害はある一定の原料が特定の生産工程での処理をへて良財(goods)の生産とともに必然的に産出される悪財（bads）によってもたらされるものである．そこで本章では，このような良財と悪財との結合生産が行なわれる生産システムについて，まず第1にその短期利益計画モデルを明らかにし，とくに悪財の取扱いに重点をおいて展開するものである．ところで，一般に，中間生産物を外部の中間製品市場へ販売するか内部で追加加工すべきかの決定問題は管理会計文献で よく知られている． さらに， 結合生産物（連産品）に ついても，特定の連産品をその分離点以降でそのまま外部に販売すべきかさらに追加

（注2）小林〔*k* 20〕148頁.
（注3）Bierman〔B 6〕pp. 63-64.（訳書 91-93頁.）， Horngren〔H 14〕pp. 608-10.
（注4）Hartley〔H 3〕.

加工することが有利かの決定問題も管理会計文献ではすでによくとりあげられている(3). たとえば，ハートレイ(Ronald V. Hartley) は，結合生産物が関係する場合の決定モデルを定式化する方法をリニア・プログラミングの手法を使って示している(4). しかし，これらの研究においては，悪財としての結合生産物の処理・加工の問題は主たる関心事とはなっていない. そこで，われわれのモデルでは，公害防除の3つのケース，すなわち，廃棄副産物を処理してから排出，再生原料に加工，販売可能生産物に加工という場合をきわだたせて取扱うことにした. そして，短期利益計画モデルであるから，とくに公害防除設備が設置されたもとで，全社的にみて最適な処理活動水準，再生原料の最適生産量，再生新製品などの最適生産量の決定を主たる問題にしている. モデルの定式化における特徴は，対象が結合生産システムであることにつきる.

モデルの構成にかんしては，第1節では制約条件を定式化するさいに投入産出分析を適用したこと，第2節では目標関数を定式化するさいにその入力原価データの測定単位をなにに求めるかを問題にしたことなどが特徴である.

第2に，結合生産物の内部振替価格を LP モデルの双対価格から求め，これが従来困難とされた連産品別原価の計算を時価主義で行なうものであることを示した. さらに，ここでの重点は，廃棄副産物の内部振替価格が負値をとることがある点である. その経済的な含意を追求した. そして最後に，双対価格を使った分権的ないし中央集権的な計画法をいろいろな個別計画問題と期間計画に関して明らかにした. ここでも結合生産の特殊性を強調している.

9.2 結合生産システムのモデル・ビルディング

9.2.1 廃棄副産物の処理の3ケース

企業が自己の工場内に産業公害防除設備を設置して，本来公害をもたらすはずの廃棄副産物を処理する場合，次の3つのケースが考えられるであろう.

ケース1：自社の公害防除設備（防止設備といっても処理設備といってもよい）を使って，公害因子を除去したうえで排出するケース.

ケース2：自社の処理設備で処理した結果，再生利用原料を分離して取出せるケース.

ケース3：自社の処理設備で処理した結果，外部市場で販売可能な新製品ないし副産物が生産されるケース．

ケース1については，公害因子の除去率が問題になる．たとえば，ある汚染排出量 x キロ・リットル中の汚染因子の80%が除去された形で排出される場合，除去率80%という．この比率を一般に β とおけば $(0\leq\beta\leq1)$, βx だけ除去され浄化されており，$(1-\beta)x$ は汚染されたもとのまま排出される(5)．この場合，除去率 β は排水処理設備によって異るが，企業は自己の排水が流れ出る当該河川に対して法令で定められた環境基準（水質基準）を満足させるような β の値をもつ設備を設置しなければならない．

ケース2と3については，再生率 α が問題になる．たとえば，x トンの廃硫酸から αx トンの硫酸が分離される場合などがある $(0\leq\alpha\leq1)$．このときも，副廃棄物 $(1-\alpha)x$ は，環境基準を満たしているかぎり，そのまま排出される．

以下のわれわれのモデルでは，これら3つのケースを全部同時に含んだ生産システムを取り扱っている．

9.2.2　中間生産物の需給関係条件

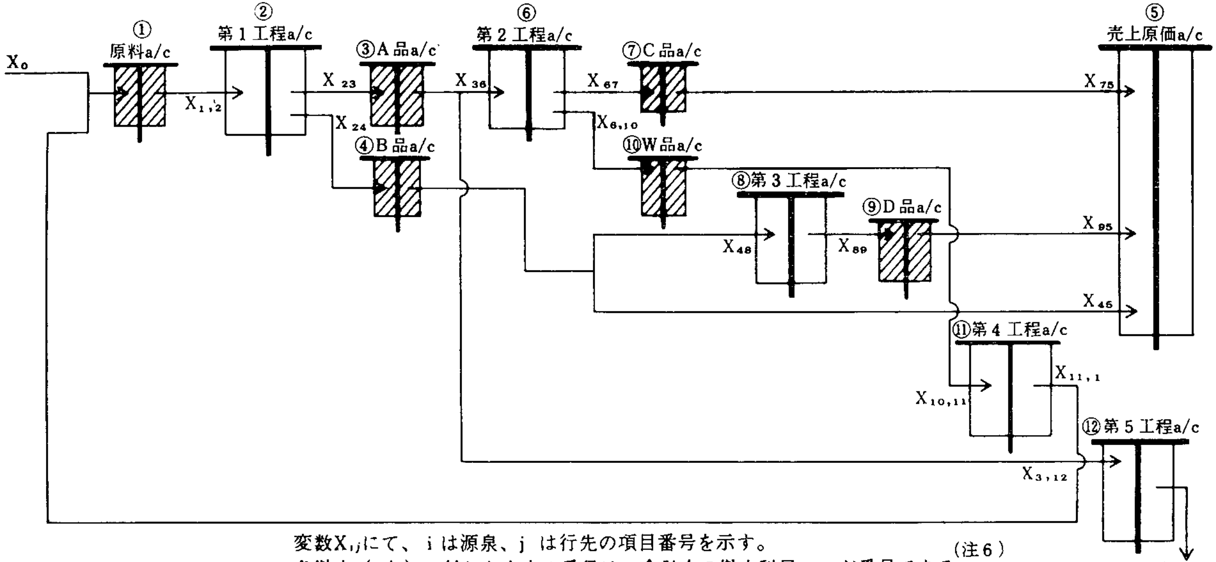
結合生産システムにおいて最も重要な生産上の制約条件は，中間生産物の需給関係であり，ここでは次の図ようなシステムを考える．

次頁の勘定体系図では，公害因子は第1工程から産み出される A 品に含まれている．A 品をさきにのべた公害処理ケース1に従って処理する場合は，第5工程で行なわれている．また，ケース2は第2工程を通じて第4工程で行なわれている．ケース3は第2工程そのもので行なわれ，C 品として販売される．

（注5）レオンチェフによる公害問題を含んだ国民経済の投入産出モデルでは，環境基準として公害要因 (pollutant) の一定の排出残存量が家計の許容水準として与えられている．これは一定期間のフローとしての許容量であるが，現実の環境基準はここでのべた水質基準のように質的な基準値で示されることが多いから，その場合にはその質的基準値を満足してさえいれば，企業は一定期間のフローとしての排出量を無制限に出しても許容されることになる．したがって，われわれのミクロ分析にとっては，レオンチェフのモデルは直接には役立たない．さらに，公害因子の種類数と防止活動の数とは現実には一致しないから，投入産出係数行列は逆行列をもたず，このときには彼のモデルは解を有しないことになる．Leontief〔L 8〕pp. 124 ff 参照．

（注6）このような勘定コード番号の設定と変数の添数字の付け方は，行列原価計算や行列簿記の取引行列にとって有用である．佐藤〔s 5〕参照．

中間生産物の需給関係の勘定体系図（第１図）



変数X_{ij}にて、ｉは源泉、ｊは行先の項目番号を示す。
各勘定（a/c）に付した丸内の番号は、会計上の勘定科目コード番号である。（注６）

次に，上の生産システムを LP モデルに定式化することにしよう．これにはまず，中間生産物の需給関係に着目して，次の２表を用いて「投入産出分析」を適用する．（「投入産出分析」については第４章を参照されたい．）

産出量行列：

	第１工程	第２工程	第３工程	第４工程	第５工程
第 1 工 程 生 産 物 量	x_{23}				
	x_{24}				
第 2 工 程 生 産 物 量		x_{67}			
		$x_{6,10}$			
第 3 工 程 生 産 物 量			x_{89}		
第 4 工 程 生 産 物 量				$x_{11,1}$	
第 5 工 程 排 出 量					$x_{12,0}$

投入量行列：

		第 1 工 程への投入量	第 2 工 程への投入量	第 3 工 程への投入量	第 4 工 程への投入量	第 5 工 程への投入量	外 部 市 場への販売量
第１工程生 産 量	x_{23}		x_{36}			$x_{3,12}$	
	x_{24}			x_{48}			x_{45}
第２工程生 産 量	x_{67}						x_{75}
	$x_{6,10}$				$x_{10,7}$		
第３工程生 産 量	x_{89}						x_{95}
第４工程生 産 量	$x_{11,1}$	$x_{1,2}$					外部からの購入量 $-x_0$
第５工程排 出 量	$x_{12,0}$						排出量 $x_{12,0}$

以上の２表から，中間生産物の需給関係を表わす制約条件式が次のようにみちびかれる．

第１工程	第２工程	第３工程	第４工程	第５工程	外部販売量	
x_{23}	$-x_{36}$			$-\ {}_{3,12}$	$=0$	（１）
x_{24}		$-x_{48}$			$\geqq x_{45}$	（２）
	x_{67}				$\geqq x_{75}$	（３）
	$x_{6,10}$		$-x_{10,7}$		$\geqq 0$	（４）
		x_{89}			$\geqq x_{95}$	（５）
$-x_{1,2}$			$+x_{11,1}$		$\geqq -s_1$	（６）
				$x_{12,0}$	$=x_{12,0}$	（７）

（６）式におけるs_1は，外部購入原料に関する計画期間の使用可能量限度をあらわす.（この式が成立するのは，生産が均衡状態にあり，毎期同じスケジュールが続けられているので第４工程からの再生原料が毎期利用可能であるという仮定下においてである(7).）すなわち，原料の外部購入量をx_0とすると，

$$x_0 \leqq s_1$$
$$x_0 + x_{11,1} = x_{1,2} \quad \rightarrow \quad x_0 = x_{1,2} - x_{11,1}$$
$$\therefore \quad x_{1,2} - x_{11,1} \leqq s_1 \quad \rightarrow \quad (6).$$

このモデルでは棚卸資産である原料，B品，C品，D品，W品に関しては，期首在高と期末在高とが均等することを仮定していない．つまり，このモデルでは在庫生産の可能性まで含めているのである．結合生産物を含んだ利益計画モデルでは，真の全社的最適性を確保するためには未利用ないし未販売の中間生産物の在庫をも考慮に入れなければならないことは，ハートレイによって明らかにされた(8)．すなわち，結合生産企業においては，ある生産物について計画期間中のその利用可能量または販売可能量以上に在庫生産した部分は，それ自体利益をもたらさないが，この余剰生産に伴って必然的に他の生産物の追加生産が達成される．そして，この後者の生産物の市場が未充足の場合には，この追加生産量は利益をもたらすことになるからである．

これら原料，B品，C品，D品，W品について，期首在高がゼロのときには，

（注７）Hartley〔H３〕p.753.
（注８）Hartley〔H３〕p.749.

その期末在高はそれぞれ(6)式，(2)式，(5)式，(4)式におけるスラック変数の値として定まる.(このモデルでは期首在高をすべてゼロとしたが，そうでない場合に拡張することは容易である.)

さらに，A品については，生産量x_{23}のうち，第2工程に振替えて追加加工することをしなかった残量は，すべて第5工程に送り込んで処理されることになる．その量は$x_{3,12}$になるが，これは(1)式を$x_{23} \geqq x_{36}$として表わした場合のスラック変数に等しい．A品にはそのままでは外部市場性がないので，残余量については処理して廃棄せざるをえないものとする．また，第5工程はその処理能力が十分に存在するものとする.

中間生産物に関するその他の制約条件として，結合生産比率に関する条件がある.

第1工程において$x_{1,2}$の単位あたり投入からA品とB品がa対bの比率で生産されてる仮定すれば，

$$x_{23} = ax_{1,2} \tag{8}$$

$$x_{24} = bx_{1,2}. \tag{9}$$

第2工程でx_{36}の1単位投入からx_{67}と$x_{6,10}$がc対dの比率で生産されるとすれば，

$$x_{67} = cx_{36} \tag{10}$$

$$x_{6,10} = dx_{36}. \tag{11}$$

第3工程ではx_{48}とx_{89}とが1対1の対応関係にあるとすれば，

$$x_{48} = x_{89} \tag{12}$$

さらに，第4工程での再生率はαであるとすれば$(0 \leq \alpha \leq 1)$，

$$x_{11,1} = \alpha x_{10,7}. \tag{13}$$

また，第5工程における公害因子除去率をβとすれば$(0 \leq \beta \leq 1)$，

$$x_{12,0} = (1-\beta) x_{13,14}. \tag{14}$$

しかし，$x_{12,0}$の市場価値はゼロであるから，$x_{12,0}=0$とみなしてもよい.

以上の(8)～(13)によって，(1)～(6)における変数の1部を消去できる.その結果，

$$\begin{array}{lllll} ax_{1,2} & -x_{36} & & -x_{3,12} & = 0 \\ bx_{1,2} & & -x_{89} & & \geqq x_{45} \\ & cx_{36} & & & \geqq x_{75} \end{array}$$

$$
\begin{array}{llll}
 & dx_{36} & -x_{10,7} & \geqq 0 \\
 & & x_{89} & \geqq x_{95} \\
-x_{1,2} & & +\alpha x_{10,7} & \geqq -s_1.
\end{array}
$$

((7)式は削除した.)

これらの式は次のように変形できる.

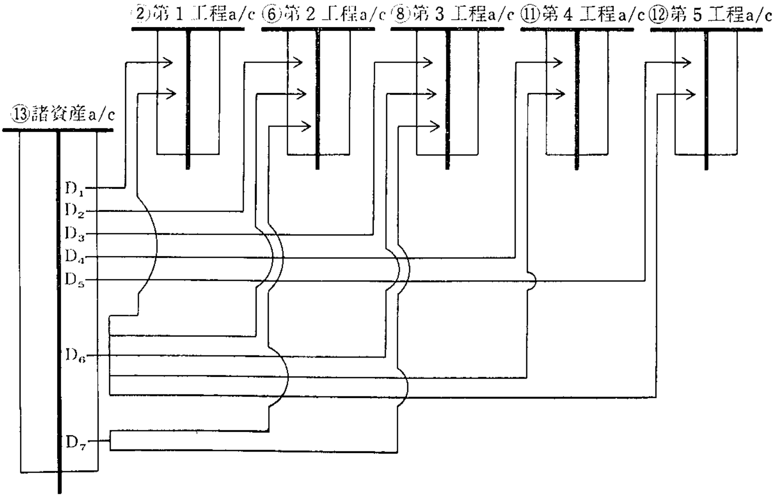
$$
\begin{array}{llllllll}
-ax_{1,2} & +x_{36} & & & & & +x_{3,12}=0 & (1') \\
-bx_{1,2} & & +x_{89} & +x_{45} & & & +x_{s2}=0 & (2') \\
 & -cx_{36} & & & +x_{75} & & +x_{s3}=0 & (3') \\
 & -dx_{36} & +_{10,7} & & & & +x_{s4}=0 & (4') \\
 & & -x_{89} & & & +x_{95} & +x_{s5}=0 & (5') \\
x_{1,2} & & -\alpha x_{10,7} & & & & +x_{s6}=s_1 & (6')
\end{array}
$$

上式にて変数 $x_{3,12}, x_{s2}, x_{s3}, x_{s4}, x_{s5}, x_{s6}$ はすべてスラック変数として機能する.

9.2.3 外部調達財と外部販売市場に関する制約条件

さて次に，企業が自ら生産した資源，中間生産物でなく，企業が外部から購入して得た資源（設備，労働力，電力，原料その他），すなわち外部投入要素に関する制約条件を定式化することに向おう.

外部投入要素の需給関係勘定体系図(第2図)



$D_1 \sim D_5$ は，各工程の専用資源の利用可能量（たとえば，D_1 は第１工程の設備の計画期間中における最大可能利用時間数あるいは投入物の最大可能処理量を表わす.）

D_6 は，すべての工程での共通利用資源の利用可能量.

D_7 は，第２工程と第３工程とによって共通利用される資源の最大可能利用量.

いま，上記の$D_1 \sim D_7$の外部調達資源に関する需給関係を定式化するには，５つの工程のアクティビティを何によってとらえるかが問題になる．これについては，結合生産工程（プロセス）のアクティビティはその工程への投入量で把握し，結合生産でない生産工程のアクティビティはその工程の産出量で把握しなければならない　この理由については次節で詳しくのべることにしたい.

このようなルールに従えば，結合生産工程である第１工程，第２工程，第４工程，第５工程のアクティビティはそれぞれその投入物量 $x_{1,2}, x_{36}, x_{10,7}, x_{3,12}$ であり，第３工程のアクティビティだけが産出量 x_{89} によって測定される．ここで，第４工程と第５工程のアクティビティに投入物量をとる理由は，これら両工程の産出量がその工程への投入量と１対１の関係をとらず，(13)式と(14)式の関係をとってある種の結合生産が行なわれているからである.

そこで，外部調達資源に関する制約条件式は次のようになる.

$$d_{11}x_{1,2} \leqq D_1 \quad (15)$$
$$d_{22}x_{36} \leqq D_2 \quad (16)$$
$$d_{33}x_{89} \leqq D_3 \quad (17)$$
$$d_{44}x_{10,7} \leqq D_4 \quad (18)$$
$$d_{55}x_{3,12} \leqq D_5 \quad (19)$$
$$d_{61}x_{1,2}+d_{62}x_{36}+d_{63}x_{89}+d_{64}x_{10,7}+d_{65}x_{3,12} \leqq D_6 \quad (20)$$
$$d_{72}x_{36}+d_{73}x_{89} \leqq D_7. \quad (21)$$

ただし，d_{ij}は，第i外部資源について第j工程のアクティビティ単位あたりの消費量を表わす（$i=1,\cdots,7$；$j=1,\cdots,5$）.

