Sonderdruck aus:


# Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung


Günter Menges

# Wie gut sind Prognosen?

7. Jg./1974

3

## Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung (MittAB)

Die MittAB verstehen sich als Forum der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung. Es werden Arbeiten aus all den Wissenschaftsdisziplinen veröffentlicht, die sich mit den Themen Arbeit, Arbeitsmarkt, Beruf und Qualifikation befassen. Die Veröffentlichungen in dieser Zeitschrift sollen methodisch, theoretisch und insbesondere auch empirisch zum Erkenntnisgewinn sowie zur Beratung von Öffentlichkeit und Politik beitragen. Etwa einmal jährlich erscheint ein „Schwerpunktheft“, bei dem Herausgeber und Redaktion zu einem ausgewählten Themenbereich gezielt Beiträge akquirieren.

*Hinweise für Autorinnen und Autoren*

Das Manuskript ist in dreifacher Ausfertigung an die federführende Herausgeberin
Frau Prof. Jutta Allmendinger, Ph. D.
Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung
90478 Nürnberg, Regensburger Straße 104
zu senden.

Die Manuskripte können in deutscher oder englischer Sprache eingereicht werden, sie werden durch mindestens zwei Referees begutachtet und dürfen nicht bereits an anderer Stelle veröffentlicht oder zur Veröffentlichung vorgesehen sein.

Autorenhinweise und Angaben zur formalen Gestaltung der Manuskripte können im Internet abgerufen werden unter http://doku.iab.de/mittab/hinweise_mittab.pdf. Im IAB kann ein entsprechendes Merkblatt angefordert werden (Tel.: 09 11/1 79 30 23, Fax: 09 11/1 79 59 99; E-Mail: ursula.wagner@iab.de).



**Redaktion**

Ulrike Kress, Gerd Peters, Ursula Wagner, in: Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung der Bundesanstalt für Arbeit (IAB), 90478 Nürnberg, Regensburger Str. 104, Telefon (09 11) 1 79 30 19, E-Mail: ulrike.kress@iab.de: (09 11) 1 79 30 16, E-Mail: gerd.peters@iab.de: (09 11) 1 79 30 23, E-Mail: ursula.wagner@iab.de: Telefax (09 11) 1 79 59 99.



**Herstellung**

Satz und Druck: Tümmels Buchdruckerei und Verlag GmbH, Gundelfinger Straße 20, 90451 Nürnberg

**Verlag**

W. Kohlhammer GmbH, Postanschrift: 70549 Stuttgart: Lieferanschrift: Heßbrühlstraße 69, 70565 Stuttgart: Telefon 07 11/78 63-0; Telefax 07 11/78 63-84 30: E-Mail: waltraud.metzger@kohlhammer.de, Postscheckkonto Stuttgart 163 30.
Girokonto Städtische Girokasse Stuttgart 2 022 309.
ISSN 0340-3254

**Bezugsbedingungen**

Die „Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung“ erscheinen viermal jährlich. Bezugspreis: Jahresabonnement 52,- € inklusive Versandkosten: Einzelheft 14,- € zuzüglich Versandkosten. Für Studenten, Wehr- und Ersatzdienstleistende wird der Preis um 20 % ermäßigt. Bestellungen durch den Buchhandel oder direkt beim Verlag. Abbestellungen sind nur bis 3 Monate vor Jahresende möglich.

**Zitierweise:**

MittAB = „Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung“ (ab 1970)
Mitt(IAB) = „Mitteilungen“ (1968 und 1969)
In den Jahren 1968 und 1969 erschienen die „Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung“ unter dem Titel „Mitteilungen“, herausgegeben vom Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung der Bundesanstalt für Arbeit.

**Internet:** http://www.iab.de

# Wie gut sind Prognosen?

*Günter Menges*)*

Eine eingetroffene Prognose sagt so wenig aus über die Güte einer Prognose und ihrer Methode wie eine nicht eingetroffene Prognose. Erst eine große Zahl von anhand der tatsächlichen Entwicklung überprüften Einzelprognosen erlaubt die Beantwortung der Frage: „Wie gut sind Prognosen?“. Auf derartige lange Prognoseserien kann man jedoch im allgemeinen nicht warten. Außerdem möchte man in der Regel bereits zum Zeitpunkt der Erstellung der Prognose zu einem Urteil über die Prognose gelangen.

Das bestgeeignete klassische A-priori-Maß zur Beurteilung von Prognosemethoden und -ergebnissen ist der durchschnittliche Prognosefehler. Seine Interpretation läßt den Schluß zu: Die Prognose ist im allgemeinen desto zuverlässiger, je länger die Beobachtungsperiode ist, je stärker die erklärende Variable im Beobachtungszeitraum variiert und je weniger die für die Prognoseperiode vorherbestimmten Werte der erklärenden Variablen von ihrem in der Vergangenheit beobachteten Mittelwert entfernt sind.

In die Schätzung des durchschnittlichen Prognosefehlers gehen aber zahlreiche Voraussetzungen ein, die in ihrer Gesamtheit statistisch nicht prüfbar sind. Der Prognostiker muß daher versuchen, mit möglichst wenig (den Realitätsgehalt einschränkenden) Annahmen auszukommen. „Unerläßliche“ Annahmen sind – soweit wie möglich – objektiv zu prüfen. Verletzungen der Voraussetzungen sowie ihre Wirkung auf die Prognose sind notfalls aus Erfahrung und Intuition zu bewerten.

An diese Überlegungen schließt sich die Forderung an, die Konsequenzen der Prognose zu bedenken und die Prognosemethode oder die Prognosewerte zu wählen, deren Konsequenzen bei einer Fehlbeurteilung möglichst wenig schädlich sind.

Der Prognostiker kann sich angesichts dieser Problematik nicht, zumindest nicht ausschließlich, auf die klassischen ökonometrischen Kriterien verlassen, sondern er sollte seine Aufgabe entscheidungstheoretischen Prinzipien unterordnen. Im Mittelpunkt des Aufsatzes steht daher die Forderung, die Prognose als ein Entscheidungsproblem aufzufassen.

In dieses geht als wesentlicher Bestandteil eine Kosten-Nutzenfunktion ein. Die Kosten betreffen die Datengewinnung, das Untersuchen und Kommunizieren selbst sowie evtl. die Kosten des Treffens von Maßnahmen und außerdem schädliche Folgen von Fehlprognosen. Der Nutzen bemißt sich nach den Konsequenzen, welche die auf die Prognose gegründeten Entscheidungen haben; neben dem Zuwachs des Sozialprodukts spielen z. B. Umweltverbesserung, Verbesserung der Bildungsmöglichkeiten, mehr Freizeit, besseres Gesundheitswesen eine Rolle. Ausschlaggebend ist dann also nicht mehr allein die Frage „Wie gut sind Prognosen?“, sondern „Wie nützlich sind Prognosen, wie schädlich sind Fehlprognosen?“.

**Gliederung**



*) Dies ist die überarbeitete Fassung eines Vertrages mit dem Titel „A-priori-Bewertung von Prognosen“, den *Dr. Günter Menges*, Professor für Statistik und Ökonometrie an der Universität Heidelberg, am 11.12.1973 im Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung der Bundesanstalt für Arbeit in Nürnberg hielt.

## 1. Vorbemerkung (Es gibt kein Patentrezept)

Seit dem Herbst 1973 sind Wirtschaftsprognosen in besonderem Maße fragwürdig geworden. Die Prognosen, die vor der sog. „Energiekrise“ aufgestellt worden waren, verloren ihre Glaubwürdigkeit, als die arabischen Ölförderländer im Spätherbst 1973 die Drosselung ihrer Förderung ankündigten. Man revidierte allenthalben die bis dahin als gültig betrachteten Prognosen unter Annahmen mengenmäßiger Beschränkungen der Ölimporte. Im Maße, wie diese Annahmen fragwürdig wurden, wurden es auch die auf ihnen beruhenden Prognosen. Man revidierte neuerlich die Wirtschaftsprognosen, nunmehr unter Annahme einer beträchtlichen Verteuerung des Rohöls. Das Stich wort „Mengenkrise“ war dem Stichwort „Preiskrise“ gewichen. Hinzu kamen Unsicherheiten über die konjunkturelle Entwicklung. Der kürzlich von *Klauder, Kühlewind, Schnur* und *Thon* [1974] in dieser Zeitschrift publizierte Aufsatz spiegelt die Unsicherheiten und resultierenden Schwierigkeiten in geradezu paradigmatischer Weise wider.

