VOLUMEN 11 - N°2 / agosto 2008

LA BRECHA DE PRODUCTO EN CHILE: **MEDICIÓN Y EVALUACIÓN***

Rodrigo Fuentes S.** Fabián Gredig U.** Mauricio Larraín E.***

I. Introducción

La brecha de producto se define como la diferencia entre el nivel efectivo y el nivel potencial de producción de una economía. Una brecha de producto positiva (negativa) indica la existencia de presiones de demanda y es una señal de que pueden aumentar (disminuir) las presiones inflacionarias. Como el objetivo principal de la mayoría de los bancos centrales es la estabilidad de precios, la estimación de la brecha de producto es esencial para la conducción de la política monetaria. Por ello, es necesario contar con una medición de esta variable para evaluar si la evolución del producto impulsará la inflación proyectada en una dirección coherente con el objetivo inflacionario de la autoridad monetaria.

No obstante la importancia del producto potencial, no existe una definición clara de él. Esta es una variable inobservable, incluso a posteriori, lo que hace que la brecha de producto también lo sea. En el contexto de los modelos estructurales, podría interpretarse como el nivel de producción alcanzado bajo total flexibilidad de precios. En los textos tradicionales, esto se conoce como la producción de pleno empleo. En este caso, hace falta desarrollar un modelo estructural que permita definir el equilibrio libre de fricciones. Una interpretación alternativa considera el producto potencial como el nivel de producción de tendencia de largo plazo. Esta definición abre una polémica en cuanto a si la serie de tiempo del producto es estacionaria en tendencia o en diferencias. La técnica utilizada para obtener la tendencia de largo plazo dependerá de la respuesta sobre este punto.

Junto a la medición de la brecha de producto, a la autoridad también le interesa una medición de la tasa

de crecimiento del producto potencial de la economía. Esta variable es uno de los principales catalizadores de mejoras en el bienestar de la población. Su evolución también es importante para la conducción de la política monetaria. Por ejemplo, los cambios en el crecimiento potencial del producto pueden afectar de manera significativa la demanda agregada y la inflación a través de su impacto sobre las expectativas de ingresos y los precios de activos. En el caso de Chile, esta variable también es importante debido a que es un insumo en la proyección del superávit fiscal estructural que será determinado de acuerdo con la regla fiscal chilena (Marcel et al., 2001), y además es un insumo para la estimación de la tasa natural de interés en el contexto del modelo de equilibrio general dinámicoestocástico del BCCh (Medina y Soto, 2005).

Como el producto potencial y la brecha de producto no son observados de manera directa, las estimaciones deben inferirse de los datos. Se han desarrollado varios métodos en la literatura para estimar el producto potencial y la brecha de producto. 1 Sin embargo, existe gran incertidumbre asociada a estas estimaciones, puesto que los datos son medidos con error en tiempo real, y se desconoce cuál es el verdadero modelo y los parámetros que gobiernan la economía. No obstante, es tarea de los bancos centrales hacer un esfuerzo por tener algún valor para dicha variable y este trabajo busca precisamente reducir la incertidumbre a través

Agradecemos a Rómulo Chumacero, Pablo Pincheira, Klaus Schmidt-Hebbel, José Luis Torres, Rodrigo Valdés, y participantes en seminarios internos y abiertos en el BCCh.

Gerencia de Investigación Económica, Banco Central de Chile.

^{***} University of California, Berkeley.

Gallego y Johnson (2001) resumen la literatura sobre la estimación de la tasa de crecimiento del producto potencial para Chile, y producen su propia estimación empleando un conjunto de métodos que incluyen el enfoque de la función de producción, y métodos univariados y multivariados. Véase también Contreras y García (2002) para una aplicación del enfoque de la función de producción, y Chumacero y Gallego (2002) para los problemas asociados a estimar la brecha de producto para Chile en tiempo real.

de una serie de estimaciones y ejercicios que se detallan más adelante.

En este trabajo estimamos la brecha de producto y la tasa de crecimiento del producto potencial de Chile para el período 1986-2007, utilizando tres métodos distintos: i) estimaciones a partir de la función de producción; ii) estimaciones a partir de un modelo semiestructural estimado con el filtro de Kalman (univariado y multivariado); y iii) estimaciones a partir de un modelo estructural de vectores autorregresivos (SVAR). Luego se comparan las mediciones de la brecha en función de su capacidad de explicar futuras presiones inflacionarias, y de la diferencia entre las mediciones ex post y las correspondientes observaciones en tiempo real. También se emplean estos métodos para estimar la tasa de crecimiento del producto potencial y compararla con la tasa de crecimiento en estado estacionario provista por un modelo neoclásico de crecimiento.

El trabajo se desarrolla de la siguiente manera: la sección II presenta estimaciones de la brecha de producto, bajo los tres métodos alternativos. La sección III compara los métodos empleando dos métricas distintas. La sección IV muestra los resultados, bajo los distintos métodos, para la tasa de crecimiento del producto potencial. La sección V concluye.

II. Estimación de la Brecha de Producto

Existen dos alternativas básicas para estimar el producto potencial: a través de la estimación de relaciones estructurales y por medio de filtros estadísticos. El primer enfoque intenta aislar los efectos de las influencias estructurales y cíclicas sobre el producto empleando la teoría económica, mientras el segundo separa una serie de tiempo entre sus componentes permanentes y cíclicos. Entre los métodos que emplean la teoría económica, en este trabajo se utilizan los enfoques de función de producción y SVAR, y entre los métodos estadísticos utilizamos el enfoque del filtro de Kalman.

Para el caso de la metodología de función de producción, se han aplicado diversas variantes en la literatura.² Aquí empleamos una variante del modelo de Solow para estimar la tasa de crecimiento de estado estacionario del producto y una variante del enfoque

de Menashe y Yahkin (2004) para estimar la brecha de producto. Para el enfoque del filtro de Kalman, basado en Kuttner (1994), Apel y Jansson (1999), y Laubach y Williams (2003), también consideramos algunas formulaciones alternativas dependiendo de las ecuaciones utilizadas para caracterizar la economía. En particular, se estiman cuatro modelos: un filtro Hodrik-Prescott (HP) univariado y tres filtros multivariados alternativos que incluyen, respectivamente, una curva de Phillips, una curva de Phillips y una curva IS, y una curva de Phillips con la ley de Okun. Por último, para el SVAR nos basamos en el trabajo pionero de Blanchard y Quah (1989).

1. El Enfoque de la Función de Producción

Esta sección se basa en el enfoque de función de producción desarrollado en Menashe y Yahkin (2004). La idea es que la brecha de producto puede expresarse como la brecha entre las tasas de utilización de trabajo y capital. La derivación es sencilla. La función de producción agregada de la economía puede denotarse a partir de una Cobb-Douglas, como:

$$y_{t} = a_{t} + \alpha(v_{t} + k_{t}) + (1 - \alpha)l_{t}$$
 (1)

donde y representa el logaritmo del producto total, k el del stock de capital, l el de la cantidad de trabajo, a el de la productividad total de factores (PTF) y v el del índice de utilización del stock de capital. El parámetro α es la elasticidad capital-producto que fijamos igual a 0.4 en el caso de Chile. En la misma línea, se puede definir el producto potencial o de pleno empleo como:

$$y_{t}^{*} = A_{t}^{*} + \alpha(v_{t}^{*} + k_{t}^{*}) + (1 - \alpha) l_{t}^{*},$$
 (2)

² Para un resumen, véase De Masi (1997), y para diferentes metodologías, véase Gallego y Johnson (2001), Contreras y García (2002), Willman (2002), Menashe y Yakhin (2004), y Musso y Westermann (2005).

³ La participación del capital en el ingreso nacional de Chile, de acuerdo con las cuentas nacionales del país, es 0.5. Gollin (2002) argumenta que las CC.NN. tienden a sobrestimar la participación del capital; su estimación para los países en desarrollo es de alrededor de 0.3. Nosotros empleamos 0.4 como promedio entre estas dos cifras, dado que la participación del capital debería ser mayor para los países de menor desarrollo que para los industrializados.

donde * denota las variables que están en su nivel de pleno empleo. Cabe notar que v^* es igual a 0, ya que implica la utilización del 100% del capital. Restando la ecuación (2) de la ecuación (1), obtenemos la brecha como porcentaje del producto potencial.

$$y_{t} - y_{t}^{*} = a_{t} - a_{t}^{*} + \alpha(v_{t} - v_{t}^{*}) + \alpha(k_{t} - k_{t}^{*}) + (1 - \alpha)(l_{t} - l_{t}^{*}).$$
(3)

La brecha en el factor de capital está dada por la tasa de utilización del stock, dado que el stock total de capital está siempre disponible para su uso por parte de las empresas, $k=k^*$. Menashe y Yahkin (2004) argumentan, además, que el diferencial entre la productividad total de factores (PTF) y el nivel potencial de la PTF representa el lado de la oferta, y que no es importante para estimar la brecha de producto como medida de la presión inflacionaria una vez que la tasa de utilización del capital le ha sido restada.⁴ Adicionalmente, este diferencial se comporta como si fuera un proceso ruido blanco, de tal forma que su valor esperado es cero. Así, la brecha de producto puede expresarse en términos de la brecha de utilización de capital y la brecha de mano de obra, cada una ponderada por su elasticidad correspondiente:

$$y_t - y_t^* = \alpha(v_t - v_t^*) + (1 - \alpha)(l_t - l_t^*).$$
 (4)

En las estimaciones de la ecuación (4) se utilizan datos trimestrales desde el primer trimestre de 1986 hasta el último trimestre de 2007. Para ello, utilizamos datos del producto interno bruto a precios constantes del año 2003 y la cifra de trabajadores ocupados en la economía. Para estimar la tasa de utilización del capital, nos basamos en el trabajo de Fuentes, Larraín y Schmidt-Hebbel (2006), donde la utilización cíclica se aproxima por el componente cíclico de la serie histórica del consumo de energía obtenido a partir del filtro HP. Dado que estamos trabajando con datos trimestrales, la única información disponible es la producción de energía. Usamos la producción de electricidad del Sistema Interconectado Central, que representa el 80% del total de energía producido en el país.5

La brecha de empleo es estimada utilizando la diferencia entre la tasa de empleo, calculada a partir de la tasa de desempleo efectiva, y la tasa de pleno empleo, obtenida a partir de la tasa natural de desempleo, *Nairu*, la cual se estima por medio del enfoque del filtro de Kalman (Modelo 4) que se describe en la sección siguiente.