(15)については，外部資源D_1が図１における原料であれば，数量 $D_1=s_1$であり，かつ$d_{11}=1$である．また（6′）が別に設けてあるから，(15)は不要である．ここでは D_1は原料ではなく，第１工程の設備能力を表わすものとしておく.

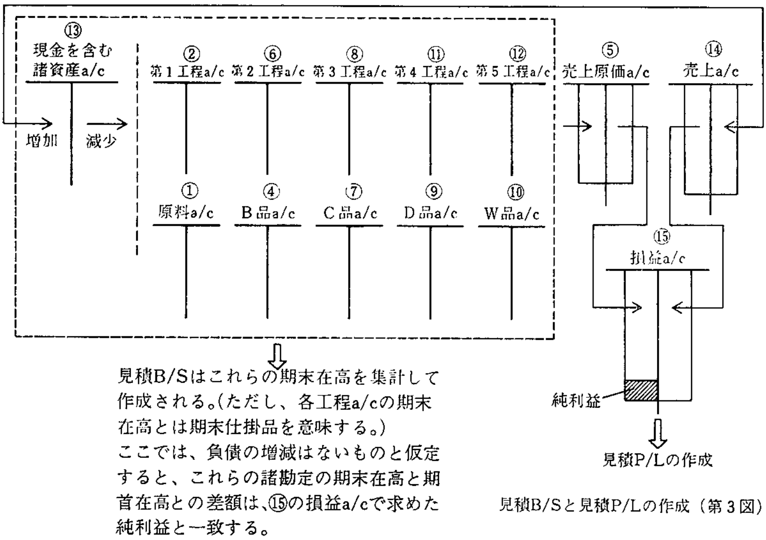
さて，制約条件としてはさらに，外部に販売する B 品，C 品，D 品の外部市場需要に関する制約がある．これを M_j $(j=B,C,D)$ とすれば，

$$x_{45} \leqq M_B \qquad (22)$$

$$x_{75} \leqq M_C \qquad (23)$$

$$x_{95} \leqq M_D. \qquad (24)$$

ところで，上で明らかにした中間生産物需給関係の勘定体系図と本源的要素需給関係の勘定体系図は，ともに物量のフローとストックをあらわし，価値のフローとストックをあらわしていない．しかし，ここでは一応物量の形のままにおくが，全社的な見積損益計算書と見積貸借対照表を作成するための勘定体系図を示すと次のようになる．



見積B/Sと見積P/Lの作成（第3図）

9.3 目標関数の定式化と結合生産アクティビティの原価データ

利益目標関数において定式化される利益は，いうまでもなく収益項目と費用項目との差額として示される．ところが，この費用構成要素は結合生産物に関する結合原価をどのように取扱うべきかの問題を呈することになる．

9.3.1 伝統的な連産品原価計算の問題点

ここでまず，伝統的な原価計算における連産品の結合原価に関する処理をみると次のとおりである.[9]

第 1 法：各連産品の見積販売価格（ただし正常市価にかぎる）を基準とした等価係数にもとづき等級別総合原価計算の方法により配分する.

第 2 法：熱量，純分度のような物的性質を等価係数に用いる.

第 3 法：連産品の一種または数種の価額を副産物に準じて評価し，これを 1 期間の結合原価から控除した金額をもって，他の連産品の価額とする.

このうち第 2 法は，実際上，連産品は同一の数量的尺度でその価値を測定することができない場合が多いので，採用することは困難なことが多い．第 3 法は連産品といっても主副の関係がかなり強くあらわれている場合にのみ採用される便宜的方法である．しかし，このときの副産物の評価も，市価（見積販売価額ないし見積再購入原価）を基準とするから，本質的に原価計算といえないかもしれない.

一般には第 1 法がとられているが，この方法では正常市価に生産量を乗じた積数を基準として結合原価を配分するわけだから，この積数は各製品の見積売上高に等しい．したがって，各製品の見積売上高の比率を基準にした原価配分は，一般の原価計算原則である「原価発生原因原則」(Kostenverursachungsprinzip) によるものでなく，「負担能力原則」(Kostenträgerfähigkeits-oder Deckungsprinzip) による原価配分であるから，これは原価計算とはいえないかもしれない．さらに，売上高比率を基準にする結果，すべての製品について同一の利益率が得られるように原価配分されてしまう[10]ので，この方法では，連産品の生産比率が可変の場合にはプロダクト・ミックスの決定にとって不適切な原価データを提供することになってしまう.

9.3.2 結合生産工程のアクティビティとその帰属原価

以上では，結合原価に対する伝統的な分解方法が不適切であることを明らかにした．それでは，結合生産の短期利益計画モデルにとって合目的な原価デー

（注 9 ）溝口〔m 12〕231頁.
（注10）同一利益率になってしまう点の指摘は，溝口〔m 12〕232頁参照.

タはどのようにして与えられるであろうか．この問題は，結合生産工程のアクティビティ・レベルの尺度を何に求めるかにかかっている．そして，結合原価は，そのアクティビティに一括した形のままで帰属させることが適切である．なぜならば，およそ原価は生産工程のアクティビティに起因して発生し，さらに，結合生産の利益計画モデルでは各生産工程の最適なアクティビティ・レベルを決定することが問題になっているからである．

以上のような理由から，結合生産のアクティビティはその結合生産工程への投入物量で測定すべきであり，非結合生産工程のアクティビティだけがその工程からの製品別産出量で把握される．ただし，主副の区別がきわめて明確にあらわれているような連産品については，その主産物の生産量を結合生産工程のアクティビティ・レベルとみなして結合原価を主産物だけに帰属させ，他の副産物の原価はゼロとすることも許されるかもしれない[(11)]．しかし，これはごく便宜的な方法であって，本来主副の区別のできない連産品については，このような便法による原価データは結合生産の決定モデルが最適化を達成するのに不適切なデータである．しかしながら，この便法は，たとえ主副の区別が可能な場合でも，便宜的に経済的実行可能性の観点から許容されるにすぎない．

ところで，結合原価は結合生産工程への投入物量に帰属させることが合目的であるといっても，短期利益計画モデルのためには，その原価は結合変動費にかぎられる．結合固定費については短期的なアクティビティ・レベルには無関係に発生するので，短期計画モデルでは無視してよい．したがって，要約すれば，いわば直接原価計算的に結合変動費だけを区分し，これを当該結合生産工程への投入物量に帰属させねばならない．

さらに，このように結合変動費が各工程への投入物量に帰属される結果，(第1図の中間製品需給関係図にみられるような各工程間のコスト・フローが実際には存在するにもかかわらず，)各工程別のアクティビティ原価計算はいわゆる「非累積法」(non-cummulative method)に従って行わざるをえないことになる．したがって；各工程の投入物に帰属される結合変動費は自工程費だけであり，つまり自己工程が追加加工するさいに新たに加えた原価だけであり，前工

(注11) ハックスもこの便法によって結合生産モデルを定式化している．Hax〔H 4〕S. 167.

程からの中間生産物に関する原価（前工程費）は含められない．この点は，結合生産物の原価計算が本質的に不可能であることにもとづくが，アウトプットとしての中間生産物の振替価格や最終生産物の原価は機会原価によって測定することにし，その機会原価も完全競争に近い外部市場のあるときは市価基準によるが，そのような市場のないときは数学的手法によって測定することになる．この最後の点は次節で詳しくのべたい．

そこで次に，利益目標関数を定式化する前に，具体的にどのような原価項目がわれわれのモデルにおいて主たる関心をひくものであるかをのべておきたい．

われわれはさきに，企業が自分で公害処理設備を設置して本来廃棄するはずの産出物を処理するケースとして，第１に単に公害因子を一部除去した形で排出する場合，第２に自社での再生利用原料を分離して取出す場合，第３に販売可能副産物ないし新製品を生産する場合という３つのケースをのべた．このいずれのケースについても，次のような原価が会計期間に発生する．

（１） 処理設備の研究開発費の期間的消却費
（２） 処理設備の減価償却費
（３） 資金の利子
（４） 公害防止管理者その他の人件費
（５） 処理設備の運転に伴う動力費等
（６） 処理済みの廃棄物（たとえば汚泥など）の処分費等
（７） 処理設備に新たに追加投入すべき原料費（処理すべき当該廃棄物ではない．）

このうち，１から４は結合固定費であり，５から７は結合変動費である．結合固定費の方が結合変動費よりもはるかに巨額であるが，われわれの短期モデルで問題になるのはこの結合変動費である．ただし，結合固定費は最後で期間あたりに一括的に費用におとされねばならない．このような変動費は数式モデルへの原価データとしては，企業が自前の処理設備をもたずに廃棄物共同処理センターなどへ廃棄物を運んで処理してもらう場合のコスト（処理手数料と運賃）や，そのほか排気ガス量を規制するために重油とかガソリンなどの投入物量に課税される場合のコスト（公害税）を取扱うときにも同じ形になる．

公害に関するコストとして，公害による被害の補償，救済，敗訴の場合の

裁判費用などの事後コストは，企業が負担しなければならないが，これらはもちろんここでは問題にならない[12]．さらに，企業が社会に転嫁したコスト(social cost）も，ここでは問題にされない．

9.3.3　利益目標関数の定式化

さて，最後に利益目標関数を定式化しておこう．ここで注意しておくべきことは，結合生産工程ではそれへの投入物に結合変動費が帰属されることになり，その工程からの産出物には何ら原価が帰属されないから，結合生産物別に収益から費用を引いた利益を示したり，あるいは結合生産物別に単位販売価格から単位原価を差引いた単位利益を示すことはできないということである．したがって，結合生産システムの利益目標関数はすべての連産品の一括的見積売上高から一括的見積変動費総額を差引いた形で定式化されることになる．

そこで，前節第1図の中間製品関係図において，第i工程($i=1,\cdots,5$)のアクティビティ1単位の操業にともなう変動費をk_iとすれば，k_i ($i=1,2,4,5$) は結合変動費であり，k_i ($i=3$) は第3工程のアウトプットD品に帰属される変動費である．これらのk_i($i=1,\cdots,5$)の値は，この企業の使用資源がD_1からD_7の7種類だけであるならば，その消費価格（これには変動間接費の予定配賦率を含む）をそれぞれv_{Dj}($j=1,\cdots,7$)とするとき，次のようにして算定される[13]．すなわち，

$$
\begin{aligned}
&[k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4 \quad k_5] \\
&=[v_{D1} \quad v_{D2} \quad v_{D3} \quad v_{D4} \quad v_{D5} \quad v_{D6} \quad v_{D7}]
\begin{bmatrix}
d_{11} & & & & \\
 & d_{22} & & & \\
 & & d_{33} & & \\
 & & & d_{44} & \\
 & & & & d_{55} \\
d_{61}, & d_{62}, & d_{63}, & d_{64}, & d_{65} \\
 & d_{72}, & d_{73} & &
\end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

（注12）これらの事後コストには社会正義の観点から費用性や原価性を一切みとめず，利益処分項目とせよとする見解がある．若杉〔w 1〕98頁．

（注13）このような原価計算法は Feltham〔F 4〕p. 22 にもみられる．フェルサムは結合生産を行なわない企業の製品別原価計算を行列によって一挙に求める方法を示している（第4章を参照せよ）．しかし，結合生産企業では生産物種類数と工程数が等しくないので，投入産出係数行列の逆行列がえられないため，製品別原価を計算せず，筆者と同様に，目標関数を定式化している．

上式右辺における右項の行列は，(15)〜(21)の左辺における投入係数行列である．

ここで注意すべきことは，k_1に関してである．k_1は第1工程のアクティビティ単位あたりの運転費（variable operating cost）であるが，本稿ではこのk_1には第1工程に投入される原料の単位取得原価k_0を含めていない．したがって，目標関数にとって関連ある原価データとしては，上記のk_1〜k_5以外に，原料の外部からの購入量x_0に比例して発生するk_0をとり入れなければならない．

次に，全社的観点からみて収益（厳密にいえば現金収入）をもたらすのは，外部市場への販売品だけである．それはB品のうちのx_{45}，C品のx_{75}，およびD品のx_{95}からなっており，これらの見積販売価格をp_B, p_C, p_Dとする．

このとき，目標関数は次のように定式化される．

$$
\begin{aligned}
\text{利益}z &= \text{総売上高}-\text{原料購入費}-\text{工程別運転費総額}\\
&=(p_Bx_{45}+p_Cx_{75}+p_Dx_{95})\\
&\quad -k_0x_0-(k_1x_{1,2}+k_2x_{36}+k_3x_{89}+k_4x_{10,7}+k_5x_{3,12})\to max.
\end{aligned}
$$

しかるに，$x_0+\alpha x_{10,7}=x_{1,2}$だから，$x_0=x_{1,2}-\alpha x_{10,7}$．これを上に代入すると，

$$
\begin{aligned}
z=&(p_Bx_{45}+p_Cx_{75}+p_Dx_{95})\\
&-[(k_0+k_1)x_{1,2}+k_2x_{36}+k_3x_{89}+(-\alpha k_0+k_4)x_{10,7}+k_5x_{3,12}]\\
&\to max. \qquad (25)
\end{aligned}
$$

この目標関数が従うべき制約条件式は，前節での(1′)〜(6′)，(15)〜(21)，および(22)〜(24)である．

目標関数における$x_{10,7}$の係数は興味深い．これは，第4工程（原料再生工程)のアクティビティ1単位稼動させるたびに，運転費k_4が発生するとともに，α単位の再生原料はαk_0の金額だけ購入原料節約額をもたらすことを意味する．したがって，第4工程アクティビティ単位あたりに発生する正味コストは（$k_4-\alpha k_0$）である．この金額の絶対値は，〔再生原料の見積再購入費－追加加工費〕であるから，これはW品の伝統的原価計算での評価額に等しい．

9.4 結合生産の短期利益計画モデルの全貌

われわれの結合生産の利益計画モデルをここで完全な形で示すと次のように

なる．このモデルを解くことによって，各工程のアクティビティ・レベル，各連産品の生産量，外部販売量，計画在庫量等を決定することができる．したがって，企業における公害防除の３つのケースにつき，廃棄副産物の最適処理量，再生原料の最適産出量，販売可能生産物の最適生産量も決定されることになる．

目標関数：

$$z=p_Bx_{45}+p_Cx_{75}+p_Dx_{95}-(k_0+k_1)x_{1,2}-k_2x_{36}-k_3x_{89}+(\alpha k_0-k_4)x_{10,7}-k_5x_{3,12}\rightarrow max! \quad (25)$$

制約条件：

$$-ax_{1,2}+x_{36}+x_{3,12}=0 \quad (1')$$

$$x_{45}-bx_{1,2}+x_{89}+x_{s2}=0 \quad (2')$$

$$x_{75}-cx_{36}+x_{s3}=0 \quad (3')$$

$$-dx_{36}+x_{10,7}+x_{s4}=0 \quad (4')$$

$$x_{95}-x_{89}+x_{s5}=0 \quad (5')$$

$$x_{1,2}-\alpha x_{10,7}+x_{s6}=s_1 \quad (6')$$

$$d_{11}x_{1,2}+x_{s15}=D_1 \quad (15')$$

$$d_{22}x_{36}+x_{s16}=D_2 \quad (16')$$

$$d_{33}x_{89}+x_{s17}=D_3 \quad (17')$$

$$d_{44}x_{10,7}+x_{s18}=D_4 \quad (18')$$

$$d_{55}x_{3,12}+x_{s19}=D_5 \quad (19')$$

$$d_{61}x_{1,2}+d_{62}x_{36}+d_{63}x_{89}+d_{64}x_{10,7}+d_{65}x_{3,12}+x_{s20}=D_6 \quad (20')$$

$$d_{72}x_{36}+d_{73}x_{89}+x_{s21}=D_7 \quad (21')$$

$$x_{45}+x_{s22}=M_B \quad (22')$$

$$x_{75}+x_{s23}=M_C \quad (23')$$

$$x_{95}+x_{s24}=M_D \quad (24')$$

すべての$x\geqq 0$.

