

CBM  
R  
626  
994  
R.642

Faculty of Economics

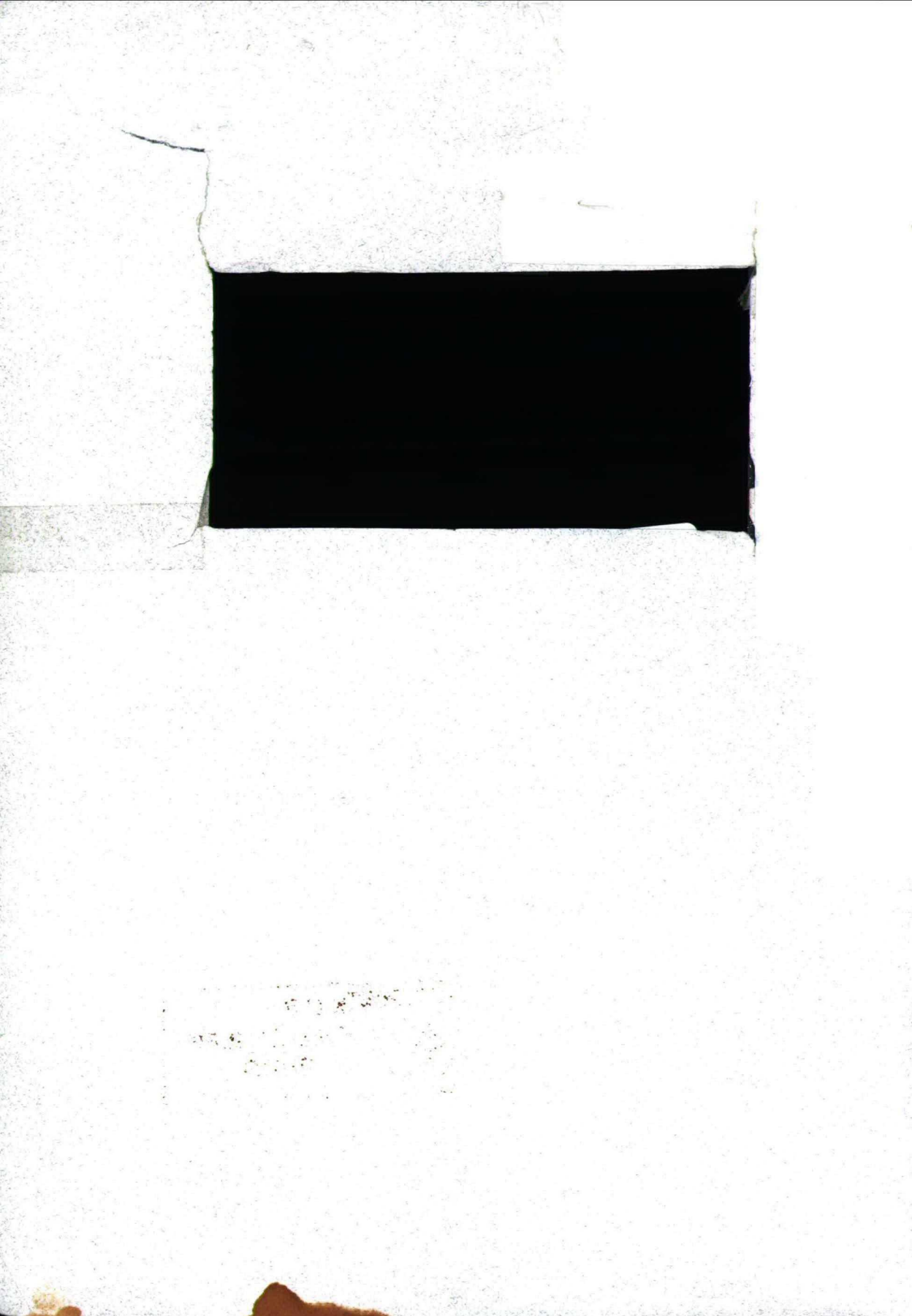
research  
memorandum



R2  
Share  
Agricultural Sector

Tilburg University





**AARDAPPELEN, VARKENS EN DE  
TERMIJNHANDEL: DE REËLE  
OPTIETHEORIE TOEGEPAST**

Drs. M.R.R. van Bremen

Drs. T.A. Marra

Drs. A.H.F. Verboven

**Research Memorandum FEW 642**



Communicated by Prof.dr. P.W. Moerland

# Aardappelen, varkens en de termijnhandel: de reële optietheorie toegepast

Drs M.R.R. van Bremen<sup>1</sup>

Drs T.A. Marra

Drs A.H.F. Verboven

## 1. Inleiding

De Netto Contante Waarde (NCW)-methode heeft in de alledaagse praktijk van de investeringsselectie van ondernemingen de boekhoudkundige rendements- en 'terug verdienen tijd'-methoden verdrongen. Met de NCW-techniek worden de verwachte (incrementele) kasstromen van een investeringsproject gediscoteerd tegen een kostenvoet waarin het risico van deze kasstromen is verwerkt. De resulterende contante waarde wordt vervolgens vergeleken met de contante waarde van de investeringsuitgaven. Indien het verschil (de netto contante waarde) positief is, voegt het project waarde toe aan de onderneming. De regel die uit de NCW-methode voortvloeit is dat ieder project met een positieve NCW kan worden ondernomen en wanneer projecten elkaar uitsluiten het project met de hoogste NCW moet worden gekozen.

Binnen de NCW-benadering worden verwachte waarden van de mogelijk geachte kasstromen berekend onder de impliciete veronderstelling dat na het accepteren van een investeringsproject geen acties meer kunnen worden ondernomen door het management. Wanneer het management echter de mogelijkheid heeft om oorspronkelijke beslissingen in de toekomst bij te stellen ter verhoging van de winstgevendheid of ter voorkoming van verliezen dan kan dat de waarde van een project aanzienlijk verhogen. Een mechanische toepassing van de NCW-methode negeert deze toegevoegde waarde.

Voorstanders van de NCW-methode wijzen dan op de mogelijkheid deze zogeheten operationele flexibiliteit<sup>2</sup> te waarderen door beslissingsboomanalyses of simulatietechnieken te gebruiken. Nu ontstaat echter het probleem dat aan de door het management gedefinieerde

---

<sup>1</sup> De auteurs zijn verbonden aan de vakgroep Bedrijfseconomie, sectie Ondernemingsfinanciering van de Katholieke Universiteit Brabant te Tilburg. Marra is tevens deelnemer in het project Inhaalslag Onderzoek Sectie Accountancy (IOSA) van de vakgroep Bestuurlijke Informatiekunde en Accountancy, sectie Accountancy aan dezelfde universiteit. De auteurs willen Piet Moerland en Frans de Roon bedanken voor hun bijdrage in de totstandkoming van dit artikel.

<sup>2</sup> Naast operationele flexibiliteit die doelt op keuzemogelijkheden binnen een project is ook het begrip strategische flexibiliteit bekend. Deze vorm van flexibiliteit heeft betrekking op de interdependentie tussen verschillende investeringsprojecten.



mogelijke scenario's kansen en daarbij behorende disconteringsvoeten moeten worden toegekend. Vooral voor projecten waar de graad van onzekerheid met betrekking tot de toekomstige kasstromen hoog is, levert dit grote problemen op.

Er kan worden gesteld dat de traditionele NCW-methode en de meer uitgebreide beslissingsboomanalyses en simulatietechnieken niet goed hanteerbaar zijn bij de waardering van investeringsprojecten met operationele flexibiliteit. Om deze reden zullen risicovolle projecten, die gekenmerkt worden door de aanwezigheid van keuzemogelijkheden, stelselmatig ondergewaardeerd worden.

In dit artikel wordt een methode behandeld die op een meer inzichtelijke en theoretisch correctere manier operationele flexibiliteit in de investeringsselectie kan implementeren. De methode staat in de Angelsaksische literatuur bekend onder de naam Contingent Claims Analysis en wordt in dit artikel aangeduid met de term Afhankelijke Contracten Analyse (ACA). De basis van de methode is het optiewaarderingsmodel van Black en Scholes (1973). Dit model is oorspronkelijk ontwikkeld om de waarde van eenvoudige put- en call-opties te schatten. Inmiddels is het uitgebreid tot een model op basis waarvan ieder activum kan worden gewaardeerd dat kan worden beschreven als een optie, of meer algemeen een afhankelijk contract.

Tot op heden zijn de meeste toepassingen van de ACA te vinden op het gebied van de waardering van financiële contracten. In dit artikel wordt getoond hoe een investeringsproject kan worden gewaardeerd met behulp van de ACA. Er zal een casus worden uitgewerkt waarbij de investeerder gedurende de looptijd van het project op verschillende tijdstippen kan kiezen tussen twee elkaar uitsluitende investeringsobjecten. Voordat dit gestileerde voorbeeld zal worden uitgewerkt wordt in paragraaf twee de waarderingsmethode behandeld. In paragraaf drie wordt uitgelegd hoe futurescontracten een belangrijke rol kunnen spelen bij de waardering van investeringsmogelijkheden. Paragraaf vier behandelt het waarderingsmodel, waarna in paragraaf vijf het voorbeeld wordt uitgewerkt en enkele conclusies worden getrokken.