2. Enfoque del Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un procedimiento recursivo que permite calcular una estimación óptima de un vector de estados no observados para el período t, sobre la base de la información disponible en dicho período. En general, las variables no observables se pueden identificar bajo el supuesto de que afectan la evolución de las variables observadas y se comportan bajo un proceso subyacente que es conocido. Cuando las variables observables incluyen solo el (logaritmo del) nivel del PIB, nos referiremos a un método de filtro univariado, y cuando utilicemos más de una ecuación de observación para estimar la brecha de producto y el producto potencial, nos referiremos a un método de filtro multivariado.

En general, el PIB (desestacionalizado) se descompone en dos componentes no observables: el componente de tendencia (el producto potencial) y el componente cíclico (la brecha de producto). Suponiendo, entonces, que los componentes tanto de tendencia como cíclico evolucionan de manera subvacente como un proceso autorregresivo o como un camino aleatorio, se pueden obtener estimaciones para ambos componentes no observados. Esta clase de estimación, sin embargo, por lo general presenta poca precisión en tiempo real y una falta de fundamento teórico. Afortunadamente, se puede utilizar información adicional proveniente de la teoría económica para mejorar la estimación del producto potencial y la brecha de producto. En particular, sabemos que la brecha de producto contribuye a explicar tanto la dinámica de la inflación como la evolución del desempleo; podemos, entonces, basar también nuestras estimaciones en un marco semiestructural al incorporar algo de teoría económica, en lugar de depender solo de filtros mecánicos univariados.

⁴ Este supuesto requiere una estimación precisa de la tasa de utilización del capital, dado que cualquier error en la utilización de capital o en la brecha de desempleo se verá reflejado en la PTF.

⁵ Esta serie solo está disponible desde el primer trimestre de 1988, por lo que la muestra para este método se extiende desde el primer trimestre de 1998 hasta el último trimestre de 2007.

Esta sección describe los modelos alternativos que usamos para evaluar la brecha de producto y la tasa de crecimiento del producto potencial empleando el algoritmo del filtro de Kalman. Basándonos en la literatura existente, exploramos cuatro modelos alternativos: i) el filtro HP univariado; ii) un filtro multivariado que incluye una curva de Phillips; iii) un filtro multivariado que incluye tanto una curva de Phillips como una curva IS; y iv) un filtro multivariado que incluye tanto una curva de Phillips como la ley de Okun.⁶ La evaluación de modelos alternativos también es necesaria para evaluar cuáles son las relaciones económicas más útiles para estimar la brecha de producto, como se explora en la sección III.

Modelo 1 (M1)

El filtro HP es una de las herramientas más populares para descomponer las series en sus componentes de tendencia y cíclico. Dado y_p , el (logaritmo del) PIB, su componente de tendencia (y_t^*) se obtiene resolviendo el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} & \min_{\{y_{t}^{*}\}} \sum_{t=1}^{T} (y_{t} - y_{t}^{*})^{2} \\ & + \lambda_{1} \sum_{t=2}^{T-1} [(y_{t+1}^{*} - y_{t}^{*}) - (y_{t}^{*} - y_{t-1}^{*})]^{2} \end{aligned}$$

donde λ_1 controla el grado de suavización de y_i^* . A mayor λ_1 , el componente de tendencia de y_i es menos volátil. La práctica usual es fijar λ_1 =1600 para series de frecuencia trimestral.

De manera alternativa, se puede plantear este problema de minimización bajo la siguiente estructura estado-espacio:

$$y_t = y_t^* + y_t^c \tag{5}$$

$$y_{t}^{*} = y_{t-1}^{*} + g_{t-1}$$
 (6)

$$g_t = g_{t-1}^* + \varepsilon_t^g \tag{7}$$

$$y_t^c = \varepsilon_t^c. \tag{8}$$

Las variables y_t^c y g_t representan el componente cíclico de y_t (la brecha de producto) y el crecimiento tendencial, respectivamente; ε_t^c y ε_t^g son términos residuales de media 0 con varianzas respectivas de σ_c^2 y σ_g^2 . El grado de volatilidad del componente tendencial puede regularse restringiendo la varianza relativa de ε_t^c a ε_t^g (σ_c^2 / σ_g^2) al valor de λ_1 . El

sistema puede estimarse por el método de máxima verosimilitud usando el filtro de Kalman, siendo la ecuación (5) la ecuación de señal y las ecuaciones (6)-(8) las ecuaciones de transición del sistema.

El filtro HP es un caso específico de un modelo de componentes no observados más complejo, bajo el cual el producto potencial puede ser afectado por choques estocásticos, y el crecimiento tendencial o la brecha de producto pueden desarrollarse como procedimientos autorregresivos. Nuestro modelo más simple, sin embargo, no puede ser rechazado empíricamente; además, arroja valores finales muy similares a los resultados del sistema con mayor flexibilidad.

Modelo 2 (M2)

Los filtros univariados se pueden mejorar incorporando información adicional proveniente de relaciones macroeconómicas, tales como la curva de Phillips, la ley de Okun o la curva IS. Se espera que la utilización de relaciones macroeconómicas reduzca el conocido sesgo de final de muestra de los filtros univariados y agregue algún sustento teórico a modelos puramente estadísticos.

En primer lugar, se agrega la típica curva de Phillips retrospectiva como una segunda ecuación de señal en el sistema antes presentado. Dicha relación macroeconómica establece que las desviaciones de la inflación tienen un vínculo directo con la brecha de producto. Por lo tanto, la evolución de la tasa de inflación puede proporcionar información útil para determinar la evolución actual de la tendencia del PIB:

$$\hat{\pi}_{t} = \sum_{p=1}^{P} \alpha_{p}^{\pi} \hat{\pi}_{t-p} + \sum_{q=1}^{Q} \alpha_{q}^{y} (y_{t-q} - y_{t-q}^{*}) + x_{1,t}^{'} \alpha + \varepsilon_{t}^{\pi}$$
(9)

donde $\hat{\pi}_{t}$ es la desviación de la inflación con relación a su meta y $x_{1,t}$ es un vector que contiene otros determinantes de la inflación, mientras ε^{π}_{t} es un procedimiento ruido blanco de media 0 y varianza σ^{2}_{π} . Por último, p y q corresponden al número de rezagos de las desviaciones de inflación y la brecha

⁶ Ver Kuttner (1994), Apel y Jansson (1999), Ogunc y Ece (2004), Laubach y Williams (2003) y Graff (2004).

de producto, respectivamente. La incorporación de rezagos es necesaria para un seguimiento adecuado de la dinámica de las desviaciones de la tasa de inflación. Como en el caso previo, se restringe la varianza relativa de ε^c_t a ε^g_t (σ^2_c/σ^2_g) al valor de λ_1 y el sistema se estima por máxima verosimilitud.

Modelo 3 (M3)

Para este tercer modelo, agregamos la curva IS retrospectiva estándar al sistema univariado original, como una segunda ecuación de observación:

$$(y_{t} - y_{t}^{*}) = \sum_{s=1}^{s} \beta_{s}^{y} (y_{t-s} - y_{t-s}^{*}) + \sum_{v=1}^{v} \beta_{v}^{r} (r_{t-v} - r_{t-v}^{*}) + x_{2,t}^{'} \beta + \varepsilon_{t}^{y},$$

$$(10)$$

donde r_t es la tasa real de política monetaria (TPM) y r_t^* es la tasa de interés real neutral, con rezagos s y v, respectivamente; $x_{2,t}$ es un vector de controles adicionales y ε_t^y es un proceso ruido blanco con media 0 y varianza σ_y^2 . Nótese que r_t^* es inobservable; por lo tanto, debemos incorporar ecuaciones adicionales al modelo estado-espacio. Siguiendo a Laubach y Williams (2003), se relaciona la tasa de interés real neutral con el crecimiento de tendencia:

$$r_{t}^{*} = cg_{t} + \varepsilon_{t}^{r}, \tag{11}$$

donde ε_i^r es un residuo de media 0 y varianza σ_r^2 . El grado de volatilidad de r_i^* se controla restringiendo la varianza relativa de ε_i^c a ε_i^g (σ_c^2/σ_g^2) al valor de λ_2 . Como se puede apreciar, el Modelo 3 (ecuaciones 5 a 11) forma un modelo macroeconómico semiestructural que incorpora la teoría económica para ayudar a identificar las variables no observables.

Modelo 4 (M4)

Para capturar la información contenida en el mercado laboral con relación a la evolución de la brecha de producto, en lugar de adicionar la curva IS (más una ecuación de transición para la tasa de interés neutral), el Modelo 4 agrega al Modelo 2 la ley de Okun y una ecuación de transición para la *Nairu* (*u**):

$$(u_{t} - u_{t}^{*}) = \beta^{u} (y_{t-1} - y_{t-1}^{*}) + \varepsilon^{u}_{t}$$
(12)

$$u_{t}^{*} = u_{t-1}^{*} + \varepsilon_{t}^{u^{*}}. \tag{13}$$

El Modelo 4 está compuesto por las ecuaciones (5) a (9) y (12) a (13), donde ε_t^u es un residuo de media 0 y varianza σ_u^2 . El grado de volatilidad de u_t^* se controla restringiendo la varianza relativa de ε_t^c a ε_t^g (σ_c^2/σ_g^2) al valor de λ_3 .