9.5 双対価格による振替価格と連産品原価の計算および分権的計画

9.5.1 双対価格による連産品の振替価格

前節の LP 問題の各制約条件に対する双対価格を条件式の番号にしたがって π_r $(r=1,\cdots,6;15,\cdots,24)$ とすれば，この問題の各係数列ベクトルがすべて基底に入った場合（ただし，$x_{s2}\sim x_{s24}$ にわたるスラック変数に関するスラック・ベクトルはいずれか8つの列ベクトルだけ基底に入ったとする)，「緩急相補性の定理」(complementary slackness theorem)に従って，次式が成立する，

$$\begin{aligned}
&\pi_{22} + \pi_2 = p_B &(3\text{-}1)\\
&\pi_{23} + \pi_3 = p_C &(3\text{-}2)\\
&\pi_{24} + \pi_5 = p_D &(3\text{-}3)\\
&d_{61}\pi_{20} + d_{11}\pi_{15} + \pi_6 - b\pi_2 - a\pi_1 = -k_0 - k_1 &(3\text{-}4)\\
&d_{72}\pi_{21} + d_{62}\pi_{20} + d_{22}\pi_{16} - d\pi_4 - c\pi_3 + \pi_1 = -k_2 &(3\text{-}5)\\
&d_{73}\pi_{21} + d_{63}\pi_{20} + d_{33}\pi_{17} - \pi_5 + \pi_2 = -k_3 &(3\text{-}6)\\
&d_{64}\pi_{20} + d_{44}\pi_{18} - \alpha\pi_6 + \pi_4 = \alpha k_0 - k_4 &(3\text{-}7)\\
&d_{65}\pi_{20} + d_{55}\pi_{19} + \pi_1 = -k_5 &(3\text{-}8)
\end{aligned}$$

上式では変数の数が16で等式の数が8であるが，実際には，この変数のうちいづれか8個はかならずゼロになる（原問題のスラック変数のうち8個が基底に入っているから）．このとき，残った8個の変数の係数からなる各列ベクトルが相互に1次独立になるはずだから，双対価格 π_r の値は $\pi_r{}^*$ に一意的に定まる．もっとも，双対価格は原問題の最終シンプレクス表からも得られる．

ここで，原問題の条件式(1′)～(6′)は各工程が産出する各中間生産物の量的な需給関係を表わすものであるから，

$\pi_1{}^*$：A品の内部振替価格 y_A

$\pi_2{}^*$：B品の内部振替価格あるいは単位原価 y_B

$\pi_3{}^*$：C品の単位原価 y_C

$\pi_4{}^*$：W品の内部振替価格 y_W

$\pi_5{}^*$：D品の単位原価 y_D

$\pi_6{}^*$：再生ないし購入原料の内部振替価格 y_G

となる．

さらに，原問題の条件式(15′)〜(21′)は，外部的資源の需給関係を表わしていた．しかし，これらの資源はどの工程の生産物でもないので，この内部的使用については支出原価 $v_{Dj}(j=1,\cdots,7)$ だけ各工程は負担すればよい．というのは，これら外部的資源の企業内での提供者（たとえば本部）には，この資源の提供について利益が発生する必要がないからである．ただし，共通利用資源 D_6 と D_7 について，もしこの資源管理者が特別の独立部門として存在する場合には，$(v_{D6}+\pi_{20}{}^*)$，$(v_{D7}+\pi_{21}{}^*)$ が D_6，D_7 の単位振替価格となる．

また，原問題の条件式(22′)〜(24′)は，外部販売品の市場制約条件であるから，

$\pi_{22}{}^*$：製品 B を１単位追加販売すれば得られる利益，すなわち製品 B の単位利益

$\pi_{23}{}^*$：製品 C の単位利益

$\pi_{24}{}^*$：製品 D の単位利益

となる．

9.5.2　双対価格による連産品別原価計算

さて，上記の説明において，中間生産物の双対価格 $\pi_r{}^*(r=1,\cdots,6)$ は，伝統的な原価計算方法では算定不可能であった各連産品の単位原価を表わしているとみることもできる[14]．というのは，それは各中間製品をもう１単位追加的に生産するためのコストを表わすからである．ただし，そのコストには支出原価だけでなく機会原価も含められてしまうことがある．たとえば，最終製品である D 品の原価 $\pi_5{}^*$ は，(3-6) から，$\pi_5{}^*=k_3+\pi_2{}^*+d_{73}\pi_{21}{}^*+d_{63}\pi_{20}{}^*+d_{33}\pi_{17}{}^*$ となる．ここで，$(d_{73}\pi_{21}{}^*+d_{63}\pi_{20}{}^*+d_{33}\pi_{17}{}^*)$ は明らかに機会原価であり，$\pi_2{}^*$ にも機会原価が含まれているかもしれない．さらに，D 品の外部需要制約が実効的でないときには，その双対価格 $\pi_{24}{}^*=0$ となり，(3-3) から $\pi_5{}^*=p_D$ となって D 品の原価はその市場価格に等しいものとなってしまう．このことから明らかなように，双対価格による評価では伝統的原価計算におけるように原価財の取得原価を産出物にアタッチさせるという原則はとられていない．双対価格体系は原価財の取得原価による生産物評価をもたらすものではなく，むしろ

（注14）新野〔n 3〕，岡崎〔o 3〕．

原価財の時価による生産物評価をもたらすといえよう．ただし，原価財の時価が取得原価に一致する場合も含まれることに注意すべきである．

以上から逆に明らかなように，中間生産物にせよ最終生産物にせよ，外部市場が存在しているときに，その原価価値を市場価格で評価することは，外部需要制約が実効的となるときには，不適切である．つまり，市場価格から販売制約条件の双対価格値を差引いた額で評価しなければならないからである．(15)

このような双対価格によって棚卸資産の期末在高を評価することもできる．(16) その結果，*LP* モデルによる計画利益の算定と見積貸借対照表，見積損益計算書の作成による利益計算との間にコンシステンシィが存在することになる．ただし，この評価法では各資産単位あたりの毎期の評価額は当然に異りうる．第1節第3図はこのような評価法を前提にしている．この点については，今後の研究を要する．

9.5.3 負値の双対価格による負値の振替価格

ここで双対価格π_r^*の符号がどうなるかをみておこう．

いま，n個の数値$x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*$が最大化問題：

$$
(a)\begin{cases}
\sum_{j=1}^{m} c_j x_j \to max. \\
\text{制約条件} \\
\sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_j \leqq b_i \quad (i=1,2,\cdots,r, r<m) \\
\sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_j = b_i \quad (i=r+1, r+2,\cdots,m) \\
\qquad x_j \geqq 0 \quad (j=1,\cdots,n)
\end{cases}
$$

の解であるとき，双対定理により次の関係がm個の数値$\pi_1^*, \pi_2^*, \cdots, \pi_m^*$のあいだに成立する．

$$
(b) \quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \pi_i^* \leqq c_j \quad (j=1,2,\cdots,n)
$$

（注15）中間製品の振替価格として，ゴールドシュミットらのようにその市場が存するときにはつねに市場価格評価をすることは正しいとはかぎらないであろう．市価評価がつねに有効なのは市場が完全競争の場合にかぎる．Goldschmidt〔G-10〕pp. 18-19.

（注16）Wright〔W 13〕.

$$
(c)\begin{cases}
\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_j^* = b_i \text{ しかも } i \leqq r \text{のとき} & \pi_i^* \geqq 0 \\
\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_j^* < b_i \text{ しかも } i \leqq r \text{のとき} & \pi_i^* = 0 \\
\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_j^* = b_i \text{ しかも } i \geqq r+1 \text{のとき} & \pi_i^* \gtreqqless 0.
\end{cases}
$$

したがって，原問題(a)における等式の制約条件に対応するπ_i^*は正，ゼロ，負のいずれかの値をとりうる.(17) つまり，等式の制約条件に対応する双対価格は負値をとることがある.

この点をわれわれのモデルに適用すれば，原問題の制約条件$(1')$は，はじめから等式の形をとっている.$(1')$に対応する双対価格π_1の値は負値をとりうる．π_1以外の双対価格$\pi_r(r\neq 1)$はすべて非負の値をとる.

そこで，(3-8) より，$\pi_1^* = -(k_5 + d_{65}\pi_{20}^* + d_{55}\pi_{19}^*)$,

$k_5 > 0, \pi_{20}^* \geqq 0, \pi_{19}^* \geqq 0$だから，$\pi_1^* < 0$.

したがって，π_1^*は負値をとるので，A品の内部振替価格y_Aは負値をとることになる.

内部振替価格が負値をとるということは，その中間生産物の引渡し部門では他へ引渡すごとにその額だけ費用が発生し，受入れ部門では受入れるごとにその額だけ収益が発生することを意味する．これを考慮に入れて以下では工程別のアクティビティ単位あたりの見積損益計算を行なう.

9.5.4　工程別のアクティビティ単位の見積損益計算

工程別のアクティビティ損益計算は次式にもとづいて行なう.

第 1 工程→(3-4)と(3-1)式

第 2 工程→(3-5)と(3-2)式

第 3 工程→(3-6)と(3-3)式

第 4 工程→(3-7)式.

(注17) この点の数学的証明は容易である．たとえば，Garvin〔G 5〕(訳書293頁) 参照．振替価格あるいは計算価格としてのマイナスの双対価格については，Hax〔H 4〕S. 168-69. Baumol and Fabian〔B 1〕p. 12 にみられる．また，ウィンストンによる外部性の遮断方法でも負の計算価格が生じうる．Whinston〔W 6〕pp. 439-440.(本書第5章注3を参照せよ.)

第５工程→(3-8)式.

第１工程：

第１工程のアクティビティ・レベルは$x_{1,2}^*$であり，$x_{1,2}$単位あたりにA品とB品がaとbの比率で生産される．したがって，

i) B品の外部販売市場が充足されるまでは

第１工程の収益$=ay_A+bp_B$,

ii) B品の外部市場充足後，B品を第２工程に振替えるとき，またはB品を在庫生産するとき

第１工程の収益$=ay_A+by_B$.

ただし，y_Aの値は上記のとおりマイナスである．したがって，ay_Aは費用側に計上してもよい．そのとき，第１工程a/cにこれが借方記入されるが，上式のように収益側のマイナス項目として第１工程a/cの貸方に赤字記入してもよい

第１工程の費用＝自工程原料支出費(k_0)＋自工程
加工費(k_1)＋原料機会費用(y_G).

∴第１工程のアクティビティ単位利益

$$=(ay_A+bp_B)-(k_0+k_1+y_G)$$
$$=(a\pi_1^*+bp_B)-(k_0+k_1+\pi_6^*)$$

または

$$=(ay_A+by_B)-(k_0+k_1+y_G)$$
$$=(a\pi_1^*+b\pi_2^*)-(k_0+k_1+\pi_6^*)$$
$$=d_{61}\pi_{20}^*+d_{11}\pi_{15}^* \quad ((3\text{-}4)より).$$

さらに，第１工程の予算利益

$$=(y_A\cdot x_{23}^*+p_B\cdot x_{45}^*+y_B\cdot x_{48}^*+y_B\cdot x_{s2}^*)$$
$$-(k_0+k_1+y_G)\cdot x_{1,2}^*.$$

ここでx_{s2}^*はB品の当期の在庫高増分である.[18]

ただし，原料タンクないし原料倉庫が一つの利益中心点として設定されていな

(注18) 期間損益＝（当期売上高＋当期在庫品在高増分プラスないし減分マイナス）
－当期総製造・販売原価.

上式の右辺＝当期売上高－〔(期首在庫品在高＋当期総製造・販売原価)
－(期首在庫品在高＋当期在庫品在高増分プラスないし減分マイナス)〕.

このような利益計算法は，Kilger〔K５〕S. 17参照．また Wright〔W 13〕も参照

いならば，原料機会費用(y_Q)は第１工程に負担させなくてもよい．というのはこれを第１工程が負担する場合，第１工程で使用される共用設備 D_6 と専用設備D_1がともに不完全操業度下にあるときにはそれらの双対価格 $\pi_{20}{}^*=0, \pi_{15}{}^*=0$ となり，アクティビティ単位利益が上式においてゼロになってしまうことがあるからである．

第２工程：

第２工程の収益も，第１工程と同様に，

i) C品の外部販売市場が充足されるまでは

$$cp_C + dy_W.$$

ii) C品の外部市場充足後，C品を在庫生産するとき，

$$cy_C + dy_W.$$

第２工程の費用＝自工程加工費(k_2)＋前工程振替品費(y_A)；

ただし $y_A < 0$．

∴アクティビティ単位利益

$$=(cp_C + dy_W) - (k_2 + y_A)$$
$$=(cp_C + d \cdot \pi_4{}^*) - (k_2 + \pi_1{}^*)$$

または

$$=(cy_C + dy_W) - (k_2 + y_A)$$
$$=(c\pi_3{}^* + d\pi_4{}^*) - (k_2 + \pi_1{}^*)$$
$$=d_{72}\pi_{21}{}^* + d_{62}\pi_{20}{}^* + d_{22}\pi_{16}{}^* \text{((3-5)より)}.$$

さらに，第２工程の予算利益

$$=(p_C x_{75}{}^* + y_C \cdot x_{s3}{}^* + y_W \cdot y_{6,10}{}^*)$$
$$-(k_2 + y_A) \cdot x_{36}{}^*.$$

ここで，$x_{s3}{}^*$はC品の当期の在庫高増分である．$x_{6,10}{}^*$にはW品の第４工程への振替分と在庫増分とが含まれている．

第３工程：

アクティビティ単位利益

$$=p_D - (y_B + k_3)$$
$$=p_D - (\pi_2{}^* + k_3)$$

または

$$=y_D - (y_B + k_3)$$

$=\pi_5{}^* - (\pi_2{}^* + k_3)$

$=d_{73}\pi_{21}{}^* + d_{63}\pi_{20}{}^* + d_{33}\pi_{17}{}^*$, ((3-6)より).

このとき，第３工程の予算利益

$=(p_D \cdot x_{95}{}^* + y_D \cdot x_{s5}{}^*) - (y_B + k_3) \cdot x_{89}{}^*$.

ここで，$x_{s5}{}^*$はD品の当期の在庫高増分.

第４工程：

アクティビティ単位費用

＝自工程加工費(k_4)＋前工程振替品費(y_W).

アクティビティ単位収益

＝再生原料の再調達原価(αk_0)＋原料の内部的プレミアム分(αy_G).

∴アクティビティ単位利益

$=(\alpha k_0 + \alpha y_G) - (k_4 + y_W)$

$=(\alpha k_0 + \alpha \pi_6{}^*) - (k_4 + \pi_4{}^*)$

$=d_{64}\pi_{20}{}^* + d_{44}\pi_{18}{}^*$, ((3-7)より).

このとき，第４工程の予算利益

$=(k_0 + y_G) \cdot x_{11,1}{}^* - (k_4 + y_W) \cdot x_{10,7}{}^*$.

第５工程：

廃棄物処理部門第５工程は，A品を受入れるたびに処理手数料としてy_Aの収益を獲得し，処理変動費用としてk_5を負担するから，

アクティビティ単位利益

$=|y_A| - k_5$

$=-y_A - k_5$

$=-\pi_1{}^* - k_5 = d_{65}\pi_{20}{}^* + d_{55}\pi_{19}{}^*$.

このとき，第５工程の予算利益

$=(-y_A - k_5) \cdot x_{3,12}{}^*$.

さて，以上で求められた工程別予算利益は中央本部によって各工程に割当てられるものである．各工程を事業部とみれば，この予算利益を達成するための分権的統制活動としては，各アクティビティ・レベルが計画からずれるときにそのずれを双対価格によるペナルティを使って制御することができる．これについては次章でくわしく取扱う.[19]

(注19) Monden〔M 9〕.

9.5.5 アクティビティ単位損益計算による分権的個別計画

ここでは，内部振替価格による分権的計画法について論じたい．この企業における最小の分権的利益責任単位としては，上記で各内部利益計算を示した工程別単位を考えるとよい．そこでは，アクティビティ単位利益計算が分権的計画にとって有用である．しかし，双対価格によるこの見積計算だけでは各工程の最適アクティビティ・レベルを決定することはできない．ここでは外部販売価格と費用経過の線形性を仮定しているからである．さらに，内部振替価格自体が中央的に決定されねばならず，それと同時に各工程のアクティビティ・レベルや外部販売量も中央で決定されてしまうことはこれまでの章でのべた．

ところが，このような結合生産企業においても，現在の双対価格体系によって，各工程は新しい生産方法や新製品の収益性を独自に評価することができる．

たとえば，第1に，各工程は受入れるべき中間生産物の振替価格を知りえたから，その振替価格以下の価格によって従来と同じかまたは類似した中間生産物を外部市場から買入れることは有利である．このような市場の探索も分権的に行いうる．その場合，従来と同じ中間生産物を受入れるのではなくて，新しい中間生産物または新しい原料を受入れることになったとしても，その経済性を双対価格体系で評価できる．たとえば，新しい原料は第1工程においてA品とB品とを従来とちがった比率で生産するかもしれない．このとき，その原料コストがいくら以下なら購入してもよいかの判定が双対価格体系からわかる[20]．

第2に，第2工程や第5工程においては，すでにのべたように，受入品であるA品の振替価格は負値であり，したがって受入れるたびにその額だけ収益が得られる．この点を考慮して第2工程や第5工程の管理者が新しい生産方法や処理方法を検討する場合に，一見したところその新方法の結合変動費（すなわち運転費）が高すぎるとか，あるいはその産出物の引渡価格ないし販売価格よりも高くなるという見通しから，その新方法を断念することは経済的にまちがっていることが多い．というのは，処理すべきA品の受入れにあたり，受取手

（注20）岡崎〔o 3〕22-23頁．

数料（負の振替価格）を得ることができるからである．

さらに第3に，再生原料を生産する第4工程では，その利益改善のために再生率αを拡大する場合にどの程度の利益増分が得られるかがわかる．すなわち再生率を$\gamma(>\alpha)$にすれば，アクティビティ単位あたりの増分利益は$(\gamma-\alpha)\cdot(y_G+k_0)$になる．

ところが，上記の第2・第3の例については生産方法の改善にともなって新規プラントを導入しなければならないことが多いであろう．そこで，第4に，廃棄副産物の処理・加工のための新規プラントの投資決定を双対価格体系によって分権的に判断することを考えたい．たとえば，第5工程では外部市場からの現金収入は入ってこないが，第1工程からの廃棄物A品を受入れるごとにアクティビティ単位利益$(|y_A|-k_5)=-\pi_1{}^*-k_5$を得ることになる．これは第5工程に発生する期間あたり結合固定費K_5を補償するための貢献額となるから，第5工程の正常なアクティビティ・レベルを$\bar{x}_{3,12}$と予測すれば，

$$K_5/\bar{x}_{3,12}\leqq|y_A|-k_5$$

あるいは　$$K_5\leqq(|y_A|-k_5)\bar{x}_{3,12}$$

であるような期間あたり結合固定費を有する新規処理プラントは経済的に引合うことがわかる．このような投資の経済計算は，廃棄物を加工する第2工程や第4工程においても行いうる．

しかし，このような経済計算法に対しては，双対価格体系は短期的にしか有効でないから，これを長期の設備投資問題に適用することは適切でないという批判が考えられる．しかし，年度利益計画が過去数期にわたる実績に将来の趨性を加味した諸条件のもとでたてられているのであれば，そこで決定された双対価格体系は比較的安定性をもつといえよう．というのは，新規プラントの評価の基礎におく正常アクティビティ・レベル（上例では$\bar{x}_{3,12}$）も，そのような条件下での予測値に定めておくからである．したがって，双対価格の安定的な範囲のアクティビティ・レベルが問題にされる．

さて，以上のような個別計画問題に対する分析は，分権的にも行ないうるが，中央集権的にも行ないうる．しかし，これらの個別計画案を採用した場合の各アクティビティ・レベルや原料購入量，最終製品販売量，各中間製品引渡量などの決定は，正確には中央集権的にしか行ないえない．

次に双対価格の第５の利用法として，中央集権制下では最終製品の販売制約条件の双対価格の大きさを基準にして，（あるいは同じことだが，最終製品の販売価格からその製品自体の双対価値を差引いた額を基準にして，）どの製品に販売努力を集中することが有利かを判定できる.[21] この点は，すでに第２節でみたように，伝統的な連産品の原価計算法ではどの品種についても同一の売上利益率をもたらすことになるので，双対価格による原価評価法の特筆すべき利点だと思う.