## 2. De waarderingsmethode<sup>3</sup>

Het fundament van ACA bestaat uit de vorming van een portefeuille die exact hetzelfde kasstroomprofiel heeft als het afhankelijke activum, de zogeheten replicatie-portefeuille. Deze portefeuille wordt samengesteld uit de onderliggende variabele, dat is de variabele waarvan de prijs van een afhankelijk activum is afgeleid, en een risicovrij activum. Indien continuïteit wordt verondersteld in zowel de prijzen als de tijd, is het mogelijk om het kasstroomprofiel van een afhankelijk activum op elk tijdstip exact te repliceren. Wanneer twee activa in de toekomst exact hetzelfde kasstroomprofiel hebben, moet volgens de wet van één prijs hun huidige prijs dezelfde zijn. Zou dit niet het geval zijn dan is risicoloze arbitrage mogelijk, wat betekent dat er zonder risico geld kan worden verdiend. Juist omdat iedereen wel zonder risico wil verdienen, zal in een evenwichtige markt geen risicoloze arbitrage mogelijk zijn.

Wanneer het mogelijk is de replicatieportefeuille te allen tijde te vormen, kan de prijs van een afhankelijk activum op ieder moment afgeleid worden uit de som van de prijzen van de activa waaruit de replicatieportefeuille is samengesteld. Wanneer deze prijzen direct observeerbaar zijn, bijvoorbeeld op een effectenbeurs, dan is de risicohouding van de beslisser evenals het verwachte rendement op de onderliggende variabele niet van invloed op de waardering van het afhankelijke activum. Dit is een basiseigenschap van het aan de ACA ten grondslag liggende optiewaarderingsmodel van Black en Scholes en is een groot voordeel van deze methode boven de NCW-methode. Bij toepassing van de NCW-methode is het nodig om een voor risico aangepaste disconteringsvoet vast te stellen. Deze lastige problematiek wordt vermeden bij de ACA.

Wanneer een activum afhankelijk is van meer dan één onderliggende variabele, blijft gelden dat de waardering onafhankelijk is van risicopreferenties en rendementsverwachtingen. De replicatieportefeuille wordt nu samengesteld uit alle onderliggende variabelen en een risicovrij activum. Wel moet nu rekening worden gehouden met de correlatie tussen de verschillende onderliggende variabelen.

De prijs van een afhankelijk activum of contract,  $f$ , dat afhangt van de prijzen van  $n$  meer fundamentele activa,  $\theta$ , moet voldoen aan de volgende waarderingsvergelijking:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \theta_i \frac{\partial f}{\partial \theta_i} (\mu_i - \lambda_i \sigma_i) + \frac{1}{2} \sum_{i,k} \rho_{i,k} \sigma_i \sigma_k \theta_i \theta_k \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_i \partial \theta_k} = rf \quad (1)$$

waarbij:

- $\theta_i$  : de marktprijs van de onderliggende variabele;
- $f$  : de prijs van een contract dat afhankelijk is van één of meerdere onderliggende

---

<sup>3</sup> In dit artikel worden de gebruikelijke aannames inzake het waarderen van opties geldig verondersteld (zie bijvoorbeeld Hull, 1993). Er wordt gewerkt met parameterwaarden op instantane basis, tenzij anders is aangegeven.

- variabelen  $\theta_i$ ;
- $\mu_i$  : de groeivoet van  $\theta_i$ ;
  - $\lambda_i$  : de marktprijs van risico van  $\theta_i$ ;
  - $\sigma_i$  : de beweeglijkheid van  $\theta_i$ ;
  - $\rho_{i,k}$  : de correlatie tussen  $\theta_i$  en  $\theta_k$ ;
  - $r$  : de risicovrije interestvoet.

Eén van de belangrijkste veronderstellingen op basis waarvan deze vergelijking is afgeleid, is dat de prijzen van de onderliggende variabelen een geometrische Brownse beweging volgen:

$$d\theta_i/\theta_i = \mu_i dt + \sigma_i dz_i \quad (2)$$

waar  $\mu_i$  en  $\sigma_i$  respectievelijk het verwachte rendement en de standaarddeviatie van het rendement voor activum  $i$  weergeven. De term  $dz_i$  is een Wiener proces. De geometrische Brownse beweging stelt dat het rendement van een variabele  $S$  bepaald wordt door een deterministische term  $\mu_i dt$ , de driftparameter, en een stochastische term  $\sigma_i dz_i$ . Dit stochastische proces wordt in de financiële literatuur algemeen geaccepteerd als een aannemelijke benadering van het verloop van activaprijzen in de tijd.

Een belangrijk aspect bij de waardering van afhankelijke contracten is het onderscheid tussen verhandelbare en niet-verhandelbare activa. Een verhandelbaar activum wordt gedefinieerd als een activum dat louter voor beleggingsdoeleinden wordt aangehouden door een significant aantal beleggers. Voorbeelden zijn aandelen of obligaties. Een niet-verhandelbaar activum wordt gedefinieerd als een activum dat voornamelijk wordt aangehouden om de consumptieve waarde ervan en niet de waarde als belegging. Vele activa kunnen als zodanig worden aangemerkt<sup>4</sup>. Het belang van dit onderscheid is dat het principe van arbitrage, wat ten grondslag ligt aan de waardering van afhankelijke contracten, alleen opgaat voor verhandelbare activa.

---

<sup>4</sup> Het onderscheid tussen verhandelbare en niet verhandelbare activa kan verduidelijkt worden met het volgende voorbeeld. Een activum als olie wordt dagelijks in grote hoeveelheden verhandeld en dient als onderliggende variabele voor vele financiële activa zoals opties, futures en forwards. Toch is een optiecontract op olie niet helemaal vergelijkbaar met een optie op een verhandelbaar activum zoals bijvoorbeeld een aandeel. Alhoewel olie een belangrijke bron van speculatie is, wordt het ook aangehouden als bron van energie. Olie heeft consumptieve waarde welke tot uitdrukking komt in de zogeheten "convenience yield" van olie (zie volgende paragraaf). Het genot van het daadwerkelijk ter beschikking hebben van olie is met name duidelijk in perioden met grote schaarste zoals bijvoorbeeld de oliecrisis in de jaren zeventig en tachtig. Alhoewel olie wel verhandeld kan worden geldt dit niet voor de convenience yield van olie.



Voor verhandelbare activa geldt dat het verwachte rendement gelijk moet zijn aan de verwachte groeivoet van de prijs<sup>5</sup>. Dit hoeft niet altijd te gelden voor niet-verhandelbare activa. De consumptieve waarde die de houders aan het feitelijke bezit hechten, komt tot uitdrukking in een verschil tussen het verwachte rendement en de verwachte groeivoet. Dit verschil staat in de Angelsaksische literatuur bekend onder de term '(net) convenience yield'. Brennan en Schwartz (1985) omschrijven het begrip convenience yield als de stroom van voordelen die de eigenaar van het fysieke consumptiegoed toekomt maar niet de eigenaar van een contract voor toekomstige levering van het goed. Deze voordelen bestaan bijvoorbeeld uit een vermindering van het aantal neen-verkopen of een verlaging van de kans dat het productieproces stilvalt door een voorraadtekort.

Omdat de houder van een niet-verhandelbaar activum waarde kan hechten aan het feitelijk bezit boven een recht op toekomstige levering, kan niet onbepikt short worden gegaan in een dergelijk activum. Dit is een noodzakelijke voorwaarde voor het vormen van een replicatieportefeuille. Wanneer echter wordt verondersteld dat het kasstroomprofiel van niet-verhandelbare activa exact replicateerbaar is door verhandelbare activa, dan is het vormen van de portefeuille geen probleem. De waarderingsvergelijking die hier uit kan worden afgeleid, is echter niet meer onafhankelijk van risicopreferenties en rendementsverwachtingen. Samenvattend kan worden gesteld dat wanneer de onderliggende variabelen, op basis waarvan de prijs van een afhankelijk contract wordt afgeleid, verhandelbaar zijn, de oplossing niet beïnvloed wordt door risicopreferenties en rendementsverwachtingen van de belegger. Is één van de onderliggende variabelen niet-verhandelbaar, dan zijn deze factoren wel van belang. Risicopreferenties en verwachtingen omtrent het rendement komen in vergelijking (1) tot uitdrukking in de term  $\mu_i - \lambda_i \sigma_i$ . De term  $\lambda_i$ , de marktprijs van risico, wordt voor een verhandelbaar activum als volgt gedefinieerd:

$$\lambda_i = \frac{\mu_i - r}{\sigma_i} \tag{3}$$

waaruit volgt:

$$\mu_i - \lambda_i \sigma_i = r \tag{4}$$

Wanneer de onderliggende variabelen verhandelbaar zijn, is de term  $\mu_i - \lambda_i \sigma_i$  in vergelijking (1) gelijk aan de risicovrije interestvoet, waarmee de waardering onafhankelijk is van risicopreferenties.