Fstimación

Para aplicar el algoritmo del filtro de Kalman, debemos ajustar cada modelo a su formato estadoespacio:

$$\xi_{t+1} = A\xi_t + \nu_{t+1} \tag{14}$$

$$y_{t} = B'x_{t} + C\xi_{t} + w_{t},$$
 (15)

donde ξ_i es un vector de estados no observables, y_i un vector de observables, x_i un vector de variables predeterminadas y A, B y C son matrices de parámetros a estimar. v_i y w_i son vectores de términos residuales de media cero, con:

$$E(v, v') = Q$$
 para $t = \tau$ (0 si no),

$$y E(w, w') = R \text{ para } t = \tau \text{ (0 si no)}.$$

La ecuación (14) se conoce como la ecuación de estado o de transición, mientras la ecuación (15) se conoce como la ecuación de observación.

Utilizando el formato estado-espacio, resulta sencillo expresar la función de probabilidad (función de verosimilitud), la cual puede estimarse por máxima verosimilitud:

$$L = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \left| C' P_{t|t-1} C + R \right|^{-\frac{1}{2}} e^{\left[\frac{1}{2} (y_t - B' x_t - C' \xi_{(t-1)})' \right] \left(C' P_{t|t-1} C + R \right)^{-1} (y_t - B' x_t - C' \xi_{(t-1)})},$$

donde n es el número de observables y $P_{t|t-1}$ es el error cuadrático medio (ECM) asociado a $\xi_{t|t-1}$, el pronóstico de ξ_t basado en la información disponible en el período t-1.⁷

En la estimación utilizamos datos desestacionalizados para una medida de la tasa de inflación subyacente

Véase Hamilton (1994) y Harvey (1989) para un mayor detalle acerca de la estimación por máxima verosimilitud y el filtro de Kalman.

(IPCXI), el producto y la tasa de desempleo.8 Las desviaciones de la inflación se calculan empleando las metas de inflación oficiales del Banco Central de Chile desde 1991. Para el período previo, utilizamos las proyecciones de inflación a un año. Se emplean cuatro rezagos de la inflación en la ecuación (9), de forma de eliminar la correlación residual y un rezago para las brechas tanto de producto como de empleo en las ecuaciones (9) y (12). Como controles adicionales, incluimos en la curva de Phillips (en el vector $x_{1,i}$) la desviación porcentual de la inflación en el precio del petróleo y del tipo de cambio real con respecto a sus respectivas tendencias HP. Por otra parte, en la curva IS (en el vector $x_{2,t}$) incluimos la desviación del tipo de cambio real. Para verificar la robustez de las estimaciones, además del valor estándar para el parámetro de control de suavización $\lambda_1(1600)$, utilizamos, como opciones alternativas para λ_1 , valores de 400, 800, 2400 y 2800. En vista de que las estimaciones de la tendencia del PIB y la brecha de producto no son muy sensibles a λ_2 para el Modelo 3 —y, con respecto a λ_3 , para el Modelo 4—, solo se presentan los resultados para $\lambda_2 = 160 \text{ y } \lambda_3 = 600.9$

3. VAR ESTRUCTURAL

La estimación de la brecha de producto vía SVAR se basa en el trabajo de Blanchard y Quah (1989). Estos autores desarrollan un modelo macroeconómico donde el producto real es impactado por choques de demanda y de oferta. Según la hipótesis de la tasa natural de desempleo, los choques de demanda no tienen efectos a largo plazo en el producto real. Se supone que sí tienen efectos permanentes sobre el producto los choques de productividad del lado de la oferta. Blanchard y Quah (1989) estiman un VAR bivariado con datos sobre producto y desempleo, e identifican choques estructurales de oferta y demanda empleando la restricción de que estos últimos solo pueden tener efectos transitorios en el producto real.

El modelo estructural es expresado como una representación de promedio móvil infinito del crecimiento y el desempleo, tales que:

$$x_{t} = A(L)\varepsilon_{t} = \sum_{i=0}^{\infty} A_{i}\varepsilon_{t-i}.$$
 (16)

En esta ecuación, $x_t = [\Delta y_t \ u_t]'$ es un vector de variables de covarianza estacionaria (Δ es el operador de primeras diferencias) con valor esperado cero, y A(L) es un polinomio de rezagos 2x2. $\varepsilon_t = [\varepsilon_t^g \ \varepsilon_t^d]'$ es un vector de choques estructurales exógenos no observables, es decir, el choque de oferta y demanda, que satisface $E[\varepsilon_t] = 0$ y $E[\varepsilon_t] = I$.

Para identificar el modelo estructural, primero debemos estimar el VAR de forma reducida del modelo:

$$x_{t} = \Phi(L)x_{t} + e_{t} = \sum_{i=0}^{p} \Phi_{i}x_{t-i} + e_{t}.$$
 (17)

donde (L) es un polinomio de rezagos 2x2 de orden p, y e_t es un vector de residuos de forma reducida estimados con $E[e_t] = 0$, y $E[e_te_t'] = \Sigma$.

Esta forma reducida puede invertirse utilizando la descomposición de Wold, resultando la representación de promedio móvil en forma reducida:

$$x_{t} = C(L)e_{t} = \sum_{i=0}^{\infty} C_{i}e_{t-i},$$
(18)

donde C(L) es un polinomio de rezagos que puede expresarse en términos de (L), de la siguiente manera: $C(L) = [1 - \Phi(L)L]^{-1}$.

De las ecuaciones (16) y (18) podremos apreciar que las innovaciones de forma reducida (e) están relacionadas de forma lineal con las innovaciones estructurales (ε). Los residuos de forma reducida se relacionan con los residuos estructurales mediante:

$$e_{t} = A_{0} \varepsilon_{t}, \tag{19}$$

donde A_0 es una matriz 2x2 de los efectos contemporáneos de las innovaciones estructurales. Se desprende que:

$$E\left[e_{t}e_{t}'\right] = A_{0}E\left[\varepsilon_{t}\varepsilon_{t}'\right]A_{0}',\tag{20}$$

⁸ La medida IPCX1 excluye petróleo, productos perecibles y algunos servicios públicos regulados.

⁹ Estos son los valores centrales para un rango de valores para el parámetro de control de suavización que arrojan resultados plausibles para los coeficientes del modelo, la brecha de producto y el crecimiento de tendencia. Las estimaciones basadas en configuraciones alternativas están disponibles a solicitud.

y dado que $E\left[\varepsilon_{t}\varepsilon_{t}^{T}\right]=I$, entonces:

$$A_0 A_0' = \Sigma. \tag{21}$$

Para recuperar las innovaciones estructurales, resulta necesario suministrar suficientes restricciones como para identificar los elementos de la matriz A_0 . La matriz 2x2 simétrica $\Sigma = A_0 A_0$ ' impone tres de las cuatro restricciones que se requieren, y por lo tanto solo hace falta una restricción de identificación adicional.

Dicha restricción se basa en la teoría económica, y asevera que los choques de demanda carecen de efectos permanentes en el producto, es decir:

$$\sum_{i=0}^{\infty} A_i(1,2) = 0. {(22)}$$

donde $A_i(i,j)$ representa el elemento en la fila i y la columna j de la matriz A_i . Los residuos del VAR no restringido y los parámetros estimados de A_0 pueden usarse para construir el vector de choques estructurales exógenos. Dado que el producto potencial corresponde al componente permanente del producto en el sistema, se puede derivar la ecuación para el crecimiento del producto potencial utilizando el vector de choques de oferta:

$$\Delta y_t^* = \sum_{i=0}^{\infty} A_i(1,1)\varepsilon_t^s. \tag{23}$$

De modo similar, el crecimiento de la brecha de producto está dado por:

$$\Delta y_t^c = \sum_{i=0}^{\infty} A_i(1,2)\varepsilon_t^d. \tag{24}$$

Para efectos de la estimación, empleamos datos desestacionalizados del PIB real (diferencia de logaritmos) y de la tasa de desempleo (nivel).

El modelo descrito supone que las variables tienen un valor esperado de cero. A cada serie se le resta su media de la muestra. Sin embargo, después de la Crisis Asiática de 1998, parece producirse un cambio estructural en el comportamiento de las series de la tasa de crecimiento real del producto y del desempleo en Chile. Por lo tanto, hemos separado

la muestra en antes y después del primer trimestre de 1998, y utilizamos dos medias distintas para los subperíodos.

Resulta crucial incluir un número suficiente de rezagos en el VAR de forma reducida para eliminar la correlación serial de los residuos, ya que emplear una estructura de rezagos demasiado parsimoniosa puede sesgar de manera significativa la estimación de los componentes estructurales. El criterio de Akaike y Schwarz sugiere un rezago óptimo de uno (*p*=1) y, por lo tanto, estimamos un VAR de primer orden.

Según la ecuación (24), la expansión de la brecha de producto depende de una sumatoria infinita de choques. En la práctica, consideramos diez trimestres. ¹⁰ Para obtener el nivel de la brecha de producto, hace falta sumar Δy_i^c . Este cálculo es sensible a la selección del punto de partida. En función de los resultados hallados en estudios anteriores sobre Chile (ver, por ejemplo, Contreras y García, 2002), se supuso que el producto real alcanzó su nivel potencial en el último trimestre de 1994. ¹¹ A partir de allí, se ajustó el nivel de la brecha de producto de tal forma que se obtuviera una brecha de producto igual a cero en el último trimestre de 1994.

4. Análisis de los Resultados

A continuación se presentan los resultados de la estimación utilizando las metodologías descritas. En esta sección se comentan los resultados y se trazan algunas comparaciones simples entre los métodos, dejando para la próxima sección una comparación más formal de los diferentes métodos bajo métricas alternativas.