Wer von mir ein Patentrezept für die Lösung des Prognoseproblems erwartet, kann sich die Mühe des Weiterlesens sparen. Ich habe keines; und man kann wohl sagen: niemand hat eines. Es gibt kein Patentrezept.

Aber ich glaube, daß man das Prognoseproblem durch Umformulierung und Umstrukturierung entschärfen und für adäquate Lösungen aufnahmebereiter machen kann. Davon handelt dieser Aufsatz, und er handelt von den Möglichkeiten der Beurteilung der Qualität von Prognoseverfahren und -ergebnissen.

## 2. Von einer Zigeunerin und den Möglichkeiten der Bewertung a posteriori

Als ich vor einigen Jahren an der London School of Economics einen Vortrag über Prognosemethoden hielt, stellte ich den Zuhörern folgendes Problem: Angenommen, Sie leiten ein Unternehmen und stehen vor der Frage, eine größere Investition vorzunehmen. Sie haben seit drei Jahren ein wirtschaftswissenschaftliches Forschungsinstitut unter Vertrag, das Ihnen alljährlich Prognosen für das nächste Jahr liefert und das sich bisher stets grob verschätzt hat, nämlich einen Nachfragerückgang prognostizierte, während die Nachfrage in allen drei Jahren tatsächlich stieg. Sie haben des weiteren seit drei Jahren eine Zigeunerin unter Vertrag, die Ihnen ebenfalls alljährlich Prognosen für das nächste Jahr liefert und die sich bisher höchstens um ein paar Prozentpunkte irrte und die Tendenz jedenfalls richtig vorhersagte. Dieses Jahr steht also eine bedeutende Investitionsentscheidung an, und ihre erste „Vorentscheidung" lautet: Sollen Sie dem Forschungsinstitut vertrauen oder der Zigeunerin?

Meine englischen Zuhörer vor einigen Jahren entschieden sich zunächst für das Institut. Im Zuge, wie ich das Beispiel modifizierte, nämlich mehr ununterbrochen richtige Prognosen auf der Seite der Zigeunerin und falsche auf der Seite des Forschungsinstituts annahm, wechselten immer Zuhörer in das Lager der Zigeunerin und, wenn ich mich recht erinnere, waren bei der Annahme von zehn ununterbrochen richtigen Prognosen auf seiten der Zigeunerin und entsprechend zehn falschen auf Seiten des Forschungsinstituts alle Zuhörer geneigt, der Zigeunerin zu vertrauen.

Nun gebe ich zu, daß ich auch bei zehn richtigen Prognosen stutzig werden und die Zigeunerin zu analysieren versuchen würde. Vielleicht ist sie bei Richard Stone als Stenotypistin beschäftigt. Das würde ihren Erfolg *begreifbar* machen, d. h. diese Tatsache würde einen zureichenden Grund für die Glaubwürdigkeit ihrer Prognose liefern. Nehmen wir fünf ununterbrochen richtige Prognosen und setzen wir voraus, daß eine Analyse der Zigeunerin keine Verbindung zur empirischen Wirtschaftsforschung erkennen läßt. Kann man der Zigeunerin vertrauen? Soviel ich weiß, gibt es in Deutschland kein Gesetz, das verbieten würde, Zigeunerinnen zu vertrauen. Der nur sich selbst verantwortliche Praktiker kann es daher halten, wie er will.

Der Wissenschaftler, der der Wahrheit, und der Wirtschaftspolitiker, der dem Gemeinwohl verpflichtet ist, aber sollten Vertrauen einer Behauptung nur entgegenbringen, wenn hinlängliche Einsicht in die objektiven Sachverhalte und Zusammenhänge, auf die sich die Behauptung stützt, gewonnen ist.

Andernfalls besteht nur die Möglichkeit, die Prognosen als Zufallsresultate zu interpretieren. Nehmen wir an, die Wahrscheinlichkeit für Nachfragesteigerung sei so groß wie die für Nachfragerückgang, und nehmen wir weiter an, die Zigeunerin treffe ihre jährlichen Prognosen zufällig und unabhängig von den vorherigen, dann ist die Wahrscheinlichkeit für ihre Serie von fünf Erfolgen 0,03125. Das ist noch wahrscheinlicher, als zweimal hintereinander eine 6 zu würfeln (0,02778). Und das kommt auf die Dauer und im Durchschnitt in rund 28 von 1000 Fällen also nicht gar so selten vor.

Die Forderung, die wir sonst in der Statistik akzeptieren, daß nänlich erst bei größerer Versuchsanzahl Inferenz möglich ist, d. h. ein Rückschluß von den Beobachtungen auf das wahre Verteilungsgesetz, dürfen wir bei der Prognose nicht preisgeben. Das bedeutet, daß man eine *Ex-post-Bewertung der Glaubwürdigkeit einer Prognosemethode nur aufgrund einer langen Serie beobachteter* (empirisch bestätigter oder widerlegter) *Prognosen* vornehmen kann. Und wenn man bei vielen praktischen Problemen der Statistik (außerhalb des Prognoseproblems, wo diese Fragen schon länger und eingehender diskutiert wurden) mit der Faustregel von 30 Beobachtungen arbeitet, dann sollte man als Prognostiker eigentlich nicht fahrlässiger sein.

Andererseits kann sich kaum jemand leisten, 30 Perioden, z. B. 30 Jahre, auf die Bestätigung seiner Methode zu warten. Und selbst wenn er so lange warten könnte und warten würde, dann hätte er zwar viel, aber nicht alles gewonnen, weil die *Ungewißheit* über die *Stabilität des Verursachungsgesetzes* desto größer ist, je länger die Beobachtungsperiode und natürlich auch je länger die Prognoseperiode ist. Der Wirtschaftsprognostiker ist dem naturwissenschaftlichen Prognostiker gegenüber insofern benachteiligt, als der letztere mit der Stabilität des Verursachungsgesetzes rechnen kann, und er ist sogar dem (nur) analysierenden Wirtschaftsforscher gegenüber benachteiligt, für den sich das Stabilitätsproblem auf die Vergangenheit beschränkt, während es dem Prognostiker für Vergangenheit und Zukunft aufgebürdet ist.

## 3. Ex-post-Prognosen und der Ungleichheitskoeffizient von Theil

Dieser Bürde haben sich Ökonometriker durch sog. „Ex-post-Prognosen" zu entziehen getrachtet, d. h. sie haben einen Teil der Vergangenheit hypothetisch zur Zukunft gemacht und in diese Quasi-Zukunft, für welche die wahren Beobachtungen schon vorliegen, hineinprognostiziert. Als Maß für die Qualität derartiger Ex-post-Prognosen hat der Ungleichheitskoeffizient von Theil [1961, S. 31 ff) in der praktischen Ökonometrie Verbreitung gefunden.[1]) Da der in Abschnitt 2 formulierte prinzipielle Einwand der Stichprobengröße auch hier besteht, muß das

[1]) Sei $P_i$ die i-te Ex-post-Prognose, $T_i$ der entsprechende tatsächliche Wert ($i = 1, \ldots, n$) und n die Zahl der Ex-post-Prognosen, dann ist der Ungleichheitskoeffizient U definiert als

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (P_i - T_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} P_i^2} + \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} T_i^2}}.$$

U nimmt den minimalen Wert 0 an, wenn für alle i gilt $P_i = T_i$, d. h. wenn alle Ex-post-Prognosen genau richtig sind; U nimmt den maximalen Wert 1 an, wenn für alle i gilt:

$P_i = -c \cdot T_i$ ($0 < c =$ konst.), d. h., wenn eine negative Proportionalität zwischen $P_i$ und $T_i$ besteht.