いま，上記の判定にもとづきB品の外部販売市場を拡張することが最優先さるべきであるとわかったとしよう．このとき，分権的計画の第６例として，B品の外部販売価格の引下げが問題にされる．B品の市価をいくらか引下げてB品の市場が拡大されたならば，これに伴ってB品の在庫量$(x_{89}+x_{45}-bx_{1,2})=x_{s2}$（(2′）より）は減少する．このとき，$B$品の変更された外部販売総量が$x_{45}^{*}+x_{s2}^{*}$以下であるならば，当初の最適解は$A$品の外部販売量と在庫量以外ではそのまま有効であるから，この部分的変更決定は第１工程独自で行いうる．B品の変更された外部販売総量が$x_{45}^{*}+x_{s2}^{*}$以上であるならば，モデルはいま一度中央的にiterationされなければならない.[22] しかし，この場合にも，第１工程と第３工程とが結合的単位であれば，外部販売総量がx_{24}^{*}以下であるかぎりでは，まったく分権的にB品とDの外部販売価格を決定できる.

(注21) 岡崎〔o-3〕22頁.
(注22) Hartley〔H 3〕p. 751.

第10章

双対価格による分権的統制システム

近年，管理会計の分野において会計的手法と数学的手法との協働は急速に進んできた．たとえば，アメリカ会計学会（AAA）の「経営意思決定モデル委員会報告書」(1969年)(1) では，数学的意思決定モデルに対するインプット・データを会計が与えるべき観点から，会計情報の範囲の拡張を主張している．これは主として，経営の計画面において数学的計画モデルに対する会計情報の利用という形での，会計と数学的手法の結合である．ところが，経営の統制面における両者の協働についてはあまり論じられていない．会計は伝統的に，たとえばコスト・コントロール，予算統制あるいは広く経営成績の測定ないし業績評価など，経営の統制面により密接な関連をもってきた．したがって，数学的モデルのアウトプット情報を会計本来の領域である経営統制の面で会計が利用することが考えられる．本章の課題は，この面の一つの探求を「振替価格による分権的統制システム」というテーマのもとに行なうことにある．

10.1　分権的情報システム下の集権的利益計画と振替価格

本章で取扱う企業は，事業部制をとっており次の第1図のような構造をもっている．ここで，各事業部はプロフィット・センターとして，その事業部活動が利益を生ぜしめ，その実績利益によって評価されるものである．

ブロックⅠにおける記号表示は次のとおりである．

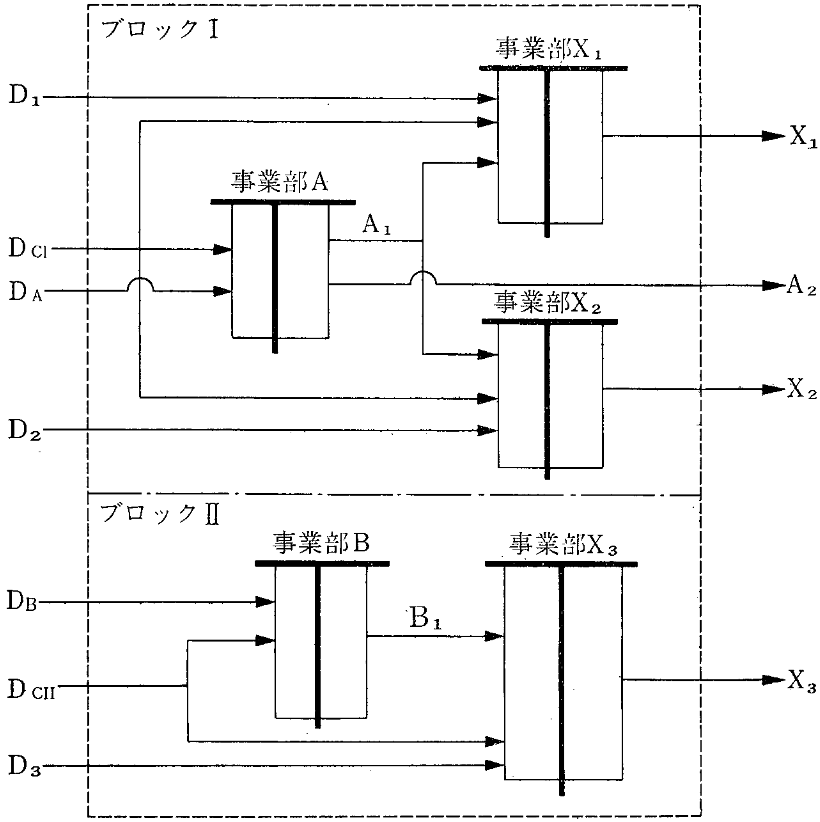
A_1：A事業部の生産する中間製品 A_1 の生産量（内部振替されるのみで外部販売されない）

A_2：A事業部の生産する最終製品A_2の生産量

X_1：X_1事業部の製品X_1の生産量

X_2：X_2事業部の製品X_2の生産量

（注1）AAA〔A 2〕参照．



第1図

D_{CI}：ブロックⅠにおける各事業部の共通利用資源

D_A：A事業部の専用資源

D_1：X_1事業部の専用資源

D_2：X_2事業部の専用資源

ブロックⅡにおける記号表示は次のとおりである.

B_1：B事業部の生産する中間製品B_1の生産量（内部振替されるのみで外部販売されない）

X_3：X_3事業部の製品X_3の生産量

D_{CII}：ブロックⅡにおける両事業部の共通利用資源

D_3：X_3事業部の専用資源

D_B：B事業部の専用資源

上記の記号はすべてベクトルであると考えてよい　したがって，たとえば，

$X_1=[\overline{X}_{11}, \overline{X}_{12}, \cdots, \overline{X}_{1n}]$，　$D_{OI}=[\overline{D}_{OI1}, \overline{D}_{OI2}, \cdots, \overline{D}_{OIm}]$である．

しかし，以下の説明では，単純化のため，上記の記号すべてをスカラーとみなして理解して行くことにした．

さて，この企業は第１図にみるように，生産技術的な構造からブロックⅠとブロックⅡに完全に分解可能と仮定されている．しかし，ブロックⅠ内部においては，共用資源 D_{OI} が存在することと，中間製品 A_1 が存在することから，各事業部が相互に結合しており，完全には分解可能でない．ブロックⅡの内部においても同様である．

このように，各事業部が外部投入資源の共通利用や内部的中間生産物の交換によって相互に結合しているときには，各事業部の独立的な意思決定（生産量決定）は全社的に調整されなければならない．さもなければ，計画の面において，部分的最適化が全体的最適化を侵害することになる．この調整機能は中央本部ないしは中央の計算センターが中央集権的に担当することになる．したがって，このような分解不能な構造をもつ企業では，最終的に中央本部が全社的最適計画を決定するのであり，各事業部が独自に最適計画を決定することは困難であるといわねばならない．このことをより詳しくのべる前提として，ブロックⅠにおける全体的な最適化のための制約条件と目標関数を定式化しておこう．（この式で，A_1，A_2，X_1，X_2 はすべて非負である．）

プログラムⅠ（ブロックⅠに対して）

目標関数：

$$Max\ G_I=(P_{A2}-C_{A2})A_2-C_{A1}A_1+(P_{X1}-C_{X1})X_1+(P_{X2}-C_{X2})X_2 \quad (1)$$

制約条件：

$$-IA_1+q_{13}{}^{I}X_1+q_{14}{}^{I}X_2\leqq[0] \quad (2)$$
$$d_{11}{}^{I}A_2+d_{12}{}^{I}A_1+d_{13}{}^{I}X_1+d_{14}{}^{I}X_2\leqq D_{OI}{}^{*} \quad (3)$$
$$d_{21}{}^{I}A_2+d_{22}{}^{I}A_1\leqq D_A{}^{*} \quad (4)$$
$$d_{33}{}^{I}X_1\leqq D_1{}^{*} \quad (5)$$
$$d_{44}{}^{I}X_2\leqq D_2{}^{*} \quad (6)$$

新しい記号表示は次のとおりである．

P_{A2}：製品A_2の売価

C_{A2}：製品A_2単位あたり支出変動費

C_{A1}：中間製品A_1単位あたり支出変動費

P_{X1}：製品X_1の売価

C_{X1}：製品X_1単位あたり支出変動費（ただし，X_1事業部での追加コストのみ）

P_{X2}：製品X_2の売価

C_{X2}：製品X_2単位あたり支出変動費（ただし，X_2事業部での追加コストのみ）

したがって，(1)式は，ブロックⅠ全体としての利益（貢献利益の意味で）の最大化を表わす．

I　：単位行列（以下では$I=1$と考えておく）

$q_{13}{}^I$：製品X_1のA_1に関する投入係数（X_1単位あたりA_1投入量）

$q_{14}{}^I$：製品X_2のA_1に関する投入係数

(2)式は，中間製品A_1に関する需給関係式である．すなわち，

$A_1-q_{13}{}^IX_1-q_{14}{}^IX_2\geqq 0$

を移項して(2)式をみちびく．ただし，A_1, X_1, X_2 をベクトルとみるとき，$I, q_{13}{}^I, q_{14}{}^I$ はすべて行列であり，(2)式は次のような構造をもつ：

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & 1 & & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \overline{A}_{11} \\ \overline{A}_{12} \\ \vdots \\ \overline{A}_m \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} q_{13}{}^{I11}, & q_{13}{}^{I12}, & \cdots, & q_{13}{}^{I1n} \\ \vdots & & & \vdots \\ q_{13}{}^{Im1}, & q_{13}{}^{Im2}, & \cdots, & q_{13}{}^{Imn} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \overline{X}_{11} \\ \overline{X}_{12} \\ \vdots \\ \overline{X}_{1n} \end{pmatrix}$$

$$-\begin{pmatrix} q_{14}{}^{I11}, & q_{14}{}^{I12}, & \cdots, & q_{14}{}^{I1n} \\ \vdots & & & \\ q_{14}{}^{Im1}, & q_{14}{}^{Im2}, & \cdots, & q_{14}{}^{Imn} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \overline{X}_{21} \\ \overline{X}_{22} \\ \vdots \\ \overline{X}_{2n} \end{pmatrix}\geqq\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

中間生産物に関する内部的交換の構造がこのように複雑になれば，レオンチェフ流の投入産出分析を企業に適用することが必要になる.(2)

(3)式は共用資源D_{OI}に関する需給関係式である．故に，

（注2）企業の投入産出分析については，本書第4章を参照せよ．

D_{GI}^*：D_{GI}の供給可能量（すなわち存在量）

d_{1j}^I：D_{GI}に対する各製品の投入係数($j=1,\cdots,4$).

(4)式はA事業部の専用資源D_Aに関する需給関係式である．故に，

D_A^*：D_Aの供給可能量

d_{2j}^I：D_Aに対する製品A_2とA_1の投入係数($j=1,2$).

(5)式はX_1事業部の専用資源D_1に関する需給関係式である．故に，

D_1^*：D_1の供給可能量

d_{33}^I：D_1に対する製品X_1の投入係数.

(6)式についても，(5)式とすべて同様である.

また，$A_1, A_2, X_1, X_2, D_{GI}^*, D_A^*, D_1^*, D_2^*$がベクトルのときは，制約条件式の係数はすべて行列である．さらに，(4),(5),(6)式は，各事業部の専用資源に関する制約を表わすだけでなく，各事業部の製品の販売上の制約も同時に含んでいるものと仮定しておく.

ブロックⅡについても記号法など上記とまったく同様であるので，その全体的な定式化だけを示しておく．（この式で，B_1とX_3はともに非負である.）

プログラムⅡ（ブロックⅡに対して）

目標関数：

$$Max\ G_{II} = -C_{B1}B_1 + (P_{X3} - C_{X3})X_3 \qquad (7)$$

制約条件：

$$-IB_1 + q_{12}^{II}X_3 \leqq [0] \qquad (8)$$

$$d_{11}^{II}B_1 + d_{12}^{II}X_3 \leqq D_{GII}^* \qquad (9)$$

$$d_{21}^{II}B_1 \qquad \leqq D_B^* \qquad (10)$$

$$d_{32}^{II}X_3 \leqq D_3^*. \qquad (11)$$

さて，プログラムⅠとプログラムⅡの数理的構造は，いずれもダンチッヒ＝ウルフ流のLP計算の分解原理を適用することのできるものである.

すでに第3章第1節(3.1)で明らかにしたように，LPの分解法は各事業部に分権的な情報処理を行なわせるが，最終的な決定権限は本部がにぎっているので，これは「分権的情報システムのもとにおける集権的利益計画」である.

ところで，両プログラムの目標関数にインプットされている原価データは，いわゆる工程別原価計算法における非累積法（non-cumulative method）で算

定されたものである．これを累積法で算定して表示すれば，次のようになる．

プログラムⅠの目標関数は，

$$Max\ G_I=(P_{A2}-C_{A2})A_2+[0]\cdot A_1+[P_{X1}-(C_{X1}+q_{13}{}^I\cdot C_{A1})]X_1 \\ +[P_{X2}-(C_{X2}+q_{14}{}^I\cdot C_{A1})]X_2. \quad (1')$$

プログラムⅡの目標関数は，

$$Max\ G_{II}=[0]\cdot B_1+[P_{X3}-(C_{X3}+q_{12}{}^{II}C_{B1})]X_3. \quad (7')$$

しかし，非累積法の目標関数も累積法の目標関数も実質的には同じであるので，どちらの目標関数を使って解いても同一の解がみちびかれる．

累積法の目標関数(1′)(7′)から明らかなように，中間生産物 A_1およびB_1の内部振替価格はその単位あたり支出変動費の高さに設定されている．このことは，両プログラムがたとえ分解法で解かれても本質的に中央集権的利益計画モデルであるため，全社的な観点からは振替価格に内部利益を含めることを排除する必要があるからである．したがって，中央的利益計画のために会計担当者がタッチする振替価格データは単位支出変動費であるということを銘記すべきである．

そこで，プログラムⅠを解いてえた最適解が $A_1{}^*, A_2{}^*, X_1{}^*, X_2{}^*$ および$G_I{}^*$であるとしよう．このとき，累積法の目標関数から明らかなように，事業部別の計画利益は次のとおりである．

A 事業部の計画利益：　$G_A{}^*=(P_{A2}-C_{A2})A_2{}^*+[0]\cdot A_1{}^*$

X_1事業部の計画利益：　$G_{X1}{}^*=[P_{X1}-(C_{X1}+q_{13}{}^I\cdot C_{A1})]X_1{}^*$

X_2事業部の計画利益：　$G_{X2}{}^*=[P_{X2}-(C_{X2}+q_{14}{}^I\cdot C_{A1})]X_2{}^*$

ブロックⅠの全体的計画利益：　$G_I{}^*=G_A{}^*+G_{X1}{}^*+G_{X2}{}^*.$

10.2　事業部別統制予算の作成と振替価格

中央的利益計画モデルにおいては，中間製品 A_1 の振替価格がその単位支出変動費に等しくされているため，A 事業部では A_1 を生産してもまったく利益が生じない．A事業部の利益は外部販売品 A_2 だけによって与えられるが，中央的最適計画では A_1 の生産も指令されることになる．しかし，このことは，事業部管理者の業績が利益基準で測定され，それにもとづいてインセンティブ報酬が決定される場合には，A事業部にとって不利な不公平な処理になる．し

たがって，利益に志向したモティベーションの観点から A 事業部は，もし A_2 に販売制約がなければ，A_1 をまったく生産せずにA_2のみを生産するように資源を振り向けるであろう．その結果，ブロックⅠ全体からみた最適計画が実行されなくなってしまう．つまり，実施の面において，部分最適化が全体最適化を侵害することになる．

このような問題の原因は，A_1 の振替価格がその単位支出変動費に等しいために，A_1生産の成果がX_1事業部とX_2事業部だけにあらわれてしまうことにある．したがって，利益計画上の X_1事業部と X_2事業部との利益を，一部分A事業部に配分すればこの問題は解決する．

これに対して，会計文献では，職能別事業部制において製造事業部と販売事業部などの間の結合利益(joint profit)を配分する方法を論じている.[3] しかし．ここでは，数理計画法モデルのアウトプット情報を会計で利用しようという観点から，この利益配分に対してアプローチしたい．

この点につき，オンシ(M. Onsi)によれば,[4] 公平で正当な利益配分のためには，A事業部にはA_1生産の結果として「喪失した利益額」が貸方記入（収益計上）されるべきであり，その額だけ A_1 製品の受入事業部側で借方記入（費用計上）されるべきであるとする．オンシはこの喪失利益額を「モティベーション・コスト」とよぶが，それは，A 事業部が独自に部分的最適化を達成した場合の利益額と全社的最適解から指令された利益額との差額として算定される．ここでは，A_1の生産量をゼロとして，A_2 だけを生産することが A事業部にとって部分最適である．そのときのA_2の値をA_2**とし，利益をG_A**とすれば，

$$G_A^{**}=(P_{A2}-C_{A2})A^{**}.$$

したがって，〔$G_A^{**}-G_A^{*}$〕がA事業部の統制予算作成上，貸方記入される．

ところで，ここで，上記のような計算法によって一括的なモティベーション・コストを計算するのではなく，中間製品 A_1 の振替価格によって同一の効果を果すことを示しておきたい．

オンシのモティベーション・コストがA事業部の喪失利益の意味で「機会原価」であることはいうまでもない．この機会原価は，A事業部の使用資源 D_{G1}

（注３）本書第１章の（1.5.3）を参照せよ．
（注４）Onsi〔O１〕p. 541参照．

と D_Aとの一部分をA_1生産に振り向けたことにより発生したものである．この場合，A_1生産に振り向けたD_{OI}は，X_1 と X_2 と A_2の生産を一部分犠牲にしたわけであり，またA_1生産に振り向けたD_Aは，A_2の生産を一部分犠牲にしたわけである（第１図参照）．したがって，A_1生産の機会原価は，D_{OI}およびD_Aのもつ全社的な価値（限界収益生産力）によって測定されるべきである．D_{OI} と D_A のもつ全社的価値は，A 事業部独自では決定できず，中央本部がプログラムＩ全体の同時的考察下でこれを決定しなければならない．それは，プログラムＩの LP モデルから，D_{OI}と D_Aのシャドー・プライス W_{OI} と W_Aとして与えられる．

