C.E.M.A.

Virrey del Pino 3210
Belgrano R.
1426 Buenos Aires

TE. 552-3291/9313/7771.

TRIBUTACION OPTIMA EN UNA DEMOCRACIA

Rolf R. Mantel

Marzo 1987

N° 55

Tributación Optima en una Democracia.

por

Rolf R. Mantel*
C.E.M.A.

SINTESIS.

Concebida como homenaje a Horacio Nuñez Miñana, la presente investigación se refiere a la determinación de sistemas tributarios en países como la Argentina, donde el poder del estado no es absoluto. La constitución garantiza la soberanía del consumidor, por lo que los instrumentos de política económica son indirectos, basados en incentivos tributarios, monetarios, cambiarios, arancelarios, etc. Se describen las condiciones de óptimo para una política tributaria no regresiva. Se analizan los efectos sobre la eficiencia productiva, la incidencia de la presencia de bienes públicos y la de externalidades en el consumo. Se muestra que en general no puede esperarse que el optimo social sea un óptimo en el sentido de Pareto, requiriéndose para este último políticas tributarias confiscatorias.

* Investigador del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tècnicas.

I N D I C E

1. Introducción y resumen.

La presente investigación ha sido concebida como un homenaje a la memoria de Horacio Nuñez Miñana, cuya actividad científica siempre ha revelado un profundo interés por el campo de la tributación.

El presente artículo se refiere a un capítulo importante en la planificación en sistemas económicos como el de la Argentina, una economía mixta donde el poder del estado no es absoluto. La constitución del país garantiza la soberanía del consumidor, a diferencia de las economías de comando en que tanto la estructura del consumo de la población como la del empleo se dirigen desde la Junta Central de Planificación.

Los instrumentos de política económica disponibles en una economía del tipo mencionado son indirectos y se basan fundamentalmente en los incentivos producidos por las medidas de política tributaria, monetaria, cambiaria, de comercio exterior, etc., que afectan a las relaciones entre los precios de mercado, en vez de basarse en directivas sobre las cantidades a consumir o producir.

El objeto del artículo consiste en describir las condiciones que debe satisfacer un conjunto de medidas de política económica óptimo, teniendo en cuenta la restricción ética de que la política tributaria no debe ser regresiva. La investigación comienza por describir los efectos de la determinación de un sistema de impuestos a las ventas netas sobre la eficiencia productiva del sector público, presentando el modelo de Diamond y Mirrlees en la sección 2 y analizándolo en la sección 3. Estas secciones preparan el terreno para el análisis subsiguiente, que incorpora los efectos de la presencia de bienes públicos . Estos son presentados en su forma pura, aislados de la restircción constitucional, en la sección 4. La sección 5 integra los elementos anteriores en un modelo más completo, que incorpora además externalidades en el consumo, para la determinación de una política tributaria progresiva óptima. La sección 6 estudia las propiedades del plan óptimo resultante. En especial, se muestra en base a un ejemplo que las restricciones impuestas por la Constitución, por no referirse únicamente a la tecnología de la producción o del consumo, impiden en general que el óptimo social sea un óptimo de Pareto. Surge por lo tanto la pregunta de si es posible de alguna manera ejercer el poder de tributación que tiene el planificador para llegar a un óptimo de Pareto por un medio que no es confiscatorio. Se muestra que la respuesta es negativa, y que un sistema tributario no regresivo en general sólo permite alcanzar un segundo mejor. En otras palabras, las restricciones impuestas al planificador por la Constitución significan una carga desde el punto de vista de la eficiencia económica del sistema, carga que es necesario tener en cuenta en la confección de planes económicos. La libertad individual tiene un costo para la sociedad, y es al final una decisión política el que se otorguen al Estado distintas atribuciones en cuanto a su capacidad para confiscar bienes y servicios propiedad de los ciudadanos.

2. Imposición óptima y eficiencia: El análisis de Diamond y Mirrlees.

Gracias al segundo teorema del bienestar es sabido que es posible --en los casos en que el planificador dispone de un poder absoluto sobre la disponibilidad de los bienes y servicios de la economía-- implementar un óptimo social en el que se respetan las preferencias individuales. Sin embargo en países de economía mixta es probable que la constitución no le permita al planificador redistribuir las tenencias iniciales de acuerdo con sus deseos. En consecuencia surge el interrogante de qué sucedería si el estado no pudiera confiscar los bienes en la medida requerida, ni conscribir a los ciudadanos del país a fin de obligarles a hacer uso de sus habilidades de acuerdo con las directivas del plan.

El estado necesita recursos para cumplir con sus fines, incluyendo las siguientes causas:

1. Mantenimiento de la administración pública; para ello haremos el supuesto simplificador que la demanda de recursos necesarios para esta finalidad en términos de bienes y servicios es fija.
2. Producir bienes y servicios; en una primera aproximación supondremos que toda la producción es pública.
3. Redistribuir el sobrante entre los individuos de acuerdo con las preferencias sociales.

Diamond y Mirrlees [1971] postulan una función de bienestar social $\mathbf{b(.)}$ que depende de los precios $\mathbf{q_j}$ que rigen en los $\mathbf{n}$ mercados con que se enfrentan los consumidores, es decir de los precios de bienes de consumo y de servicios de trabajo, que en la presente investigación serán expresados en el sentido del ocio creativo sacrificado para producir bienes. Debido a la existencia de impuestos, estos precios al consumidor difieren de los precios al productor $\mathbf{p_j}$ en el monto del impuesto a las ventas correspondiente.

Teniendo en cuenta el poder absoluto que los autores mencionados atribuyen al planificador, y teniendo en cuenta que las funciones de demanda de los individuos deben cumplirse, el problema deviene en

$$
\begin{array}{ll}
\text{maximizar} & b(q) \\
\text{sujeto a} & x^1(q) + \ldots + x^m(q) \leq w + y \\
 & q \geq 0 \\
 & y \text{ en } Y
\end{array}
\tag{2.1}
$$

En esta formulación, $\mathbf{x^i(q)}$ representa la lista --vector de n coordenadas-- de cantidades de bienes o servicios demandados por la i-ésima unidad de consumo en respuesta a la lista de precios al consumidor $\mathbf{q}$, es decir, representa su función de demanda. El vector **w**, de coordenadas positivas, representa las dotaciones iniciales de bienes y servicios de la economía en poder del Estado, incluyendo las cantidades que la Constitución permite confiscar a los consumidores. Como el Estado no tiene poder confiscatorio absoluto habrá un remanente para cada individuo, implícito en su función de demanda. El vector **y** representa el plan agregado de producción neta, es decir, las cantidades producidas por el sector productivo, por lo cual la última restricción del problema consiste en exigir que la lista de cantidades producidas sea factible, es decir, sea un elemento del conjunto de posiblidades de producción de la economía. De acuerdo con la convención usual en el análisis de actividades --ver, por ejemplo, la obra de Koopmans [1959]-- una coordenada $\mathbf{y}_j$ del plan de producción puede ser positiva --en el caso de un bien final--, negativa --como en el caso de un insumo a la producción-- o nula --para los bienes intermedios--. La forma de las restricciones pone en evidencia el supuesto que los consumidores no tienen poder para afectar los precios del mercado.

Siguiendo a los autores mencionados, supondremos que el conjunto de posibilidades de producción **Y** es un cono convexo y cerrado sin puntos en el cuadrante no-negativo. En términos económicos, ello significa que hay rendimientos constantes a escala, y que es imposible producir algo sin insumos.

Como los precios al consumidor $\mathbf{q}_j$ son variables del problema, sus valores en el óptimo serán una consecuencia de resolver el problema de optimización planteado en (2.1). Por otra parte, los precios al productor resultarán ser, como es usual, los multiplicadores de Lagrange asociados con la ecuación de balance de mercado. Ver la interpretación de dichos multiplicadores como precios sombra o valuaciones marginales de bienes y servicios en la obra de Koopmans [1959] o en el libro de Kornai [1967]; los conceptos básicos de maximización sujeta a restricciones pueden hallarse en el libro de Intriligator [1971].

Hay distintas variantes de funciones de bienestar que satisfacen la forma supuesta por Diamond y Mirrlees. Un ejemplo consiste en el caso en que el planificador no se interesa por los precios por si mismos, sino sólo porque las cantidades consumidas por los individuos de la economía dependen de ellos. En este caso se tendría una función de bienestar social de la forma

(2.2) $$b(q) = f[x^1(q),\ldots,x^m(q)].$$

Un caso especial de esta formulación es aquel en que el planificador respeta las preferencias de los individuos, de modo que se interesa en las cantidades de bienes y servicios solamente porque afectan el nivel de utilidad de cada consumidor. Las preferencias sociales estarán representadas por una función de bienestar del tipo Bergson-Samuelson; en consecuencia, las preferencias del planificador dependerán de los precios indirectamente por ser función de los niveles de satisfacción individuales u_i que dependen de las asignaciones de bienes y servicios x^i, que a su vez son función de los precios q al consumidor. Se llega así a una expresión como la siguiente,

(2.3) $$b(q) = B\{u_1[x^1(q)],\ldots,u_m[x^m(q)]\}.$$

3. Imposición óptima y eficiencia en el modelo de Diamond y Mirrlees: propiedades del plan óptimo.

Para analizar las propiedades del óptimo de bienestar, al igual que Diamond y Mirrlees utilizaremos el Teorema de Kuhn y Tucker. Como es bien sabido, dicho teorema extiende el método de los multiplicadores de Lagrange para el análisis de problemas de optimización sujeta a restricciones usual al caso en que las restricciones adoptan la forma de desigualdades. El Lagrangeano para el problema de planificación óptima es

$$(3.1) \qquad L(q,v;p) = b(q) + p.[w + g(v) - x^1(q) - \ldots - x^m(q)]$$

donde el argumento **v** de la función vectorial **g(.)** representa la lista de niveles de operación de los distintos procesos productivos. De tal modo el conjunto de posibilidades de producción resulta definido como por la relación

$$(3.2) \qquad Y = \{ y \text{ en } R^n \mid y \leq g(v) \; ; \; v \geq 0 \}.$$

Por los supuestos enunciados anteriormente, dicha función **g(.)** será homogénea de grado uno y cóncava; **g(v)** ha de interpretarse como la lista de productos netos obtenidos con los niveles de operación de procesos **v**. Como quedara dicho, el vector **p** de multiplicadores de Lagrange representa la lista de los precios implícitos o precios sombra de los bienes y servicios.