El gráfico 1 presenta la evolución de la brecha estimada para cada trimestre, así como la serie suavizada de la brecha (empleando el promedio móvil de cuatro trimestres), usando el enfoque de la función de producción. Las series son consistentes en el sentido de que capturan la idea de que la economía estaba recalentada en 1989 y que se produjo una caída

¹⁰ El utilizar más de 10 trimestres arroja resultados muy similares.

¹¹ El Banco Central de Chile ha utilizado en el pasado esta misma fecha para manejar el problema del nivel de otras variables económicas.

importante en la actividad durante el período 1990-91. A comienzos de los años noventa, el nuevo compromiso con metas de inflación y el proceso de crecimiento acelerado de los años previos llevaron al BCCh a endurecer la política monetaria para evitar presiones inflacionarias. Este endurecimiento incidió en la brecha de producto negativa observada durante los primeros años de los noventa. También podemos observar que el producto real estuvo muy cerca del producto potencial a fines de 1994, tal como ha sido reportado en la literatura previa sobre Chile (Contreras y García, 2002). 12 De ahí en adelante, las estimaciones para el período 1995-98 promediaron una brecha de producto positiva, llegando a su máximo nivel en torno al 2%, antes de la recesión de 1999. Según estas estimaciones, 1995-98 fue el período más extenso de brechas de producto positivas, un período que coincide con términos de intercambio favorables, una pujante demanda interna y fuertes influjos de capitales. Luego la brecha de producto se torna negativa

El gráfico 2 presenta las estimaciones de brecha de producto según las cuatro alternativas de modelo estado-espacio de la metodología del filtro de Kalman antes descritas. En general, los cuatro modelos generan una trayectoria similar para la brecha de producto durante el período 1986-2007. Los resultados muestran un comportamiento cíclico del producto que es cualitativamente similar

después de la Crisis Asiática, alcanzando

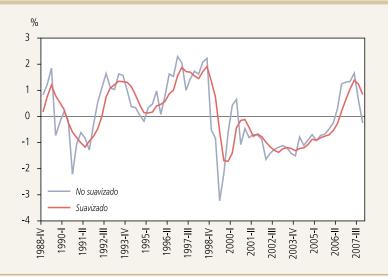
valores cercanos a -2%. Recién a fines del 2006, la brecha vuelve a ser positiva, mostrando una pequeña tendencia a

cerrarse a fines del 2007.

al método anterior. Sin embargo, la intensidad cíclica es mucho mayor bajo este método, con magnitudes de brecha (tanto positivas como negativas) que exceden de 4%. Por ejemplo, con el enfoque de la función de producción, la brecha de producto alcanzó su nivel

GRÁFICO 1

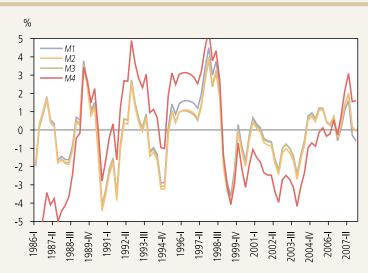
Brecha de Producto según el Método de la Función de Producción (1987-2007)



Fuente: Estimaciones de los autores.

GRÁFICO 2

Brecha de Producto según el Método del Filtro de Kalman (1986-2007)



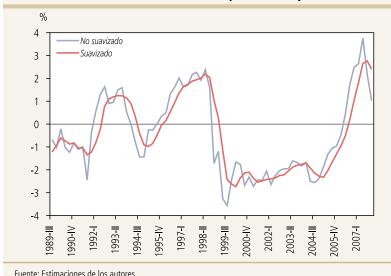
Fuente: Estimaciones de los autores. Estimaciones suavizadas usando $\lambda_1 = 1600$.

¹² Justamente la fecha usada para calcular el nivel de la brecha de producto con la metodología SVAR.

¹³ Para simplificar la discusión, solo nos referimos a estimaciones de la brecha de producto basadas en λ_1 =1600. Para la totalidad de estimaciones, véase el apéndice.

GRÁFICO 3

Brecha de Producto según el Método de VAR Estructural (1986-2007)



CUADRO 1

Estimaciones de Brecha de Producto, Estadísticas Descriptivas

Método	Promedio (%)	Desv.estándar (%)
Función de producción	0.06	1.0
Filtro de Kalman		
M1	-0.02	1.8
M2	-0.25	1.7
M3	-0.17	1.7
M4	-0.31	2.9
VAR estructural	-0.50	1.6
Fuente: Estimaciones de los autores.		

máximo de alrededor de 2.25% antes de la Crisis Asiática, mientras bajo el Modelo 4 del filtro de Kalman la brecha de producto superó 6% durante el mismo período.

Nótese que las estimaciones basadas en los modelos 2 y 3 no difieren tanto de la generada por el Modelo 1, salvo en el período 1995-98. Durante dicho lapso, el Modelo 1 (filtro univariado) arroja una brecha de producto superior a la generada por los modelos 2 y 3 (filtros multivariados). La incorporación de la curva de Phillips en el Modelo 2 considera que la estimación del Modelo 1 puede tener un sesgo al alza, ya que la tasa de inflación era inferior a la meta

de inflación en alrededor de 1.5%. De la misma forma, la incorporación de la curva IS en el Modelo 3 captura el endurecimiento de la política monetaria, dado que la tasa de interés observada superó su nivel neutral durante dicho período. El Modelo 4 produce una estimación más volátil de la brecha de producto para el período 1986-2007 que los modelos 1 a 3, y es el único modelo cuvas estimaciones difieren de las demás en forma visible. Cabe notar que el Modelo 4 arroja una brecha de producto marcadamente negativa para el período 1986-88. Una posible explicación es que el modelo subestima la tasa natural de desempleo durante ese período; por lo tanto, al sumar al sistema una brecha de desempleo sobrestimada, se produce una brecha negativa de producto mayor. En los últimos años difieren los resultados del modelo M4 de los de los otros modelos, puesto que este muestra una brecha positiva a fines del 2006, al igual que el método de la función de producción, mientras que los demás modelos muestran una brecha levemente positiva antes de ese período. Nótese que en el período 1998-99 las medidas arrojan resultados bastante cercanos, en un contexto de grandes variaciones en la magnitud de la brecha. Al final de la muestra, las brechas estimadas parecieran cerrarse.

El gráfico 3 presenta la evolución de la brecha de producto para nuestro período de muestra, basada en el modelo SVAR. Este muestra rasgos similares a los otros dos métodos. Es interesante notar que la recuperación de la brecha de producto al final del período de muestra es más brusca que en los modelos ya analizados, pero tiende a cerrarse a fines del 2007.

El cuadro 1 presenta algunas estadísticas descriptivas de todas las estimaciones de la brecha de producto. Para la totalidad del período bajo consideración, las estimaciones tienen una media que no es estadísticamente distinta de cero, lo cual es esperable

GRÁFICO 4

Brecha de Producto según Distintos Métodos

si los choques transitorios se distribuyen normales y la muestra es de largo suficiente. Las desviaciones estándares son similares, con excepción del Modelo M4 del filtro de Kalman, que presenta una volatilidad mucho mayor que los otros métodos, quizás porque la brecha de producto en este modelo sigue más de cerca la evolución del mercado laboral (brecha de empleo), la que, a su vez, presenta mayor volatilidad.

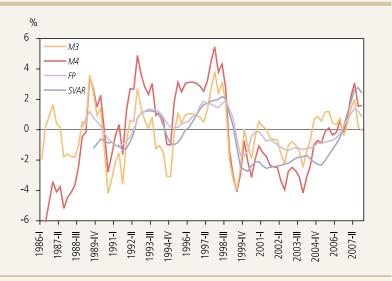
Estas similitudes pueden apreciarse en el gráfico 4, que muestra la brecha estimada con el enfoque de la función de producción, los modelos del filtro de Kalman M3 y M4,¹⁴ y VAR estructural. Tal como ilustra el cuadro, podemos observar que la media de los métodos es similar, pero la volatilidad es muy

distinta. Al parecer, las cuatro mediciones se mueven juntas, pero con diferencias en sus niveles.

La correlación entre las cuatro mediciones seleccionadas se presenta en el cuadro 2. Como cabe esperar, M1, M2 v M3 muestran las mayores correlaciones. 15 M4 tiende a estar más correlacionado con el modelo SVAR que con las otras tres mediciones obtenidas mediante la estimación del filtro de Kalman. La estimación de la función de producción tiene una correlación relativamente baja con las primeras tres mediciones con el enfoque del filtro de Kalman, pero se correlaciona mejor con M4 y, en especial, con el enfoque SVAR. Estos tres métodos utilizan la tasa de desempleo como una de las variables observables para estimar la brecha de producto, y ella podría ser la razón por la cual exhiben una alta correlación. Cabe notar que, aunque la correlación es alta, los niveles son distintos. Nótese que hacia el final de la muestra los modelos tienden a coincidir más en torno a un determinado valor para la brecha, lo que podría dar cuenta de una mayor certeza con respecto a su nivel durante este período.

III. COMPARACIÓN DE DISTINTOS MÉTODOS PARA ESTIMAR LA BRECHA DE PRODUCTO

En las secciones previas, hemos presentado diferentes metodologías para estimar la brecha de producto. Como era de esperar, aunque arrojaron resultados



Fuente: Estimaciones de los autores. Estimaciones suavizadas. Para modelos M1 y M4, λ ,=1600.

distintos para cualquier trimestre en particular, evidenciaron fuertes similitudes en su evolución a lo largo del tiempo. En esta sección compararemos los métodos alternativos bajo dos criterios. El primero evalúa el desempeño de las mediciones frente a sus contrapartes en tiempo real, es decir, realizando las estimaciones para cada período con la muestra de datos disponible en dicho momento (Orphanides y Van Norden, 2002; Chumacero y Gallego, 2002). El segundo criterio tiene que ver con el desempeño de las estimaciones en materia de predicción de la inflación. Cuál de los criterios es la mejor opción dependerá de los temas a responder. En este trabajo, consideramos ambos para elaborar una evaluación general de los métodos.