Cox en Ross (1976) waren de eersten die inzagen dat wanneer risicopreferenties geen rol spelen in de waardering, ook een oplossing kan worden gevonden door de vereenvoudigende veronderstelling te maken dat de wereld risiconutraal is. De waarde van een afhankelijk contract kan dan bepaald worden door het prijsverloop van de onderliggende variabele te baseren op de

---

<sup>5</sup> Wanneer er een uitkering, bijvoorbeeld dividend, wordt gedaan op de onderliggende variabele geldt dat de verwachte groeivoet plus het rendement van de (dividend)uitkering gelijk moeten zijn aan het verwachte rendement.

groeivoet in een risiconeutrale wereld en contant te maken tegen de risicovrije interestvoet. Een oplossing in deze wereld is geldig voor alle werelden. Dit zogeheten risico-neutrale waarde-ringsargument (RNWA) is een alternatieve oplossingsmogelijkheid, die echter wel gebaseerd is op de mogelijkheid om een replicatieportefeuille te kunnen vormen.

Voor een niet-verhandelbaar activum gaat vergelijking (3) niet op en vervalt de term  $\mu_i - \lambda_i \sigma_i$  niet uit vergelijking (1). De waarderingsvergelijking is nu niet vrij van risicopreferenties en het RNWA gaat dus niet op. Cox, Ingersoll, en Ross (1985) hebben echter aangetoond dat een afhankelijk contract altijd juist gewaardeerd wordt, wanneer als groeivoet  $\mu_i - \lambda_i \sigma_i$  genomen wordt en contant wordt gemaakt tegen de risicovrije interestvoet. Hoewel van niet-verhandelbare activa niet beweerd kan worden dat  $\mu_i - \lambda_i \sigma_i$  de groeivoet in een risiconeutrale wereld is, wordt een afhankelijk contract op deze manier wel juist gewaardeerd.



### 3. De relatie tussen de marktprijs van risico, de convenience yield en de futuresprijs<sup>6</sup>

Uit de vorige paragraaf bleek dat bij de waardering van afhankelijke contracten met als onderliggende variabele één (of meerdere) niet-verhandelbare activa, de term  $\mu_i - \lambda_i \sigma_i$  niet wegvalt uit de waarderingsvergelijking. De oplossing is nu niet onafhankelijk van de verwachte groeivoet en de marktprijs van risico, zoals bij verhandelbare activa. Wanneer echter futures- of forwardcontracten bestaan op de onderliggende niet-verhandelbare activa, dan is alle informatie die nodig is voor de waardering verwerkt in de futures- of forwardprijzen.<sup>7</sup>

Wanneer wordt verondersteld dat de interestvoet constant is, heeft volgens het RNWA een futures- of forwardcontract<sup>8</sup> om op tijdstip T activa te leveren tegen een uitoefenprijs K, de volgende waarde:

$$f = e^{-r(T-t)}[\hat{E}(S_T) - K] \quad (5)$$

waar  $\hat{E}$  staat voor de verwachting in een risiconeutrale wereld. De futuresprijs, F, is die waarde van K die maakt dat f nul is:

$$F = \hat{E}(S_T) \quad (6)$$

De futuresprijs is dus gelijk aan de verwachte spotprijs in een risiconeutrale wereld. De verwachte spotprijs in een risiconeutrale wereld is gelijk aan de verwachte spotprijs in een risico-averse wereld waar de groeivoet,  $\mu$ , is verminderd met de marktprijs van risico,  $\lambda\sigma$ . Wanneer wordt verondersteld dat  $\lambda\sigma$  constant is en  $\mu$  alleen afhangt van de tijd, dan geldt:

$$\hat{E}(S_T) = E(S_T)e^{-\lambda\sigma(T-t)} \quad (7)$$

Als tevens geldt:

$$E(S_T) = Se^{\mu(T-t)} \quad (8)$$

dan volgt hieruit:

$$F = Se^{(\mu - \lambda\sigma)(T-t)} \quad (9)$$

---

<sup>6</sup> De analyse in deze paragraaf is voor een belangrijk gedeelte ontleend aan Hull (1993). Ter bevordering van de overzichtelijkheid worden de subscripts i in deze paragraaf achterwege gelaten.

<sup>7</sup> Het verschil tussen forwards en futures wordt in deze analyse genegeerd. Het is bekend (Hull, 1993) dat wanneer de risicovrije interestvoet constant wordt verondersteld, de prijzen van futures en forwards gelijk zijn.

<sup>8</sup> Een futures- of forwardcontract is ook een afhankelijk contract, de waarde van het contract is immers afhankelijk van de prijs van een onderliggende variabele. Vandaar dat het RNWA toegepast kan worden.

Wanneer de huidige verkoopprijs en de futuresprijs van de variabele  $S$  bekend zijn, dan kan volgens vergelijking (9) de juiste groeivoet worden bepaald op basis waarvan ieder contract dat afhankelijk is van  $S$  gewaardeerd kan worden. Indien  $S$  een verhandelbaar activum is, volgt uit vergelijking (4) dat de groeivoet gelijk is aan de risicovrije interestvoet. In de vorige paragraaf is reeds opgemerkt dat deze vergelijking niet opgaat voor niet-verhandelbare activa. In dit geval moet rekening worden gehouden met de convenience yield. Ook de convenience yield kan worden afgeleid uit de relatie tussen de huidige en toekomstige verkoopprijs.

Het houden van voorraden van niet-verhandelbare activa brengt voordelen met zich mee, waarvan in de voorgaande paragraaf enkele genoemd zijn, die tot uitdrukking komen in de convenience yield<sup>9</sup>. Het voordeel van het op voorraad houden van een bepaald activum zal met name afhangen van de beschikbaarheid van dat activum in de economie. Hoe groter de voorraad van het activum in de economie, hoe lager het marginale voordeel van een extra activum in voorraad. In deze situatie zal de vraag naar dat activum laag zijn, evenals de prijs. Omgekeerd zal gelden dat wanneer voorraden van een bepaald activum niet voldoende groot worden geacht, een extra goed in voorraad een groter marginaal voordeel op zal leveren. Een hogere vraag zal een inflatoire uitwerking hebben op de prijs. Op basis van het voorgaande kan worden verondersteld dat de convenience yield proportioneel is met de huidige verkoopprijs.

De voorraadhouders zullen hun voorraden willen uitbreiden totdat de situatie bereikt is dat de marginale convenience yield gelijk is aan de marginale financieringskosten van voorraadhouden. De financieringskosten van voorraadhouden bestaan uit rentederving op het in voorraden besloten vermogen en kosten voor opslag en verzekering minus het vermogensresultaat dat wordt gerealiseerd op een contract voor toekomstige levering van het goed, tot uitdrukking komend in het verschil:  $F-S$ . Indien verondersteld wordt dat de opslag- en verzekeringskosten proportioneel zijn met de huidige verkoopprijs en dat  $r$  constant is, dan zullen goederen in voorraad worden genomen totdat geldt:

$$CS = RS + US - (F - S) \quad (10)$$

of

$$F = S(1 + R + U - C) \quad (11)$$

waarbij:

- $U$  : de discrete opslag- en verzekeringskosten (als percentage van de spotprijs);
- $C$  : de discrete convenience yield;
- $R$  : de discrete risicovrije interestvoet.

---

<sup>9</sup> De convenience yield kan worden opgevat als de prijs van een optie (Hoag, 1983). Het voordeel van voorraadhouden kan dan worden geïnterpreteerd als een recht om activa te verkopen dat door toekomstige afnemers aan voorraadhouders wordt verleend. Voorraadhouders betalen voor deze put-optie, doordat zij voorraad in de toekomst verkopen voor een lagere prijs dan nodig is om de kosten van voorraadhouden te compenseren.

Omzetting van discrete tijdrekening naar continue tijdrekening<sup>10</sup> van vergelijking (11) en herschikking geeft:

$$F = Se^{(r+u-c)(T-t)} \quad (12)$$

of

$$F = Se^{(r-y)(T-t)} \quad (13)$$

waarbij:

- u : de opslag- en verzekeringskosten;
- c : de convenience yield;
- y : de netto convenience yield, c-u.

Uit de vergelijkingen (9) en (13) blijkt dat moet gelden:

$$\mu - \lambda\sigma = r - y \quad (14)$$

De groeivoet van een niet-verhandelbaar actief in een risiconeutrale wereld is dus gelijk aan de risicovrije interestvoet minus de netto convenience yield van dat actief. Wanneer er futures-contracten bestaan op een niet-verhandelbaar actief, kan dus uit opeenvolgende noteringen de groeivoet van een onderliggende variabele worden afgeleid die nodig is voor het berekenen van de waarde van contracten die daarvan afhankelijk zijn, zonder dat de marktprijs van risico en het verwachte rendement hoeven te worden geschat. Hiermee behoudt de waarderingsmethode het oorspronkelijke grote voordeel van de optiewaarderingstheorie, namelijk dat deze moeilijk te schatten factoren geen rol spelen in de waardering.

---

<sup>10</sup> Er moet gelden dat  $[1+R]^{(T-t)} = \exp[r(T-t)]$ .



