

# UN MARCO PARA LA ELABORACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE IMPRESIÓN Y ACUÑACIÓN\*

Rómulo A. Chumacero E.\*\*

Claudio Pardo M.\*\*\*

David Valdés V.\*\*\*\*

## I. INTRODUCCIÓN

Una de las funciones de los bancos centrales es la de asegurar la provisión de billetes y monedas que requiere la economía. El Banco Central de Chile (BCCh) utiliza modelos de proyección de la demanda de billetes y monedas para diseñar los programas de impresión de billetes y acuñación de monedas, con el fin de satisfacer el stock deseado de las distintas denominaciones por parte del público.

Contar con proyecciones confiables es importante porque una sobrestimación de la demanda conduce al manejo de inventarios elevados y costos innecesarios de impresión y acuñación. En contraste, una subestimación de la demanda no permite a los privados contar con el circulante que consideran óptimo, además de hacer que la autoridad incurra en costos adicionales para satisfacer el exceso de demanda.

Restricciones tecnológicas exigen que los programas se elaboren con antelación, pues existen rezagos entre los pedidos y las entregas. Estos rezagos y otras características que se describen abajo, hacen deseable que el Banco Central cuente con un inventario de seguridad que permita cubrir *shocks* imprevistos de demanda o eventuales rezagos en el proceso de entrega. Por ello, los modelos de proyección que se desarrollen deben finalmente ser utilizados para diseñar mecanismos de acuñación, impresión y manejo de inventarios que consideren explícitamente las preferencias de la autoridad respecto de los costos relativos de sub y sobrestimación, además de las restricciones tecnológicas y de costos de provisión y manejo de inventarios.

Para cubrir las necesidades de circulante, los bancos privados envían solicitudes quincenales al Banco Central. Este entrega el circulante a los bancos privados, los que, mediante empresas transportadoras de valores, se encargan de distribuirlo a lo largo de Chile para que finalmente llegue a las empresas y al público en general.

Por lo general, las solicitudes de billetes y monedas realizadas por los bancos privados han sido superiores a lo efectivamente entregado por el Banco Central. Esto se debe —en parte— a que los bancos no enfrentan restricciones presupuestarias convencionales al momento de realizar sus solicitudes y a que nunca estas fueron plenamente satisfechas. Por ende, cabe esperar que la demanda “efectiva” esté por debajo de las solicitudes realizadas. Una limitante de importancia al momento de realizar estimaciones de la demanda de billetes y monedas es que la variable sobre la que se tiene información histórica es solo la entrega de billetes y monedas por parte del Banco Central y no se conoce la demanda potencialmente “insatisfecha”. Esta es una consideración relevante al momento de interpretar los resultados de los modelos de proyección.<sup>1</sup>

\* Se agradecen los comentarios de Hernán Agurto, Claudia Bentjerodt, Luis Felipe Céspedes, Rodrigo Fuentes, Luis Óscar Herrera, Jorge Iribarren, Igal Magendzo, Enrique Marshall, Iván Montoya, Klaus Schmidt-Hebbel, Rodrigo Valdés, José Urzúa, Alejandro Zurbuchen y dos árbitros anónimos. Se aplican los descargos habituales.

\*\* Gerencia de Investigación Económica, Banco Central de Chile; Departamento de Economía, Universidad de Chile. E-mail: [rhumace@bcentral.cl](mailto:rhumace@bcentral.cl)

\*\*\* Gerencia de Cambios Internacionales y Recopilación Estadística, Banco Central de Chile. E-mail: [cpardo@bcentral.cl](mailto:cpardo@bcentral.cl)

\*\*\*\* Gerencia de Gestión Estratégica y Riesgo, Banco Central de Chile. E-mail: [dvaldes@bcentral.cl](mailto:dvaldes@bcentral.cl)

<sup>1</sup> Dado que no existieron situaciones extremas de falta de circulante, lo más probable es que, en equilibrio, los bancos privados hayan internalizado que el BCCh otorgará una fracción de sus solicitudes, por lo que podrían tener incentivos para hacer solicitudes superiores a las necesarias.

Otra razón para la necesidad de contar con proyecciones confiables y un marco adecuado para utilizarlas, es que los programas de impresión y acuñación involucran sumas importantes de recursos para el Banco Central. Por ejemplo, en el 2007, el costo de los programas de impresión de billetes y acuñación de monedas ascendió a casi US\$43 millones, que corresponde al 74% del gasto de apoyo operacional en ese año.<sup>2</sup>

En este trabajo se propone un diagnóstico de los modelos de proyección de billetes y monedas que se han usado habitualmente y se presentan modelos alternativos, discutiendo sus ventajas y desventajas. También se desarrolla un marco conceptual para determinar los factores claves al momento de tomar decisiones con respecto a los programas de impresión de billetes y acuñación de monedas. El artículo utiliza un riguroso análisis estadístico y evalúa la consistencia agregada de las proyecciones resultantes.

El resto del documento se organiza del siguiente modo: La sección II describe la práctica internacional en el uso de modelos de proyecciones. La sección III presenta un breve resumen de las características del proceso de distribución de billetes y monedas en Chile. La sección IV presenta los modelos de proyección utilizados por el BCCh en el pasado. La sección V los compara con modelos alternativos, discutiendo sus ventajas y su desempeño en términos de proyecciones. La sección VI presenta un marco conceptual para la toma de decisiones en los programas de impresión y acuñación. Se discute la manera en que se usan los modelos de proyecciones y cómo las preferencias de la autoridad y los costos deben determinar la modalidad, horizonte y composición de los programas. Esta sección presenta también un esquema para la elaboración del programa de impresión y acuñación utilizando los modelos de proyección de la sección anterior. Finalmente, la sección VII provee algunas recomendaciones respecto de la agenda de trabajo que se sugiere seguir.

## II. LA PRÁCTICA INTERNACIONAL

Proyectar de la manera más precisa posible la demanda de billetes y monedas en sus distintas denominaciones es una tarea importante y compleja.<sup>3</sup> Es importante para los agentes económicos porque les permite realizar transacciones adecuadamente. Es importante

para el Banco Central porque, además de garantizar la provisión de la demanda, el programa de impresión y acuñación tiene efectos financieros relevantes, sobre todo si se considera que, en muchos casos, el costo de acuñación de una moneda es superior a su valor facial.<sup>4</sup> A la vez, restricciones tecnológicas hacen que existan rezagos entre la orden y su disponibilidad al público. Por otro lado, en el pasado han ocurrido episodios de escasez de distintas denominaciones.

Esta sección discute brevemente la práctica internacional en el desarrollo de modelos de proyección de billetes y monedas.<sup>5</sup> Los estudios difieren en cuanto a enfoque metodológico y modelos econométricos utilizados. Algunos usan variantes de modelos univariados de series de tiempo (ARIMA), otros trabajan con especificaciones de corrección de errores. Otros más utilizan modelos VAR y modelos de panel. Finalmente, existen también modelos más tradicionales que incorporan determinantes micro y macroeconómicos.<sup>6</sup>

Los modelos también difieren respecto de la variable de interés. Para el caso de las monedas, existen modelos que estiman giros o variaciones porcentuales. Para los billetes, algunos modelos proyectan el valor del stock total de billetes, mientras

<sup>2</sup> El gasto del año 2007 fue aproximadamente 1.3 veces el de 2006 y 4.4 veces el de 2005. Esto se debió a un fuerte aumento de la demanda de billetes y monedas y a que el costo de provisión aumentó de manera importante por el alza de algunos insumos como cobre y níquel.

<sup>3</sup> La literatura académica sobre este tema no es muy abundante. Referencias útiles se encuentran en Kohli (1988), Croushore y Stark (2002) y Kippers et al. (2002).

<sup>4</sup> Sargent y Velde (2002) presentan un apasionante relato de cómo la necesidad de proveer monedas de distintas denominaciones (desde cuando menos el siglo XIV) fue uno de los pilares del desarrollo del sistema monetario actual. Ver Chumacero (2004).

<sup>5</sup> Para ello, se recopilaron estudios realizados para distintos países de América y Europa. Los estudios se obtuvieron mediante consultas directas, publicaciones en revistas especializadas o documentos publicados en el Centro de Estudios Monetarios para América Latina (CEMLA). La mayor parte de los estudios eran confidenciales por lo que solo se citan las regularidades encontradas. Los países (o instituciones) consultados respecto de los modelos de proyección de monedas fueron: Estados Unidos, el Banco Central Europeo, Italia, Alemania, Colombia, Guatemala y Costa Rica. En el caso de los modelos de billetes, se cuenta con información de Inglaterra, Banco Central Europeo, España, Italia y Guatemala.

<sup>6</sup> A diferencia de modelos que intentan "explicar" un fenómeno, cuando se quieren realizar proyecciones fuera de muestra, modelos más complejos no necesariamente dominan a modelos de series de tiempo.

otros lo hacen por denominación. Definir la variable a proyectar es crucial cuando se comparan modelos. Por ejemplo, es posible que modelos que proyecten satisfactoriamente giros o variaciones sean malos predictores de stocks.

La selección del tipo de modelo a utilizar y la variable dependiente de interés dictaminan en muchos casos la selección de predictores. Los modelos univariados de series de tiempo requieren solamente de información pasada de la variable, por lo que las proyecciones fuera de muestra se alimentan de proyecciones propias. Modelos que incluyan otros determinantes (por ejemplo: PIB, IPC, ventas minoristas, consumo real, número de cajeros automáticos, pagos con tarjetas, variables demográficas, gastos del gobierno central, etc.) pueden dominar a modelos de series de tiempo en evaluaciones dentro de muestra, pero no necesariamente hacer lo mismo en proyecciones fuera de muestra.<sup>7</sup> En estos casos, se requerirán proyecciones de todos los “determinantes” considerados. Por ello, es posible que los errores de proyección de estas variables adicionales deterioren la capacidad predictiva de estos modelos fuera de muestra.

Los modelos tampoco coinciden en cuanto a la frecuencia de las observaciones. Todos utilizan la máxima información de la que disponen, pero su frecuencia difiere (mensual, trimestral o anual). Un punto de coincidencia es que la mayor parte de los estudios considerados tienen como horizonte de proyección un plazo de un año. Estudios con plazos superiores son poco frecuentes.

Finalmente, tampoco existe homogeneidad respecto del enfoque de modelación. Algunos trabajos estiman modelos *top-down*, otros *bottom-up* y otros una combinación de ambos. Los primeros proyectan algún agregado (por ejemplo, circulante) para luego proyectar su composición. Los segundos producen proyecciones de cada denominación, que luego consolidan en el agregado. Un peligro del primer enfoque es que un error de sub o sobrestimación del agregado repercutirá en una sub o sobrestimación de todas las denominaciones (aun en el caso en que se prediga con precisión la composición del agregado). Otro aspecto relevante es que muchos estudios encuentran evidencia de inestabilidad de la demanda de agregados monetarios. Por ello, confiar

en proyecciones de modelos *top-down* puede traer este problema.<sup>8</sup> En resumen, la evidencia internacional sugiere una amplia variedad de enfoques y no existe una práctica común dominante.

Para ser útil en la elaboración de los programas de impresión y acuñación, el modelo a utilizarse debe cumplir con propiedades deseables en su desempeño fuera de muestra, además de proveer información útil para la toma de decisiones. Como se señala adelante, es de particular importancia contar con proyecciones de funciones de densidad. Que se sepa, esta es la primera ocasión en que se las utiliza en este contexto.

### III. CARACTERÍSTICAS DE LA PROVISIÓN DE BILLETES Y MONEDAS

Esta sección describe algunas de las características más relevantes de la provisión de billetes y monedas. Entenderlas permite validar los resultados de los modelos de proyección de billetes y monedas que se describen en las secciones siguientes, con lo que se espera ocurra en el futuro con los principales actores involucrados.

Existen diversos factores que afectan la demanda de billetes y monedas. Se demandan para realizar transacciones y sirven de medio de pago, además de poder cumplir un rol de atesoramiento con costo de oportunidad representado por la tasa de interés.

El Banco Central se encarga de satisfacer esta demanda mediante la provisión de billetes y monedas. Una vez que los bancos los reciben, los distribuyen entre sus demandantes. Pese a su importancia para el Banco Central, no existe suficiente información de relevancia respecto de las características del proceso. En particular, se desconocen los detalles de:

- Los inventarios operativos y de seguridad que mantienen los bancos comerciales.

<sup>7</sup> Algunos estudios también incluyen proxies de actividad delictiva que, en países donde es un “sector” importante, puede afectar de manera significativa a la demanda, debido a que sus operaciones suelen realizarse utilizando fundamentalmente efectivo.

<sup>8</sup> De hecho, una de las razones que los bancos centrales suelen esgrimir para justificar la manera de conducir su política monetaria (tasa de interés y metas de inflación) es justamente que la política de control de agregados monetarios es problemática por la inestabilidad de la demanda de dinero.

- El ciclo de distribución geográfica de billetes y monedas.<sup>9</sup>
- El ciclo de distribución en términos de uso (por actividad): cajeros automáticos, sectores específicos como comercio o transporte, u otro.
- El ciclo de distribución en términos de fuente (por origen): empresas transportadoras de valores, compras y ventas entre entidades bancarias, etc.
- Preferencias por distintas denominaciones y satisfacción de los agentes.

Pardo y Valdés (2006a) realizan un primer esfuerzo para estudiar el origen y destino de los flujos de billetes y monedas distribuidos por el Banco Central de Chile en mayo del año 2006. Luego de que el Banco Central recibe una orden de billetes y monedas, los distribuye por medio de los bancos privados. Seis de los veinticinco bancos fiscalizados por la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras (SBIF) concentran más del 90% de:<sup>10</sup> los giros de billetes y monedas nuevos desde el BCCh, el saldo de billetes y monedas mantenido en sus cajas y el saldo promedio de las bóvedas de custodia por cuenta del BCCh.