En general la función de bienestar será una función sumamente compleja de los precios, y no hay motivo para esperar que se trate de una función concava. Por ello no es posible utilizar el teorema de Kuhn y Tucker en su formulación global; sólo podremos utilizar su versión diferencial, y en consecuencia, si bien tendemos acceso a condiciones necesarias que deberá cumplir un óptimo, no hay seguridad de que estas condiciones también sean suficientes. Calculando las derivadas de la función de Lagrange a fin de obtener las condiciones para un punto de cuasi-ensilladura, resulta

$$(3.3) \qquad \begin{aligned} dL/dq &= db/dq - p.[dx^1/dq + \ldots + dx^m/dq] \leq 0 \qquad && [\, q \geq 0 \,] \\ dL/dv &= p.dg/dv \leq 0 && [\, v \geq 0 \,] \end{aligned}$$

para las variables del problema original. Se ha indicado en cada caso entre paréntesis la variable que junto con la derivada debe cumplir con las condiciones de holgura complementaria. La derivada con respecto a los precios implícitos **p** nos vuelve a proporcionar las condiciones de balance de mercado incluídas en el planteo del problema en (2.1), que no repetiremos en este lugar.

Observando estas relaciones, es posible notar que las condiciones sobre la producción son similares a las condiciones de maximización de beneficios. En efecto, si para un vector de precios no negativo ni nulo **p** calculamos la solución al problema de maximizar **p.g(v)** llegaremos a exactamente las mismas condiciones marginales. En consecuencia, como la función **g(.)** es cóncava debido a nuestro supuesto sobre la tecnología, sabemos que las condiciones antedichas son no sólo necesarias sino también suficientes para un máximo de beneficios; se deja como ejercicio para el lector el demostrar que dichos beneficios máximos necesariamente deben ser nulos, consecuencia usual del supuesto de rendimientos constantes a escala.

Sin embargo las condiciones para un punto de cuasi-ensilladura sólo requieren que el vector de precios sea no-negativo; nada garantiza que el vector no sea nulo, en cuyo caso todos los planes de producción maximizarían. Es necesario por lo tanto estudiar en qué casos se puede excluir una solución como la antedicha. Es un teorema demostrado por Diamond y Mirrlees el que nos asegura que, bajo ciertas condiciones, el óptimo tributario corresponde a una solución eficiente del punto de vista productivo. En otras palabras, bajo las condiciones de dicho teorema el sistema económico producirá eficientemente, aunque es muy posible que no nos hallemos frente a un óptimo de Pareto por no ser iguales entre sí los precios con que se enfrentan distintos agentes. En general, a los consumidores corresponderán precios distintos que a los productores.

Para descubrir bajo qué condiciones el óptimo no está en el interior del conjunto de posibilidades de producción sino en su frontera, obsérvese a la derivada de la función de Lagrange con respecto a los precios al consumo. La observación más inmediata que puede hacerse es notar que el bienestar marginal no debe exceder una expresión que contiene como factores a los precios **p**; si este vector fuera nulo, la primera condición de óptimo en (3.3) nos indica que las derivadas de la función de bienestar **b(.)** con respecto a los precios **q** no pueden ser positivas. Está claro por lo tanto que si la función **b(.)** es tal que alguna de sus derivadas siempre es positiva, entonces necesariamente habrán de tenerse precios de producción distintos de cero para algún bien, y el plan de producción óptimo será eficiente desde el punto de vista de la producción. Pero ésto no agota las posibilidades de la condición bajo estudio. Teniendo en cuenta las condiciones de holgura complementaria, es sabido que si un bien tiene un precio al consumidor positivo, la derivada del Lagrangeano correspondiente debe ser nula. Nuevamente supóngase que todos los precios $\mathbf{p}_j$ son nulos. Si uno de los precios al consumidor $\mathbf{q}_j$ es positivo, se deduce entonces de la anulación de la derivada del Lagrangeano la anulación de la derivada $\mathbf{db/dq}_j$ de la función de bienestar. Por ello, también se cumple la condición de eficiencia productiva en el caso en que exista algún bien que no sea libre en el óptimo para el que dicha derivada es distinta de cero, y por ende negativa.

A continuación investigaremos bajo qué condiciones alguna de las derivadas de la función de bienestar con respecto a un precio no se anula. Para ello tomemos el caso, expresado en la fórmula (2.3), en que el planificador respeta las preferencias de los individuos, de modo que el bienestar es función de las utilidades de los consumidores, que dependen de las cantidades demandadas, que a su vez son funciones de los precios. Por la regla de derivada de función de función se tiene

(3.4) $$db/dq = dB/du_1\, du_1/dx^1\, dx^1/dq + \ldots + dB/du_m\, du_m/dx^m\, dx^m/dq$$

Aquí las derivadas $\mathbf{dB/du}_i$ son las ponderaciones que la sociedad da en el margen al consumo del individuo i-ésimo. Las matrices de derivadas $\mathbf{dx}^i\mathbf{/dq}$ son las matrices de los efectos que tienen los cambios en los precios sobre las cantidades demandadas por los individuos. Finalmente, las derivadas $\mathbf{du}_i\mathbf{/dx}^i$ representan las utilidades marginales de los consumidores individuales. Ahora bien, se supone que los individuos maximizan su utilidad dados los precios de consumo, sujeto a sus restricciones de presupuesto. El problema del individuo **i** consiste en

$$\text{(3.5)} \qquad \begin{array}{ll} \text{maximizar} & u_i(x^i) \\ \text{sujeto a} & q.x^i \leq q.w^i \end{array}$$

siendo $\mathbf{w}^i$ la lista de sus dotaciones iniciales de bienes y servicios, proporcionando las funciones de demanda $x^i(\mathbf{q})$. Estas deben cumplir con las condiciones marginales

$$\text{(3.6)} \qquad du_i/dx^i = s_i.q,$$

es decir, las utilidades marginales son proporcionales a los precios, siendo s_i el correspondiente multiplicador de Lagrange. También, si las preferencias individuales son monótonas, deben cumplir con la condición que el ingreso es gastado en su totalidad,

$$\text{(3.7)} \qquad q \,.\, x^i(q) = q \,.\, w^i .$$

Calculando la derivada con respecto a **q** de esta última identidad se obtiene

$$\text{(3.8)} \qquad q \,.\, dx^i/dq + x^i = w^i$$

idénticamente en los precios **q**, mientras que la derivada de la utilidad con respecto a los mismos precios es

$$\text{(3.9)} \qquad du_i/dx^i \; dx^i/dq = s_i \; q.dx^i/dq.$$

Sustituyendo la ecuación (3.8) en esta última se obtiene

$$\text{(3.10)} \qquad du_i/dx^i \; dx^i/dq = s_i \; (w^i - x^i)$$

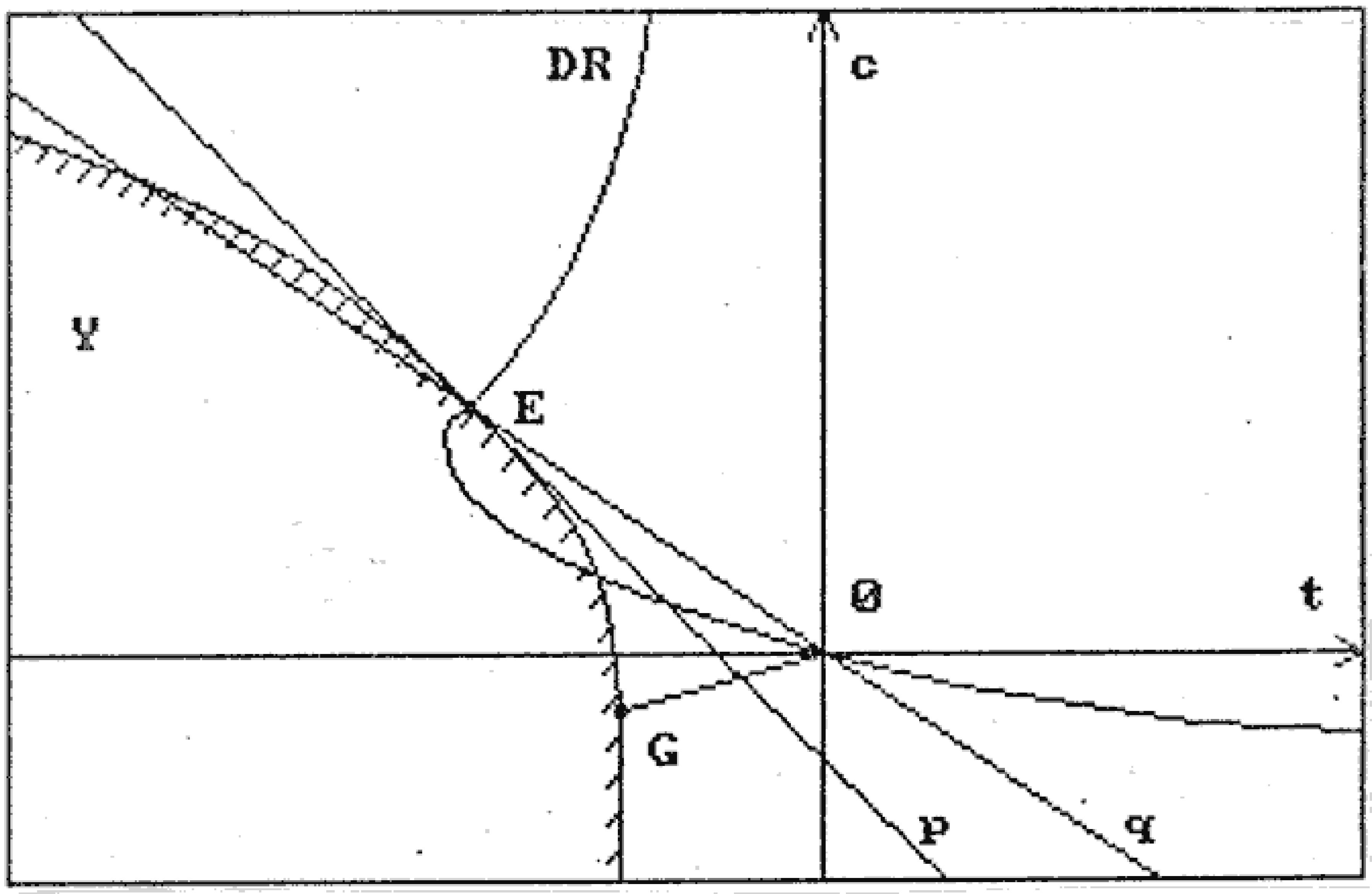
donde la expresión entre paréntesis representa la oferta excedente del consumidor **i**-ésimo. Reemplazando en la expresión (3.4) para la derivada de la función de bienestar se obtiene finalmente

$$\text{(3.11)} \qquad db/dq = - [dB/du_1 \; s_1 \; (x^1-w^1) + \ldots + dB/du_m \; s_m \; (x^m-w^m)].$$

Puede observarse que la derivada de la función de bienestar es una suma ponderada de las demandas excedentes de los individuos con el signo cambiado.