#### 4. Een binomiaal waarderingsmodel met twee onderliggende variabelen

Belangrijke veronderstellingen binnen de ACA zijn dat er continu gehandeld kan worden in de onderliggende variabele(n) en dat activaprijzen een geleidelijk proces volgen zonder sprongen, een zogeheten diffusieproces. Een belangrijke alternatieve benadering wordt gevolgd in het binomiale optiewaarderingsmodel van Cox, Ross, en Rubinstein (CRR, 1979). In een binomiaal optiewaarderingsmodel wordt de optieprijs bepaald op basis van de veronderstelling dat de prijs van de onderliggende variabele een binomiaal proces volgt over discrete perioden. Een binomiaal proces stelt dat de prijs aan het einde van een bepaalde periode slechts twee mogelijke waarden kan aannemen: de prijs kan een hoger of lager zijn dan de beginwaarde. Hoe meer perioden in beschouwing worden genomen, hoe meer mogelijke prijzen ontstaan. In de limiet, wanneer de looptijd van een afhankelijk contract wordt verdeeld in een oneindig aantal perioden, kan het binomiale proces verworden tot het continue proces waarvan de optiewaarderingsformule van Black en Scholes is afgeleid. Voorwaarde hiervoor is dat de parameters van het binomiale model op een consistente wijze worden gedefinieerd<sup>11</sup>.

In de lijn van CRR hebben Boyle, Evnine, en Gibbs (BEG, 1989) een binomiaal model ontwikkeld op basis waarvan afhankelijke contracten met meer dan één onderliggende variabele kunnen worden geanalyseerd. BEG tonen aan dat onder bepaalde voorwaarden<sup>12</sup> de oplossing van vergelijking (1) benaderd kan worden, door het prijsverloop in de onderliggende waarde te modelleren volgens een discrete verdeling. De volgende notatie wordt gebruikt:

- $S_i$  : huidige prijs van actief  $i$ ;
- $r$  : risicovrije interestvoet;<sup>13</sup>
- $\sigma_i^2$  : variantie van het rendement van actief  $i$ ;
- $S_{i,u_i}$  : waarde van actief  $i$  na één opwaartse sprong;
- $S_{i,d_i}$  : waarde van actief  $i$  na één neerwaartse sprong;
- $\rho_{ij}$  : correlatiecoëfficiënt tussen het rendement van  $S_i$  en  $S_j$ ;
- $\mu_i$  :  $r - \frac{1}{2}\sigma_i^2$ ; drift van de continue lognormale verdeling;<sup>14</sup>

---

<sup>11</sup> Voor een mogelijke definitie, zie bijvoorbeeld Cox, Ross en Rubinstein (1979).

<sup>12</sup> Één van de voorwaarden is dat de prijzen van beide onzekere variabelen een bivariate lognormale verdeling volgen.

<sup>13</sup> In principe zou er in een discreet model met discrete variabelen moeten worden gewerkt. Het maakt echter voor de berekeningen in het discrete model niet uit of er met instantane waarden wordt gewerkt, vooropgesteld dat aan de in voetnoot 10 genoemde voorwaarde wordt voldaan.

<sup>14</sup> Over een oneindig kleine periode is de drift  $r - y$ , maar over een langere periode hoeft dat niet zo te zijn. In het algemeen is het rekenkundig gemiddelde van rendementen in een aantal (wordt vervolgd...)

$n$  : aantal perioden waarin de totale looptijd is verdeeld.

Het continue proces van de prijzen van twee onderliggende variabelen, op basis waarvan de prijs van een afhankelijk contract kan worden bepaald, wordt door de volgende discrete verdeling benaderd. Elk van beide activa kan na een periode met een factor  $u_i$  in waarde stijgen of met een factor  $d_i$  in waarde dalen. Aan het einde van iedere periode ontstaan zo vier nieuwe mogelijke prijscombinaties. Wanneer dit model wordt uitgewerkt voor twee perioden ( $n=2$ ) ontstaan na de tweede periode zestien ( $2^2 \cdot 2^n$ ) mogelijke combinaties. Niet iedere combinatie is echter uniek. Uit tabel 1 blijkt dat er na twee perioden uiteindelijk negen unieke prijscombinaties zijn,  $(n+1)^2$ . In figuur 1 op de volgende pagina is dit geïllustreerd.

De essentie van de methode is nu de parameters  $p_j$  ( $j=1,2,3,4$ ),  $u_i$ , en  $d_i$  ( $i=1,2$ ) zodanig te definiëren dat in de limiet, wanneer de looptijd wordt verdeeld in een oneindig aantal subperioden, de verwachte waarde en variantie convergeren naar die van het continue proces. BEG volgen hierin CRR door dezelfde sprongparameters ( $u$  en  $d$ ) te kiezen en de kansparameters zodanig aan te passen dat een juiste verdeling ontstaat.<sup>15</sup> Zie voor de definities van het BEG-model appendix A.

**Tabel 1** Unieke combinaties van de discrete verdeling na twee perioden

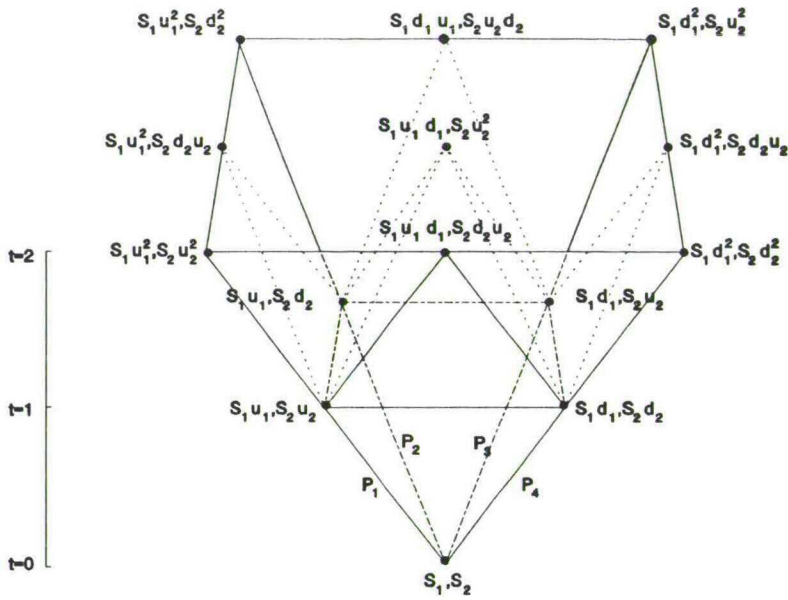
gebeurtenis	aard van de sprong		kans	activaprijzen	
	$S_1$	$S_2$		$S_1$	$S_2$
$E_1$	op,op	op,op	$p_1 * p_1$	$S_1 u_1^2$	$S_2 u_2^2$
$E_2$	op,op	op,neer	$2 * p_1 * p_2$	$S_1 u_1^2$	$S_2 u_2 d_2$
$E_3$	op,neer	op,op	$2 * p_1 * p_3$	$S_1 u_1 d_1$	$S_2 u_2^2$
$E_4$	op,neer	op,neer	$2 * p_1 * p_4 + 2 * p_2 * p_3$	$S_1 u_1 d_1$	$S_2 u_2 d_2$
$E_5$	op,op	neer,neer	$p_2 * p_2$	$S_1 u_1^2$	$S_2 d_2^2$
$E_6$	op,neer	neer,neer	$2 * p_2 * p_4$	$S_1 u_1 d_1$	$S_2 d_2^2$
$E_7$	neer,neer	op,op	$p_3 * p_3$	$S_1 d_1^2$	$S_2 u_2^2$
$E_8$	neer,neer	op,neer	$2 * p_3 * p_4$	$S_1 d_1^2$	$S_2 u_2 d_2$
$E_9$	neer,neer	neer,neer	$p_4 * p_4$	$S_1 d_1^2$	$S_2 d_2^2$

<sup>14</sup>(...vervolg)

openvolgende subperioden niet gelijk aan het gemiddelde rendement over de gehele periode, tenzij het rendement in alle subperioden hetzelfde zou zijn. Omdat er onzekerheid bestaat omtrent de hoogte van de toekomstige prijs ( $\sigma > 0$ ), is de kans dat dit zich voordoet verwaarloosbaar klein.

<sup>15</sup> Een andere benaderingswijze is de kansparameters te fixeren, waarna de sprongparameters worden aangepast.





**Figuur 1** Drie-dimensionale illustratie van het prijsproces van beide activa

## 5. Een investeringsproject met operationele flexibiliteit: een case-studie

In deze paragraaf wordt het voorgaande geïllustreerd aan de hand van een investeringsproject waarin een investeerder de mogelijkheid heeft een opslagplaats te huren waarin hij gedurende de looptijd van het project een aantal malen kan kiezen om ofwel één miljoen aardappelen op te slaan ofwel vijfhonderd varkens te houden. Er zal getoond worden dat dit gesterileerde investeringsproject zich bij uitstek leent om met behulp van de ACA-methodiek te worden geanalyseerd.<sup>16</sup>

Stel dat de opslagplaats voor een periode van drie maanden kan worden gehuurd en dat voor zowel aardappelen als varkens met inkoop, opslag en verkoop een maand is gemoeid. Na deze periode bestaat opnieuw de mogelijkheid om ofwel varkens ofwel aardappelen op te slaan en te verkopen. Hierna kan nog één keer een partij worden verhandeld alvorens het huurcontract afloopt. In totaal kan er zodoende drie maal gekozen worden tussen aardappelen en varkens: nu, over één en over twee maanden.