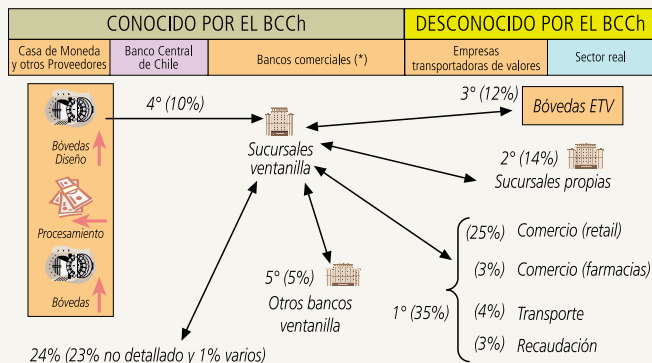
### 1. Provisión de Monedas

Una vez que los bancos reciben los giros, estos son demandados por el público (gráfico 1). Pardo y Valdés (2006a) encuentran que los flujos de monedas son demandados por los sectores comercio (supermercados, farmacias y empresas de recaudación de dinero) y transporte (buses y metro), seguidos por las sucursales bancarias y las empresas de transporte de valores, aunque estas últimas actúan fundamentalmente como redistribuidoras.<sup>11</sup>

Un componente importante del rubro comercio para la provisión de monedas corresponde a las ventas de los supermercados. Pardo y Valdés (2006a) encuentran que, en abril de 2006, los supermercados requerían cerca de 89 millones de piezas (en distintas denominaciones) para dar vuelto en el mes. Las demandas más importantes se concentraban (por orden de importancia) en monedas de \$10, \$1 y \$100.<sup>12</sup>

GRÁFICO 1

### Ciclo Físico de Monedas (porcentaje del volumen de piezas, mayo 2006)



Fuente: Pardo y Valdés (2006a).

El gráfico 2 muestra la trayectoria de las variaciones en doce meses de los valores de las ventas y número de cajas de los supermercados. El crecimiento promedio anual de las ventas de 8.5% indica que este sector seguirá siendo un demandante de importancia de monedas.<sup>13</sup> A la vez, desde un punto de vista estadístico, la evidencia sugiere que los stocks (y giros) de monedas preceden estadísticamente (causan en el sentido de Granger) a las ventas de supermercados (y al Imacec), pero lo contrario no ocurre. Por ello, el uso de series de tiempo de ventas puede servir para evaluar comportamientos tendenciales del sector, pero no para predecir giros de monedas.

Otro sector de relevancia (y subrepresentado en el gráfico 1) es el de transporte. Según la Encuesta de

<sup>9</sup> Esto es, se desconocen los flujos de circulante entre Santiago y regiones, los flujos dentro de cada región, y los inventarios que manejan los bancos en cada punto de distribución.

<sup>10</sup> Estos bancos son: BBVA, BCI, Corpbanca, de Chile, del Estado y Santander-Santiago.

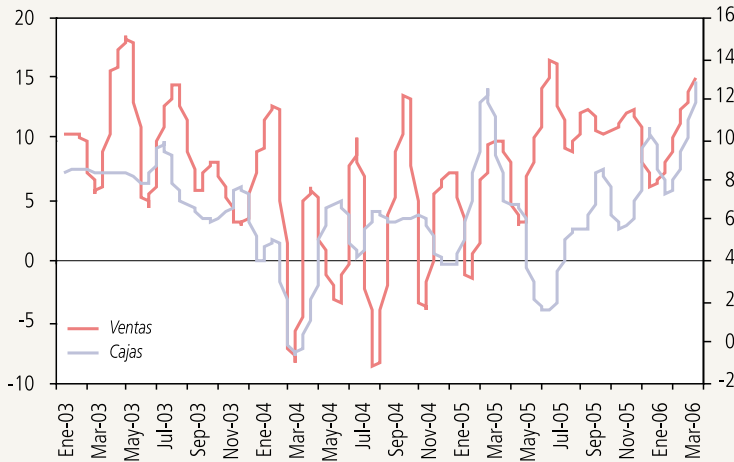
<sup>11</sup> No se identificó el destino de casi una cuarta parte de los giros porque uno de los bancos privados no proveyó información respecto al destino de las monedas. Como ese banco tiene una fuerte relación con el sector transporte, la participación de ese sector en el total es superior a la que muestra el gráfico 1.

<sup>12</sup> Pardo y Valdés (2006a) llaman "la regla del 1" a que las denominaciones más demandadas sean de \$1, \$10 o \$100. Esto puede deberse a políticas de manejo de inventarios y minimización de costos de transporte.

<sup>13</sup> Este efecto será decreciente a medida que la población favorezca medios alternativos de pago (como cheques, tarjetas de crédito y débito).

GRÁFICO 2

### Ventas y Número de Cajas de Supermercados (variaciones de 12 meses, porcentajes)



Fuente: Elaboración propia basada en datos del INE.

Origen y Destino de la Secretaría de Transporte, en el año 2001 se realizaron algo más de 10 millones de viajes diarios en Santiago; 42% de ellos en bus y 7% en metro. Hasta antes de la introducción del Transantiago, las transacciones de los buses se hacían en efectivo, privilegiándose el uso de monedas sobre billetes (los buses recaudaban cinco monedas por cada billete). Por otra parte, la fijación tarifaria del pasaje de buses tenía repercusiones de primer orden sobre la demanda de monedas de distintas denominaciones. Por ejemplo, un pasaje de \$380 habría provocado una demanda por monedas de \$10 substancialmente mayor que si el pasaje se fijase en \$400. Con el Transantiago, los usuarios de buses dejaron de utilizar rutinariamente el efectivo y realizan sus viajes con la tarjeta Bip!, la cual debe haberse cargado previamente. Dado que las cargas de tarjeta se realizan presumiblemente por múltiplos de \$500, la demanda de monedas en todas sus denominaciones tendría que verse reducida por este concepto.

Con respecto al Metro, el 60% de los viajes se realizaba con pagos en efectivo y el 40% con la tarjeta Multivía. Con la llegada del Transantiago, el número de viajes aumentó de manera importante (llegando incluso a más que duplicarse). A la vez, existe un fuerte incentivo para que los usuarios paguen sus viajes utilizando la tarjeta Bip! debido a que las personas que se movilizan en bus y usan luego el metro pagan \$420 = \$380 (bus) + \$40 (metro). Mientras tanto, el viaje en solo metro cuesta \$440.

La diferencia de precios ha generado un aumento del uso del metro y de la tarjeta Bip!, y una reducción de la demanda de monedas. La información provista por el Metro a fines de febrero de 2007 es que, a esa fecha, el 80% de los viajes se realizaron con tarjeta y solo 20% con boletos, observándose además una fuerte caída en el uso de monedas de \$10.

Pese a que la incertidumbre respecto de los efectos de la llegada y puesta en marcha del Transantiago aún no se disipa, lo que queda claro es que debería reducir la demanda de monedas. Al no contar con estadísticas detalladas del stock de monedas que manejaban los operadores de buses, no puede evaluarse el impacto

preciso sobre la demanda de monedas en sus distintas denominaciones.

Sin embargo, puede adelantarse que no solo habrá un efecto sobre la demanda de monedas, sino también en su composición. El gráfico 3 muestra la composición de los giros (cambios en stock entre diciembre de 2005 y de 2006). Pese a que sus participaciones han venido cayendo de manera importante, las monedas de \$1 y \$5 aún representaban el 47% del total de giros (en número de piezas). En términos de stock, las piezas de menor denominación (\$1 y \$5) correspondían respectivamente al 49% y 18% del total. Las monedas de \$10 fueron las más importantes en términos de giros (32%). Dadas las consideraciones anteriores, esta es una de las denominaciones sobre las que el Transantiago debería tener mayor impacto.

## 2. Provisión de Billetes

El proceso de provisión de billetes debe tomar en cuenta aspectos adicionales al de monedas. A diferencia de estas, el stock de billetes depende además de los retiros originados en el deterioro de las unidades. El deterioro de los billetes depende de su frecuencia de uso en transacciones. Los billetes de mayor denominación tienen un menor uso y por ende una vida media mayor.<sup>14</sup> A la vez, manteniendo las demás cosas

<sup>14</sup> La vida media es el período de tiempo transcurrido desde la emisión hasta la destrucción del billete.

constantes, mayores niveles de inflación implicarán mayor uso y menor vida media de billetes (sobre todo de aquellos de menor denominación).

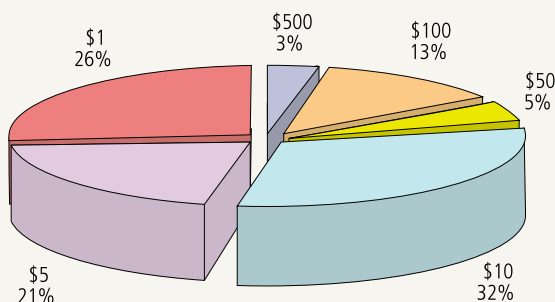
El Banco Central delega en los bancos comerciales la distribución de los billetes nuevos, además de dar instrucciones para la determinación de cuáles deben ser considerados no aptos y, por ende, ser retirados.<sup>15</sup> Utilizando la metodología de Boeschoten (1991) y dado el comportamiento de la serie de retiros, Pardo y Valdés (2006b) encuentran que entre los años 2003 y 2006 la vida de los billetes de \$1000, \$2000, \$5000, \$10000 y \$20000 era de 11, 48, 13, 27 y 43 meses, respectivamente.<sup>16</sup>

Al igual que con las monedas, Pardo y Valdés (2006a) compilaron información respecto del flujo de billetes en mayo de 2006 por parte de los seis bancos que concentran el 90% de los giros de billetes, además de monitorear los saldos mantenidos en las cajas y bóvedas de custodia por cuenta del BCCh.

El gráfico 4 muestra la distribución de flujos totales de billetes en el mes de mayo de 2006. Se desprende que la mayor parte del flujo se encontraba en bóvedas de custodia por cuenta del BCCh, seguida por efectivo en caja que mantenían los bancos y por el efectivo que se encontraba en sus cajeros automáticos. Esta importante magnitud se debe, en parte, al encaje que deben mantener los bancos. Dado que existe un costo de oportunidad de mantener efectivo en caja, los bancos comerciales suelen preferir satisfacer sus requerimientos de encaje con saldos en bóvedas de custodia por cuenta del BCCh. Históricamente, los requerimientos eran cubiertos en un 40% por caja (cajeros, caja, empresas de transporte) y un 60% en cuenta corriente (fundamentalmente en la bóveda de custodia por cuenta del BCCh). Cambios en el costo de oportunidad, junto con un mayor costo de transporte por parte del componente caja, hicieron que esta composición se revirtiera en el pasado reciente.

GRÁFICO 3

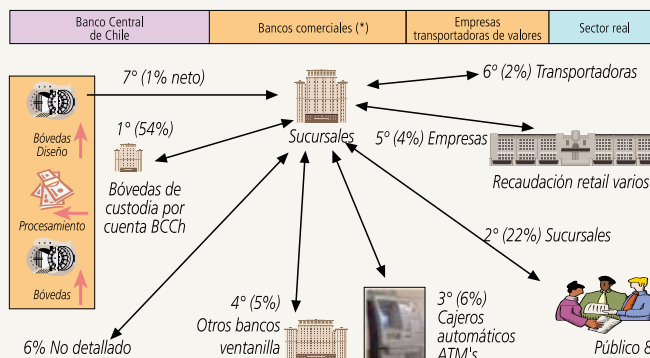
**Composición de Giros de Monedas por Denominación**  
(diciembre de 2006 respecto a diciembre de 2005)



Fuente: Elaboración propia basada en datos de la Gerencia de Tesorería del BCCh.

GRÁFICO 4

**Ciclo Físico de Billetes**



Fuente: Pardo y Valdés (2006a).

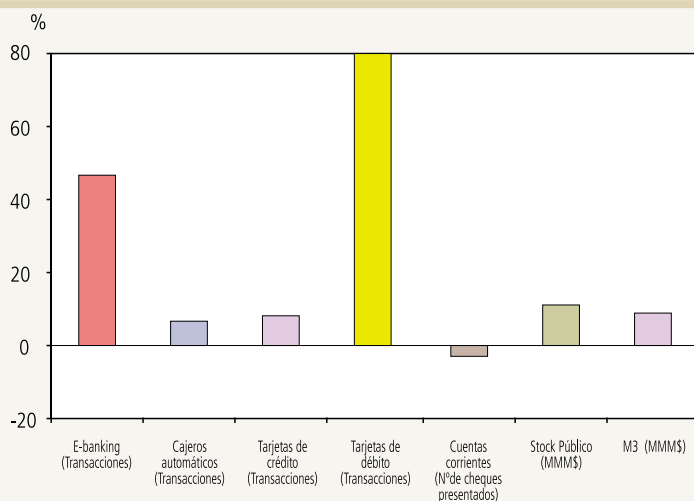
Para evaluar la demanda futura de billetes, deben considerarse los requerimientos de encaje y liquidez de los bancos comerciales. Además de ello, es

<sup>15</sup> Por ejemplo, a mediados de enero del año 2008 el Banco Central emitió una circular que presenta un conjunto de criterios para la selección de billetes no aptos para la circulación.

<sup>16</sup> La mayor vida media de los billetes de \$2000 se debe a que los nuevos billetes son de polímero. Los billetes de papel de esta denominación tuvieron una vida media de 12 meses y ya no se imprimen.

