Risk Assessment of a Sample of Securities in Casablanca Stock Exchange

Abderrazik, Amal; Boutkardine, Mehdi; El Bahi, Nour El Houda; Kartoubi, Salah Eddine and El Bouhadi, Abdelhamid

May 2008

Université Cadi Ayyad

Faculté des Sciences Juridiques Economiques et Sociales
-Marrakech-

Département Sciences Economiques
Master: Finance Appliquée

Evaluation du Risque d'un Echantillon de Valeurs Mobilières de la Bourse de Casablanca

Amal ABDERRAZIK, Mehdi BOUTKARDINE, Nour El Houda EL BAHI, Salah Eddine KARTOUBI et Abdelhamid EL BOUHADI[♣]

(Version préliminaire)

[♣] FSJES, Université Cadi Ayyad Marrakech.

RESUME

INTRODUCTION

I- Les indicateurs de risque pour les actions

a) La variance
b) La semi-variance
c) Moments partiels inférieurs
d) Le risque shortfall

e) Coefficient du risque systématique Bêta (β)

f) Statistiques complémentaires

II- Les indicateurs de risque pour les produits de taux

a) La duration
b) La convexité

III- Les indicateurs de risque pour un portefeuille

a) La Value-at-Risk

b) Méthodes de calcul de la VaR

1. Méthode analytique ou paramétrique

2. Méthode historique ou non paramétrique

3. Méthode de Monte Carlo

IV- Application des mesures de risques à un échantillon de valeurs mobilières cotées à la bourse de Casablanca

CONCLUSION

Résumé. La gestion des risques financiers, qui est une branche de la théorie financière, se définie comme étant un processus qui débute par une identification des facteurs de risque, qui se poursuit par la mesure du risque et qui se termine par la couverture de ce risque. Le présent travail s'intéresse à la deuxième phase de ce processus de gestion, à savoir la mesure du risque. Ce dernier peut être défini comme étant l'incertitude qui a un impact sur la richesse et peut être mesuré de différentes manières. On distingue pour chaque catégorie de risque un ensemble de méthodes d'évaluation (à titre d'exemple : la semi-variance pour le risque lié aux actions, la convexité pour le risque lié aux obligations et la valeur risquée (VaR) pour le risque global d'un portefeuille). L'application des mesures du risque à un portefeuille de valeurs mobilières apparaît indispensable dans la mesure où elle permet de faciliter la compréhension des concepts théoriques et l'usage des formules mathématiques.

Mots-clés : Risque, variance, semi-variance, rentabilité, risque shortfall, valeur risquée, écart absolu moyen, coefficient du risque systématique.

Abstract. The management of financial risks, which is a branch of financial theory, is defined as a process that begins with risk factors identification, continues with measurement of risk and concludes with the coverage of that risk. This work focuses on the second phase of management process, namely the measurement of risk. This can be defined as an uncertainty which has an impact on the wealth and can be measured by different ways. Indeed, it is possible to distinguish, for each risk category, a set of evaluation methods (for example: the semi-variance for equity risk, the convexity degrees for risk associated with bonds and Value-at-Risk (VaR) for the global risk of portfolio). The use of measurement risk in a portfolio of securities is necessary as far as it facilitates the understanding of theoretical concepts and the use of mathematical formulas.

Keywords: Risk, variance, semi-variance, profitability, risk shortfall, VaR, mean absolute deviation, coefficient of systematic risk.

JEL-Classification: G11, G12, G14, C22, C52.

1. Introduction

L'investissement en valeurs mobilières, en produits risqués et complexes (actions, produits titrisés et retitrisés, produits dérivés, dérivés de crédit, etc.) constitue le sacrifice ou la perte d'opportunité d'un avantage certain contre un avantage espéré en avenir incertain. Lorsqu'un investisseur fait le choix d'investir avec risque contre investir sans risque, il prend le pari sur une probabilité d'occurrence d'une réalisation potentielle d'un événement du gain dans un environnement incertain. L'incertitude peut être approchée par des chocs imprévisibles dans un monde où il y a absence de perception cognitive. Le fait de probabiliser le risque n'enlève rien à l'état d'incertitude qui caractérise le futur. Knight, dans *Risk, Uncertainty and Profit* (1921) a pu établir la distinction entre le risque (lié à un événement probabilisable) et l'incertitude qui correspond à des événements aléatoires non probabilisables échappant au calcul.

Ainsi, en termes d'investissement, le risque d'un actif financier peut être défini comme l'incertitude quant à la valeur de cet actif à une date future.

L'objectif de tout investisseur est de réaliser une certaine rentabilité sur les capitaux qu'il gère. Cependant l'obtention de celle-ci n'est pas certaine à l'avance. La rentabilité réalisée (*ex post*) est plus ou moins différente de celle espérée (*ex ante*).

Par exemple : si un investisseur place 10.000,00 dhs en obligation à 8%, la rentabilité espérée peut être évaluée avec une précision relativement grande et la rentabilité qui sera effectivement réalisée ne s'en éloignera guère. En revanche, si les 10.000,00 dhs sont investis en action d'une société qui se crée en vue de prospecter de l'uranium dans une nouvelle zone inconnue à Botswana, le taux de rentabilité de cet investissement ne peut être évalué avec précision. Il pourra prendre entre -100% (perte totale) et un pourcentage très élevé, éventuellement. Le premier investissement de par la faible variabilité de son taux de rentabilité escompté, peut être défini comme relativement peu risqué. A l'opposé, le second dont le taux de rentabilité espéré peut être très variable, sera relativement risqué.

Ainsi, le risque d'un investissement peut être mesuré et calculé par diverses méthodes. C'est la présentation de ces dernières qui constitue l'objet de ce travail. En d'autres termes, dans ce qui suit, nous allons mettre l'accent sur les mesures du risque les plus utilisées avant d'appliquer ces méthodes sur un échantillon de valeurs mobilières (actions) cotées à la bourse des valeurs de Casablanca.

