

Der Open-Access-Publikationsserver der ZBW – Leibniz-Informationzentrum Wirtschaft  
*The Open Access Publication Server of the ZBW – Leibniz Information Centre for Economics*

von Blanckenburg, Korbinian

Working Paper

## Grenzen der Stabilitätsintervalle für die KMD-Regelprozesse

Beiträge zur angewandten Wirtschaftsforschung, No. 28

**Provided in cooperation with:**

Westfälische Wilhelms-Universität Münster (WWU)

Suggested citation: von Blanckenburg, Korbinian (2008) : Grenzen der Stabilitätsintervalle für die KMD-Regelprozesse, Beiträge zur angewandten Wirtschaftsforschung, No. 28, <http://hdl.handle.net/10419/51291>

**Nutzungsbedingungen:**

Die ZBW räumt Ihnen als Nutzerin/Nutzer das unentgeltliche, räumlich unbeschränkte und zeitlich auf die Dauer des Schutzrechts beschränkte einfache Recht ein, das ausgewählte Werk im Rahmen der unter

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen> nachzulesenden vollständigen Nutzungsbedingungen zu vervielfältigen, mit denen die Nutzerin/der Nutzer sich durch die erste Nutzung einverstanden erklärt.

**Terms of use:**

*The ZBW grants you, the user, the non-exclusive right to use the selected work free of charge, territorially unrestricted and within the time limit of the term of the property rights according to the terms specified at*

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>  
*By the first use of the selected work the user agrees and declares to comply with these terms of use.*



## **Beiträge aus der angewandten Wirtschaftsforschung**

**Nr. 28 (2008)**

### **Grenzen der Stabilitätsintervalle für die KMD-Regelprozesse**

Korbinian von Blanckenburg

## Grenzen der Stabilitätsintervalle für die KMD-Regelprozesse

Im Rahmen des Kernprozesses wird der Zusammenhang zwischen Preisen und Differenzmengen über folgende Gleichungen geschätzt:

$$\Delta p = a \cdot x_{t-\tau}^d \text{ und} \quad (1)$$

$$x_t^d = b \cdot p_t + L + S_t \quad (2)$$

Die Schätzung von  $a$  gibt die Auswirkung einer (evtl. verzögerten) Differenzmenge  $x_t^d \neq 0$  auf die Preisänderung an. Dieser Parameter kann über eine lineare Regression mittels KQ-Methode geschätzt werden. Der Parameter von  $b$  gibt die Auswirkung des (neuen) Preises auf die Differenzmenge an, wobei die Realisation unmittelbar erfolgt. Dieser Parameter kann nicht geschätzt, aber rechnerisch ermittelt werden.<sup>1</sup>

Es soll im Folgenden gezeigt werden, dass die Stabilität eines Marktprozesses insbesondere vom Parameterprodukt  $a \cdot b$  abhängt. Hierbei wurde bisher angenommen, dass es ein konstantes Stabilitätsintervall von  $-2 < a \cdot b < 0$  gibt, bei dessen Einhaltung der Prozess in der Lage ist, eine Störung langfristig auszuregulieren.<sup>2</sup> Es liegt allerdings die Vermutung nahe, dass das Stabilitätsintervall abhängig von der Verzögerung und damit der Dynamik der Preisreaktion und somit vom Faktor  $\tau$  ist.

Im Folgenden wird zunächst das Stabilitätsintervall bei  $\tau = 1$  hergeleitet. Nachfolgend wird eine Simulation vom  $\tau \geq 1$ -Fällen durchgeführt und deren Bedeutung für die Stabilitätsgrenzen aufgezeigt. Im letzten Schritt erfolgt eine Simulation von mehreren abhängigen und unabhängigen Störungen unter Berücksichtigung der Stabilitätsintervalle bei unterschiedlichen Zeitverzögerungen.

### 1. Herleiten des Stabilitätsintervalls bei unmittelbarer Preisreaktion

Es gelten die folgenden Gleichungen:<sup>3</sup>

$$\Delta p = a \cdot x_{t-\tau}^d \text{ (mit } \tau = 1 \text{) und} \quad (3)$$

---

<sup>1</sup> Vgl. hierzu Blanckenburg (2008).

<sup>2</sup> Der mathematische Beweis wurde erstmals in Grosseketler (1985), S. 319f. aufgeführt. Eine Abwandlung hierzu findet sich bei Krämer (1991), S. 25f., die Ergebnisse wurden bei Simulationen von Schengber (1996), S. 189ff. und Rudolph (i.E.) bestätigt.

<sup>3</sup> Die folgende Herleitung wird für den „ $\tau = 1$ “-Fall vorgenommen. Theoretisch kann es auch zu einem „ $\tau = 0$ “-Fall kommen, wenn die Reaktion beispielsweise noch im gleichen Quartal stattfindet und eine Messung von  $x_t^d$  lediglich auf Quartalsdaten beruht. Doch auch bei einem solchen scheinbar interdependenten Fall findet eine Preisänderung zeitlich nach einer unausgeglichenen Differenzmenge statt. Es handelt sich also um einen rekursiven Zusammenhang, der lediglich messtechnisch maskiert wird.

$$x_t^d = b \cdot p_t + L + S_t \quad (4)$$

Gleichsetzen unter  $\Delta p = p_t - p_{t-1}$  liefert:

$$p_t - p_{t-1} = a(b \cdot p_{t-1} + L + S_{t-1}) \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow p_t - p_{t-1} = ab \cdot p_{t-1} + aL + aS_{t-1} \quad (6)$$

$$\Leftrightarrow p_t = p_{t-1} + ab \cdot p_{t-1} + aL + aS_{t-1} \quad (7)$$

$$\Leftrightarrow p_t = (1 + ab) \cdot p_{t-1} + a(L + S_{t-1}) \quad (8)$$

Setzt man  $A = 1 + ab$  und  $B = a(L + S_{t-1})$  und wählt im Folgenden für die rekursiv definierte Funktion  $p_t = A \cdot p_{t-1} + B$  den Ansatz  $p_t = c_3 \cdot e^{c_1 t} + c_2$ , müssen nur noch die Konstanten  $c_1, c_2, c_3$  bestimmt werden:

Einsetzen in die Ausgangsgleichung liefert

$$c_3 \cdot e^{c_1 t} + c_2 = A \cdot p_{t-1} + B \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow c_3 \cdot e^{c_1 t} + c_2 = A \cdot (c_3 \cdot e^{c_1(t-1)} + c_2) + B \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow c_3 \cdot e^{c_1 t} + c_2 = A \cdot c_3 \cdot e^{c_1(t-1)} + A \cdot c_2 + B \quad (11)$$

Koeffizientenvergleich ergibt die beiden Gleichungen:

$$c_2 = A \cdot c_2 + B \quad (12)$$

$$c_3 \cdot e^{c_1 t} = c_3 \cdot e^{\ln(A) + c_1 \cdot (t-1)} \quad (13)$$

Auflösen der Gleichungen ergibt

$$c_2 = \frac{B}{1-A} \quad (14)$$

$$c_1 = \ln(A) \quad (15)$$

Als Lösung erhält man

$$p_t = c_3 \cdot A^t + \frac{B}{1-A} \quad (16)$$

Bei dieser Lösung ist der Anfangswert  $p_0 = c_3 + \frac{B}{1-A}$ . Auflösen dieser Gleichung liefert die letzte fehlende Konstante:

$$c_3 = p_0 - \frac{B}{1-A} \quad (17)$$

Einsetzen aller Konstanten in Gleichung 16 liefert

$$p_t = \left(p_0 - \frac{B}{1-A}\right) \cdot A^t + \frac{B}{1-A}. \quad (18)$$

$$\Leftrightarrow p_t = \left(p_0 - \frac{a(L+S_{t-1})}{1-1+ab}\right) \cdot (1+ab)^t + \frac{a(L+S_{t-1})}{-ab}. \quad (19)$$

$$\Leftrightarrow p_t = \left(p_0 - \frac{L+S_{t-1}}{b}\right) \cdot (1+ab)^t - \frac{L+S_{t-1}}{b}. \quad (20)$$

Mit dem Anfangswert  $p_0 = \frac{x_0^d}{b} - \frac{L+S}{b}$  ergibt sich durch Einsetzen in Gleichung 20

$$p_t = \left(\frac{x_0^d}{b} - \frac{L+S_{t-1}}{b} - \frac{L+S_{t-1}}{b}\right) \cdot (1+ab)^t - \frac{(L+S_{t-1})}{b}. \quad (21)$$

Die Gleichung für die Differenzmengenfunktion kann nun durch Einsetzen in Gleichung 4 erfolgen,

$$x_t^d = b \cdot \left[\left(\frac{x_0^d}{b} - \frac{L+S_{t-1}}{b} - \frac{L+S_{t-1}}{b}\right) \cdot (1+ab)^t - \frac{(L+S_{t-1})}{b}\right] + L + S_t \quad (22)$$

$$\Leftrightarrow x_t^d = [x_0^d - 2(L + S_{t-1})] \cdot (1+ab)^t - S_{t-1} + S_t \quad (23)$$

Bei einem Startwert von  $x_0^d = 0$  und  $S_0 = 0$  und  $S_1 = 0$  ergibt sich daraus

$$x_t^d = -2L(1+ab)^t. \quad (24)$$

Über Gleichung 23 und 24 kann für den „ $\tau = 1$ “-Fall eine Stabilitätsaussage getroffen werden. So wird der Markträumungsprozess als stabil eingestuft, wenn  $x_t^d$  nach exogenen Störungen langfristig gegen Null konvergiert, d.h. in der Lage ist, eine Störung auszuregulieren. Der Term  $(1+ab)^t$  lässt die Differenzmenge  $x_t^d$  gegen Null konvergieren, wenn

$$-1 < (1+ab) < +1 \text{ und damit } -2 < ab < 0.$$

## 2. Simulation von $\tau \geq 1$ -Fällen und Bedeutung für die Stabilitätsgrenzen

Wie ändert sich nun die Stabilitätsbedingungen für das Parameterprodukt  $ab$  bei einer Verzögerung von mehr als einer Periode ( $\tau > 1$ )? In den folgenden Simulationsbeispielen soll gezeigt werden, dass es dabei zu einer Überkompensation und damit zu einer veränderten Dynamik der Rückkopplungsparameter kommen kann.

Zunächst werden hierfür verschiedene Preisänderungsfunktionen mit  $\Delta p = a \cdot x_{t-\tau}^d$  und  $\tau = 1, 2, \dots, 6$  und  $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_{100}\} = 100$  simuliert. Da für die Stabilität der Differenzmengenfunktion einzig das Parameterprodukt verantwortlich ist,<sup>4</sup> wird dieses im Folgenden variiert.

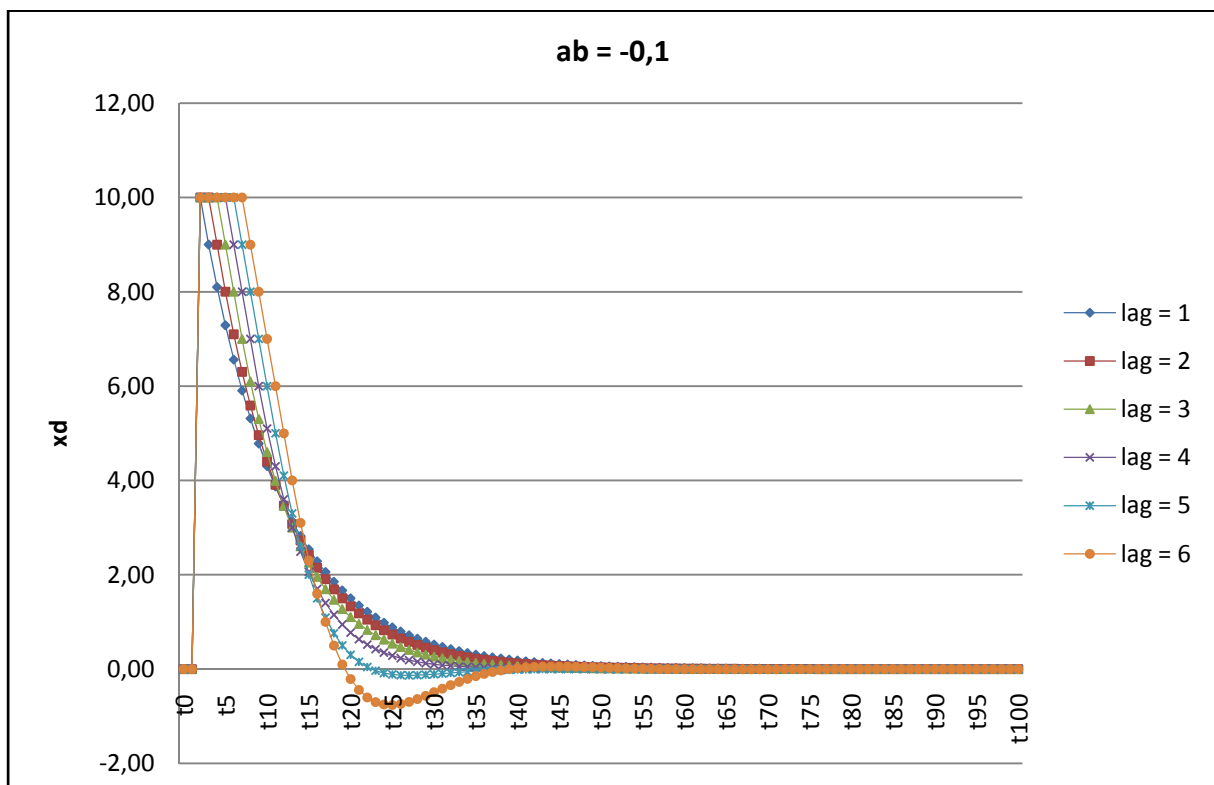


Abbildung 1: Verlauf der Differenzmenge bei einmaliger Störung in  $t=2$ . Quelle: eigene Darstellung.