GRÁFICO 5

### Tasas de Crecimiento Promedio Anual de Distintos Medios de Pago (2000- 2006)



Fuente: Elaboración propia.

importante tomar en cuenta el entorno cambiante en el que los agentes económicos realizan transacciones. El gráfico 5 muestra las tasas de crecimiento promedio experimentadas por distintos medios de pago entre los años 2000 y 2006. Pese a que el número de cuentas corrientes ha aumentado a una tasa promedio de 5.7% al año, los agentes giraban en 2006 menos cheques que seis años antes (la tasa de caída anual promedio del número de cheques es cercana al 3%). Medios alternativos de pago han crecido de manera importante: las tarjetas de crédito crecieron a una tasa anual de 8%, las tarjetas de débito a una tasa anual de 27% y el monto total de transacciones con ellas el 2006 fue 41 veces el del 2000. Por otro lado, el número de clientes que realizan transacciones en línea creció a una tasa promedio anual de 29% y el número de transacciones en el 2006 fue casi diez veces el del 2000.

Una de las maneras por las que el público accede a billetes es mediante el uso de cajeros automáticos. El número de cajeros automáticos más que se triplicó en los últimos ocho años con una tasa de crecimiento promedio anual superior al 10%. En noviembre de 2006, había 5312 cajeros y la SBIF proyecta un crecimiento promedio del número de cajeros de 8% para los próximos tres años.<sup>17</sup> Como los cajeros marginales no tienen el movimiento de los cajeros iniciales, cabe esperarse que el incremento de la demanda de billetes

sea algo menor en los cajeros nuevos que en los ya existentes. Por otro lado, los bancos han ido modificando sus algoritmos en la provisión de billetes para minimizar los costos de reabastecimiento. Así, los cajeros ya no utilizan billetes de \$1000, y la menor denominación es la de \$2000.

Como se adelantara al discutir algunos potenciales efectos del Transantiago sobre la demanda de monedas, él también tiene algunos efectos sobre la demanda de billetes. En particular, podría esperarse que el uso de las tarjetas Bip! y Multivía aumentara la demanda de billetes de baja denominación. Dado que las tarjetas permiten recargas de \$500 o múltiplos, y que los valores de los pasajes diarios permitirían costear viajes de ida y vuelta con \$1000, podría esperarse la sustitución

de monedas por billetes de esa denominación. Sin embargo, el costo de oportunidad de recarga diaria de las tarjetas (por efecto de las colas) hace que sea más probable que los agentes realicen recargas por valores superiores a los \$1000. De hecho, el Metro informó que la carga modal (más frecuente) es de \$2000.

Un factor importante a considerar es cuál es la factibilidad de que tarjetas como las anteriores puedan llegar a sustituir el efectivo para realizar transacciones. Recientemente, *The Economist* (2007) dedicó su portada y un artículo especial al futuro del dinero (en efectivo). Existen dos razones fundamentales por las que, pese al mayor uso de medios de pago como las tarjetas de débito y crédito, estas no hayan sustituido de manera más intensa el uso de efectivo. En primer lugar, el costo de procesamiento de las tarjetas es superior al costo de transporte de efectivo, por lo que generalmente existe un cargo adicional por el uso de tarjetas. Por otro lado, las tarjetas no tienen una propiedad que sí tiene el efectivo: anonimato. Cuando se utiliza una tarjeta de crédito, es posible vincular al agente con la transacción. Esto es más difícil con el efectivo. Avances tecnológicos en Japón y otros lugares han logrado que

<sup>17</sup> Esta proyección subestima el número de cajeros disponibles, porque información directa solo de los bancos BCI, de Chile, del Estado y Santander-Santiago indica que el crecimiento del número de cajeros será superior al 20%.

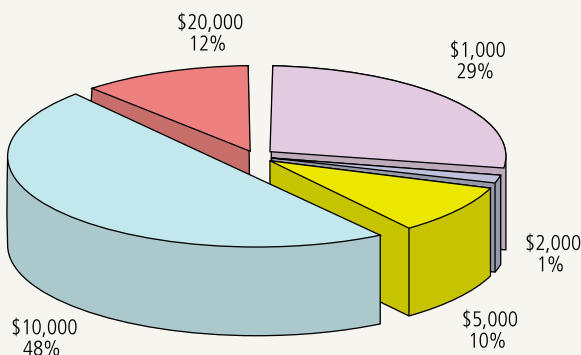
los chips de teléfonos celulares o tarjetas de prepago puedan utilizarse para realizar transacciones menores. En la medida en que esta tecnología se extienda, es posible que sus costos de procesamiento sean inferiores a los costos de transportar efectivo, por lo que hipotéticamente es posible que en un momento haya un cargo por usar efectivo. A la vez, al utilizar tarjetas de prepago, el usuario mantiene el anonimato.

Esta consideración puede ser importante por dos motivos: Chile tiene una elevada tasa de penetración de celulares (muy superior a la que se esperaría por su ingreso per cápita) y la tecnología de tarjetas como la Multivía, permite utilizarla para fines distintos del uso de metro. En la actualidad no se utiliza para otra cosa, pero la tecnología para hacerlo está disponible. Al parecer, la tecnología de la tarjeta Bip! no permite su uso para otros fines, pero el solo hecho de que exista un número tan importante de tarjetas, hace que sea posible que en el futuro pueda usarse un medio similar para realizar transacciones. Estos factores, junto con incrementos en el ingreso de los agentes, harán que la composición de la demanda de billetes se modifique para preferir cada vez más los billetes de mayor denominación.

El gráfico 6 muestra la composición de los cambios del stock de billetes entre diciembre de 2005 y 2006.<sup>18</sup> Los billetes de \$10000 y \$1000 han incidido fuertemente en el incremento del stock. Dado que la vida útil del billete de \$1000 es substancialmente menor que la de \$10000, parte importante del cambio de stock en este caso se debe a la reposición de billetes no aptos. De hecho, dada la vida útil de los billetes de \$1000, sin considerar incrementos de demanda, estos deben reponerse completamente en un año. En términos de participación en stocks, los billetes de \$1000 y \$10000 representaban 28% y 42% del número de piezas en diciembre de 2006. Como se adelantara en las consideraciones anteriores, se espera que ocurran aumentos más importantes en los billetes de alta denominación. A la vez, el escaso incremento del stock de billetes de \$2000 durante el 2006 se debió a políticas de distribución del propio

GRÁFICO 6

### Composición de Cambios en Stocks de Billetes (Diciembre de 2006 respecto a Diciembre de 2005)



Fuente: Elaboración propia basada en datos de la Gerencia de Tesorería del BCCh.

BCCh, más que a disminuciones de demanda (más sobre esto en la sección VI).

## IV. MODELO ANTIGUO

Esta sección describe los modelos de proyección que se utilizaban hasta la ejecución del presente trabajo para realizar proyecciones de monedas y billetes. En el primer caso, la metodología de proyección se utilizó hasta el programa del año 2004. Luego, se utilizó una variante del modelo de proyección de series de tiempo que se describe en la próxima sección, con la diferencia que se escogía una variable y horizontes de proyección distintos y no se incorporaba información respecto de las proyecciones de densidad. El modelo de billetes se utilizó hasta el año 2006.

### 1. Modelo de Monedas

El modelo de proyección del stock de monedas por denominaciones que se utilizaba hasta el programa de acuñación del año 2004 es indirecto. Parte por realizar proyecciones de los giros (cambio en el stock) para luego acumularlos.

Formalmente, sea  $s_{i,t}$  el stock de monedas de denominación  $i$  en el mes  $t$ . Denotamos el cambio del

<sup>18</sup> Los billetes deben tomar en cuenta la reposición de billetes no aptos, por lo que las variaciones de stock no representan los giros. Más sobre este punto en la sección IV.



stock de monedas de denominación  $i$  entre los meses  $t-k$  y  $t$  por  $g_{i,t}^k = s_{i,t} - s_{i,t-k}$ .<sup>19</sup> Las proyecciones de los giros mensuales se obtienen del siguiente modo:

$$\tilde{g}_{i,t}^1 = \hat{g}_{i,t}^1 + \frac{1}{4} \hat{d}_{i,t}, \quad (1)$$

donde  $\hat{d}_{i,t}$  es el estimador de la desviación estándar de los giros obtenido con información hasta el período  $t$ , y  $\hat{g}_{i,t}^1$  es el valor predicho de una regresión lineal para el modelo:

$$g_{i,t}^1 = \alpha_i + \beta_i t + u_{i,t}. \quad (2)$$

El modelo descrito en (1)-(2) presenta algunas características para destacar: Primero, al incorporar una tendencia lineal, se presume que la variable *giros* es estacionaria en tendencia. Como muestra el gráfico 7, esta premisa está reñida tanto con la lógica económica como con la evidencia empírica. Esto porque, si bien existen razones para pensar que la demanda por stock de monedas puede crecer, no las hay para que lo haga su primera diferencia (los giros).<sup>20</sup> Segundo, modelos de proyección de giros basados en tendencias lineales tienen implicancias complejas, pues inducen a proyecciones explosivas de los niveles de stock (si  $\beta > 0$ ), o a la desaparición física de la demanda (si  $\beta < 0$ ). Parte importante de los problemas en las proyecciones de demanda cuando se utiliza este modelo es la alternancia de signos en la estimación de esta pendiente, haciendo el modelo poco confiable. Finalmente, la inclusión de  $\hat{d}_i$  en (1) se motiva porque se considera más costoso subestimar la demanda de monedas (que se suponía constante en las proyecciones). Por ello, el término añade un 25% de la variabilidad histórica que da cuenta de un “colchón” adicional.

Con la muestra utilizada para realizar proyecciones (desde 1998), se encuentra que el coeficiente asociado a  $\beta$  no es estadísticamente distinto de cero, pero los residuos del modelo no son bien comportados. En particular, existe evidencia de que los errores presentan correlación serial (son sistemáticos), patrones estacionales marcados no considerados (particularmente en marzo, septiembre y diciembre), no linealidades potenciales, desvíos de normalidad, e inestabilidad estructural (particularmente al final de la muestra).

Más aún, la variable de interés en la proyección no es el giro neto sino el stock de monedas de la denominación  $i$ . Para proyectar este stock  $j$  meses adelante, dada la información en el período  $t$ , se procede del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \tilde{s}_{i,t+j} &= s_{i,t} + \sum_{n=1}^j \tilde{g}_{i,t+n}^1 \\ &= s_{i,t} + \left( \hat{\alpha}_i + \frac{\hat{d}_{i,t}}{4} \right) j + \hat{\beta}_i \sum_{n=1}^j (t+n). \end{aligned} \quad (3)$$

El segundo término de (3) muestra que, aun en ausencia de los problemas descritos, el stock proyectado debería estar sobrestimado por el efecto creciente en la proyección de la desviación estándar de los giros. Así, en proyecciones 36 meses adelante, el “colchón” adicional equivale ya a nueve veces la desviación estándar de los giros ( $j/4=36/4=9$ ). Lo que es más importante aun, si el estimador puntual de  $\beta$  es distinto de cero, el último término de (3) equivale a asumir una tendencia lineal en los giros, lo que impone una tendencia cuadrática (y explosiva) en el stock. Finalmente, el primer término de (3) muestra que las proyecciones puntuales estarán fuertemente influenciadas por el mes en el que se empiece la proyección. Por ende, bajo esta especificación, un patrón estacional puede convertirse en un componente estructural de la proyección. Esto es, las proyecciones dependerán crucialmente del mes en el que comiencen a hacerse. Una tendencia cuadrática en los stocks puede justificarse teóricamente en algunos casos con valores positivos de  $\alpha$  y negativos de  $\beta$ .

El gráfico 8 presenta un ejemplo del efecto que tiene el período de estimación de los parámetros de (2) sobre la proyección. En él se encuentra la trayectoria del stock efectivo de monedas de los años 2003 y 2004 junto con proyecciones

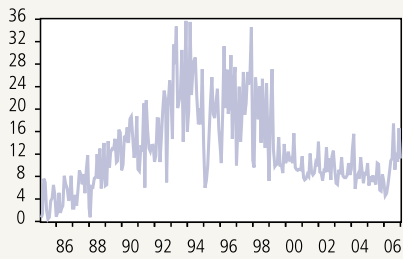
<sup>19</sup> Desde los programas del año 2001 hasta la revisión del programa del 2004, (con datos a marzo de 2004) se hacían proyecciones utilizando solo los giros de monedas que realizan los bancos comerciales al BCCh (solo los mensajes 327 de Sinacofi del Anexo 1) y no se descontaban los depósitos ni los flujos netos de bóveda de custodia para así obtener los “giros netos” (giros netos = giros – depósitos).

<sup>20</sup> Aunque pueden ocurrir reducciones importantes en un contexto inflacionario acelerado, la demanda por flujos, por construcción, está acotada en 0.