Con relación al primer criterio, una pregunta importante es ¿cuál medición debería usar la autoridad en tiempo real para conducir la política monetaria? Las mediciones ex post de la brecha

¹⁴ M1 y M2 arrojan resultados similares a M3. Además, este último anida a los dos anteriores, de forma que reportamos solo M3. M4 arroja un resultado distinto, y se reporta como una medición separada.

Parecería ser que tanto la curva de Phillips como la IS no suministran tanta más información que en el caso univariado. Orphanides y Van Norden (2002) encuentran que usar mediciones de inflación para estimar la brecha de producto no mejora los resultados, especialmente en estimaciones en tiempo real.

CUADRO 2						
Correlación entre Estimaciones de la Brecha de Producto: 1990-2007						
	PF	M1	M2	М3	M4	SVAR
PF	1	0.540	0.531	0.507	0.775	0.923
M1		1	0.992	0.989	0.796	0.462
M2			1	0.998	0.789	0.476
M3				1	0.784	0.454
M4					1	0.768
SVAR						1
Fuente: Estimaci	ones de los au	ores.				

de producto nos pueden proporcionar una visión interesante con relación a los acontecimientos económicos del pasado; sin embargo, no sabemos qué tan fiables son las estimaciones en tiempo real. Dado que la brecha de producto puede afectar la dinámica de la inflación —y, además, constituye un elemento de información que los bancos centrales toman en cuenta para sus decisiones de política—, resulta necesario evaluar las distintas alternativas de estimación de la brecha de producto en tiempo real y, al mismo tiempo, averiguar si suministran información adicional para predecir la inflación.

Según Orphanides y Van Norden (2002), las dificultades con la estimación de la brecha de producto en tiempo real surgen principalmente de la poca fiabilidad de las estimaciones al final de muestra para la tendencia del producto. En el caso de los métodos basados en filtros estadísticos, el principal problema es que las medidas se ajustan a la muestra disponible dado que no utilizamos las observaciones previas a la muestra (talvez porque no las conocemos) ni nada sabemos acerca de la evolución futura de las series, de los cambios estructurales reales o de los puntos de inflexión; por lo tanto, las estimaciones en tiempo real podrían resultar muy distintas de las estimaciones basadas en cálculos ex post. 16

Otra dificultad surge de la estacionalidad y de las revisiones posteriores de datos. Existen distintos métodos para manejar la estacionalidad en series de alta frecuencia, pero la desestacionalización en tiempo real también difiere de los ajustes ex post. Por otra parte, dado que la información acerca del producto llega con rezagos, la serie del PIB se revisa en forma constante, haciendo más compleja la estimación de la brecha de producto. Estos dos aspectos no son considerados en este trabajo, dejándose como temas

para explorar con mayor profundidad en futuras investigaciones. ¹⁷ En este sentido, nuestro ejercicio en tiempo real será conducido en tiempo "casi" real, ya que estaremos trabajando con la información disponible en cada momento, aun cuando las cifras empleadas sean aquellas que ya han sido revisadas.

Para comparar el desempeño en tiempo real de las mediciones presentadas de la brecha de producto, evaluamos

la correlación y la raíz del error cuadrático medio (RECM) entre las estimaciones ex post y en tiempo real. El ejercicio se lleva a cabo para la muestra 1996-2006. Se comienza en 1996 porque se requiere considerar un mínimo de observaciones para obtener estimaciones fiables de la regresión en tiempo real al comienzo del ejercicio. Se elimina el año final (2007) porque, por construcción, para el final de la muestra las estimaciones ex post y tiempo real ya se asemejan mucho.

El gráfico 5 compara las estimaciones de la brecha de producto utilizando datos en tiempo real y ex post. Las estimaciones basadas en el modelo de función de producción (panel A) muestran una fuerte correlación, y las estimaciones en tiempo real siguen muy de cerca la evolución de las estimaciones ex post. ¹⁸ Las estimaciones basadas en el enfoque del filtro de Kalman (panel B) muestran diferente desempeño según la especificación empleada. Los Modelos 1 a 3 arrojan estimaciones similares en tiempo real para la brecha de producto, y estas difieren sustancialmente

¹⁶ Chumacero y Gallego (2002) encuentran que los métodos alternativos de eliminación de la tendencia en series aplicados al caso chileno son muy sensibles a las revisiones de los datos, y a que la tendencia generalmente está estimada de forma inconsistente en tiempo real.

¹⁷ Según Orphanides y Van Norden (2002), la principal fuente de revisión de las estimaciones de la brecha de producto no son las revisiones en los datos publicados, sino la poca fiabilidad de las estimaciones del producto potencial.

Con relación al desempeño, las estimaciones de la brecha de producto basadas en el enfoque de la función de producción tienen la ventaja de que los parámetros de la función utilizadas en la estimación son fijos (ex post), mientras que para los demás modelos los parámetros se estiman de modo recursivo, incorporando mayor incertidumbre a las estimaciones en tiempo real. En el enfoque de función de producción utilizamos datos en tiempo real para la tasa natural de desempleo, estimados en el Modelo 4 por el filtro de Kalman.

CUADRO 3						
Comparación entre Estimación en Tiempo Real y Ex Post: 1996-2006						
Métodos	Correlación entre estimación en tiempo real y ex post	Raíz cuadrada del ECM (%)				
Función de Producción	0.95	0.36				
Filtro de Kalman*						
M1	0.50	1.53				
M2	0.47	1.47				
M3	0.59	1.41				
M4	0.93	1.04				
VAR estructural	0.95	0.79				
Fuente: Estimación de los autores. * Resultados para cada modelo se basan en el p	parámetro de suavización (λ 1) que produce un mejor desempeño.					

de las estimaciones ex post. Las estimaciones en tiempo real del Modelo 4 muestran una mayor correlación con las estimaciones ex post, y también son bastante parecidas en niveles. Las estimaciones en tiempo real y ex post basadas en el modelo SVAR (panel C) también muestran una fuerte correlación. Sin embargo, la medición en tiempo real no supera en más de 0.5% el nivel de la medición ex post para el período 1999-2000.

Cabe notar que los modelos M1, M2 y M3 arrojan estimaciones en tiempo real negativas para una parte sustancial del período bajo consideración, y que son los únicos modelos que producen estimaciones que no detectan en tiempo real la brecha de producto positiva previa a la crisis de 1999. Otra diferencia importante es que, hasta 2004, todos los modelos producen brechas de producto negativas, salvo los modelos M1 a M3. Por otra parte, M4 presenta un período de brecha negativa sustancialmente más largo, entre 1999-2006.

El cuadro 3 resume, para cada método, la relación entre la estimación en tiempo real y la medición ex post. La correlación entre las dos series correspondientes a la estimación de la función de producción es muy alta, y presenta el menor RECM entre ambas series para todos los métodos. La correlación entre ambas series es casi igual que en los casos del SVAR y M4. En cambio, todos los modelos son similares en términos del error cuadrático medio, salvo el enfoque de función de producción y el SVAR. Los desempeños más pobres (de acuerdo a ambos criterios) los presentan

las estimaciones basadas en los modelos M1, M2 y M3 (ver gráfico 5). Sin embargo, cabe notar que los modelos multivariados M2 y M3 se comportan mejor que M1, lo que demuestra que el agregar información económica a modelos univariados puede ser útil para mejorar su desempeño.

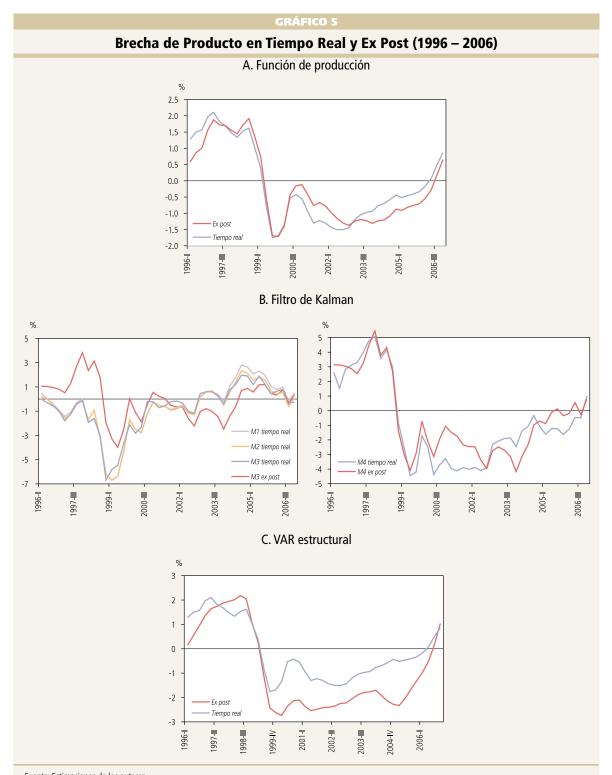
En cuanto al segundo criterio, es decir, la capacidad de las estimaciones para predecir la inflación, el motivo principal por el cual los bancos centrales utilizan la medición de la brecha de producto es que se considera un indicador de presiones inflacionarias. Por lo tanto, una métrica muy importante para comparar las metodologías alternativas se relaciona con su capacidad para predecir la tasa de inflación.

Para evaluar el desempeño de las estimaciones en materia de predicción de la inflación, comparamos la RECM fuera de muestra de dos modelos alternativos de predicción: un modelo autorregresivo de referencia para la tasa de inflación y el mismo modelo ampliado para incluir una medición de la brecha de producto como variable explicativa.