Maß U, um einigermaßen aussagekräftig zu sein, auf eine größere Zahl von Ex-post-Prognosen gestützt werden. Zwar schwächt sich hier der Stabilitätseinwand etwas ab, da die ganze Betrachtung ja auf die Vergangenheit beschränkt bleibt (allerdings will man Schlüsse auf die „Zukunftstauglichkeit" ziehen), aber es kommt eine neue Schwierigkeit hinzu: Im Maße, wie vergangene Perioden künstlich zu Zukunftsperioden gemacht werden, verkürzt sich der Beobachtungszeitraum („Stützungszeitraum"), und die Strukturschätzung (Bestimmung der Parameter) wird entsprechend mit einem größeren Zufallsfehler behaftet. Dieser Einwand wiegt gerade in der Bundesrepublik relativ schwer, da wir einen großen Mangel an in sich vergleichbaren langen Zeitreihen haben. Die meisten Makro-Zeitreihen der amtlichen Statistik sind bekanntlich erst vom Jahre 1960 an gebietsstandsmäßig konsistent.

Gleichwohl ist die Quasi-a-posteriori-Bewertung (aufgrund von Ex-post-Prognosen) eine nützliche Hilfe bei der Antwort auf die Frage nach der Prognosequalität.

### 4. Das Maß der A-priori-Bewertung in der Ökonometrie: Der durchschnittliche Prognosefehler

Wenn es richtig ist, daß erst bei langer Versuchsserie von Ex-post-Prognosen und selbst dann nur mit Vorbehalten die Qualität von Prognosemethoden und -ergebnissen beurteilt werden kann, dann haben die A-priori-Maße notgedrungen eine große Bedeutung. In der Tat ist man bei praktischen Prognoseproblemen in der Regel auf die A-priori-Bewertung angewiesen.

Soweit ich sehe, ist das bestgeeignete A-priori-Maß zur Beurteilung von Prognosemethoden und -ergebnissen der durchschnittliche Prognosefehler:

$$\sigma_{\hat{Y}_p} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{\tau} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\Sigma\,(x_t - \bar{x})^2}},$$

wobei mit $\sigma$ die Standardabweichung der Schockvariablen, mit $\tau$ die Zahl der Beobachtungen, mit $x_t$ der Beobachtungswert der erklärenden Variablen X im Zeitraum t ($t = 1, \ldots, \tau$) mit x ihr Mittelwert und mit $x_p$ der mit dem geschätzten Prognosewert $Y_p$ korrespondierende vorherbestimmte Wert der Variablen X bezeichnet sind. (Die Formel bezieht sich auf den einfachen linearen Regressionsansatz)[2]).

### 5. Konsequenzen für die empirische Wirtschaftsforschung

Aus der Definition des durchschnittlichen Prognosefehlers im vorigen Abschnitt und seinen formalen Eigenschaften (vgl. Anhang) folgt zunächst eine einfache Konsequenz für die Forschungsstrategie in der empirischen Wirtschaftsforschung:

(1) Wenn man zwischen zwei oder mehreren Schätzmethoden oder Prognosemethoden die Wahl hat, so wird man die Methode mit dem kleinsten (infimalen) durchschnittlichen Prognosefehler wählen.

Die Formel für den durchschnittlichen Prognosefehler läßt sich jedoch noch weiter interpretieren, wobei wir beachten, daß die Streuung $\sigma^2$ der Schockvariablen einen festen Wert darstellen soll:

ist, sollte man natürlich $\tau$ möglichst groß zu machen suchen, d. h. eine möglichst große Zahl von Paaren $(y_t, x_t)$ beobachten.

(2) Da der durchschnittliche Prognosefehler $\sigma_{\hat{Y}_p}$ desto kleiner ist, je größer die Zahl ($\tau$) der Beobachtungen

(3) Da $\sigma_{\hat{Y}_p}$ desto kleiner ist, je größer die Stichprobenstreuung der x-Werte $s_x^2 = \frac{1}{\tau} \Sigma\,(x_t - \bar{x})^2$ ist, sollte man als exogene Variablen solche wählen, die eine hohe Variabilität aufweisen.

(4) Da $\sigma_{\hat{Y}_p}$ desto größer ist, je größer der Abstand zwischen $x_p$ und $\bar{x}$ ist, wähle man als exogene Variablen solche, die zwar hohe Variabilität – entsprechend Prinzip (3) – aufweisen, deren Vorherbestimmung für die gegebene Prognoseperiode p aber zu einem Wert führt, der sich möglichst wenig vom beobachteten Mittelwert $\bar{x}$ der exogenen Variablen entfernt.

Umgekehrt kann man im Sinne der A-priori-Bewertung von Prognosen schließen: Die Prognose ist desto zuverlässiger, je länger die Beobachtungsperiode, je stärker die Variabilität der exogenen Variablen und je weniger die Vorherbestimmung der exogenen Variablen vom beobachteten Mittelwert der exogenen Variablen entfernt ist.

### 6. Die implizierten Annahmen und ihre Bewertung

Die „heile ökonometrische Welt" der Abschnitte 4 und 5 wird beeinträchtigt durch die Realitätsbedeutung der implizierten Annahmen.

Zunächst müssen wir uns vergegenwärtigen, daß die Streuung $\sigma^2$ der Schockvariablen nicht bekannt ist und daher aus den Residuen $e_t$ geschätzt werden muß:

$$\sigma^2 = \frac{1}{\tau - 2} \sum_{t=1}^{\tau} e_t^2 = \frac{1}{\tau - 2} \sum_{t=1}^{\tau} (y_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha}_1 x_t)^2.$$

Durch diese Schätzung kommen zahlreiche Annahmen ins Spiel, insbesondere die folgenden[3]):

(1) Voraussetzung, daß die Schockvariablen die Gleichung additiv überlagern und unabhängig von den exogenen Variablen verteilt sind.

(2) Voraussetzung, daß die wahre Regressionsfunktion linear in den Parametern ist.

(3) Voraussetzung, daß die wahre Regressionsfunktion zeitstabil ist, insbesondere, daß ihre Parameter echte Konstanten sind.

(4) Da man Wahrscheinlichkeitsaussagen mit der Prognose verbinden möchte, tritt die Voraussetzung über die Funktionalgestalt des Verteilungsgesetzes der Schockvariablen hinzu. Meist setzt man Normalverteilung voraus.

Nehmen wir noch die bereits im Anhang zu Abschnitt 4 aufgeführten Annahmen hinzu, so verlängert sich die Liste wie folgt:
(5) $E(\varepsilon_t) = 0$ für alle $t \in T$,
(6) Abwesenheit von Autokorrelation der Residuen,
(7) Homoskedastizität,
(8) $E(\hat{\alpha}_0) = \hat{\alpha}_0$, $E(\alpha_1) = \alpha_1$.

Zwar sind einige Voraussetzungen erläßlich. Man führt sie nur aus Gründen der Vereinfachung ein. Aber eine bestimmte Mindestmenge von Voraussetzungen ist unerläßlich, d. h., es ist das unvermeidliche Schick-

[2]) Zur Ableitung vergleiche Anhang, S. 17–18

[3]) Wegen einer vollständigen Liste der implizierten Annahmen und ihrer Problematik vgl. *Menges* [1966], *Menges-Diehl* [1964] und *Menges-Diehl* [1965].

sal der Wirtschaftsprognose, wesentlich auf ungeprüften und letztlich in ihrer Gesamtheit unprüfbaren Voraussetzungen zu beruhen.

Daraus resultieren für die A-priori-Bewertung von Prognosen drei wichtige (gegenseitig abhängige) Konsequenzen:

(a) Man muß versuchen, mit möglichst wenig ungeprüften Voraussetzungen auszukommen.

