

# Patrones de fluctuación de la curva de rendimientos en Argentina

Lic. Miguel T. Delfiner<sup>1</sup>

*Con datos históricos previos al default correspondientes a bonos colocados en el mercado local (Letes y Bontes) y en el internacional (bonos Globales), se emplea la técnica de componentes principales para analizar los desplazamientos de la curva de rendimientos en el mercado de bonos. Se concluye que en la mayoría de los casos aproximadamente un 75% del movimiento de la curva queda explicado por desplazamientos paralelos, un 10% adicional por cambios de pendiente, siendo por construcción estos movimientos independientes entre sí. También se estudia la aplicabilidad de las técnicas desarrolladas en este documento a las diversas series de LEBAC en \$ existentes actualmente en el mercado.*

## I. Introducción

Una primera versión de este trabajo se realizó a mediados del 2001 con datos del mercado de bonos de los dos años anteriores. Sin embargo, la crisis desatada a fines del mismo año, con sus efectos devastadores sobre la economía en general, y el mercado local de bonos en particular, restó relevancia a las principales conclusiones que surgían del mismo. De hecho, entre diciembre de 2001 y julio de 2003 pocas especies tenían cotización frecuente, y aquellas que sí lo hacían (principalmente los bonos BODEN) carecían de una estructura tradicional que permitiese la construcción de una curva de rendimientos de bonos sin cupón (ZCB, “zero coupon bonds”). Sin embargo, hace unos pocos meses comenzaron a negociarse en el mercado secundario (cada vez con mayor liquidez y horizonte de vencimientos) las Letras del Banco Central (LEBAC). Este nuevo mercado está creciendo en forma continua y podría ser objeto de estudio usando las técnicas desarrolladas en este documento, sobre todo teniendo en cuenta que se trata de ZCB. Este factor ha motivado la publicación de una nueva y definitiva versión del trabajo, a pesar de que los resultados corresponden a datos previos a la crisis del 2001.

### *Primeras observaciones*

En la figura 1 se muestran curvas de rendimiento correspondientes a los bonos Globales durante el año 2000. La simple observación de la evolución de las curvas para las 4 fechas elegidas arbitrariamente permite observar que los desplazamientos de las mismas no son perfectamente paralelos. Además de observarse desplazamientos paralelos (curvas 3 y 4) también se notan cambios de pendiente (curvas 2 y 4) y de curvatura (curvas 1 y 4).<sup>2</sup>

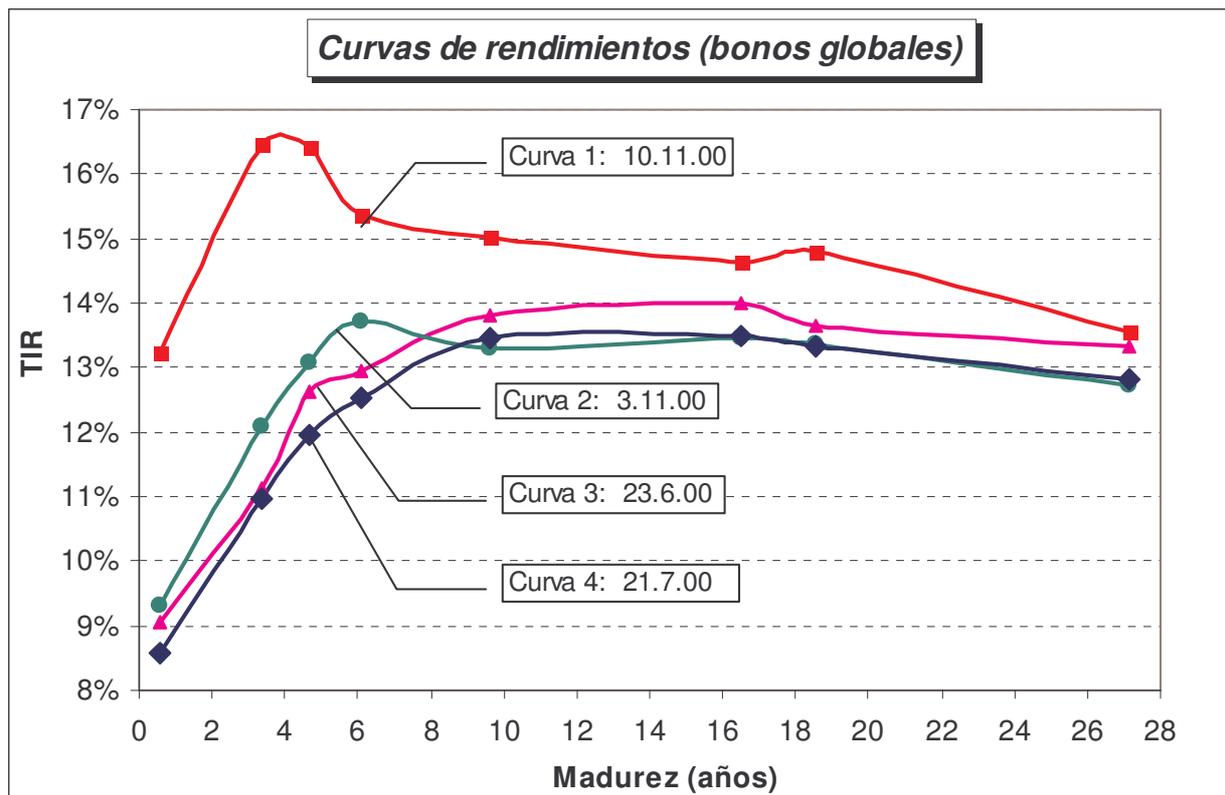
---

<sup>1</sup> Quisiera agradecer la revisión del trabajo realizada por Matías Gutiérrez Girault, sin cuya participación la nota no tendría la coherencia y el estilo requerido. También quisiera agradecer a Ángel del Canto por su asesoramiento en bonos locales.

<sup>2</sup> La forma anómala de la curva 1 en el rango de madurez de 3-4 años corresponde a cotizaciones muy bajas de los bonos Global 2003 y Global 2005, debidas a un clima de desconfianza generalizado a principios de noviembre de 2000.

La relevancia de estas observaciones puede entenderse teniendo en cuenta el siguiente hecho: el enfoque tradicional, y de amplia difusión en el mercado para analizar el riesgo de tasa de interés, es el que usa la “duration” de los activos como medida de sensibilidad. Uno de los principales presupuestos para la validez de este enfoque es que las tasas para todos los vencimientos se modifican en la misma proporción, es decir que la curva de rendimientos se desplaza en forma paralela. Si esto no fuera así, la “duration” no sería una forma adecuada de evaluar el riesgo de tasa implícito en la tenencia de bonos, y deberían buscarse metodologías alternativas.

**Figura 1**



Sin embargo, los resultados obtenidos (ver sección V) a través de un análisis de componentes principales (ACP) parecen, en una primera aproximación, corroborar que en la mayoría de los casos el uso de la hipótesis de desplazamientos paralelos es razonable: entre el 70% y el 75% de los desplazamientos de las series analizadas queda explicado por movimientos de este tipo.