El modelo de referencia (MR) se orienta directamente a la tasa de inflación que deseamos predecir, utilizando los últimos cuatro rezagos de la inflación trimestral anualizada (π ,) y una constante:

$$\pi_{t+h} = \eta_0 + \sum_{i=1}^4 \eta_i \pi_{t-i} + \varphi \overline{\pi}_t + \varepsilon_t, \tag{MR}$$

¹⁹ Ello no quiere decir que estos modelos no identifiquen este hecho, sino que lo hacen con un rezago.



Fuente: Estimaciones de los autores. Estimaciones suavizadas. Dado que las estimaciones ex post de los modelos M1 y M2 son cercanas a M3, estas se omiten para simplificar la figura (panel B, gráfico izquierdo). λ_1 =1600.

Proyecciones de Inflación Fuera de Muestra, Modelo de Referencia versus el Modelo Ampliado: 2000-2006

	RECM relativo entre proyecciones de inflación (MA versus MR) trimestres en adelante				
Métodos	h=1	h=2	h=3	h=4	
Función de producción	1.00	0.99	0.95	0.90	
Filtro de Kalman*					
M1	1.00	1.00	0.97	0.97	
M2	1.00	1.00	0.96	0.96	
M3	1.00	1.00	0.96	0.98	
M4	0.94	0.96	0.92	0.92	
VAR estructural	0.95	0.97	0.92	0.93	

Fuente: Estimación de los autores.

donde π_i es la meta de inflación y ε_i es un proceso iid con media cero y varianza σ_{ε}^2 . Por otra parte, el modelo ampliado (MA) difiere del modelo referente solo en que este último incluye una de las estimaciones de la brecha de producto (en tiempo real) presentadas en la sección II:

$$\pi_{t+h} = \delta_0 + \sum_{i=1}^4 \delta_i \pi_{t-i} + \phi \overline{\pi}_t$$

$$+ \gamma (y_t - y_t^*) + v_t,$$
(MA)

donde v_t es un proceso iid con media cero y varianza σ_v^2 .

El cuadro 4 presenta el cuociente entre el RECM del modelo que incluye una medición de la brecha de producto (MA) y el RECM del modelo de referencia (MR), para proyecciones de inflación a un, dos, tres y cuatro trimestres hacia delante (h).

Para las proyecciones a uno y dos trimestres, los resultados indican que los modelos que incluyen una medida de brecha de producto no se desempeñan mejor que el modelo de referencia (cuociente igual o mayor que 1, salvo en el caso del modelo M4). En cambio, para los horizontes de proyección más largos (de tres a cuatro trimestres), los modelos alternativos se desempeñan mejor que el modelo de referencia. En el horizonte de dos a cuatro trimestres, la medición de la brecha de producto resultante del

Modelo 4 presenta el mejor desempeño en cuanto a contribuir a predecir la tasa de inflación. El modelo SVAR demuestra un comportamiento más acertado que el modelo de función de producción y que los modelos M1 a M3 cuando proyectan a dos y tres trimestres hacia el futuro; no obstante, se produce un empeoramiento inesperado cuando el horizonte llega a cuatro trimestres. Aquí, el modelo de función de producción se desempeña mejor que el modelo SVAR, pero presenta un comportamiento similar a los modelos M1 a M3. Obsérvese que, al horizonte de cuatro trimestres, los modelos más exitosos son aquellos que incluyen una medida de brecha que utiliza la tasa de desempleo como insumo para su cálculo.

Una prueba más formal para verificar la robustez de estos resultados es el test de Clark y West (2007) acerca de la precisión predictiva de modelos anidados. Dicho test modifica el test estándar de Diebold y Mariano (1995) para tomar en cuenta el ruido incluido en el error cuadrático medio (ECM) del modelo más grande cuando se evalúa la hipótesis nula de que el modelo más parsimonioso genera los datos. La hipótesis nula establece que el ECM es igual para ambos modelos, mientras la hipótesis alternativa plantea que el modelo más grande genera proyecciones con un ECM menor.

Los resultados muestran que, para las proyecciones a dos trimestres, no es posible rechazar la hipótesis nula

^{*} Los resultados para cada modelo se basan en el parámetro de suavización (I1) que produce el mejor desempeño. Las celdas exhiben el cuociente producido por el RECM de las proyecciones de inflación del modelo ampliado (MA) sobre el RECM de las proyecciones del modelo de referencia (MR).

en ningún modelo, es decir, que incluso en aquellos casos en que se encuentra un menor RECM para el modelo alternativo, este no es estadísticamente distinto al del modelo de referencia.²⁰ A un horizonte de tres trimestres, existe evidencia a un 10% de significancia de que los modelos de proyección que utilizan una medida de brecha lo hacen mejor que el modelo de referencia, salvo en el caso en que la brecha se estima a partir del modelo M2. A cuatro trimestres, se presenta la evidencia más fuerte de un desempeño relativo mejor de los modelos alternativos, donde incluso se obtienen niveles de significancia al 5%, como en el caso del modelo con brecha según la función de producción el modelo M4 y VAR estructural, y a un 10% el modelo M2. Los modelos alternativos con brecha según M1 y M3 no presentan un desempeño superior en términos estadísticos al modelo de referencia.

A manera de conclusión, el ejercicio revela que las mediciones estimadas de la brecha de producto contienen información relevante acerca de la evolución de la inflación, especialmente para los horizontes más largos y en los modelos que incorporan brechas según estimaciones que utilizan como insumo la tasa de desempleo, como el modelo M4 del enfoque del filtro de Kalman, el método de la función de producción y el VAR estructural. Pruebas estadísticas refuerzan los resultados encontrados, con diferencias en el RECM de las proyecciones de los modelos alternativos con respecto al RECM del modelo de referencia a un 5% y 10% de significancia.

IV. LA TASA DE CRECIMIENTO DEL PRODUCTO POTENCIAL

En esta sección responderemos a una pregunta diferente: ¿cuál es la tasa de crecimiento del producto potencial? A partir de la brecha de producto estimada en las secciones anteriores, es posible estimar la tasa de crecimiento del producto potencial. Adicionalmente, se usa una metodología distinta para estimar una tasa de crecimiento del producto en estado estacionario. En este caso nos trasladamos a un paradigma diferente, dado que buscamos estimar una tasa de crecimiento de largo plazo. A continuación, utilizaremos las brechas estimadas en las secciones anteriores para calcular la tasa de crecimiento del producto potencial. Más adelante, emplearemos un enfoque de modelo neoclásico de crecimiento para estimar la tasa de crecimiento del producto en estado estacionario.

Lo que separa la medición hecha aquí de la estimación anterior de la tasa de crecimiento del producto potencial es el marco conceptual subyacente. En esta sección utilizamos un modelo de crecimiento estilizado para estimar la tasa de crecimiento implícita en estado estacionario, mientras que los modelos empleados previamente están más relacionados con la descomposición de la serie del producto entre sus componentes cíclico y tendencial. Ninguno de ellos realiza supuesto alguno acerca de una tasa de crecimiento de largo plazo en estado estacionario; más bien se concentran en estimar la brecha de producto usando modelos macro semiestructurales.

1. Tasa de Crecimiento del Producto Potencial Según Enfoque del Filtro de Kalman

El producto potencial es la diferencia entre el producto efectivo y la brecha de producto. En función de las brechas de producto calculadas en la sección previa, podemos obtener distintas mediciones del producto potencial y, por lo tanto, de una tasa de crecimiento del producto potencial que varía en el tiempo.

El cuadro 5 resume la tasa de crecimiento potencial promedio para cada método y para la totalidad de la muestra y distintos períodos. Para la muestra entera (1987-2007), la tasa de crecimiento potencial promedio varía de 5.2% a 5.8%, dependiendo de la metodología empleada. La cifra más baja proviene del método de funciones de producción, y la más alta corresponde al modelo M1 del filtro de Kalman.

Los resultados también muestran que la tasa de crecimiento potencial promedio varía con relación a los subperíodos analizados. Por ejemplo, el subperíodo con la tasa de crecimiento potencial promedio más alta es 1990-1994, con la tasa de crecimiento variando entre 7.3% y 8.1%. Estos años corresponden al período central de lo que se conoce como el "período de oro" del crecimiento en Chile (1986-1997).²¹

En el otro extremo, el subperíodo 2000-2007 presenta la tasa de crecimiento potencial promedio más baja.

²⁰ Ver cuadro B1, en apéndice B.

²¹ Ver Gallego y Loayza (2003).

		CUADRO	5			
Tasa de Crecimiento del Producto Potencial: 1987-2007 (porcentajes)						
Métodos	1987-1989	1990-1994	1995-1999	2000-2007	1987-2007*	
Función de producción	-	7.32	5.75	3.60	5.22	
Filtro de Kalman*						
M1	7.40	8.12	5.35	4.09	5.81	
M2	7.68	8.10	5.36	3.95	5.79	
M3	7.58	8.09	5.39	3.95	5.78	
M4	5.45	7.64	5.90	3.76	5.42	
VAR estructural	-	7.22	5.71	3.72	5.24	
Fuente: Estimación de los autores. * Parámetro de suavización λ_1 =1600						

Durante estos años, la tasa de crecimiento potencial varió entre 3.6% y 4.1% según los distintos métodos. Estos resultados sugieren la posibilidad de un cambio estructural que haya reducido el crecimiento potencial del producto después de la Crisis Asiática. En resumen, los datos muestran diferentes regímenes de crecimiento, y para evaluar cuál es la tasa de crecimiento potencial promedio hacia el futuro, es necesario evaluar qué tipo de régimen prevalecerá.