In Abbildung 1 sind die Verläufe der Differenzmenge bei einem positiven Schock in  $t_2$  von  $S_2 = 10$  und einem Parameterprodukt von  $ab = -0,1$  dargestellt. Langfristig sind alle Prozesse in der Lage die Störung auszuregulieren, was sich durch ein Konvergieren von  $x_t^d$  bei  $t = 100$  gegen Null zeigt. Schon bei  $\tau = 5$  ändert der Prozess aber seinen Charakter: Aus einer asymptotischen Annäherung an  $x_t^d = 0$  wird eine Annäherung in Form einer leicht gedämpften Schwingung. Besonders deutlich wird

<sup>4</sup> Dieses wurde bereits von Grosseckler (1985), S. 183 und S. 323 vermutet, der davon ausgeht, dass eine Ermittlung der Stabilität von Marktprozessen über Differenzgleichungen 1. Ordnung (und damit das Produkt  $ab$ ) zwar nicht für alle Arten von denkbaren Marktprozessen exakt gilt, ihr – ökonomisch gesehen – aber doch „funktional äquivalent“ ist; eigene Simulationen haben dieses bestätigt. Darauf soll hier aber nicht genauer eingegangen werden.

dies bei dem Prozess mit einem Lag von 6 Perioden gelegt werden. Dieser neigt zu einer Überkompensation der anfänglichen Störung und schießt über den Sollwert  $x_t^d = 0$  bei etwa  $t = 20$  hinaus. Dies liegt daran, dass jede Preisänderung auf dem  $x_{t-6}^d$ -Wert von vor sechs Perioden basiert ( $\Delta p = a \cdot x_{t-6}^d$ ). Ein solches Verhalten kann bei realen Märkten tatsächlich vorkommen, z.B. wenn die Informationen, auf deren Basis die Unternehmen ihre Preisänderungen beschließen, deshalb systematisch veraltet sind, weil die interne Informationsverarbeitung sehr zeitaufwändig ist. Wenn der Preis dann aufgrund einer in  $t - 6$  bemerkten Übernachfrage in  $t$  erhöht wird, kann es zu einer Überreaktion kommen: Die Unternehmen würden z.B. in  $t = 7$  mit einer Preiserhöhung auf die Übernachfrage in  $t = 1$  reagieren, erhalten dann in  $t = 8$  die Meldung aus  $t = 2$ , dass die Übernachfrage fortbesteht, und reagieren wiederum mit einer Preiserhöhung (und so weiter in den Perioden bis  $t = 13$ ), obwohl die Übernachfrage ab  $t = 7$  gar nicht mehr besteht. Dies gilt in Abbildung 1 für die Prozesse mit einem Lag von 5 und 6 Perioden.

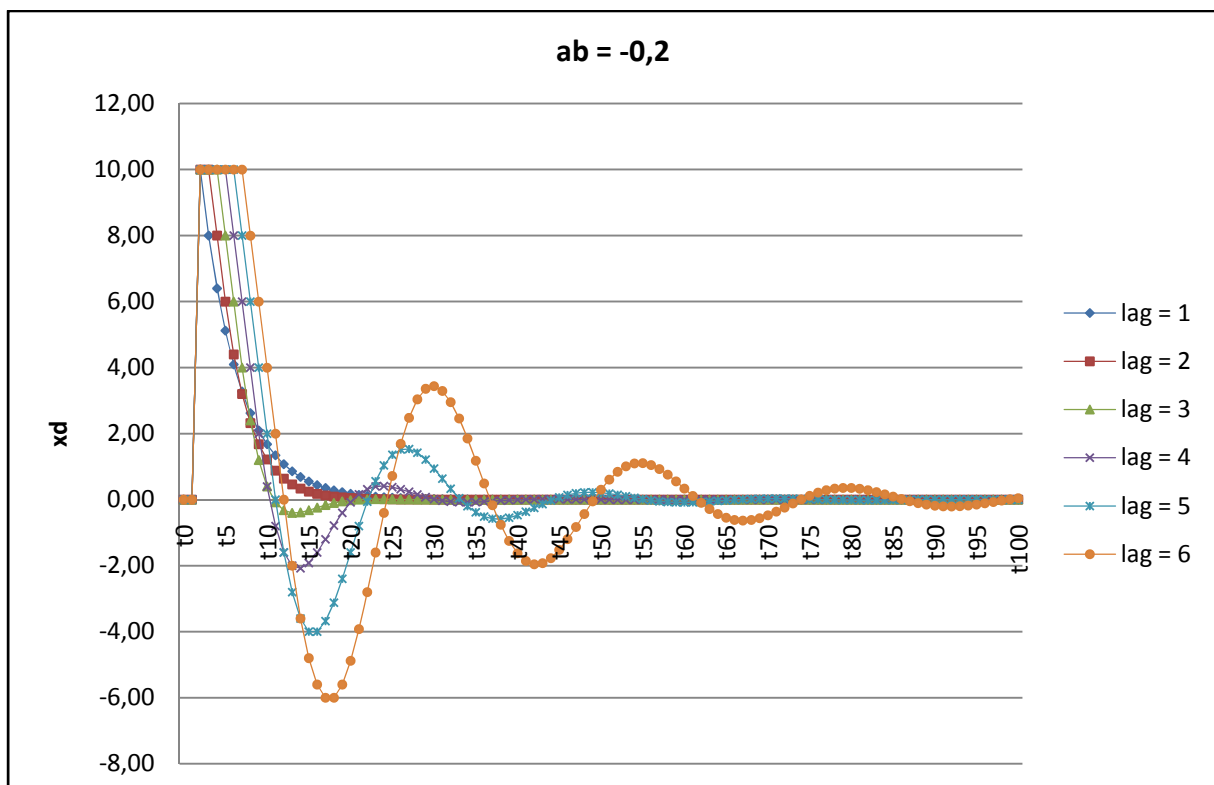


Abbildung 2: Verlauf der Differenzmenge bei einmaliger Störung in  $t=2$ . Quelle: eigene Darstellung.

In Abbildung 2 sind die Verläufe der Differenzmenge bei einem Parameterprodukt von  $ab = -0,2$  dargestellt. Auch hier ist ersichtlich, dass alle Prozesse in der Lage sind eine Störung in  $t = 2$  langfristig auszuregulieren. Es treten bei diesem Parameterprodukt allerdings bereits größere Überreaktionen in Form von Schwankungen auf.

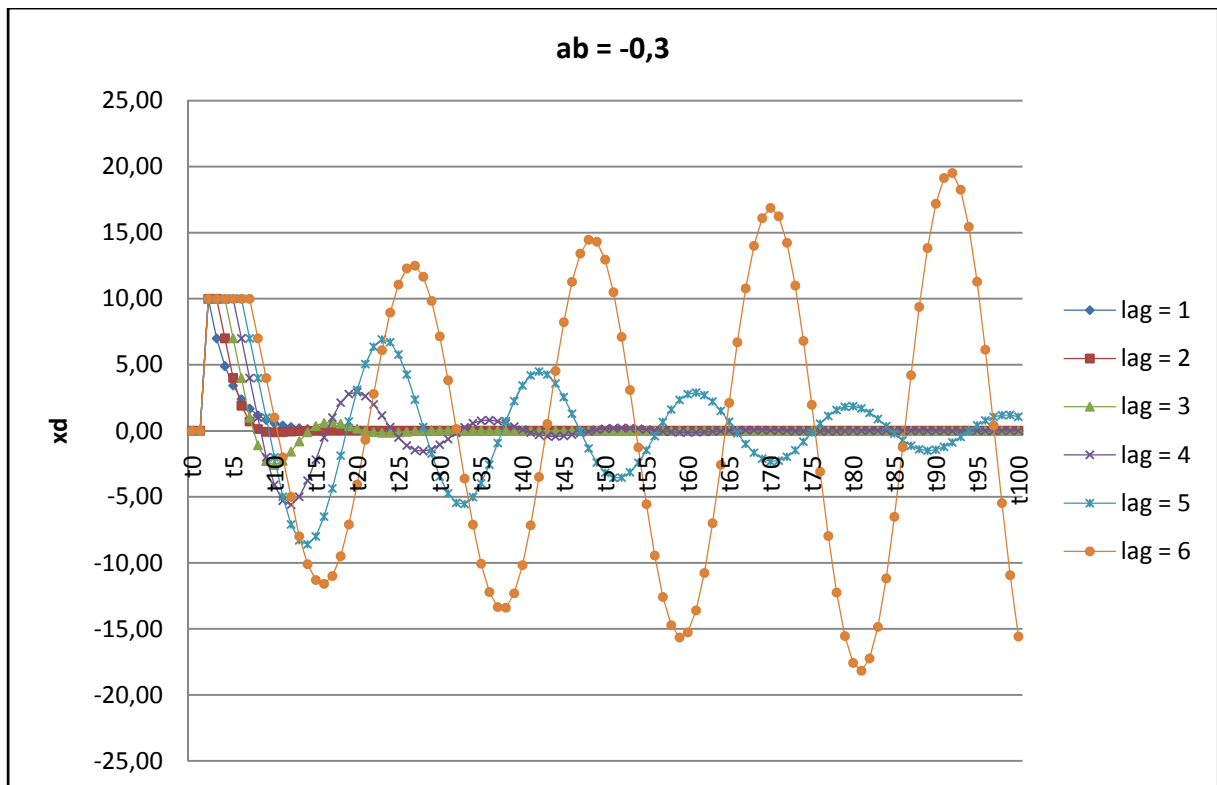


Abbildung 3: Verlauf der Differenzmenge bei einmaliger Störung in  $t=2$ . Quelle: eigene Darstellung.

In Abbildung 3 sind die Verläufe der Differenzmenge bei einem Parameterprodukt von  $ab = -0,3$  dargestellt. Hierbei sind anscheinend nur noch die Prozesse mit einem Lag von 1-5 in der Lage eine Störung auszuregulieren. Der Prozess, bei dem die Preisreaktion mit einer Verzögerung von 6 Perioden eintritt, nimmt einen instabilen Verlauf, bei dem die Differenzmenge nicht gegen Null, sondern gegen unendlich konvergiert. Das Parameterprodukt von  $ab = -0,3$  hat also beim Lag von 6 offensichtlich eine „Grenze“ überschritten, ab welcher der Prozess nicht mehr stabil ist. Bei einem Produkt von  $ab = -0,2$  konvergierte der Prozess noch gegen Null.



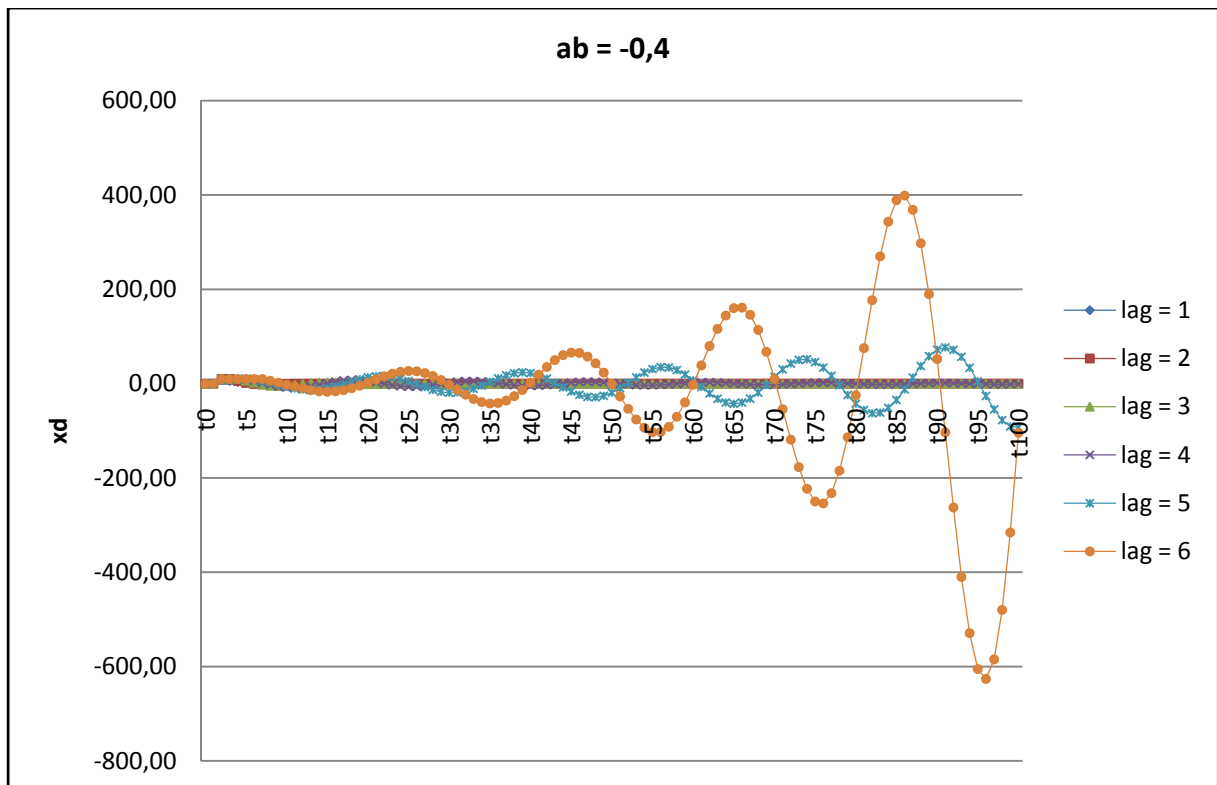


Abbildung 4: Verlauf der Differenzmenge bei einmaliger Störung in  $t=2$ . Quelle: eigene Darstellung.

In Abbildung 4 sind die Verläufe der Differenzmenge bei einem Parameterprodukt von  $ab = -0,4$  dargestellt. Hierbei sind anscheinend nur noch die Prozesse mit einem Lag von 1-4 in der Lage eine Störung auszuregulieren. Bei diesem Parameterprodukt ist also auch für den Prozess mit einem Lag von 5 eine Grenze überschritten worden.

Im Folgenden werden vier Thesen aufgestellt:

**These 1:** Die Stabilität des Produkts  $ab$  ist abhängig von  $\tau$ .

Um hierüber eine Aussage machen zu können wird eine Simulation von:  $\Delta p = a \cdot x_{t-\tau}^d$  und  $x_t^d = b \cdot p_t + L + S_t$  mit  $\tau = 1,2,3, \dots, 10$  (also 10 Prozesse) und  $T = 5000$  (Perioden) durchgeführt. Im Anschluss erfolgt jeweils eine Berechnung der „stabilen“ Parameterprodukte der 10 Prozesse unter Variation von  $a$  und  $b$ . Hierzu werden alle Prozesse einer einmaligen Störung in  $t = 2$  unterzogen. Eine Beobachtung des Wertes in  $t = 5000$  liefert eine Erkenntnis darüber, ob der Prozess gegen Null konvergiert. Wenn zu dem Zeitpunkt der  $x_{5000}^d$ -Wert (betragsmäßig) größer ist als die Störung ( $S_2 = 10$ ), wird der Prozess als instabil bewertet, sonst als stabil. Auf der Grundlage dieser Unterstellung erfolgt eine Variation des Parameterprodukts  $ab$ , bis ein kritisches Produkt vorliegt (2 Nachkommastellen).

Das Ergebnis ist in folgender Tabelle dargestellt:

Lag $\tau$	Parameter- produkt	Stabilitäts- bereich
1	-2,00	$-2,00 < ab < 0$
2	-1,00	$-1,00 < ab < 0$
3	-0,61	$-0,61 < ab < 0$
4	-0,44	$-0,44 < ab < 0$
5	-0,34	$-0,34 < ab < 0$
6	-0,28	$-0,28 < ab < 0$
7	-0,24	$-0,24 < ab < 0$
8	-0,20	$-0,20 < ab < 0$
9	-0,18	$-0,18 < ab < 0$
10	-0,16	$-0,16 < ab < 0$

*Tabelle 1: Stabilitätsgrenzen bei einer Zeitverzögerung von 1,...,10, Quelle: eigene Berechnung.*

In Tabelle 1 sind die Parameterprodukte dargestellt, die gerade noch zu einem stabilen Prozess führen. Daraus ergeben sich für die Parameterprodukte unterschiedliche und vom Lag abhängige Stabilitätsbereiche. Bei empirischen Analysen muss man das ermittelte Parameterprodukt also in Relation zum zugehörigen  $\tau$ -Wert setzen.