2. Les indicateurs de risque pour les actions

La gestion du risque lié aux actions est un processus qui débute par une identification des facteurs de risque, qui se continue par la mesure du risque et qui se termine par la couverture de ce risque. C'est sur la deuxième phase de ce processus que nous allons mettre l'accent dans ce qui suit. Pour ce faire, nous allons présenter les indicateurs les plus utilisés pour mesurer le risque lié aux actions, à savoir : la variance, la semi-variance, les moments partiels inférieurs, le risque shortfall, le coefficient du risque systématique β et les statistiques complémentaires

a. La variance

Intuitivement, le risque d'un actif est caractérisé par la dispersion de ses rentabilités autour de leur moyenne. Les mesures statistiques en sont donc la variance (σ_i^2) et l'écart-type (σ_i), la première étant le carré de la deuxième. La variance s'écrit :

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{\mathrm{T}} \sum_{t=1}^{\mathrm{T}} \left(\mathrm{R}_{i,\,t} - \overline{\mathrm{R}}_i \right)^2$$

Où :

$R_{i,t}$ désigne la rentabilité de l'actif i sur la sous période t ;

$\overline{R}_i$ désigne la moyenne des rentabilités de l'actif i sur toute la période t ;

T désigne le nombre de sous périodes.

Une assez bonne estimation du risque peut être obtenue en utilisant des rentabilités mensuelles sur une période de trois ans.

La variance est la mesure du risque la plus utilisée. C'est la définition de risque qu'a retenu Markowitz pour son problème de choix de portefeuille car elle permet d'obtenir une modélisation simple. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle considère de la même façon le risque de baisse et le risque de hausse, alors que les investisseurs redoutent seulement les baisses. Nous présentons ci-dessous la mesure de la semi-variance qui tient compte de cette différence.

b. La semi-variance

L'utilisation de la variance ou de l'écart-type des rentabilités pour mesurer le risque des actifs suppose que les rentabilités soient distribuées suivant une loi normale. Or, si cette hypothèse se vérifie assez bien sur un horizon de courte durée, il n'en est pas de même sur les durées d'investissement plus longues. La variance constitue donc une bonne mesure du risque sur une période d'investissement courte. Sur une période plus longue, il vaut mieux avoir recours à une mesure tenant compte de la dissymétrie du risque.

Markowitz a défini la semi-variance en 1959, comme la mesure la plus appropriée pour caractériser le risque d'un portefeuille. Le principe de calcul est le même que celui de la variance sauf que seules les rentabilités inférieures à la moyenne sont prises en compte. Elle fournit donc une mesure dissymétrique du risque qui correspond aux besoins des investisseurs, uniquement concernés par le risque de baisse de leur portefeuille.

Elle s'écrit :

$$\frac{1}{T}\sum_{0\leq t\leq T}^{T}\left(R_{it} - \overline{R_i}\right)^2$$

Avec $R_{it} < R_i$

Les notations étant les mêmes utilisées pour la variance.

Par analogie avec la relation entre l'écart-type et la variance, on définit une mesure appelée down-side risk comme la racine de la semi-variance.

Si la distribution des rentabilités est symétrique, ce qui est le cas lorsque celles-ci sont supposées être distribuées suivant la loi normale, alors la semi-variance est égale à la moitié de la variance et il revient au même de mesurer le risque avec l'une ou l'autre des deux quantités. Si, par contre, la distribution n'est pas symétrique, alors les deux mesures ne sont pas équivalentes et il n'est dans ce cas pas correct d'utiliser la variance à la place de la semi-variance. La semi-variance est particulièrement adaptée pour mesurer le risque des actifs dérivés dont la distribution n'est en général pas symétrique.

En 1959, l'utilisation de cette mesure était difficile pour des raisons pratiques, la puissance des ordinateurs étant encore très limitée. C'est ce qui a conduit Markowitz à choisir la variance, mathématiquement plus simple à mettre en œuvre. Actuellement il devient possible d'y avoir recours, mais les travaux qui y font appel sont peu nombreux. Dans une conférence donnée en 1993, Markowitz indique cependant qu'il utilise la semi-variance comme mesure du risque pour faire de la sélection de portefeuille pour une maison de titres.

Il existe cependant un obstacle supplémentaire à l'utilisation de la semi-variance, au-delà du supplément de calculs qu'elle engendre. Les distributions asymétriques ne sont pas stables dans le temps. Il est donc difficile d'estimer la semi-variance à l'aide des rentabilités historiques, comme il est courant de le faire pour la variance.

Le concept de la semi-variance a été suivi par un développement théorique plus général : les moments partiels inférieurs, dont elle constitue un cas particulier.

c. Moments partiels inférieurs

Le moment partiel inférieur mesure le risque de descendre en-deçà d'un certain niveau de rentabilité (*Target return*) fixé par l'investisseur. Le moment partiel inférieur d'ordre *n* pour l'actif *i* se définit par :

$$\mathbf{LPM}_{\mathbf{in}} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(\text{Max}\left(0, h - R_{it}\right)\right)^{n}$$

Où :

T désigne le nombre d'observations ;

H désigne la rentabilité cible pour le portefeuille.