2. Tasa de Crecimiento del Producto Potencial Utilizando la Función de Producción

Esta sección utiliza las contribuciones de Solow (1956, 1957) para calcular una tasa de crecimiento del producto en estado estacionario. La tasa de crecimiento del producto a largo plazo dependerá de la tasa de crecimiento de cada factor de producción, más la tasa de crecimiento de la productividad total de factores. Se descompone la tasa de crecimiento con la metodología contable tradicional, empleando datos trimestrales desde 1986 hasta 2007:

$$\hat{Y} - \alpha \hat{K} - (1 - \alpha) \hat{L} = P \hat{T} F, \tag{25}$$

donde el "sombrero" sobre cada variable denota su tasa de crecimiento, K se corrige por la utilización de capacidad (utilizando el consumo de energía) y L se corrige por años de escolaridad. Como antes, la elasticidad capital-producto se supone igual a 0.4. Usando la tasa de crecimiento estimada del producto

total, construimos un índice de PTF que se presenta en el gráfico 6. El gráfico muestra los "años de oro" del período de crecimiento chileno 1986-1997, pero a partir de 1998 la PTF se achata mostrando una tasa de crecimiento muy baja. Parecería ser que la PTF sufrió un quiebre estructural luego de 1998.

Para hallar la tasa de crecimiento de largo plazo, se estima un modelo econométrico simple. Dado que existe evidencia de que la PTF es estacionaria en tendencia, estimamos:

$$\ln PTF_{_{t}} = \beta_{_{0}} + \beta_{_{1}}t + \gamma \ln PTF_{_{t-1}} + \sum \delta D_{_{it}} + \varepsilon_{_{t}},$$

donde D_{ii} representa variables binarias para controlar por estacionalidad en la PTF, t es la tendencia en el tiempo y ε representa un residuo estocástico. El parámetro $\beta_1/(1-\gamma)$ representa la tasa de crecimiento trimestral a largo plazo de la PTF (se multiplica por 4 para obtener la tasa anual) y es nuestro parámetro de interés.

El cuadro 6 muestra el resultado de la estimación usando datos trimestrales desde 1987 hasta 2007. La estimación presenta evidencia de un quiebre en el primer trimestre de 1998. Dicho resultado se confirma mediante la aplicación de los tests de Chow (1960) y Hansen (2000). La primera columna del cuadro presenta la estimación empleando la muestra total. En este caso, el crecimiento de largo plazo de la PTF se ubica en torno al 1%. Sin embargo, cuando se divide la muestra en dos, se notan claramente los dos regímenes: uno que se extiende desde comienzos de

GRÁFICO 6 Índice de Productividad Total de Factores 140 PTF (1987=100) 135 130 125 120 115 110 105 100 95 90 1997-111 1999-11 2001-1 2002-IV 2004-111 Z006-II 1992-11 1994-1 1995-IV 1987-1 VI-8861 III-0661 Fuente: Estimaciones de los autores.

la muestra hasta el último trimestre de 1997, donde la tasa de crecimiento de largo plazo de la PTF es igual a 3.1%, y otro que comienza en el primer trimestre de 1998 y se extiende hasta 2007, con una tasa de crecimiento anual de 0.6%. En ambos casos se rechaza la hipótesis nula de que ambos valores son iguales a cero. Cabe señalar que la tasa de crecimiento de la PTF puede estar sesgada (en especial en el primer período) debido a que la economía chilena venía saliendo de una profunda recesión en los años 1982 y 1983.²²

²² Para una discusión más detallada véase Fuentes, Larraín y Schmidt-Hebbel (2006).

del Crecimiento de L	argo Plazo de la PT	F
Muestra completa	1986T1-1997T4	1998T1-2007T4
0.2133	1.5981	1.7503
(0.1754)	(0.5348)	(0.4529)
0.9458	0.6373	0.6256
(0.0378)	(0.1175)	(0.0941)
0.0001	0.0028	0.0006
(0.0002)	(0.0009)	(0.0002)
0.0588	0.0625	0.0342
(0.0049)	(0.0077)	(0.005)
0.0613	0.0676	0.0442
(0.0048)	(0.0061)	(0.0047)
0.0549	0.0516	0.0277
(0.005)	(0.0088)	(0.0055)
0.974	0.9806	0.8089
0.8814	0.4837	0.5249
0.7704	0.8056	0.6199
0.86	3.12	0.60
-0.1822	0.0000	-0.0002
	0.2133 (0.1754) 0.9458 (0.0378) 0.0001 (0.0002) 0.0588 (0.0049) 0.0613 (0.0048) 0.0549 (0.005) 0.974 0.8814 0.7704	0.2133 1.5981 (0.1754) (0.5348) 0.9458 0.6373 (0.0378) (0.1175) 0.0001 0.0028 (0.0002) (0.0009) 0.0588 0.0625 (0.0049) (0.0077) 0.0613 0.0676 (0.0048) (0.0061) 0.0549 0.0516 (0.005) (0.0088) 0.974 0.9806 0.8814 0.4837 0.7704 0.8056 0.86 3.12

CUADRO 7						
Tasa de Crecimiento del Producto de Tendencia (%)						
Tasa de crecimiento	Muestra completa	1986T1-1997T4	1998T1-2007T4			
PTF/(1-a)	1.43	5.20	1.00			
Trabajo	1.60	1.60	1.60			
Producto	3.03	6.80	2.60			
Fuente: Estimación de los autores.						

Una vez obtenida la tasa de crecimiento de largo plazo, podemos computar la tasa de crecimiento del producto tendencial para cada período. Debemos contestar la siguiente pregunta: ¿cuál sería la tasa de crecimiento de estado estacionario para la economía chilena? Al hacerlo estaremos suponiendo, en consonancia con el modelo neoclásico de crecimiento, que el cuociente capital-producto se mantiene constante. Utilizando este resultado en la ecuación (23), obtenemos la tasa de crecimiento de estado estacionario:

$$\hat{Y} = \hat{L} + \frac{P\hat{T}F}{(1-\alpha)}.$$

Suponemos que la fuerza laboral crece al 1.6% en estado estacionario (considerando que la suma del capital humano y la fuerza laboral está creciendo a esta tasa) y, utilizando este resultado, mostramos la tasa de crecimiento del producto tendencial bajo los distintos regímenes (cuadro 7).

Esta metodología presenta una importante limitación al suponer estado estacionario. Una economía emergente puede encontrarse lejos de su estado estacionario y, por lo tanto, la tasa de crecimiento del producto será distinta. La estimación de la tasa de crecimiento es muy sensible a la participación de la fuerza laboral y a la tasa de crecimiento del capital humano, las cuales podrían ser mayores en el estado estacionario. Además, parece que la economía chilena antes de 1998 estaba convergiendo hacia un estado estacionario diferente. Uno se pregunta qué es lo que explica estos dos estados estacionarios distintos, y cómo podrá la economía chilena retornar a su senda anterior. Estas preguntas permanecen sin respuesta.

V. RESUMEN Y CONCLUSIONES

La brecha de producto, definida como la diferencia entre el producto real y el potencial, es una variable clave para la toma de decisiones de política económica. Dado el papel importante que los bancos centrales asignan a la brecha de producto en las proyecciones de inflación, el conocimiento de esta variable será crucial para la conducción de la política monetaria. Sin embargo, la brecha de producto no es observable de manera directa, y por tanto la obtención de una medición precisa presenta un importante desafío para la autoridad monetaria en su evaluación de las presiones inflacionarias en la economía. En forma similar, la tasa de crecimiento del producto potencial también es una variable importante en la formulación de políticas. Además, en el caso de Chile, ambas variables son claves para definir la política fiscal a partir de la regla de superávit estructural.

Este trabajo ha presentado estimaciones de la brecha de producto y del crecimiento del producto potencial para Chile en el período 1986-2007, según tres métodos distintos: i) el enfoque de función de producción; ii) el filtro de Kalman; y iii) un VAR estructural. En vista de la incertidumbre asociada a la medición del producto potencial, se examinaron varias mediciones.

Se encontró un alto grado de coherencia entre todas las mediciones, en términos del signo de la brecha de producto. De acuerdo con todas las metodologías, se observa un recalentamiento de la economía a comienzos de la muestra; desde 1993 hasta la Crisis Asiática, la brecha no es muy grande pero es siempre positiva; después de la Crisis Asiática la brecha se torna negativa, quedándose así por varios trimestres.

Para comparar las brechas de producto generadas bajo las distintas metodologías, evaluamos el desempeño en tiempo real de las mediciones de la brecha de producto, y medimos cuán bien la brecha de producto puede contribuir a predecir la inflación futura. Según los resultados, el enfoque de función de producción parece desempeñarse mejor en términos de precisión en tiempo real. Las mediciones de la brecha en tiempo real y ex post muestran la mayor correlación, y la diferencia entre ambas series presenta la raíz cuadrada más baja del ECM. En cuanto al poder predictivo de la brecha de producto con relación a la inflación futura, el Modelo 4 del enfoque del filtro de Kalman (curva de Phillips más ley de Okun) arroja la medición de brecha de producto que mejor predice el nivel de inflación en ejercicios fuera de muestra.

Las estimaciones del crecimiento del producto potencial según las diferentes mediciones también son similares. La tasa de crecimiento potencial promedio sobre la muestra entera varió entre 5.2% y 5.8%. Sin embargo, parece haber importantes diferencias entre subperíodos. Por ejemplo, durante 1990-94 la tasa de crecimiento potencial se ubicó en el rango de 7.2% a 8.2%, y después de la Crisis Asiática cayó al rango 3.7% - 4.1%, sugiriendo un cambio estructural negativo en la tasa potencial de crecimiento posterior a 1998. Finalmente, la tasa de crecimiento de estado estacionario del producto tendencial para la muestra entera es de 3%, y también presenta un importante quiebre estructural después de la Crisis Asiática. ¿Cuál régimen se hará presente en los años venideros? Esta es la pregunta clave para evaluar el futuro desempeño de crecimiento de la economía chilena.