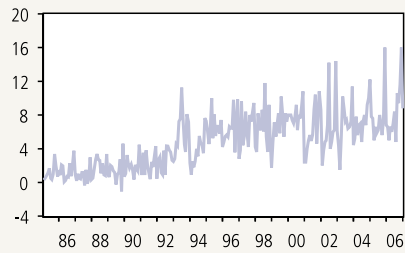
**GRÁFICO 7**

**Giros Netos Mensuales de Monedas**  
(en millones de monedas: 1985:02-2007:01)

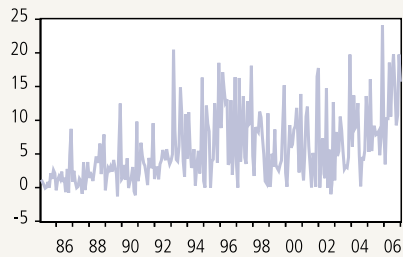
Moneda de \$1



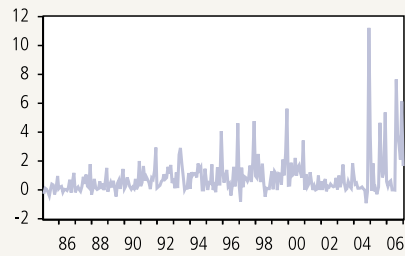
Moneda de \$5



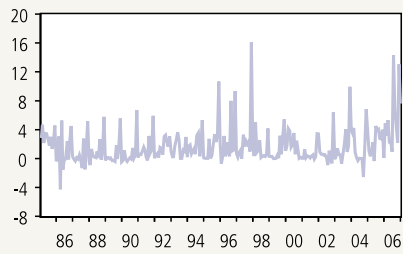
Moneda de \$10



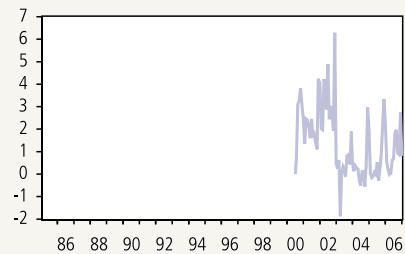
Moneda de \$50



Moneda de \$100



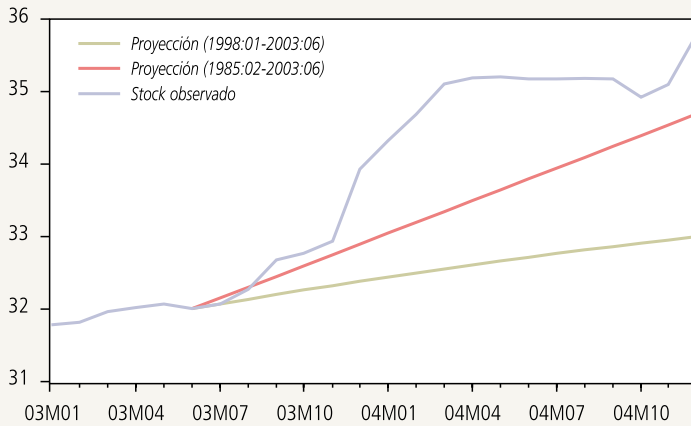
Moneda de \$500



Fuente: Elaboración propia basada en datos de la Gerencia de Tesorería del BCCh.

GRÁFICO 8

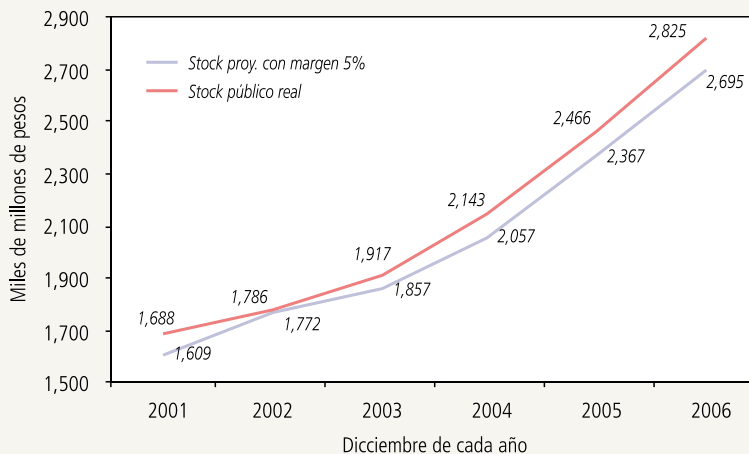
**Proyecciones de Stock de Monedas de \$100 con Diferentes Muestras**  
(en millones de monedas)



Fuente: Elaboración propia.

GRÁFICO 9

**Stock Público Total**  
(a diciembre de cada año)



Fuente: Elaboración propia.

del stock generadas utilizando la ecuación (3). Los parámetros estimados se obtuvieron con dos muestras distintas. Cuando se utiliza la muestra completa, la subestimación es mucho mayor que cuando se utiliza solo la muestra más reciente. En todo caso, proyecciones fuera de muestra realizadas desde mediados del año 2003 muestran que en todos los casos se produce una fuerte subestimación del stock efectivo.

**2. Modelo de Billetes**

A diferencia de las monedas, la proyección de giros de billetes por denominación estaba constituida por la suma de proyecciones de giros por crecimiento del stock público de billetes y proyecciones de giros basadas en el reemplazo de billetes deteriorados.

El modelo utilizado para proyectar billetes parte de la proyección del stock público total (monedas más billetes). Luego de proyectar esta variable, se deduce el stock de monedas predicho por el modelo de monedas, para finalmente distribuir este residuo (que debería ser la proyección del stock total de billetes) en cada denominación.

La proyección de stock público total en  $t$  se realizaba utilizando una versión fuerte de la teoría cuantitativa que supone velocidad de circulación constante. Así, sea  $S_{t-1}$  el stock público de billetes y monedas en el período anterior; la proyección del stock en  $t$  es:

$$S_t = S_{t-1} (1 + \hat{\pi}_t) (1 + \hat{g}_t) (1 + z), \quad (4)$$

donde  $\hat{\pi}_t$  y  $\hat{g}_t$  son las proyecciones de la inflación y el crecimiento del PIB entre  $t-1$  y  $t$ , respectivamente, mientras  $z$  es un margen de seguridad que se agrega. Las proyecciones del stock público total eran provistas por la División Estudios y consideraba sus proyecciones de inflación y crecimiento.

El gráfico 9 muestra la evolución de las proyecciones de stock público total usando (4) y del stock público efectivamente observado. En todos los años considerados existe una subestimación que, en promedio, alcanza al 5%, y cercana al 10% si no se toma en cuenta el margen de seguridad ( $z$ ). Claramente, la subestimación se debe en buena parte a que el supuesto de velocidad de circulación constante es poco realista, sobre todo en un contexto de convergencia a una inflación baja y estable con tasas de interés nominal más bajas y

menores costos de mantener dinero.<sup>21</sup> Por otro lado, (4) supone una elasticidad ingreso unitaria y no testea la validez de este supuesto y su estabilidad. Puede que esta especificación provea algunas luces sobre el comportamiento del agregado en el largo plazo, pero no sirve para realizar proyecciones en los plazos utilizados (entre 9 y 18 meses).

Deduciendo de la proyección de stock público total la proyección del stock público de monedas (calculado previamente y denotado por  $M$ ) se obtiene la proyección del stock público de billetes ( $B$ ). Esto es:  $B_t = S_t - M_t$ .

Con la proyección del stock público total de billetes, se procede a hacer una distribución porcentual de  $B$  para cada denominación  $i$ . Sea  $\alpha_i$  la participación histórica de la denominación  $i$  en el stock de billetes, la proyección del stock de billetes de la denominación  $i$  para el período  $t$  se obtiene de  $B_{it} = \alpha_i B_t$ .

Nótese que, aun si se cuenta con proyecciones confiables de la demanda de monedas y las participaciones de cada denominación de billetes se mantienen constantes, el hecho de que las proyecciones del stock público total siempre hayan subestimado el stock efectivo, hace que el modelo tienda a subestimar la demanda de billetes. Aun en el caso en que se tengan proyecciones confiables del stock total, la proyección del stock de billetes por denominación depende de la proyección de monedas (con los problemas señalados en la subsección anterior) y del supuesto de que la participación de los billetes en las distintas denominaciones se mantendrá constante.

Con la proyección del stock de cada denominación, resta por evaluar cuál es la necesidad de reemplazo de billetes deteriorados ( $R$ ). Para ello, se utiliza un estimador de la tasa de reemplazo observada de cada denominación ( $r_{i,t}$ ) que se basa en el tiempo medio de circulación descrito en Pardo y Valdés (2006b). Formalmente, tenemos:

$$R_{i,t} = r_{i,t} B_{i,t}.$$

Entonces, la proyección de giro entre los períodos  $t-k$  y  $t$  es:

$$G_{i,t} = B_{i,t} + R_{i,t} - B_{i,t-k} = (1 + r_{i,t}) B_{i,t} - B_{i,t-k}. \quad (5)$$

Resumiendo, el enfoque de proyección de giros por denominación presenta las siguientes debilidades:

Primero, es un modelo determinístico y no provee un estimador de la incertidumbre asociada al pronóstico. Segundo, depende crucialmente de las proyecciones de inflación y crecimiento, además de imponer una versión fuerte de la teoría cuantitativa (velocidad de circulación constante) para realizar proyecciones de corto plazo. Tercero, supone que las participaciones de las denominaciones en el stock de billetes se mantendrán inalteradas. Finalmente, al seguir una filosofía de *top-down*, cualquier error sistemático en la proyección de etapas superiores repercute necesariamente en errores sistemáticos en la proyección de las demás etapas. Dado que el stock público total proyectado fue inferior al finalmente observado, el margen de seguridad utilizado fue insuficiente para cubrir los requerimientos de billetes.

## V. MODELOS ALTERNATIVOS

Los problemas encontrados en los modelos de proyección de billetes y monedas descritos en la sección anterior, conducen a evaluar la necesidad de considerar modelos alternativos. Esta sección presenta dos tipos de modelos alternativos. En primer lugar, se discute la metodología general, para luego presentar una comparación de las proyecciones fuera de muestra del modelo que se propone y el modelo de la sección IV.

### 1. Marco Conceptual

Los stocks de billetes y monedas por denominación no son estacionarios. En el caso de las monedas, el modelo antiguo realiza proyecciones de una variable con características estadísticas complejas (giros mensuales), mientras en el caso de los billetes se juntan proyecciones de agregados (stock público total) y las proyecciones de stocks de monedas junto con supuestos fuertes de elasticidades y participaciones por denominación.

Los modelos alternativos que se consideran acá utilizan series de cambios de stocks en frecuencias mayores a las mensuales. Esto hace que las series consideradas sean menos volátiles, no presenten

<sup>21</sup> Mies y Soto (2000) recopilan información de distintas estimaciones de la semielasticidad del alternativo de mantener dinero. La semielasticidad toma valores entre -2.12 y -0.02.

estacionalidad y permitan realizar proyecciones confiables utilizando procedimientos econométricos de series de tiempo.

Como se discute adelante, por sus características, la variable de interés al realizar proyecciones de monedas por denominación no es la misma que en el caso de los billetes. En términos generales, utilizamos proyecciones para variables estacionarias más fácilmente predecibles que los modelos antiguos para luego realizar transformaciones que permitan “recuperar” las proyecciones del stock.

La manera natural de lidiar con la no estacionariedad de la serie original (stocks) es la de trabajar con variaciones que no dependan del plazo de proyección (para evitar tener que modelar series que sean potencialmente estacionales). La práctica más común en este sentido es la de utilizar variaciones en 12 meses. Los cambios anuales en el stock permiten eliminar patrones estacionales comunes, son de interpretación directa y permiten evaluar series que poseen comportamientos más parsimoniosos. A la vez, si se realizan proyecciones del stock para horizontes cercanos, pueden utilizarse modelos de series de tiempo que no requieren de información adicional a la de una buena caracterización de las propiedades estadísticas de las series.

Para comparar los méritos de distintos modelos de proyección de stock de monedas y billetes respecto de los modelos descritos en la sección anterior, se desarrolló un modelo univariado de series de tiempo y un modelo en el que se incorporan factores que pueden considerarse como potenciales determinantes de la demanda de monedas y billetes.

El primer modelo de series de tiempo corresponde a un proceso autorregresivo simple. Este modelo sirve para realizar proyecciones en entornos estacionarios, donde el pasado aporta información suficiente para describir las propiedades de los datos.

Sea  $y_t$  la variable de interés (en nuestro caso alguna variante de la variación en 12 meses del stock de monedas y billetes de una denominación); se estima el modelo AR( $p$ ):

$$y_t = \alpha + \sum_{j=1}^p \beta_j y_{t-j} + u_t,$$

donde  $u$  es ruido blanco y  $p$  es el número de rezagos necesarios para que esto ocurra.

La selección del número de rezagos se puede realizar de distintos modos. Uno de los más comunes es el de minimizar un criterio de información dentro de muestra. Por ejemplo, el criterio de Hannan-Quinn ( $HQ$ ) para cada modelo  $j$  se calcula como:

$$HQ_j \simeq \ln(\hat{\sigma}_j^2) + 2 \frac{k_j}{T} \ln(\ln(T)),$$

donde  $T$  es el tamaño de la muestra,  $k_j$  es el número de parámetros estimados en el modelo  $j$  y  $\hat{\sigma}_j^2$  es el estimador de la varianza de los residuos del modelo. Otra manera de escoger modelos es el de minimizar alguna función de pérdida de los errores de proyección fuera de muestra (como por ejemplo el error medio cuadrático de proyección).

El otro modelo considerado es un modelo de factores, esto es, un modelo en que además de la variable de interés (el stock de monedas o billetes de una denominación) se utilizan otros factores potenciales. La ventaja de estos modelos es que son capaces de “explicar” cuáles son los determinantes de la demanda y no proveer solamente una aproximación estadística satisfactoria al proceso que genera los datos. Pese a ello, este enfoque no está exento de problemas cuando el objetivo final es la proyección: En primer lugar, estos modelos no son necesariamente superiores en términos de su poder predictivo que los modelos de series de tiempo. En segundo lugar, dado que el modelo utiliza otras variables como determinantes, deben realizarse proyecciones de las mismas para poder proyectar la variable de interés. Esto exige contar con modelos adicionales o imponer supuestos fuertes del comportamiento futuro de estas variables. Relacionado con lo anterior, el error de predicción debe incorporar también errores de predicción de las variables consideradas como determinantes. Finalmente, para realizar proyecciones se requiere que los modelos sean estables y no presenten quiebres evidentes que lleven a sesgos sistemáticos en la proyección.