Las ponderaciones a que están sujetas las demandas excedentes están dadas por las ponderaciones de bienestar multiplicadas por la utilidad marginal del ingreso de cada individuo. Es inmediato que una condición suficiente para que se verifique el teorema es que exista al menos un bien --cualquiera sea el sistema de precios al consumidor vigente-- que nadie demande y que al menos un consumidor ofrezca, o por el contrario que exista un bien que nadie ofrezca y por lo menos alguien demande. Con ello la expresión entre corchetes en la ecuación (3.11) no se anulará, y por lo tanto tampoco se anulará el bienestar marginal. Consecuentemente se deberá tener un sistema de precios no nulo.

Figura 3.1



El teorema de Diamond y Mirrlees ha sido graficado en la figura 3.1. El eje vertical mide pan --típico bien de consumo-- y el horizontal ocio --equivalente a trabajo negativo--. La demada fija del sector público de bienes y servicios esta dadá por el vector que emana del origen **O** hacia el sudoeste y termina en **G**. El punto **G** es el origen del conjunto de posibilidades de producción **Y**, así desplazado para medir las cantidades netas producidas disponible para los consumidores. Se ha representado la curva de demanda recíproca, es decir el lugar de combinaciones de demandas excedentes de los dos bienes para cada precio relativo de los mismos. Dada una línea de precios como **q** que pase por el origen, es posible determinar dichas demandas excedentes. Aunque no se dan las condiciones del teorema, pues hay un precio al que se anulan ambas demandas excedentes, el punto óptimo correspondiente a las curvas de indiferencia sociales representadas es el punto **E** en la frontera de producción. La línea de precios **p** es tangente al conjunto de posibilidades de producción en **E** y representa los precios al productor, quien maximiza sus beneficios. El total de pan producido se reparte entre la demanda fija del estado y la demanda de los consumidores. El total de trabajo realizado por los consumidores se reparte entre la demanda fija del gobierno y el insumo por parte de los productores.

Debe notarse especialmente la relación entre las pendientes de las dos líneas de precios; como no coinciden no estamos en presencia de un óptimo de Pareto, como es posible ver también por el hecho de que las curvas de indiferencia sociales, como son tangentes a la línea de precios al consumidor **q**, no son tangentes al conjunto de posibilidades de producción en **E**. Puede decirse que la pérdida en eficiencia global del sistema es el costo de respetar las tenencias iniciales de los consumidores.

A partir de las pendientes mencionadas es posible determinar un sistema tributario que implemente al óptimo social. Decimos "un" sistema y no "el" sistema porque sólo son relevantes los precios relativos para el productor por un lado y los precios relativos con que se enfrentan los consumidores por el otro, pudiendo ser fijados independientemente los dos niveles correspondientes, con una estructura impositiva diferente en cada caso. Sea q^* el precio del pan en horas de trabajo para el consumidor, y sea p^* el precio del pan para el productor, también medido en términos de trabajo. En el gráfico los consumidores deben entregar más trabajo que el que recibe el productor por la misma cantidad de pan, de modo que el pan es relativamente más caro para los consumidores que para el productor, siendo $q^* > p^*$. Si tomamos por ejemplo el trabajo ofrecido por los consumidores como numerâire, podemos fijar este precio en la unidad, de modo que $q_t = 1$. El precio del pan será para los consumidores igual a $q_c = q^*.1 = q^*$. Si el precio del trabajo para el productor se fija ahora arbitrariamente en k unidades de trabajo del consumidor, tendremos $p_t = k$, mientras que $p_c = p^*.k$.

Es posible ahora jugar con el parámetro k a fin de fijar el impuesto. Si $k=1$, como $q^* > p^*$ habrá un impuesto a las ventas de pan de $q^* - p^*$ por unidad, es decir, por la diferencia entre lo que paga el consumidor y lo que percibe el productor. Similarmente, si no se desea imponer tasa alguna sobre la compraventa de pan, se puede elegir k de tal modo que se igualen los dos precios del pan. El valor de k que produce este resultado es $k = q^*/p^*$, de modo que ahora será $p_c = q^*$, $p_t = q^*/p^*$, con $q_c = q^*$, $q_t = 1$ igual que antes. Es ahora el trabajo el que debe cargar con el impuesto, ya que el productor paga más de lo que percibe el consumidor. La tasa del impuesto es la diferencia $p_t - q_t = q^*/p^* - 1$ entre los dos precios. Por supuesto otras posibilidades existen, si se permiten impuestos sobre los dos bienes, o incluso un subsidio sobre uno de ellos. Se deja al lector la tarea de determinar cuál de los dos puede recibir un subsidio, o si es posible subsidiar a ambos. La fórmula es $q^* - p^*.k$ para el impuesto al pan y $k-1$ para el impuesto al trabajo, debiendo considerarse los impuestos como subsidios si son negativos.

Veamos si las cuentas de los distintos agentes cierran como es debido. El caso más sencillo es el de los consumidores si evaluamos todas las cuentas en los precios que éstos enfrentan, reflejando el hecho de que su línea de precios pasa por el origen. Su ingreso es $q_t.E_t = E_t$, es decir el total de trabajo realizado al precio unitario por tratarse del numerâire. Su gasto es $E_c.q^*=E_t$, igual a su ingreso.

Si el costo del trabajo para los productores también es 1, significa que utilizan E_t-G_t unidades por un costo total de $1.(E_t-G_t)$. La venta de pan asciende a E_c+G_c unidades, al precio de p^*, dando un ingreso por ventas de $p^*.(E_c+G_c)$. El beneficio del sector productivo es confiscado întegramente y asciende a la diferencia entre ingresos y gastos, es decir $p^*.(E_c+G_c)-(E_t-G_t)$.

Finalmente si definimos la tasa del impuesto por unidad de pan como $h=q_c-p_c=q^*-p^*$, el gobierno recibe $h.(E_c+G_c)$ por impuesto a las ventas más $p^*.G_c+G_t-h.E_c$ por impuesto a los beficios, recaudación que le permite adquirir las G_t unidades de trabajo al precio $q_t=1$ y las G_c unidades de pan al precio $q_c=q^*$ que necesita. Todo esto surge de la tabla 3.1 con la contabilidad del sistema, donde cada lînea corresponde a una clase de transacción. Obsérvese que cada cuenta queda finalmente saldada.

Consumidores I	Consumidores G	Productores I	Productores G	Gobierno I	Gobierno G	Transacción
E_t			E_t-G_t		G_t	vta.de trabajo
	q^*E_c	$p^*(E_c+G_c)$		$h(E_c+G_c)$	q^*G_c	vta.de pan
			$p^*E_c-E_t+$ $p^*G_c+G_t$	$p^*G_c+G_t-$ $-hE_c$		impuesto a los beneficios

Tabla 3.1

NOTA: I significa ingreso del sector, G es el gasto del sector.

4. Bienes públicos.

De acuerdo con la definición de Samuelson, bienes públicos puros son aquellos cuyo consumo por parte de algun individuo del sistema no excluye a los demás de la posibilidad de consumirlo. Se contraponen a los bienes privados. El consumo de un bien privado es excluyente, en el sentido de que si alguien lo utiliza nadie más puede hacerlo.

Ejemplo de bien privado es el pan. El pedazo disfrutado por un consumidor imposibilita a otro dicho placer. Ejemplos de bienes públicos son plazas, gastos en defensa nacional, adiministración de la justicia, transmisión de programas radiales o de televisión. Si un parque es utilizado por alguien, no por ello excluye a los demás -- dentro de ciertos límites, por supuesto--. Más claro es el caso de la televisión, ya que si alguien sintoniza una transmisión determinada, también lo puede hacer cualquiera que encienda su receptor de televisión al mismo tiempo.

Samuelson [1954] presenta el primer análisis riguroso del tema en su artículo pionero en el **Review of Economics and Statistics**, sobre la teoria pura del gasto público. A continuación adaptaremos su análisis al modelo que hemos estado analizando en las secciones anteriores.

Suponemos que existen **m** individuos que designaremos con el índice **i** con preferencias definidas en un conjunto de posibilidades de consumo convexo, acotado inferiormente, que por comodidad en la exposición suponemos coincide con el octante no-negativo del espacio de bienes y servicios. Interpretamos los primeros **n** bienes como bienes privados, y los otros **k** bienes como públicos. Para simplificar, en esta sección no hay bienes que participan de ambas características, sólo las dos clases polares de bienes. Como siempre, el conjunto de posibilidades de consumo es convexo , cerrado y acotado inferiormente. También las preferencias cumplen con las condiciones usuales de ser completas, reflexivas y transitivas --son una relación binaria de orden--

, cumpliendo además con las condiciones de continuidad, convexidad y monotonía. Son por lo tanto representables por medio de una función real de utilidad $u_i(.)$; su valor $u_i(x^i,z)$ es el nivel de utilidad alcanzado por el consumidor i gracias a su vector de consumo de bienes privados x^i y el vector de consumo de bienes públicos **z**. Nótese que aquí tampoco, a fines de simplificar la notación, hacemos distinciones entre los consumos de bienes públicos de distintos grupos. Esto es posible si se permite que algunos bienes, aunque incluídos en la lista, no entren efectivamente en las preferencias, de modo que la utilidad marginal es nula con respecto a los mismos.

Manteniendo el supuesto sobre las posibilidades de producción hecho hasta el presente, es decir que el conjunto de posibilidades de producción es convexo y cerrado, y que no es posible producir algo sin insumos, el problema para nuestro planificador benevolente con poderes absolutos de confiscación -- es decir, si no hay restricciones sobre las posibilidades de confiscación por parte del Estado impuestas por la constitución-- consistirá en

$$
\begin{array}{lll}
 & \text{maximizar} & b[u_1(x^1,z),\dots,u_m(x^m,z)] \\
 & \text{sujeto a} & x^1 + \dots + x^m \leq w + y^p \\
(4.1) & & z \leq y^g \\
 & & (x^i,z) \text{ en } X^i \\
 & & (y^p,y^g) \text{ en } Y
\end{array}
$$

Nótese la similitud con el problema anterior; la diferencia esencial radica en la presencia del vector **z** en todas las funciones individuales de utilidad y en los conjuntos de posibilidades de producción y de consumo. Este último ahora presenta elementos que tienen dos clases de coordenadas, las correspondientes a los bienes privados más las correspondientes a los bienes públicos. Nótese también que se ha optado por distinguir en el planteo de este problema entre consumo y producción de bienes públicos. Si las preferencias son monótonas, es posible reemplazar y^g por **z**, con el consiguiente ahorro de variables. Sin embargo hemos preferido mantener la distinción a fin de facilitar la obtención de los precios sombra --multiplicadores de Lagrange-- asociados con la restricción que requiere que el consumo de dichos bienes no exceda de su producción.

A fin de arribar a las condiciones necesarias para el óptimo por medio del método de Lagrange y así poder aplicar el teorema de Kuhn y Tucker, es conveniente representar la restricción de producción por medio de la función que define a la frontera del conjunto de posibilidades de producción en forma implícita y que designaremos con **f(.,.)**. Debido a los supuestos realizados dicha función es cóncava, y nos permite reemplazar la restricción sobre los planes netos de producción por la restricción equivalente $f(y^p,y^g) \geq 0$. A fin de concentrar nuestra atención en lo esencial, reemplazaremos la condición de factibilidad de los planes de consumo por la más sencilla de que tanto los x^i como **z** son no-negativos.