(b) Man muß zu analysieren versuchen, ob und in welchem Grad die Voraussetzungen realiter verletzt sind. Dabei stellen die statistischen Prüftechniken eine wesentliche Hilfe dar. Das Verteufelte dabei ist nur, daß man bei der Prüfung einer Voraussetzung (z. B. Abwesenheit von Autokorrelation der Residuen) die Gültigkeit aller anderen Voraussetzungen annehmen muß; eine simultane statistische Prüfung aller Voraussetzungen ist nicht möglich (vgl. noch einmal *Menges-Diehl* [1964].

(c) Man muß exogen — d. h. aus Erfahrung, Sachverstand und vielleicht sogar Intuition heraus — zu beurteilen versuchen, wie gravierend die Verletzung der einzelnen Voraussetzungen für das Prognoseresultat ist. (Fraglos nähert man sich hier etwas dem Vorgehen der eingangs erwähnten Zigeunerin.) Durch die Notwendigkeit dieser Bewertung kann es dazu kommen, daß man eine Prognosemethode vorzieht, die zwar einen höheren rechnerischen Prognosefehler aufweist, deren Voraussetzungen aber (im Lichte der Bewertung ihrer Verletztheit) weniger dubios erscheinen.

Von dieser Überlegung ist nur noch ein kleiner Schritt zu tun zu der Forderung, die *Konsequenzen* der Prognose zu bedenken und die Prognosemethode oder den Prognosewert zu wählen, deren Konsequenzen *bei einer Fehlbeurteilung möglichst wenig schädlich* sind. Könnte es doch sein, daß eine Methode zwar einen größeren rechnerischen Prognosefehler zur Folge hat und deren Voraussetzungen sogar dubios erscheinen, die aber keinesfalls (oder mit niedriger „Wahrscheinlichkeit") zu Prognosen führt, die schädlich für den Wirtschaftspolitiker sind, der die Prognosen zur Grundlage einer Entscheidung macht. Aus diesem Grundsatz heraus kann es z. B. vernünftig sein, eine Prognosemethode deshalb zu wählen, weil sie zu relativ pessimistischen Prognosen führt. Oder es kann vernünftig sein, eine Prognosemethode deshalb zu wählen, weil sie relativ unempfindlich gegenüber verletzten Voraussetzungen oder relativ unempfindlich gegenüber Fehlbewertungen der Gravität der Konsequenzen von verletzten Voraussetzungen ist.

## 7. Inferenztheoretfsche Vorbereitungen

Die Ambivalenz, die im vorigen Abschnitt skizziert wurde, legt es bereits nahe, das Prognoseproblem entscheidungstheoretischen Prinzipien unterzuordnen. Noch stärker wird man sich dazu gedrängt fühlen, wenn man bedenkt, daß die Schätzung der Parameter ebenfalls ein Entscheidungsproblem ist, dem eine bestimmte Nutzen- bzw. Verlustfunktion zugrunde liegt *[Diehl, Sprott* 1965, *Menges* 1971b, *Menges, Jacke* 1974].

Tatsächlich läßt sich zeigen, daß die weithin in der Ökonometrie verwendete OLS-Methode (Methode der kleinsten Quadrate) zwar ein universell anwendbares mathematisches Ausgleichsverfahren ist, das aber erst in bestimmter Interpretation und unter bestimmten Voraussetzungen die Eigenschaften einer statistischen Inferenzmethode annimmt.

Betrachtet man als statistische Inferenzmethode ein Verfahren, das ein Maß über dem Parameterraum derart liefert, daß die Plausibilität der Parameterschätzungen beurteilt werden kann, so lassen sich vier statistische Inferenzmethoden unterscheiden:

(a) Bestimmung der Bayesschen A-posteriori-Verteilung, wenn die sogenannte A-priori-Verteilung über dem Parameterraum bekannt ist.

(b) Bestimmung der Fisherschen Fiduzialdichte über dem Parameterraum, wenn diese existiert. Sie existiert in der Regel dann, wenn die Wahrscheinlichkeitsfunktion auf dem Stichprobenraum kontinuierlich ist und wenn die Beobachtungen in eine suffiziente Maßzahl transformiert werden können. Man ist dann aber frei von der Kenntnis der A-priori-Verteilung.

(c) Bestimmung der Fraserschen Strukturverteilung über dem Parameterraum, wenn eine sogenannte Quasi-A-priori-Verteilung existiert *[Fräser* 1968, *Haq* 1968].

(d) Bestimmung der Likelihoodfunktion im Sinne Fishers. Dies ist zwar die universellste Methode; der Nachteil ist nur, daß die Likelihoodfunktion als Punktfunktion nicht wie die drei anderen Maße, welche Mengenfunktionen darstellen, voll-additiv ist.

Sie kann daher nicht direkt in der nachfolgend beschriebenen Weise als Inferenzmaß, welches mit einer Nutzen- bzw. Verlustfunktion multiplizierbar ist, verwendet werden. Allerdings kann sie durch Umformungen entsprechend brauchbar gemacht werden *[Men-*

Ohne hier diese Problematik vertiefen zu können, gehe ich von der Existenz eines Inferenzmaßes $\Phi(\vartheta \mid \xi)$ der Form (a), (b), (c) oder — in entsprechender Modifizierung — (d) aus. Hierbei bezeichnet $\vartheta$ den Parametervektor (im Sinne der Abschnitte 4–6 die zu einem Vektor zusammengestellten Parameter $\alpha_0, \alpha_1, \sigma^2$) aus einem entsprechend dimensionierten Vektorraum $\Omega$ und $\xi$ die Beobachtungsmatrix

$$\xi = \begin{bmatrix} y_1 & 1 & x_1 \\ y_2 & 1 & x_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ y_\tau & 1 & x_\tau \end{bmatrix},$$

wobei der entsprechend dimensionierte Stichprobenraum mit $\Xi$ bezeichnet sei.

## 8. Entscheidungstheoretische Formulierung

Das Inferenzmaß $\Phi(\vartheta \mid \xi)$ dient als Grundlage für:

(1) die Bestimmung der „Punktschätzung" $\hat{\vartheta}$, z. B. $(\hat{\alpha}_0\ \hat{\alpha}_1,\ \hat{\sigma}^2)$, des wahren Parametervektors $\vartheta$, z. B. $(\alpha_0, \alpha_1, \sigma^2)$,

(2) die Bestimmung der Prognoseverteilung

$$P(\xi_p \mid \xi, \hat{\vartheta}), \qquad (p = \tau + 1, \ldots)$$

wobei $\xi_p = [y_p\ 1 x_p]$ den zukünftigen (unbekannten) Beobachtungszeilenvektor darstellt, d. h. in bezug auf die exogene Variable die vorherbestimmten und in bezug auf die endogene Variable die prognostizierten Werte enthält,

(3) die Bestimmung der Intervallprognosen $I\xi_p$ oder der Punktprognosen $\hat{\xi}_p$ für $\xi_p$.

Ad (1): Die Punktschätzfunktion stellt eine Entscheidungsfunktion dar.

Welches ist aber die zugehörige Verlustfunktion?

Sie ist eine reellwertige Funktion, die in der statistischen Praxis meist nicht spezifiziert, sondern durch Verwendung sogenannter „Schätzkriterien" substituiert wird. Im Anhang zu Abschnitt 4 sind die im vorliegenden Zusammenhang verwendeten Kriterien aufgeführt: Unverzerrtheit, Linearität und Effizienz (entsprechend der BLUP-Eigenschaft) und außerdem das oben implizit verwandte Kriterium der Konsistenz. Sodann ist stillschweigend ein Metakriterium verwandt worden, das genau diese Kriterien und in dieser Reihenfolge ausgewählt hat (es wäre z. B. nicht möglich, mit dem Effizienzkriterium zu beginnen). Ein derartiges Metakriterium ist erforderlich, um überhaupt eine eindeutige Schätzung $\hat{\vartheta}$ zustandezubringen.