El modelo de factores utilizado corresponde a una especificación similar a la que se usa para estimar la demanda de agregados monetarios:

$$\ln w_{i,t} = \alpha + \sum_j \beta_j \ln m_{t-j} + \sum_k \gamma_k \ln(1 + d_{t-k}) + \sum_l \delta_l \ln w_{i,t-l} + u_t, \quad (6)$$

donde  $w_i$  es el stock real (deflactado por IPC) de monedas o billetes de la denominación  $i$ ,  $m$  es una variable de escala (en este caso el Imacec) y  $d$  es la tasa de interés pasiva promedio en el sistema bancario.<sup>22</sup> Como en el caso de los modelos de series de tiempo univariados, el número de rezagos de la variable de escala, de la tasa de interés y de los stocks de cada denominación se escoge minimizando el criterio  $HQ$ .

## 2. Monedas

Para realizar proyecciones con modelos de series de tiempo es crucial escoger la variable estacionaria a modelar de manera adecuada. En el caso de las monedas, no existe una demanda de reemplazo de unidades no aptas (como sucede con los billetes). Por lo tanto, los giros son simplemente el resultado del cambio en el stock de monedas de una denominación.

Como mostraba el gráfico 7, utilizar como variable a modelar los giros mensuales no es aconsejable para proyectar stocks. Esto, porque además de ser una serie extremadamente volátil y estacional, no sirve para realizar proyecciones en el horizonte relevante para el programa de acuñación (generalmente superior a los 24 meses).

El gráfico 10 muestra la evolución del cambio en 12 meses del stock de monedas de cada denominación. Como se aprecia, esta serie no tiene estacionalidad y es bastante menos ruidosa que el giro mensual. A la vez, esta serie también muestra el incremento en los giros en todas las denominaciones en el último período. Claramente, el caso de la moneda de \$500 es especial debido a que (como ocurre siempre con una nueva denominación), los giros iniciales son bastante elevados.

Como se discutiera en la subsección precedente, el modelo propuesto a ser estimado corresponde a un modelo univariado de series de tiempo para cada denominación. Se entiende que este modelo será útil para realizar proyecciones futuras, si las series son lo

CUADRO 1

### Estimación de modelos de factores

	Elasticidad ingreso	Semi-elasticidad tasa de interés	Ramsey
Moneda de \$1	0.47 (0.06)	-0.65 (0.28)	0.000
Moneda de \$5	0.69 (0.10)	-3.98 (0.66)	0.001
Moneda de \$10	0.38 (0.11)	-3.54 (0.81)	0.001
Moneda de \$50	0.34 (0.10)	-2.43 (0.65)	0.269
Moneda de \$100	0.10 (0.19)	-3.22 (1.31)	0.493
Moneda de \$500	2.98 (1.79)	-11.6 (8.88)	0.000

Fuente: Elaboración propia.

Notas: Elasticidades de largo plazo. Desviaciones estándar en paréntesis. Ramsey corresponde al p-value del test de no linealidades omitidas de Ramsey

suficientemente regulares y el pasado reciente ayuda a predecir el futuro.

Con fines ilustrativos, se estiman también modelos de factores como los de la ecuación (6) para cada denominación. El cuadro 1 presenta las estimaciones de las elasticidades (semielasticidades en el caso de la tasa de interés) de largo plazo para cada denominación. Encontramos que, pese a obtener estimaciones de las elasticidades ingreso y tasas de interés coherentes con la teoría económica en términos de signo, la elasticidad ingreso es en todos los casos excepto uno, inferior a la unidad y en las denominaciones más altas no significativamente distinta de cero. Una manera de evaluar eventuales problemas de especificación es la de utilizar el test de no-linealidad omitida utilizando el test de Ramsey. El cuadro muestra que existe evidencia de no-linealidad omitida en cuando menos cuatro de las seis estimaciones. Esto puede deberse a problemas en la especificación de la media condicional, heterocedasticidad no considerada, o inestabilidad.<sup>23</sup>

Una condición necesaria para utilizar modelos de

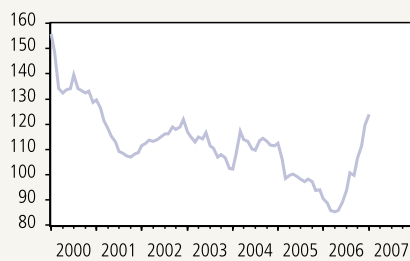
<sup>22</sup> Modelos alternativos en los que se considera el stock nominal como variable dependiente y se incluyen además regresores como el logaritmo del IPC (y hasta la inflación) no tienen mayor capacidad predictiva y adolecen de los mismos problemas que se describen abajo.

<sup>23</sup> Esto puede deberse al rol de la innovación financiera. A causa de la generación de formas alternativas de pago (pago automático, RedCompra, tarjetas de crédito, etc.) pueden haberse producido modificaciones en la demanda de monedas que son difíciles de cuantificar. También se consideraron modelos que incorporaban una tendencia determinística que suele usarse para capturar los efectos que tienen las innovaciones financieras. Pese a que el coeficiente asociado a este componente era negativo (como se esperaba debido a que la presencia de medios alternativos de pago reduce la demanda de monedas), los efectos no eran estadísticamente significativos para algunas denominaciones. A la vez, los modelos presentaban los mismos problemas de inestabilidad que se reportan abajo.

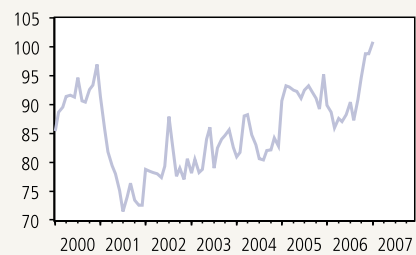
**GRÁFICO 10**

**Cambio de 12 meses en los stocks**  
(millones de monedas: 1987:02-2007:01)

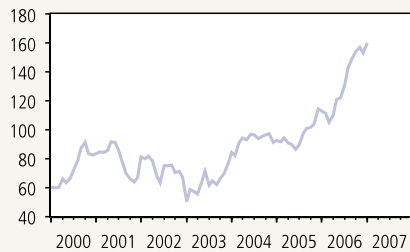
Moneda de \$1



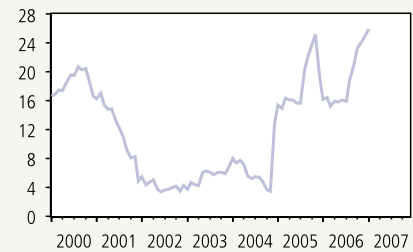
Moneda de \$5



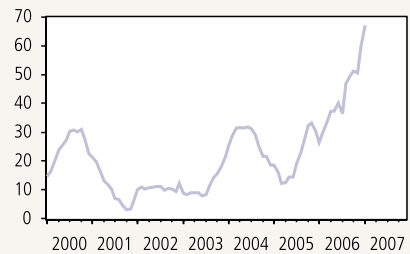
Moneda de \$10



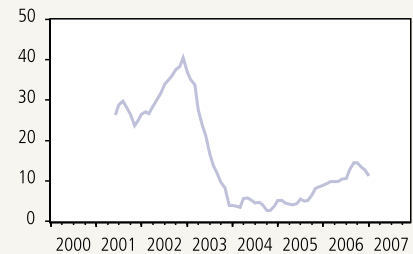
Moneda de \$50



Moneda de \$100



Moneda de \$500



Fuente: Elaboración propia basada en datos de la Gerencia de Tesorería del BCCCh.

factores en las proyecciones es que sean estables. Los indicios de no-linealidades documentados en el cuadro 1 hacen pensar que esta condición puede no ser satisfecha por estos modelos. El gráfico 11 muestra los tests de estabilidad estructural a la suma acumulada de cuadrados de los residuos de los modelos de demanda estimados con (6). Los resultados son coherentes con evidencia de inestabilidad en todas las estimaciones excepto una.

Luego de descartar los modelos de factores, comparamos el modelo antiguo con los modelos de series de tiempo. Una vez que se cuenta con proyecciones de giros, se calculan los stocks proyectados a distintos horizontes. La métrica con la que comparamos modelos es la raíz de los errores medios cuadráticos (RMSE) de proyección para distintos plazos. Así, sea  $\hat{u}_{i,t}$  el error de proyección del modelo  $i$ ; definimos:

$$RMSE_i = \sqrt{\frac{1}{T^*} \sum_{t=T_0}^T \hat{u}_{i,t}^2}$$

donde  $T_0$  y  $T$  son los períodos iniciales y finales de evaluación, y  $T^*$  es el número de observaciones entre ambos.

Para comparar los resultados de un modelo contra otro, se realizan proyecciones fuera de muestra para distintos horizontes de proyección.<sup>24</sup> El cuadro 2 presenta los resultados de comparar los modelos de series de tiempo respecto al modelo utilizado antiguamente. Las ganancias en precisión son importantes. Así, por ejemplo, la raíz del error medio cuadrático de proyección del modelo antiguo es cinco veces la del modelo propuesto para la proyección de la demanda de monedas de \$1 a un horizonte de 12 meses. En todos los casos, las ganancias son de cuando menos un 11% en proyecciones a horizontes de 36 meses. En proyecciones a dicho plazo, los errores medios cuadráticos del modelo propuesto son 238%, 171%, 60%, 54%, 65% y 11% menores que los del modelo antiguo para las proyecciones de monedas de \$1, \$5, \$10, \$50, \$100 y \$500, respectivamente.

Las comparaciones se basan en proyecciones puntuales (utilizando medianas). Como el modelo

CUADRO 2

### Razón entre RMSE del Modelo Antiguo y el Alternativo para distintos Horizontes

	12 meses	24 meses	36 meses
Moneda de \$1	4.98	3.85	3.38
Moneda de \$5	2.72	2.78	2.71
Moneda de \$10	1.38	1.55	1.60
Moneda de \$50	1.38	1.34	1.54
Moneda de \$100	1.19	1.45	1.65
Moneda de \$500	1.22	1.64	1.11

Fuente: Elaboración propia.

antiguo tiene un componente estimado y otro imputado (el colchón de volatilidad), es difícil construir intervalos de confianza para su proyección. Por el contrario, los modelos alternativos proveen estimadores de la media y la mediana, pudiendo además realizarse proyecciones de intervalos de confianza y de funciones de densidad. De este modo, la toma de decisiones puede basarse en criterios que incorporan la postura frente al riesgo y los costos asociados a subestimar y sobrestimar la demanda por parte del Banco Central. El gráfico 12 presenta las proyecciones de la evolución del stock de monedas de distintas denominaciones con intervalos de confianza de distintas coberturas.

### 3. Billetes

A diferencia de las monedas, los giros de billetes corresponden no solo a los cambios en el stock, sino también a la reposición de billetes no aptos (ecuación 5). Estos últimos corresponden a un múltiplo del stock disponible en el período anterior. En este caso, la variable estacionaria sobre la que se realizan las proyecciones no es el cambio en el stock (giros) por esa razón. Con los billetes, resulta mejor predecir los cambios porcentuales anuales en los stocks para con ellos recuperar los niveles (gráfico 13).

Pese a que esta variable provee proyecciones puntuales más confiables, puede provocar el problema de entregar intervalos de confianza más anchos que cuando se modelan directamente los cambios de stock.

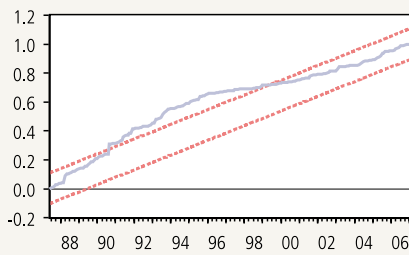
<sup>24</sup> En el caso de los modelos univariados, las proyecciones corresponden a estimadores de la mediana obtenida mediante simulaciones utilizando bootstrap.



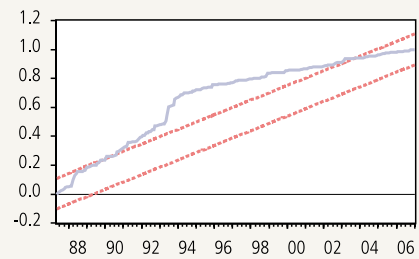
GRÁFICO 11

Test de Estabilidad Estructural

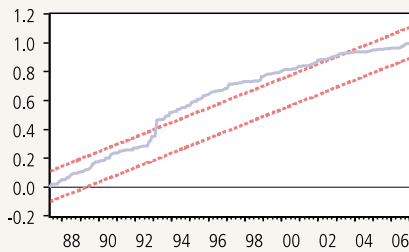
Moneda de \$1



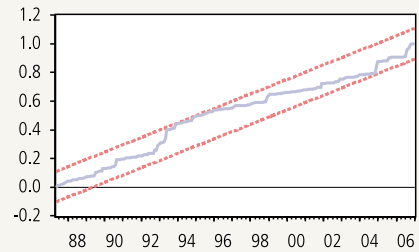
Moneda de \$5



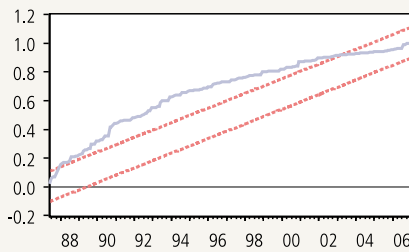
Moneda de \$10



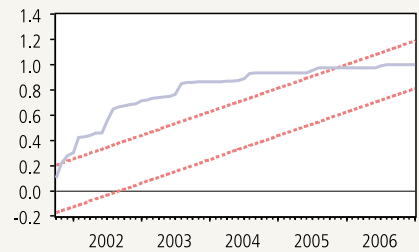
Moneda de \$50



Moneda de \$100



Moneda de \$500

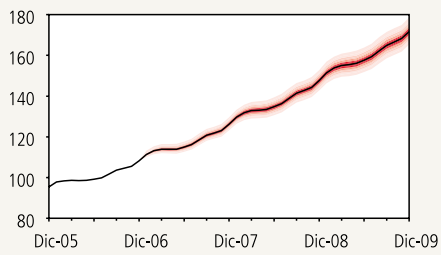


Fuente: Elaboración propia.