De keuze tussen varkens of aardappelen wordt gemaakt op basis van de geldende verkoopprijzen op het tijdstip waarop kan worden gekozen. Veronderstel dat in beide gevallen de gehele partij aan het begin van iedere periode kan worden verkocht. De kopers wordt een marge van vijf procent over de inkoopprijs berekend. Ze betalen direct, waarna de varkens of aardappelen in de loop van de periode worden geleverd. De huurprijs van de opslag en het eventuele materieel is een vast bedrag per periode en moet vooraf worden betaald. Mocht in een bepaalde periode geen positieve kasstroom worden verwacht, dan heeft de huurder het recht om de opslag niet te gebruiken en hoeft hij de huur van die periode niet te betalen.

Voor de berekening van de waarde van deze investeringsmogelijkheid volgens de NCW-methode is het nodig voor iedere mogelijke situatie de verwachte kasstroom te bepalen. Daarna zal een voorspelling moeten worden gemaakt van de kans dat iedere afzonderlijke situatie zich voordoet. Dit is een moeilijke en vooral subjectieve zaak. Stel dat het mogelijk zou zijn een betrouwbare voorspelling te doen over de grootte van de toekomstige kasstromen en de kans dat zij zich voordoen, dan nog blijft het probleem bestaan van de bepaling van de disconteringsvoet. Deze zal een weerspiegeling moeten geven van het risico dat in het investeringsproject besloten ligt. Bij toepassing van de NCW-methode wordt impliciet verondersteld dat de mogelijke kasstromen symmetrisch verdeeld zijn<sup>17</sup>. In het bovengeschetste investeringsproject is dit echter zeker niet het geval. Wanneer namelijk door de investeerder in een bepaalde periode een negatieve kasstroom wordt verwacht als gevolg van te lage prijzen voor varkens en aardappels, zal hij besluiten om in die periode niet te handelen. Door deze strategie, die afwijkt van de oorspronkelijk verwachte handelswijze, zullen de negatieve kasstromen zich niet meer voordoen. Er is sprake van een zogeheten afgekapte verdeling.<sup>18</sup> Het risico van het investeringsproject is door de mogelijkheid om te kunnen reageren verminderd. Bij de NCW-methode zou deze vermindering van het risico van het project tot uitdrukking moeten komen in de disconteringsvoet. Het is theoretisch

---

<sup>16</sup> Naast de reeds gemaakte veronderstellingen geldt dat alleen financiering met eigen vermogen mogelijk is.

<sup>17</sup> Bij een symmetrische kansverdeling is de kans op een positieve afwijking van de verwachte waarde net zo groot als de kans op een negatieve afwijking van de verwachte waarde. Een bekend voorbeeld van een symmetrische kansverdeling is de normale kansverdeling.

<sup>18</sup> Iedere optie wordt gekenmerkt door een afgekapte kansverdeling van toekomstige kasstromen.

echter niet duidelijk hoe de kostenvoet moet worden bepaald van een project waarvan de kasstromen worden gekenmerkt door een afgekapte verdeling.<sup>19</sup>

De toepassing van het binomiale ACA-model van BEG voor de waardering van het investeringsproject houdt de volgende werkwijze in. Er wordt een raamwerk gemaakt waarin de beweging van de prijzen van de onderliggende variabelen in een risiconeutrale wereld worden benaderd. In elk mogelijk punt van dit raamwerk kan de waarde van de investeringsmogelijkheid bepaald worden op basis van de op dat moment geldende verkoopprijzen. Door nu van achter naar voren het raamwerk te doorlopen, kan de huidige waarde van de investeringsmogelijkheid worden bepaald, waarbij de disconteringsvoet de risicovrije interestvoet is.

De vraag rijst nu in hoeveel perioden de looptijd van het afhankelijke contract (het investeringsproject) moet worden verdeeld. In het algemeen geldt dat naarmate meer perioden in beschouwing worden genomen, de accuratesse van het model toeneemt. Dit gaat echter wel gepaard met toenemende rekenkundige complexiteit. Voor elke extra periode zal het aantal mogelijkheden toenemen met een factor vier (het kwadraat van het aantal onderliggende variabelen). Wil een model rekentechnisch efficiënt zijn, dan zal het aantal tijdstappen niet te groot kunnen worden. Ook moet gelden dat de mogelijke waarden een representatieve voorstelling geven van het werkelijke prijsproces. In dit artikel wordt een model uitgewerkt met slechts twee subperiodes. Ondanks het feit dat een dergelijke voorstelling minder exacte waarden zal voortbrengen, geeft het een redelijke schatting en vooral een goed inzicht in de gevolgde oplossingsmethode. Daarbij moet worden bedacht dat het verkrijgen van meer nauwkeurige waarden zuiver een reken-technisch probleem is.

De volgende notatie wordt gebruikt:

V	:	verkoopprijs van slachtvarkens per kg in guldens;
A	:	verkoopprijs van aardappelen per 100 kg in guldens;
$\sigma_v$	:	standaarddeviatie van het rendement van slachtvarkens;
$\sigma_a$	:	standaarddeviatie van het rendement van aardappelen;
$\rho_{va}$	:	correlatiecoëfficiënt tussen de rendementen van varkens en aardappelen;
$y_v$	:	netto convenience yield van slachtvarkens;
$y_a$	:	netto convenience yield van aardappelen;
T-t	:	looptijd van het investeringsproject (in jaren);
h	:	de lengte van de periode: (T-t)/n;
X	:	de huurprijs.

Voor het bepalen van de huidige waarde van de investeringsmogelijkheid moet de huidige waarde van de verwachte kasstromen vastgesteld worden. Hiervoor is nodig dat de groeivoeten van slachtvarkens en aardappelen in een risiconeutrale wereld worden bepaald. Omdat zowel varkens als aardappelen zijn aan te merken als niet-verhandelbare activa, moet rekening worden gehouden met de convenience yields. Uit paragraaf 3 bleek dat de relevante groeivoet gelijk is aan de risicovrije interestvoet minus de netto convenience yield. Omdat er zowel futuresprijzen van slachtvarkens als van aardappelen bestaan, kan de netto-convenience yield worden afgeleid met behulp van vergelijking (11). Tabel 2, op de volgende pagina, geeft op basis van de noteringen van 5 januari 1993 op de Agrarische Termijnmarkt Amsterdam de netto-convenience yields van slachtvarkens en aardappelen al naar gelang de looptijd van het termijncontract.

---

<sup>19</sup> Zie bijvoorbeeld Ekern (1987).



**Tabel 2** De netto convenience yield van slachtvarkens en aardappelen

Maand	Varkens	$y_v$	Aardappelen	$y_a$
Februari	2,175	-0,0933		
Maart	2,225	-0,1354		
April	2,310	-0,2041	9,90	-0,1802
Mei	2,400	-0,2443	10,30	-0,2858
Juni	2,440	-0,2225	11,00	-0,3638
Juli	2,450	-0,1844		
Augustus	2,450	-0,1499		
September	2,465	-0,1322		
Oktober	2,480	-0,1182		
Gemiddelde:		-0,1649		-0,2766
Spotprijs 1 januari:				
	varkens	fl. 2,13 p/kg		
	aardappelen	fl. 9,00 p/100kg		

De futuresprijzen van slachtvarkens en aardappelen zijn ontleend aan de Agrarische Termijnmarkt Amsterdam. Het termijncontract op aardappelen betreft de soort bintje 50 mm opwaarts. Omdat de termijncontracten gedurende de gehele maand kunnen worden uitgeoefend, is in de berekening van de convenience yield het midden van de maand aangemerkt als uitoefendatum.

Uit tabel 2 blijkt dat de netto convenience yields negatief zijn. Dit betekent niet dat er geen voordeel bestaat op het in voorraad houden van beide goederen. De netto convenience yield is gelijk aan de convenience yield minus de opslag- en verzekeringskosten. In het geval van slachtvarkens en aardappelen impliceert een negatieve netto convenience yield dat de voorraadkosten hoger zijn dan het voordeel om aardappelen en varkens op dit moment direct beschikbaar te hebben. Voor aardappelen en varkens is het aannemelijk dat de kosten van opslag relatief hoog zullen zijn. Overigens zullen de hogere kosten tot uitdrukking komen in een hogere toekomstige verkoopprijs.