Wenn wir hier den anderen und im Prinzip ehrlicheren Weg wählen, nämlich die Verlustfunktion zu spezifizieren, dann ergibt sich die optimale Punktschätzung $\vartheta^*$ durch Minimierung des Schätzrisikos[4]). Damit ist auf entscheidungstheoretischem Weg das Problem der Punktschätzung gelöst.

Ad (2): Der nächste Schritt besteht in der Bestimmung der Prognoseverteilung. Eine einfache Methode[5]), ja, die einfachste Methode überhaupt, besteht darin, den gefundenen optimalen Parameterwert $\vartheta^*$ in die Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(\xi, \vartheta)$ auf dem Stichprobenraum, die hier zunächst als gemeinsame Verteilung von $\xi$, $\vartheta$) zu interpretieren ist, einzusetzen; das Resultat ist eine bedingte Prognoseverteilung $P(\xi_p | \vartheta^*)$:

$$P(\xi_p | \hat{\vartheta}^*) = f(\xi_p; \vartheta = \hat{\vartheta}^*).$$

Natürlich ist hierbei wesentlich vorausgesetzt, daß die optimale Punktschätzung $\vartheta^*$ zeitstabil ist. (Wäre dies nicht der Fall, so müßte zuvor eine Prognoseverteilung für $\vartheta^*$ gefunden werden, vgl. [*Menges-Diehl*, 1966, S. 89]. Gleichwohl kann $P(\xi_p | \vartheta^*)$ dynamisiert werden, indem man in der Beobachtungsmatrix $\xi$ die vorherbestimmten Werte $x_p$ einsetzt.

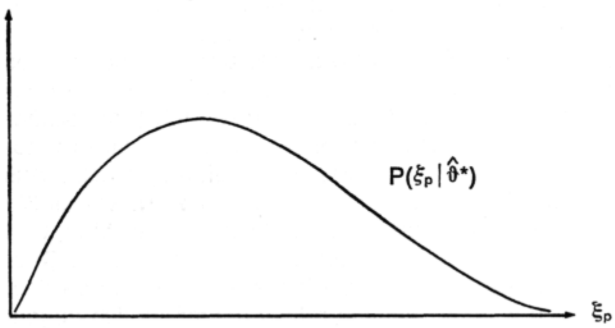
Ad (3): Die Prognose selbst gestaltet sich als Intervallprognose: indem man sich die gewünschte Wahrscheinlichkeit $\beta$ für die Richtigkeit der Prognose vorgibt und ein zentrales Intervall $I\xi$ bestimmt, so daß

$$\int_{I\xi_p} P(\xi_p | \hat{\vartheta}^*) = \beta, \text{ z. B. } \beta = 0{,}95.$$

$I\xi_p$ ist dann ein Konfidenzprognoseintervall, dessen Grenzen mit Wahrscheinlichkeit $\beta$ den wahren zukünftigen Wert $\xi_p$ einschließen.

Bei der Intervallprognosetechnik tritt eine weitere Verlustfunktion zwar nicht explizit in Erscheinung. Doch ist auch hier natürlich eine A-priori-Bewertung in Gestalt der Wahl des Konfidenzniveaus 1-$\beta$ erfolgt, außerdem in der fast selbstverständlichen Forderung, daß $I\xi_p$ ein zentrales Intervall darstellt.

Bei der Punktprognose hingegen ist eine explizite Spezifikation der Prognoseverlustfunktion erforderlich. Man muß klar sehen, daß es kein objektives, wissenschaftliches Punktprognoseverfahren gibt, ja, gar nicht geben kann. Selbst wenn man zuzugestehen bereit ist (der Verfasser tut es nicht), daß die Auffindung der Prognoseverteilung selbst objektiv erfolgen kann:




Welchen Wert $\xi_p$ soll man als „wahren" auszeichnen? Den mit der größten Ordinate (Modalwert) oder den Erwartungswert (der bei unsymmetrischen Verteilungen nicht mit dem Modalwert zusammenfällt) oder welchen sonst?

Meine Empfehlung lautet, den Verlust $v(\xi_p, \xi_e)$ zu bestimmen, den man erleidet, wenn $\xi_e$ die wahre zukünftige Beobachtung ist, während man $\xi_p$ prognostiziert hat[6]).

Aufgrund der spezifizierten Prognoseverlustfunktion $v(\xi_p, \xi_e)$ und der Prognoseverteilung $P(\xi_p | \hat{\vartheta}^*)$ ergibt sich alsdann durch Minimierung des Prognoserisikos die optimale Punktprognose[7]).

## 9. Die Bestimmung der Prognoseverlustfunktion

Das wohl schwerwiegendste Problem, welches sich bei Anwendung der im vorigen Abschnitt empfohlenen

---

[4]) Das Schätzrisiko erhält man indem man das Inferenzmaß $\Phi\ (\vartheta|\xi)$ mit der Verlustfunktion $\varphi\ (\vartheta, \hat{\vartheta})$ multipliziert und den Parameter ausintegriert:

Schätzrisiko: $r(\hat{\vartheta}|\xi) = \int_{\Omega} \Phi(\vartheta|\xi)\, \varphi(\vartheta, \hat{\vartheta})\, d\vartheta.$

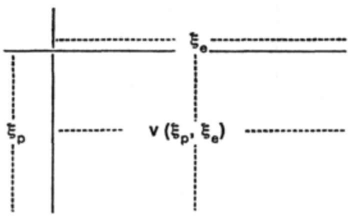
Minimierung des Schätzrisikos ($\hat{\vartheta}^*$ = optimale Schätzung)

$r(\hat{\vartheta}^*|\xi) = \inf_{\hat{\vartheta} \in \hat{\Omega}} r(\hat{\vartheta}|\xi)$

[5]) Wegen weiterer Methoden vgl. *Menges* [1971a, S. 34 ff].

[6]) Bezeichnen wir den Raum der wahren Beobachtungen $\xi_e$ mit $\Xi_e$, den Prognoseraum mit $\Xi_p$ (mit den Einzelprognosen $\xi_p$), so bildet die Prognoseverlustfunktion das kartesische Produkt $\Xi_p \times \Xi_e$ in die Menge der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ ab:

$v: \Xi_p \times \Xi_e \rightarrow \mathbb{R}.$




Demnach wird jedem möglichen Zusammentreffen einer (hypothetisch) wahren Beobachtung $\xi_e$ mit einer Prognose $\xi_p$ eine reelle Zahl zugeordnet, die den Verlust charakterisiert, den die Volkswirtschaft oder die Gesellschaft erleidet, wenn eine bestimmte, auf der Prognose basierende Entscheidung getroffen wird. Auf der Hauptdiagonalen der Verlustmatrix $\| v(\xi_p, \xi_e) \|$ werden in der Regel Nullen stehen. Jedenfalls kann $\| v(\xi_p, \xi_e) \|$ so transformiert (normiert) werden, daß auf der Hauptdiagonalen lauter Nullen stehen.

[7]) Dies erfolgt in zwei Schritten:

1. Schritt: Bestimmung des Prognoserisikos:

$R(\xi_p|\hat{\vartheta}^*) = \int_{\Xi_e} P(\xi_p|\hat{\vartheta}^*)\, v(\xi_p, \xi_e)\, d\xi_e$

$R(\xi_p|\hat{\vartheta}^*)$ ist das Prognoserisiko, das man erleidet, wenn $\hat{\vartheta}^*$ als Punktschätzung für $\vartheta$ gewählt und die Prognose $\xi_p$ gestellt wurde. Durch die Integration über dem Stichprobenraum ist dieses Prognoserisiko unabhängig von der wahren zukünftigen Beobachtung!

2. Schritt: Minimierung des Prognoserisikos:

Die optimale (risikominimale) Punktprognose sei mit $\xi_p$ bezeichnet:

$R(\hat{\xi}_p|\hat{\vartheta}^*) = \inf_{\xi_p \in \Xi_p} R(\xi_p|\hat{\vartheta}^*).$

Methodik stellt, ist die Spezifizierung der Verlustfunktion $v(\xi_p, \xi_e)$. Diese ist im allerwörtlichsten Sinne eine A-priori-Bewertung von Prognosen (vgl. auch Abschnitt 10).