Formando el Lagrangeano de la manera usual se obtiene la expresión

$$L(X,z,y;p,q,r) = b + p.(w+y^p-x^1-...-x^m) + q.(y^g-z) + r.f \tag{4.2}$$

en la que se han omitido los argumentos de las funciones **b** y **f**. Para obtener las condiciones necesarias para el óptimo calculamos las derivadas

$$\begin{array}{llll}
 & dL/dx^i = db/du_i\ du_i/dx^i - p & \leq 0 & [\ x^i \geq 0\ ] \\
 & dL/dz = db/du_1\ du_1/dx^1 + ... + db/du_m\ du_m/dx^m - q & \leq 0 & [\ z \geq 0\ ] \\
 & dL/dy^p = p - r\ df/dy^p & \leq 0 & [\ y^p \geq 0\ ] \\
(4.3) & dL/dy^g = q - r\ df/dy^g & \leq 0 & [\ y^g \geq 0\ ] \\
 & dL/dp = w+y^p-x^1-...-x^m & \geq 0 & [\ p \geq 0\ ] \\
 & dL/dq = y^g - z & \geq 0 & [\ q \geq 0\ ] \\
 & dL/dr = f & \geq 0 & [\ r \geq 0\ ]
\end{array}$$

donde se ha indicado en cada caso entre paréntesis la variable que junto con la derivada debe cumplir con las condiciones de holgura complementaria.

Suponiendo un punto de cuasi-ensilladura interior a fin de simplificar el análisis que continúa, tendremos que todas las inecuaciones precedentes se cumplirán con igualdad. De la anulación de la derivada del Lagrangeano con repecto a los precios de los bienes privados **p** se deducen las condiciones marginales usuales. Entre ellas se encuentran las relaciones

$$\text{(4.4)} \qquad \frac{db/du_i \; du_i/dx_j^i}{db/du_i \; du_i/dx_h^i} = \frac{p_j}{p_h}$$

que indican que para un individuo en particular las utilidades marginales de los bienes son proporcionales a los precios. Nótese que la ponderación que el individuo **i** tiene en la función de bienestar se cancela en esta expresión. Como consecuencia de esta relación, obviamente las tasas marginales de sustitución entre bienes privados de dos individuos cualesquiera son iguales.

La derivada con repecto a los niveles de producción de bienes privados proporciona una relación semejante entre los precios y las derivadas de la función f que está dada por la expresión

$$\text{(4.5)} \qquad \frac{p_j}{p_h} = \frac{df/dy_j^p}{df/dy_h^p}$$

que indica que también la tasa marginal de transformación de bienes privados iguala la tasa marginal de sustitución correspondiente a los consumidores.

De la derivada con respecto a la producción de bienes públicos se obtiene una expresión similar entre los precios respectivos y las derivadas de la función f, es decir,

$$\text{(4.6)} \qquad \frac{q_j}{q_h} = \frac{df/dy_j^g}{df/dy_h^g}$$

En cambio si consideramos la derivada con respecto al consumo de bienes públicos hallaremos una diferencia considerable. De la anulación de la derivada correspondiente se deduce la fórmula

$$(4.7) \qquad \frac{q_j}{q_h} = \frac{db/du_1\, du_1/dx_j^1 + \ldots + db/du_m\, du_m/dx_j^m}{db/du_1\, du_1/dx_h^1 + \ldots + db/du_m\, du_m/dx_h^m}$$

Aquí la utilidad marginal ya no es la individual, sino un promedio ponderado de las utilidades individuales, donde la ponderación de cada individuo coincide con la ponderación que le asigna la función de bienestar social.

Fue también Samuelson [1955] quien diera una exposición gráfica de este problema en otro artículo en el **Review of Economics and Statistics,** sobre una exposición diagramática de una teoría del gasto público. Remitimos al lector interesado a dicha publicación.

Puede verse que existe una interesante dualidad entre precios y cantidades de bienes privados por un lado y cantidades y precios de bienes públicos por el otro. En el caso de bienes privados, como su consumo los agota, la restricción impuesta por el mercado es que la suma de las cantidades consumidas debe igualar al total distribuído, mientras que la valuación que se les asigna por medio de los precios es la misma para todos los consumidores. Por el contrario en el caso de los bienes públicos, la cantidad consumida es la misma para cada uno de los consumidores, por el hecho de que el consumo por parte de uno no afecta las posibilidades de consumir el mismo bien que tiene otro individuo, mientras que la valuación social del bien esta dada por la suma de las valuaciones individuales.

Resumiendo, las cantidades de bienes privados y los precios de los públicos se suman, mientras que las cantidades de bienes públicos y los precios de los privados se igualan entre los distintos individuos.

La pregunta que surge sobre el comportamiento de un sistema como el supuesto es si es posible descentralizarlo por medio de un sistema de precios como en los casos anteriores.

El economista Lindahl [1919] propuso una economía donde el sector de bienes públicos produce los mismos en base a recursos que recibe en concepto de impuestos. Estos surgen en base a negociaciones entre los integrantes de la comunidad. Puede decirse que en dicho caso los individuos fijan sus propios impuestos; esta interpretación está en la base de la teoría tributaria denominada teoría del beneficio. El caso más simple en que los bienes son o bien bienes públicos o bien privados, ambos en su definición más pura, ha sido analizado ampliamente por dicho autor y otros, como ser Bowen [1948], Musgrave [1959], Samuelson, ya mencionado, y Buchanan [1967].

Foley [1970] demostró la existencia de un equilibrio de Lindahl. Para ello introdujo la ficción de que los bienes públicos, en vez de ser consumidos directamente, son insumos a su vez de procesos especiales de producción de bienes privados de consumo. La función de producción para estos procesos artificiales es muy especial; el insumo de una unidad de un bien público produce una unidad del mismo bien para cada consumidor, identificada con el mismo. Cada individuo podrá entonces consumir la cantidad que desee del bien público propio, y sera la función del sistema de precios el compatibilizar los distintos planes. Paralelamente a estos procesos introducimos el concepto de precio privado de un bien público, que es la valuación que el individuo asigna a "su" bien público.

En términos de nuestro ejemplo de las plazas, puede interpretarse que en vez de una plaza de uso común existe producción conjunta de **m** plazas, una para cada consumidor, en proporciones fijas. El sistema sólo puede producir la misma cantidad de "plazas para 1", "plazas para 2", etc.

La solución propuesta por Lindahl puede entonces ser planteada como si se tratara de una solución de equilibrio competitivo imaginario.

La manera en que Foley imagina la transformación de la economía con bienes públicos en la equivalente en que todos los bienes son privados puede aclararse con un ejemplo. Si en la economía original se transmiten programas de televisión, todos tendrán acceso a los mismos. Equivalentemente, puede decirse que existe una recepción de programas por parte de cada individuo, que puede ser considerada distinta para cada uno con sólo llamarla por otro nombre. La tecnología de la producción de tales programas exige que si se lo produce para uno se lo produce para todos.

Foley no sólo demuestra la existencia del equilibrio, sino también que un equilibrio competitivo es un óptimo de Pareto.

El problema implícito en estos ejercicios es que supone que los individuos actúan como si no tuvieran influencia en los precios. Por ejemplo, ante una recolección de fondos para la construcción de una plaza es probable que algunos individuos no den nada, ocultando sus preferencias por la construcción de la misma, especulando con que si hay suficientes interesados de todos modos se la construirá gracias a los aportes de otros, y por ser un bien público tendrán entonces acceso a la misma a un costo personal menor. En inglés se denomina este fenómeno como el "free rider problem", y fué discutido y en parte resuelto por Groves y Ledyard [1977].

5. Política tributaria progresiva óptima: el modelo.

En esta sección se analizará cómo se determina una estructura impositiva óptima, en la presencia de bienes públicos y externalidades en el consumo. Gran parte del análisis ya ha sido presentado en artículos anteriores del autor (Mantel [1970, 1975, 1978, 1983]), por lo que a continuación se hará una exposición más sencilla del modelo.

En la sección anterior se ha analizado el caso en que las preferencias de los consumidores no son independientes del consumo de los demás agentes del sistema económico debido a la presencia de bienes públicos. Allí se han considerado tanto los bienes públicos como los privados en un sentido puro; los primeros no quedan afectados por el consumo, de manera que quedan intactos para que los puedan disfrutar todos por igual, mientras que los segundos sólo pueden ser consumidos por quien los posea, sin afectar para nada las posibilidades de consumo o preferencias de los demás.

En la sección presente se analizará el caso intermedio, más usual. En la práctica pocos bienes quedan intactos después de su consumo por alguien --por ejemplo las plazas se congestionan-- aunque tampoco hay muchos cuyo consumo no afecte a los demás --por ejemplo una persona envidiosa puede sentirse molesta por cualquier consumo del vecino, especialmente si excede al propio--.

La formulación más general no es más complicada que la anterior. Hay **m+1** individuos; el planificador será designado con **i=0** y los **m** consumidores con **i=1,...,m**. Estos agentes intercambian **n** bienes y servicios en el mercado. La lista de demandas excedentes del agente i-ésimo es x^i, un punto de su conjunto de consumo X^i. Este es un subconjunto convexo, cerrado y acotado inferiormente del espacio de bienes de **n** dimensiones. Consistentes con nuestro análisis anterior, supondremos que los elementos de cada uno de estos conjuntos de consumo representan las demandas netas de los agentes, quienes pueden complementar su intervención en el mercado por medio de producción doméstica si es necesario.

La matriz

$$X = (x^o, x^1, \ldots, x^m)$$

es una lista de listas de demanda, es decir, una matriz de asignación (de bienes y servicios a los consumidores).

Nos interesa detallar de qué manera las preferencias de los individuos se hallan afectadas por las acciones del gobierno y de los demás individuos. En general, el consumidor **i**-ésimo tiene preferencias sobre las cantidades de bienes y servicios que puede consumir, dada la actividad de los demás agentes de la economía, trátese de los demás consumidores como del gobierno. En otras palabras, los datos para el consumidor **i**-ésimo están dados por

$$X^{)i(} = (x^{o},x^{1},\ldots,x^{i-1},x^{i+1},\ldots,x^{m}),$$

asignación que excluye a las cantidades correspondientes al mismo individuo.

Las preferencias en el consumo, para un comportamiento dado de los demás agentes, cumplen con las propiedades habituales. Estas preferencias pueden por lo tanto ser representadas por medio de una función de utilidad. Sabemos que esta función puede ser sometida a transformaciones monótonas sin que por ello se modifiquen las preferencias por ella representadas.

Utilizamos la técnica de Meade y Rader para ignorar al sector productivo de la economía a cargo de la actividad privada; en otras palabras contabilizaremos dichas actividades productivas como producción doméstica. Sin embargo, siguiendo a Diamond y Mirrlees consideraremos explícitamente la producción del sector público.