**These 2:** Es gibt eine Stabilitätsbereichsfunktion in Abhängigkeit von  $\tau$ .

Eine Darstellung der kritischen Parameterprodukte in Abhängigkeit vom  $\tau$ -Wert lässt die Vermutung zu, dass es einen funktionalen Zusammenhang zwischen  $\tau$  und dem Stabilitätsbereich gibt. In Abbildung 5 sind daher die kritischen Werte (betragsmäßig) dargestellt. Anschließend wurde eine Funktion an die Werte angenähert.

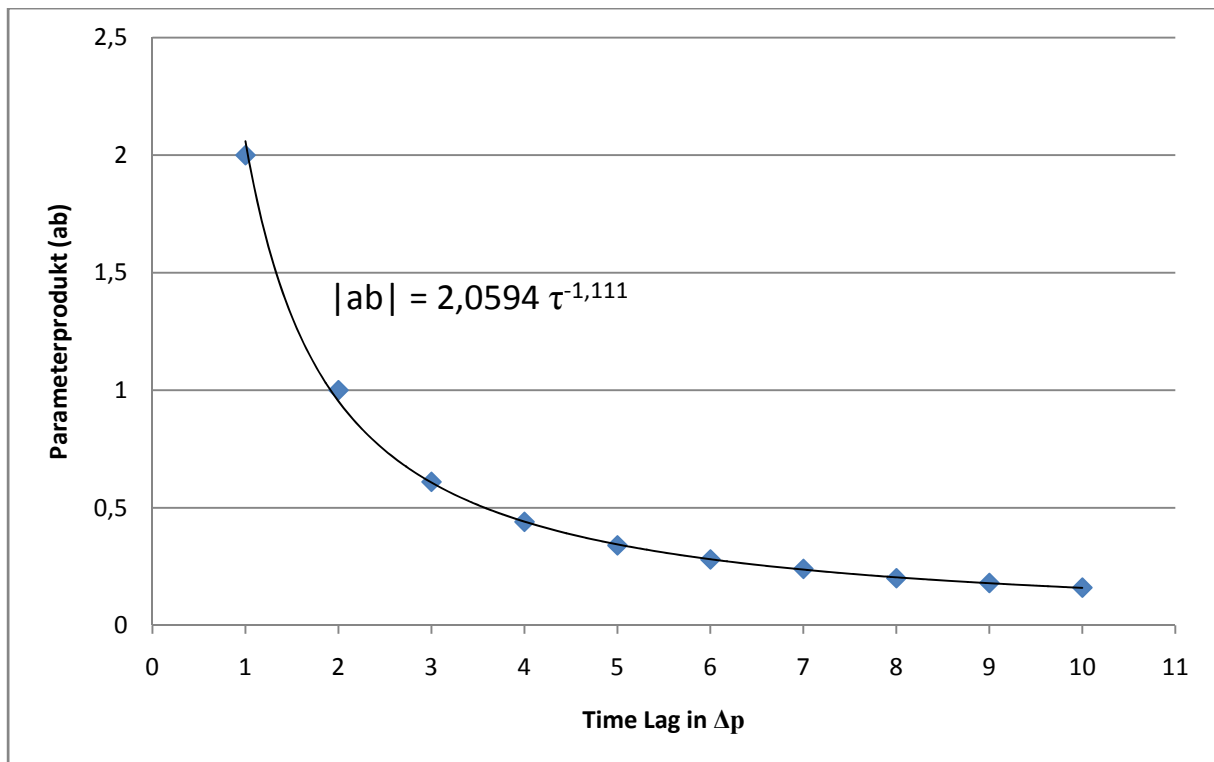


Abbildung 5: Entwicklung der Stabilitätsparameter bei  $\tau = 1, \dots, 10$ . Quelle: eigene Darstellung.

Es ist ersichtlich, dass sich die Lage der kritischen Parameterprodukte in etwa durch eine Funktion der Form

$$ab(\tau) = -2,0594\tau^{-1,111} = -2,0594 \cdot \frac{1}{\tau^{1,111}} \approx -2,06 \cdot \left(\frac{1}{\tau}\right)^{\frac{11}{10}}$$

erfassen lässt.<sup>5</sup>

**These 3:** Es gibt eine Funktion für optimale ab-Produkte in Abhängigkeit von  $\tau$ .

Als optimales Produkt soll eine Parameterkombination von a und b angesehen werden, die dazu führt, dass die Verlustfläche (Fläche zwischen Nullachse und Differenzmenge) minimal wird.

In Abbildung 6 ist zunächst eine Störung bei  $\tau = 1$  und Parameterprodukten zwischen -0,5 und -1 simuliert. Aus der Abbildung wird ersichtlich, dass ein Parameterprodukt  $ab = -1$  in der Lage ist, die Störung innerhalb einer Periode vollständig auszugleichen. Es weist gleichzeitig auch die minimale Verlustfläche aus und gibt damit für einen Lag von  $\tau = 1$  das optimale Parameterprodukt an.

<sup>5</sup> Theoretisch existiert auch eine mathematisch exakte Funktion. Diese lässt sich jedoch nicht unmittelbar ableiten, weil Differenzgleichungen höherer Ordnung gelöst werden müssten.

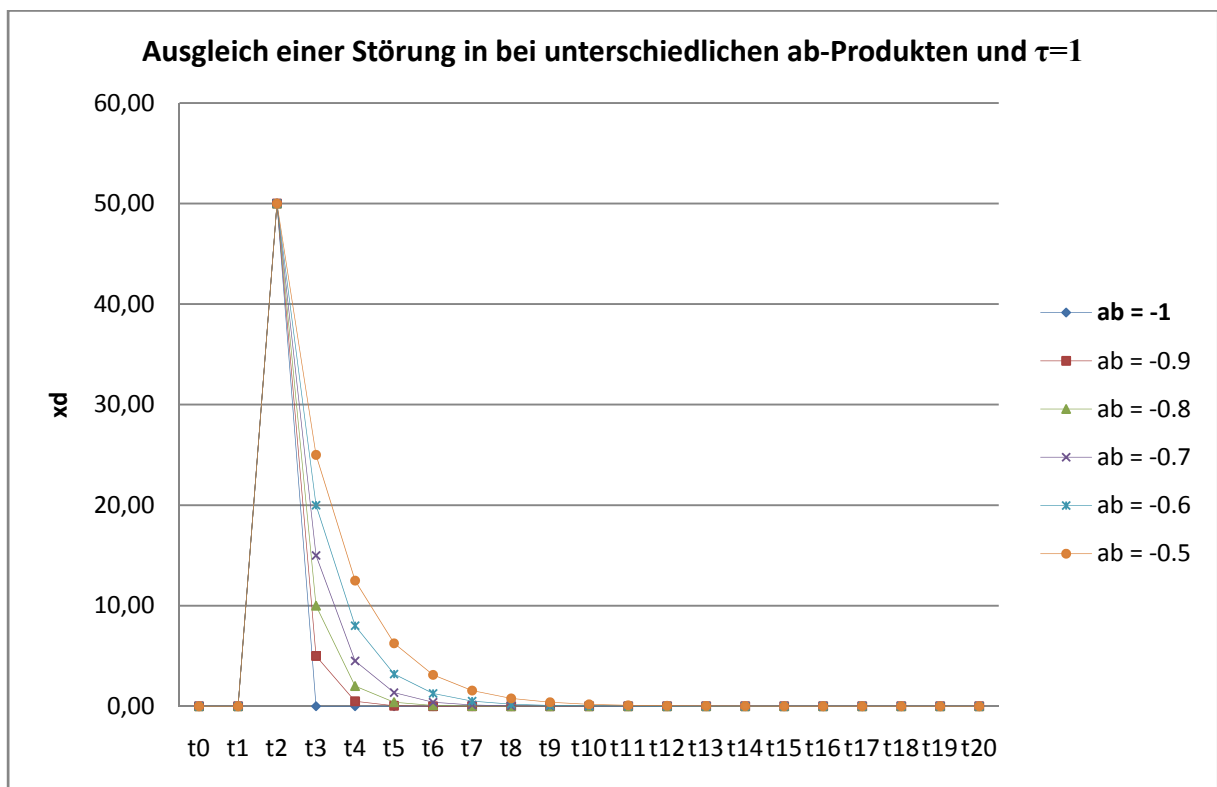


Abbildung 6: Ausgleich einer Störung in  $t_2$  bei unterschiedlichen  $ab$ -Produkten und  $\tau=1$ . Quelle: eigene Darstellung.

Im Folgenden wird nun das optimale Parameterprodukt für  $\tau > 1$  ermittelt. Hierzu wird weiterhin eine einmalige Störung in  $t_2$  simuliert und die Verlustfläche gemessen, die durch die Ausregulierung entsteht. In Abbildung 7 ist die Entwicklung der Verlustfläche für den " $\tau = 2$ "-Fall und Parameterprodukten zwischen -0,5 und -0,3 dargestellt. Die Stabilitätsgrenze für den " $\tau = 2$ "-Fall liegt bei  $ab = -1$ , es sind daher alle Produkte  $-0,5 < ab < -0,3$  grundsätzlich in der Lage eine Störung auszugleichen; gesucht wird das Parameterprodukt, das diese Störung „am besten“ ausgleicht.

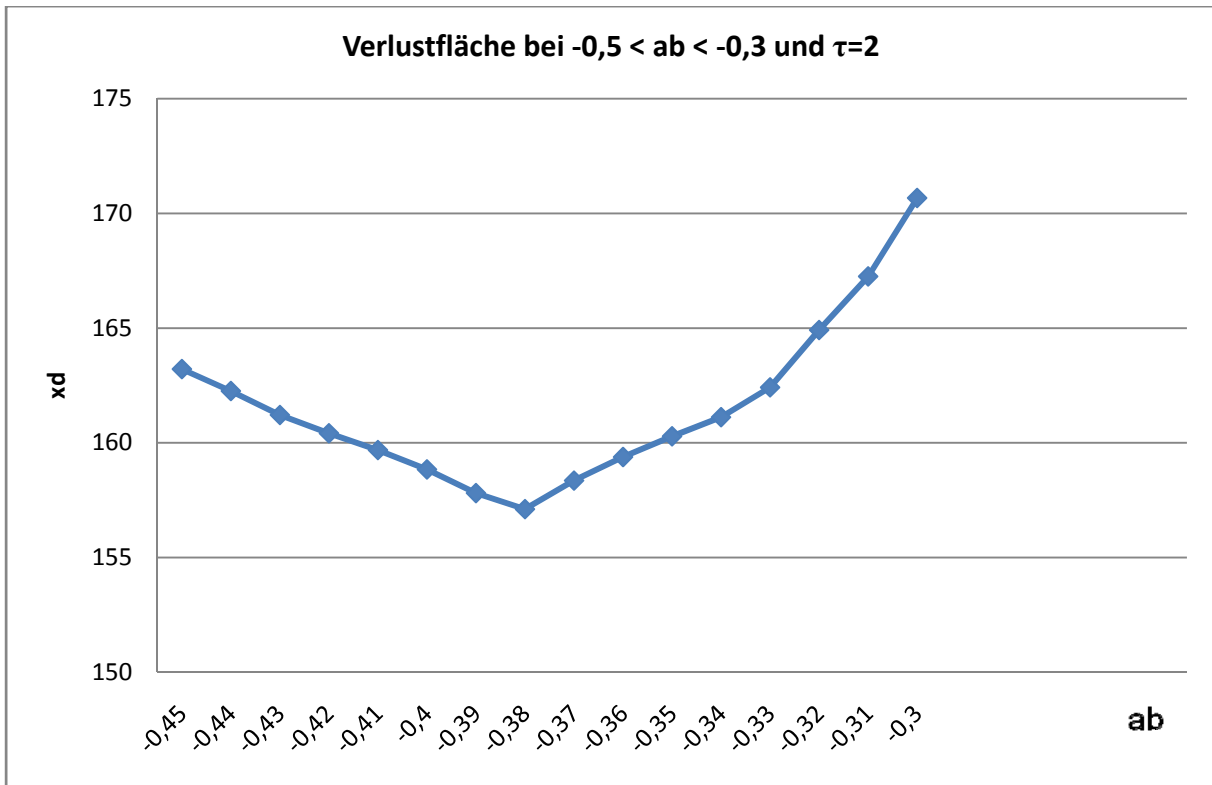


Abbildung 7: Verlustfläche einer Störung in  $t_2$  bei unterschiedlichen  $ab$ -Produkten und einem Lag von  $\tau=2$ . Quelle: eigene Darstellung.

In Abbildung 7 wurde deutlich, dass das optimale Parameterprodukt für den " $\tau = 2$ "-Fall in etwa bei  $ab = -0,38$  liegt. An dieser Stelle erreicht die Verlustfläche ihr Minimum. Kleinere und größere Parameterprodukte können also eine Störung nur in einem schlechteren Maße ausgleichen.

Dieses Simulationsverfahren wird im Folgenden auch auf die Prozesse mit höherem Lag angewendet. Es wird die gleiche Störung in  $t_2$  simuliert und im Anschluss die Verlustfläche im relevanten Bereich gemessen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengefasst. Aus Tabelle 2 wird ersichtlich, dass mit zunehmendem Lag sowohl das optimale Parameterprodukt  $ab^{optimal}$  als auch der Stabilitätsbereich mit dem gerade noch stabilen Parameterprodukt  $ab^{stabil}$  sinkt. Offensichtlich gilt

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} (ab^{stabil}, ab^{optimal}) = 0$$

In Abbildung 8 sind die optimalen Parameterprodukte in Relation zur Verzögerung dargestellt. Es lässt sich für den Zusammenhang ein funktionaler Zusammenhang vermuten, der in der Funktion  $ab(\tau) = -0,7642 \tau^{-0,929}$  angenähert werden kann. In der Abbildung wurden alle Werte als Absolutwerte dargestellt.

Lag	Stabilitätsbereich	Optimales Parameterprodukt ( $a^{opt}$ )
1	$-2,00 < ab < 0$	<b>-1</b>
2	$-1,00 < ab < 0$	<b>-0,38</b>
3	$-0,61 < ab < 0$	<b>-0,23</b>
4	$-0,44 < ab < 0$	<b>-0,18</b>
5	$-0,34 < ab < 0$	<b>-0,14</b>
6	$-0,28 < ab < 0$	<b>-0,13</b>
7	$-0,24 < ab < 0$	<b>-0,12</b>
8	$-0,20 < ab < 0$	<b>-0,12</b>
9	$-0,18 < ab < 0$	<b>-0,12</b>
10	$-0,16 < ab < 0$	<b>-0,11</b>

Tabelle 2: Optimalwerte der Parameterprodukte  $a^{opt}$  bei einer Zeitverzögerung von  $\tau=1,\dots,10$ , Quelle: eigene Berechnung.