Ich sehe, bevor das Problem der gesamtwirtschaftlichen Nutzenfunktion (vgl. Abschnitt 10) gelöst ist, zwei Möglichkeiten der „objektiven" Spezifizierung der Prognoseverlustfunktion.

(1) Man folgt dem schon von *C. F. Gauß* für Schätzprobleme erteilten Ratschlag und benutzt eine quadratische Verlustfunktion, im einfachsten Fall

$v(\xi_p, \xi_e) = (\xi_p - \hat{\xi}_e)^2$.

In diesem Fall wird die Prognoserisikofunktion für gegebenes $\xi_e$ zur individuellen Prognosefehlerfunktion

$$\sigma_{Y_p} = \sqrt{E\,[(\xi_p - \hat{\xi}_p)^2]}.$$

Im Zweivariablenfall gilt

Satz 3: Unter den in Abschnitt 6 gemachten Annahmen ist

$$\sigma^2_{Y_p} = \sigma^2 \left[ 1 + \frac{1}{\tau} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\Sigma\,(x_t - \bar{x})^2} \right]$$

wobei $\sigma^2$ nach dem Verfahren des Abschnitts 6 geschätzt wird, wenn es, was die Regel ist, unbekannt ist. Im Gegensatz zum durchschnittlichen Prognosefehler $\sigma_{\hat{Y}_p}$, welcher nur die Prognoseabweichung $|\hat{Y}_p - E(\hat{Y}_p)|$ berücksichtigt, setzt der individuelle Prognosefehler zusätzlich noch die Abweichung $|E(\hat{Y}_p) - Y_p|$ in Rechnung, wobei $Y_p$ den wahren unbekannten zukünftigen Wert der Variablen Y bezeichnet. Aus Satz 3 folgt, daß die individuelle Prognosestreuung $\sigma^2_{Y_p}$ sich additiv aus der durchschnittlichen Prognosestreuung und der Residualstreuung zusammensetzt:

$$\sigma^2_{Y_p} = \sigma^2_{\hat{Y}_p} + \sigma^2.$$

(2) Einen in anderem Zusammenhang gemachten Vorschlag von *J. Marschak* [1973] kann man auf die Prognoseverlustfunktion wie folgt übertragen. Man besetzt die Verlustmatrix $\|v(\xi_p, \xi_e)\|$ auf der Hauptdiagonalen mit Nullen und sonst überall mit Einsen:

$$\|v(\xi_p,\xi_e)\| = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ 1 & 0 & 1 & . & . & . & 1 \\ . & . & . & & & & . \\ . & . & . & & & & . \\ . & . & . & & & & . \\ 1 & 1 & 1 & . & . & . & 0 \end{bmatrix}$$

Dies ist – nach *Marschak* – die Verlustfunktion des Wissenschaftlers! Der Wissenschaftler erteilt – im Gegensatz zum „practical man" – nur dem Zusammentreffen des Prognosewerts mit der wahren zukünftigen Beobachtung, d. h. der richtigen Prognose, den Verlust 0 zu. Alle anderen Kombinationen von $\xi_p$ mit $\xi_e$ sind gleich schlecht und erhalten ein identisches Verlustmaß $\neq 0$, der Einfachheit halber das Verlustmaß 1.

Natürlich stellt sich die Frage, welche Prognoseverlustfunktion der „practical man" benutzen soll, der die Empfehlung für den Wissenschaftler nicht akzeptieren kann, da bestimmte Kombinationen von $\xi_p$ mit $\xi_e$ außerhalb der Hauptdiagonalen schlechter für ihn sind als andere, und der auch die quadratische Verlustfunktion nicht als adäquat seinem Entscheidungsproblem ansehen kann.

Er wird versuchen müssen, eine Verlustfunktion zu spezifizieren, die dem jeweiligen Entscheidungsproblem adäquat ist. Dabei sollte er bedenken, daß das Prognoseproblem in ein weitergreifendes Informationssystem eingebettet ist.

Das weitergreifende Informationssystem umfaßt insbesondere die Datensammlung, das Untersuchen selbst, die Übermittlung der Resultate der empirischen Wirtschaftsforschung an die Wirtschaftspolitiker und die schließliche Ergreifung von Maßnahmen (Entscheiden). Alle Kosten des Datensammelns, des Untersuchens, Kommunizierens und Treffens von Maßnahmen determinieren neben dem wirtschaftlichen Resultat der Entscheidung die Verluste, die ihrerseits unverzichtbare Inputs für die Punktschätzung der Parameter und die Prognose selbst sind.

### 10. Statt **„Wie gut sind Prognosen?" stellt sich die Frage „Wie schädlich sind Fehlprognosen?"**

Die hier vorgeschlagene Methodik verlagert den Schwerpunkt des Prognoseproblems von der Frage der Qualität auf die Frage nach Konsequenzen von falschen Prognosen. Damit werden einige der in den Abschnitten 2-6 skizzierten Schwierigkeiten vermieden und das Problem stellt sich „ehrlicher", aber es entsteht zugleich eine neue, sehr gravierende Schwierigkeit: Wie bemessen sich die Konsequenzen von falschen Prognosen, oder, im Sinne des vorigen Abschnitts, wie spezifiert man die Verlustfunktion, in der neben den Kosten der Datengewinnung, des Untersuchens, Kommunizierens und Entscheidens die wirtschaftlichen Resultate eingehen, die sich als Folge derjenigen Entscheidungen einstellen, die auf die Prognose gegründet sind?

Statt Verlustfunktion, wie in der statistischen Entscheidungstheorie üblich, kann man auch Cost-Benefit-Funktion, wie in der Wirtschaftspolitik geläufiger, sagen. Die Kostenbestandteile betreffen, wie gesagt, die Datensammlung, das Untersuchen, Kommunizieren und das Treffen von Maßnahmen. Die Benefit-Bestandteile hängen letztlich von der gesamtwirtschaftlichen Nutzenfunktion (Wohlfahrtsfunktion) ab, sofern sie nicht sogar mit dieser – evtl. bis auf das Vorzeichen – identisch ist. Aufgrund der Untersuchungen von *Arrow* [1963] hat man die Existenz einer demokratischen gesamtwirtschaftlichen Nutzenfunktion lange Zeit durch das nach Arrow benannte Paradoxon gefährdet gesehen. In jüngster Zeit ist man etwas optimistischer geworden *[Sen* 1970, *Fishburn* 1971, *Hansson* 1973, *Friedland* und *Cimbala* 1973, *Blin* 1973].

Es kann kein Zweifel daran bestehen, daß die Wachstumsraten des Sozialprodukts, welche seit den zwanziger Jahren unseres Jahrhunderts als Ersatzmaße des gesamtwirtschaftlichen Nutzens fungierten, zukünftig in ihrer Bedeutung beträchtlich relativiert werden. Es ist unvermeidlich, daß andere Nutzenkomponenten, wie Umwelt, Bildung, Freizeit, Gesundheit usw., Berücksichtigung finden werden. Damit stellt sich das Problem der Gewichtung (Bewertung) der einzelnen Komponenten. Und die Lösung dieses Gewichtungsproblems, wie immer es Zustandekommen wird, bedeutet zugleich die Lösung des Problems der gesamtwirtschaftlichen Nutzenfunktion. Da aber fernerhin das genannte Gewichtungsproblem gelöst werden wird, weil es aus politischen Gründen gelöst werden muß, wird auch das Problem der gesamtwirtschaftlichen Nutzenfunktion gelöst werden.