*Organización del documento*

En la sección II se describen las series de datos seleccionadas y los problemas que estos presentan para su análisis. En la sección III se describen las correlaciones y la estructura temporal de la volatilidad para las distintas series de bonos disponibles. La sección IV introduce la metodología de análisis de los componentes principales aplicadas a bonos (el formalismo matemático se trata exhaustivamente en el Apéndice II). Los resultados obtenidos se exhiben y discuten los en la sección V, y la sección VI concluye.

## II. Los datos

Para estudiar la dinámica previa a la declaración del default, se han elegido:

- bonos emitidos en dólares bajo jurisdicción local, en particular los Bonos del Tesoro (Bontes) y Letras del Tesoro (Letes), y,
- bonos colocados internacionalmente, de los cuales se han seleccionado los bonos globales.

Es sabido que las curvas de rendimiento difieren según se las haya construido con bonos emitidos en pesos o en dólares. En los años previos a la crisis no se habían colocado muchos títulos en pesos, por lo cual se optó por descartarlos para este estudio. Además, se buscó trabajar con bonos que tuviesen una estructura tradicional, a efectos de que los resultados sean lo más comparables posibles a estudios similares realizados en los mercados desarrollados<sup>3</sup>. Esto restringió el estudio a los títulos antes mencionados, la mayoría de los cuales tienen cupones semestrales y amortizan a la madurez, salvo el caso de las Letes que son letras sin cupón (“pure discount”). Tal como se hiciera referencia en la introducción, la mayoría de los títulos estudiados está actualmente en “default”, ya sea porque vencieron impagos o porque dejaron de pagar algún cupón.

Una primera dificultad fue la escasa cantidad de Bontes con vencimientos largos (mayores a 5 años, en el caso de las Letes esto también ocurre, pero es una característica de ellas) lo que limita el análisis al espectro de vencimientos cortos. Por otro lado, al no emitirse deuda nueva en forma continua, se carece de títulos con vencimiento constante (“constant-maturity bonds”), tal como exige la técnica de los componentes principales, lo cual obliga a trabajar solamente con los títulos originalmente elegidos. Este hecho tiene como consecuencia que al elegir una ventana de tiempo preestablecida para los datos que se usarán en el estudio, la madurez de los títulos se irá modificando dentro de la misma. Por ejemplo la variación de tasa para el bono rotulado Glob03 con madurez promedio de 3.4 años (ver Apéndice I.b) corresponde a una madurez real de 3.66 años el 28 de abril de 2000 pero sólo 3.09 años el 17 de noviembre de 2000. La solución de compromiso ha sido trabajar con la madurez promedio de cada título para la ventana elegida, a pesar de la distorsión que este hecho introduce.

Otro inconveniente fue la magnitud a representar en el eje de abscisas en los gráficos de las curvas de rendimiento.<sup>4</sup> La medida más representativa para la duración de un bono es la “duration”, que tiene la desventaja (a los efectos de lo que se desea mostrar) de cambiar en función de los cambios en las tasas de mercado y del pago de los cupones. Una solución sería trabajar con bonos sin cupones, o en su defecto inferir de los bonos existentes una curva de rendimiento de bonos sin

---

<sup>3</sup> En su trabajo Knez *et al* (1994) estudian la curva de rendimientos en instrumentos cortos (“Money Market”) a través de un modelo lineal de 3 y 4 factores, (¿qué?). Su conclusión es que el primer factor está asociado a desplazamientos paralelos de la curva y el segundo a cambios de pendiente. La curva de bonos largos había sido estudiada previamente por Litterman y Scheinkman (1991) con un modelo de tres factores. Otros trabajos que tratan temas asociados a los aquí presentados son Litterman *et al* (1988) y Lekkos (2001).

<sup>4</sup> Algunos autores prefieren representar en dicho eje la madurez y otros la “duration”. En general coinciden en representar el rendimiento sobre el eje vertical.

cupón; en ambos casos la “duration” es igual a la madurez e insensible a los cambios en el nivel de tasas. Sin embargo, la técnica que se emplea a tal efecto, el “bootstrapping”<sup>5</sup>, no es factible en el mercado local por la escasez de bonos disponibles para su aplicación.. En consecuencia, se trabajó con una curva de rendimientos (TIR del bono) construida versus la madurez promedio del mismo, a pesar de que constituye una simplificación.

Para los Bontes y las Letes se utilizaron datos semanales correspondientes al período comprendido entre el 26 de mayo y el 10 de noviembre de 2000, y se definió como variable de estudio la variación semanal del rendimiento de los bonos ( $\Delta R_i$ ) con madurez promedio de 0.6, 2.8, 3.8, 4.8 y 27.1 años (ver apéndice I.a).

Para el estudio de los bonos Global 2000 se eligió el período comprendido entre el 28 de abril de y el 17 de noviembre de 2000 (ver apéndice I.b), y para los bonos Global 1999 entre el 30 de abril 1999 y el 19 de noviembre de 1999 (ver apéndice I.c), en ambos casos con frecuencia semanal. Las variables modeladas son, nuevamente, la variación semanal en el rendimiento de los bonos ( $\Delta R_i$ ), con la madurez indicada en los apéndices respectivos. Esto ha permitido:

- comparar los desplazamientos de las curvas entre bonos locales y globales en un mismo período;
- comparar los desplazamientos de las curvas entre dos años sucesivos en el caso de los bonos globales.

En el caso de los vencimientos cortos, el uso de Letes (bonos sin cupón) garantiza la exactitud de los resultados y para vencimientos mayores, el uso de los Bontes y bonos globales podría introducir distorsiones, aunque los mismos no deberían ser determinantes a los efectos de este trabajo.

### *Las LEBACs*

En la actualidad, se dispone de las LEBAC en pesos, que son colocaciones del BCRA sin cupón (típicamente menores a 1.5 años) y que en su mayoría se encuentran en la cartera de las entidades financieras. Una gran ventaja de estos títulos consiste en que por ser instrumentos “pure discount” su madurez coincide con su “duration”.

Un aspecto relevante a tener en cuenta, que los diferencia de los bonos tratados anteriormente, es el hecho de que su riesgo crediticio es prácticamente nulo. Por otro lado, el porcentaje de días con cotización ronda el 50% (son poco líquidos), lo que impone restricciones para su análisis en la actualidad, pero debido a que poseen un amplio espectro de vencimientos y que además cotizan cada vez con mayor frecuencia en el mercado secundario, tienen un gran potencial para este tipo de estudio en un futuro cercano.

---

<sup>5</sup> Ver libro de Fabozzi.

### III. Correlaciones y estructura de la volatilidad

Como se mencionó en la sección II, las variables en estudio son las variaciones semanales del rendimiento de los bonos seleccionados ( $\Delta R_i$ ) para cada madurez promedio. En el Apéndice I se presentan dichas variaciones, conjuntamente con los desvíos estándar de cada bono (medidos en puntos básicos) y las matrices de correlación<sup>6</sup>. El hecho de observar altas correlaciones sería un claro indicio de la existencia de una estructura entre los  $\Delta R_i$ , la cual será explicada más adelante mediante el análisis de componentes principales.