También basaremos nuestra selección de un plan óptimo en base a una función de bienestar **b(X)** cuyo nivel depende de la asignación **X**.

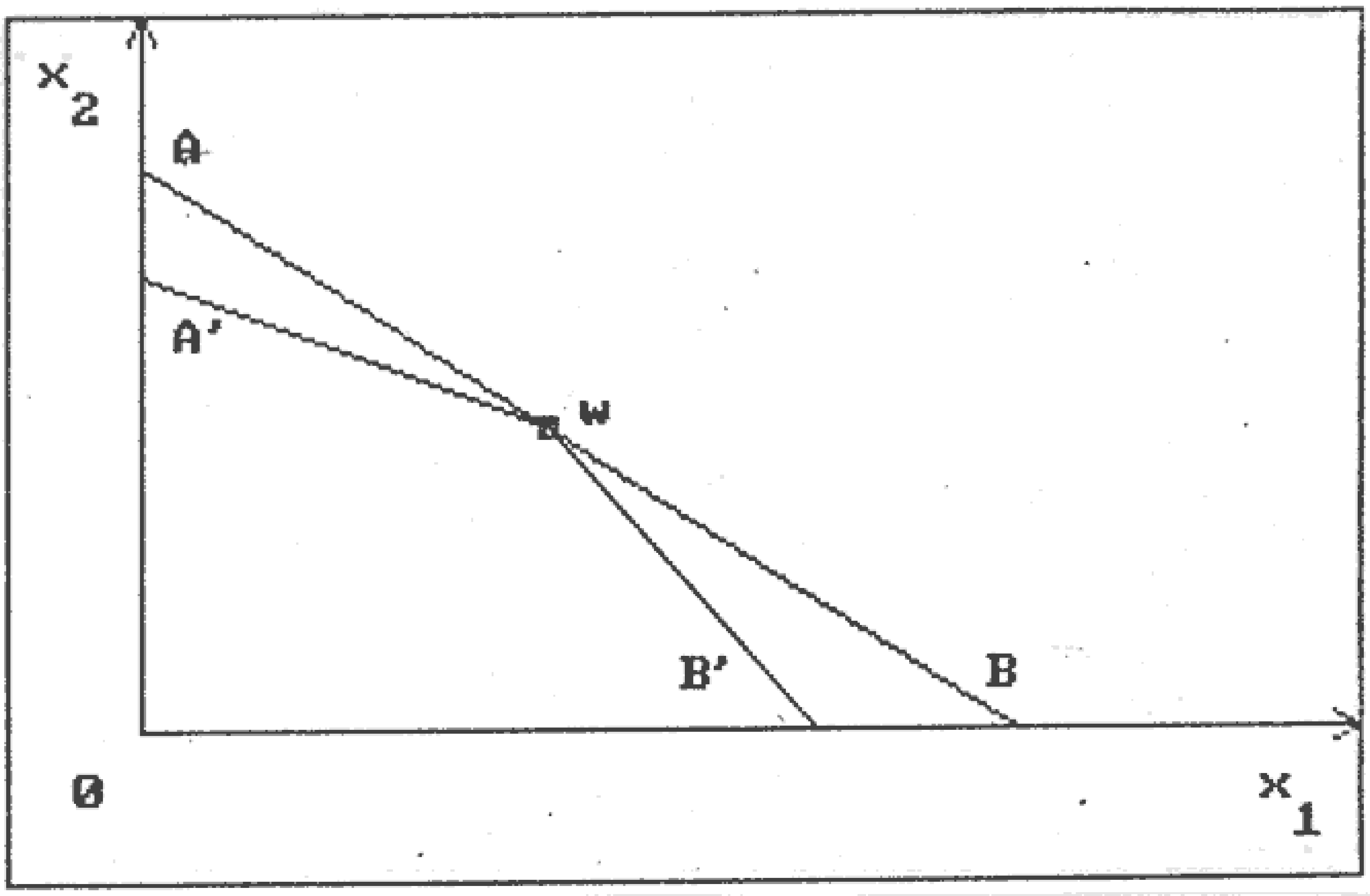
La función de bienestar puede o no respetar las preferencias de los individuos. En el primero de estos casos, será del tipo Bergson-Samuelson; si ello es así también supondremos que es Paretiana, es decir, monótona creciente con respecto a vectores de consumo preferidos por los consumidores. Explicitando su estructura se puede escribir entonces

$$b(X) = b[u_{o}(X),\ldots,u_{m}(X)]. \tag{5.1}$$

Justificaciones para tal tipo de objetivo para el planificador pueden hallarse en los trabajos de van Eijk y Sandee [1959] y Bergson [1976].

Estudiaremos las posibilidades de imposición del gobierno. Este consume las cantidades de bienes y servicios indicadas por el vector x^o, cobrando impuestos a las compras o a las ventas efectuadas por los individuos. Gráficamente se describe la situación en la figura 5.1.

Figura 5.1



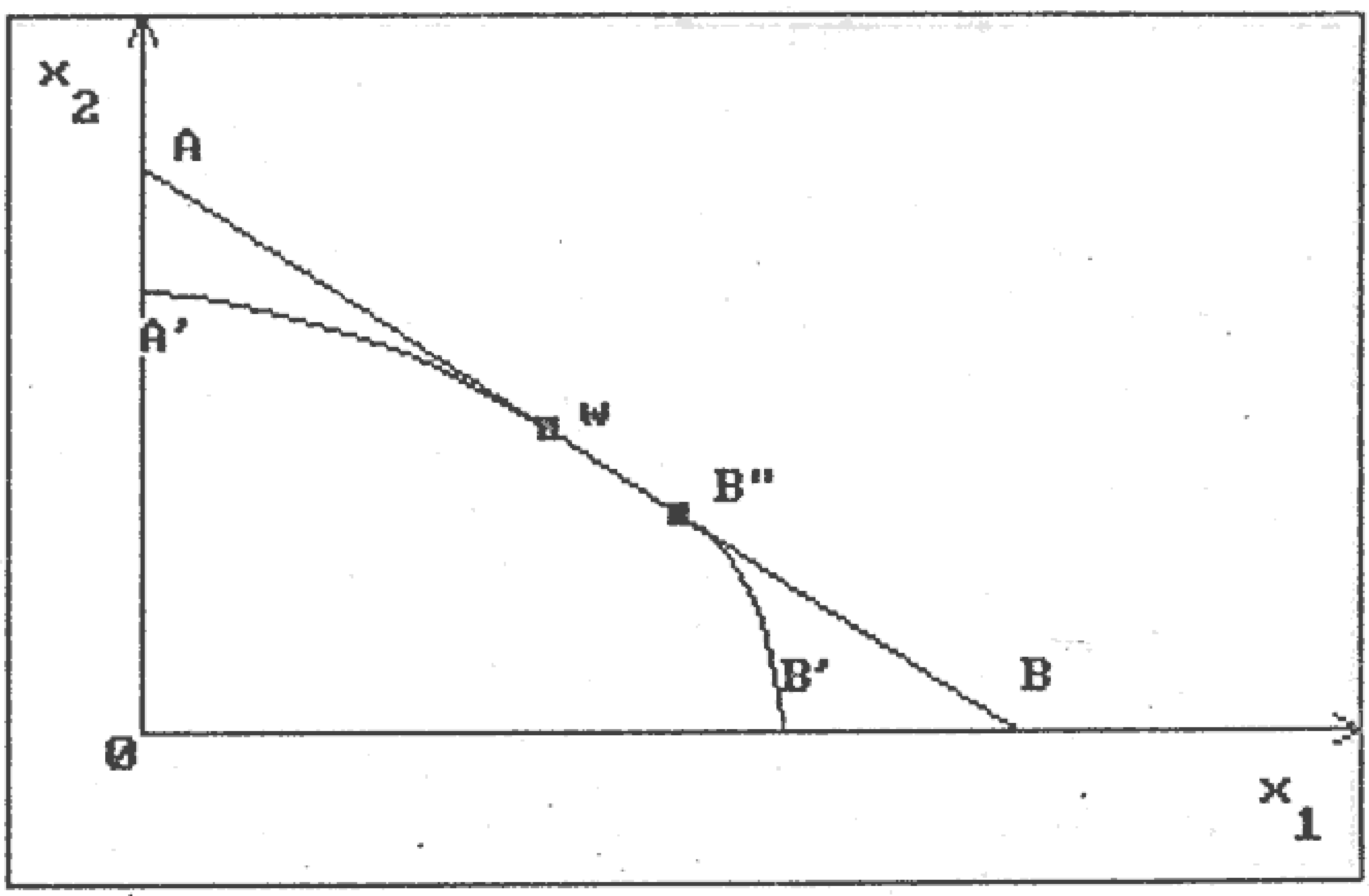
En dicha figura se ha supuesto a un individuo que tiene una dotación inicial de los dos bienes, cuyas cantidades consumidas se expresan con x_1 y x_2, designada con el punto **w**. La línea de presupuesto **AB** indica las alternativas que enfrenta el individuo en un mercado sin distorsiones.

Si hay un impuesto a la compra del bien 1, pero sin afectar al precio de venta, la restricción de presupuesto se quebrará en el punto **w**, de manera tal que ahora en ese tramo las posibilidades de consumo del individuo bajo estudio quedan reducidas a los puntos debajo y a la izquierda del segmento **wB'**. Del mismo modo, un impuesto a la compra del bien 2 reduce el conjunto de posibilidades de consumo aun más, esta vez al segmento **wA'**. Similarmente ocurre con un impuesto a las ventas a uno u otro de los bienes; el efecto en este caso es similar puesto que es necesario vender un bien para adquirir otro.

Es importante apreciar la diferencia con la formulación de Diamond y Mirrlees, quienes suponen tasas impositivas constantes, independientemente de si el individuo es un comprador o un vendedor del bien en cuestión. Ello hace que si un comprador debe pagar un impuesto, el vendedor del mismo bien recibe un subsidio. Por esta razón, el estado sólo percibe el resultado neto, consistente en la tasa del impuesto aplicada a la demanda neta agregada, cuando la mayoría de los impuestos aplicados en la práctica se cobran sobre la demanda neta de cada agente, sin subsidiar a quien se encuentre del otro lado del mercado.

Con los impuestos al ingreso sucede algo similar que con los impuestos a las ventas, debiendo indicarse en los ejes coordenados las ventas de habilidades o servicios de factores que los originan, excepto que en general se aplican fórmulas más complejas en la determinación de su monto. Para impuestos progresivos tendremos la situación representada en la fig 5.2.

Figura 5.2



En dicha figura, **A'wB'** es el conjunto de posibilidades presupuestarias del consumidor. Este conjunto es convexo porque cuanto más vende el consumidor mayor es la tasa del impuesto. El tramo **wB"** puede coincidir con la recta de presupuesto "sin distorsiones" en los casos en que existan exenciones impositivas para niveles bajos de transacciones.