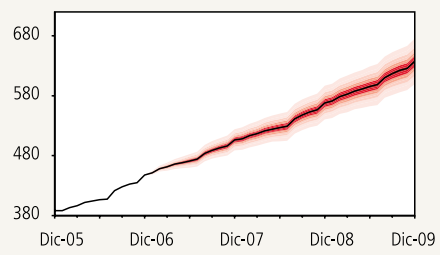
GRÁFICO 12

**Proyecciones de Stocks de Monedas**  
(en millones de piezas: 2007-2009)

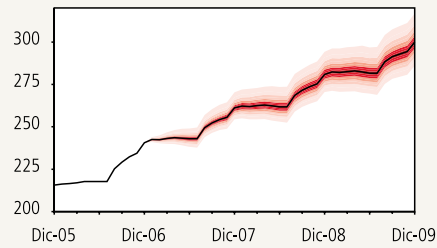
Moneda de \$500



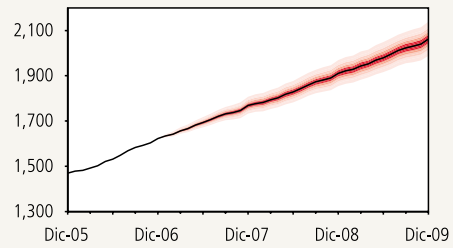
Moneda de \$100



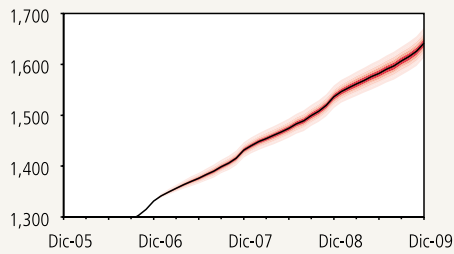
Moneda de \$50



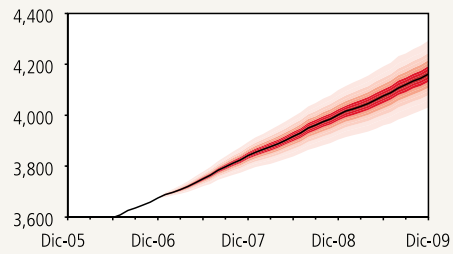
Moneda de \$10



Moneda de \$5



Moneda de \$1

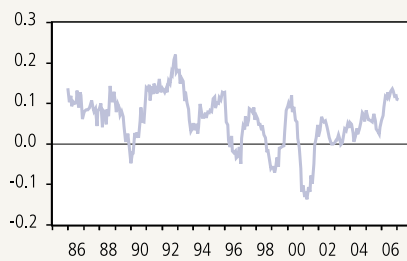


Fuente: Elaboración propia.

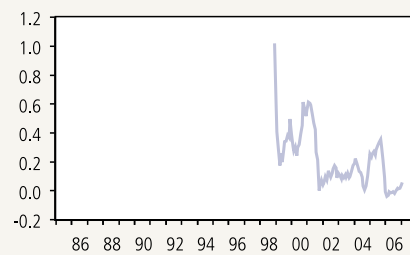
**GRÁFICO 13**

**Diferencia en 12 Meses del Logaritmo de los Stocks  
(1987:02-2007:01)**

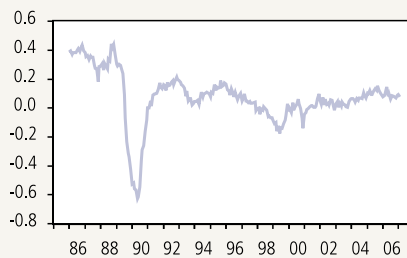
Billete de \$1,000



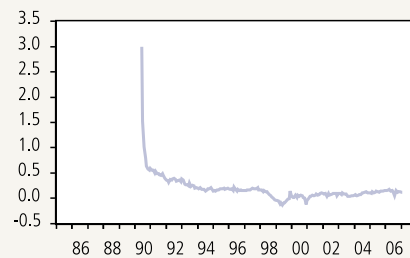
Billete de \$2,000



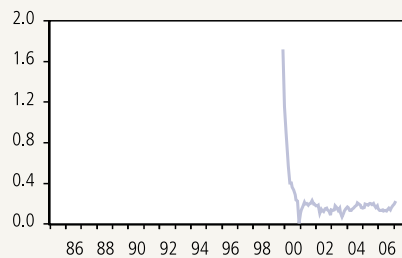
Billete de \$5,000



Billete de \$10,000



Billete de \$20,000



Fuente: Elaboración propia basada en datos de la Gerencia de Tesorería del BCCCh.

En este caso, se privilegia la proyección confiable del nivel, porque los costos de cobertura de incertidumbre son menores que en el caso de las monedas. Como se observa, luego de su introducción, las tasas de crecimiento de las distintas denominaciones fueron relativamente estables hasta el incremento producido en el último tiempo.<sup>25</sup>

Como en el caso de las monedas, también se estiman modelos de factores como los de la ecuación (6) para cada denominación. El cuadro 3 presenta las estimaciones de las elasticidades (semielasticidades en el caso de la tasa de interés) de largo plazo para cada denominación. Encontramos que, en general, las estimaciones de las elasticidades ingreso son menos precisas que las de la tasa de interés. Cuando la elasticidad ingreso es positiva, es bastante superior a la unidad, y las semielasticidades con respecto a la tasa de interés son menores para denominaciones más altas. El cuadro muestra además que existe evidencia de no-linealidad omitida en tres de las cinco estimaciones.

Para evaluar la estabilidad de las especificaciones, utilizamos en este caso el test de suma acumulada de residuos. A diferencia del test con los cuadrados de los residuos utilizados para las monedas, en este caso la hipótesis nula de estabilidad es coherente con que la suma acumulada tenga esperanza cero y que su evolución se encuentre dentro del intervalo de confianza, que es creciente. Los resultados se muestran en el gráfico 14, donde hay evidencia de inestabilidad en tres de las cinco denominaciones, aunque se encuentra un fuerte deterioro de la estabilidad en la estimación de parámetros también en las otras dos denominaciones. Por lo tanto, además de presentar estimadores puntuales de elasticidad ingreso reñidos (en casos) con la teoría económica, los modelos de factores no son instrumentos recomendables para realizar proyecciones, debido a que, además, presentan evidencia importante de inestabilidad.

El cuadro 4 compara la raíz del error medio cuadrático de proyección de los modelos que se utilizan en la actualidad respecto a los modelos de series de tiempo

CUADRO 3

## Estimación de modelos de factores

	Elasticidad ingreso	Semi-elasticidad tasa de interés	Ramsey
Billete de \$1,000	-0.20 (0.36)	-2.43 (0.73)	0.510
Billete de \$2,000	2.50 (0.51)	-5.32 (1.10)	0.001
Billete de \$5,000	-2.23 (0.55)	-9.37 (3.30)	0.174
Billete de \$10,000	1.98 (0.11)	-1.18 (0.17)	0.001
Billete de \$20,000	2.94 (0.21)	-1.40 (0.65)	0.001

Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 4

## Razón entre RMSE del Modelo Antiguo y el Alternativo para distintos Horizontes

	12 meses	24 meses	36 meses
Billete de \$1,000	1.03	1.28	1.34
Billete de \$2,000	2.78	1.70	1.00
Billete de \$5,000	9.36	6.72	4.94
Billete de \$10,000	11.89	6.64	4.29
Billete de \$20,000	14.67	14.85	11.04

Fuente: Elaboración propia.

propuestos aquí. Se demuestra que, si se utiliza la mediana como estimador puntual para la proyección fuera de muestra, los errores son menores que los del modelo que se utiliza en la actualidad (llegando en ocasiones a ser menos de la décima parte). De hecho, las ganancias en desempeño son más importantes en los billetes de mayor denominación.

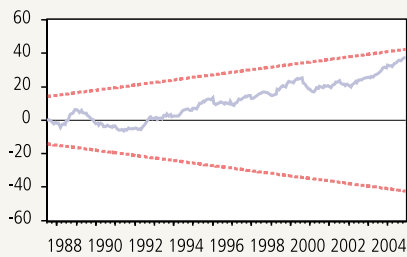
Finalmente, el gráfico 15 presenta la evolución de las proyecciones puntuales de los stocks para cada denominación hasta diciembre de 2009. Dado que se proyectan las tasas de crecimiento anual de los stocks (en lugar de los cambios anuales), los intervalos de confianza son bastante más anchos. Como se adelantara, las razones para usar esta variable en la proyección del stock son que provee estimaciones puntuales fuera de muestra más precisas, que los costos de cobertura de incertidumbre son menores, y que además hay que realizar aún proyecciones de giros que consideran el retiro de billetes no aptos.

<sup>25</sup> Como ocurre siempre que se introduce una nueva denominación, los cambios en los stocks son considerables en los primeros meses. Por ello, estas observaciones no se utilizan en la estimación.

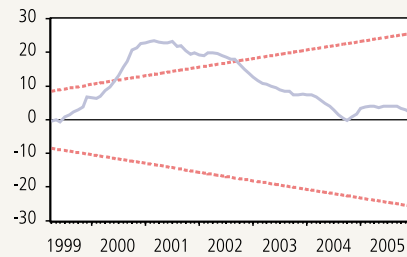
GRÁFICO 14

Test de Estabilidad Estructural

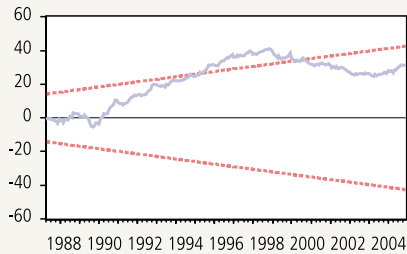
Billete de \$1,000



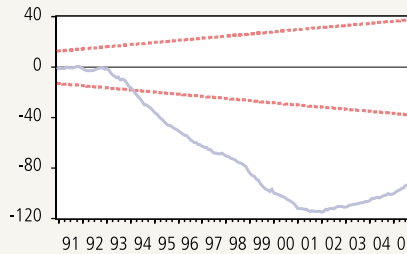
Billete de \$2,000



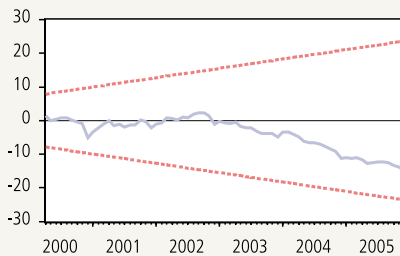
Billete de \$5,000



Billete de \$10,000



Billete de \$20,000

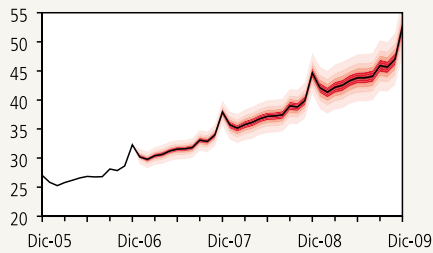


Fuente: Elaboración propia.

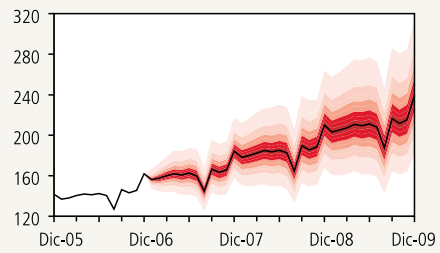
GRÁFICO 15

**Proyecciones de Stocks de Billetes**  
(en millones de piezas: 2007-2009)

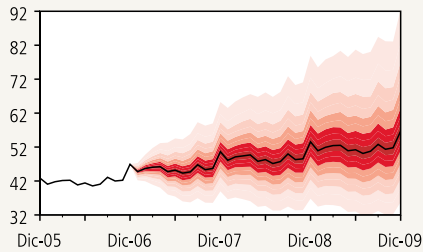
Billete de \$20,000



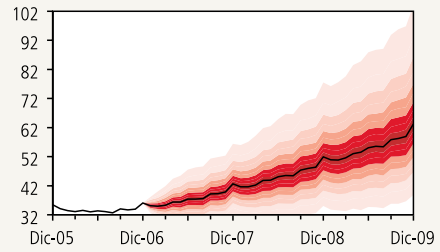
Billete de \$10,000



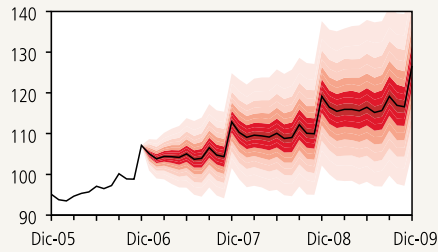
Billete de \$5,000



Billete de \$2,000



Billete de \$1,000



Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 5

### Razón entre RMSE del Modelo Antiguo y el Alternativo para distintos Horizontes (porcentajes)

Año	Valor del programa		Piezas del programa	
	Contrato directo	Licitado	Contrato directo	Licitado
2000	94	6	96	4
2001	87	13	92	8
2002	89	11	92	8
2003	80	20	85	15
2004	70	30	68	32
2005	33	67	17	83
2006	14	86	30	70
2007	0	100	0	100

Fuente: Elaboración propia basada en información de la Gerencia de Tesorería del BCCh.

un esquema de proveedor único con contratos directos hacia un programa totalmente abierto, licitado y con variedad de proveedores nacionales e internacionales (cuadro 5). Este cambio se debió, en parte, a que los costos de programas licitados para un mismo año y denominación podían ser bastante menores que los de contrato directo. Una razón por la que los contratos fueran generalmente más costosos, es que ofrecían un seguro. Las licitaciones se realizaban por volúmenes que no podían modificarse, en tanto que los contratos directos contemplaban la posibilidad de que el BCCh modificara los volúmenes por denominación hacia

arriba o hacia abajo sin cambiar los precios previamente acordados. De este modo, el contrato de acuñación proveía un seguro que no estaba presente en la licitación. En la actualidad, las licitaciones permiten que el Banco Central modifique (hacia arriba) el volumen acordado con cambios en los precios que dependen del comportamiento de los costos de las materias primas.