Damit wird es dann – zunächst jedenfalls im Prinzip, später auch numerisch spezifiziert – möglich werden, die Verlustfunktion für Prognosen zu bestimmen und die oben skizzierte neue, auf entscheidungstheoretischen Konzepten beruhende Methodik anzuwenden. Bis es soweit ist, würde ich eher empfehlen, die Nutzenfunktion des Forschers („der Statistiker als der Arrow'sche Diktator“) zu verwenden als den klassischen ökonometrischen Quasi-Kriterien zu vertrauen. Damit will ich aber auf keinen Fall dem in den USA grassierenden Wahrscheinlichkeitssubjektivismus das Wort reden. Die bei der Analyse benutzten Wahrscheinlichkeiten müssen die objektiven Maße sein, die allein die Verbindung mit der Realität verbürgen. Lediglich die Bewertung der Konsequenzen von Prognosen wird solange subjektive Züge tragen müssen, bis das Problem der numerischen Bestimmung der gesamtwirtschaftlichen Nutzenfunktion zufriedenstellend gelöst ist.

Einem anderen möglichen Mißverständnis möchte ich durch den folgenden Hinweis vorbeugen: Eine auf entscheidungstheoretischen Konzepten beruhende Pronosemethodik, wie sie in ihren Grundzügen hier vorgetragen wurde, entbindet nicht von der Notwendigkeit zu eingehenden Vergangenheitsanalysen. Die empirische Wirtschaftsforschung ist hauptsächlich nötig, um Funktionen der Art $\varphi(\vartheta \mid \xi)$ und $P(\xi \mid \vartheta)$, welche sehr verwickelt sein und zahlreiche ökonomische Zusammenhänge wiederspiegeln werden, möglichst genau numerisch zu spezifizieren.

Die alte Antwort auf die Frage „Wie gut sind Prognosen?“, nämlich „Höchstens so gut wie die Vergangenheitsanalysen!“, behält ihre volle Gültigkeit auch im Rahmen einer auf entscheidungstheoretischen Konzepten beruhenden Prognosenmethodik.

## 11. Zusammenfassung

Zum Schluß möchte ich die Betrachtungen in der Form von 18 Thesen zusammenfassen:

1. Die eingetroffene Prognose beweist so wenig wie die nicht eingetroffene Prognose. Erst eine lange Serie von überprüften Prognosen erlaubt eine Ex-post-Beantwortung der Frage „Wie gut sind Prognosen?“. Da andererseits in der Regel nicht auf lange Serien gewartet werden kann, ist die Ex-ante-Bewertung der Prognosequalität praktisch wichtiger.

2. Einen Kompromiß stellen die Auswertungen von sog. Ex-post-Prognosen (z. B. mittels des Ungleichheitskoeffizienten von *Theil*) dar. Hier liegt die Problematik in der künstlichen Verkürzung des meist ohnehin zu kurzen Beobachtungszeitraums.

3. Das bestgeeignete klassische A-priori-Maß zur Beurteilung von Prognosemethoden ist der durchschnittliche Prognosefehler. Die ihm zugrundeliegenden Kriterien sind Konsistenz, Unverzerrtheit, Linearität und Effizienz.

4. In die Schätzung des durchschnittlichen Prognosefehlers gehen zahlreiche Voraussetzungen ein. Zwar sind einige der üblicherweise eingeführten Voraussetzungen erläßlich. Aber es ist das unvermeidliche Schicksal der Wirtschaftsprognose, wesentlich auf Voraussetzungen zu beruhen.

5. Diese Voraussetzungen sind in ihrer Gesamtheit statistisch nicht prüfbar.

6. Daraus resultieren drei Konsequenzen:

(a) Mit möglichst wenig Voraussetzungen auskommen!

(b) Soweit wie möglich Voraussetzungen objektiv prüfen!

(c) Verletzungen der Voraussetzungen und ihre Wirkung auf die Prognose, wenn anders nicht möglich, aus Erfahrung und Intuition bewerten!

7. Aus 4. bis 6. folgt die Notwendigkeit, das Prognoseproblem möglichst exakt inferenz- und entscheidungstheoretisch zu formulieren.

8. Als Inferenzmethoden kommen in Betracht

(a) *Bayessche* Methode der Bestimmung von A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten.

(b) Wenn (a) nicht möglich, Bestimmung der Fiduzialdichtefunktion.

(c) Wenn auch (b) nicht möglich, Bestimmung der Strukturverteilung.

(d) Wenn auch (c) nicht möglich, Bestimmung der Likelihoodfunktion. Sie liefert das schwächste Inferenzmaß, ist aber universell anwendbar.

9. Das Inferenzmaß (im Sinne von 8 (a) – (d)) dient als Grundlage für die Punktschätzung, welche eine Entscheidung auf der Basis einer Verlustfunktion ist.

10. Die Punktschätzung dient als Grundlage für die Bestimmung der Prognoseverteilung.

11. Die Prognoseverteilung bildet zusammen mit einer weiteren, die Prognosekonsequenzen messenden Verlustfunktion die Basis für die Prognoserisikofunktion.

12. Durch Anwendung eines Entscheidungskriteriums auf die Prognoserisikofunktion entsteht endlich die Prognose.

13. In die Prognose gehen damit folgende A-priori-Bewertungen ein:

a) Bewertung der Verletztheit der Voraussetzungen,

b) Bewertung der Konsequenzen von Fehlschätzungen der Parameter,

c) Bewertung der Konsequenzen von Fehlprognosen (Bestimmung der Prognoseverlustfunktion).

(In gewissem Sinne stellt auch die Anwendung von Entscheidungskriterien eine Art von A-priori-Bewertung dar).

14. Die Anwendung der unter 8.-13. vorgeschlagenen Prognosemethodik verlagert die Problematik von der Frage nach der Qualität auf die Frage „Wie schädlich sind Fehlprognosen?“. In der Funktion, welche die Schädlichkeit mißt, werden Kosten- und Nutzenbestandteile enthalten sein.

15. Die Kostenbestandteile sind im allgemeinen:

a) Kosten der Datengewinnung,
b) Kosten der Untersuchung,
c) Kosten des Kommunizierens,
d) Kosten des Treffens von Maßnahmen auf Grund der Prognose.

16. Die Nutzenbestandteile werden sich im allgemeinen nach den gesamtwirtschaftlichen Konsequenzen bemessen, welche die Entscheidung nach sich zieht, die auf die Prognose gegründet ist. Als Maß gesamt-

wirtschaftlicher Konsequenzen begegnet die Zuwachsrate des Sozialprodukts wachsender Kritik. Weitere Nutzenkomponenten werden künftig zu berücksichtigen sein: Umwelt, Bildung, Freizeit, Gesundheit usw.

17. Mit der Lösung des Problems der Gewichtung dieser Komponenten wird auch das Problem der gesamtwirtschaftlichen Nutzenfunktion und damit das Problem der numerischen Spezifizierung der Prognoseverlustfunktion gelöst werden.