El grado de correlación entre las variaciones semanales del rendimiento de los bonos de dos bonos dependerá en gran medida de cómo se elija la ventana histórica y de la ponderación que se le dé a cada dato. Algunos autores sugieren elegir una ventana histórica lo suficientemente grande como para incorporar escenarios críticos, pero la falta de información ha limitado la muestra a una ventana temporal de 5 meses. Es bastante usual ponderar los datos en forma exponencial para dar más importancia a los datos recientes, pero dado que la ventana es corta se consideró conveniente darles a todos los datos la misma ponderación.

En general, se observan altas correlaciones entre las  $\Delta R_i$  (del orden de 0.6 para los bonos globales y del 0.8 para los Bontes y Letes), que suelen ser mayores entre los bonos largos (para una madurez mayor a los 10 años las correlaciones suelen ser del orden de 0.8). La correlación entre dos bonos suele ser menor cuanto más distante entre sí es la madurez de los mismos<sup>7</sup>, mientras que las correlaciones entre los mismos bonos en dos períodos distintos (bonos globales durante 1999 y 2000, ver Apéndice I) no permanecen constantes, sino que parece observarse una menor correlación en el año 2000: por ejemplo, el coeficiente de correlación entre el Global 01 y el Global 27 pasó de ser 0.67 a 0.52. Este es otro factor que justifica no usar ventanas históricas demasiado amplias.

La estructura de volatilidad para los distintos vencimientos (en inglés *TSOV*: “term structure of volatility”) es la representación de la volatilidad de la variación semanal de las tasas en función de los distintos vencimientos. Durante el año 2000 la *TSOV* no es plana (ver Fig.2), ya sea que se considere los bonos globales o los Bontes y las Letes: se observa para los bonos cortos una mayor desviación respecto a la media que para los bonos largos. Para la muestra correspondiente a 1999, en cambio, la *TSOV* es bastante plana (sólo se cuenta con los Globales), y los desvíos observados son en general más pequeños que los correspondientes al año 2000. Podría considerarse que es este el comportamiento de la *TSOV* en períodos “normales”.

Los mayores desvíos observados para vencimientos cortos durante el 2000 se deben probablemente a la crisis de confianza que comenzó a gestarse desde fines de octubre, que redundó en fuertes incrementos de la tasa a principios de noviembre. También influye el hecho de que se ha trabajado con pocos datos (series semanales de 20 datos), con lo cual la inclusión de un valor extremo afecta mucho la estructura de toda la serie. Los bonos más afectados resultaron ser los cortos, y es por esta razón que la *TSOV* se distorsiona tanto para bonos con una madurez menor a los 6 años (ver fig.2). Una razón por la cual esto podría ser así es que los inversores en

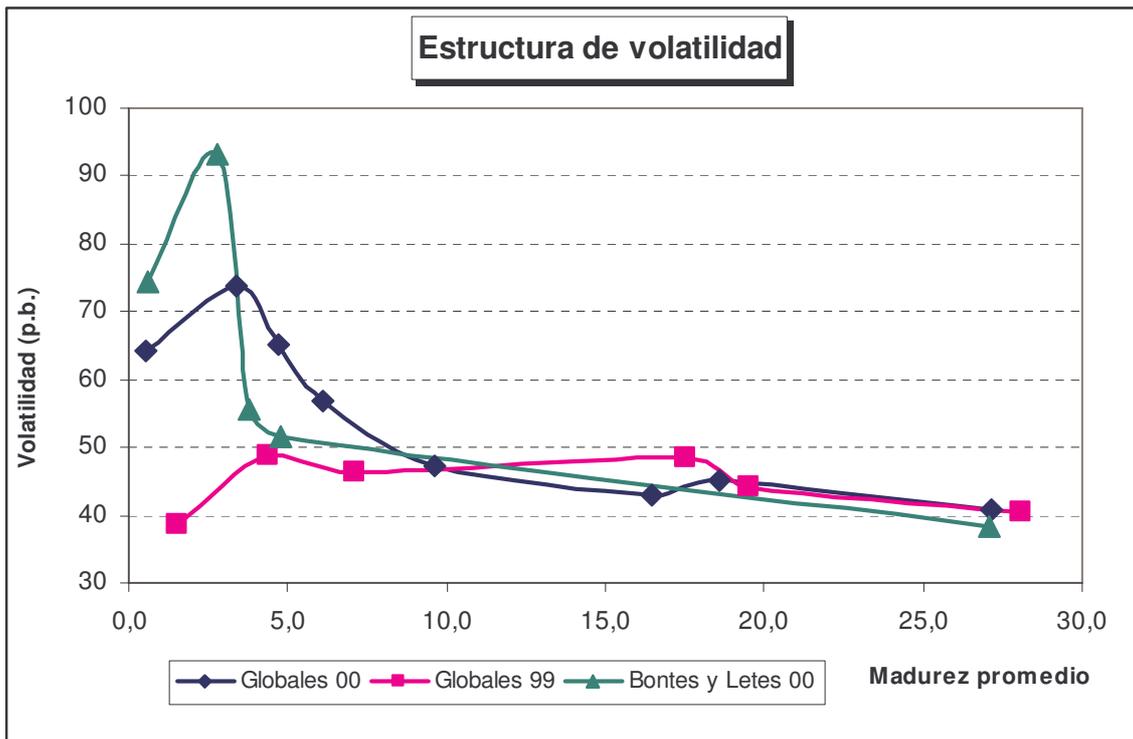
---

<sup>6</sup> Fuente informativa: Bloomberg y MAE

<sup>7</sup> Un caso extremo es la correlación entre la Lete 67 y el bono TS27 que es de 0.17.

ese momento percibían que la crisis era temporaria y que podría incidir negativamente en las obligaciones de corto plazo, pero no tanto en las de mayor plazo.

Figura 2



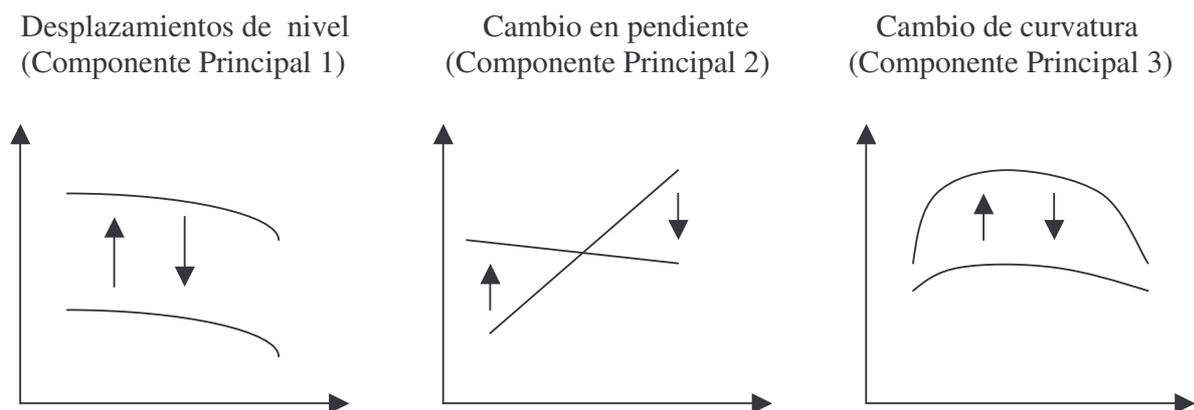
#### IV. Patrones de fluctuación de la curva de rendimientos (un análisis en componentes principales) <sup>8</sup>