Pese a que el BCCh haya preferido crecientemente la modalidad de licitación, los programas se han encarecido de manera significativa en los últimos años. Esto se debe a diversos factores: en primer lugar, el volumen de piezas acuñadas ha experimentado un crecimiento importante (segundo panel del gráfico 16). En segundo lugar, la distribución de monedas en los programas más recientes está más cargada hacia las de mayor denominación que, por su peso y composición, son las más costosas (primer panel del gráfico 16). Esto, sumado a la fuerte alza de los precios de las materias primas con las que se elaboran las monedas (cobre, níquel y aluminio) y al hecho de que los programas están indexados a estos, ha redundado en un incremento del costo promedio de los programas de acuñación (segundo panel del gráfico 16). Todo lo anterior se refleja en que el costo del programa de acuñación del año 2007 correspondió al 50% del gasto de apoyo operacional del BCCh en su conjunto.

A diferencia de las monedas, la política de abastecimiento de billetes ha favorecido históricamente las licitaciones (cuadro 6). De hecho, desde 2006

## VI. PROGRAMAS DE ACUÑACIÓN E IMPRESIÓN

Para confeccionar los programas de impresión y acuñación, se utilizan las proyecciones de billetes y monedas por denominación. Los modelos antiguos proveían proyecciones puntuales directas (que no informaban respecto de la incertidumbre implícita en las mismas). Los modelos propuestos ahora proveen proyecciones de densidades. Las funciones de densidad proyectadas educan respecto de la incertidumbre que rodea la evolución futura de las variables y se pueden utilizar junto a las preferencias de la autoridad y las restricciones tecnológicas para elaborar los programas. Esta sección describe cómo se han realizado los programas hasta la fecha, y sugiere un nuevo marco para su elaboración.

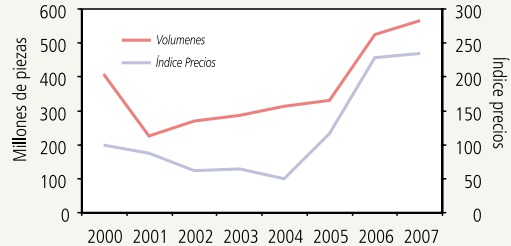
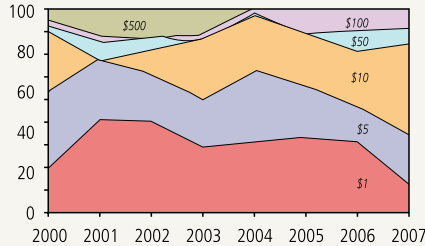
### 1. Evolución de los Programas de Impresión y Acuñación

Los programas de impresión y acuñación han ido evolucionando hacia esquemas más competitivos y abiertos. Por razones que se discuten abajo, los gastos incurridos en los programas han aumentado de manera importante en los últimos dos años. Los costos de producción, transporte e inventarios de las monedas son superiores a los de los billetes. A la vez, en algunos casos, el costo de acuñación de las monedas excede su valor facial.

En cuanto a la política de abastecimiento, la acuñación de monedas se ha ido moviendo desde

GRÁFICO 16

### Volúmenes, Índice de Precios y Distribución por Denominación de los Programas de Acuñación



Fuente: Elaboración propia basada en datos de la Gerencia de Tesorería del BCCh.

en adelante se licitan los programas de impresión de todas las denominaciones, salvo los billetes de polímero de \$2000 que, por razones tecnológicas, son provistos por la *Note Printing Australia* mediante un contrato directo de exclusividad.

Dado que, en promedio, los billetes de \$10000 y \$1000 representan más del 70% de las piezas de los programas, sus variaciones de precio y volumen tendrán efectos de primer orden en el costo del programa de impresión (gráfico 17).

Al igual que con la acuñación de monedas, el costo del programa de impresión también ha aumentado en los últimos años, por diversas razones.

Primero, incrementos importantes en la cantidad total de billetes (aumentos de más de 10% en los últimos años); segundo, un cambio de sustrato de impresión que, en el caso del billete de \$2000, pasó de algodón a polímero. Aunque estos billetes tienen una mayor vida media, con lo que disminuye su reemplazo por deterioro, exigen costos iniciales importantes y sus beneficios se perciben recién a partir del tercer o cuarto año. Por otro lado, las políticas de inventarios de seguridad hicieron que se requiriese un mayor volumen de billetes.

CUADRO 6

### Composición de los Programas de Impresión (porcentajes)

Año	Valor del programa		Piezas del programa	
	Contrato directo	Licitado	Contrato directo	Licitado
2000	54	46	51	49
2001	62	38	57	43
2002	50	50	40	60
2003	40	60	37	63
2004	69	31	44	56
2005	48	52	37	63
2006	0	100	0	100
2007	27	73	13	87

Fuente: Elaboración propia basada en información de la Gerencia de Tesorería del BCCh.

Estas consideraciones han llevado a que el costo del programa de impresión del año 2007 corresponda al 24% del gasto de apoyo operacional del BCCh en su conjunto.

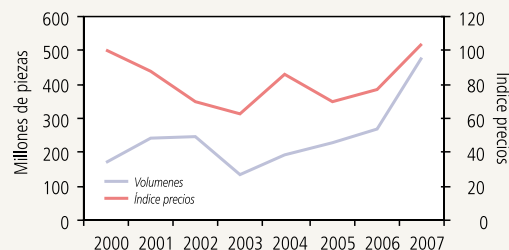
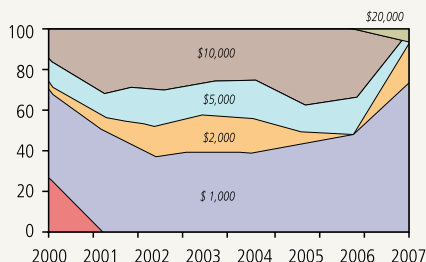
## 2. Un Marco para la Elaboración de los Programas

Los programas realizados previamente utilizaban proyecciones puntuales de billetes y monedas, pero



GRÁFICO 17

### Volúmenes, Índice de Precios y Distribución por Denominación de los Programas de Impresión



Fuente: Elaboración propia basada en datos de la Gerencia de Tesorería del BCCh.

no incorporaban de manera explícita la incertidumbre respecto de las mismas, ni tomaban en cuenta consideraciones propias del proceso (que incluyen tecnología y preferencias).

Los modelos alternativos propuestos no solo son capaces de proveer estimaciones puntuales más confiables (como demuestran las reducciones notables del error de proyección con respecto a los modelos antiguos), sino que además proveen una manera precisa de dimensionar la incertidumbre asociada a la evolución futura de los stocks de billetes y monedas al permitir realizar proyecciones de funciones de densidad y distribución.

Sin embargo, las densidades proyectadas para la evolución de los stocks de las distintas denominaciones no son suficientes para diseñar los programas de acuñación e impresión. Los programas requieren de la elección de proyecciones puntuales. Para hacerlo de manera eficiente, debe disponerse de información adicional:<sup>26</sup>

- **Preferencias de la autoridad:** es posible que la autoridad valore asimétricamente un error de subestimación respecto de una sobreestimación. Si este fuera el caso, obviando otras consideraciones, la elección del percentil de la función de distribución para realizar el programa no debe corresponder ni a la media ni a la mediana. Por ello, si se valora más (cuesta menos) proyectar

más que menos, la proyección puntual debería tomar un percentil superior a la mediana. Cuán superior, dependerá del criterio de la autoridad en lo referente a los costos relativos.

- **Mecanismo de cumplimiento del programa:** la elección de la proyección puntual no debería ser independiente de la modalidad en que se provean los billetes y monedas. Por ejemplo, la proyección puntual debería depender de si la licitación contempla o no la posibilidad de modificar las cantidades entregadas. Si la modificación puede hacerse solo hacia arriba (se garantiza un mínimo al proveedor) el percentil óptimo para escoger la proyección puntual podría ser distinto a si se puede modificar la cantidad hacia arriba o abajo.
- **Restricciones tecnológicas:** La evolución del stock público y la elección del percentil a escoger dependen también de restricciones tales como la vida del billete (que depende de su calidad y denominación), rezagos de entrega, etc.
- **Costos:** Como además de proveer el stock de billetes y monedas, quiere hacerse esto del modo más eficiente (mínimo costo sujeto a un nivel dado de calidad), todos estos puntos deben considerar se al momento de definir el programa.

<sup>26</sup> Massoud (2005) presenta un modelo determinístico de determinación y control de inventarios.

- Plazos: El período para el que se realiza una proyección es importante en la elección de percentiles y depende también de la modalidad de provisión.

Todo esto muestra que la elección del valor puntual de la proyección es endógena y simultánea con los demás factores. De hecho, las preferencias del BCCh con respecto a la sub o sobrestimación puede ser el resultado (forma reducida) de restricciones tecnológicas y otras que considere relevantes.

El siguiente ejemplo puede servir para aclarar este punto. Supóngase que, sobre la base de la información disponible hasta el período  $t$ , se tiene el estimador de la función de distribución acumulada de la demanda de billetes (o monedas) para la denominación  $i$  en el período  $t+h$ . Sea  $d_i$  la realización de esa variable para dicho período y sea  $e_i$  el valor elegido en el programa de acuñación realizado en el período  $t$  para satisfacer la demanda en  $t+h$ . Por lo tanto, el evento  $d_i > e_i$  ocurre cuando el programa subestimó la demanda efectiva. El problema del Banco Central es escoger  $e_i$  tal que minimice los costos del programa, sujeto a la restricción:

$$k_i \Pr [d_i > e_i] \leq \Pr [d_i \leq e_i] \tag{7}$$

$$= k_i \{1 - F(e_i)\} \leq F(e_i),$$

donde  $F(\bullet)$  es el estimador de la función de distribución acumulada y  $k_i$  es el factor de preferencias. Si  $k_i > 1$ , se tiene que es más costoso para el Banco Central subestimar la demanda.

Dado que el costo del programa es creciente en  $e_i$ , para que un programa minimice costos, la restricción (7) será activa y satisfecha con igualdad. De este modo, tenemos que:

$$e_i = F^{-1} \left( \frac{k_i}{1+k_i} \right). \tag{8}$$

Claramente, si  $k_i=1$ , el estimador puntual que debe escogerse corresponde a la mediana de la distribución. Si es tres veces más costoso subestimar,  $e_i$  debería corresponder al percentil 75.

La elección de un percentil superior al 50 señalaría que es más costoso para el Banco Central subestimar la demanda. Sin embargo, eso no quiere decir que la

licitación del programa deba realizarse para cubrir ese percentil. Esto se debe a que aunque fuera, por ejemplo, tres veces más costoso subestimar que sobrestimar la demanda, el evento  $d_i > e_i$  tiene un tercio de la probabilidad de ocurrencia del evento  $d_i \leq e_i$ . Dado que la modalidad de las licitaciones realizadas por el BCCh permite modificar hacia arriba la cantidad finalmente demandada sin modificar el precio original de licitación, lo óptimo para el Banco debería ser realizar una licitación por un valor inferior a  $e_i$ , pero permitir que el monto sea revisado entre los períodos  $t$  y  $t+h$  si se considera que la demanda será superior a la originalmente proyectada. De este modo, una manera económicamente efectiva de realizar el programa es la de licitar  $w_i$  en el período  $t$  y permitir una revisión de  $n_i\%$  que cubra el percentil, en función de las preferencias del Banco. Por lo tanto:

$$1 + n_i = \frac{e_i}{w_i}. \tag{9}$$

A continuación se utilizan esta y otras consideraciones para proponer un esquema para diseñar los programas de impresión y acuñación.

### 3. Esquema para Elaborar Programas

Contando con modelos confiables para la elaboración de proyecciones y con un criterio para seleccionar el percentil a utilizar, puede elaborarse un programa eficiente de acuñación e impresión.