Si existieran tramos con tasas de impuestos decrecientes, el conjunto podría no ser convexo, con partes de su frontera curvada en el sentido opuesto. Esto ocurre cuando los impuestos son regresivos. A continuación supondremos que la estructura impositiva es progresiva, situación que consideramos normal por haber fuertes razones éticas para que la misma prevalezca.

Supondremos que el conjunto de posibilidades presupuestarias es convexo y depende en forma continua de los precios. Si f_i representa el ahorro neto del consumidor obtenido de deducir de su ingreso su gasto en bienes e impuestos, dicho conjunto estará dado por la definición

(5.2) $$B^i(p,a) \equiv \{x^i \text{ en } X^i \mid f_i(p,x^i,a) \geq 0\}$$

donde la ecuación

(5.3) $$f_i(p,x^i,a) = 0$$

define la frontera para un valor determinado de **a**. La interpretación de este último símbolo es que se trata de una lista de parámetros impositivos, que puede incluir tasas impositivas, o tablas para la progresión del impuesto al ingreso, o aranceles.

Analizaremos algunos ejemplos simples a fin de clarificar la forma de la función de ahorro neto $f_i(.)$. El conjunto de posibilidades de consumo sin distorsiones originadas en el sistema tributario está definido por

(5.4) $$f_i(p,x^i,a) = -p.x^i \geq 0$$

de modo que el modelo competitivo sin intervención del planificador esta incluído como caso especial.

Si el individuo debe pagar la suma fija (capitación) a_i en concepto de impuesto, ello da origen a la fórmula

(5.5) $$f_i(p,x^i,a) = - p.x^i - a_i.$$

Este caso cubre la situación en que el planificador tiene poder suficiente como para redistribuir el ingreso arbitrariamente, si no hay alguna restricción sobre la magnitud de las a_i.

Si el cálculo del impuesto consiste en la determinación de montos parciales que dependen únicamente del precio y de la cantidad comerciada de un solo bien, la función **f(.)** es separable. Si ademas cada término es homogéneo de grado uno en el precio del bien correspondiente, dicha función toma la forma

(5.6) $$f_i(p,x^i,a) = p_1.f_1^i(x_1^i,a_1) + \dots + p_n.f_n^i(x_n^i,a_n)$$

donde $p_j.f_j^i$ es el importe que cobra el consumidor **i** por las ventas netas del bien **j** después de descontado el monto del impuesto.

Un caso especial de esta última forma es la que corresponde a un impuesto a las ventas que no es al mismo tiempo un subsidio a las compras. Ejemplos de tales impuestos son en nuestro país los impuestos internos y los impuestos a los ingresos brutos, estos últimos de naturaleza local. Estos impuestos se caracterizan en tasas distintas para intercambios de signo opuesto. Si alguien vende sus servicios como economista tendrá que pagar un impuesto, que no le será devuelto al usuario del servicio en caso en que se trate de un consumidor, como ocurre en el modelo de Diamond y Mirrlees. Si a_j es la tasa ad valorem del impuesto, una venta del individuo **i** corresponde a una cantidad x_j^i negativa. Su valor será $p_j.(-x_j^i)$ y el monto del impuesto será $a_j.p_j.(-x_j^i)$. El ingreso neto para el vendedor por lo tanto asciende a la diferencia, $-(1-a_j).p_j.x_j^i$, que es algebraicamente menor que el ingreso por ventas $-p_j.x_j^i$. En el caso de un comprador, su compra representa un ingreso negativo igual a $-p_j.x_j^i$, que es algebraicamente menor que $-(1-a_j).p_j.x_j^i$. Es inmediato que ambos casos pueden ser resumidos en la definición

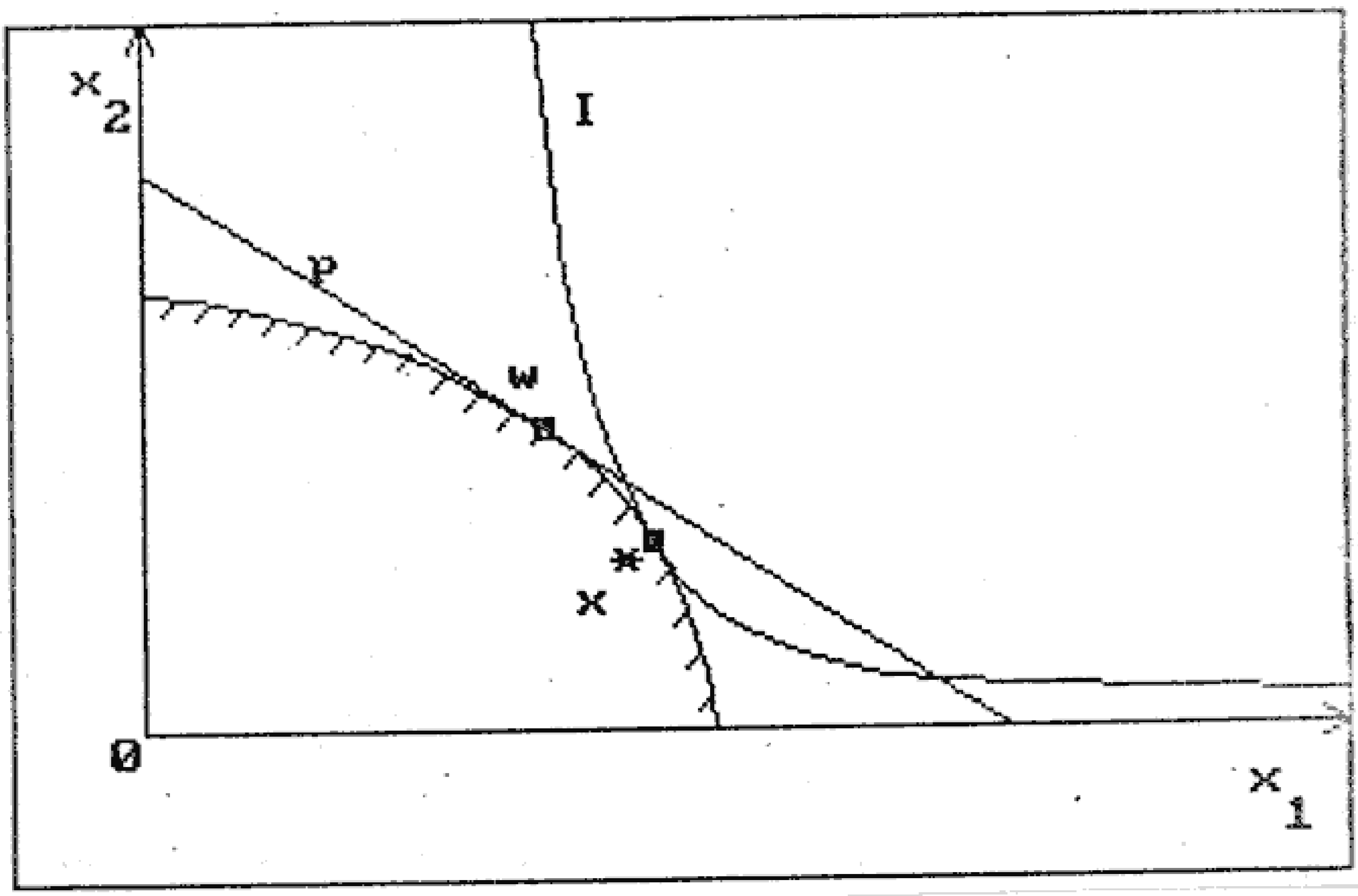
$$(5.7) \qquad f^i_j(p_j, x^i_j, a_j) = p_j.\min\{ - x^i_j, - (1-a_j)\, x^i_j \}$$

que, por ser el mínimo de dos funciones lineales, es una función co'ncava. El ingreso excedente, siendo una suma de funciones co'ncavas, también será una función cóncava en este caso.

Surge claramente de estos ejemplos que el conjunto de posibilidades presupuestarias depende de los precios de mercado, cambiando de forma al variar éstos. También se supondrá que el individuo siempre puede eludir el impuesto, de manera tal que mantener intactas sus dotacioones iniciales de bienes y servicios indicadas con $\mathbf{w}^i$ siempre es una alternativa viable para él. En otras palabras, se supone que el planificador ya ha confiscado todas las tenencias iniciales de los consumidores que le permite confiscar la Constitución.

Conociendo el sistema de precios **p** y la estructura impositiva dada por la lista de parámetros tributarios **a**, cada individuo puede decidir su plan de consumo.

Figura 5.3



En la figura 5.3 se ha representado el punto de contacto, x^*, entre el conjunto de posibilidades presupuestarias y la mejor curva de indiferencia, I, posible para el individuo. Existe una discrepancia entre la tasa marginal de sustitución --la pendiente de la curva de indiferencia I en el punto x^*-- y los precios de mercado --la pendiente de la recta **p** en el punto **w**--. Debe notarse que el individuo tiene la posibilidad de eludir -- no confundir con "evadir", que es ilegal -- el impuesto no participando del mercado.

Formalmente el problema con que se enfrenta el individuo puede plantearse como sigue,

$$
\text{(5.8)} \qquad \begin{array}{ll} \text{maximizar} & u_i(X) \\ \text{sujeto a} & f_i(p, x^i, a_i) \geq 0, \end{array}
$$

donde el máximo se determina con respecto al consumo propio x^i, que es el único conjunto de variables controladas por el consumidor i-ésimo, para precios, sistema tributario y consumos de los demás agentes dados. Para un máximo interior, si las derivadas existen, esto implica que

$$
\text{(5.9)} \qquad du_i/dx^i = s_i . df_i/dx^i
$$

$$
= \text{tasa marginal de sustitución (TMS)},
$$

indicando que las utilidades marginales deben ser proporcionales a los costos marginales de adquisición de los bienes por parte del consumidor. Estos costos marginales dependen no sólo de los precios de mercado sino también del sistema tributario, de la manera definida por la función de ahorro neto f_i.

6. Política tributaria progresiva óptima: propiedades del plan.

Los parámetros que maneja el gobierno son las coordenadas a^i de la lista de niveles de los instrumentos tributarios. Dada una estructura impositiva **a** con una demanda neta del sector público x^o, el sistema llega al equilibrio, cumpliendo con las siguientes condiciones:

1. $x^i = \arg\max \{u_i(X) \mid \text{s.a } f_i(p,x^i,a^i) \geq 0\}$
2. $x^1 + \ldots + x^m \leq - x^o$

Una vez alcanzada la posición de equilibrio se conocerá la asignación competitiva $X(a,x^o)$ y el sistema de precios de competencia $p(a,x^o)$; ambos dependen de los niveles de los instrumentos de política fijados por el planificador, expresados en el par de vectores (a,x^o).