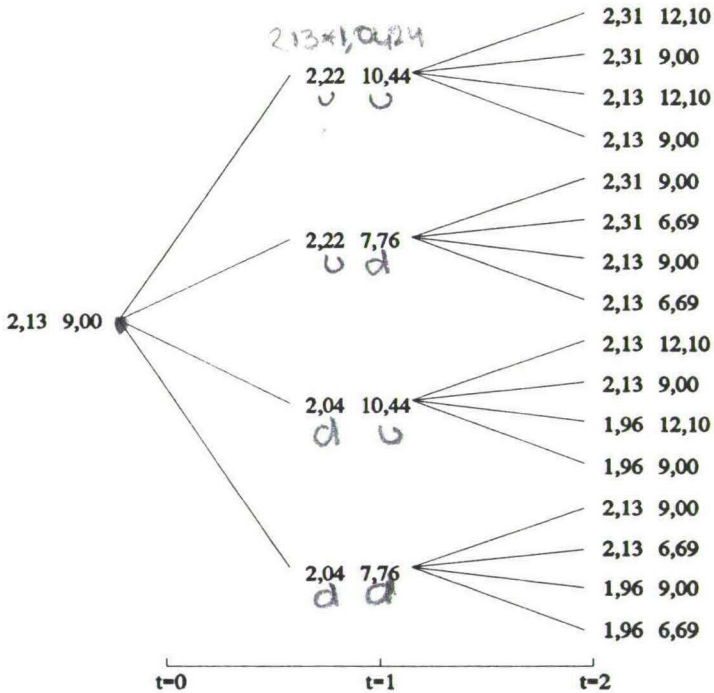
De risicovrije interestvoet is afgeleid van overheidsgeld met een zelfde looptijd als de investeringsmogelijkheid, stel 7,4 procent. Als looptijd van de investeringsmogelijkheid wordt aangemerkt de periode waarin keuzes kunnen worden gemaakt. Aan het begin van de derde maand kan voor de laatste keer worden gekozen, waarmee de looptijd twee maanden is. De netto convenience yield wordt bepaald als het gemiddelde van de noteringen zoals ze in tabel 2 staan vermeld. Daarbij moet worden opgemerkt dat het niet ter zake doet in hoeverre de investeerder in deze case voordeel heeft van het in voorraad hebben van varkens of aardappelen (hij verkoopt ze immers direct). Het belang van de convenience yield in de waardering is het effect ervan op het verloop van de verwachte prijzen van varkens en aardappelen. De standaarddeviaties van de rendementen en de correlatiecoëfficiënt zijn berekend op basis van de slotkoersen van de termijncontracten van de vijftig meest recente handelsdagen. Hierbij is de tijd gemeten over het aantal dagen dat er kan worden gehandeld hetgeen is gesteld op tweehonderdvijftig dagen per jaar. Aldus resulteren de

volgende gegevens op basis waarvan het discrete prijsproces in een risiconeutrale wereld, zoals dit in figuur 2 schematisch is weergegeven, kan worden gemodelleerd:

- |                        |                                |
|------------------------|--------------------------------|
| $V = 2,13;$            | $T-t = 0,1667$                 |
| $A = 9,00;$            | $n = 2 \rightarrow h = 0,0834$ |
| $\sigma_v = 0,1439;$   | $r = 0,074$                    |
| $\sigma_a = 0,5126;$   | $y_v = -0,1649$                |
| $\rho_{v,a} = 0,1210;$ | $y_a = -0,2766$                |

De waarden van de sprong- en kansparameters zijn dan:

- |                 |                |
|-----------------|----------------|
| $u_v = 1,0424;$ | $p_1 = 0,4258$ |
| $d_v = 0,9593;$ | $p_2 = 0,3035$ |
| $u_a = 1,1595;$ | $p_3 = 0,1360$ |
| $d_a = 0,8624;$ | $p_4 = 0,1347$ |



**Figuur 2** Structuur van het discrete prijsproces van slachtvarkens en aardappelen in een risiconeutrale wereld



Het waarderingsprobleem kan op de volgende manier worden geanalyseerd. Aan het begin van iedere periode kan een keuze worden gemaakt tussen varkens en aardappelen. De situatie waarvan verwacht wordt dat het de hoogste kasstroom zal genereren, wordt gekozen. Naast deze keuzemogelijkheid bestaat er tevens de mogelijkheid om geen van beide zaken te kiezen, wanneer de maximale kasstroom de huurprijs niet overtreft. Zodoende moet op ieder tijdstip waarop een keuze kan worden gemaakt, de waarde van het afhankelijke contract,  $W_t$ , voldoen aan de volgende randvoorwaarde:

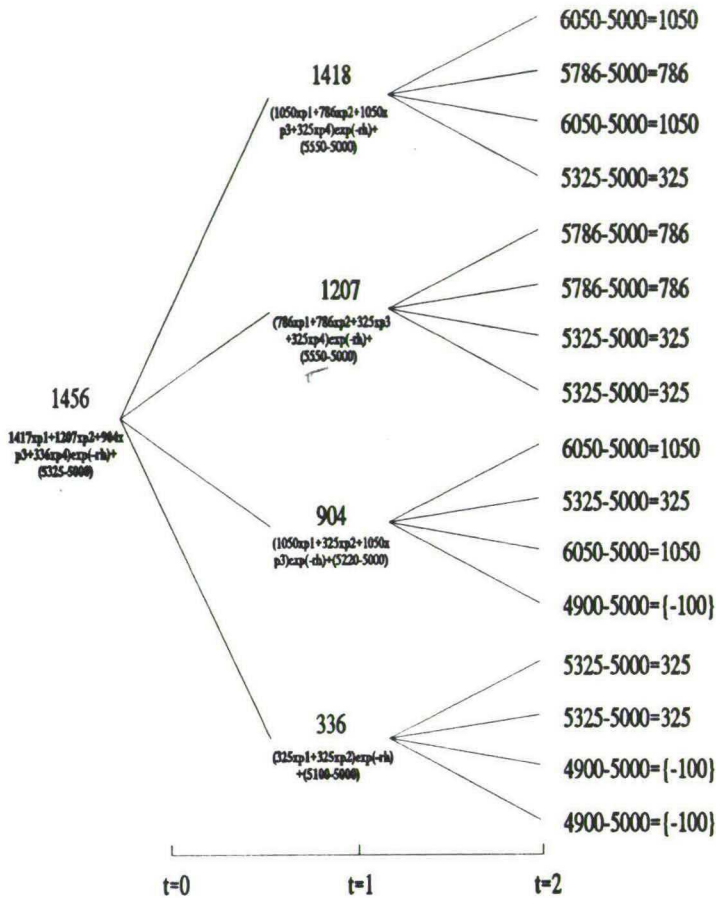
$$W_t = \max[\max(K_v, K_a) - X, 0]$$

waar  $K_v$  en  $K_a$  de respectievelijke kasstromen van varkens en aardappelen op tijdstip  $t$  voorstellen. Deze relatie kan als volgt worden verduidelijkt. Er wordt uitgegaan van een gemiddeld gewicht van slachtvarkens van honderd kilogram. De kasstroom van slachtvarkens per periode is dan gelijk aan het totale aantal te houden varkens, vermenigvuldigd met het gemiddelde gewicht per varken, de proportionele bijdrage en de huidige kiloprijs:

$$K_v = 500 \times 100 \times 0,05 \times V_t$$

Voor aardappelen is de kasstroom het maximale gewicht aan aardappelen dat in opslag kan worden genomen, gedeeld door de eenheid waarin de prijzen zijn uitgedrukt (100 kg), vermenigvuldigd met de proportionele bijdrage en de huidige prijs van 100 kilogram aardappelen:

$$K_a = 1.000.000 \times 0,01 \times 0,05 \times A_t$$



**Figuur 3**    Structuur van de mogelijke kasstromen in een risiconeutrale wereld<sup>20</sup>

Wanneer het prijsproces van varkens en aardappelen in een risiconeutrale wereld bekend is, kan de kasstroom van elk goed op elk tijdstip berekend worden. De waarde van de investeringsmogelijkheid wordt nu op de volgende manier bepaald. In de laatste periode is voor elke mogelijke toestand een kasstroom berekend. Van de hoogste kasstroom wordt de periodieke huurprijs in

<sup>20</sup> De negatieve uitkomsten zijn tussen haakjes gezet om aan te geven dat ze in de waardering van de investeringsmogelijkheid niet meegenomen worden vanwege het optionele karakter van de investeringen.

minderung gebracht. Resulteert een negatieve uitkomst, dan zal de investeerder geen goederen opslaan en hoeft hij de huurprijs niet te voldoen. De verwachte waarde van het kasstroomprofiel op tijdstip  $t=1$  kan bepaald worden door elke toestand te vermenigvuldigen met de kans dat deze zich voordoet (in een risiconeutrale wereld), en contant te maken tegen de risicovrije interestvoet. Op tijdstip  $t=1$  is de waarde van de investering gelijk aan de verwachte waarde van de kasstroom in die periode en de verwachte waarde van de kasstromen in periode  $t=2$ . Voor de huidige waarde van de verwachte kasstromen wordt de voorgaande procedure herhaald, maar dan voor de tijdstippen  $t=0$  en  $t=1$ . Aldus resulteert de huidige waarde van de investeringsmogelijkheid. In figuur 3, op de voorgaande pagina, is deze benadering schematisch weergegeven.

De analyse van het in deze paragraaf beschreven investeringsproject heeft een duidelijk beeld moeten verschaffen van de toepassingsmogelijkheden van de waarderingmethode van afhankelijke contracten binnen de investeringsselectie. Om deze reden is het waarderingprobleem vrij eenvoudig geschetst, hoewel het gestileerde voorbeeld niet denkbeeldig is. Binnen de gevolgde raamwerkbenadering kan echter rekening worden gehouden met een veelheid aan specifieke kenmerken van een investeringsproject.