#### *Esquema para el programa de acuñación*

El cuadro 7 muestra un esquema simplificado de la forma de cálculo de un programa de acuñación que se realiza hipotéticamente en marzo del año  $N$ . En las primeras tres columnas se deben ingresar los puntos de las proyecciones de requerimientos seleccionados para lo que resta del año  $N$  y los años  $N+1$  y  $N+2$  (columnas A que deben corresponder a  $w$  en (9)). Luego se deben presentar los inventarios existentes a la fecha (columna B). La diferencia entre la suma de las proyecciones de requerimientos de monedas y la suma entre inventarios y partidas por recibir definen lo que se denomina Necesidades Operativas (columna D), que son los requerimientos necesarios para cubrir los puntos proyectados. Como a la vez se requiere cubrir el riesgo de fallas

CUADRO 7

Esquema de un Programa de Acuñación

Denominación	A		B		C		D		F		G		H		I	
	Proyección de crecimiento Abr-dic año N	Año N + 1	Inventarios Marzo / N	Año N + 2	Partidas por recibir	Año N	Necesidades operativas	Año N	Inventarios de seguridad	Año (N+1)	Necesidades programa	Años (N+1)	Opciones de cobertura	Año (N+1)	Programa con opciones	Años (N+2)
\$ 500																
\$ 100																
\$ 50																
\$ 10																
\$ 5																
\$ 1																
Total																

Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 8

Esquema de un Programa de Acuñación

Denominación	A		B		C		D		E		F		G		I	
	Proyección de Crecimiento Abr - dic año N	Año N + 1	Proyecciones de Retiro Años N (N+1) (N+2)	Año N + 2	Inventarios Marzo/N	Año N	Partidas por Recibir	Año N	Necesidades Operativas Años (N+1) (N+2)	Inventarios de Seguridad	Años (N+1)	Necesidades Programa	Años (N+1)	Programa con Opciones	Años (N+2)	
\$ 20,000																
\$ 10,000																
\$ 5,000																
\$ 2,000																
\$ 1,000																
Total																

Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 9

**Crecimiento Observado y Proyectado por Denominación**  
(monedas, porcentajes)

Año	\$ 500	\$ 100	\$ 50	\$ 10	\$ 5	\$ 1
2004	4.5	5.5	7.0	7.2	7.9	3.3
2005	9.8	8.5	9.8	8.4	8.4	2.7
2006	13.4	15.4	11.5	10.4	8.0	3.4
<b>Promedio</b>	<b>9.3</b>	<b>9.8</b>	<b>9.5</b>	<b>8.7</b>	<b>8.1</b>	<b>3.1</b>
2.007	16.5	13.0	8.5	9.0	7.3	4.5
2.008	17.0	12.2	7.6	8.1	7.1	4.2
2.009	16.4	12.2	6.8	7.9	6.6	4.0
<b>Promedio</b>	<b>16.6</b>	<b>12.5</b>	<b>7.6</b>	<b>8.3</b>	<b>7.0</b>	<b>4.2</b>

Fuente: Elaboración propia.

en la provisión con un inventario de seguridad de  $M$  meses de requerimiento, se deben realizar los cálculos respectivos e ingresarlos en la columna F.<sup>27</sup> Las necesidades del programa serán las señaladas en la columna G (que corresponden a la suma de las columnas D y F). Finalmente, el esquema de compra del programa podría permitir que los volúmenes pactados se ajustaran en el segundo año del programa para cubrir el riesgo de incrementos de la demanda (esto corresponde a  $n$  en (9)). Para este cálculo, se deben considerar las dispersiones de las proyecciones de cada denominación, y en función de estas proponer una opción asociada a los requerimientos señalados en el año  $N+2$ , que permita cubrir un percentil mayor al punto elegido dentro de la distribución, ingresándolo en la columna (I).

#### *Esquema para el programa de impresión*

El cuadro 8 presenta un esquema para programas de impresión similar al de las monedas. Sin embargo, hay algunas diferencias importantes. En primer lugar, en el caso de los billetes, debe tomarse en cuenta la reposición de billetes no aptos conforme a la vida media de los billetes de cada denominación. A la vez, por las propiedades estadísticas de las trayectorias de los stocks de billetes y la presencia del factor de reemplazo, las proyecciones de los niveles requeridos de billetes son menos precisas. Esto hace que la cobertura ante incrementos de la demanda pueda ser mayor que en el caso de las monedas.

En el esquema del programa de impresión, toma mayor relevancia la columna B, que corresponde a los requerimientos de satisfacer los retiros, que a la vez están relacionados con el crecimiento del stock. Por ello, los cálculos de inventarios (F) y de opciones de cobertura (H) se realizan sobre las necesidades totales, crecimiento de stock más retiros (A+B). En definitiva, las necesidades operativas (E) (que excluyen inventario de seguridad y cobertura por demanda adicional) se estiman considerando la evolución proyectada del stock y los retiros. Los inventarios de seguridad (correspondientes a  $M$  meses de requerimientos) se deben ingresar en la columna F, los que, sumados a las necesidades operativas nos señalarán los requerimientos del programa. Las opciones del programa se calculan de igual manera que para las monedas, tomando en consideración las dispersiones de las proyecciones de stock y sus retiros asociados.

#### **4. Consistencia Agregada**

Un último punto a cubrir para evaluar la metodología de elaboración de un programa, es si este provee proyecciones agregadas del stock que son coherentes. Para ello, los cuadros 9 y 10 muestran los incrementos observados de los stocks de las distintas

<sup>27</sup> Una forma simple de cálculo es dividir la proyección del año  $N+2$  por 12 y multiplicarla el número de meses de inventario deseado.

CUADRO 10

**Crecimiento Observado y Proyectado por Denominación**  
(billetes, porcentajes)

<b>Año</b>	<b>\$ 20,000</b>	<b>\$ 10,000</b>	<b>\$ 5,000</b>	<b>\$ 2,000</b>	<b>\$ 1,000</b>
2004	17.8	11.3	7.3		5.7
2005	19.7	16.0	9.6		4.1
2006	19.5	14.3	9.5	5.5	12.7
<b>Promedio</b>	<b>19.0</b>	<b>13.9</b>	<b>8.8</b>	<b>5.5</b>	<b>7.5</b>
2.007	17.4	13.9	7.8	19.0	5.4
2.008	17.7	13.9	5.9	22.8	5.5
2.009	17.9	14.1	5.9	22.5	6.3
<b>Promedio</b>	<b>17.7</b>	<b>14.0</b>	<b>6.5</b>	<b>21.5</b>	<b>5.7</b>

Fuente: Elaboración propia.

denominaciones de billetes y monedas junto con los aumentos proyectados cuando se utilizan las medianas de las proyecciones de los stocks.

En el caso de las monedas, se evidencia que los modelos propuestos predicen tasas de crecimiento menores para las monedas de menor denominación. Esto claramente debería ocurrir por las razones expuestas en la sección III. En el caso de los billetes, tal como podría esperarse, los modelos proyectan aumentos promedio más altos para los billetes de mayor denominación (\$10000 y \$20000). Por otro lado, el modelo proyecta también un importante aumento en el crecimiento de los billetes de \$2000. Esto es algo que se espera debido a que se ha estado regulando la entrega de esta denominación para calzar los inventarios existentes, pero se sabe que existe una demanda insatisfecha y que ya deben iniciarse los reemplazos de billetes de polímero introducidos el año 2004.

Si tomamos en cuenta las proyecciones de billetes y monedas en su conjunto, el stock público proyectado por el modelo propuesto es de 14% promedio anual entre los años 2007 y 2009. En tanto, las proyecciones del stock público usando velocidad de circulación constante prevén un crecimiento de apenas 8% promedio. Por lo tanto, el stock proyectado con el modelo propuesto acá es más de un 16% mayor que el proyectado con velocidad de circulación constante para el año 2009. Si recordamos que la tasa de crecimiento del stock público en el año

2006 correspondió aproximadamente a 15%, que este crecimiento se mantuvo en los primeros meses del 2007, y que las condiciones en términos de crecimiento, costo de oportunidad de mantener dinero e inflación parecen ser coherentes con el escenario de evolución del stock observado recientemente, las proyecciones del modelo alternativo presentan un escenario agregado más robusto.

## VII. RECOMENDACIONES FINALES

Este documento presenta modelos para proyectar la demanda de monedas y billetes de distintas denominaciones. Se muestra que los modelos propuestos dominan ampliamente a los que se utilizaban en el pasado reciente.

Los modelos propuestos tienen la ventaja de realizar proyecciones de densidades para distintos escenarios. Estas densidades deben utilizarse para elaborar los programas de impresión y acuñación, tomando en cuenta restricciones tecnológicas y de procedimientos, además de las preferencias de la autoridad, respecto de los costos de sobre o subestimar los requerimientos de billetes y monedas. Los programas propuestos deben considerar — además de los requerimientos normales de billetes y monedas y los retiros de billetes— demandas adicionales que surgen de la política de inventarios de seguridad del BCCh y políticas de cobertura de exceso de demanda que incorporan las preferencias del Banco.

Pese a que el programa está diseñado para implementarse en el statu quo (es decir, con las prácticas actuales), el análisis de las características de este proceso y la importancia que tiene esta función para el Banco Central, lleva a que sea natural el presentar algunas consideraciones y recomendaciones dignas de análisis.

### *Información de bancos*

Para conocer los requerimientos de efectivo por parte del público es importante conocer la composición de saldos y flujos de caja de los bancos. Esto permitiría saber la manera en que los bancos distribuyen su efectivo y detectar el ciclo del efectivo entre los clientes de los bancos. En caso de mantener los subsidios al transporte, al contar con información pormenorizada del manejo de efectivo por denominación por parte de los bancos, se podrán evaluar sus requerimientos de billetes nuevos.

### *Clasificación de billetes como no aptos*

Como el procesamiento y la clasificación de billetes como no aptos tiene un costo, los bancos tienen incentivos para minimizarlo, impactando con ello a la calidad de los billetes en circulación. Sintomáticamente, los bancos han retirado el mismo volumen de billetes durante los últimos cuatro años, a pesar de que el stock público ha aumentado en más de un 45% en el mismo período. Al no haberse producido cambios en la tecnología de fabricación, la vida media de los billetes aumentó. Esto puede haber ocurrido por cambios en el uso de los billetes por parte del público o porque los bancos cambiaron sus criterios de clasificación.

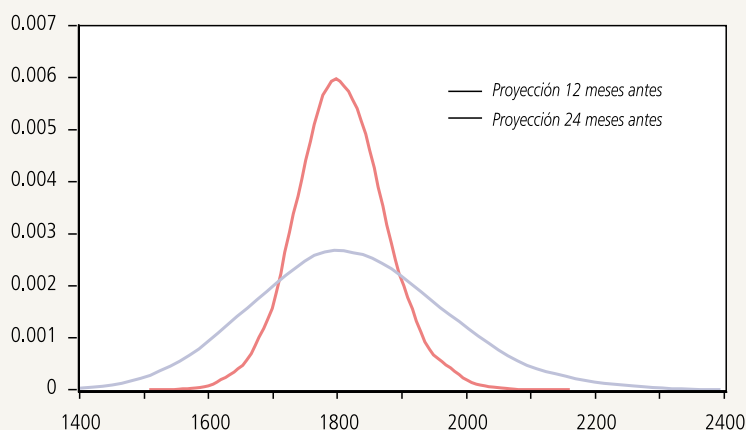
Si, por ejemplo, la vida media de los billetes aumentara en 5%, el Banco Central ahorraría aproximadamente 3 millones de dólares en su programa de impresión. Dada la magnitud de este ahorro de costos, el Banco Central de Chile debe realizar esfuerzos orientados a proveer estándares explícitos para la clasificación de billetes como aptos y no aptos.

### *Horizonte de proyección*

Los programas de impresión y acuñación actuales requieren de proyecciones a 36 meses (tres años) de

GRÁFICO 18

## Densidades Proyectadas a 12 y 24 meses



Fuente: Elaboración propia.

los stocks de billetes y monedas por denominación. Realizar proyecciones a horizontes más prolongados conduce a mayores niveles de incertidumbre. Esto quiere decir que, si se valora asimétricamente la sub y la sobrestimación, se deberá estar dispuesto a pagar más por contar con inventarios de seguridad y opciones de cobertura contra incrementos de la demanda. Como muestra el gráfico 18, las funciones de densidad proyectadas en horizontes más cercanos pueden ser bastante más precisas, proveyendo ahorros de consideración. El argumento a favor de programas de dos años es que permiten ahorrar en costos unitarios al negociar volúmenes mayores pero, por otro lado, la opción de revisión de programas puede tener un valor de hasta un 25% del programa original. Por ello, si los ahorros en costos son menores que ahorro en opción de cobertura de demanda, puede ser importante reconsiderar esta política.

### *Monitoreo de actores relevantes*

Dada la importancia del programa para el Banco Central de Chile, es importante que la Institución realice esfuerzos por contar con información que permita conocer mejor el proceso y las características de la demanda de sus principales actores. Para ello, se requiere de información sistemática y frecuente de supermercados, bancos comerciales, metro, comercio, etcétera.

**REFERENCIAS**

- Boeschoten, W. (1991). "National Trends in Payment Systems and the Demand for Currency and Banknotes." Research Memorandum W0&E, 9005, De Nederlandsche Bank.
- Chumacero, R. (2004). "Comentario al Libro The Big Problem of Small Change." *Economía Chilena* 7(3): 73-5.
- Croushore, D. y T. Stark (2002). "Forecasting Coin Demand." Working Paper N°02-15, Federal Reserve Bank of Philadelphia.
- Kippers, J., E. van Nierop, R. Paap y P. Franses (2002). "An Empirical Study of Cash Payments." Discussion Paper N°TI 2002-075/4, Tinbergen Institute.
- Kohli, U. (1988). "A Note on Banknote Characteristics and the Demand for Currency by Denomination." *Journal of Banking & Finance* 12: 389-99.
- Massoud, N. (2005). "How Should Central Banks Determine and Control Their Bank Note Inventory?" *Journal of Banking & Finance* 29: 3099-119.
- Mies, V. y R. Soto (2000). "Demanda por Dinero: Teoría, Evidencia, Resultados." *Economía Chilena* 3(3). 5-32.
- Pardo, C. y D. Valdés (2006a). "Fundamentos Microeconómicos de la Demanda por Circulante en Chile." Mimeo, Banco Central de Chile.
- Pardo, C. y D. Valdés (2006b). "Análisis de la Vida Media y Tiempo de Circulación de los Billetes en Chile." Mimeo, Banco Central de Chile.
- Sargent, T. y F. Velde (2002). *The Big Problem of Small Change*, Princeton University Press.
- The Economist (2007). "The End of the Cash Era." *The Economist*: 17-23 de febrero.