El análisis de componentes principales (ACP) es una técnica estadística muy difundida en el área de la geología y otras ciencias naturales que examina, modela y explica la estructura de varianza - covarianza de cualquier sistema multivariado, y que desde 1986 se aplicó exitosamente en finanzas para modelar la curva de rendimientos<sup>9</sup> (para una descripción sucinta de la técnica ver el Apéndice II). A través de una transformación matemática, el ACP sustituye un gran número de variables independientes por un pequeño conjunto de variables compuestas no correlacionadas, llamadas componentes principales (o factores), que permiten obtener una descripción más parsimoniosa de la dinámica del sistema. En el caso de ACP aplicado a la curva de rendimientos, el poder explicativo de los componentes principales provee información importante respecto a la dinámica de las tasas de interés, como veremos a continuación.

Tradicionalmente los analistas han descompuesto los cambios en la curva hablando de nivel (refiriéndose a este como un desplazamiento paralelo de la curva de rendimientos), de pendiente y de curvatura de la misma (ver figuras 1 y 3) (en estos últimos dos casos, sobre todo en períodos de crisis). Siguiendo esta línea de trabajo, como resultado de este estudio se concluirá que es posible explicar, casi completamente, los desplazamientos de la curva de rendimientos como una combinación de los cambios antes mencionados, con la característica adicional que la técnica de componentes principales asegura que dichos cambios son independientes entre sí.

Utilizando el lenguaje del ACP, los tres primeros componentes principales encontrados están asociados a los cambios antes mencionados (ver figura 3). Los resultados indican que los tres primeros componentes (o factores) explican un 96.6% (Bontes y Letes), 88.3% (Globales 2000) y 89.8% (Globales 1999) de los cambios en la curva de rendimientos (ver apéndice III).

**Figura 3**



<sup>8</sup> Para una exposición detallada ver Golub & Tilman (2000).

<sup>9</sup> Ver Garbade (1996).

## V. Discusión de los resultados

A efectos de calcular los componentes principales se resolvieron las ecuaciones planteadas en el Apéndice II, cuyos resultados, expresados en el Apéndice III como matrices, representan en realidad los sistemas de ecuaciones resultantes. Como ejemplo se muestra el correspondiente a los bonos locales (Bontes y Letes):

$$\begin{cases} \Delta R_{0.6} = 59.6 \cdot e_1 - 42.5 \cdot e_2 - 7.7 \cdot e_3 - 10.6 \cdot e_4 + 0.1 \cdot e_5 \\ \Delta R_{2.8} = 85.2 \cdot e_1 + 34.5 \cdot e_2 - 14.9 \cdot e_3 - 3.0 \cdot e_4 - 0.2 \cdot e_5 \\ \dots \\ \Delta R_{27.1} = 18.2 \cdot e_1 + 12.7 \cdot e_2 + 27.3 \cdot e_3 - 15.1 \cdot e_4 - 0.5 \cdot e_5 \end{cases}$$

donde  $e_i \propto N(0,1)$

Los principales aspectos a destacar que surgen de los resultados obtenidos (ver Apéndice III) son los siguientes:

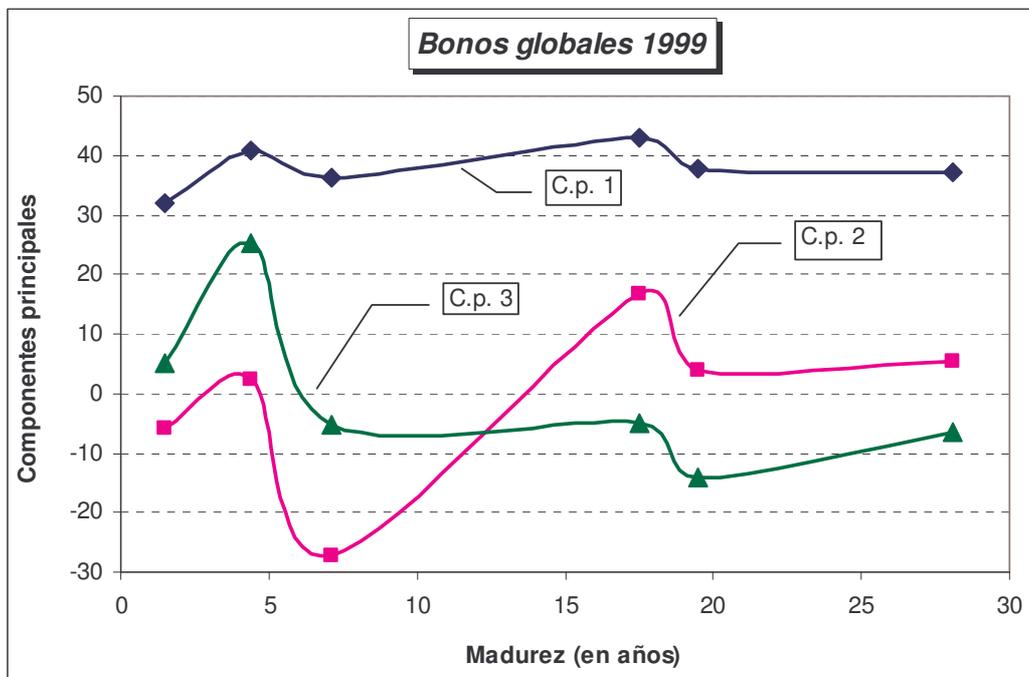
En primer lugar: en los tres casos analizados se podrá ver que los ponderadores del primer componente principal son todos del mismo signo y *bastante* similares (sobre todo en el caso de los bonos Global 1999, ver Fig.4). ¿Qué significa esto? Frente a una perturbación aleatoria de, p.ej.,  $e_1 = 1$  las tasas de todos los bonos aumentan en las cantidades dadas por los ponderadores, y dado que estos son muy similares se produciría un desplazamiento “casi” paralelo de la curva de rendimientos. Es por ello que este primer factor se asocia con desplazamientos paralelos. Cabe destacar que este factor explica un 75.3% (Bontes y Letes), 69.0% (Globales 2000) y 72.6% (Globales 1999) de la variabilidad total, siendo claramente el más importante. Se debe señalar que el desplazamiento inducido por este primer componente no es exactamente paralelo (para que ello sucediese todos los ponderadores deberían ser iguales) sobre todo en el caso de los bonos Global 2000, y que se observa en general que para vencimientos largos los ponderadores son relativamente menores.