REFERENCIAS

- Blanchard, O. y D. Quah (1989). "The Dynamic Effects of Aggregate Supply and Demand Disturbances." *American Economic Review* 79: 655-73.
- Apel, M. y P. Jansson (1999). "System Estimates of Potential Output and the NAIRU." *Empirical Economics* 24: 373-388.
- Chow, G. (1960). "Tests of Equality between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions." *Econometrica* 28: 591-605.
- Chumacero, R. y F. Gallego (2002). "Trends and Cycles in Real-Time." *Estudios de Economía* 29(2): 211-29.
- Clark, T.E. y K.D. West (2007). "Approximately Normal Tests for Equal Predictive Accuracy in Nested Models." *Journal* of Econometrics 138: 291–311.

- Contreras, G. y P. García (2002). "Estimating Gaps and Trends for the Chilean Economy." En *Economic Growth: Sources, Trends and Cycles*, editado por N. Loayza y R. Soto. Banco Central de Chile.
- De Masi, P. (1997). "IMF Estimates of Potential Output: Theory and Practice." IMF Working Paper 97/177.
- Diebold, F.X. y R.S. Mariano (1995). "Comparing Predictive Accuracy." *Journal of Business and Economic Statistics* 13: 253–63.
- Fuentes, J.R., M. Larraín y K. Schmidt-Hebbel (2006). "Measuring and Explaining Total Factor Productivity in Chile." *Cuadernos de Economía* 43(mayo): 113-42.
- Gallego, F. y C. Johnson (2001). "Teorías y Métodos de Medición del Producto de Tendencia: Una Aplicación al Caso de Chile." Economía Chilena 4(2): 27-58.
- Gallego, F. y N. Loayza (2003). "The Golden Period for Growth in Chile: Explanations and Forecasts." En *Economic Growth: Sources, Trends and Cycles*, editado por N. Loayza y R. Soto. Banco Central de Chile.
- Graff, M. (2004). "Estimates of the Output Gap in Real Time: How Well Have We Been Doing?" Discussion Paper Series DP2004/04, Reserve Bank of New Zealand.
- Gollin, D., (2002). "Getting Income Shares Right." *Journal of Political Economy* 110: 458–474.
- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton, NJ, EE.UU.: Princeton University Press.
- Hansen, B. (2000). "Sample Splitting and Threshold Estimation." *Econometrica* 68(3): 575-603.
- Harvey, A.C. (1989). Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter. Cambridge University Press.
- Kuttner, K.N. (1994). "Estimating Potential Output as a Latent Variable." *Journal of Business and Economic Statistics* 12(3): 361-68.
- Laubach, T. y J.C. Williams (2003). "Measuring the Natural Rate of Interest." *Review of Economics and Statistics* 85(4): 1063-70.
- Marcel, M., M. Tokman, R.O. Valdés y P. Benavides (2001). "Balance Estructural del Gobierno Central: Metodología y Estimaciones para Chile: 1987-2000." Estudios de Finanzas Públicas, Dirección de Presupuesto, Chile.
- Medina, J.P. y C. Soto (2005). "Modelo para Análisis y Simulaciones." Mimeo, Banco Central de Chile.
- Menashe, Y. y Y. Yakhin (2004). "Mind the Gap: Structural and Nonstructural Approaches to Estimating Israel's Output Gap." *Israel Economic Review* 2(2):79-106.

- Musso, A. y T. Westermann (2005). "Assessing Potential Output Growth in the Euro Area: A Growth Accounting Perspective." Occasional Papers Series 22, Banco Central Europeo.
- Ogunc F. y D. Ece (2004). "Estimating the Output Gap for Turkey: An Unobserved Components Approach." *Applied Economic Letters* 11: 177-82.
- Orphanides A. y S. Van Norden (2002). "The Unreliability of Output-Gap Estimates in Real Time." *Review of Economics and Statistics* 84(4): 569-83.
- Solow, R. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth." *Quarterly Journal of Economics* 70(1): 68-94.
- Solow, R. (1957). "Technological Change and the Aggregate Production Function." *Review of Economics and Statistics* 39: 312-20.
- Willman, A. (2002). "Euro Area Production Function and Potential Output: A Supply Side System Approach." Working Paper Series 153, Banco Central Europeo.

APÉNDICE

A. Estimaciones de brecha de producto con el filtro de Kalman: parámetros alternativos de suavización

		CUADRO A1			
Estadísticas Descriptivas (porcentajes)					
$\lambda_{_{1}}$	M1	M2	M3	M4	
1600					
promedio	-0.02	-0.25	-0.17	-0.31	
Desv. Estándar	1.8	1.7	1.7	2.9	
400					
promedio	-0.03	-0.20	-0.07	-0.28	
Desv. Estándar	1.6	1.5	1.4	2.7	
800					
promedio	-0.02	-0.22	-0.19	-0.29	
Desv. Estándar	1.6	1.6	1.5	2.8	
2400					
promedio	-0.02	-0.27	-0.18	-0.35	
Desv. Estándar	1.9	1.8	1.8	3.0	
2800					
promedio	-0.02	-0.28	-0.37	-0.33	
Desv. Estándar	1.9	1.9	1.8	3.0	
Fuente: Estimación de los autores.					

	CUADRO A2	
	Estimación en Tiempo Real y Ex Post	
Filtro de Kalman	Correlación entre estimación en tiempo real y ex post	Raíz cuadrada del ECM (%)
M1		
$\lambda_1 = 1600$	0.37	2.36
$\lambda_1 = 400$	0.50	1.53
$\lambda_1 = 800$	0.43	1.89
$\lambda_1 = 2400$	0.34	2.67
$\lambda_1 = 2800$	0.34	2.79
M2		
λ_{1} = 1600	0.45	2.07
$\lambda_1 = 400$	0.44	1.47
$\lambda_1 = 800$	0.47	1.71
λ_{1} = 2400	0.43	2.33
$\lambda_1 = 2800$	0.41	2.48
M3		
$\lambda_1 = 1600$	0.46	2.01
$\lambda_{1} = 400$	0.59	1.41
$\lambda_1 = 800$	0.51	1.51
$\lambda_1 = 2400$	0.42	2.26
$\lambda_1 = 2800$	0.43	2.31
M4		
λ_{j} = 1600	0.93	1.04
$\lambda_1 = 400$	0.93	1.07
$\lambda_1 = 800$	0.86	1.39
$\lambda_1 = 2400$	0.82	1.72
$\lambda_1 = 2800$	0.84	1.49

CUADRO A3

Desempeño de las Proyecciones de Inflación Fuera de Muestraª

RECM Relativo entre proyecciones de inflación (MA versus MR)

	(MA versus MR) trimestres en adelante			
Método del filtro de Kalman	h=1	h=2	h=3	h=4
M1				
$\lambda_j = 1600$	1.01	1.01	0.97	0.98
$\lambda_j = 400$	1.00	1.00	0.97	0.97
$\lambda_{j} = 800$	1.01	1.01	0.97	0.98
λ_{j} = 2400	1.01	1.02	0.97	0.98
$\lambda_1 = 2800$	1.01	1.02	0.97	0.97
M2				
λ_{1} = 1600	1.01	1.02	0.97	0.98
$\lambda_1 = 400$	1.00	1.00	0.96	1.00
$\lambda_1 = 800$	1.01	1.01	0.97	0.99
$\lambda_1 = 2400$	1.00	1.00	0.96	0.96
$\lambda_1 = 2800$	1.01	1.02	0.97	0.98
M3				
$\lambda_1 = 1600$	1.01	1.02	0.98	1.00
$\lambda_1 = 400$	1.00	1.00	0.99	0.98
$\lambda_1 = 800$	1.01	1.03	1.00	1.00
λ_1 = 2400	1.01	1.01	0.96	0.98
$\lambda_1 = 2800$	1.01	1.02	0.97	0.98
M4				
$\lambda_{\rm J}$ = 1600	0.94	0.96	0.92	0.92
$\lambda_1 = 400$	0.95	0.97	0.93	0.93
$\lambda_1 = 800$	0.96	1.01	0.99	0.99
$\lambda_1 = 2400$	1.00	1.02	0.97	0.94
$\lambda_1 = 2800$	0.97	0.99	0.95	0.96

Fuente: Estimación de los autores.

a. Las celdas exhiben el cuociente producido por el RECM de las proyecciones de inflación del modelo ampliado (MA) sobre el RECM de las proyecciones del modelo de referencia (MR).

B. Test de Clark y West para la evaluación de proyecciones en modelos anidados

	CUADRO B1			
Te	st de Precisión Predi	ctivaª		
	Estadísticas <i>t</i>			
Métodos	h=2	h=3	h=4	
Función de producción				
Error estándar MCO	0.83	1.53	2.36	
Error estándar Newey-West	0.78	1.39	1.88	
Filtro de Kalman*				
M1				
Error estándar MCO	0.62	1.30	1.17	
Error estándar Newey-West	0.61	1.01	0.89	
M2				
Error estándar MCO	0.48	1.23	1.34	
Error estándar Newey-West	0.43	0.95	1.03	
M3				
Error estándar MCO	0.56	1.34	1.02	
Error estándar Newey-West	0.55	1.05	0.80	
M4				
Error estándar MCO	0.96	1.47	2.01	
Error estándar Newey-West	0.78	1.16	1.58	
VAR estructural				
Error estándar MCO	1.00	1.30	1.78	
Error estándar Newey-West	0.86	1.08	1.38	
Fuente: Estimaciones de los autores				

Fuente: Estimaciones de los autores

a. Los resultados para cada modelo se basan en el parámetro de suavización (λ_1) que produce el mejor desempeño. La hipótesis nula (los dos modelos poseen igual RECM) es rechazada si el estadístico es mayor que 1.28 (para un nivel de 10% a una cola) o 1.65 (para el test de 5% a una cola).