## 6. Conclusie

De basis van de analyse van het in dit artikel beschreven investeringsproject is een juiste afleiding van het discrete proces van de onzekere prijs in een risiconeutrale wereld van de belangrijkste waardegenererende variabelen. Wanneer dit proces bekend is, kunnen de verwachte kasstromen (in een risiconeutrale wereld) worden bepaald. Hierbij kan rekening worden gehouden met een verscheidenheid aan beïnvloedende effecten. Wanneer eenmaal een kasstroomstructuur is afgeleid, zoals in figuur 3, kan voor alle op de kasstroom van invloed zijnde beslissingen het effect worden bepaald dat zij hebben op de waarde van het project. Aldus biedt het model naast een elegante waarderingsmethode ook een raamwerk op basis waarvan optimale beslissingen genomen kunnen worden. Dit is een belangrijk voordeel van de discrete benadering boven een continue benadering.

In feite is het in dit artikel centraal staande model niets anders dan een beslissings-boombenadering. Het grote verschil met de traditionele benadering is dat het model gebaseerd is op het risiconeutrale waarderingsargument. Door de groeivoet van een activum te corrigeren voor de marktprijs van risico en (wanneer van toepassing) de netto convenience yield, wordt de groeivoet in een risiconeutrale wereld verkregen. Wanneer verwachte prijzen worden berekend op basis van deze groeivoet, mag contant worden gemaakt tegen de risicovrije interestvoet. De aanpassing voor risico wordt zodoende niet gemaakt in de disconteringsvoet, zoals bij de NCW-methode, maar in de verwachte kasstromen. Omdat theoretisch niet duidelijk is hoe het risico van een activum dat gekenmerkt wordt door een afgekapte verdeling moet worden verwerkt in de disconteringsvoet, is in zo'n geval het toepassen van de NCW-methode niet juist. In andere gevallen blijft de NCW-methode de beste waarderingsmethode. De ACA moet dan ook niet gezien worden als een vervanging van deze methode maar een aanvulling daarop. Trigeorgis (1988) beschrijft een waarderingsmethode waarbij de zekere kasstromen volgens de NCW-methode en de onzekere kasstromen volgens de ACA worden gewaardeerd. Deze zogeheten uitgebreide NCW-methode doet recht aan beide waarderingsmethoden.

Een cruciaal onderdeel van de oplossingsmethode is het bestaan van een futures- of forwardmarkt waarop contracten op de onderliggende variabelen verhandeld worden. Alleen op deze voorwaarde is de waardering onafhankelijk van risicopreferenties en rendementsverwachtingen. Omdat slechts een beperkt aantal variabelen wordt verhandeld op een futures- of forwardmarkt, zal voor een uitbreiding van de toepassingsmogelijkheden gezocht moeten worden naar een theoretisch juiste oplossing zonder gebruikmaking van futures- of forwardprijzen. Zolang deze praktische problemen niet zijn opgelost, zal een algemene toepassing van de optietheorie in de reële sfeer nog wel even op zich laten wachten.

## Appendix A

Volgens de in paragraaf vier omschreven werkwijze komen BEG tot de volgende parameterwaarden om de discrete verdeling in de limiet te laten convergeren naar de continue verdeling:

$$u_i = \exp(\sigma_i \sqrt{h}) \quad \text{met } i=1,2$$

$$u_i d_i = 1 \quad \text{met } i=1,2$$

$$h = \frac{T-t}{n}$$

$$p_1 = \frac{1}{4} \left[ 1 + \rho + \sqrt{h} \left( \frac{\mu_1}{\sigma_1} + \frac{\mu_2}{\sigma_2} \right) \right]$$

$$p_2 = \frac{1}{4} \left[ 1 - \rho + \sqrt{h} \left( \frac{\mu_1}{\sigma_1} - \frac{\mu_2}{\sigma_2} \right) \right]$$

$$p_3 = \frac{1}{4} \left[ 1 - \rho + \sqrt{h} \left( -\frac{\mu_1}{\sigma_1} + \frac{\mu_2}{\sigma_2} \right) \right]$$

$$p_4 = \frac{1}{4} \left[ 1 + \rho + \sqrt{h} \left( -\frac{\mu_1}{\sigma_1} - \frac{\mu_2}{\sigma_2} \right) \right]$$



## Literatuur

- Black, F. en M. Scholes, *The pricing of options and corporate liabilities*, Journal of Political Economics 81, 1973, 637-659.
- Boyle, P.P., J. Evnine en S. Gibbs, *Numerical evaluation of multivariate contingent claims*, The Review of Financial Studies, vol. 2, nr. 2, 1989, 241-251.
- Brennan, M.J. en E.S. Schwartz, *Evaluating natural resource investments*, Journal of Business, vol. 58, nr. 2, 1985, 135-157.
- Cox, J.C., J.E. Ingersoll en S.A. Ross, *An intertemporal general equilibrium model of asset prices*, Econometrica, vol. 53, nr. 2, 1985, 363-384.
- Cox, J.C. en S.A. Ross, *The valuation of options for alternative stochastic processes*, Journal of Financial Economics, vol. 3, 1976, 145-166.
- Cox, J.C., S.A. Ross en M. Rubenstein, *Option pricing: a simplified approach*, Journal of Financial Economics, vol. 7, 1979, 229-263.
- Ekern, S., *An option pricing approach to evaluating petroleum projects*, Energy Economics, April 1988, 91-99.
- Hoag, J.W., *The valuation of commodity options*, Option pricing, M. Brenner eds., Lexington Books, 1983.
- Hull, J., *Options, futures, and other derivative securities*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989, 2e druk 1993.
- Trigeorgis, L., *A conceptual options framework for capital budgeting*, Advances in Futures and Options Research, vol. 3, 1988, 145-167.

**IN 1993 REEDS VERSCHENEN**

- 588 Rob de Groof and Martin van Tuijl  
The Twin-Debt Problem in an Interdependent World  
Communicated by Prof.dr. Th. van de Klundert
- 589 Harry H. Tigelaar  
A useful fourth moment matrix of a random vector  
Communicated by Prof.dr. B.B. van der Genugten
- 590 Niels G. Noorderhaven  
Trust and transactions; transaction cost analysis with a differential behavioral assumption  
Communicated by Prof.dr. S.W. Douma
- 591 Henk Roest and Kitty Koelemeijer  
Framing perceived service quality and related constructs A multilevel approach  
Communicated by Prof.dr. Th.M.M. Verhallen
- 592 Jacob C. Engwerda  
The Square Indefinite LQ-Problem: Existence of a Unique Solution  
Communicated by Prof.dr. J. Schumacher
- 593 Jacob C. Engwerda  
Output Deadbeat Control of Discrete-Time Multivariable Systems  
Communicated by Prof.dr. J. Schumacher
- 594 Chris Veld and Adri Verboven  
An Empirical Analysis of Warrant Prices versus Long Term Call Option Prices  
Communicated by Prof.dr. P.W. Moerland
- 595 A.A. Jeunink en M.R. Kabir  
De relatie tussen aandeelhoudersstructuur en beschermingsconstructies  
Communicated by Prof.dr. P.W. Moerland
- 596 M.J. Coster and W.H. Haemers  
Quasi-symmetric designs related to the triangular graph  
Communicated by Prof.dr. M.H.C. Paardekooper
- 597 Noud Gruijters  
De liberalisering van het internationale kapitaalverkeer in historisch-institutioneel perspectief  
Communicated by Dr. H.G. van Gemert
- 598 John Görtzen en Remco Zwetheul  
Weekend-effect en dag-van-de-week-effect op de Amsterdamse effectenbeurs?  
Communicated by Prof.dr. P.W. Moerland
- 599 Philip Hans Franses and H. Peter Boswijk  
Temporal aggregation in a periodically integrated autoregressive process  
Communicated by Prof.dr. Th.E. Nijman

- 600 René Peeters  
On the p-ranks of Latin Square Graphs  
Communicated by Prof.dr. M.H.C. Paardekooper
- 601 Peter E.M. Borm, Ricardo Cao, Ignacio García-Jurado  
Maximum Likelihood Equilibria of Random Games  
Communicated by Prof.dr. B.B. van der Genugten
- 602 Prof.dr. Robert Bannink  
Size and timing of profits for insurance companies. Cost assignment for products with multiple deliveries.  
Communicated by Prof.dr. W. van Hulst
- 603 M.J. Coster  
An Algorithm on Addition Chains with Restricted Memory  
Communicated by Prof.dr. M.H.C. Paardekooper
- 604 Ton Geerts  
Coordinate-free interpretations of the optimal costs for LQ-problems subject to implicit systems  
Communicated by Prof.dr. J.M. Schumacher
- 605 B.B. van der Genugten  
Beat the Dealer in Holland Casino's Black Jack  
Communicated by Dr. P.E.M. Borm
- 606 Gert Nieuwenhuis  
Uniform Limit Theorems for Marked Point Processes  
Communicated by Dr. M.R. Jaïbi
- 607 Dr. G.P.L. van Roij  
Effectisering op internationale financiële markten en enkele gevolgen voor banken  
Communicated by Prof.dr. J. Sijben
- 608 R.A.M.G. Joosten, A.J.J. Talman  
A simplicial variable dimension restart algorithm to find economic equilibria on the unit simplex using  $n(n+1)$  rays  
Communicated by Prof.Dr. P.H.M. Ruys
- 609 Dr. A.J.W. van de Gevel  
The Elimination of Technical Barriers to Trade in the European Community  
Communicated by Prof.dr. H. Huizinga
- 610 Dr. A.J.W. van de Gevel  
Effective Protection: a Survey  
Communicated by Prof.dr. H. Huizinga
- 611 Jan van der Leeuw  
First order conditions for the maximum likelihood estimation of an exact ARMA model  
Communicated by Prof.dr. B.B. van der Genugten