Con respecto al segundo componente, se observa el siguiente patrón en el caso de los bonos globales: para vencimientos cortos prevalecen los valores negativos y para los largos los positivos. Esto implica que si ahora se perturbara al sistema con  $e_2 = 1$ , las tasas de los bonos globales cortos decrecerían y los largos aumentarían, lo que podría interpretarse como un aumento de la pendiente de la curva de rendimientos. Este factor contribuye en explicar la variabilidad de las tasas (de los bonos) en un 15.1% para los Bonte y Letes), un 10.1% para los Global 2000 y en un 9.2% para los Global 1999). Estos resultados indican que los cambios de pendiente son relevantes a la hora de explicar los cambios en las tasas de mercado y que sería incorrecto no tener dicho componente en cuenta, aunque invalide parcialmente la hipótesis de desplazamientos paralelos.

El tercer componente, contribuye a la variabilidad en 6.2% para los Bonte y Letes, 9.1% para los Global 2000 y del 8% para los Global 1999, y a pesar que en estudios previos<sup>10</sup> se lo asocia a cambios en la concavidad de la curva, nuestros resultados no permiten inferir dicha asociación.

En síntesis, los tres primeros componentes explican un 96.6% de la variabilidad en la “yield to maturity” (o TIR) de los bonos locales, un 88.3% de los Global 2000 y un 89.8% de los Global 1999, por lo cual no parece ser relevante tener en cuenta a los restantes componentes a efectos de explicar cambios en la curva de rendimientos, más aún dado que la variabilidad residual se reparte entre los restantes. Estos resultados apoyan el hecho que los desplazamientos de la curva se interpreten como un desplazamiento de nivel (que es casi un corrimiento paralelo, 1er comp.), un cambio de pendiente (2do comp.) y un cambio de curvatura (3er comp.) donde por cómo se definieron los componentes principales, cada uno de estos movimientos son independientes el uno del otro.

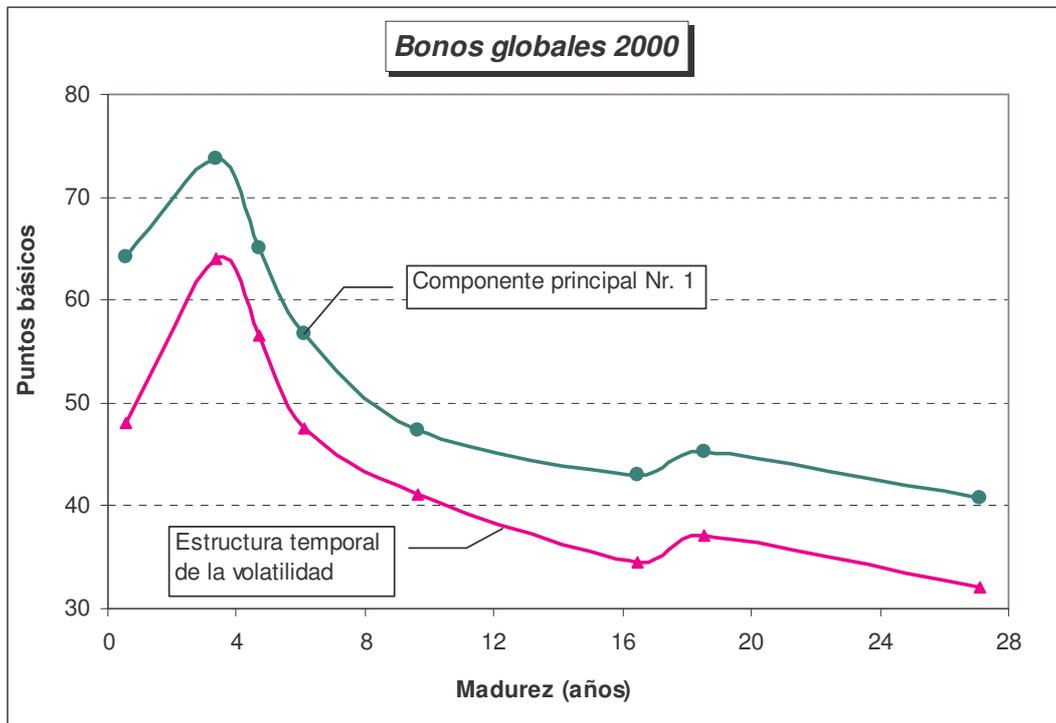
**Figura 4**



Una segunda observación, y tal cual se observa en el apéndice II, es que el 1er componente se asemeja mucho a la estructura de volatilidad (ver Fig.5) para los distintos vencimientos.

<sup>10</sup> Knez, Litterman & Scheinkman

Figura 5



Los resultados también permiten explicar en parte un hecho conocido en los mercados, que afirma que cuando las tasas suben la curva de rendimientos se achata (y en algunos casos se invierte) y cuando las mismas bajan (“market rally”), la curva tiende a adquirir mayor pendiente. Nótese sobre todo en el caso de los Bonte, Letes y Global 2000, que en el primer componente (el más importante) los ponderadores para los bonos cortos son mayores que los correspondientes a 5 y 27 años. En consecuencia cuando las tasas bajan, los bonos cortos caen más que los bonos largos, inclinándose más la curva. En cambio cuando suben las tasas, los bonos cortos crecen más que los bonos largos achatando la misma.

Por último, a pesar de no haberse calculado las curvas de rendimientos a partir de bonos de cupón cero, los resultados son comparables a otros estudios similares hechos en base a “Zero-Coupon Treasury Curves” (ver libros de Garbade y Golub y Tilman), por lo cual se los considera bastante satisfactorios. Cabe destacar que los resultados obtenidos por Garbade son muy similares salvo que el 1er componente es bastante menor ( $a_{i1} \sim 20$ ), pero esto se explica debido al hecho que el autor trabajó con títulos del Tesoro norteamericano, que son mucho menos volátiles que los bonos nacionales.

La similitud de los resultados en cuanto a la estructura de las matrices de correlación y de componentes principales sugiere que el hecho de no haber podido obtener curvas de tasas de descuento (bonos de cupón cero) no ha afectado demasiado los resultados.

## VI. Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos, la dinámica de la curva de rendimientos para títulos argentinos, lo mismo que su par estadounidense, muestran desplazamientos que se pueden descomponer en corrimientos de nivel casi paralelos, cambios de pendiente y en forma menos clara en cambios de curvatura. Estos tipo de desplazamientos son independientes entre sí y del hecho que haya un cambio positivo o negativo de las tasas. El aporte de los demás componentes es despreciable, por lo cual se concluye que el sistema cuenta con solo tres grados de libertad.

Este hecho es fundamental a efectos del gerenciamiento del riesgo de un portafolio de bonos, dado el caso de que con tres bonos elegidos adecuadamente es posible inmunizar cualquier portafolio; también permite simular la evolución de la curva de rendimientos para crear “stress scenarios”. A efectos regulatorios este trabajo permite aseverar que es bastante razonable suponer un desplazamiento paralelo de la curva de rendimientos (se estaría capturando un 75% de la variabilidad total), pero no parecería ser prudente suponer una curva plana, ya que las tasas son menores para vencimientos cortos. No obstante pueden usarse estos resultados para simular distintas curvas potenciales y el impacto sobre el valor económico de activos y pasivos de las entidades bancarias.