それ故，A_1単位あたり生産の機会原価は

$$d_{12}{}^{I}W_{OI}+d_{22}{}^{I}W_A$$

であり，A 事業部には製品 A_1 を単位あたり生産し他の事業部に振替えるごとにこの金額だけ利益が計上されなければならない．この機会原価額に単位支出変動費C_{A1}を加算して，

$$C_{A1}+(d_{12}{}^{I}W_{OI}+d_{22}{}^{I}W_A)$$

が，A_1の振替価格W_{A1}となるべきである．この振替価格W_{A1}は，中間製品A_1が X_1, X_2両事業部に対しては制約資源として作用するため，A_1 自体のシャドー・プライスW_{A1}そのものとしても算定しうる．ただし，この場合には，プログラムＩの目標関数は非累積法の原価データがインプットされているものとする((１)式)．しかし，目標関数が累積法の原価データによって与えられているときには((1′)式)，A_1のシャドー・プライス W_{A1} はA_1の振替価格そのものではなく，A_1のネットの機会原価$(=d_{12}{}^{I}W_{OI}+d_{22}{}^{I}W_A)$そのものが直接的に算定される．したがって，この場合には W_{A1}に A_1の単位支出変動費 C_{A1}が含まれていない．

以上のことがらは，LP の「complementary slackness の定理」によって，次のように明示される．

プログラムＩにおいて，活動変数A_1, A_2, X_1, X_2のすべてが基底変数に入ったとし，各制約条件(２),(３),(４),(５),(６)式のシャドー・プライスをそれぞれ$W_{A1}, W_{OI}, W_A, W_1, W_2$とすると，これらの間には次の関係が成立する．（目標関数は非累積法の原価データを用い，各記号はすべてスカラーとする．）

$$
\begin{array}{lllr}
\text{製品}A_2\text{に関し：} & d_{11}{}^I W_{OI} + d_{21}{}^I W_A & = P_{A2} - C_{A2} & (12) \\
\text{製品}A_1\text{に関し：} & -IW_{A1} + d_{12}{}^I W_{OI} + d_{22}{}^I W_A & = -C_{A1} & (13) \\
\text{製品}X_1\text{に関し：} & q_{13}{}^I W_{A1} + d_{13}{}^I W_{OI} + d_{33}{}^I W_1 & = P_{X1} - C_{X1} & (14) \\
\text{製品}X_2\text{に関し：} & q_{14}{}^I W_{A1} + d_{14}{}^I W_{OI} + d_{44}{}^I W_2 & = P_{X2} - C_{X2} & (15)
\end{array}
$$

各式において移項して，

$$
\begin{array}{llll}
P_{A2} - C_{A2} & = d_{11}{}^I W_O{}^I + d_{21}{}^I W_A & (12') & \rule{0pt}{0pt}\\
W_{A1} - C_{A1} & = d_{12}{}^I W_{OI} + d_{22}{}^I W_A & (13') & \left.\right\} A\text{事業部} \\
P_{X1} - (C_{X1} + q_{13}{}^I W_{A1}) & = d_{13}{}^I W_{OI} + d_{33}{}^I W_1 & (14') & X_1\text{事業部} \\
P_{X2} - (C_{X2} + q_{14}{}^I W_{A1}) & = d_{14}{}^I W_{OI} + d_{44}{}^I W_2 & (15') & X_2\text{事業部}
\end{array}
$$

上の各式において，左辺は各製品単位当りの収益マイナス原価を意味し，右辺は各製品単位当りの利益額を意味する．

したがって，事業部別の統制予算は次のように作成される．ここで注意すべきは，中間製品 A_1の振替価格として，そのシャドー・プライス W_{A1}が用いられている点である．

A事業部a/c

$C_{A2}\cdot A_2^*$	$P_{A2}\cdot A_2^*$
$C_{A1}\cdot A_1^*$	$W_{A1}\cdot A_1^*$
予算利益($E_A{}^S$)	

X_1事業部a/c

$(C_{X1}+q_{13}{}^I W_A)X_1^*$	$P_{X1}\cdot X_1^*$
予算利益($E_{X1}{}^S$)	

X_2事業部a/c

$(C_{X2}+q_{14}{}^I W_A)_1 X_2^*$	$P_{X1}\cdot X_2^*$
予算利益($E_{X2}{}^S$)	

この統制予算では，利益計画上の X_1事業部・X_2 事業部の利益が，A事業部のA_1生産に対して配分されている．すなわち，

利益計画上の事業部別計画利益の合計

$$
\begin{aligned}
&= G_{X1}{}^* + G_{X2}{}^* + G_A{}^* \\
&= [P_{X1} - (C_{X1} + q_{13}{}^I C_{A1})]X_1{}^* + [P_{X1} - (C_{X1} + q_{14}{}^I C_{A1})]X_2{}^* \\
&\quad + (P_{A2} - C_{A2})A_2{}^* \\
&= [P_{X1} - (C_{X1} + q_{13}{}^I W_{A1})]X_1{}^* + [P_{X1} - (C_{X1} + q_{14}{}^I W_{A1})]X_2{}^* \\
&\quad + [(W_{A1} - C_{A1})(q_{13}{}^I X_1{}^* + q_{14}{}^I X_2{}^*) + (P_{A2} - C_{A2})A_2{}^*] \\
&= E_{X1}{}^S + E_{X2}{}^S + [(W_{A1} - C_{A1})A_1{}^* + (P_{A2} - C_{A2})A_2{}^*] \\
&= E_{X1}{}^S + E_{X2}{}^S + E_A{}^S
\end{aligned}
$$

＝事業部別統制予算上の予算利益の合計．

ところで，上記の統制予算では中間製品 A_1 のシャドー・プライスだけが用

いられており，A_1 以外の希少要素のシャドー・プライスは無視されている点に注意されたい．この点は，西ドイツのベーム(Böhm, H.-H.) らの方式とは異なる．ベームはすべての希少要素種類の利用について，シャドー・プライスを使った評価をしているが，(5) この場合には各事業部でつねに損益分岐してしまうのでモティベーション効果がえられなくなり，よくない．((12′)(13′)(14′)(15′)式参照)．そこで，希少資源を与える側において，その資源の管理のために一つの事業部が形成されている場合にかぎり，その資源の振替えにシャドー・プライスを適用すればよい．(6) というのは，この場合にかぎり，希少資源引渡事業部においてモティベーション上，利益が発生しなければならないからである．

さて次に，ブロックⅡを考察しよう．オンシによれば，B 事業部はプロフィット・センターではないという．そして，それはコスト・センターとして扱われ，ゼロの予算利益を示し，その業績はコスト・コントロールと生産量達成の観点で評価される．さもなければ，それは X_3 事業部と結合されて 1 つの大きなプロフィット・センターを構成するという．(7) しかしながら，筆者の見解では，以下に示すように，B 事業部はそれ独自のままでもプロフィット・センターとして機能しうる場合が多いのである．

いま，プログラムⅡを分解法で解いたとき，B_1 も X_3 も基底に入り，$B_1{}^*$ と $X_3{}^*$ が最適計画になったと仮定する．このとき，(8)，(9)，(10)，(11) 式のシャドー・プライスをそれぞれ $W_{B1}, W_{OII}, W_B, W_3$ とすれば，complementary slackness の定理によって，

製品 B_1 に関し：$-IW_{B1}+d_{11}{}^{II}W_{OII}+d_{21}{}^{II}W_B = -C_{B1}$ (16)

製品 X_3 に関し：$q_{13}{}^{II}W_{B1}+d_{12}{}^{II}W_{OII}+d_{32}{}^{II}W_3=P_{X3}-C_{X3}$ (17)

各式において移項して，

$IW_{B1}-C_{B1} = d_{11}{}^{II}W_{OII}+d_{21}{}^{II}W_B$ (16′)

$P_{X3}-(C_{X3}+q_{13}{}^{II}W_{B1})=d_{12}{}^{II}W_{OII}+d_{32}{}^{II}W_3$ (17′)

上式において，左辺は各事業部の製品単位当り収益マイナス原価を意味し，

(注5) Böhm und Wille〔B 12〕第 1 章第 1 節を参照せよ．

(注6) 会社内の諸部門に用役を供給する目的で設けられた「用役供給部門」，すなわち「補助部門」が存在する場合に，振替価格はこの部門が 1 事業部になっているときに適用される．NACA〔N 1〕p. 1 1(訳書137頁)参照．この考えは我国の通産省答申〔t 8〕第 2 章第 4 節にもとり入れられている．

(注7) Onsi〔O 1〕p. 542参照．

右辺は製品単位当り利益額を表わしている．したがって，（16′）から明らかなように，W_{CII}とW_Bとが同時にゼロになる場合，つまり，ブロックⅡにおける共通利用資源 D_{CII}とB事業部専用資源 D_Bとが同時に不完全利用になり，また同時に製品X_3の販売制約が作用しない場合にかぎって，B事業部では利益が発生せずコスト・センターとなる．ところが，経営には通常どこかの部分能力で隘路がかならず発生しているし，また販売上の制約も作用しているのが通常であるから，（16′)式において

$$C_{A1} < W_{B1}$$

となるのが通常である．したがって，ブロックⅡにおいても，中間製品の振替価格にはシャドー・プライス W_{B1} を用いることが，統制目的にとって適合している．

さらに，第3のケースとして，内部振替製品が同時に外部にも中間製品市場をもっている場合には，利益計画モデルにおいて外部販売にはその純市場価格をあて，内部振替にはその単位支出変動費をあてることにして，非累積法の原価データを用いて定式化すると，この中間製品のシャドー・プライスはその市価に一致することが容易にわかる．ただし，この中間製品の外部販売市場に関する需要制限が有効となるときには，この中間製品のシャドー・プライスはその市価から需要制約のシャドー・プライスを減じた大きさになる．この点は，第1章において市価基準振替価格の問題点として説明したことに一致する．

以上でのべてきたように，中央集権的利益計画モデルのために会計担当者に要求される振替価格データは単位支出変動費であるが，事業部別の分権的統制のために会計担当者が用いる振替価格データはシャドー・プライスである．したがって，両者の間には一見すると一貫性 (consistency) がないかのようにみえるが，実は利益計画モデルにおいては最適解に到達する計算過程においてシャドー・プライス評価が行なわれているので，両者の間には実質的には一貫性が存在するのである．(8)

（注8）管理会計における一貫性の問題はAAA〔A 3〕で探求されている．

10.3 実際業績の評価と振替価格

10.3.1 アウトプット・コントロール・システム

さて，事前の事業部別予算利益を確定するための振替価格設定上の基本理念は，事業部別の稼得利益を基準にして（事業部別資本利益率の形をとることもある),各事業部のインセンティブ報酬を決定することにある．したがって，事後的な業績評価の会計システムは，各事業部の生産・販売の面における分権的な諸活動の結果を利益指標で測定するシステムでなければならない

そこで，プログラムⅠにおける共通利用資源の制約条件(3)と，中間製品制約条件(2)については，事前の中央的最適計画どおりに資源配分されることによって，最大の全社的利益が達成される．したがって，各事業部の生産量・販売量が事前の全社的最適プランからはずれて，増産されたり減産されたりする場合には，全社的利益は最適値以下に減少するであろう．それ故，たとえばX_1事業部が増産することによって，これらの共通利用資源を超過利用することがあっても，その増分利用そのものによってはX_1事業部の利益が（少なくとも）増加しないことが，保証されなければならない．さらに，たとえば X_2 事業部が減産することによって，これらの共通利用資源を不足利用すれば，X_2事業部の実際利益が予算以下に減少することが保証されねばならない．

このような保証要求に対しては，まず増産した事業部では，共通利用資源に関してその増分利用単位あたりに一定のペナルティを負担することに決めておけばよい．このペナルティの賦課は，増産を自動的に，分権的に防止させるためのものである(9)．それは当該資源に関する全社的な機会原価であり，シャドー・プライスW_{OI}, W_Aとして与えられる．この場合，共通利用資源の増分利用については単に損益分岐してしまうだけであるが，これに関し積極的に損失をも生ぜしめようとするならば，事前に算定したシャドー・プライス値 W_{OI}やW_Aよりも高い W'_{OI}と W'_Aとを負担させればよい．ただし，共通利用資源の制約条件(3)式が中央的計画の上で制約として作用せずに自由に多量存在する場合には，そのシャドー・プライス $W_{OI}=0$ であるから，その増分利用についてペ

（注9）これは期中における分権的な直接統制の活動であるから，本節は事後的な業績評価だけでなく期中統制のための会計システムをむしろ問題にしている．

ナルティは無視できる．この場合には，各事業部相互は完全に分解可能である．

次に，減産した事業部では，減産しなければ稼得しえたであろう利益額がその減産量に応じて計上されなくなるから，他の条件が変らなければ，自動的に実際利益が予算利益よりも小さくなる．以下では，記帳システムによって，上述のことがらを示しておく．

増産した事業部の記帳：

X_1事業部a/c

$(C_{X1}+q_{13}{}^I W_{A1})\cdot X_1{}^a$	$P_{X1}\cdot X_1{}^a$
$d_{13}{}^I W_{OI}\cdot(X_1{}^a-X_1{}^*)$	
実際利益$(E_{X1}{}^a)$	

X_1事業部・数量利益差異a/c

予算利益$(E_{X1}{}^S)$	実際利益$(E_{X1}{}^a)$
数量利益差異	

減産した事業部の記帳：

X_2事業部a/c

$(C_{X2}+q_{14}{}^I W_{A1})\cdot X_2{}^a$	$P_{X2}\cdot X_2{}^a$
実際利益$(E_{X2}{}^a)$	

X_2事業部・数量利益差異a/c

予算利益$(E_{X2}{}^S)$	実際利益$(E_{X2}{}^a)$
	数量利益差異

ただし，新しい記号は次のとおりである．

$X_1{}^a$：製品X_1の実際生産量

$X_2{}^a$：製品X_2の実際生産量．

上で示した増産と減産に関する記帳方法は，X_1 事業部，X_2 事業部，A事業部のいずれにおいても適用できる．

次に，各事業部個有の制約条件（たとえばX_1事業部ではプログラムＩの(５)式）については，利益増加のためには各事業部独自の分権的な自由裁量が許される．この点に関し，上記の増産事業部における記帳で，数量利益差異が有利差異となってあらわれ，正の増分利益が生じている理由を明らかにしよう．たとえば，プログラムＩの(５)式はX_1事業部の専用資源制約または販売制約とを示しているが，予算利益以上の増分利益が生じるのは，これら専用資源または販売制約について，積極的な分権的努力を有利に展開する場合である．すなわ

ち，生産量を増加するためには，まず事業部独自の製造技術的努力によって，生産要素の能率的利用を行なわなければならない．これは生産要素利用の節約（新しい生産方法の採用や歩留の向上）か，または強度的利用（機械の回転速度の増大など）によって可能となる．同時に，販売量を増大するためには，事努力によって，販売制限量を緩和しなければならない．このとき，自己事業部業部独自の販売専用資源が中央的計画の上で制約とならないほど多量に存在する場合には，販売努力だけが予算以上の増分利益を生ぜしめる原因となる．このほか，付髄的な販売面の努力としては販売価格の変更なども考えられる．

以上でのべてきたことから明らかなように，計画以上の増産が経済的に許容され，さらにはむしろ推奨されるのは，共通利用資源の増分利用についてそのシャドー・プライスないしそれ以上の値のペナルティを負担してもなお，上述の分権的努力により増分利益が生ぜしめられる場合である．

このペナルティとしての機会原価の賦課に関して，サムエルズとバーンハード（J. M. Samuels, R. H. Bernhard）は，増産を行なった X_1 事業部の増分生産量によってひきおこされた X_2 事業部の喪失利益額を，X_1事業部に借方記入することを主張している.(10) 彼らの方法は基本的には正しいし，また示唆に富んでおり本章での方式にヒントを与えたものであるが，その欠点は全社的喪失利益額の算定方法として X_2事業部の減分生産量（これは X_1事業部の増分生産に原因する）に製品 X_2 の単位利益を乗じた積を求めることを提案している点にある．この方法は次のような場合には，喪失利益額の算定や賦課をきわめて困難にするかまたは不可能にする．すなわち，サムエルズらは２つの事業部間での資源の奪取・被奪取関係を問題にしているが，いま X_1 事業部がいろいろな希少要素種類を他の２つ以上の事業部から奪取した場合．逆に，資源を奪取された X_2事業部が，X_1事業部だけからでなく，他の２つ以上の事業部からいろいろな希少要素種類をそれぞれの事業部の必要量だけ奪取された場合．さらに X_1事業部が X_2事業部だけから要素を奪取したとしても，あの特定の要素種類だけを奪取したものであり，X_2 の単位生産に必要な要素比率で奪取したのではない場合などがある.（この最後のケースについてサムエルズの方法は不適切である.）

（注10） Samuels〔S 1〕p. 190 および Bernhard〔B 5〕pp. 143-145参照.