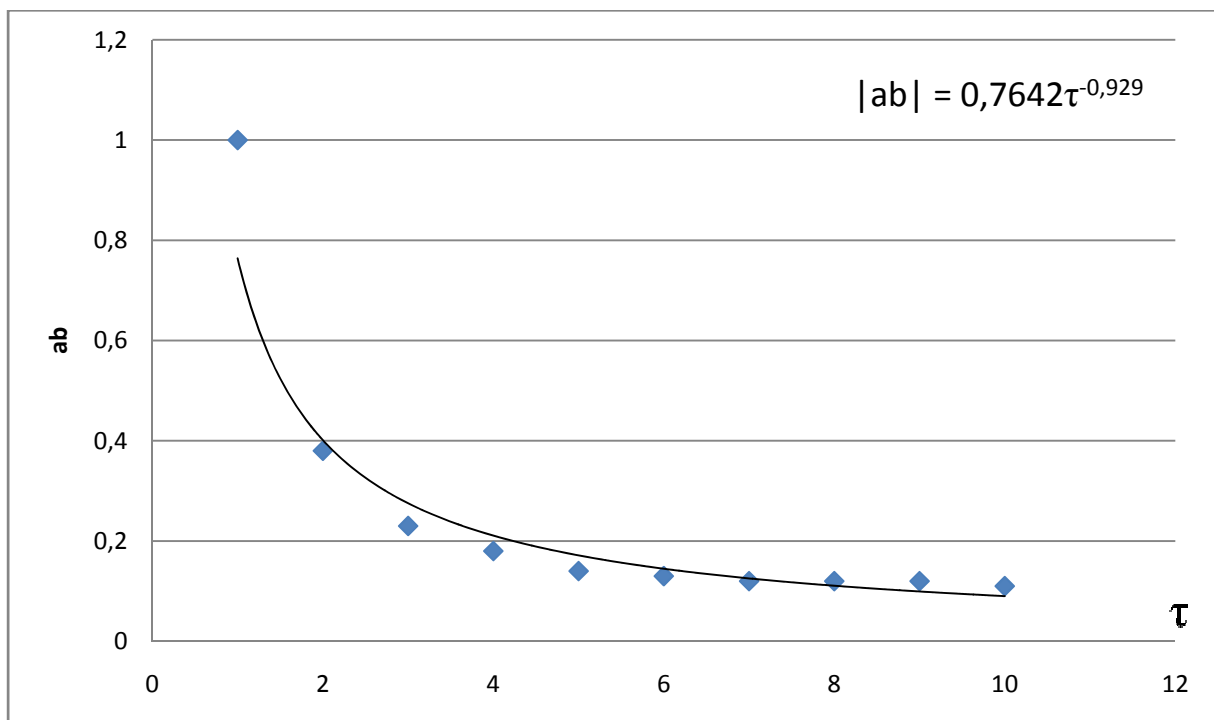


Abbildung 8: Parameterprodukte (Punkte) mit minimaler Verlustfläche und angenäherte Funktion der optimalen Parameterprodukte  $a^{opt}$ . Quelle: eigene Darstellung.

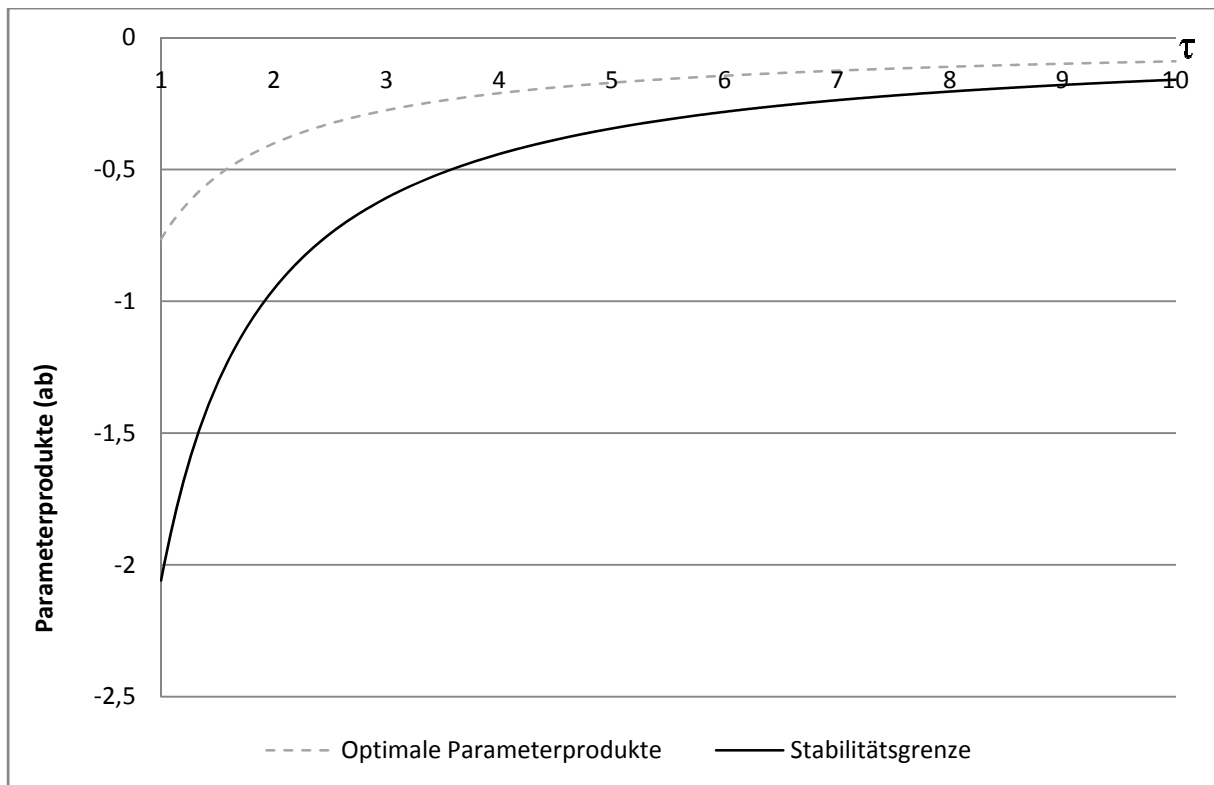


Abbildung 9: Optimale Parameterprodukte und Stabilitätsgrenze. Quelle: eigene Darstellung.

In Abbildung 9 sind die Ergebnisse der Funktionen für die optimalen Parameterprodukte und für die gerade noch stabilen Parameterprodukte in Abhängigkeit von  $\tau$  dargestellt. Stabile Parameterprodukte müssen sich demnach oberhalb der durchgezogenen Linie befinden, optimale Produkte auf der gestrichelten Linie.

**These 4:** Die Stabilitäts- und Optimalbedingungen gelten auch für den Globalprozess.

Kernprozessdarstellungen zeigen im KMD-Konzept den Zusammenhang zwischen der jeweiligen Regel- und Stellgröße, bzw. beim M-Prozess zwischen der Differenzmenge und dem relativen Preis an. Globaldarstellungen dagegen, lassen die Stellgröße unbestimmt. Es wird lediglich eine negative Rückkopplung überprüft. Wenn der Preis annahmegemäß die einzige Größe zur Änderung des Nachfrageverhaltens und damit der Differenzmengenfunktion ist, müssen für den Kern- und den Globalprozess identische Stabilitäts- und Optimalitätsbedingungen gelten.

Die Funktion bei einer Globalprozessdarstellung lautet:

$$\Delta x^d = a^{Global} \cdot x_{t-\tau}^d \quad (25)$$

Im Folgenden soll gezeigt werden, dass die Stabilitäts- und Optimalitätsbedingungen für den Kern- und den Globalprozess unter den eben genannten Umständen identisch sind. Bezeichnet man  $a^{Global}$  als  $a^G$  und  $(ab)^{Kern}$  als  $a^K b^K$  soll gezeigt werden, dass  $a^G = a^K b^K$ .

Für den Kernprozess gelten folgende Zusammenhänge:

$$\Delta p = a^K \cdot x_{t-\tau}^d \quad (26)$$

$$x_t^d = b^K \cdot p_t + L + S_t \quad (27)$$

Gleichung 27 lässt sich auch als

$$p_t = \frac{-L - S_t + x_t^d}{b^K} \quad (28)$$

formulieren.

Aus Gleichung 26 folgt

$$p_t - p_{t-1} = a^K \cdot x_{t-\tau}^d \quad (29)$$

Einsetzen von Gleichung 28 in Gleichung 29 liefert

$$\frac{-L - S_t + x_t^d}{b^K} = p_{t-1} + a^K \cdot x_{t-\tau}^d. \quad (30)$$

bzw.

$$\frac{-L - S_t + x_t^d}{b^K} = \frac{-L - S_{t-1} + x_{t-1}^d}{b^K} + a^K \cdot x_{t-\tau}^d \quad (31)$$

$$\Leftrightarrow -L - S_t + x_t^d = -L - S_{t-1} + x_{t-1}^d + a^K b^K \cdot x_{t-\tau}^d \quad (32)$$

Da annahmegemäß der Lageparameter (L) konstant und ein Zustand nach einer Störung betrachtet wird (also in einer Periode ohne weitere Störungen), ergibt sich

$$\Leftrightarrow x_t^d = x_{t-1}^d + a^K b^K \cdot x_{t-\tau}^d \quad (33)$$

$$\Leftrightarrow x_t^d - x_{t-1}^d = a^K b^K \cdot x_{t-\tau}^d \quad (34)$$

$$\Leftrightarrow \Delta x^d = a^K b^K \cdot x_{t-\tau}^d \quad (35)$$

Für den Globalprozess galt dagegen

$$\Delta x^d = a^G \cdot x_{t-\tau}^d, \quad (36)$$

aus den Gleichungen 35 und 36 folgt



$$\frac{\Delta x^d}{x_{t-\tau}^d} = a^K b^K \text{ und } \frac{\Delta x^d}{x_{t-\tau}^d} = a^G \text{ uns somit } a^K b^K = a^G \quad (37)$$

*q. e. d.*

Empirisch kann allerdings nicht davon ausgegangen werden, dass  $a^{Global} = (ab)^{Kern}$  gilt, denn auf realen Märkten sind Nachfrageänderungen nicht nur auf Preise zurückzuführen sondern auch auf andere Variablen, beispielsweise Qualitätsänderungen. Je höher die Korrelation zwischen  $a^{Global}$  und  $(ab)^{Kern}$  desto mehr dient der Preis als Erklärungsvariable der Differenzmengenfunktion.

### **Beispiel**

In den Tabellen 3 und 4 sind die Ergebnisse der Berechnungen der Parameter des Kern- und Globalprozesses für die Elektrotechnische Industrie und den Zementmarkt ausgegeben. In Tabelle 3 wird deutlich, dass der Kernprozess auf eine unausgeglichene Differenzmenge mit einer signifikanten Preisänderung reagiert ( $a^K = 0,04$ ). Die Differenzmengenänderung, die sich daraus ergibt kann über  $b = -1,25$  berechnet werden. Bei einem Lag von  $\tau = 5$  gilt für das Parameterprodukt der Stabilitätsbereich  $-0,34 < ab < 0$  und ein optimales Produkt von  $ab = -0,14$ . Das berechnete Parameterprodukt liegt bei  $(ab)^K = -0,05$  und befindet sich somit innerhalb des Stabilitätsbereichs. Für den Zementmarkt gilt (mit Ausnahme der Kartellphase 1983-2001), dass der Kernprozess auf eine unausgeglichene Differenzmenge ebenfalls mit einer signifikanten Preisänderung und einem Parameter  $a$  i.H.v. von  $a^K > 0$  reagiert. Die Parameterwerte für  $b$  liegen mit  $b < 0$  ebenfalls im erwarteten Bereich. Für die Phasen und signifikanten  $a$ -Werten liegen die Parameterprodukte außerdem im Stabilitätsbereich.

<b>Industrie</b>	<b><math>\tau</math></b>	<b><math>c</math></b>	<b><math>a^K</math></b>	<b><math>R^2</math></b>	<b><math>(ab)^K</math></b>	<b><math>b</math></b>
Elektrotechnische Industrie (1980-2007)	5	-0,67***	0,04***	0,16	-0,05	-1,25
Zementmarkt (1983-2007)	3	0,34**	0,03***	0,13	-0,08	-2,67
Zementmarkt (1983-2001)	3	0,17	0,01	0,01	-	-
Zementmarkt (2002-2007)	1	0,37	0,06***	0,44	-0,3	-5

\*, \*\*, \*\*\* bezeichnen 10 %, 5 % und 1 % Signifikanzniveau.

*Tabelle 3: Ermittlung der Parameterprodukte für die Elektrotechnische Industrie und den Zementmarkt im Kernprozess. Quelle: eigene Berechnungen.*

Industrie	$\tau$	$c$	$a^G$	$R^2$
Elektrotechnische Industrie (1980-2007)	5	-1.19*	-0.16***	0.12
Zementmarkt (1983-2007)	1	-2.38*	-0.18***	0.09
Zementmarkt (1983-2001)	5	-1.39	-0.07	0.02
Zementmarkt (2002-2007)	1	-3.73	-0.40**	0.23

\*, \*\*, \*\*\* bezeichnen 10 %, 5 % und 1 % Signifikanzniveau.

Tabelle 4: Ermittlung der Parameterprodukte für die Elektrotechnische Industrie und den Zementmarkt im Globalprozess. Quelle: eigene Berechnungen.

In Tabelle 4 sind die Ergebnisse des Globalprozesses ausgegeben. Auch hierbei wird die Fähigkeit zur Ausregulierung ersichtlich. Mit Ausnahme der Zementkartellphase (1983-2001) reagieren die Märkte funktionsfähig mit signifikanten  $a^G$ -Werten. Wie gezeigt wurde, gilt für den Fall, dass der Preis die alleinige Variable ist, mit der auf Nachfrageänderungen reagiert wird  $a^G = (ab)^K$ . Für die beispielhaften Industrien liegen jedoch Differenzen vor:

Industrie	$\frac{(ab)^K}{a^G}$
Elektrotechnische Industrie (1980-2007)	$\frac{-0,05}{-0,16} = 0,3125$
Zementmarkt (1983-2007)	$\frac{-0,08}{-0,18} = 0,4444$
Zementmarkt (2002-2007)	$\frac{-0,3}{-0,4} = 0,75$

Tabelle 5: Vergleich der Parameterprodukte des Kernprozesses mit dem Koeffizienten des Globalprozesses. Quelle: eigene Berechnungen.