## Referencias

Fabozzi, F. : *The Handbook of Fixed Income Securities, 6th Edition*

Garbade, K. : *Fixed Income Analytics, MIT Press, 1998*

Golub y Tilman, *Risk Management: Approaches for Fixed Income Markets*, J.Wiley, 2000.

Johnson y Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Prentice Hall, 4<sup>th</sup> ed., 1998.

Knez, Litterman & Scheinkman, “*Explorations into factors explaining money market returns*”,  
Journal of Finance, v.49, 5, Dic 1994.

Litterman, Scheinkman y Weiss, “*Volatility and the yield curve*”, J. of Fixed Income 1988.

Litterman y Scheinkman, “*Common factors affecting bond returns*”, J. of Fixed Income 1, 54-61,  
1991.

Lekkos, “*Factor models and the correlation structure of interest rates: some evidence for USD, GBP, DEM and JPY*”, Journal of Banking & Finance 25, 2001.

## Apéndice I.a

### *Bontes y Letes 2000: Variación semanal de la tasa (en %)*

<i>Bono</i>	<i>Lete 67</i>	<i>TY03</i>	<i>TY04</i>	<i>TY05</i>	<i>TS27</i>
<i>Maturity prom</i>	<b>0,6</b>	<b>2,8</b>	<b>3,8</b>	<b>4,8</b>	<b>27,1</b>
26/05/2000	0,042	-0,514	-0,410	-0,295	0,326
02/06/2000	-0,861	-0,919	-0,711	-0,630	-0,350
09/06/2000	-0,225	0,239	0,074	-0,032	0,022
16/06/2000	0,109	-0,071	0,137	0,025	0,069
23/06/2000	0,075	0,608	0,458	0,722	0,143
30/06/2000	0,075	2,035	0,046	-0,123	0,097
07/07/2000	-0,213	-2,477	-0,469	-0,421	-0,290
14/07/2000	-0,165	-0,072	-0,041	-0,003	-0,241
21/07/2000	0,174	0,144	0,027	-0,075	-0,116
28/07/2000	0,060	0,175	0,259	0,134	0,006
04/08/2000	-0,021	-0,049	-0,180	-0,119	0,025
11/08/2000	-0,213	-0,160	-0,127	-0,104	-0,208
18/08/2000	0,479	1,258	1,015	0,816	0,165
25/08/2000	-0,109	-0,276	-0,195	-0,151	0,345
01/09/2000	-0,244	-0,390	-0,428	-0,300	-0,142
08/09/2000	-0,046	0,120	0,175	0,018	-0,207
15/09/2000	0,226	0,254	0,123	0,197	0,336
22/09/2000	0,488	0,474	0,382	0,168	0,313
29/09/2000	-0,526	-0,211	-0,204	-0,152	-0,433
06/10/2000	-0,057	0,382	0,313	0,259	-0,119
13/10/2000	0,752	0,824	0,582	0,652	0,823
20/10/2000	0,910	1,365	1,347	1,173	0,572
27/10/2000	0,319	1,766	1,150	1,067	1,106
03/11/2000	2,765	1,154	1,335	1,084	0,054
10/11/2000	-1,574	-0,779	-0,268	-0,700	0,760
<i>Promedio (pb)</i>	9	20	18	13	12
<i>Desvest (pb)</i>	74	93	55	52	38

### *Bontes y Letes 2000: Correlación*

	<i>0,6</i>	<i>2,8</i>	<i>3,8</i>	<i>4,8</i>	<i>27,1</i>
<i>0,6</i>	1				
<i>2,8</i>	0,543	1			
<i>3,8</i>	0,753	0,775	1		
<i>4,8</i>	0,770	0,748	0,963	1	
<i>27,1</i>	0,173	0,455	0,501	0,457	1

## Apéndice I.b

### *Bonos Globales 2000: Variación semanal de la tasa (en %)*

<i>Bonos</i>	<i>Glob 01</i>	<i>Glob 03</i>	<i>Glob 05</i>	<i>Glob 06</i>	<i>Glob 10</i>	<i>Glob 17</i>	<i>Glob 19</i>	<i>Glob 27</i>
<i>Maturity prom</i>	<b>0,6</b>	<b>3,4</b>	<b>4,7</b>	<b>6,1</b>	<b>9,6</b>	<b>16,5</b>	<b>18,6</b>	<b>27,1</b>
28/04/2000	0,00	0,12	-0,03	0,04	0,04	0,06	0,15	0,08
05/05/2000	0,37	0,50	0,73	0,60	0,60	0,62	0,57	0,57
12/05/2000	1,49	1,84	0,81	1,32	1,48	1,10	1,32	0,99
19/05/2000	-0,27	0,07	0,90	0,29	0,18	0,42	0,09	0,37
26/05/2000	-0,31	0,10	-0,07	0,19	-0,24	-0,23	-0,17	-0,23
02/06/2000	-0,48	-1,20	-2,42	-1,01	-0,95	-0,97	-0,96	-0,93
09/06/2000	0,05	-0,25	-0,31	-0,19	0,21	0,20	0,21	0,24
16/06/2000	-0,21	-1,87	-0,06	-0,26	-0,25	-0,17	-0,21	-0,17
23/06/2000	-0,14	0,21	0,38	0,34	0,44	0,57	0,25	0,62
30/06/2000	-0,17	0,25	-0,03	0,04	-0,13	-0,30	-0,05	-0,21
07/07/2000	-0,25	-0,30	-0,31	-0,23	-0,34	-0,26	-0,23	-0,25
14/07/2000	-0,13	-0,20	-0,34	-0,25	-0,03	-0,12	-0,09	-0,11
21/07/2000	0,06	0,11	0,03	0,03	0,13	0,15	0,05	0,04
28/07/2000	0,02	0,03	0,08	0,13	0,17	-0,80	0,24	0,24
04/08/2000	-0,01	-0,05	0,11	0,03	-0,01	0,10	0,17	0,07
11/08/2000	-0,08	0,12	-0,03	0,03	0,05	0,03	-0,01	0,01
18/08/2000	-0,12	0,38	0,75	0,73	0,52	0,65	0,58	0,68
25/08/2000	0,13	0,12	-0,15	-0,09	-0,12	-0,18	-1,18	-0,30
01/09/2000	-0,02	-0,10	-0,15	-0,11	0,03	-0,22	-0,07	-0,30
08/09/2000	0,16	0,16	0,03	0,02	-0,07	-0,02	-0,06	0,00
15/09/2000	0,08	0,21	0,21	0,33	-0,94	0,22	0,26	-0,59
22/09/2000	0,58	0,25	0,26	0,14	0,22	0,17	0,09	0,10
29/09/2000	-0,31	-0,20	-0,39	-0,19	-0,23	-0,23	-0,17	-0,25
06/10/2000	-0,02	0,00	0,27	-1,49	0,06	0,14	0,14	0,10
13/10/2000	0,15	0,49	0,47	0,50	0,55	0,48	0,36	0,49
20/10/2000	1,97	1,28	0,99	0,79	0,80	0,64	0,60	0,55
27/10/2000	0,60	1,00	1,19	0,96	0,41	0,01	0,23	-0,15
03/11/2000	2,05	0,51	0,40	0,37	0,35	0,40	0,54	0,39
10/11/2000	-0,49	1,29	0,41	0,71	-0,23	-0,24	-0,23	-0,31
17/11/2000	-0,64	-1,45	-0,63	-0,82	-0,32	0,00	-0,11	-0,01
<i>Promedio (pb)</i>	13	11	10	10	8	7	8	6
<i>Desvest (pb)</i>	64	74	65	57	47	43	45	41