Cette mesure peut être calculée pour plusieurs valeurs de n. Lorsque n=2, on retrouve l'expression de la semi-variance en prenant pour rentabilité cible la moyenne des rentabilités sur la période. La valeur de n permet de représenter l'aversion au risque de l'investisseur. Si n<1, l'investisseur aime le risque. Si n=1, l'investisseur est neutre vis-à-vis du risque. Enfin, si n>1, l'investisseur est averse au risque. Plus la valeur de n est élevée, plus le niveau d'aversion au risque est élevé.

d. Le risque shortfall

La notion de risque shortfall, permet de caractériser le risque de baisse. Dans l'approche développée par Leibowitz et Henriksson, le risque d'un portefeuille est défini en fonction de sa probabilité de dépasser une rentabilité cible (Target return) fixée. Il s'agit d'une définition intuitive du risque qui prend bien en compte l'approche dissymétrique des investisseurs vis-à-vis du risque, plus particulièrement sur les longues périodes d'investissement. Cette notion peut être associée à un modèle d'optimisation moyenne variance pour déterminer l'allocation optimale d'un portefeuille entre classes d'actifs.

Dans le même ordre d'idées, Sortino et Price (1994) définissent le risque d'un portefeuille par rapport à un objectif à atteindre. Il généralise la définition de la semi-variance établie par Markowitz en remplaçant la moyenne des rentabilités, par la notion de rentabilité cible. Ils définissent ainsi la notion de rentabilité minimum acceptable (MAR, pour minimum acceptable return) comme étant la rentabilité minimale devant être obtenue pour atteindre un objectif. Les rentabilités supérieures à la MAR constituent les bonnes occurrences et les rentabilités inférieures constituent les mauvaises. Ainsi seules les rentabilités inférieures à la MAR sont à prendre en compte pour le calcul du risque, le risque étant de ne pas atteindre l'objectif fixé.

e. Coefficient du risque systématique Bêta (β)

Le risque d'un titre peut aussi être évalué au travers de son bêta. Le bêta d'un titre est le coefficient du risque systématique, c'est-à-dire la réaction du titre aux fluctuations du marché.

$$\beta = \text{Cov}\,(R_i, R_m) / \text{Var}\,(R_m)$$

L'équation du MEDAF montre que :

- Si $\beta_i < 1$: $E(R_i) < E(R_m)$; c'est-à-dire que la rentabilité espérée sur le titre i est inférieure à celle attendue sur le marché. L'action amortit les fluctuations du marché ;

- Si $\beta_i = 1$: $E(R_i) = E(R_m)$; c'est-à-dire que la rentabilité espérée sur le titre i est égale à celle attendue sur le marché ;

- Si $\beta_i > 1$: $E(R_i) > E(R_m)$; c'est-à-dire que la rentabilité espérée sur le titre i est supérieure à celle attendue sur le marché. L'action amplifie les fluctuations du marché.

f. Statistiques complémentaires

Quelques statistiques complémentaires peuvent aider à caractériser le risque d'un actif. Il s'agit de :

- **L'intervalle de variation**, qui mesure l'amplitude entre la rentabilité la plus élevée et la rentabilité la plus faible, soit :

$$\mathbf{Max\ (R_{it}) - min\ (R_{it})}$$

- **L'écart absolu moyen**, qui mesure la moyenne des écarts en valeur absolue entre les rentabilités d'un actif et son espérance de rendement, soit :

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|R_{it} - E(R_i)\right|$$

- **La probabilité d'obtenir une rentabilité négative**, qui calcule la proportion de rentabilités négatives pour un actif sur une période donnée.

3. Les indicateurs de risque pour les produits de taux

Les mesures du risque présentées jusqu'ici concernent les actions. Pour les obligations on utilise des indicateurs spécifiques qui mesurent le risque lié à la déformation des courbes des taux. Parmi ces indicateurs, se trouvent la duration et la convexité.

a. La duration

La duration mesure la sensibilité d'une obligation à un déplacement parallèle de la courbe des taux. La duration d'un portefeuille se calcule ensuite en faisant la somme des durations des titres qui le composent, pondérées par leur valeur relative par rapport à la valeur totale du portefeuille. Le choix d'une combinaison particulière de titres permet d'obtenir un portefeuille de risque fixé.

b. La convexité :

La convexité mesure la sensibilité de la duration à la déformation de la courbe des taux. Elle évalue la courbure (l'allure) de la courbe des taux.

4. Les indicateurs de risque pour un portefeuille

a. La Value-at-Risk

La VaR permet de résumer en une seule valeur l'ensemble des risques d'un portefeuille réparti entre plusieurs classes d'actifs. Son principe diffère des autres mesures de risque. Alors qu'une mesure telle que la variance caractérise le risque moyen du portefeuille (incertitude moyenne dans la distribution des rentabilités), la VaR s'intéresse directement à une valeur de perte possible ; en ce sens, c'est une mesure de risque extrême.

Dans le cadre de l'analyse d'un portefeuille, la VaR permet de disposer d'une seule valeur pour apprécier l'ensemble des risques supportés par un portefeuille composé de plusieurs instruments financiers. La VaR mesure la perte maximum que peut subir ce portefeuille sur une période donnée et avec une probabilité fixée, en cas d'évolution défavorable des marchés.

La réglementation impose de choisir une période de dix jours, ce qui correspond au temps moyen de retournement du marché. La mesure de VaR est donc une mesure de court terme.

Le calcul de la VaR permet d'évaluer si l'établissement de gestion peut supporter le risque encouru, et plus particulièrement de vérifier s'il possède bien les fonds propres nécessaire pour couvrir ce risque.

Dans le calcul de la VaR, les rentabilités des actifs sont supposées soumises à des facteurs de risque communs, qui permettent de décomposer la rentabilité du portefeuille. La première étape dans le calcul consiste donc à identifier les facteurs de risque pertinents pour chaque portefeuille.

b. Méthodes de calcul de la VaR

Il existe essentiellement trois méthodes pour calculer la VaR d'un portefeuille : la méthode analytique, la méthode historique et la méthode de Monte Carlo. La méthode historique et la méthode de Monte Carlo calculent la valeur exacte des instruments financiers contenus dans le portefeuille avant et après l'application d'un scénario de marché, tandis que la méthode paramétrique suppose, à titre de simplification, que la valeur des instruments financiers évolue de façon linéaire avec celle des paramètres de risque. Pour ce qui est de l'estimation des scénarios de marché, la méthode paramétrique et la méthode de Monte Carlo spécifient *a priori* la loi de distribution, tandis que la méthode historique se base sur l'observation des variations des facteurs de risque sur une période donnée.