El problema con que se enfrenta el planificador consiste entonces en maximizar $B[X]$, que equivale a

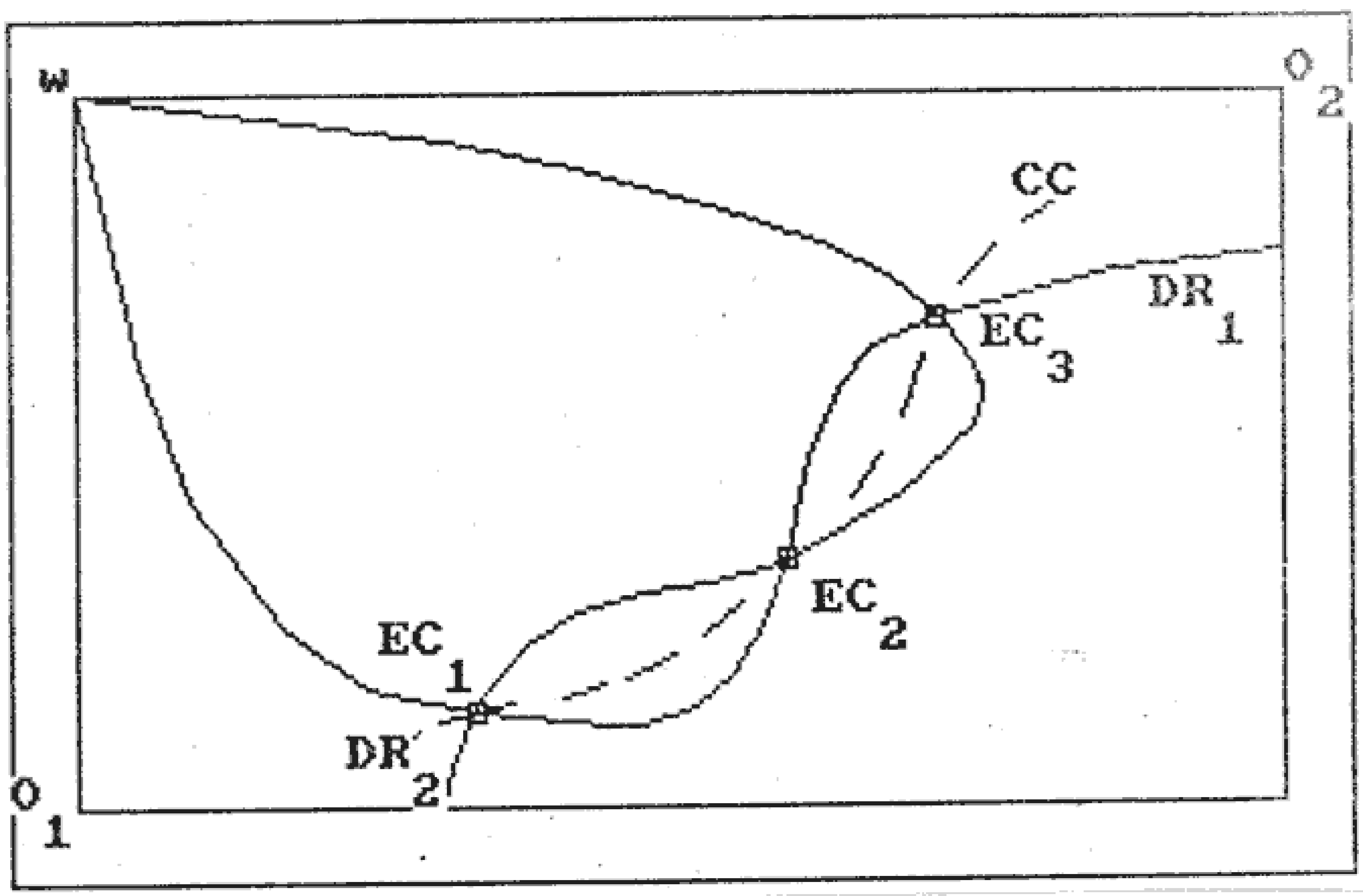
$$\begin{array}{lll} \text{maximizar} & B[X] & \\ \text{sujeto a} & x^o + x^1 + \ldots + x^m & \leq 0 \\ & du_i/dx^i & = - s_i . df_i/dx^i \\ & f_i(p,x^i,a^i) & \geq 0 \end{array} \tag{6.1}$$

donde s_i es la utilidad marginal del ingreso del consumidor i-ésimo. Los últimos dos conjuntos de restricciones describen las limitaciones impuestas sobre las posibilidades de confiscación por la Constitución y el comportamiento de los individuos.

Al describir la situación de óptimo social sin este tipo de restricciones se arribaba a un óptimo de Pareto. En cambio en el caso que nos ocupa ahora, las restricciones adicionales, por no referirse únicamente a la tecnología de la producción o del consumo, impiden en general lograr tal óptimo. Surge por lo tanto la pregunta de si es posible de alguna manera ejercer el poder de tributación que tiene el planificador para llegar a un óptimo de Pareto por un medio que no sea confiscatorio.

Como el resultado al que arribaremos es negativo, bastará para ejemplificarlo con un modelo más sencillo que el presentado hasta aquí. En particular, se supondrá que no existen bienes públicos, y que las preferencias individuales šolo reflejan el consumo propio. En este caso, por lo tanto, la única finalidad del planificador consiste en hallar un sistema tributario que le permita determinar la mejor distribución del ingreso. No se permiten redistribuciones de tenencias iniciales, y se requiere además, por razones èticas, que el sistema resultante no sea regresivo, es decir, que los conjuntos de posibilidades presupuestarias resultantes del sistema tributario sean convexos. En la figura 6.1 se representa la situación para para una economía con dos consumidores y dos bienes.

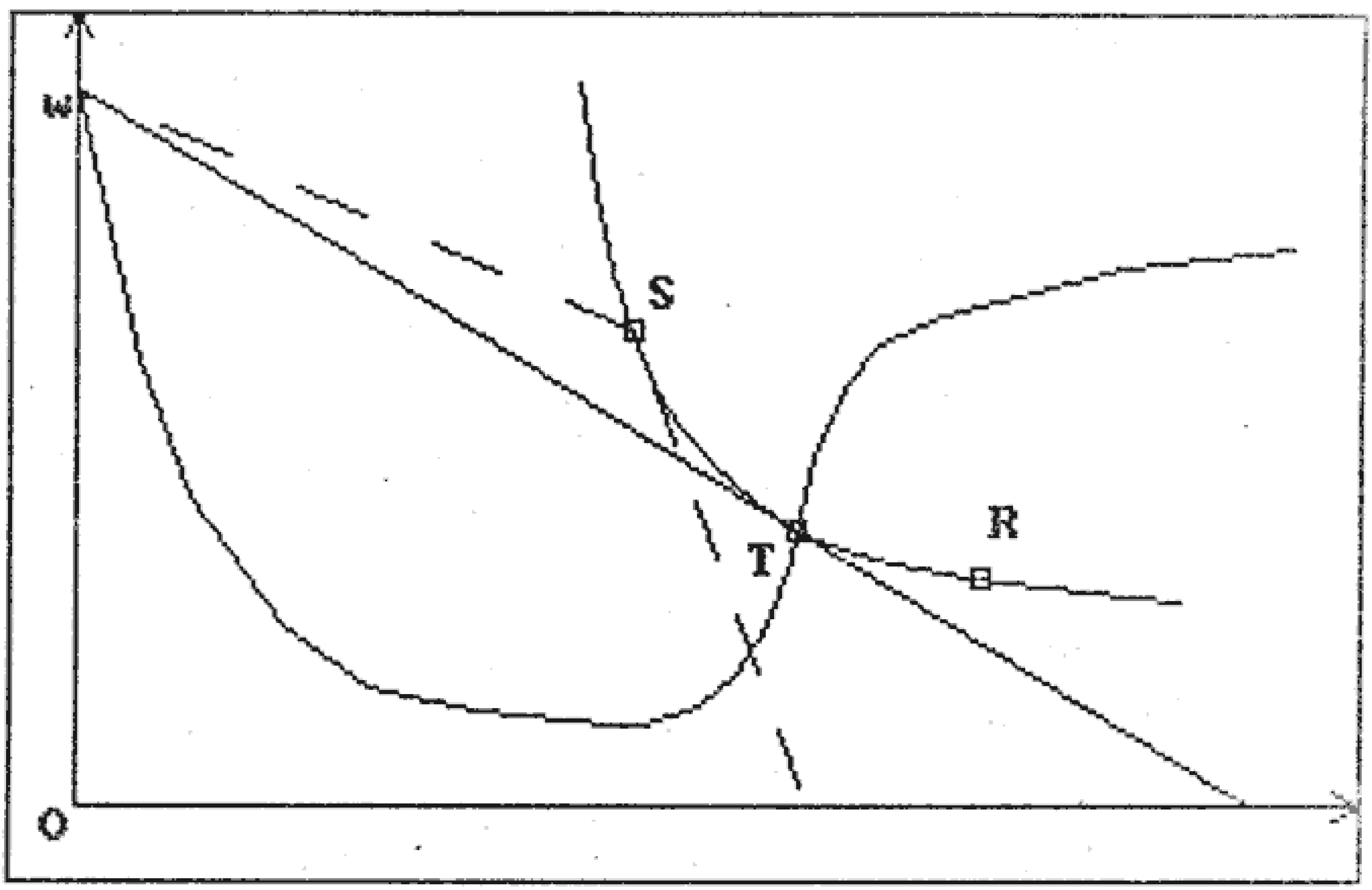
Figura 6.1



Los orígenes O_1 y O_2 corresponden al consumidor 1 y 2, respectivamente. El punto **w** representa las tenencias iniciales, poseyendo 1 el total del bien 2, **mientras que 2 posee iniciamente el bien 1. Se han representado las curvas** de demanda recíproca $\mathbf{DR}^1$ y $\mathbf{DR}^2$, que emanan del punto **w**. Estas curvas tienen en común las tres asignaciones competitivas $\mathbf{EC}_t$, t=1,2,3 ; por estos puntos también pasa la curva de contratos **CC**. Nótese que en esta situación el planificador de Diamond y Mirrlees no puede influir sobre el sistema, pues al no haber producción no puede haber impuestos netos con el sistema tributario analizado por dichos autores.