このような欠点を克服するには，共通利用資源の限界単位がもたらす全社的な増分利益はその数学的シャドー・プライスによって表わされていることに着目して，増分生産に伴なうこの資源の増分利用量に対しシャドー・プライスを加算して借方記入するわけである．シャドー・プライスを用いる点だけに関していえば，このような筆者の方法は西ドイツのベームの方式にも似ているが，さきにものべたように，ベーム方式ではどの事業部でもつねに損益分岐してしまう点が異なる．

さて，中央的な LP モデルの示す最適計画は，事前のデータの下でのいわば理想的な目標を意味することも多いので，この不達成について，たとえば10％のアラウアンスを設定しておくこともよいだろう．この場合には，統制予算上の予算利益は当初の90％の額に設定されるわけで，これ以上の額の実際利益が実現されたならば，計画は十分達成されたと考えてよい．したがって，このようにアラウアンスを導入すれば，各事業部が実効予算利益以上の利益をあげうるような製造技術面および販売市場面の可能性がより多く存することになるので，事業部の分権的活動におけるモティベーションは高いものになるだろう．

10.3.2　インプット・コントロール・システム

これは，各事業部における投入物統制の面での分権的活動の結果を利益指標で測定するシステムである．すなわち，たとえば X_1 事業部が共通利用資源 D_{OI}，中間生産物A_1，専用資源 D_1 を使用するにあたって，生産方法の改善や歩留の向上や，あるいは強度的利用によってこれらを能率よく節約的に投入した場合（これとは逆に浪費した場合も），その投入能率の程度を要素別および総括的に利益指標で測定するための会計システムを，ここで考えたい．筆者はこれに関し，シャドー・プライスを使った次のような勘定表を提案したい[(11)]．この方法は基本的にはサムエルズのアイデアによっている．

ただし，新しい記号は次のとおりである．

$A_1{}^{X1a}$ ：X_1事業部における中間製品A_1の実際投入量
$D_{OI}{}^{X1a}$：X_1事業部におけるD_{OI}の実際投入量
$D_1{}^a$　：X_1事業部におけるD_1の実際投入量．

（注11）Samuels〔S.1〕pp. 187-188参照．

X_1事業部・投入量a/c

(借方) 要素の実際使用量からの機会原価	(貸方) 実際生産量での要素の許容予算使用量からの機会原価	要素別の節約額または浪費額
$W_{A1} \cdot A_1{}^{X1a}$	$W_{A1} \cdot (q_{13}{}^I X_1{}^a)$	$W_{A1} \cdot (q_{13}{}^I X_1{}^a \sim A_1{}^{X1a})$
$W_{OI} \cdot D_{OI}{}^{X1a}$	$W_{OI} \cdot (d_{13}{}^I X_1{}^a)$	$W_{OI} \cdot (d_{13}{}^I X_1{}^a \sim D_{OI}{}^{X1a})$
$W_1 \cdot D_1{}^a$	$W_1 \cdot (d_{33}{}^I X_1{}^a)$	$W_1 \cdot (d_{33}{}^I X_1{}^a \sim D_1{}^a)$
投入能率差異合計		投入能率差異合計

ここで，筆者は，投入能率差異を，さきのアウトプット・コントロール・システムの数量利益差異と合算することを提示したい．この合算額は，当該事業部の分権的活動の総括的利益成果を示すので，事業部別予算利益と比較すべき実際利益は，むしろこれによる方がよい．

ただし，これらを合算するにあたり，X_1事業部が増産している場合には，専用資源D_1にかぎって，X_1事業部の数量利益差異の中にD_1の投入能率差異が含まれてしまうので，次のルールが追加されねばならない．すなわち，

$D_1{}^a = D_1{}^*$のとき，$W_1 \cdot (D_1{}^a \sim d_{23}{}^I X_1{}^a)$を合算しない．

$D_1{}^a < D_1{}^*$のとき，$W_1 \cdot (D_1{}^* - D_1{}^a)$だけ合算する．

減産した場合には，このようなルールは不要である．

上記のサムエルズのアイデアそのものに対しては，バーンハードの批判がある(12)．すなわち，生産係数の変化による要素節約は，LPモデルの与件データを変化させるが，そのとき，最適基底とその活動水準がともに変化しうるし，同時にシャドー・プライスの値自体も変化しうる．したがって，事前のシャドー・プライスの値で要素節約量を評価しても，それは真の節約額を表わさないことがあるという批判である．

バーンハードの批判はそれなりに正しいが，筆者は次のような観点から，サムエルズの考えを支持したい．

ここでの生産係数の変化は，たしかにLPモデルのパラメータが変化しているのであるが，それは事業部の分権的な内部的統制努力によるものだから内生的変化にすぎない．したがって，事後的統制の基準となる標準的生産係数それ

(注12) Bernhard〔B 5〕pp. 147-148参照．

自体は変化していない．それ故，業績評価基準としての標準シャドー・プラス値は変化していないのである．

さらに，ここで希少要素の節約ないし浪費が次期以降の全社的利益に対してどのような効果を及ぼすかをみておこう．

（イ） 節約した資源が中間生産物や原材料などの在庫可能な要素である場合には，その節約量は明らかに次期以降の当該事業部ないし会社全体の生産増加に役立ち，したがって利益増加に貢献する．(ただし，腐敗などによって棚卸減耗しやすい資源については，このかぎりでない．)

（ロ） 機械設備や労働など在庫不能な要素給付が節約された場合にも，当期のその節約給付そのものは次期以降に利用不可能だが，次期以降の利益計画モデルに改善された生産方法が導入されることになるならば，それはかならず利益増加に貢献する．

（ハ） 節約とは反対に，浪費が生じた場合には，それは当期の利益喪失をもたらすし，同時に次期以降にも悪影響を及ぼす可能性がある．

上記，（イ）（ロ）（ハ）のいずれのケースについても，問題になっている資源は当期の当初計画では制約的に作用しているものに限定されている．したがって，生産係数の縮少（節約）はかならず次期以降の全社的利益を増加させ，生産係数の拡大（浪費）はかならず次期以降の全社的利益を減少させうることになる．それ故，当期における資源の節約や浪費が将来の利益に及ぼす効果を測定するためには，サムエルズのアプローチは示唆に富んだものである．

他方，当期の当初計画において制約的に作用していなかった資源に関しては，標準原価による通常のコスト・コントロール・システムが有用である．

10.4 結　　び

本稿では，分権的な統制システムにおけるシャドー・プライス基準による振替価格の有用性を３つの節で明らかにした．その全体を要約すれば次のとおりである．

第１節では，計画面において数学的モデルに対する会計的原価データとして，単位支出変動費による振替価格がインプットされることをのべた．第２節

では，統制面において数学的決定モデルのアウトプット情報であるシャドー・プライスを，事業部別統制予算の作成上に利用することを提案した．第3節では事後的業績評価の会計システムとして，生産・販売量統制のためにペナルティとしてシャドー・プライスを利用することを提案し，投入量統制のためにもシャドー・プライスが利用されうることを明らかにした．

参　考　文　献

（Ⅰ）外国語文献

〔A 1〕 AAA(Amercan Accounting Association), *A Statement of Basic Accounting Theory*, 1966. （飯野利夫訳「基礎的会計理論」国元書房, 1969.）

〔A 2〕 AAA, Report of Committee on Managerial Decision Models, *The Accounting Review*, Supplement to Vol. 44. 1969. （この門田安弘訳が法政大会計学研究室訳「基礎的会計理論の展開」同文館 1973 に収録. 29～125頁.）

〔A 3〕 AAA, Committee Report (Committee on Managerial Accounting), *The Accounting Reuiew*, Supplement to Vol.45.1970

〔A 4〕 AAA, Report of Committee on Information Systems, *The Accounting Review*, Supplement, 1971.PP.286—356.

〔A 5〕 Abdel-Khalik, A R., On Gordon's Model of Transfer-Pricing System, *The Accoumting Review*, Oct. 1971.

〔A 6〕 Adam, D. and Röhrs, w., Ein Algorismus zur Decomposition Linear planungsproblme, *ZfB* 6.1967.

〔A 7〕 Adam, D., *Entscheidungsorienterte Kostenbewertung*, Betriebswirtschaftlicher Verlag, Wiesbaden, 1970.

〔A 8〕 Adam, D., Koordinationsprobleme bei dezentralen Entscheidungen, *ZfB*, 39 Jg. Okt. Nr. 10.

〔A 9〕 Albach, H., *Produktionsplanung auf der Grundlage technischer Verbraufunktion*, Köln and Opladen, 1962.

〔A 10〕 Albach, H., *Investition und Liquidität —— Die planung des optimalen Investitionsbudgets——*, Betriebswirtschaftlicher Verlag, Wiesbaden, 1962. 溝口一雄・後藤幸男訳「設備投資と資金計画」ダイヤモンド社, 1964.

〔A 11〕 Albach, H., Die Koordination der Planung im Großunternehmen, *ZfB*, 12,1966.

〔A 12〕 Albach, H., Die Koordination der Planung im Großunternehmen, in: Schneider, E., (hrsg) *Rationale Wirtschaftspolitik und Planun in der Wirtschafts von heute*, Berlin 1967.

〔A 13〕 Anthony, R. N., *Planning and Control Systems : A Framework for Analysis*, Harvard University, 1965.（高橋吉之助訳「経営管理システムの基礎」ダイヤモンド社, 昭43.）

〔A 14〕 Arrow, K. J., Hurwitz, L, and Uzawa, H., *Studies in Linear and Non-Linear Programming*, Stanford University Press, 1958.

〔A 15〕 Arrow, K. J. and Hurwitz, L., Decentralization and Computation in Resource Allocation, in: Pfouts, R. W(ed), *Essays in Economics* *and Econometrics*, 1960.

〔B 1〕 Baumol, W. J. and Fabian, T., Decomposition, Pricing for Deccntralization and External Econonies, *Management Science*, 9, 1964. vol. 11. no. 1.

〔B 2〕 Bellman, R., *Dynamic Programming*, Princeton University Press, Princeton, New-Jersey, 1957.

〔B 3〕 Bellman, R, and Dreyfus, S. E., *Applied Dynamic Programming*, University Press, Princeton, New Jersey, 1962.

〔B 4〕 Bender, K., *Pretiale Betriebslenkung, Grundsätze der Betriebsabrechnung und Betriebsorganisation bei dezentraler Lenkung*, Essen, 1951.

〔B 5〕 Bernhard, R. H., Some Problems in applying Mathematical Programming to Opportunity Costing, *Journal of Acccounting Research*, Spring 1968.

〔B 6〕 Bierman, H. Jr,. *Topics in Cost Accounting and Decisions*, Mcgraw-Hill, 1963（溝口一雄監訳「原価管理と経営意志決定」税務経理協会, 1965.）

〔B 7〕 Bonini, C. P., Jaedicke, R, K. and Wagner, H.M., *Management Controls* Mcgraw-Hill, 1964.

〔B 8〕 Böhm, H.-H. und Wille, F., *Direct Costing und Programmplanung,* —— *Moderne Kalkulationsverfahren fürgewinnoptimalen Produktions- und Verkaufsprogramme*——. Verlag Moderne Industrie, München, 1960.

〔B 9〕 Böhm, H.-H., *Dynamische Kostensenkung im Betrieb*, Verlag Moderne im Betried, Industrie, München, 1960.

〔B 10〕 Böhm, H.-H., Die Planung des Produktionsprogmms, in: *Unfernehmensplanung*, Baden-Baden, 1963.

〔B 11〕 Böhm, H.-H.und Wille, F., *Deckungsbeitragrechnung und Programmoptimierung*, Verlag Moderne Industrie,München, 1965.

〔B 12〕 Böhm, H.-H. und Wille, F., *Deckungsbeitragsrechnung und Optimierung*, Verlag Modene Industrie, München, 1967.（溝口一雄監訳, 谷武幸・門田安弘共訳「直接原価計算の展開—— その分権管理への 適用——」白桃書房, 1971.）

〔B 13〕 Böhm, H.-H., *Nichtlineare Programmplanung*, Wiesbaden, 1969.

〔B 14〕 Brown, G. W., Iterative Solutions of Games by Fictitious Play, in Koopmans, T. C. ed, *Activity Analysis of Production and Allocation*, 1951. pp. 374-376.

〔B 15〕 Brown, J. J., Control in Multi-Division Operations, *NAA Management Accounting*, 512). August, 1969.

〔B 16〕 Brunner, H., Die Ermittlung der Monopolpreise bei mehrfacher Produktion, *ZfbF* Heft 10／11, 1966. S. 702-711

〔B 17〕 Buhr, W., *Dualvariable als Kriterier Unternehmerischer Planung*, Verlag Anton Hain. Meisenheim am Glan. 1967.

〔B 18〕 Buhr, W., Dualvariable, Opportunitätskosten und optimalen Geltungs-zahl, *ZfB* 11, 1967.

〔B 19〕 Burlingame, J. F., Information Technology and Decentralization, *Harvard Business Review*, Nov. -Dec 1961.

〔B 20〕 Butler, J. J., Joint Product Analysis, *NAA Management Accoanting*, 53 -6. Dec. 1971.

〔B 21〕 Butterworth, J. E. and Sigloch, B. A., A Generalized Multi-Stage Input -Output Model and Some Derived Equivalent Systems, *The Accounting Review*, Oct. 1971.

〔C 1〕 Charnes, A., Cooper, W. W. and IJiri. Y., Breakeven Budgeting and Programming to Goals, *Journal of Accounting Research*, Spring 1963. pp. 16–43.

〔C 2〕 Charnes, A., Clower, R. W. and Kortanek, K. O., Effective Control through Coherent Decentralization With Preemptive Goals, *Econometrica*. April 1967.

〔C 3〕 Churchill, N., Linear Algebra and Cost Allocations: Some Examples, *The Accounting Review*, Oct. 1964.

〔C 4〕 Cook, P. Jr., New Technique for Intracompany Pricing, *Harvarl Business Review*, Vol. 35, No. 4. July-Auqust, 1957. (reprinted in: *Decentralized Management Series*. HBR Supplement)

〔D 1〕 Dantzig, G. B. and Wolfe, P., Decomposition Principle for Linear Programms, *Journal of The Operations Research Society of America*. vol. 8. 1960.

〔D 2〕 Dantzig, G. B. and Wolfe, Ph., The Decomposition Algorithm for Linear Progamms, *Econometrica*, vol. 29 (1961).

〔D 3〕 Dantzig, G. B., *Linear Programming and Extensions*, Princeton University Press, 1963.

〔D 4〕 Dean, J. Decentralization and Intracompany Pricing, *Harvard Business Review*, vol. 33. no.4. 1955. (reprinted in: *Decentralized Management Series*, HBR Supplement.)

〔D 5〕 Dearden, J., Will Computer Kill Decentralized Management ?, *European Busniess*, Apr. 1969.

〔D 6〕 Dorfman, R., Mathematical or Linear Programming, *American Economic Review*, Dec. 1953. pp. 797–825.

〔D 7〕 Dorfman, R., Samuclson, A., and Solow, R. N., *Linear Prgramming and Economic Analysis*, New YorkoToront-London, 1958. (安井琢磨・福岡正夫・渡辺経彦・小山昭雄 共 訳「線型計画と 経済分析」Ⅰ, Ⅱ, 岩波書店1958, 1559,)

〔D 8〕 Doupuch, N., Mathematical Programming and Accounting Approaches to Incremental Cost Analysis, *The Accounting Review*, Jan. 1967.pp. 24-52.

〔D 9〕 Doupuch, N. and Drake, D. F., Accounting Implications of a Mathematical Programming Approaches to the Transfer Price System, *Journal of Accounting Research*, Spring 1964.

〔E 1〕 Engels, W., *Betriebswirtschaftliche Bewertungslehre in Licht der Entscheidungen*, Köln und Opladen, 1962.

〔F 1〕 Farag, S. M., *Input-Output Analysis: Applications to Business Accounting*, Center for International Education and Research in Accounting, 1967.

〔F 2〕 Farag, S. M., A Planning Model for the Divisional Enterprise, *The Accounting Review*, April 1968.pp. 312-320.

〔F 3〕 Fehlman,H., *Selbstverwaltung in der Unternehmung*, Bern 1950.

〔F 4〕 Feltham, G.A., Some Quantitative Approaches to Planning for Multiproduct Production Systems, *The Accounting Review*, Jan. 1970.

〔F 5〕 Fremgen, J. M., Transfer Pricing and Management Goals, *NAA Management Accounting*,52-6, Dec, 1970.

〔G 1〕 Gale, D., *The Theory of Linear Economic Models*, Mc Graw-Hill, New York, 1960. (和田 貞夫・山谷 恵俊 共訳「線型経済学」 紀伊国屋書店.)

〔G 2〕 Gambling, T. E., A Technological Model for Use in Input-Output Analysis and Cost Accounting, *Managemet Accounting*, Dec, 1968, pp. 33-38.

〔G 3〕 Gambling T. E. and Nour A., A Note on Input-Output Amalysis: Its Uses in Macro-Econtmics and Micrc-Economics, *The Accounting Review*, Jan. 1970.

〔G 4〕 Gambling, T., Input-Output Analysis and the Cost Model: A Reply, *The Accounting Review*, Apr. 1971.

〔G 5〕 Garvin, W.W., *Introduction to Linear Progamming*, McGraw-Hill, 1960. (関根智明訳「線型計画法入門」日本生産性本部. 1966.)

〔G 6〕 Gass, S. I., *Linear Programming; Methods and Applications*, Third Ed. McGraw-Hill. 1969. (小山昭雄訳「線型計画法」好学社. 1972年.)

〔G 7〕 Godfrey, J.. Spivey, W. A. and Stillwagon. G. B., Production and Market Planning with Parametric Programming, *Industrial Management Review*, Fall, 1968.

〔G 8〕 Godfrey, J.T., Short-Run Planning in a Decentralized Firm, *The Accounting Review*, April 1971.

〔G 9〕 Goetz, B. E., Transfer Prices: AnExercise in Relevancy and Goal Congruance, *The Accounting Review*, July 1967.

〔G 10〕 Goldschmidt, Y., *Information for Management Decisions*, Cornell Univ. Press. Ithaca-London 1970.

〔G 11〕 Göbel, H., Kostenstellenrechnung und Kostenflußanalyse als Matrizenrechnung, *ZfB*, 35.Jg., 1965.

〔G 12〕 Gordon, M. J., A Method of Pricing for a Socialist Economy, *The Accounting Review*, July 1970.

〔G 13〕 Gordon, M. J., A Method of Pricing for a Socialist Economy, A Reply, *The Accounting Review*, Oct. 1971.

〔G 14〕 Gould, J. R., Internal Pricing in Firms When There are Costs of Using an Outside Market, *Journal of Business* vol. 37. no.1. Jan. 1964.

〔G 15〕 Gutenberg, E., *Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre*, I Band, Die Produktion, 2 Auflage, Berlin 1955. （溝口一雄・高田馨共訳「経営経済学原理」第1巻生産論，千倉書房，1957.）

〔G 16〕 Gutenberg, E., *Einführung in die Betriebswirtschaftslehre*, Wiesbaden, 1958. （池内信行監訳，杉原信男・吉田和夫訳「経営経済学入門」千倉書房，1959.）

〔H 1〕 Haas. J. E., Transfer Pricing in a Decentralized Firm. *Management Science*, Feb. 1968.

〔H 2〕 Hamann, D., *Die Steurung dezentraler Kostenentscheidungen im Herstellungsberech industrieller Unternehmungen*, Dancker & Humblot/ Berlin, 1969.

〔H 3〕 Hartley, R. v., Decision Making When Joint Products Are Involved, *The Accounting Review*, Oct. 1971.

〔H 4〕 Hax, H., *Die Koordination von Entschedungen――Ein Beitrag zur betriebswirtschaftlichen Organizationslehre*, Carl Heymans Verlag K. G. Köln-Berin-Bönn-München, 1965.

〔H 5〕 Hax. H., Kostenbewertung mit Hilfe der matematischen Programmierung. *ZfB* 4. 1965.