1. Méthode analytique ou paramétrique

Il s'agit d'une méthode probabiliste. Les facteurs de risque sont modélisés par des variables aléatoires distribuées suivant une loi théorique qui dépend d'un nombre limité de paramètres. Les propriétés de la loi permettent d'estimer le quantile de la distribution et donc la VaR d'un portefeuille. Pour des raisons de simplicité dans les calculs, on choisit le plus souvent la loi normale qui est complètement caractérisée par sa moyenne et sa matrice de variance-covariance. Si le portefeuille est composé d'instruments dont le comportement est linéaire par rapport aux facteurs de risque, alors la volatilité du portefeuille s'obtient directement à partir de la matrice de variance-covariance des facteurs de risque. La VaR est une fonction linéaire de la volatilité du portefeuille.

La distribution de la loi normale est supposée stationnaire, c'est à dire qu'elle va rester la même dans le futur. La rentabilité du portefeuille est décomposée linéairement en fonction de ces facteurs de risque et des sensibilités du portefeuille à ces facteurs sur la période considérée.

Formellement, soit F le vecteur des n facteurs de risque. F suit une loi normale centrée de dimension *n* et de matrice de variance-covariance **$\sum$.**

Soit λ_T le vecteur des sensibilités de la rentabilité du portefeuille aux facteurs de risque et; soit T l'horizon d'évaluation. La rentabilité du portefeuille s'écrit :

$$R_{PT} = \lambda'_T$$

La rentabilité du portefeuille, obtenue comme combinaison linéaire de variables normales, suit encore une loi normale. En effectuant une transformation, on peut alors écrire :

$$R_{PT} = \lambda'_T \sum \lambda_T X$$

Où **X** suit une loi normale centrée réduite.

Soit **Q** la probabilité que la perte du portefeuille ne dépasse pas le montant calculé de la VaR. **Q** est en général choisi entre 95 et 99%. Soit V_0 la valeur initiale du portefeuille, alors sa VaR sur la période T avec la probabilité Q est donnée par :

$$P(R_{PT} V_0 \geq VaR) = Q$$

Soit :

$$VaR = -\lambda'_T \sum \lambda_T N^{-1}(Q) V_0$$

Où $\mathbf{N^{-1}}$ désigne l'inverse de la loi normale centrée réduite.

Cette méthode est celle utilisés par JP Morgan dans RiskMetrics.

Les facteurs de risque sont en fait des actifs de base tels que les indices de marché pour les actions ou les taux zéro- coupons pour les obligations.

L'avantage de cette méthode est que l'on dispose facilement des données nécessaires à sa mise en œuvre. Mais elle repose fortement sur l'hypothèse de normalité des rentabilités. Or les distributions des rentabilités historiques des variables de marché sont souvent assez éloignées de la loi normale. On observe en particulier des distributions présentant des queues épaisses. De plus cette méthode ne permet pas de tenir compte de la non- linéarité de certains instruments financiers, tels les produits dérivés, qui peuvent figurer dans les portefeuilles.

2. Méthode historique ou non paramétrique :

Cette méthode est la plus simple et la plus intuitive. Elle se base sur les séries d'historique des facteurs de risque pour déduire une distribution empirique des rentabilités du portefeuille. La forme de la distribution n'est donc pas définie a priori. Là encore, on fait l'hypothèse que la distribution est stationnaire, c'est à dire que le comportement futur reproduira la passé. La VaR s'obtient ensuite en déterminant la rentabilité du portefeuille correspondant au seuil de confiance choisi.

Cette méthode dépend beaucoup du choix de l'échantillon historique. Celui-ci ne doit pas être trop court pour que l'estimation soit significative statistiquement. Il ne doit pas être trop long non plus, car les caractéristiques des facteurs évoluent au cours du temps. En général, on prendra les cinq dernières années d'historique. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne suppose pas une forme de distribution particulière a priori. Cependant, ceci la rend très sensible à la qualité des données. En effet, il suffit de quelques données incohérentes pour perturber le résultat. Cette méthode est rapide à mettre en œuvre. C'est celle qui nécessite le moins de calculs. Elle permet d'utiliser d'autant de facteurs de risque que l'on souhaite, à la seule condition de disposer de données historiques sur ces facteurs. Cette méthode peut être utilisée pour les produits optionnels dont le comportement par rapport aux facteurs de risque est non linéaire.

3. Méthode de Monte Carlo :

Cette méthode ne fait pas d'hypothèses particulières sur la forme de la distribution. La première étape consiste à identifier les facteurs de risque significatifs. Puis on construit la distribution de ces facteurs à partir des historiques, ou à partir de scénarios économiques, de façon à calibrer le modèle. On réalise ensuite à partir de cette loi un grand nombre de tirages pseudo- aléatoires qui permettent d'évaluer le portefeuille dur l'horizon de temps fixé. L'ensemble des valeurs obtenues pour chaque tirage permet de construire une distribution, dont on extrait la valeur du portefeuille correspondant au seuil de confiance choisi. La VaR se calcule ensuite par différence entre cette valeur et la valeur actuelle du portefeuille. Le principe de calcul est en fait le même que pour la VaR historique, sauf que les données utilisées sont maintenant obtenues par simulation.