In Tabelle 5 sind die Quotienten des Parameterproduktes aus dem Kernprozess und des geschätzten Koeffizienten aus dem Globalprozess angegeben. Der Quotient gibt an, zu welchem prozentualen Anteil die Koeffizienten übereinstimmen. Für die Elektrotechnische Industrie stimmen die Koeffizienten zu 31,25 Prozent überein. Aus den Daten für den Globalprozess ersieht man, dass der Prozess dazu fähig ist, Störungen auszuregulieren. Allerdings dient der Preis dieser Ausregulierung nur zu etwa einem Drittel,– daneben kommen noch andere Instrumente (z.B. Qualitätsänderungen) zum Einsatz. Beim Zementmarkt entfallen auf den Preis (als Instrument für Reaktionen auf unausgeglichene Differenzmengen) für den Gesamtzeitraum (inklusive Kartellphase) etwa 44 Prozent, während für die reine Wettbewerbsphase (2002-2007) 75 Prozent aller Reaktionen auf unausgeglichene Differenzmengen auf Preisänderungen bestehen.

Um an dieser Stelle einen Eindruck über die Ausprägungen der Parameterprodukte beim Kernprozess sowie des Rückkopplungsparameters beim Globalprozess des M-Prozesses zu vermitteln, werden in Tabelle 6 und 7 die Resultate aus allen Industrien des Verarbeitenden Gewerbes angeführt. In Tabelle 8 sind die Quotienten der Ergebnisse aus Kern- und Globalprozess sowie die relativen Abstände zum Optimalwert (Abhängig von  $\tau$ ) dargestellt.

	Industrie	$\tau$	$c$	$a^K$	$R^2$	$(ab)^K$	$b^K$	Stationarität
1	Bekleidungs-gewerbe (1978-2007)	2	0,23	0,01**	0,04	-0.05	-5	-28,66**
2	Chemische Industrie (1978-2007)	0	0,07	0,02**	0,08	-0.12	-6	NULL***
3	Druck-gewerbe (1978-2007)	3	0,27**	0,04**	0,06	0.04	1	-7,5**
4	Ernäh-rungsgewerbe (1983-2007)	1	-0,7**	-0,07**	0,05	-0.1	1,43	-8,9***
5	Glas-gewerbe (1983-2007)	2	0,34**	0,01**	0,11	0.01	1	INSTATIONÄR
6	Gummi- und Kunststoffware (1978-2007)	0	0,26***	0,02***	0,17	-0,05	-2,5	-14,5***
7	Herst. von Metallerzeugnissen (1978-2007)	2	0,1	0,01	0,01	-		-14,87***
8	Holz-gewerbe (1978-2007)	0	0,95***	0,05***	0,23	-0.09	-1,8	-26***
9	Leder-gewerbe (1983-2007)	5	0,22	0,01*	0,06	-0.04	-4	-28,27***
10	Maschinenbau (1978-2007)	4	0,24***	0,01*	0,03	-0.06	-6	NULL***
11	Metallerzeugung und -bearbeitung (1995-2007)	0	1,25***	0,07***	0,24	-0.2	-2,86	NULL***
12	Mineralölverarbeitung (1978-2007)	8	0,79	0,03	0,02	-		NULL**
13	Papier-gewerbe (1978-2007)	1	1,17***	0,05***	0,22	-0.01	-0,2	-23,98***
14	Tabakverarbeitung (1995-2007)	3	0,09***	-0,01	0,01	-		NULL***
15	Textil-gewerbe (1978-2007)	2	0,07	0,01	0,02	-		INSTATIONÄR
16	Automobilindustrie (1980-2008)	3	0,15**	0,01**	0,04	-0.12	-12	NULL***
17	Elektrotechnische Industrie (1980-2007)	5	-0,67***	0,04***	0,16	-0.05	-1,25	NULL**
18	Zementmarkt (1983-2007)	3	0,34**	0,03***	0,13	-0.08	-2,67	NULL***
	Zementmarkt (1983-2001)	3	0,17	0,01	0,01	-		INSTATIONÄR
	Zementmarkt (2002-2007)	1	0,37	0,06***	0,44	-0.3	-5	NULL***

\*, \*\*, \*\*\* bezeichnen 10 %, 5 % und 1 % Signifikanzniveau.

Tabelle 6: Ergebnisse der Berechnungen zum Kernprozess im Verarbeitenden Gewerbe Deutschlands.

Quelle: eigene Berechnungen.

	Industrie	$\tau$	$c$	$a^G$	$R^2$	Stationarität
1	Bekleidungs-gewerbe (1978-2007)	3	-5.41***	-0.19***	0.10	-28,66**
2	Chemische Industrie (1978-2007)	2	-2.3**	-0.25***	0.18	NULL***
3	Druck-gewerbe (1978-2007)	1	-1.62***	-0.22***	0.11	-7,5**
4	Ernäh-rungs-gewerbe (1983-2007)	1	-2.66***	-0.32***	0.18	-8,9***
5	Glas-gewerbe (1983-2007)	2	-4.60***	-0.14***	0.09	INSTATIONÄR
6	Gummi- und Kunststoffware (1978-2007)	2	-4.16***	-0.28***	0.22	-14,5***
7	Herst. von Metallerzeugnissen (1978-2007)	4	-2.37***	-0.16***	0.17	-14,87***
8	Holz-gewerbe (1978-2007)	3	-4.82***	-0.18***	0.12	-26***
9	Leder-gewerbe (1983-2007)	1	-7.36***	-0.27***	0.13	-28,27***
10	Maschinenbau (1978-2007)	5	-2.42***	-0.17***	0.28	NULL***
11	Metallerzeugung und -bearbeitung (1995-2007)	2	-2.73**	-0.31***	0.26	NULL***
12	Mineralölverarbeitung (1978-2007)	1	-2.82*	-0.24***	0.12	NULL**
13	Papier-gewerbe (1978-2007)	2	-5.35***	-0.23***	0.14	-23,98***
14	Tabakverarbeitung (1995-2007)	1	2.71**	-0.34***	0.20	NULL***
15	Textil-gewerbe (1978-2007)	4	-4.75***	-0.12***	0.09	INSTATIONÄR
16	Automobilindustrie (1980-2008)	4	-0.61	-0.17***	0.18	NULL***
17	Elektrotechnische Industrie (1980-2007)	5	-1.19*	-0.16***	0.12	NULL**
18	Zementmarkt (1983-2007)	1	-2.38*	-0.18***	0.09	NULL***
	Zementmarkt (1983-2001)	5 (n.s.)	-1.39	-0.07	0.02	INSTATIONÄR
	Zementmarkt (2002-2007)	1	-3.73	-0.40**	0.23	NULL***

\*, \*\*, \*\*\* bezeichnen 10 %, 5 % und 1 % Signifikanzniveau.

Tabelle 7: Ergebnisse der Berechnungen zum Globalprozess im Verarbeitenden Gewerbe Deutschlands. Quelle: eigene Berechnungen.

	Industrie	Kern- prozess $(ab)^K$	Global- prozess $a^G$	Attraktionskoeffizienten <sup>6</sup>			
				$\frac{(ab)^K}{a^G}$	$(ab)^{opt}$	$\frac{(ab)^K}{(ab)^{opt}}$	$\frac{a^G}{(ab)^{opt}}$
1	Bekleidungsgewerbe (1978-2007)	-0.05	-0.19	0.26	-0.38	0.13	0.50
2	Chemische Industrie (1978-2007)	-0.12	-0.25	0.48	-1	0.12	0.25
3	Druckgewerbe (1978-2007)	0.04	-0.22	-0.18	-0.23	-0.17	0.96
4	Ernährungsgewerbe (1983-2007)	-0.1	-0.32	0.31	-1	0.10	0.32
5	Glasgewerbe (1983-2007)	0.01	-0.14	-0.07	-0.38	-0.03	0.37
6	Gummi- und Kunststoffware (1978-2007)	-0,05	-0.28	0.18	-1	0.05	0.28
7	Herst. von Metallerzeugnissen (1978-2007)	-	-0.16		-0.38		0.42
8	Holzgewerbe (1978-2007)	-0.09	-0.18	0.50	-1	0.09	0.18
9	Ledergewerbe (1983-2007)	-0.04	-0.27	0.15	-0.14	0.29	1.93
10	Maschinenbau (1978-2007)	-0.06	-0.17	0.35	-0.18	0.33	0.94
11	Metallerzeugung und -bearbeitung (1995-2007)	-0.2	-0.31	0.65	-1	0.20	0.31
12	Mineralölverarbeitung (1978-2007)	-	-0.24		-0.12		2.00
13	Papiergewerbe (1978-2007)	-0.01	-0.23	0.04	-1	0.01	0.23
14	Tabakverarbeitung (1995-2007)	-	-0.34		-0.23		1.48
15	Textilgewerbe (1978-2007)	-	-0.12		-0.38		0.32
16	Automobilindustrie (1980-2008)	-0.12	-0.17	0.71	-0.23	0.52	0.74
17	Elektrotechnische Industrie (1980-2007)	-0.05	-0.16	0.31	-0.14	0.36	1.14
18	Zementmarkt (1983-2007)	-0.08	-0.18***	0.44	-0.23	0.35	0.78
	Zementmarkt (1983-2001)	-	-0.07		-0.23		0.30

<sup>6</sup> Die Attraktionskoeffizienten für den Kern- und Globalprozess nehmen, wenn ein Markt – bei gegebenen  $\tau$  – die geringstmögliche (optimale) Verlustfläche realisiert, einen Wert von 1 an. Wenn die Verlustfläche nicht optimal ist, nehmen die Attraktionskoeffizienten Werte von  $<1$  oder  $>1$  an. Hierbei gelten die Prozesse als umso besser, je näher sich die Attraktionskoeffizienten am Wert 1 befinden. Die Attraktionskoeffizienten sind damit ein Maß für die Attraktionskraft der Nulllinie.

Zementmarkt (2002-2007)	-0.3	-0.40	0.75	-1	0.30	0.40
----------------------------	------	-------	------	----	------	------

Tabelle 8: Vergleich der Ergebnisse des Kernprozesses mit dem Globalprozesses und Ermittlung des Quotienten und der relativen Abstände zum Optimalwert. Quelle: eigene Berechnungen.

In Tabelle 8 sind die Quotienten  $\frac{(ab)^K}{a^G}$  dargestellt. Es wird deutlich, dass diese, für die Industrien bei denen ein Parameterprodukt mit (erwartetem) negativem Vorzeichen besteht, positiv und kleiner als Eins sind. Die Ergebnisse deuten also darauf hin, dass der Preis nicht die vollständige Ausregulierung einer Störung ausmacht. Der Anteil an der vollständigen Ausregulierung liegt hierbei bei den Industrien zwischen 4 % (Papiergewebe) und 75 % (Zementmarkt, Wettbewerbsphase).

In Abbildung 10 ist der grafische Verlauf der beiden Größen dargestellt. Auch hierbei wird ersichtlich, dass es eine positive Korrelation gibt (67 %, siehe Tabelle 8). Zudem kann man erkennen, dass  $(ab)^K$  aus dem Kernprozess näher an Null liegt, betragsmäßig also immer kleiner als der Koeffizient  $a^G$  aus dem Globalprozess ist.

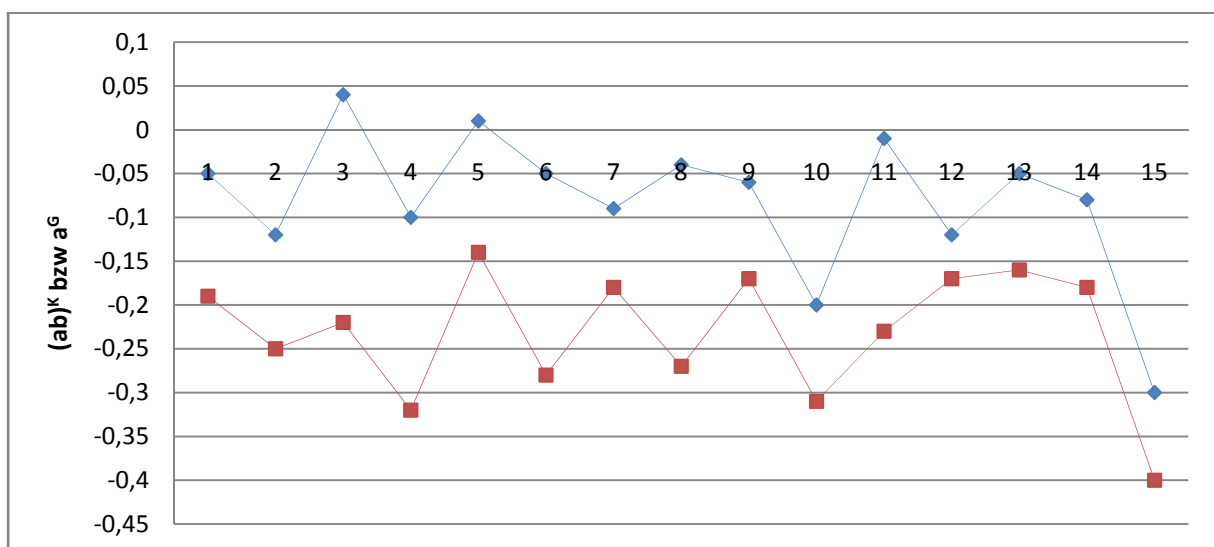


Abbildung 10: Parameterprodukte des Kernprozesses ( $\diamond$ ) und Rückkopplungsparameter des Globalprozesses ( $\blacksquare$ ). Quelle: eigene Darstellung.

Desweiteren wurden in Tabelle 8 die relativen Abstände der geschätzten  $ab$ -Werte aus dem Kernprozess und der  $a$ -Werte aus dem Globalprozess zum Optimalwert in Abhängigkeit von  $\tau$  bestimmt. Hierbei wird deutlich, dass die Globalprozesse in der Regel deutlich näher am Optimalwert liegen. Dies kann ökonomisch damit interpretiert werden, dass der Preis nicht die ausschließliche Möglichkeit einer angemessenen Reaktion sein muss: Markträumung kann auch anders herbeigeführt werden. Der Attraktionskoeffizient stellt eine Ergänzung zur GRV-Berechnung dar: Der GRV-Wert zeigt, welche Regelungsverluste ein Markt in Relation zu einem Vergleichsmarkt realisiert

und ist von der Attraktionskraft der Nulllinie und der Verteilung der Störgrößen auf dem Untersuchungs- und dem Vergleichsmarkt abhängig; der Attraktionskoeffizient zeigt dagegen, wie viel Prozent der potentiellen Attraktionskraft auf dem Untersuchungsmarkt genutzt werden und kann auch dann zur Bewertung der Qualität des beobachteten Prozesses eingesetzt werden, wenn keine Vergleichsmarktdaten verfügbar sind. Beispielsweise lässt sich die Aussage treffen, dass in der Automobilindustrie beim Kernprozess 52 Prozent des optimalen  $(ab)^K$ -Wertes zur Erwirkung der Markträumung genutzt werden, im Holzgewerbe dagegen nur 9 Prozent.