〔H 6〕 Hax, H., Bewertungsprobleme bei der Formulierung von Zielfunkion für Entscheidungsmodelle, *ZfbF*, 12, 1967.

〔H 7〕 Henderson, B. D. and Dearden, J., New System for Divisional Control, *Harvard Business Review*, March-April 1966. (reprinted in: *Decentralized Management Series*, HBR Supplement.)

〔H 8〕 Henning, K. W., *Thomas Bata, eine betriebswirtschatsliche Untersuchung*, Hannover 1949.

〔H 9〕 Hentze, J., Die Schattenpreise als Entscheidungshilfe für optimale Erweiterungender Fertigungskapazitäten, *ZfB*, 4.1970. S. 269-272.

〔H10〕 Hirshleifer. J., Economics of the Divisional Firm, *The Journal of Business*. April 1957.

〔H11〕 Hishleifer, J., On the Economics of Transfer Pricing, *The Journal of Business*, July 1956.

〔H12〕 Hitch, C., Sub-optimization in Operations Problems, *Journal of the Operations Research Society of America*, May 1953. pp. 87-99.

〔H13〕 Hitch, C. and McKean, R., Sub-optimization in Operations, in: McClosky, F. and Trepethen, F. N. eds., *Operations Research for Management*, (目崎憲司・横山保・大沢豊訳「経営のためのオペレーションズ・リサーチ」同文館, 1956.208-231頁.)

〔H14〕 Horngren, C. T., *Cost Accounting : A Managerial Emphasis*, Prentice Hall, 1967.

〔H15〕 Hurwicz, L., Optimality and Informatinal Efficiency in Resource Allocation Processes, in: K. J. Arrow et al. (eds). *Mathematical Methods in the Social Sciences*, 1959, Stanford University press, Colifornia, 1960. pp. 27-46.

〔H16〕 Hurwicz, L., Conditions for Economic Efficiency of Centralized and Decentralized Structures, in: G. Grossman (ed.) *Value and Plan*, University of California Press,1960. pp. 162-183.

〔H17〕 Hurwicz, L., On the Concept and Possibility of Informational Decentralization, *American Economic Review*, Vol. LIX, No. 2, May, 1969. pp. 513-524.

〔H18〕 Hurwicz, L., On Informationally Decentralized Systems, in: McGuire, C. B. and Radner, R. (ed). *Decision and Orgnization*, North-Holland, Amsterdam, London 1972.

〔I 1〕 Ijiri,Y., An Application of Input-Output Analysis to Some Problems in Cost Accounting, *Management Accounting*, April 1968. pp. 49-61.

〔I 2〕 Ijiri, Y., Management Goals and Accounting for Control, North-Holland Pub. Co. Amsterdam, 1965. (井尻雄士著「計数管理の基礎」岩波書店. 1970.)

〔J 1〕 Jaensch, G., Optimale Produktionssteuerung bei unvollständiger Informationssteuerung, in: Moxter, A., Schneider. D., und Wittmann, W., *Produktionstheorie und Produktionsplanug*, (Karl Hax zum 65. Geburstag) Köln und Opladen, 1966.

〔K 1〕 Katterle, S., Die koordinierung der betrieblichen Teilbereiche als Aufgabe der Unternehmensführung, Ergänzungsshift zur *ZfB*, 40 Jg, 1970.

〔K 2〕 Keller, I. W., *Management Accounting for Profit Control*, 1957. (2 ed. 1966.)

〔K 3〕 Kern, W., Verrechnung innerbetrieblicher Leistungen mit matematischen Methoden, *Kostenrechnungs-Praxis* 1961.

〔K 4〕 Kern, W., Kalkulation mit Opportunitätskosten, *ZfB* 3. 1965.

〔K 5〕 Kiger, W., *Kurzfristige Erfolgsrechnung*, Wiesbaden, 1962.

〔K 6〕 Kilger, W., *Flexible Plankostenrechung*, Westdeutscher Verlag, Köln u. Opladen 1967.1970. （この一部は豊島義一・近藤恭正訳「弾力的計画計算論」日本経営出版会1970, 近藤恭正訳「原価計算と意志決定」日本経営出版会, 1972,に訳出されている. ）

〔K 7〕 Kirsch, W., Die Koordination von Entscheidungen in Organisationen, *ZfbF* 23 Jg. Neue Folge Heft 2. Feb. 1971.

〔K 8〕 Kloock, J., Zur gegenwärtigen Diskussion der betriebswirtschaftlichen Produktionstheorie und Kostentheorie, *ZfB* 39-1.Juni 1969.

〔K 9〕 Kloock, J., *Betriebswirtschaftliche Input-Output Modelle, ein Beitrag zur Produktionstheorie*, Bëtriebswirtschftlicher Verlag, Wiesbaden, 1969.

〔K 10〕 Koch, H., Zur Diskussion über den Kostenbegriff, *Zfh*F, 6.1964.

〔K 11〕 Koopmans, T. J., Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities,in Koopmans, T. J. (ed.), *Activity Analysis of Production and Allocation* New York-London, 1951.

〔K 12〕 Kopmans, T.C., Uses of Prices, in : Case Institute of Technology, *Proceedings of Conference in Production and Inventry Contol*, 1954, Chap. 11. （ケース工大編, 市橋英世訳「生産在庫管理のＯＲ」日刊工業新聞社, 1958.）

〔K 13〕 Kornai, J. and Lipták, Th., Two-Level Planning, *Econometrica*, vol. 33, no. 1, Jan. 1965.

〔K 14〕 Kreil, M., Preisbildung und Erfolgsoptimierung eines mehrstufigen Industrieunternehmens, *ZfB* 7. 1966.

〔K 15〕 Kubota, O., Böhm, H.-H. und Wille, F., Direct Costing und Programmplanung, *ZfhF* 12 Jg. Heft 8, 1960.

〔K 16〕 Kuhn, H.W. and Tucker, A.W. Non-linear Programming, in J. Neyman (ed.), *Proceedings of the Second Berkley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, pp. 481-492, University of California Press, Berkeley, Calif., 1951.

〔K 17〕 Künzi, H. P. Tzschach, H. G. und Zehnder, C. A., *Numerische Methoden der Mathematischen Optimierung mit* ALGOL-*und* FORTRAN-*Programmen*, Stuttgart, 1966.（刀根薫監訳「電子計算機のための数理計画法」日科技道, 1969.）

〔L 1〕 Langen, H., Istkostenrechnung in Matrizendarstellung, *ZfE*, 34 Jg., 1964.

〔L 2〕 Larson, R. L., *A Behavioral Investigation of the Pricing of Intra-Company Transfers and the Operation of the Industrial Firm Organized under the Profit Center Concept*, Dessertation, University of Oregon, 1970.

〔L 3〕 Lasdon, L. S., *Optimization Theory for Large Systems*, The MacMillan Company, London, 1970.

〔L 4〕 Lassmann, G., *Die Produktionsfunktion und ihre Bedeutung für die betriebswirtschaftliche Kostentherie*, Köln und Opladen, 1958.

〔L 5〕 Lee, E. B. and Markus, L., *Foundations of Optimal Control Theory*, John Wiley & Sons, Inc., New York 1967.

〔L 6〕 Leontief, W., *The Structure of American Economy*, 1919-1929. Harvard University Press, Cambridge (Mass.) 1941 (second edition: 1919 -1939. New York: Oxford University Press, 1951). (家本秀太郎・小田勇共訳「アメリカ経済の構造——産業連関分析の理論と実際」東洋経済, 1959.)

〔L 7〕 Leontief, W., *Input-Output Economics*, Oxford University Press, New York. 1966, pp. xii-257. (新飯田宏訳「産業運関分析」岩波書店. 1969.)

〔L 8〕 Leontief, W., Environmental Repercussions and The Economic Structure: An Input-Output Approach, in: Tsuru, S. (ed.)*A Challenge to Social Scientists, Proceedings of International Symposium on Environmental Disruption*, Tokyo 1970.

〔L 9〕 Livingstone, J. L., Matrix Algebra and Cost Allocation, *The Accounting Review*, July 1967. pp. 503-508.

〔L 10〕 Livingstone, J. L., Input-Output Analysis for Cost Accounting, Planning and Control, *The Accounting Review*, Jan. 1969. pp. 48-64.

〔M 1〕 Malinvaud, E., Decentralized Procedures for Planning, in: E. Malinvaud and M. O. L., Bacharach (eds.): *Activity Analysis in the Theory of Growth and Planning*, (Macmillam, Londno, 1967.)pp. 170-208.

〔M 2〕 Manes, R. P., Comment on Matrix Theory and Cost Allocation, *The Accounting Review*, July 1965. pp. 640-643.

〔M 3〕 Manes, R. P., Birch Paper Company Rivised. An Exercise in Transfer Pricing, *The Accounting Review*, July 1970.

〔M 4〕 Mattessich, R , *Accounting and Analytical Methods*, Richard D. Irwin, 1964. (越村信三郎監訳「会計と分析的方法」(上), 同文館1972.)

〔M 5〕 McRae, T. W., Opportunity and Incremental Cost: An Attempt to Define in Systems Terms, *The Accounting Review*. April 1970.

〔M 6〕 Mellerowicz, K., *Wert und Wertung im Berieb*, Essen 1952.

〔M 7〕 Michel, H., Uternehmethmenssteuerung mit Hilfe der Standard-Grenzpreisrechnung, *ZfB*, 32 Jg, 1962. S. 350f.

〔M 8〕 Michel, H., Grenzkosten und Opportunitätskosten——Zur Diskussion um das Problem Voll oder Teilkostenrechnung. ——

〔〔M 9 Monden, Y., A Decentralized Control Sytem Based on Shadow Prices, *Bulletin of the University of Osaka Prefecture*, Series D. vol. XVI. 1972.

〔M10〕 More, L. J. and David F. S., Long-Range Planning and the Decentralized Firm, *NAA, Management Acconnting*, 53-5.Nov. 1971.

〔M11〕 Morris, W. T., *Decentralization in Management Systems*, Ohio State University Press, 1968.

〔M12〕 Most, K. S., Gordon's Transfer Price Model for a Socialist Economy, A Comment, *The Accounting Review*, Oct. 1971.

〔M13〕 Mus, G., Die Schattenpreise als Entscheidungshilfe für optimale Erweiterungen der Fertigungskapazitäten, Bemerkurgen zu dem gleichnamygen Beitrag von J. Hentze, *ZfB*, 6, 1971.S. 423-424.

〔M14〕 Münstermann, H., Bedeutung der Opportunitätskosten für unternehm erische Entscheidungen. *ZfB* 3.1966.

〔M15〕 Münstermann, H., *Unternehmungsrechnung*, Betriebswirtschaftlicher Verlag, Wiesbaden, 1969.S. 39-154.

〔N 1〕 NACA(National Association for Cost Accountants), *Accounting for Intracompany Transfers*, Research Series No. 30, 1956. （染谷恭次郎監訳，小沢康人・高木靖史共訳「経営指標としての資本利益率・付＼内部振替の会計」日本生産性本部，1961.）

〔N 2〕 NAA (National Association of Accountants), *Current Application of Direct Costing*, Research Series No. 37. 1961. （染谷恭次郎監訳，森藤一男・藤田幸男共訳「直接原価計算」日本生産性本部 1961.）

〔O 1〕 Onsi, M., A Transfer Pricing Basedon Opportunity Cost, *The Accounting Review*, July 1970.

〔O 2〕 Opfermann, K. und Reinermann, H., Opportunitätskosten, Schattenpreis und Optimale Geltungszahl, *ZfB* 4, 1965.

〔P 1〕 Poensgen, O. H., Zentralization und Dezentralization im Lichte dreier moderne Entwicklungen, *ZfB*. 6, 1967.

〔P 2〕 Pontryagin, L. S., et al., The Mathematical Theoryof Optimal Processes, John Wiley & Sons Inc., New York, 1962.

〔R 1〕 Radford, K. J., Organization of Computer Facilities, Centralization or Decentalization, *Cost and Management*, mar. ／Apr. 1969.

〔R 2〕 Ramdohr, w., Die Anwendung des Matrizenkalküls in der Kostenträger -Strukturrechnung, *Neue Betriebswirtschaft*, 18.Jg., 1965.

〔R 3〕 Robinson, J., An Iterative Method of Solving a Game, *Annals of Mathematics*, 54 (1951), pp.296-301.

〔R 4〕 Ronen, J. and McKinney, G., Transfer Pricing for Divisional Autonomy, *Journal of Accounting Research*,Vol. 8.No. 1. Spring 1970.

〔R 5〕 Ruefli, T. w., A Generalized Goal Decompisition Model, *Management Science*, 17-8. April. 1971.

〔R 6〕 Ruefli, T. W., Behavioral Externalities in Decentralized Organizations, *Management Science* 9-5, June 1971.

〔R 7〕 Ruefli, T. W., PPBS——an analytic approach, in: Byrne R.F., Charnes, A., Cooepr, W W., Davis, O, A. and Dorothy Gilford(eds.)*Studies in Budgeting*, North-Holland, 1971, Chap. 6.

〔S 1〕 Samuels, J. M., Opportunity Costing: An Application of Mathematical Programming, *Journal of Accounting Research*, Autumn 1965.

〔S 2〕 Samuelson, P. A., Market Mechanizms and Maxmization, in: *The Collected Scientific Papers of Paul A.Samuelson*, vol. 1, 1966.

〔S 3〕 Sonmalenbach, E,. Über Verrechnungspre, (Rede in der Handelshochschule zu Köln am 27. 1.1919. Zugleich Inhaltszusammenfas sung der Habil-Schrift: Die Verrechnungspreise in großindus triellen Betrieben.) *ZfhF* 3-5. 1909. S 165-185. （土岐政蔵訳「計算価格について」会計，1934．10．本論文は内部振替価格の世界最初のまとまった文献である．）

〔S 4〕 Schmalenbach. E., *Der Kontenrahmen*, erste Aufl. 1927. （本書の改定第4版につき，土岐政蔵訳「標準工業会計図解」同文館，1938）

〔S 5〕 Schmalenbach, E., *Selbstkostenrechnung und Preispolitik*, 6Aufl., 1934. （土岐政蔵訳「原価計算と価格政策」森山書店，1951.）

〔S 6〕 Schmalenbach, E., *Pretiale Wirtschaftslenkung*, Band Ⅰ. *Die optimale Geltungszahl*, Industrieu. Handelsverlag walter Dorn GmbH, Bremen-Horn 1947.

〔S 7〕 Schmalenbach, E., *Pretiale Wirtschaftslenkung*, Band Ⅱ. *Pretiale Lenkung des Betriebs*, Industrie-u. Handelsverlag Walter Dorn GmbH, Bremen-Horn 1948.

〔S 8〕 Schmalenbach, E., *Der freien Wirtschaft zum Gedächtnis*, 1949. （第3版(1958) 訳は土岐政蔵・斉藤隆夫共訳「回想の自由経済」森山書店，1960.）

〔S 9〕 Scnmalenbach, E., Goethe zur Frage der pretialen Betriebslenkung, *ZfhF* I Jg. 1949, Heft3.

〔S10〕 Schneider, D., Zielvorstellung und innerbetriebliche Leistungspreise in privaten und öffentlichen Unternehmen, *ZfbF*, 1966.3.

〔S11〕 Scnuff, H. K., Die Anwedung einer Matrizenformel für die Kostenrechnung eines Industriebetriebes, *Elektronische Datenverarbeitung* 2 Jg, 1960.

〔S12〕 Schürhoff, H., Istkostenrechnung in Matrizendarstellung, Eine Stellungsnahme, *ZfB*, 35 Jg, 1965.

〔S13〕 Shank, J. K., *Matrix Methods in Accounting*, Addison-wesley, 1972.

〔S14〕 Shillinglaw, G., *Cost Accounting : Analysis and Control*, Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Illionois, 1961. （中西寅雄監修，安達和夫・山

口操共訳，「管理原価会計」日本生産性本部，昭和39年．）
〔S 15〕 Sigloch. B., Input-Output Analysis and the Cost Model : A Comment, *The Accounting Review*, Apr. 1971.
〔S 16〕 Solomons, D., *Divisional Performance : Measurement and Control*, Richrd D. Irwin, 1965.
〔S 17〕 Stahlknecht, P., Istkostenrechnung in Matrizendarstellung. Eine Stellungsnahme. *ZfB*, 35. Jg., 1965.
〔S 18〕 Stigler, G. J., *Theory of Price*, (revised) 1952.（内田忠夫・宮下藤太郎訳「価格の理論」(上)(下)．）
〔S 19〕 Strum, J. E., Note on "Two-Sided Shadow Prices", *Journal of Accounting Research*, 7-1. Spring. 1969.
〔T 1〕 Tuckett, R. F., Combined Cost and Linear Programming model of Industral Complexes, *OR Quaterly*. 20(2) June 1969.
〔V 1〕 Viner, J., Cost Curves and Supply Curves, *Zeitschrift für Nationalökonomie*. Vol. Ill, 1931, Reproduced in G. J. Stigler and K. E. Boulding, eds, *Readings in Price Theory*, Irwin, Chicago, 1952, and in J, Viner. *The Long View and the short*. Free Press, Glencoe, Ill. 1958.
〔V 2〕 Vischer, P., *Simultane Produktions und Absatzplanung——Rechnungstechnische und organisatorische Probleme mathematischer Programmierungsmodelle*, ——Wiesbaden, 1967. S. 111-134.
〔V 3〕 Vogel, F., Grudnlagen and Funktionsweise eines Modells der betrieblichen Produktions-undKostenstruktur, *ZfB*, 1968, Ergänzungsheft (1)S. 1-31.
〔V 4〕 Vogel, F., *Matrizenrechnung in der Betriebswirtschaft, Grundlagen und Anwendungsmöglichkeiten*, Westdeutscher Verlag, Opladen 1970.
〔W 5〕 Wenke, K., Kostenanalysen mit Matrizen, *ZfB*, 26.Jg., 1956.
〔W 6〕 Whinston, A., Price Guides inDecentralized Organizations, in, Cooper, W. W. and Leavitt, H. J. and Shelly. M. W. (ed.)*New Perspectives in Organization Research*, John Wiley & Sons, 1964.
〔W 7〕 Williams, T. H. and Griffin, C. H., Matrix Theory and Cost Allocation, *The Accounting Review*, July. 1964. pp. 671-678.
〔W 8〕 Wittmann, W., *Der Wertbegriff in der Betriebswirtschaftslehre*, Köln und Opladen, 1956.
〔W 9〕 Wittmann, W., Lineare Programmierung und traditionelle Produktionstheorie, *ZfhF* 1960.
〔W10〕 Wolff, W., Plankostenrechnungund Pretiale Betriebslenkung, *ZfhF* 5 Jg. Heft 8, 1955.
〔W11〕 Wright, W., Direct Costs are better for Pricing, *NAA* Bulletin 41-8.1960.
〔W12〕 Wright, F. K., Measuring Asset Services: A Linear Programming Approach, *Journal of Accounting Research*, 6-2, Aut. 1968.