La méthode des simulations de Monte Carlo est bien adaptée pour les portefeuilles contenant des instruments non linéaire, tels que les produits dérivés. Cette méthode est cependant lourde à mettre en œuvre car elle nécessite de réaliser beaucoup de simulations pour obtenir une bonne précision dans le résultat, ce qui entraîne de nombreux calculs.

Les trois méthodologies d'estimation de la VaR sont considérées comme complémentaires. La méthode RiskMetrics reste cependant la plus utilisée, car les données pour sa mise en œuvre sont dans le domaine public.

5. Application des mesures de risques à un échantillon de valeurs mobilières de la bourse de Casablanca

Après avoir présenté les indicateurs de risque les plus utilisés, nous appliquerons, dans ce qui suit, ces derniers à un portefeuille composé de (12) valeurs mobilières choisies d'une manière arbitraire. Il s'agit de :

- La Banque Marocaine du Commerce Extérieur (BMCE)
- Itissalat Al Maghrib (IAM)
- Lafarge (LAC)
- Marocaine Vie (MAV)
- Groupe ONA (ONA)
- La Banque Marocaine du Commerce et De L'Industrie (BMCI)
- Banque Centrale Populaire (BCP)
- ZELLIDJA (ZDJ)
- FERTIMA (FRT)
- HOLCIM (Maroc) (HOL)
- Crédit du Maroc (CDM)

- NEXANS MAROC (NEX)

Sur la base des informations fournies dans les tableaux ci-joints, nous avons calculé les différents indicateurs de mesures de risque: (Afin de simplifier les calculs, nous avons supposé que le montant investi dans chaque titre est le même).

<u>Tableau des rentabilités mensuelles 2006-2007: N°1</u>

BMCE	ONA	MAV	IAM	BMCI	BCP	ZDJ	FRT	LAC	HOL	CDM	NEX
1,0963	0,6217	0,9394	0,7558	1,1659	0,8042	0,7314	0,8556	1,6200	1,4318	2,2159	0,5793
0,0530	−0,0910	0,1660	0,8280	0,0180	−0,0385	0,0100	−0,4269	−0,1640	0,4820	0,3470	0,1855
0,3904	0,4191	−0,4921	0,0043	1,3615	0,4839	−0,8238	−0,1967	0,4216	0,3017	0,2423	0,2650
0,9561	0,7306	0,0829	0,4289	−0,4018	0,3922	−0,3117	−0,4531	0,7636	0,6711	0,3572	−0,6593
−0,5473	−0,5873	−0,5365	−0,6859	0,0264	−0,2381	−0,4193	−1,9113	−0,4409	−0,5673	−0,2105	0,3253
−0,2827	0,2459	0,1914	0,1177	0,0990	0,1573	−1,4543	0,6829	0,4720	0,2736	0,5717	−0,3580
−0,0250	−0,1837	−0,7238	−0,1415	−0,1317	0,0870	1,0000	−0,5050	0,1113	−0,0821	−0,6833	−0,2500
0,5090	0,2660	−0,6838	0,7733	0,4028	0,1581	−0,5471	1,0520	0,8517	0,5780	0,9477	0,0771
0,0324	0,1370	−0,5413	0,1052	−0,0083	0,8005	0,0271	1,4317	−0,1831	−0,1400	0,1267	−0,3200
0,0990	0,2000	−0,2567	−0,0835	−0,1106	0,2830	−1,2382	−0,9550	−0,1759	0,1281	0,3756	0,1540
0,0005	0,5681	−0,1584	−0,2181	−0,1590	0,6919	1,2186	−0,1967	−0,3782	−0,1200	0,1353	−0,3510
0,6552	0,0250	−0,1850	0,1343	0,0845	1,1375	−0,8045	0,4433	−0,2243	0,1305	0,8311	0,5167
0,5186	0,4343	0,5428	0,1290	0,6167	0,6752	0,2910	−0,2411	1,1021	1,4138	0,2240	1,7650
0,8180	−0,1885	−0,0810	−0,0400	0,4595	0,3360	−0,0938	0,0843	0,3115	−0,0270	−0,0750	−0,2795
1,3250	0,1300	−0,3471	0,1718	0,0386	0,2586	2,1372	−0,0038	0,6424	0,3536	0,1582	−0,0350
1,0240	0,3510	0,0685	0,0200	0,2590	0,6500	1,4859	0,3300	0,8395	0,5445	0,3530	0,8572
0,4291	−0,1655	−0,1057	0,3000	−0,4559	−0,4241	−0,2692	0,4819	−0,3223	−0,1835	−0,0795	0,9885
0,0786	−0,3875	−0,0789	−0,2448	0,1283	−0,1548	1,4333	−0,7043	−0,2453	−0,3632	−0,0532	−0,3070
0,0186	0,1300	−0,2244	0,1452	−0,0605	0,2338	−1,2260	−1,4875	−0,1127	0,0733	−0,1231	0,1947
0,1135	0,2170	0,3489	0,1870	0,3440	0,1765	0,7211	0,8829	0,3183	0,2718	0,4918	0,4235
0,2910	0,0200	−0,1640	−0,0650	−0,1153	−0,1500	0,7438	−0,6300	−0,0700	−0,3033	−0,0167	−0,1700
−0,0691	−0,0930	0,0062	0,1826	−0,2939	−0,1696	0,3250	0,1545	0,5796	−0,0886	−0,1068	−0,1347
−0,2324	0,0705	0,1169	0,0067	−0,0133	−0,1732	1,2982	−0,0779	0,3752	−0,6181	−0,1139	−0,0450
0,0255	−0,0600	1,0258	0,0525	−0,0055	0,0340	−0,0100	−0,0269	−0,1380	0,2175	−0,1258	−0,0259
0,3032	0,1171	−0,0454	0,1193	0,1353	0,2505	0,1760	−0,0590	0,2481	0,1824	0,2412	0,1415