Con el fin de determinar cuáles son las asignaciones que el planificador puede inducir en el sistema económico con una adecuada elección de los niveles de sus instrumentos --es decir, para determinar el conjunto de planes factibles-- , considérese a uno de los individuos. En la figura 6.2 se ha representado al consumidor 1

Figura 6.2



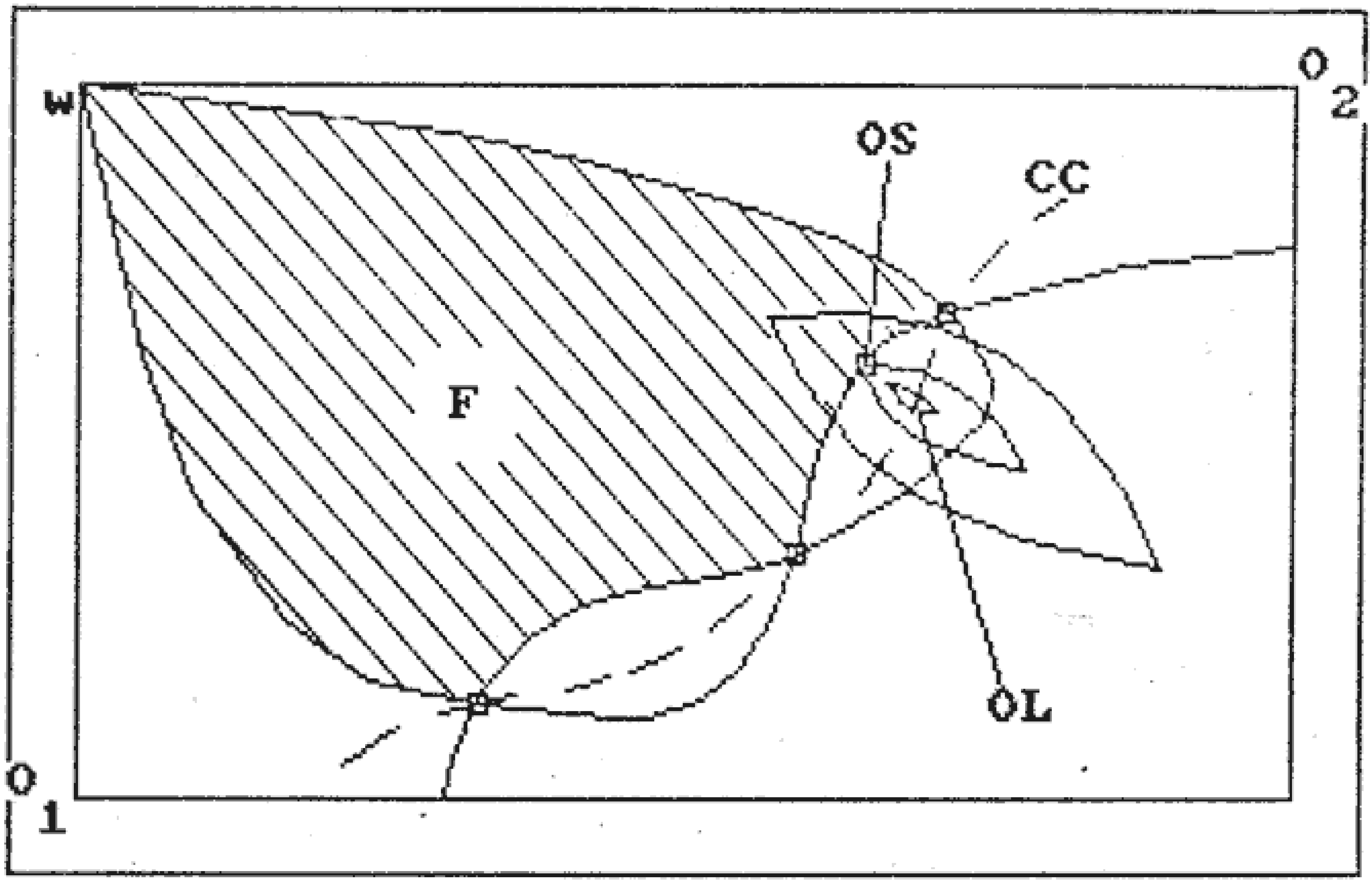
En dicha figura, además de la información contenida en la figura 6.1 para el primer consumidor, se ha representado una recta de presupuesto y la curva de indiferencia tangente a la misma por el punto **T**. Obviamente T puede ser alcanzado por un sistema tributario no regresivo, si se fijan los precios de mercado en coincidencia con los implícitos en la línea de precios **wT**, con tasas de impuestos nulas. Del mismo modo, un punto como **S**, situado sobre la misma curva de indiferencia pero más cerca de **w** que **T** tendrá una tangente que separa el conjunto de puntos preferidos a **S** de las tenencias iniciales **w**. En consecuencia, curvando esta tangente hacia abajo, es posible construir una curva cóncava tangente en **S** que pase por **w**, que servirá de frontera para un conjunto de posibilidades presupuestarias que inducirá al consumidor 1 elegir el punto **S**. En realidad, existe una infinidad de soluciones posibles a este problema, siendo una de las más sencillas la que se obtiene de unir **w** con S con un segmento, y completando la frontera de presupuesto con la tangente en S a la curva de indiferencia, en su tramo que se extiende desde **S** hacia la derecha, como indica la quebrada de trazo discontinuo.

La situación es distinta para puntos que como **R** están situados sobre la curva de indiferencia por **T** pero más alejados de **w** que aquel. La tangente a la curva de indiferencia por **R** deberá separar el conjunto de puntos preferidos a **R** del conjunto de posibilidades presupuestarias si éste ha de inducir al consumidor elegir **R**. Pero ésto es imposible si este último conjunto ha de ser convexo y ademas contener a **w**, ya que la tangente mencionada pasa por debajo de **w**, es decir, separa a **w** del conjunto de posibilidades presupuestarias.

Segun el análisis precedente se puede apreciar que el planificador sólo puede acceder a planes de consumo que sitúen al primer consumidor en algún punto sobre un segmento que una su curva de demanda recíproca con sus tenencias iniciales. Lo mismo es cierto para el segundo consumidor. En consecuencia, el conjunto factible se obtiene de la unión de las líneas de precios que emanan de **w**, en un tramo que finaliza en la primera curva de demanda recíproca que interseque. Este conjunto **F** ha sido destacado en la figura 6.3.

De la figura puede verse que las únicas asignaciones factibles que son óptimas en el sentido de Pareto son las competitivas, puesto que únicamente esos tres puntos son factibles y están sobre la curva de contratos. Queda así ilustrado el teorema que afirma que si el óptimo social es un óptimo de Pareto entonces es implementable sin impuestos, ya que por corresponder a un equilibrio competitivo es suficiente inducir a la economía a elegir uno de dichos puntos para que no existan incentivos del mercado para modificar dicha solución. Si por ejemplo el óptimo social libre, calculado sin tener en cuenta restricciones en cuanto a las posibilidades de redistribuir tenencias iniciales fuera el punto **OL** sobre la curva de contratos, las curvas de indiferencia sociales pueden adoptar la forma de la figura. En el caso ilustrado, el óptimo social es el punto OS sobre la curva de demanda recíproca del primer consumidor, indicando que es implementable por un sistema tributario que no signifique impuestos para éste, si los precios de mercado se eligen de acuerdo con la línea que une **w** con **OS**.

Figura 6.3



En cuanto al segundo consumidor, tampoco es necesario cobrarle impuestos. Basta para él con la amenaza. Una solución posible para éste consiste en enfrentarlo con los precios de mercado si sus ventas del bien 1 no exceden de las que lo sitúen en el punto **OS**, para luego cobrarle un impuesto a las ventas adicionales con una tasa marginal que sea al menos igual a la que corresponde a la tangente a su curva de indiferencia por dicho punto.

7. Referencias bibliográficas.

Bergson, A., 1976, Social choice and welfare economics under a representative government, **Journal of Public Economics 6**, 171-190.

Bowen, H., 1948, **Toward social economy.** New York: Rinehart.

Buchanan, J. M., 1967, **Public finance in democratic process.** Chapel Hill, U. of North Carolina Press.

Debreu, G., 1973, **Teoría del valor.** Barcelona: Bosch.

Diamond, P., y Mirrlees, J. A., 1971, Optimal taxation and public production: I. Production efficiency, **American Economic Review 61**, marzo, 8-27; y II. Tax rules, **American Economic Review 61**, junio, 261-278.

Foley, D., 1970, Lindahl's solution and the core of an economy with public goods, **Econometrica 38**, 66-72.

Groves, T., y Ledyard, J., 1977, Optimal allocation of public goods: a solution to the 'free rider' problem, **Econometrica 45**, mayo, 783-809.

Intriligator, M., 1971, **Mathematical optimization and economic theory.** Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Johansen, L., 1977, **Lectures on macroeconomic planning, vol 1 y 2.** Amsterdam: North-Holland.

Koopmans, T.C., 1959, **Tres ensayos sobre el estado de la ciencia económica.** Barcelona: A. Bosch.

Kornai, J., 1967, **Mathematical planning of structural decisions.** Amsterdam: North-Holland.

Kornai, J., 1971, **Anti-equilibrium.** Amsterdam: North-Holland.

Lange, O., 1972, **La teoría económica del socialismo.** Barcelona.

Lindahl, E., 1919, **Die Gerechtigkeit der Besteuerung.** Lund.

Mantel, R. R., 1970, Política tributaria en una economía competitiva,

Económica (La Plata) 16, no.3, 289-312.

Mantel, R. R., 1975, General equilibrium and optimal taxes, **Journal of Mathematical Economics 2**, 187-200.

Mantel, R. R., 1978, La utilización de modelos formales para la planificación económica. **Cuadernos de la Facultad de Ciencias Sociales y Económicas de la Universidad Católica Argentina 3**, 15-30.

Mantel, R. R., 1983, Equilibrio general y tributación óptima, **Econo'mica (La Plata) 29**, no.2-3, 135-151.

Musgrave, R. A., 1959, **The theory of public finance.** New York: McGraw-Hill.

Samuelson, P. A., 1954, The pure theory of public expenditure, **Review of Economics and Statistics 36**, 387-389.

Samuelson, P. A., 1955, Diagrammatic exposition of a theory of public expenditure, **Review of Economics and Statistics 37**, 350-356.

van Eijk, C. J., y Sandee, J., 1959, Quantitative determination of an optimum economic policy, **Econometrica 27**, 1-13.

8. Tabla de símbolos.

a	lista de parámetros tributarios.
b(.)	bienestar social como función de los precios al consumidor.
B(.)	bienestar social como función de los niveles de utilidad.
$f_i(.)$	función de ahorro neto.
f(.,.)	función que define a la frontera del conjunto de posibilidades de producción en forma implícita
g(v)	producción neta como función de los niveles de procesos v.
i	índice de individuos.
j	índice de bienes y servicios.
k	número de bienes públicos.
m	número de individuos

n	número de bienes y servicios privados.
p_j	precio al productor del bien j.
q_j	precio al consumidor del bien j.
s_i	utilidad marginal del ingreso del consumidor i-ésimo
$u_i(.)$	función de utilidad del consumidor i.
v	lista de niveles de operación de los distintos procesos productivos.
w	lista de dotaciones iniciales de bienes y servicios de la comunidad.
$x^i(q)$	demandada de la i-ésima unidad de consumo.
X^i	conjunto de posibilidades de consumo del consumidor i.
y^g	producción de bienes públicos
y^p	producción de bienes privados
y_j	producción neta del bien o servicio j por el sector público.
Y	conjunto de posibilidades de producción del sector público.
z	consumo de bienes públicos