### 3. Simulation von mehreren abhängigen und unabhängigen Störungen unter Berücksichtigung der Stabilitätsintervalle bei unterschiedlichen Zeitverzögerungen

#### 3.1 Zwei unabhängige Störungen

Desweiteren soll überprüft werden, wie sich mehrere Störungen auf die Stabilität des Prozesses auswirken. Grundsätzlich besteht die Vermutung, dass ein Marktprozess nur in der Lage ist, Störungen auszuregulieren, die eine bestimmte Größenordnung nicht überschreiten. Es soll daher mittels Simulation versucht werden, eine Veranschaulichung der Auswirkung verschiedener Störung zu zeigen.

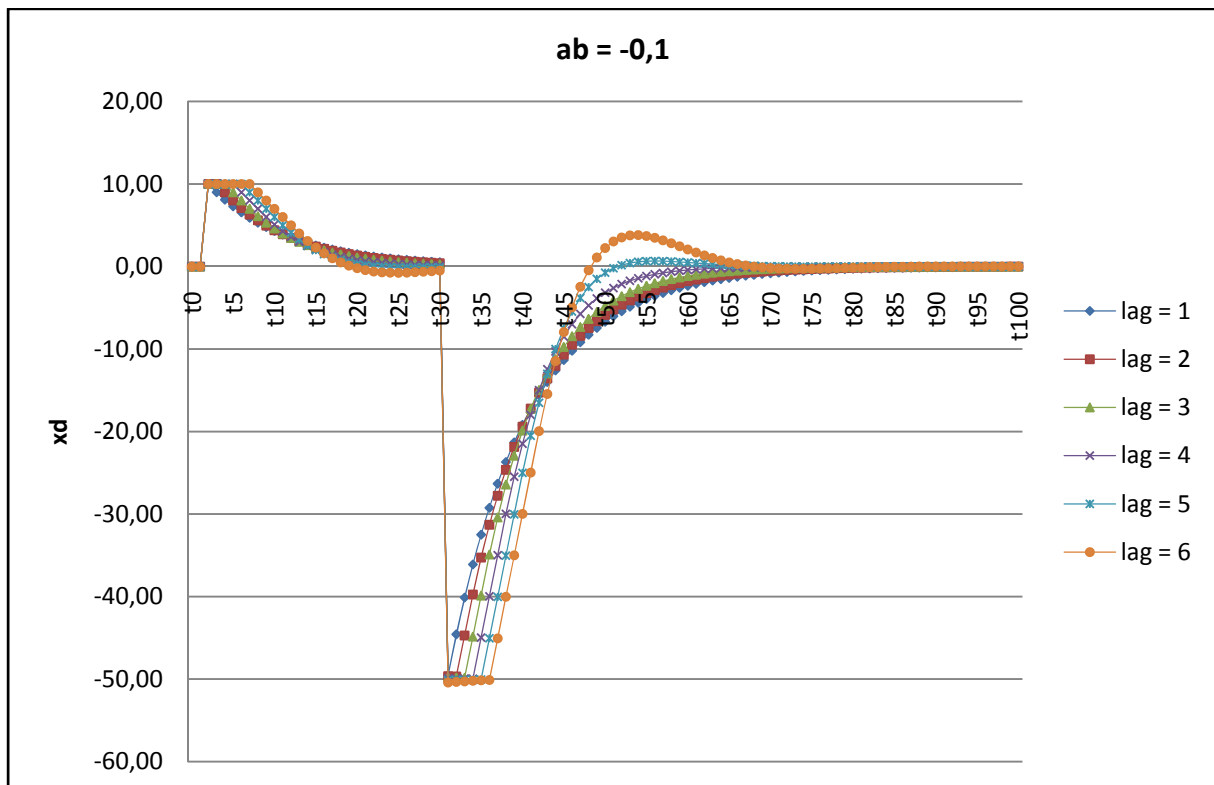


Abbildung 11: Verlauf der Differenzmenge bei zweifacher Störung  $S_2 = 10$  und  $S_{31} = -50$  und  $ab = -0,1$ . Quelle: eigene Darstellung.

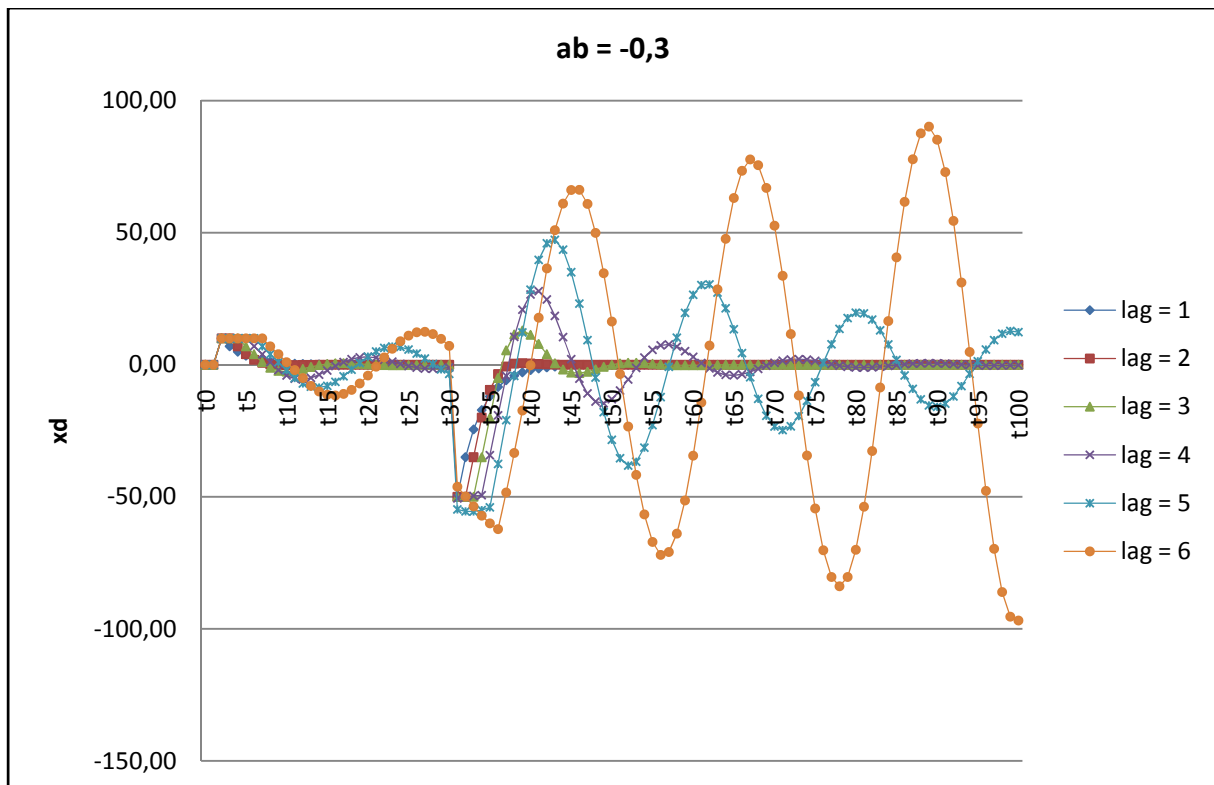


Abbildung 12: Verlauf der Differenzmenge bei zweifacher Störung  $S_2 = 10$  und  $S_{31} = -50$  und  $ab = -0,3$ . Quelle: eigene Darstellung.

In Abbildung 11 und 12 sind die simulierten Prozesse aus dem letzten Abschnitt jeweils mit zwei Störungen konfrontiert: die erste mit  $S_2 = 10$  und die zweite mit  $S_{31} = -50$ . Wie aus Abbildung 11 ersichtlich, kann die erste Störung von allen Prozessen fast vollständig ausgeglichen werden, bevor die zweite Störung eintritt. Auch diese kann zu dem Parameterprodukt von  $ab = -0,1$  langfristig ausgeglichen werden. In Abbildung 12 ist der um 6 Perioden verzögerte Prozess nicht mehr in der Lage die Störung auszugleichen, dieses gilt aber unabhängig von der zweiten Störung, da sich das Parameterprodukt nicht mehr im Stabilitätsbereich von  $-0,28 < ab < 0$  befindet. Desweiteren ist bei den anderen Prozessen eine Ausregulierung zu beobachten. Anscheinend hat eine zusätzliche Störung unter den angenommenen Umständen keine negative Auswirkung auf die Ausregulierungsfähigkeit eines Prozesses mit  $T = 100$  Perioden.

### 3.2 Mehrfache Störungen mit wechselndem Vorzeichen

Im Folgenden wird aufgezeigt, wie einseitige (also nur positive oder nur negative) Störungen auf die Fähigkeit des Prozesses zur Ausregulierung – also auf dessen Stabilität – wirken. Hierzu wird vorweg eine Störungsserie mit gleichverteilten Störungen zwischen  $S_{min} = -1$  und  $S_{max} = +1$  erzeugt. Dann wird simuliert wie der Prozess auf diese Störung in den ersten 50 Perioden reagiert. In Abbildung 13 ist das Ergebnis der Simulation dargestellt. Es wird ersichtlich, dass die Störungen nicht

in der Lage sind, den Prozess dauerhaft vom Sollwert zu entfernen. Die Störungen führen zwar zu einer vorübergehenden Unausgeglichenheit der Differenzmenge mit Werten von etwa -6 bis +6, nach der Störungsperiode kann sich der Prozess dann aber wieder auf seinen Sollwert Null einpendeln. Dies gilt bei einem Parameterprodukt von  $ab = -0,1$  für alle Verzögerungen.

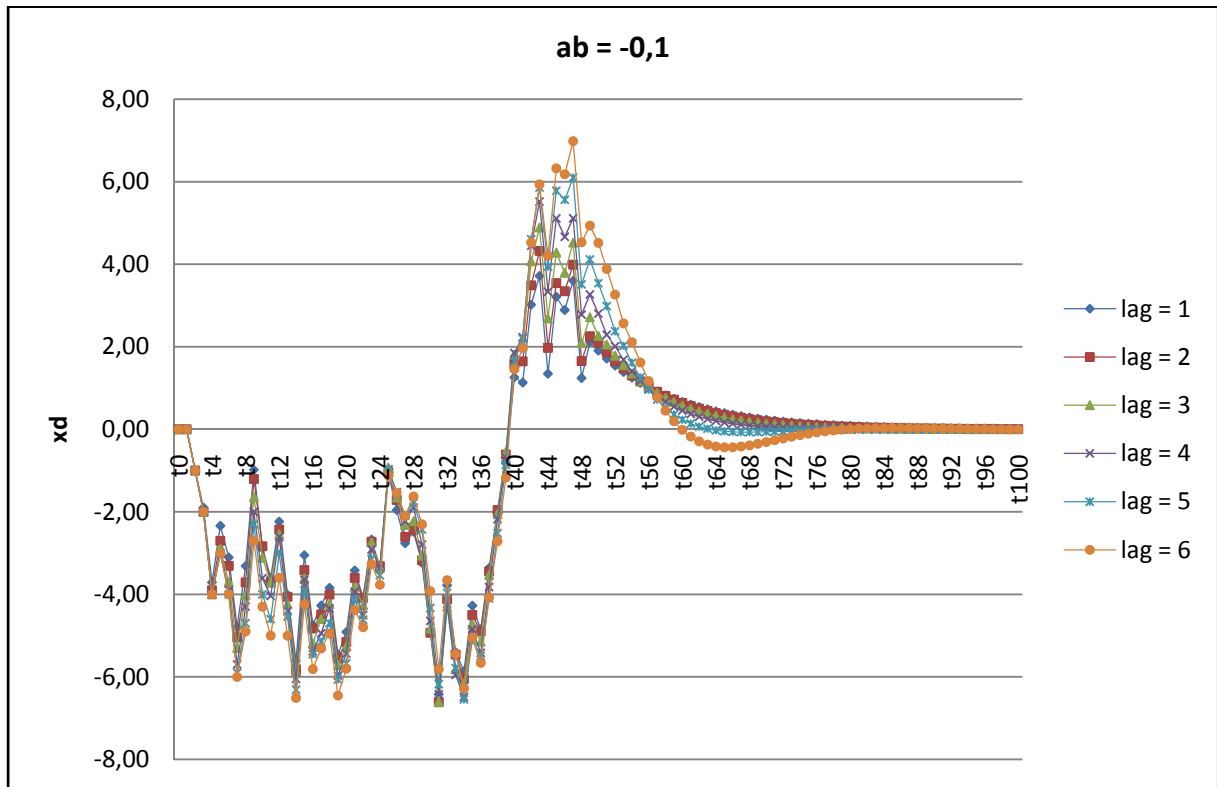


Abbildung 13: Verlauf der Differenzmenge bei mehrfacher Störung in  $t_2, \dots, t_{50}$  mit gleichverteilten Störungen zwischen  $-1$  und  $+1$  und  $ab = -0,1$ . Quelle: eigene Darstellung.

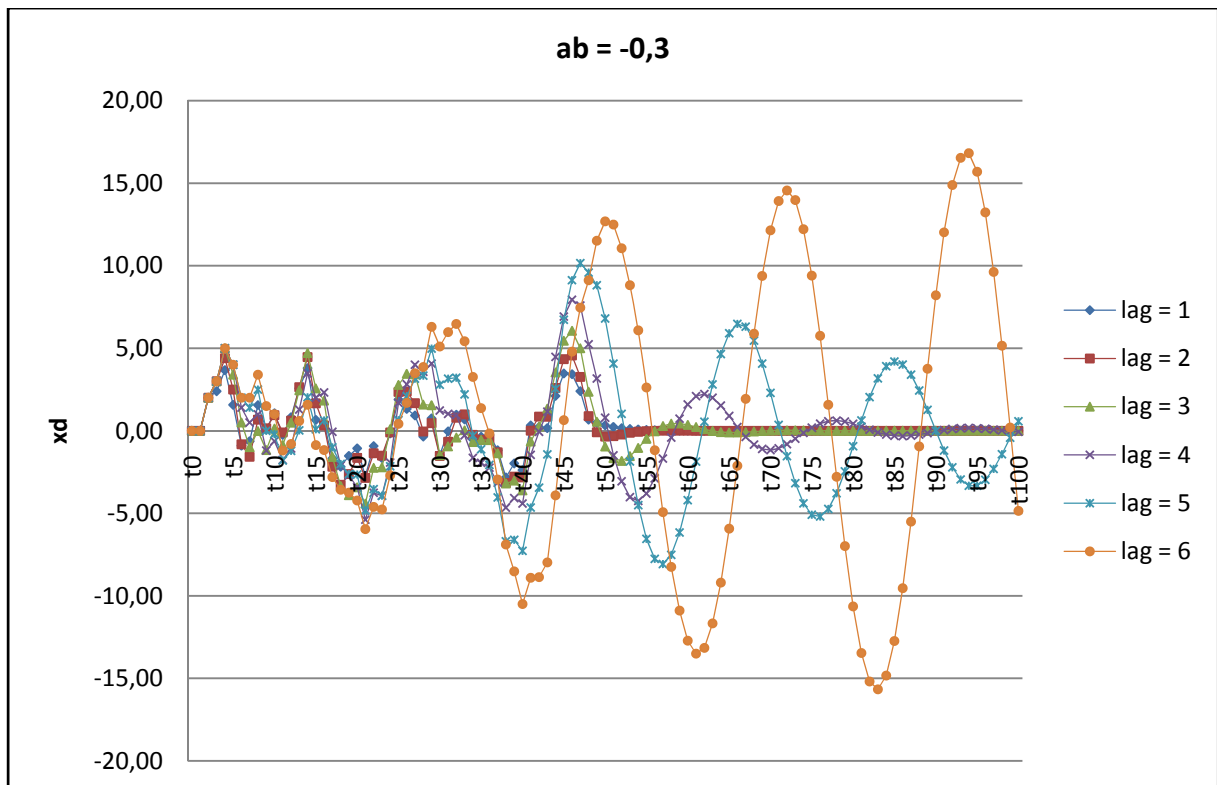


Abbildung 14: Verlauf der Differenzmenge bei mehrfacher Störung in  $t_2, \dots, t_{50}$  mit gleichverteilten Störungen zwischen  $-1$  und  $+1$  und  $ab = -0,3$ . Quelle: eigene Darstellung.