### *Bonos Globales 2000: Correlación*

	<i>0,6</i>	<i>3,4</i>	<i>4,7</i>	<i>6,1</i>	<i>9,6</i>	<i>16,5</i>	<i>18,6</i>	<i>27,1</i>
<i>0,6</i>	1							
<i>3,4</i>	0,590	1						
<i>4,7</i>	0,493	0,695	1					
<i>6,1</i>	0,515	0,766	0,720	1				
<i>9,6</i>	0,643	0,652	0,701	0,631	1			
<i>16,5</i>	0,553	0,546	0,714	0,572	0,754	1		
<i>18,6</i>	0,595	0,577	0,687	0,604	0,764	0,774	1	
<i>27,1</i>	0,517	0,493	0,679	0,530	0,909	0,818	0,807	1

## Apéndice I.c

### *Bonos Globales 1999: Variación semanal de la tasa (en %)*

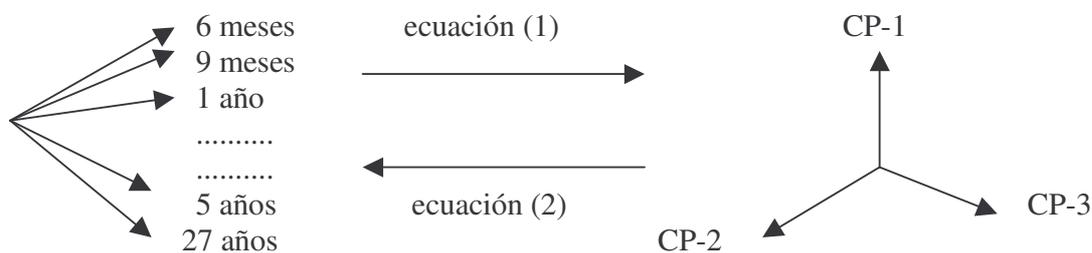
<i>Bono</i>	<i>Glob 01</i>	<i>Glob 03</i>	<i>Glob 06</i>	<i>Glob 17</i>	<i>Glob 19</i>	<i>Glob 27</i>
<i>Maturity prom</i>	<b>1,5</b>	<b>4,4</b>	<b>7,1</b>	<b>17,5</b>	<b>19,5</b>	<b>28,1</b>
30/04/1999	0,046	-0,079	0,038	0,053	0,009	0,034
07/05/1999	0,154	0,144	0,037	0,169	0,085	0,002
14/05/1999	0,12	0,202	0,388	0,426	0,503	0,44
21/05/1999	1,362	1,028	1,168	1,138	1,255	0,941
28/05/1999	0,621	0,412	0,601	0,281	0,2	0,273
04/06/1999	-0,115	-0,111	-0,173	-0,025	-0,021	-0,049
11/06/1999	0,173	0,211	0,243	0,587	0,55	0,633
18/06/1999	-0,434	-1,75	-0,579	-0,41	-0,435	-0,409
25/06/1999	0,388	0,357	0,086	0,169	0,081	0,241
02/07/1999	-0,194	0,313	0,228	0,36	0,33	0,242
09/07/1999	0,585	0,432	0,171	0,778	0,646	0,685
16/07/1999	0,519	0,296	0,218	-0,233	0,254	-0,1
23/07/1999	0,07	-0,128	0,059	0,107	-0,167	-0,041
30/07/1999	-0,162	-0,329	0,319	-1,374	-0,25	-0,323
06/08/1999	-0,243	0,662	0,374	0,362	0,361	0,438
13/08/1999	-0,624	-0,536	-0,454	-0,307	-0,374	-0,39
20/08/1999	0,106	0,406	0,088	0,071	-1,14	-0,004
27/08/1999	-0,207	-0,39	-0,212	-0,564	-0,431	-0,475
03/09/1999	-0,16	-0,241	-0,157	-0,157	-0,15	-0,202
10/09/1999	-0,171	-0,385	-0,528	-0,713	-0,628	-0,779
17/09/1999	0,227	0,308	-0,046	0,16	0,049	-0,569
24/09/1999	0,214	0,015	0,155	-0,106	-0,174	-0,023
01/10/1999	-0,002	-0,046	0,155	-0,021	-0,071	-0,039
08/10/1999	-0,088	0,205	-1,516	-0,164	-0,194	-0,112
15/10/1999	0,437	0,445	0,413	0,475	0,259	0,465
22/10/1999	-0,517	-0,221	-0,292	-0,55	-0,414	-0,501
29/10/1999	0,059	0,103	0,032	0,118	0,054	0,164
05/11/1999	-0,075	-0,017	-0,147	-0,123	-0,018	-0,16
12/11/1999	-0,028	0,133	-0,195	0,003	0,036	-0,023
19/11/1999	0,195	0,562	0,602	0,579	0,322	0,524
<i>Promedio (pb)</i>	12	21	26	60	65	93
<i>Desvest (pb)</i>	39	49	46	48	44	40

### *Bonos Globales 1999: Correlación*

	<i>1,5</i>	<i>4,4</i>	<i>7,1</i>	<i>17,5</i>	<i>19,5</i>	<i>28,1</i>
<i>1,5</i>	1					
<i>4,4</i>	0,689	1				
<i>7,1</i>	0,651	0,573	1			
<i>17,5</i>	0,660	0,685	0,539	1		
<i>19,5</i>	0,665	0,597	0,613	0,739	1	
<i>28,1</i>	0,669	0,693	0,666	0,856	0,795	1

## Apéndice II: Técnica de componentes principales

Asumimos que las variaciones de las tasas (en nuestro caso semanal  $\Delta r_i$ ) tiene una distribución conjunta normal multivariada con media igual a cero. A efectos de análisis de riesgo con horizontes cortos ésta no es una suposición descabellada. Para definir tal distribución es suficiente con conocer su matriz de varianza – covarianza ( $\Sigma$ ). El análisis de componentes principales (ACP) trata de describir los movimientos en la curva de rendimientos de la forma más parsimoniosa posible. Para ello se realiza una transformación de coordenadas: pasamos de las coordenadas correspondientes a cambios en tasa para los distintos “n” vencimientos ( $\Delta r_i$ ) a las coordenadas de componentes principales ( $e_i$ ), representadas como:



Antes de deducir la derivación de los componentes principales definiremos los siguientes conceptos:

- La variabilidad total de un sistema dinámico es la medida de cuan volátil en su conjunto resultan ser las variables que pertenecen al sistema. Dicha variabilidad total puede obtenerse de la matriz  $\Sigma$ .
- El porcentaje de variabilidad explicado por una variable es el cociente entre la varianza de dicha variable sobre la variabilidad total del sistema.