<u>Matrice des Variances- covariances: N°2</u>

	BMCE	ONA	MAV	IAM	BMCI	BCP	ZDJ	FRT	LAC	HOL	CDM	NEX
BMCE	0,2180805											
ONA	0,0684293	0,0954405										
MAV	0,0317366	0,0379674	0,1896840									
IAM	0,0675925	0,0454864	0,0437893	0,1074843								
BMCI	0,0627392	0,0434475	0,0372104	0,0264154	0,1781680							
BCP	0,0857162	0,0737682	0,0156511	0,0196395	0,0696911	0,1486735						
ZDJ	0,1236001	−0,0049895	0,0460449	−0,0338940	−0,0130573	−0,0206523	0,8827767					
FRT	0,1167687	0,0852454	0,0645670	0,1325378	0,0772130	0,1078298	0,0722089	0,5864323				
LAC	0,1452997	0,0975066	0,0852174	0,0885500	0,1209612	0,0641368	0,0943947	0,1613978	0,2731440			
HOL	0,1408012	0,1042727	0,1083469	0,1044759	0,1128209	0,1026005	−0,0247381	0,1227727	0,2018292	0,2510439		
CDM	0,1180936	0,0938372	0,0920772	0,1097684	0,1235038	0,1077234	−0,0593492	0,2023959	0,1659490	0,1825752	0,2889444	
NEX	0,0558157	0,0149420	0,0664029	0,0228231	0,0771422	0,0381880	−0,0110350	0,0249565	0,0747104	0,1248296	0,0661877	0,2700316

Les rentabilités inférieures à leurs rentabilités moyennes: N°3

BMCE	ONA	MAV	IAM	BMCI	BCP	ZDJ	FRT	LAC	HOL	CDM	NEX
0,053000	-0,091000	-0,492105	0,004348	0,018000	-0,038500	0,010000	-0,426923	-0,164000	-0,567273	-0,210526	-0,659333
-0,547273	-0,587273	-0,536500	-0,685909	-0,401765	-0,238095	-0,823846	-0,196667	-0,440909	-0,082105	-0,683333	-0,358000
-0,282727	-0,183684	-0,723750	0,117727	0,026364	0,157273	-0,311667	-0,453077	0,111250	-0,140000	0,126667	-0,250000
-0,025000	0,025000	-0,683750	-0,141500	0,099048	0,087000	-0,419333	-1,911250	-0,183125	0,128125	0,135263	0,077143
0,032381	-0,188500	-0,541333	0,105238	-0,131667	0,158095	-1,454286	-0,505000	-0,175882	-0,120000	0,224000	-0,320000
0,099000	-0,165455	-0,256667	-0,083500	-0,008333	-0,424091	-0,547143	-0,955000	-0,378235	0,130476	-0,075000	-0,350952
0,000476	-0,387500	-0,158421	-0,218095	-0,110588	-0,154762	0,027143	-0,196667	-0,224286	-0,027000	0,158182	-0,279500
0,078571	0,020000	-0,185000	-0,040000	-0,159048	0,233810	-1,238182	-0,241111	-0,322273	-0,183500	-0,079524	-0,035000
0,018571	-0,093043	-0,081000	0,020000	0,084500	0,176500	-0,804545	-0,704286	-0,245263	-0,363158	-0,053158	-0,307000
0,113500	0,070476	-0,347143	-0,244762	0,038636	-0,150000	-0,093750	-1,487500	-0,112667	0,073333	-0,123125	-0,170000
0,291000	-0,060000	-0,105714	-0,065000	-0,455909	-0,169565	-0,269167	-0,630000	-0,070000	-0,303333	-0,016667	-0,134737
-0,069130		-0,078889	0,006667	0,128333	-0,173158	-1,226000	-0,077857	-0,138000	-0,088636	-0,106818	-0,045000
-0,232381		-0,224375	0,052500	-0,060500	0,034000	-0,010000			-0,618095	-0,113889	-0,025882
0,025500		-0,164000		-0,115263						-0,125789	
				-0,293913							
				-0,013333							
				-0,005500							

Matrice Variance- Covariance : N°4

	BMCE	ONA	MAV	IAM	BMCI	BCP	ZDJ	FRT	LAC	HOL	CDM	NEX
BMCE	0,03879458											
ONA	0,02822366	0,03394744										
MAV	0,01914759	0,00490687	0,04741776									
IAM	0,01818373	0,02327537	0,00489448	0,04101593								
BMCI	0,00253667	0,01552116	-0,00373372	0,01672923	0,02674823							
BCP	-0,00108453	0,01370520	-0,01005132	0,01942098	0,00742554	0,03601070						
ZDJ	0,00582612	0,00541810	-0,00805966	-0,00815826	0,00399107	-0,02522236	0,24517608					
FRT	-0,03192347	-0,05790261	0,03934944	0,00209078	-0,03342821	-0,00027772	-0,08480044	0,28363655				
LAC	0,00521532	0,01046588	-0,00763596	0,01689345	0,00667585	0,00913511	0,02157428	-0,00808334	0,01954477			
HOL	0,00236781	-0,00211192	-0,01119854	-0,01726751	0,00461729	-0,01501638	-0,02516617	-0,04949967	-0,00499324	0,05309782		
CDM	0,02129572	0,01964093	-0,00225197	0,03167596	0,01351048	0,01704791	0,00177297	-0,03020301	0,01746558	0,00830787	0,04482896	
NEX	0,00179414	0,01390292	0,00735597	0,00347304	0,00262593	0,00785733	-0,01482544	-0,03351829	0,00366714	0,01073763	0,01098747	0,03475467

Bêta :N°5

Les indicateurs de risque pour les actions :

La Variance :

D'après les informations fournies dans le tableau N°2, et en appliquant la formule suivante

$$\sigma^2 = X_i V(R_i) + X_j V(R_j) + 2 X_i X_j Cov(R_i, R_j)$$

Nous avons trouvé que:

La variance du portefeuille = 0,093

Ecart Type = 0,305

On dira qu'en moyenne la dispersion de la rentabilité du portefeuille autour de sa moyenne est de 0,093.