In Abbildung 14 ist der Verlauf der Differenzmenge bei einer Störungsserie zwischen  $S_{min} = -1$  und  $S_{max} = +1$  innerhalb der ersten 50 Perioden bei einem Parameterprodukt von  $ab = -0,3$  dargestellt. Bei dieser Simulation wird noch deutlicher, dass eine Störung mit dem Erwartungswert von Null (Gleichverteilt zwischen  $S_{min}$  und  $S_{max}$ ) einen Marktprozess anscheinend nicht instabil werden lässt. Die Störung wird zwar im Prozessmuster ersichtlich, es kann allerdings kein Trend weg vom Sollzustand festgestellt werden. Nach 50 Perioden reagiert der Prozess wie bisher, d.h. stabil für Lags von 1-5 und instabil für einen Lag von 6.

### 3.3 Mehrfache Störungen positiver Art

In der folgenden Abbildung 15 ist dargestellt, wie eine Serie positiver Störungen mit gleichverteilten Werten zwischen  $S_{min} = 0$  und  $S_{max} = +10$  auf einen Kernprozess mit dem Parameterprodukt  $ab = -0,1$  wirkt. Es wird ersichtlich, dass eine solche Störungsserie den Prozess in eine dauerhaft unausgeglichene Differenzmenge führt. Es ist zwar kein Trend zu erkennen, aber zumindest eine dauerhafte positive Differenzmenge bei etwa  $+50$ , also eine dauerhafte Regelabweichung, die bei einem Stationaritätstest zu einer Achsenabschnittsstationarität zum Niveau  $+50$  führen würde.

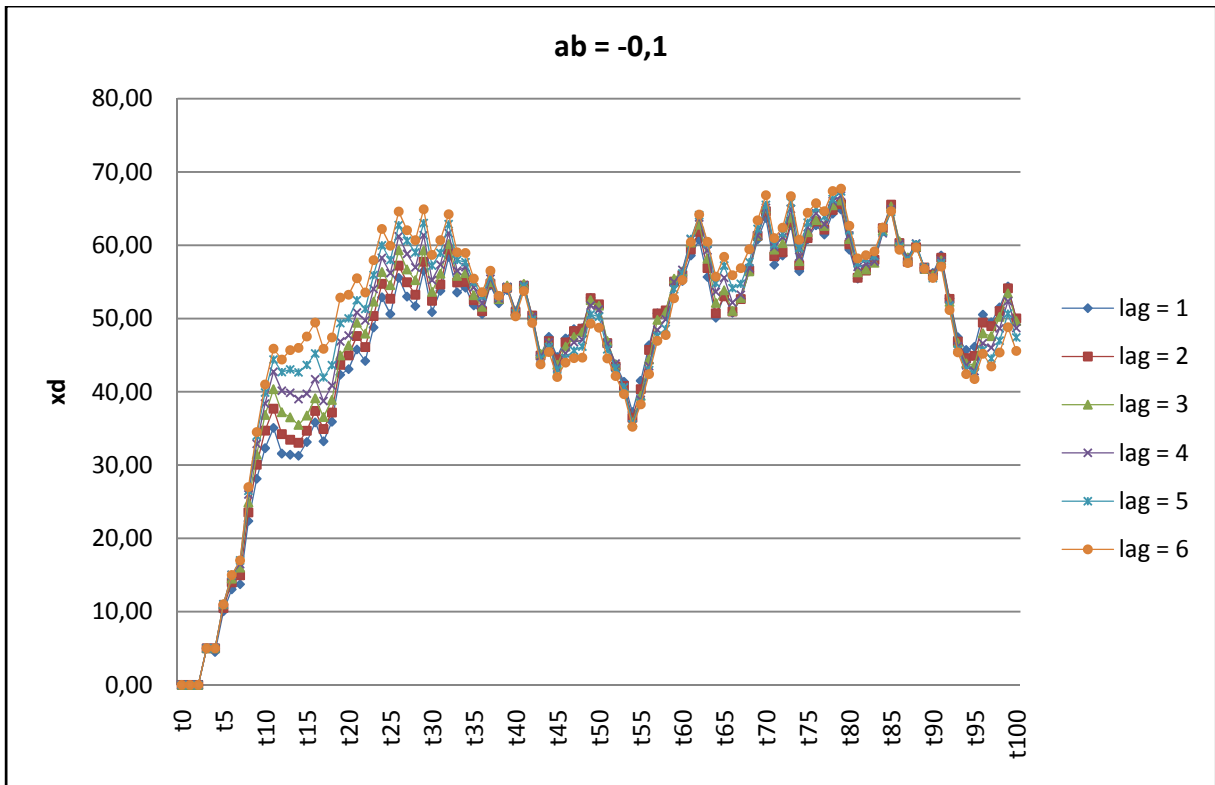


Abbildung 15: Verlauf der Differenzmenge bei dauerhafter positiver Störung in  $t_2, \dots, t_{100}$  mit gleichverteilten Störungen zwischen 0 und +10 und  $ab = -0,1$ . Quelle: eigene Darstellung.

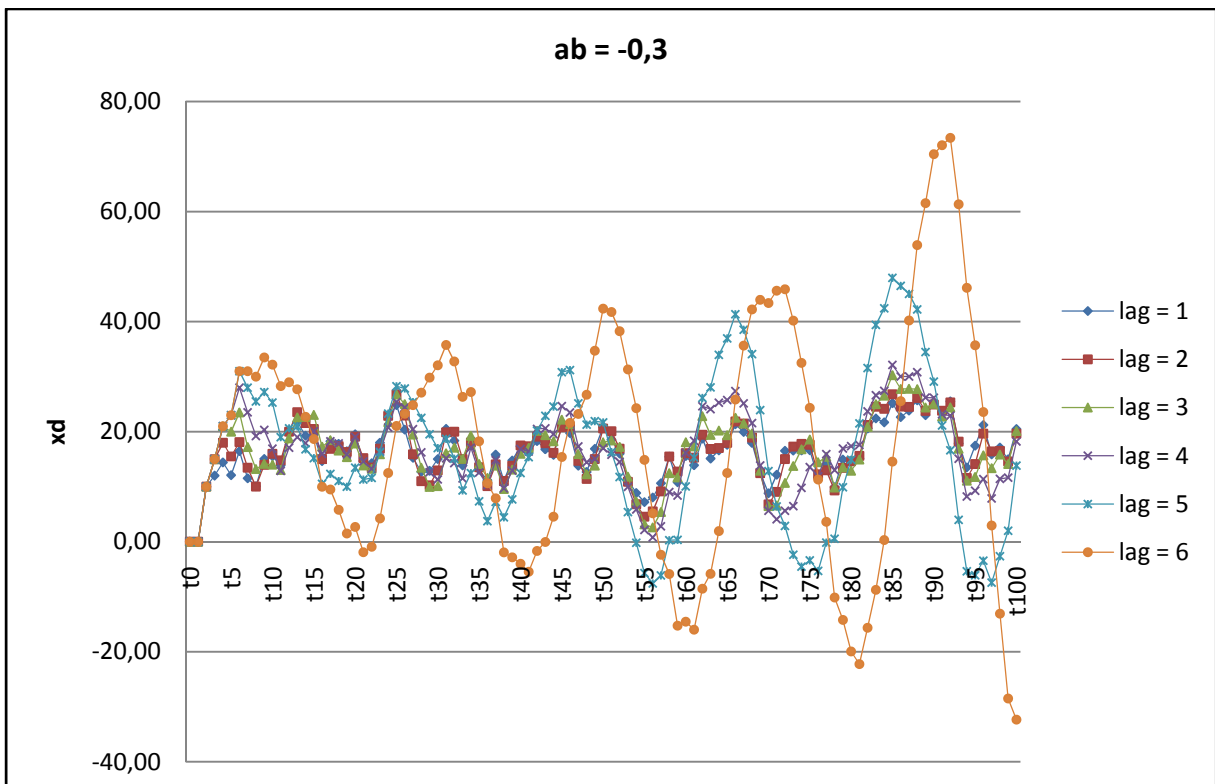


Abbildung 16: Verlauf der Differenzmenge bei dauerhafter positiver Störung in  $t_2, \dots, t_{100}$  mit gleichverteilten Störungen zwischen 0 und +10 und  $ab = -0,3$ . Quelle: eigene Darstellung.

In Abbildung 16 ist die Wirkung einer positiven Störungsserie mit gleichverteilten Werten zwischen  $S_{min} = 0$  und  $S_{max} = +10$  auf einen Kernprozess mit dem Parameterprodukt  $ab = -0,3$  dargestellt. Hier wird deutlich, dass es eine Art stabilen Prozess auf einem positiven Niveau (bei etwa +15) gibt. Eine Serie einseitiger Störungen führt also anscheinend dazu, dass sich zwar kein Trend von der Nulllinie weg, wohl aber eine dauerhafte Regelabweichung ergibt.

### 3.4 Mehrfache Störungen negativer Art

Dies wird auch für eine Serie negativer Störungen bestätigt. In Abbildung 17 und 18 sind die Wirkungen einer Serie negativer Störungen zwischen  $S_{min} = -10$  und  $S_{max} = 0$  dargestellt. Es ergibt sich ein analoges Verhalten wie bei einer Serie positiver Störungen mit dauerhaften Regelabweichungen auf einem negativen Niveau.

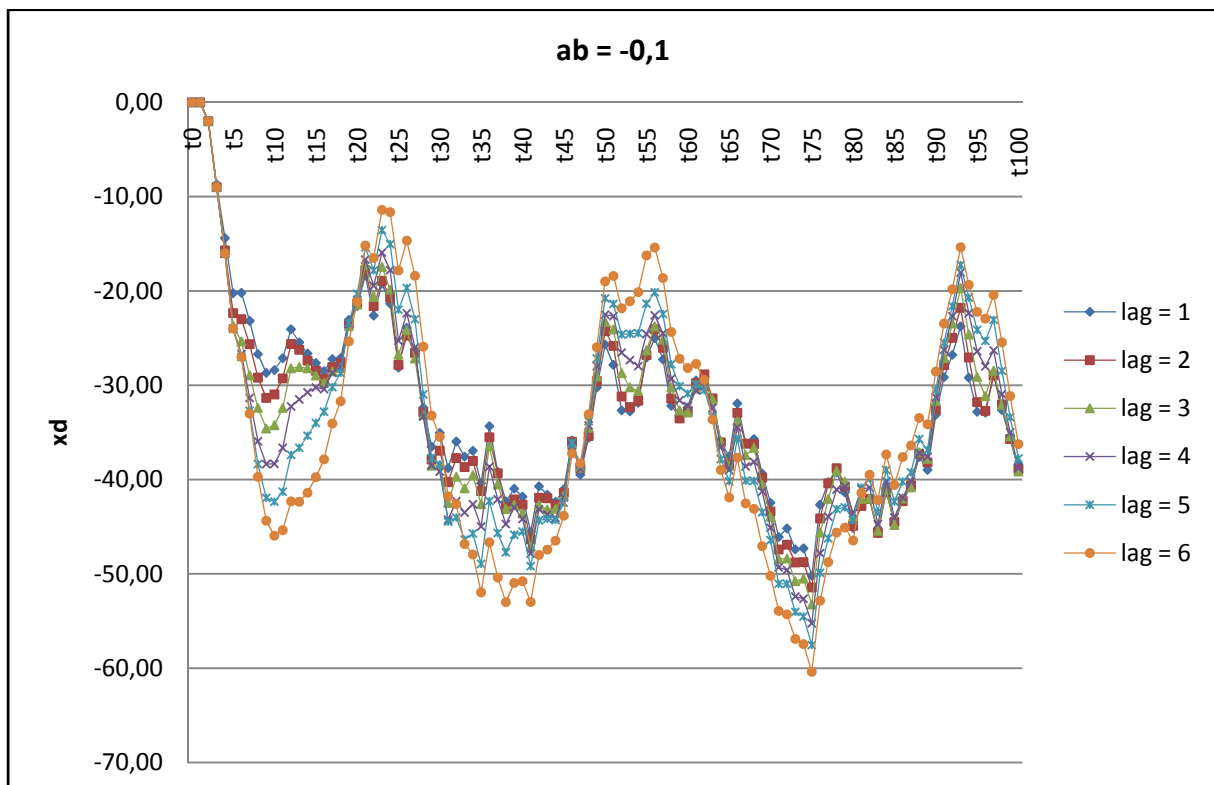


Abbildung 17: Verlauf der Differenzmenge bei dauerhafter negativer Störung in  $t_2, \dots, t_{100}$  mit gleichverteilten Störungen zwischen 0 und  $-10$  und  $ab = -0,1$ . Quelle: eigene Darstellung.