〔W13〕 Wright, F. K., Dual Variables in Inventry Measurement, *The Accounting Review*, Jan. 1970.

〔Y 1〕 Yoshihara, R., The Decomposition Algorithm for Large-Scale "Bi-Anglar" Linear Programs, 尾道短大「研究紀要」18, 1969.

〔Y 2〕 Young, N. F., Distributed Computer Systems : Tomorrows Automation Strategy, *Automation*, Oct. 1969.

(略号)

ZfB *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*

ZfbF *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*

ZfhF *Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung*

(Ⅱ) 日本語文献

〔*a* 1〕 青木昌彦著，「組織と計画の経済理論」岩波書店，1971.

〔*a* 2〕 阿保栄司・石塚博司，事業部の最適化行動とその全社的調整，「企業会計」23-9 (1971.8.)

〔*a* 3〕 阿保栄司・石塚博司，企業における多目標追求行動の統合，「企業会計」 23-10 (1971.9.)

〔*a* 4〕 浅沼萬里，分解原理と分権管理，京都大「経済論叢」99-3(1967.3)

〔*a* 5〕 浅沼萬里，分権管理と潜在価格，「経済論叢」102-1(1968.7)

〔*d* 1〕 土岐政蔵著，「計算価格論」千倉書房，1953.

〔*d* 2〕 土岐政蔵，分権的経営管理について，神戸大学会計学研究室編「シュマーレンバッハ研究」中央経済社，1954.

〔*f* 1〕 福田誠一・福田平八郎共著，「操業利益計画論」千倉書房，1963.

〔*f* 2〕 古川栄一・中山隆祐・青木茂男・鳫本弘共著，「事業部制のすすめ方」経林書房，1960.12.

〔*f* 3〕 伏見多美雄，振替価格の設定と数理計画，「企業会計」 1970.7.増刊号.

〔*f* 4〕 伏見多美雄・中山泉，多目標原理による財務計画モデル，「企業会計」23-10 (1971.9.)

〔*g* 1〕 後藤幸之助，ドイツにおける経営費用管理論の新展開，「会計」97-4(4.1970.)

〔*h* 1〕 原沢芳太郎， 中間製品の 内部調達量決定に 関する 一試論， 「武蔵大 学論集」 1967.7.

〔*h* 2〕 平林喜博，シュマーレンバッハの経営価値概念に関する覚書，「香川大学経済論叢」44-3. (1971.8.)

〔*h* 3〕 本田利夫，企業予算の類型とその管理的機能，in: 関西学院大学会計学研究室編，「近代会計の動向」中央経済社. 1962.

〔*i* 1〕 飯尾要，青木〔a 1〕への書評，「経済研究」22-4， (1971.11.)

〔*i* 2〕 市原季一，トーマス・バーチャの経営政策，(in: 市原著 「ドイツ経営政策」 森山書店，1957. 第9章201-241頁.)

〔*i* 3〕 市原季一著，「西独経営経済学」森山書店，1959.

〔*i* 4〕 池田英次郎，プレチアーレ・レンクング，「PR.」 1954.11.

〔*i* 5〕 板垣忠，振替価格決定方式の類型，「企業会計」30-12 (1970.12.)

〔*k* 1〕 加護野忠男，分権的決定と外部性，「六甲台論集」18-4.

〔*k* 2〕 兼子春三，直接原価計算制度のメカニズム，「産業経理」22-9(1960.9).

〔*k* 3〕 片岡信二著，「数理計画法」第3章第4節，東洋経済新報社. 1971.

〔*k* 4〕 岸本哲也，分権的計画の手法(1)―― J. Kornai のモデル――，「神戸外大論叢」19-4，(1968.10) .

〔*k* 5〕 久保田音二郎著，「直接原価計算論」千倉書房，1955.

〔*k* 6〕 久保田音二郎，内部振替価格の発展―― ガーナーの原価計算発展史論の釈義 (6) ――，「原価計算」3-10 (1956.10.)

〔*k* 7〕 久保田音二郎著，「直接標準原価計算」千倉書房，1965.

〔*k* 8〕 久保田音二郎，原価についての消費原則の理論，「企業会計」1967.2.

〔*k* 9〕 黒沢清・福田平八郎共著，「意思決定会計」日本経営出版会，1968.
〔*k* 10〕 黒沢清，現代会計学の新しい課題，「企業会計」24-7（1972. 7.）
〔*k* 11〕 小林健吾，オポチュニティ・コストの系譜と現状，「企業会計」1970.9.
〔*k* 12〕 小林健吾，振替価格の決定法について「企業会計」30-12（1970.12.）
〔*k* 13〕 小林哲夫，限界原理と直接原価計算，「産業経理」24-12（1964.12).
〔*k* 14〕 小林哲夫，西独における直接原価計算の諸形態，神戸大「経済経営研究年報」15-Ⅰ，（1965.2.）
〔*k* 15〕 小林哲夫，計画原価計算における計算価格をめぐって，「国民経済雑誌」111-5（1965,5）
〔*k* 16〕 小林哲夫，決定理論からみた経営経済学的評価論――エンゲルスの所説を中心にして――，「産業経理」1965.10.
〔*k* 17〕 小林哲夫，Engels〔E1〕への書評，「国民経済雑誌」110-4.
〔*k* 18〕 小林哲夫，原価補償と能力思考，「産業経理」1965.10.
〔*k* 19〕 小林哲夫，直接原価計算に対する意思決定のための原価評価「企業会計」1966.1，
〔*k* 20〕 小林哲夫，管理計算の論理と検証，「企業会計」24-1（1972.1.）
〔*k* 21〕 小林哲夫著，「原価理論――生産モデルと企業モデルにおけるコスト・ビヘィビアーの分析――」千倉書房，1972.
〔*k* 22〕 越村信三郎著，「行列原価計算」第三出版，1971.
〔*k* 23〕 古瀬大六，活動分析における価格分析，in: 山田・久武編「経済シンポジウム」日本評論社，第1巻第2章，1957.
〔*k* 24〕 古瀬大六，線型計画と分権的決定，「小樽商大創立50周年記念論文集」（商学研究篇)1961.8.261-282頁.
〔*k* 25〕 古瀬大六著，「生産の経済学」第4章，春秋社．1964.
〔*k* 26〕 古瀬大六著，「分権的管理の基礎理論」日本経営出版会．1970.
〔*k* 27〕 古瀬大六著，「数理計画法Ⅰ――線型計画――」第6章，共立出版，1971.
〔*k* 28〕 小山昭雄，Shadow Price と限界価値生産力，「上智経済論集」13-1.
〔*k* 29〕 近藤恭正，決定理論からみた原価価値論の展開――ハイネンの所説に関連して――，「同志社商学」20-5•6(1969.3).
〔*m* 1〕 前田幸雄，シャドウ・プライスとオポチュニティ・コスト，「企業会計」22-10（1970.9.）
〔*m* 2〕 松田和久，労働力最少利用計画下の計画価格と労働生産性，「国民経済雑誌」106-3（1962.9).
〔*m* 3〕 松田和久，自家生産物の自家消費に際しての原価と計算価格，（in: 青木倫太郎編著「最新原価計算論」同文館．1972．第16章）
〔*m* 4〕 松本剛著，「原価理論の構造」森山書店．1967.
〔*m* 5〕 三雲宗敏著，「費用理論の展開と原価理論」同文館1969.
〔*m* 6〕 宮本勝浩，分権的経済計画の一考察，大阪府大「経済研究」16-3.4.(1971.8.）
〔*m* 7〕 宮本勝浩，分権的経済計画(そのⅡ)，大阪府大「経済研究」16-5.
〔*m* 8〕 宮本匡章，直接原価計算の一展開，「企業会計」1963.3.
〔*m* 9〕 宮本良成，情報的分権化と線型計画化された経済計画モデル――モデルの有効性

についてー―，大阪市大「経済学雑誌」65-2(1971.8)
〔m10〕 溝口一雄著，「費用管理論」中央経済社，1961.
〔m11〕 溝口一雄，責任会計としての事業部制会計，(in: 黒沢清共著，「新しい会計学，4，責任会計」日本経営出版会，1967.)
〔m12〕 溝口一雄著，「最新例解原価計算」中央経済社，1971.
〔m13〕 村上雅子，公害の経済分析，愛知大「法経論集」(経済篇)65. (1971.2.)
〔m14〕 村上泰亮，経済体制分析序説，「思想」569，(1971.11.)
〔m15〕 村上泰亮，公害政策の合意を求めて，「東洋経済」1971.10.臨時増刊，6-15頁.
〔m16〕 村田稔，メレロヴィッチ「経営における価値と評価」，中央大「商学論纂」2-4.
〔m17〕 門田安弘．Schmalenbach 価格的経済管理論――意思決定のための最適有効数値――，「六甲台論集」12-4. (1965.12.)
〔m18〕 門田安弘，シュマーレンバッハの分権的経営理論――その組織と計算制度――．愛知大「法経論集」(経済篇) 51 (1966.10.)
〔m19〕 門田安弘，機会原価計算論――製品組み合せ計画の設定を中心として――．愛知大「法経論集」(経済篇)．55，(1967.9.)
〔m20〕 門田安弘，機会原価計算の分権的経営管理への適用，愛知大「経営会計研究」9-10合併号，(1967.11.)
〔m21〕 門田安弘，ベーム・ヴィレによる直接原価計算批判と新展開，愛知大「法経論集」(経済篇)．56，(1968.1.)
〔n 1〕 中村常次郎編著，「事業部制――組織と運営――」春秋社，1966.
〔n 2〕 長松秀志，機会原価概念の吟味，「企業会計」1970.12.
〔n 3〕 新野央，シャドウ・プライス体系と石油製品別原価への接近，「石油学会誌」11-2 (1968.)
〔n 4〕 西田耕三著，「企業行動科学の基礎」白桃書房，1969.
〔o 1〕 岡部鉄男，分権化された組織と振替価格，高千穂商大「高千穂論叢」昭46年度㈠
〔o 2〕 岡部鉄男，分権管理と振替価格，高千穂商大「高千穂論叢」昭46年度㈡
〔o 3〕 岡崎英雄，線型計画法を利用した経営効率の最大化指向――センシティビティ・アナリシスによる利益拡大方策の顕在化――「IE」1971.6.
〔o 4〕 大村幸生，事業部におけるCVP関係分析，「九州産業大学商経学会」5-3 (1965.)
〔o 5〕 小野勝章著，「計算を中心とした線型計画法」第9章，日科技連，1967.
〔s 1〕 斉藤隆夫，分権的経営管理と自由経済，名大「経済科学」10-2(1963).
〔s 2〕 阪本安一．企業の経営成績の判定と公害処理費の付加価値性，「企業会計」1971.12.
〔s 3〕 佐藤宗弥，機会費用原理の解明，「企業会計」21-2(1970.2.)
〔s 4〕 佐藤宗弥，代替集選択とオポチュニティ・コスト，「企業会計」22-10 (1970.9.)
〔s 5〕 佐藤宗弥，行列簿記と経営計画，「企業会計」24-6 (1972.6.)
〔s 6〕 佐藤精一，産業連関分析と企業の計数管理，「青山経営論集」5-3
〔s 7〕 佐藤精一，ミクロ産業連関と分権管理，「企業会計」22-14 (1970.12.)
〔s 8〕 佐藤精一，産業連関分析と企業の原価分析，井尻論文の研究(上)(下)，「事務と経営」23-272と273. (1971＼4と5).

〔s 9〕 佐藤精一，産業連関分析と経営計画の基礎，「事務と経営」1971.7.
〔s 10〕 芝　章，内部振替価格の決定方法，「企業会計」30-12 (1970.12.)
〔s 11〕 末尾一秋，事業部制と予算管理，「会計」103-3 (1972.3.)
〔s 12〕 杉本典之，行列代数と補助部門費の相互配賦法，横浜国立大「エコノミア」40 (1970.12.)
〔s 13〕 鈴木英寿著，「ドイツ経営学の方法」森山書店，初版1959，増補版1968.
〔t 1〕 高田馨著，「経営の職能的構造」，千倉書房，1959.
〔t 2〕 武村昌介，計画経済における計画手順の分権化について，「大阪大学経済学」20-1 (1970.6.)
〔t 3〕 田中茂次，ヴィットマンの「経営経済学における価値概念」，中央大「商学論纂」2-4.
〔t 4〕 田中茂次，コジオールの「原価概念の本質標識の批判的分析」中央大「商学論纂」3-3.
〔t 5〕 谷　武幸，ベーム標準限界価格計算の展開，「六甲台論集」15-3 (1968.10.)
〔t 6〕 谷　武幸，Albach〔A12〕への書評，「企業会計」1970.1.
〔t 7〕 谷　武幸，経営意志決定と原価評価――短期利益計画を中心として――，神戸大「経営学・会計学・商学研究年報」XVII，(1971)
〔t 8〕 通産省産業合理化審議会管理部答申，「事業部制による利益管理」1960.9.
〔t 9〕 徳谷昌男，ソーシャル・コストと企業会計，「企業会計」23-13 (1971.11.)
〔t 10〕 豊島義一，直接原価計算論の発展――ドイツの限界計画原価計算論の発展を中心として――. in: 神戸大学会計学研究室編「近代報告会計の基礎と発展」同文館，1971.
〔u 1〕 占部都美著，「事業部制と利益管理」白桃書房1969.
〔w 1〕 若杉明，公害防止と会計の役割，「企業会計」23-13 (1972.11.)
〔y 1〕 矢島基臣著，「管理価格論の展開」森山書店，初版1961.改定版1970.
〔y 2〕 矢島基臣，計算価格論に関する一研究，「会計」(1967.12.)
〔y 3〕 吉田　彰，会計情報への管理会計的接近，「会計」94-2 (1968.8.)
〔y 4〕 吉村　弘，分権的計画と計算価格，山口大「山口経済学雑誌」19-2，(1969.2.)
〔y 5〕 吉原英樹著，「行動科学的意思決定論」白桃書房，1969.
〔y 6〕 吉原龍介，分解原理と分権的管理，尾道短大「研究紀要」17(1968.2.)

著 者 略 歴

1940年	大阪市に生る
1969年	神戸大学大学院経営学研究科博士課程単位修得
	愛知大学法経学部講師
1971年	大阪府立大学経済学部助教授

昭和48年３月26日　印刷
昭和48年３月31日　発行

著 者　門(もん)　田(でん)　安(やす)　弘(ひろ)

発行所　大阪府立大学経済学部
　　　　堺市百舌鳥梅町４丁804

印刷所　大阪市浪速区芦原２の３
　　　　東洋紙業株式会社

大阪府立大学経済研究叢書

第1冊	西村孝夫著	イギリス東インド会社史論	＜昭　35＞
第2冊	福原行三著	J. S. ミルの経済政策論研究	＜昭　35＞
第3冊	和田貞夫著	点集分と経済分析	＜昭　35＞
第4冊	内田勝敏著	ブリティシュ・トロピカル・アフリカの研究	＜昭　36＞
第5冊	永島　清著	国際経済と経済変動	＜昭　36＞
第6冊	大野吉輝 山谷恵俊著 岡本武之	成長理論の研究	＜昭　36＞
第7冊	竹安繁治著	近世土地政策の研究	＜昭　37＞
第8冊	谷山新良著	保険の性格と構造	＜昭　37＞
第9冊	佐藤浩一著	現代賃金論序説	＜昭　37＞
第10冊	藤井定義著	幕末の経済思想	＜昭　38＞
第11冊	渡瀬　浩著	経営の社会理論	＜昭　38＞
第12冊	今川　正著	線型計画と地域開発	＜昭　38＞
第13冊	馬淵　透著	国際金融と国民所得	＜昭　39＞
第14冊	鍬田邦夫著	金融理論と金融政策	＜昭　39＞
第15冊	村上義弘著	行政法および行政行為の本質	＜昭　39＞
第16冊	鈴木和蔵著	減価償却政策と維持計慮	＜昭　40＞
第17冊	岡本武之著	ケインズ主義経済理論序説	＜昭　40＞
第18冊	片上　明著	イギリス「社会改良」時代の研究	＜昭　41＞
第19冊	風間鶴寿著	相続法の総論的課題 —相続開始・代襲相続・放棄—	＜昭　41＞
第20冊	前田英昭著	企業行動の理論	＜昭　41＞
第21冊	盛　秀雄著	日本国憲法の主原則	＜昭　42＞
第22冊	石田喜久夫著	自然債務の研究	＜昭　42＞
第23冊	稲葉四郎著	経済学の根柢	＜昭　42＞
第24冊	武部善人著	産業構造分析	＜昭　43＞
第25冊	山谷恵俊著	技術進歩と均衡成長	＜昭　43＞
第26冊	立半雄彦著	L・ワルラスの社会経済学	＜昭　43＞
第27冊	市橋英世著	マーケティング・システムの行動理論	＜昭　44＞
第28冊	横山益治著	不確実性と決定理論 —ベイジャン接近—	＜昭　44＞
第29冊	大野吉輝著	財政政策と所得分配	＜昭　44＞
第30冊	馬淵　透著	国際収支理論のグラフ的分析	＜昭　45＞
第31冊	石川常雄著	通貨変動理論の研究	＜昭　45＞
第32冊	今井　宏著	議決権代理行使の勧誘	＜昭　45＞
第33冊	右近健男著	離婚扶養の研究 —財産分与論　その1—	＜昭　46＞
第34冊	森田　劭著	労働市場分析による労働経済の研究	＜昭　46＞
第35冊	前田英昭著	企業の最適な投資政策，研究・開発政策および宣伝・広告政策について	＜昭　46＞
第36冊	服部容教著	新ケインズ派基礎理論研究	＜昭　47＞
第37冊	井上和雄著	ユーゴスラヴィアの市場社会主義	＜昭　47＞