La variance considère de la même façon le risque de baisse et le risque de hausse, or nous ne redoutons que les baisses, alors il apparaît essentiel de calculer la semi-variance qui ne mesure que le risque de baisse :

La Semi- Variance :

Pour calculer la semi-variance nous n'avons pris en compte que les rentabilités des titres qui sont inférieures à leurs rentabilités moyennes.

Ainsi et d'après les informations fournies dans le tableau N°3 & 4, et en appliquant la même formule que la variance:

$$\sigma^2 = X_i V(R_i) + X_j V(R_j) + 2X_i X_j Cov(R_i, R_j)$$

Titres	BMCE	ONA	MAV	IAM	LAC	BMCI	BCP	ZDJ	FRT	HOL	CDM	NEX
Bêta	1,066423339	0,886281821	0,553946652	0,74961842	1,283059042	0,694414681	0,81722754	0,397926652	1,23633284	1,414366711	1,402762307	0,339791904
%	0,085	0,084	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,084
Bêta Pf	9,065E-02	7,445E-02	4,598E-02	6,222E-02	1,065E-01	5,764E-02	6,783E-02	3,303E-02	1,026E-01	1,174E-01	1,164E-01	2,854E-02
		9,033E-01										

Nous avons trouvé que:

La semi-variance du portefeuille = 0,075

Racine carrée de la semi-variance = 0,274

En moyenne la dispersion des rentabilités négatives du portefeuille par rapport à la rentabilité moyenne est de 0,075. Ce chiffre est inférieur à la variance du portefeuille ce qui apparaît logique puisque nous n'avons pris en compte pour le calcul de la semi-variance que les rentabilités négatives.

L'Intervalle de Variation :

On nous référons au tableau N°1, on remarque que la rentabilité du portefeuille la plus élevée est de **0,30322076** et la rentabilité la plus faible est de **-0,05904510.**

On constate que la rentabilité maximale de notre portefeuille est largement supérieure à sa rentabilité minimale ce qui nous amène à dire que le gain maximum espéré de ce portefeuille compense largement sa perte maximale.

La différence entre la rentabilité la plus élevée et la plus faible est de :

[0,30322076 - (-0,05904510)] = 0,36226586.

L'Ecart Absolu Moyen :

Cet indicateur mesure la moyenne des écarts en valeur absolue entre les rentabilités d'un actif et son espérance de rendement.

BMCE	ONA	MAV	IAM	BMCI	BCP	ZDJ	FRT	LAC	HOL	CDM	NEX
|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|	|Ri- E(Ri)|
0,7931	0,5046	0,9849	0,6365	1,0305	0,5537	0,5554	0,9146	1,3719	1,2493	1,9747	0,4378
0,2502	0,2081	0,2114	0,7087	0,1173	0,2890	0,1660	0,3679	0,4121	0,2996	0,1058	0,0440
0,0872	0,3021	0,4467	0,1150	1,2262	0,2334	0,9999	0,1376	0,1735	0,1193	0,0010	0,1235
0,6529	0,6135	0,1283	0,3096	0,5371	0,1417	0,4877	0,3940	0,5155	0,4887	0,1160	0,8009
0,8505	0,7043	0,4911	0,8052	0,1090	0,4886	0,5954	1,8522	0,6890	0,7497	0,4518	0,1837
0,5859	0,1288	0,2368	0,0016	0,0363	0,0932	1,6303	0,7419	0,2239	0,0912	0,3304	0,4995
0,3282	0,3008	0,6783	0,2608	0,2670	0,1635	0,8240	0,4460	0,1368	0,2645	0,9246	0,3915
0,2058	0,1489	0,6383	0,6540	0,2674	0,0924	0,7232	1,1110	0,6036	0,3956	0,7065	0,0644
0,2708	0,0199	0,4959	0,0141	0,1437	0,5500	0,1489	1,4907	0,4312	0,3224	0,1146	0,4615
0,2042	0,0829	0,2113	0,2028	0,2459	0,0325	1,4142	0,8960	0,4240	0,0543	0,1344	0,0125
0,3027	0,4510	0,1130	0,3374	0,2944	0,4414	1,0425	0,1376	0,6263	0,3024	0,1060	0,4925
0,3520	0,0921	0,1396	0,0150	0,0508	0,8870	0,9806	0,5024	0,4724	0,0520	0,5899	0,3751
0,2154	0,3172	0,5882	0,0097	0,4813	0,4248	0,1150	0,1821	0,8540	1,2314	0,0172	1,6235
0,5148	0,3056	0,0356	0,1593	0,3242	0,0855	0,2698	0,1433	0,0634	0,2094	0,3162	0,4210
1,0218	0,0129	0,3017	0,0525	0,0967	0,0082	1,9612	0,0552	0,3943	0,1712	0,0830	0,1765
0,7208	0,2339	0,1139	0,0993	0,1237	0,3995	1,3099	0,3890	0,5914	0,3621	0,1118	0,7157
0,1259	0,2825	0,0603	0,1807	0,5913	0,6746	0,4452	0,5409	0,5704	0,3659	0,3208	0,8470
0,2246	0,5046	0,0335	0,3641	0,0070	0,4052	1,2573	0,6452	0,4933	0,5456	0,2944	0,4485
0,2846	0,0129	0,1790	0,0259	0,1958	0,0167	1,4020	1,4285	0,3608	0,1091	0,3644	0,0532
0,1897	0,0999	0,3944	0,0677	0,2087	0,0740	0,5451	0,9419	0,0702	0,0893	0,2505	0,2820
0,0122	0,0971	0,1186	0,1843	0,2506	0,4005	0,5677	0,5710	0,3181	0,4858	0,2579	0,3115
0,3724	0,2101	0,0516	0,0633	0,4293	0,4200	0,1490	0,2136	0,3315	0,2711	0,3480	0,2763
0,5356	0,0466	0,1623	0,1127	0,1487	0,4236	1,1222	0,0188	0,1272	0,8005	0,3551	0,1865
0,2777	0,1771	1,0712	0,0668	0,1408	0,2165	0,1860	0,0322	0,3861	0,0351	0,3670	0,1674
0,3908	0,2441	0,3286	0,2270	0,3052	0,3131	0,7874	0,5897	0,4434	0,3777	0,3601	0,3915