18. Ungeschmälert bei all dem bleibt die Bedeutung der Vergangenheitsanalyse.

## Literatur


1. *Arrow, K. J.* [1963]: Social Choice and Individual Values. 2. Auflage, New York 1963.
2. *Blin, J. M.* [1973]: Preference aggregation and statistical estimation. Theory and Decision, vol. 4, No 1 (1973), S. 65–84.
3. *Diehl, H., Sprott, D. A.* [1965]: Die Likelihoodfunktion und ihre Verwendung beim statistischen Schluß. Statistische Hefte, 6 (1965), S. 112–134.
4. *Fishburn, P. C.* [1973]: The Theory of Social Choice. Princeton 1973.
5. *Fraser, D. A. S.* [1968]: The Structure of Inference. New York, London, Sydney 1968.
6. *Friedland, E. I., Cimbala, S. J.* [1973]: Process and paradox: The significance of Arrow's Theorem. Theory and Decision, vol. 4, No 1 (1973), S. 51–64.
7. *Hansson, B.* [1973]: The independence condition in the theory of social choice. Theory and Decision, vol. 4, No 1 (1973), S. 25–49.
8. *Haq, M. S.* [1968]: Zur Prognose aus einer homoskedastischen Normalverteilung mit Hilfe der Strukturwahrscheinlichkeit. Statistische Hefte, 9 (1968), S. 3–12.
9. *Klauder, W., Kühlewind, G., Schnur, P., Thon, M.* [1974]: Zur Arbeitsmarktentwicklung bis 1980. Modellrechnungen unter Berücksichtigung der „Energiekrise". Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung. 7. Jg. (1974), Heft 1, S. 1–15.
10. *Marschak, J.* [1968]: Economics of inquiring, communicating, deciding. Am. Econ. Rev., Papers and Proceedings, Vol. LVIII, Nr. 2 (1968), S. 1–18.
11. *Marschak, J.* [1973]: Information, Decision and the Scientist. Institut für Gesellschafts- und Wirtschaftswissenschaften; Wirtschaftstheoretische Abteilung, Universität Bonn, No 49, 1973.
12. *Menges, G.* [1966]: Statistik und Wirtschaftsprognose. In: Umrisse einer Wirtschaftsstatistik. Festgabe für *P. Flaskämper* zur 80. Wiederkehr seines Geburtstages, Hrsg.: *A. Blind* et al., Hamburg 1966, S. 50–71.
13. *Menges, G.* [1967]: Ökonometrische Prognosen. Köln und Opladen 1967.
14. *Menges, G.* [1971a]: Die Rolle der A-priori-Information bei ökonometrischen Prognosen. In: Analyse und Prognose in der quantitativen Wirtschaftsforschung, Festgabe für I. Esenwein-Rothe zum 60. Geburtstag, Hrsg.: *B. Hess, W. Krug, S. Maaß, W. Unger*. Berlin 1971, S. 23–38.
15. *Menges, G.* [1971b]: Some decision- and information-theoretical considerations about the econometric problems of specification and identification. Statistische Hefte (1971), S. 22–31.
16. *Menges, G.* [1973]: Inference and Decision. Selecta Statistica Canadiana, Vol. I (1973), S. 1–14.
17. *Menges, G., Diehl, H.* [1964]: Time Stability of Structural Parameters. In: Econometric Analysis for National Economic Planning, Vol. XVI of the Colston Papers. Proceed. of the 16th Symposium of the Colston Res. Soc., held in the Univ. of Bristol. London 1964, S. 229–317.
18. *Menges, G., Diehl, H.* [1965]: Das Stabilitätsproblem in der Ökonometrie. Statistische Hefte, 6 (1965), Heft 1, S. 27–52.
19. *Menges, G., Diehl, H.* [1971]: Likelihood- and fiducial-optimal solutions of decision problems under uncertainty. In: Proceed. of the 6th Prague Conf. on Information Theory, Statistical Decision Functions, Random Processes, Prague 1971.
20. *Menges, G., Jacke, B.* [1974]: The scientist's utility function and the principle of maximum likelihood. Statistische Hefte, 15 (1974), Heft 2 (in Druck).
21. *Sen, A. K.* [1970]: Collective Choice and Social Welfare. San Francisco 1970.
22. *Theil, H.* [1961]: Economic Forecasts and Policy. 2. Aufl., Amsterdam 1961, S. 31 ff.

*An neueren Arbeiten zum Prognoseproblem seien (ohne Anspruch auf Vollständigkeit) erwähnt:*

a) *Biermann, H.* [1970]: Kybernetische Prognosemodelle in der Regionalplanung. Berlin 1970.
b) *Chow, G. C.* [1973]: Multiperiod predictions from stochastic difference equations by Bayesian methods. Econometrica, 41 (1973), S. 109–118.
c) *Heesterman, A. R. G.* [1969]: Forecasting Models for National Economic Planning. Dordrecht 1969.
d) *Mertens, P.* (Hrsg.) [1972]: Prognoserechnung. Würzburg und Wien 1972.
e) *Mincer, J.* (Hrsg.) [1969]: Economic Forecasts and Expectations. New York und London 1969.
f) *Müller, H. J.* [1973]: Methoden zur regionalen Analyse und Prognose. Hannover 1973.
g) *Rogge, H.-J.* [1972]: Methoden und Modelle der Prognose aus absatzwirtschaftlicher Sicht. Betriebswirtschaftliche Schriften 62, 1972.
h) *Rothschild, K. W.* [1969]: Wirtschaftsprognose. Methoden und Probleme. Berlin, Heidelberg, New York.
i) *Stekler, H. O., Schepsman, M.* [1973]: Forecasting with an index of leading series. Journal of the American Statistical Association, 68 (1973), S. 291 bis 296.

**Anhang zu Abschnitt 4: Ableitung des durchschnittlichen Prognosefehlers**

Der Einfachheit halber nehme ich eine einfache lineare „Population Regression Function"

(PRF) $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \varepsilon_t$ ($t \in T$ = Beobachtungsperiode) an.

Der geschätzte Prognosewert

$$\hat{Y}_p \; (p \notin T)$$

ist i. a. als Linearkombination der beobachteten Werte der zu prognostizierenden Variablen definiert:

*Def. 1* (des Prognosewertes) $\hat{Y}_p = \sum_{t=1}^{\tau} k_t y_t$,

wobei die Menge $\{ k_t \mid t = 1, \ldots, \tau \}$ als Filter (linearer Vorhersagefilter) F aufgefaßt werden kann:

$$(y_1, y_2, \ldots, y_\tau) \rightarrow \boxed{F} \rightarrow \hat{Y}_p.$$

In der Ökonometrie beweist man die folgenden Theoreme:

*Satz 1:* $\hat{Y}_p$ ist BLUP (bester linearer unverzerrter Prognosewert) genau dann, wenn

$$F = \left\{ k_t = \frac{1}{\tau} + \frac{(x_p - \bar{x})(x_t - \bar{x})}{\Sigma (x_t - \bar{x})^2} \;\middle|\; t = 1, \ldots, \tau \right\},$$

wobei $x_p$ der mit $\hat{Y}_p$ korrespondierende vorherbestimmte Wert der exogenen Variablen X ist und $\bar{x}$ der berechnete Mittelwert von $(x_1, \ldots, x_\tau)$.

*Satz 2:* Ist $(\hat{\alpha}_0 \; \hat{\alpha}_1)$ die OLS-Schätzung für $(\alpha_0, \alpha_1)$, dann gilt

$\hat{Y}_p$ ist BLUP.

*Def. 2* (des durchschnittlichen Prognosefehlers):

$$\sigma_{\hat{Y}_p} = \sqrt{E[\{\hat{Y}_p - E(\hat{Y}_p \mid x_p)\}^2]}.$$

Inhaltlich ist $\sigma_{\hat{Y}_p}$ der Fehler, der auf die Dauer und im Durchschnitt begangen wird, weil die PRF nicht bekannt ist und statt dessen die „Sample Regression Function" (SRF) $\hat{Y}_t = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_t$ bei der Prognose benutzt wird.

*Lemma zu Satz 1:* Sei $\sigma^2$ die Residualstreuung der $\varepsilon_t$ und gelte:

(a) $E(\varepsilon_t) = 0$ für alle $t \in T$,

(b) $(\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1)$ erwartungstreu für $(\alpha_0, \alpha_1)$,

(c) Abwesenheit von Autokorrelation der Residuen $e_t = Y_t - (\alpha_0 + \alpha_1 x_t)$,

(d) Homoskedastizität, d. h. $\sigma_1 = \sigma_2 = \ldots = \sigma_\tau = \sigma$ [8]),

dann folgt für den durchschnittlichen Prognosefehler

$$\sigma_{\hat{Y}_p} = \sigma \sqrt{\sum_{t=1}^{\tau} k_t^2}.$$

*Korrolar:* Aus Satz 1 und dem Lemma zu Satz 1 folgt für den durchschnittlichen Prognosefehler sofort:

$$\sigma_{\hat{Y}_p} = \sigma \sqrt{\frac{1}{\tau} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum (x_t - \bar{x})^2}}.$$

---

[8]) Aus den Annahmen (a), (c) und (d) folgt für die Streuungskovarianzmatrix $\sigma$ der Schockvariablen $\varepsilon_t$ ($t, t' = 1, \ldots, \tau$)

$\sigma = E\{[\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t'}']\} = \sigma^2 I$ (I = Einheitsmatrix der Ordnung $\tau$).