Los componentes principales pueden ser obtenidos de la matriz de covarianza  $\Sigma$  a través del siguiente problema de optimización. Repetidamente buscamos sobre todas las combinaciones lineales de cambios de tasa hasta obtener la combinación lineal que explique el mayor porcentaje de variabilidad del sistema.

El vector  $(a_{1,1}, a_{2,1}, \dots, a_{n,1})$  es la combinación lineal correspondiente al primer componente principal. Se calcula la variabilidad remanente del sistema, no explicada por dicho vector, y se busca la siguiente combinación lineal de tal manera que no esté correlacionada con la anterior y que explique el mayor porcentaje posible de la variabilidad remanente. Por construcción este nuevo vector resultará ortonormal al primero, y representará al segundo componente principal al cual denominaremos  $(a_{1,2}, a_{2,2}, \dots, a_{n,2})$ . Se continua así hasta obtener todos los componentes principales. Por construcción, cada componente principal explica el mayor porcentaje posible de la variabilidad no explicada por los componentes anteriores y no está correlacionada con los anteriores.

La deducción analítica sigue a continuación<sup>11</sup>:

Sean  $n$  activos cuyas variaciones de tasa tengan una matriz de covarianza  $\Sigma$  de dimensión  $n \times n$ .  $[C]_{i,j}$  representa la covarianza entre el cambio de tasa del bono  $i$  y el cambio de tasa del bono  $j$ . Como  $\Sigma$  es simétrica existe una matriz ortogonal  $\mathbf{V}$  y una matriz diagonal  $\mathbf{D}$  tal que:

$\Sigma = \mathbf{V} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{V}^T$ . La columna  $i$  de  $\mathbf{V}$  es un autovector de  $\Sigma$  con autovalor igual a  $[D]_{i,i}$ .

Sea  $\Delta \mathbf{R}$  un vector columna  $n$ -dimensional de cambios en las tasas de  $n$  bonos. Por hipótesis  $\Delta \mathbf{R}$  tiene valor esperado igual a 0, y matriz de covarianza igual a  $\Sigma$ . Denotemos  $\mathbf{D}^{-1/2}$  la matriz diagonal cuyo  $i$ -ésimo elemento diagonal es  $([D]_{i,i})^{-1/2}$ .

Consideremos el vector  $n$ -dimensional:  $\mathbf{e} = \mathbf{D}^{-1/2} \cdot \mathbf{V}^T \cdot \Delta \mathbf{R}$

El valor esperado de  $E(\mathbf{e})$  es 0 y su matriz de covarianza es:

$$\mathbf{D}^{-1/2} \cdot \mathbf{V}^T \cdot \Sigma \cdot \mathbf{V} \cdot \mathbf{D}^{-1/2} = \mathbf{D}^{-1/2} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{D}^{-1/2} = \mathbf{I}$$

Por lo tanto  $\mathbf{e}$  es un vector de variables aleatorias estadísticamente independientes, cada una con media igual a 0 y varianza igual a 1.

Como podemos expresar  $\Delta \mathbf{R} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{D}^{1/2} \cdot \mathbf{e} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{e}$ , tenemos que el vector se puede escribir como una combinación lineal de variables aleatorias estadísticamente independientes, cada una con media igual a 0 y varianza igual a 1. El elemento  $\left[ \mathbf{V} \cdot \mathbf{D}^{1/2} \right]_{ij}$  es el ponderador del componente  $j$

en la variación de tasa del bono  $i$ .

Tenemos que el cambio de tasa de cada bono  $\Delta R_i$  puede expresarse como:

$$\Delta R_i = a_{i1} \cdot e_1 + a_{i2} \cdot e_2 + \dots + a_{in} \cdot e_n$$

Como  $e_i \sim N(0,1)$  la varianza  $\sigma^2$  de  $\Delta R_i$  puede expresarse como:

$$\sigma^2 = a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{in}^2 \text{ y la contribución fraccional del factor } i \text{ a la varianza es } a_{i1}^2 / \sigma^2.$$

---

<sup>11</sup> Ver Johnson & Wichern (1982).

### Apéndice III: Componentes principales

#### *Bontes y Letes 2000*

<i>Madurez</i>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>0,6</b>	59,6	-42,5	-7,7	-10,6	0,1
<b>2,8</b>	85,2	34,5	-14,9	-3,0	-0,2
<b>3,8</b>	51,9	-5,4	13,2	11,3	7,0
<b>4,8</b>	47,7	-7,6	11,4	12,1	-7,2
<b>27,1</b>	18,2	12,7	27,3	-15,1	-0,5
% explicado	75,3%	15,1%	6,2%	2,9%	0,5%
% acumulado	75,3%	90,4%	96,6%	99,5%	100,0%

#### *Bonos globales 2000*

<i>Madurez</i>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>0,6</b>	48,1	15,8	-38,1	-10,8	-0,4	-0,9	-0,2712	0,7
<b>3,4</b>	64,0	-31,0	-9,5	13,8	-10,4	2,7	-0,7	0,8
<b>4,7</b>	56,6	-2,9	21,9	-20,0	-11,8	-2,8	2,7	-0,1
<b>6,1</b>	47,5	-17,8	4,6	-5,6	24,4	-1,8	-1,4	0,3
<b>9,6</b>	41,1	13,8	3,2	11,4	0,8	-13,7	2,2	-5,5
<b>16,5</b>	34,5	15,0	8,9	2,3	-0,5	8,5	-16,4	-1,6
<b>18,6</b>	37,2	14,8	5,7	5,1	4,0	15,2	11,8	-1,3
<b>27,1</b>	32,1	18,7	10,3	9,3	1,2	-5,8	0,3	7,4
% explicado	69,0%	10,1%	9,1%	4,0%	3,5%	2,2%	1,7%	0,4%
% acumulado	69,0%	79,2%	88,3%	92,3%	95,7%	97,9%	99,6%	100,0%

#### *Bonos globales 1999*

<i>Madurez</i>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1,5</b>	32,1	-5,7	5,0	14,9	-13,5	2,2
<b>4,4</b>	40,9	2,5	25,2	-1,2	7,9	-0,7
<b>7,1</b>	36,2	-27,2	-5,2	-8,0	0,0	-2,7
<b>17,5</b>	43,0	16,9	-5,0	-8,4	-8,7	-6,7
<b>19,5</b>	37,9	3,8	-14,2	11,9	11,9	-2,9
<b>28,1</b>	37,1	5,3	-6,6	-6,3	0,9	12,3
% explicado	72,6%	9,2%	8,0%	4,5%	3,9%	1,8%
% acumulado	72,6%	81,8%	89,8%	94,3%	98,2%	100,0%