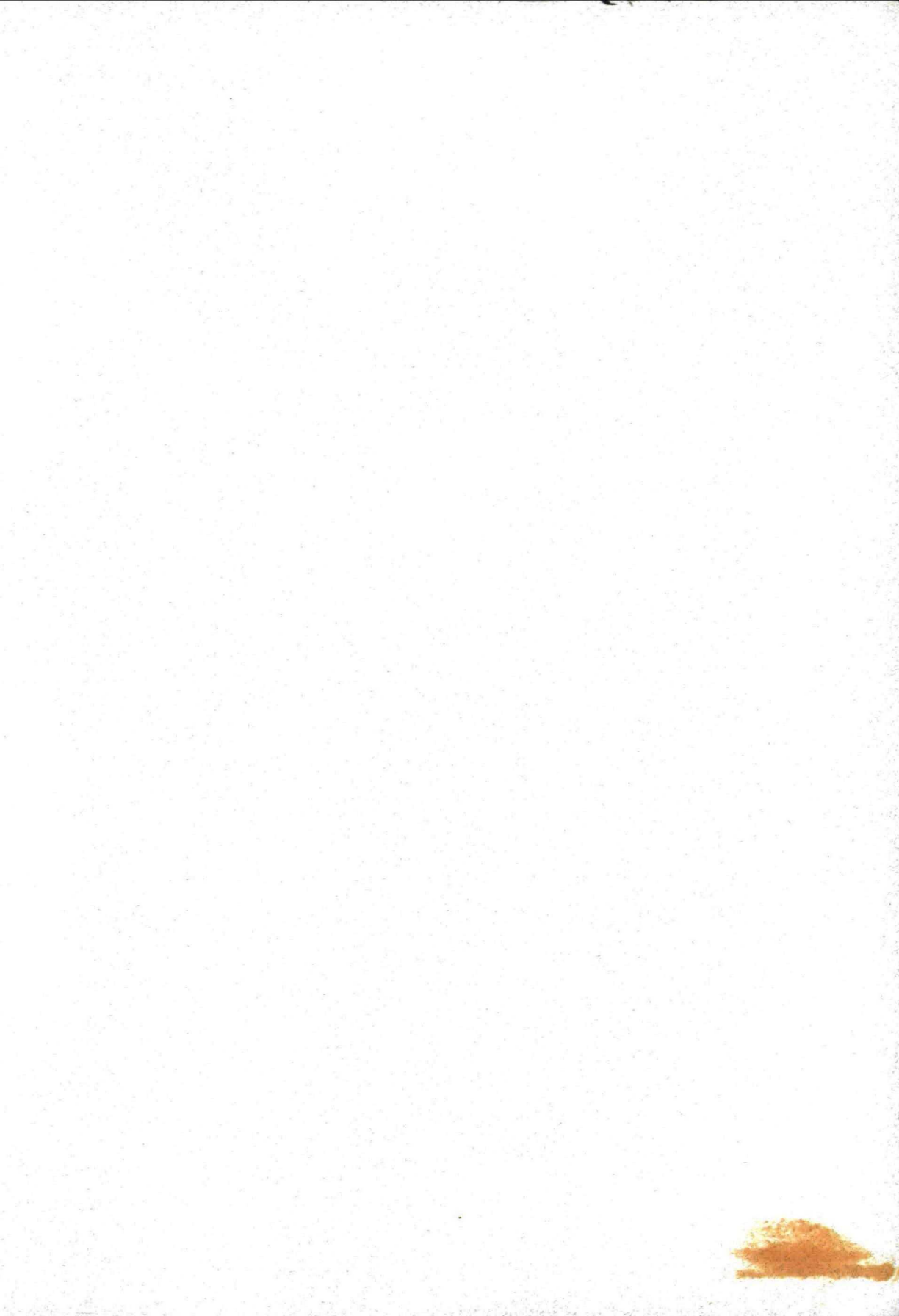
- 612 Tom P. Faith  
Bertrand-Edgeworth Competition with Sequential Capacity Choice  
Communicated by Prof.Dr. S.W. Douma
- 613 Ton Geerts  
The algebraic Riccati equation and singular optimal control: The discrete-time case  
Communicated by Prof.dr. J.M. Schumacher
- 614 Ton Geerts  
Output consistency and weak output consistency for continuous-time implicit systems  
Communicated by Prof.dr. J.M. Schumacher
- 615 Stef Tijs, Gert-Jan Otten  
Compromise Values in Cooperative Game Theory  
Communicated by Dr. P.E.M. Borm
- 616 Dr. Pieter J.F.G. Meulendijks and Prof.Dr. Dick B.J. Schouten  
Exchange Rates and the European Business Cycle: an application of a 'quasi-empirical' two-country model  
Communicated by Prof.Dr. A.H.J.J. Kolnaar
- 617 Niels G. Noorderhaven  
The argumentational texture of transaction cost economics  
Communicated by Prof.Dr. S.W. Douma
- 618 Dr. M.R. Jaïbi  
Frequent Sampling in Discrete Choice  
Communicated by Dr. M.H. ten Raa
- 619 Dr. M.R. Jaïbi  
A Qualification of the Dependence in the Generalized Extreme Value Choice Model  
Communicated by Dr. M.H. ten Raa
- 620 J.J.A. Moors, V.M.J. Coenen, R.M.J. Heuts  
Limiting distributions of moment- and quantile-based measures for skewness and kurtosis  
Communicated by Prof.Dr. B.B. van der Genugten
- 621 Job de Haan, Jos Benders, David Bennett  
Symbiotic approaches to work and technology  
Communicated by Prof.dr. S.W. Douma
- 622 René Peeters  
Orthogonal representations over finite fields and the chromatic number of graphs  
Communicated by Dr.ir. W.H. Haemers
- 623 W.H. Haemers, E. Spence  
Graphs Cospectral with Distance-Regular Graphs  
Communicated by Prof.dr. M.H.C. Paardekooper



- 624 Bas van Aarle  
The target zone model and its applicability to the recent EMS crisis  
Communicated by Prof.dr. H. Huizinga
- 625 René Peeters  
Strongly regular graphs that are locally a disjoint union of hexagons  
Communicated by Dr.ir. W.H. Haemers
- 626 René Peeters  
Uniqueness of strongly regular graphs having minimal  $\rho$ -rank  
Communicated by Dr.ir. W.H. Haemers
- 627 Freek Aertsen, Jos Benders  
Tricks and Trucks: Ten years of organizational renewal at DAF?  
Communicated by Prof.dr. S.W. Douma
- 628 Jan de Klein, Jacques Roemen  
Optimal Delivery Strategies for Heterogeneous Groups of Porkers  
Communicated by Prof.dr. F.A. van der Duyn Schouten
- 629 Imma Curiel, Herbert Hamers, Jos Potters, Stef Tijs  
The equal gain splitting rule for sequencing situations and the general nucleolus  
Communicated by Dr. P.E.M. Borm
- 630 A.L. Hempenius  
Een statische theorie van de keuze van bankrekening  
Communicated by Prof.Dr.Ir. A. Kapteyn
- 631 Cok Vrooman, Piet van Wijngaarden, Frans van den Heuvel  
Prevention in Social Security: Theory and Policy Consequences  
Communicated by Prof.Dr. A. Kolnaar

**IN 1994 REEDS VERSCHENEN**

- 632 B.B. van der Genugten  
Identification, estimating and testing in the restricted linear model  
Communicated by Dr. A.H.O. van Soest
- 633 George W.J. Hendrikse  
Screening, Competition and (De)Centralization  
Communicated by Prof.dr. S.W. Douma
- 634 A.J.T.M. Weeren, J.M. Schumacher, and J.C. Engwerda  
Asymptotic Analysis of Nash Equilibria in Nonzero-sum Linear-Quadratic Differential Games. The Two-Player case.  
Communicated by Prof.dr. S.H. Tijs
- 635 M.J. Coster  
Quadratic forms in Design Theory  
Communicated by Dr.ir. W.H. Haemers
- 636 Drs. Erwin van der Krabben, Prof.dr. Jan G. Lambooy  
An institutional economic approach to land and property markets - urban dynamics and institutional change  
Communicated by Dr. F.W.M. Boekema
- 637 Bas van Aarle  
Currency substitution and currency controls: the Polish experience of 1990.  
Communicated by Prof.dr. H. Huizinga
- 638 J. Bell  
Joint Ventures en Ondernemerschap: Interpreneurship  
Communicated by Prof.dr. S.W. Douma
- 639 Frans de Roon and Chris Veld  
Put-call parities and the value of early exercise for put options on a performance index  
Communicated by Prof.dr. Th.E. Nijman
- 640 Willem J.H. Van Groenendaal  
Assessing demand when introducing a new fuel: natural gas on Java  
Communicated by Prof.dr. J.P.C. Kleijnen
- 641 Henk van Gemert & Noud Gruijters  
Patterns of Financial Change in the OECD area  
Communicated by Prof.dr. J.J. Sijben



**Bibliotheek K. U. Brabant**



**17 000 01157007 5**