<u>Le Bêta du portefeuille:</u>

Il s'agit du coefficient du risque systématique du portefeuille qui est une moyenne pondérée des Bêtas des titres composant notre portefeuille. Les Bêtas des titres sont obtenus par régression linéaire de chaque titre sur l'indice de marché (MASI).

$$\text{Bêta du portefeuille} = \sum_{i=1}^{N} XiBi$$

Avec :

X_i : La part du titre i dans le portefeuille.

B_i : le coefficient de risque systématique du titre i.

D'après le tableau N°5 nous avons obtenu un bêta de l'ordre de **0,903** ce qui signifie que notre portefeuille amortie les fluctuations de marché.

Les indicateurs de risque pour un portefeuille

<u>La Value at Risk (VaR):</u>

- Montant à investir : 1 200 000 dhs
- Portefeuille équipondéré = 100000DH à investir dans chaque valeur: 1 200 000 DH / 12 valeurs

- Historique retenu pour le calcul de la VaR : 2 ans (2006, 2007) : Rendements mensuels de 24 mois

σ^2: Désigne la variance de la variation de la valeur du portefeuille

m: Moyenne de la variation de la valeur du portefeuille

$$\sigma^2 = \sum (\mathrm{X_i P_i})^2 V(R_i) + 2(X_i P_i)^2 Cov(R_i, R_j)$$

$\mathrm{X_i}$: Nombre de titre de type i, il est égal au montant à investir dans le titre sur le cours du titre

$\mathrm{P_i}$: Dernier cours du titre i

$\mathrm{V(R_i)}$:Variance de la rentabilité du titre

$\mathrm{E(R_i)}$:Espérance de rentabilité du titre

Puisque on a un portefeuille équipondéré $\mathrm{X_i}P_i$ est égal à 100 000 DH et d'après le tableau N° 1 & 2.

- Somme des moyennes: **2,05836714 (rentabilité espérée)**
- Somme des covariances: **6,57798288**
- Somme de variances: **3,76304775**

Variance : 1,6919E+11
Moyenne : 205836,714

$$\mathrm{VaR} = 2.33\sqrt{\sigma^2} - m$$

(Avec 2,33 le quantile correspondant à un niveau de confiance de 99% selon la table de la loi normale)

Var = 752.555,859

Au seuil de confiance de 99% la perte potentielle maximale sur notre portefeuille pour le mois qui suit notre période d'analyse est de **752.555,859**, et ce avec une marge d'erreur de 1% que la perte dépasse ce montant.

Conclusion

Dans ce travail, nous avons appliqué les différents indicateurs de mesure de risque afin d'étudier le risque encouru par le portefeuille choisi.

Ainsi, la variance nous a permis d'apprécier la dispersion de la rentabilité autour de la moyenne, or on reproche à cette indicateur le fait de considérer de la même façon le risque de hausse et de baisse, c'est ainsi qu'on a utilisé la semi-variance et les moments partiels inférieurs, étant donné qu'ils ne prennent en considération que le risque de baisse et c'est ce risque qui nous intéresse le plus. Aussi nous avons utilisé le coefficient de sensibilité (bêta) pour mesurer la sensibilité du portefeuille suite à la fluctuation du portefeuille indiciel, en dernier lieu nous avons utilisé la VaR pour cerner la perte potentielle maximale que peut encourir le portefeuille.

On peut ainsi dire que ces mesures sont d'un grand appui aux gestionnaires dans la mesure où ils permettent de mieux gérer les portefeuilles et donc de se couvrir contre les éventuels risque.

Bibliographie:

Amenc, N. et Le Sourd V. (2002), *Théorie du portefeuille et analyse de sa performance*, Economica.

Broque, C.T. et van den Berg, A. (1992), *Gestion de Portefeuille, Actions, obligations, options*, de Boeck Université.

Cobbaut, R. (1997), *Théorie financière*, Economica.

Knight, F.H. (1921), *Risk, Uncertainty and Profit*, Harper, New York.

Leibowitz, M. et Henriksson, R.D. (1989), "Portfolio Optimization with Shortfall Constraints: A Confidence-Limit Approach to Managing Downside Risk", *Financial Analysts Journal*, March-April, pp. 34-41.

Lintner, J. (1965), "The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, February, pp. 13-37.

Markowitz, H. M. (1959), Portfolio *Selection: Efficient Diversification of Investment*, John Wiley and Sons, reprinted 1991 by Basil Blackwell, Cambridge MA.

Markowitz, H. M. (1987), *Mean Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*, Basil Blackwell, Cambridge MA.

Solnik, B. et Jaquillat, B. (2004), *Marchés financiers : Gestion de portefeuille et des risques*, Dunod.

Sortino, F.A. et Price, L.N. (1994), "Performance measurement in a downside risk framework", *Journal of Investing*, vol. 3, pp. 50–8.

Viala, P. et Briys, E. (1995), *Eléments de théorie financière*, Nathan, Paris (1995).