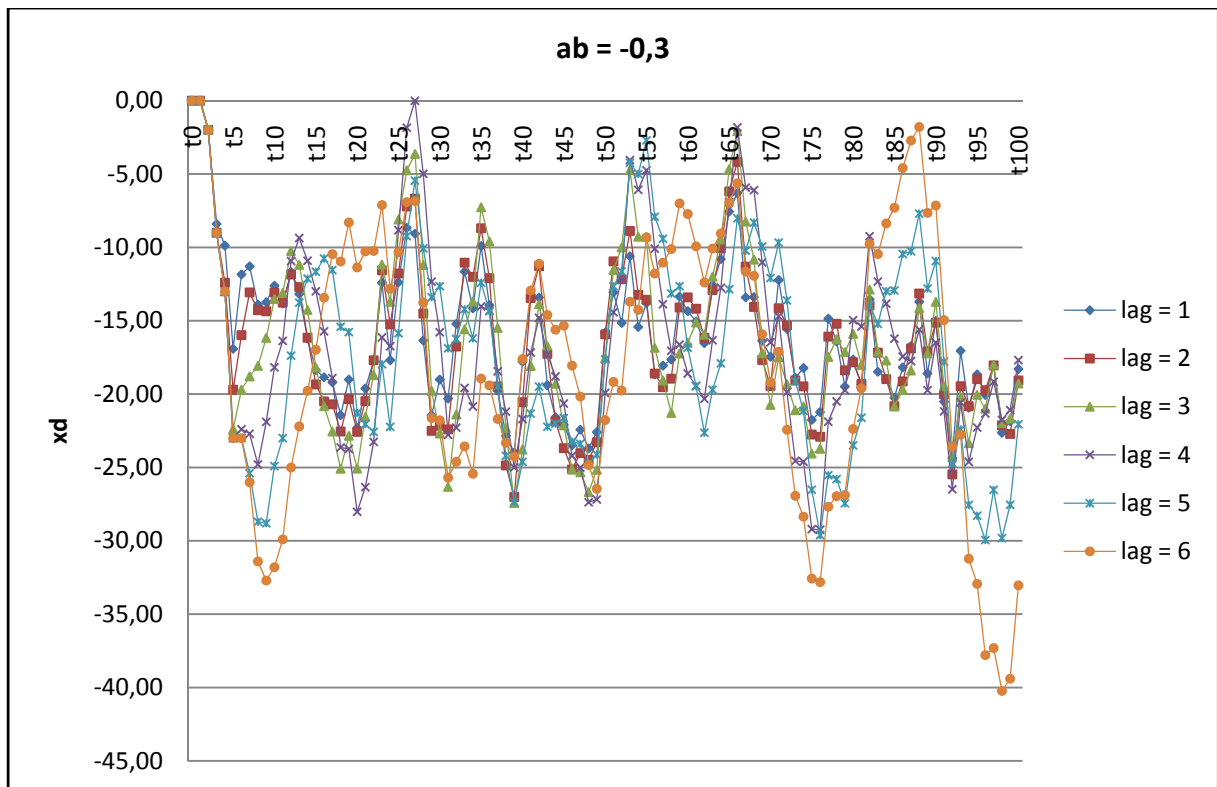


Abbildung 18: Verlauf der Differenzmenge bei dauerhafter negativer Störung in  $t_2, \dots, t_{100}$  mit gleichverteilten Störungen zwischen 0 und  $-10$  und  $ab = -0,3$ . Quelle: eigene Darstellung.

### 3.5 Test einer Hypothese über Serien von einseitigen Störungen

Im Folgenden sollen die Ergebnisse der Simulation verschiedener Störungsserien dargestellt werden. Es soll dabei die Vermutung geprüft werden, dass folgendes Verhältnis über die langfristige Entwicklung der Differenzmenge bei einer einseitigen (also immer positiven- oder negativen Störungsserie) gilt:

$$\bar{x}_t^d = -\frac{E(S_t)}{ab} \quad (25)$$

In Abbildung 18 ist ein exemplarischer Fall dargestellt. Hierbei wird der Kernprozess einer positiven Störungsserie mit  $S_{min} = 0$  und  $S_{max} = +10$  unterzogen und über 5000 Perioden beobachtet. Es wird deutlich, dass sich dieser Prozess auf einem Niveau nahe 100 einpendelt. Der Mittelwert liegt

bei 99,2 für den Quotienten gilt  $-\frac{E(S_t)}{ab} = -\frac{5}{-0,05} = 100$ .

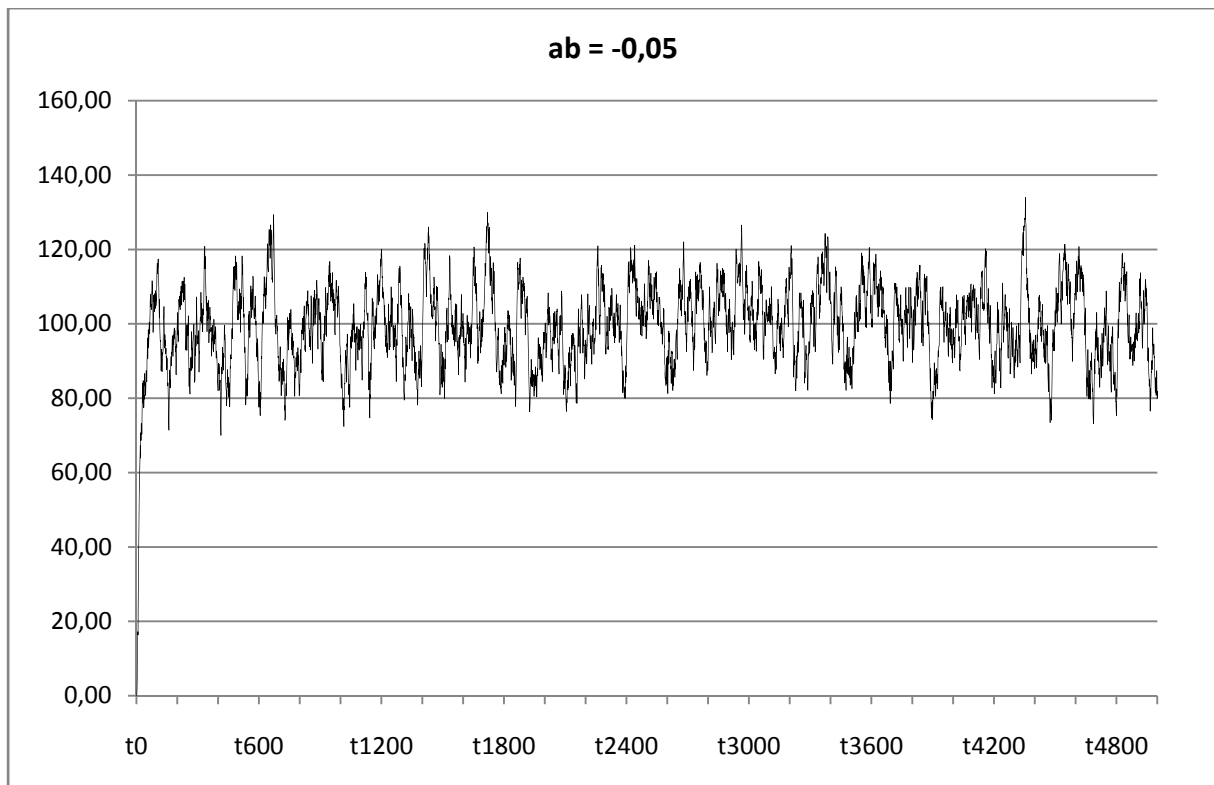


Abbildung 19: Verlauf der Differenzmenge bei positiver Störungsserie in  $t_2, \dots, t_{5000}$  mit gleichverteilten Störungen zwischen 0 und +10 und  $ab = -0,05$ . Quelle: eigene Darstellung.

Die Vermutung über die Gültigkeit von Gleichung 25 ist durch eine Vielzahl von Simulationen erhärtet worden. Hierbei wurde beobachtet, dass der Erwartungswert einer Störungsserie  $E(S_t)$ , dividiert durch das Parameterprodukt  $ab$ , langfristig dem Erwartungswert der Differenzmenge entspricht. Um dies zu zeigen wird im Folgenden der Quotient  $\frac{E(S_t)}{ab}$  mit dem Mittelwert  $\bar{x}_t^d$  verglichen. Dass die Mittelwerte  $\bar{x}_t^d$  ein gutes Maß für den Erwartungswert der Differenzmenge nach einer einseitigen Störungsserie sind, zeigt im Folgenden auch der ADF-Test, der bei allen Störungsserien eine Achsenabschnittstationarität bestätigt. Dies kommt anscheinend auch dadurch zustande, dass sich die Parameterprodukte zum gewählten Lag von Eins im Stabilitätsbereich  $-2 < ab < 0$  befinden.



$S_{min}/S_{max}$	$E(S_t)$	$ab$	$-\frac{E(S_t)}{ab}$	$\bar{x}_t^d$	ADF-Test <sup>7</sup>	
					Absolutgleichung	p-Werte
0/10	5	-0,05	100	99,2	$\Delta x^d = 5,28 - 0,05 x_{t-1}^d$	< 0,01
0/10	5	-0,1	50	49,94	$\Delta x^d = 5,38 - 0,11 x_{t-1}^d$	< 0,01
0/10	5	-0,15	33,33	33,09	$\Delta x^d = 5,06 - 0,15 x_{t-1}^d$	< 0,01
15/24	19,5	-0,005	3900	3743,09	$\Delta x^d = 18,69 - 0,005 x_{t-1}^d$	< 0,01
15/24	19,5	-0,25	78	77,92	$\Delta x^d = 17,27 - 0,22 x_{t-1}^d$	< 0,01
15/24	19,5	-0,05	390	389,1	$\Delta x^d = 16,83 - 0,04 x_{t-1}^d$	< 0,01
-16/-3	-9,5	-0,05	-190	-190,76	$\Delta x^d = -8,73 - 0,05 x_{t-1}^d$	< 0,01
-16/-3	-9,5	-0,45	-21,11	-21,25	$\Delta x^d = -9,19 - 0,43 x_{t-1}^d$	< 0,01
-16/-3	-9,5	-1,25	-7,6	-7,63	$\Delta x^d = -9,71 - 1,28 x_{t-1}^d$	< 0,01
74/75	74,5	-0,05	1490	1484,53	$\Delta x^d = 62,11 - 0,04 x_{t-1}^d$	< 0,01
74/75	74,5	-0,4	186,25	186,17	$\Delta x^d = 33,48 - 0,18 x_{t-1}^d$	< 0,01
74/75	74,5	-0,8	93,13	93,1	$\Delta x^d = 27,93 - 0,3 x_{t-1}^d$	< 0,01
-60/-55	-57,5	-1,15	-50	-49,96	$\Delta x^d = -44,89 - 0,9 x_{t-1}^d$	< 0,01
-60/-55	-57,5	-1,3	-44,23	-44,24	$\Delta x^d = -47,09 - 1,07 x_{t-1}^d$	< 0,01
-60/-55	-57,5	-1,95	-29,49	-29,49	$\Delta x^d = -57,04 - 1,94 x_{t-1}^d$	< 0,01

Tabelle 9: Auswertung verschiedener Störungsserien auf den Mittelwert der Differenzmenge bei einem Lag von 1 und  $t=5000$  Perioden. Quelle: eigene Berechnung.

In Tabelle 9 sind die Ergebnisse der Simulation einseitiger Störungen dargestellt. Hierbei wird deutlich, dass sich der Quotient von  $-\frac{E(S_t)}{ab}$  und der Mittelwert  $\bar{x}_t^d$  sehr stark ähneln. Weiterhin wird deutlich, dass die Ähnlichkeit umso größer wird, je geringer die Störungsvarianz ist und je größer das Parameterprodukt ist (solange es im Stabilitätsbereich liegt). Letztlich wurde auch die Vermutung bestätigt, dass der a-Wert aus dem Globalprozess in etwa mit dem Parameterprodukt aus dem Kernprozess übereinstimmt. Dies ist in Tabelle 9 in der Spalte für den ADF-Test ersichtlich, der bei der Berechnung der Stationarität auf eben jene Schätzgleichung  $\Delta x^d = d + a x_{t-1}^d$  zurückgreift.

<sup>7</sup> Der p-Wert gibt das Signifikanzniveau an, zu dem die Nullhypothese der Nicht-Stationarität (unit root) mit Achsenabschnitt abgelehnt werden kann.

## Fazit

In diesem Beitrag wurde gezeigt, dass die Stabilitätsbereiche der Regelgrößen im M-Prozess abhängig sind von der Länge der Verzögerung einer Preisänderung: Je größer die Verzögerung ist, desto mehr neigen Marktprozesse tendenziell zu einer zeitweiligen Überkompensation einer Störung. Auf dieser Grundlage wurden mit einer Simulation die Stabilitätsgrenzen der Parameterprodukte angenähert, welche die Grenzen der stabilen Produkte in Abhängigkeit von der Länge der Verzögerung angibt. Zudem wurde gezeigt, dass es ein optimales Parameterprodukt gibt, bei dem der Prozess in der Lage ist eine Störung mit minimaler Verlustfläche auszugleichen.

Abschließend wurde noch gezeigt, wie sich Serien von einseitigen Störungen auf die Stabilität des Prozesses auswirken. Hierbei gilt, dass für die Stationarität allein das Parameterprodukt entscheidend ist, dass einseitige Störungsserien aber dazu führen, dass die Prozesse nicht zu Nullstationarität, sondern zu Stationarität um den Erwartungswert  $-\frac{E(S_t)}{ab}$  führen. Störungen mit einem Erwartungswert ungleich Null verschieben also gleichsam die Stationaritätsachse eines Regelkreisprozesses und führen zu dauerhaften Regelabweichungen, die dem Quotienten aus dem Erwartungswert der Störgrößen und dem Absolutwert des Produktes der Rückkopplungsparameter entsprechen.

## Literatur

Blanckenburg, K. v. (2008): "Eine Methode zur Schätzung der Rückkopplungsparameter im Koordinationsmängel-Diagnosekonzept", in: *Beiträge zur angewandten Wirtschaftsforschung, Schriftenreihe des Centrums für angewandte Wirtschaftsforschung Münster (CAWM)*, Nr. 27, S. 1-24.

Grossekettler, H. (1985): "Wettbewerbstheorie - Funktionale Marktprozesse als ordnungspolitische Gestaltungsaufgabe", in: Grossekettler, H./Borchert, M. (Hrsg.): *"Preis- und Wettbewerbstheorie"*, Stuttgart u.a.O., S. 113-335.

Krämer, T. (1991): "Simulation und Funktionsfähigkeitsprüfung verbundener Marktprozesse", Peter Lang, Frankfurt am Main u.a.O.

Rudolph, U. (i.E.): "Simulation der Wechselwirkungen zwischen Märkten mit Hilfe des KMD-Konzepts unter Verwendung von System Dynamics", Kovac, Hamburg.

Schengber, R. A. (1996): "Marktabgrenzung und Machtmessung. Eine Analyse von Methoden und Indikatoren für das Koordinationsmängel-Diagnosekonzept", Lohmar/Köln.

## **Beiträge zur angewandten Wirtschaftsforschung**

1. **Manfred Borchert**  
The Changing Character of the European Banking (November 2003)
2. **Anne Kretschmer**  
Suchmöglichkeiten am Arbeitsmarkt – Zur Bedeutung von Arbeitsvermittlungsorganisationen (Mai 2004)
3. **Ulrich van Suntum**  
Methodische Probleme des Benchmarking - Der Bertelsmann-Benchmarking-Index (Juni 2004)
4. **Mark Trede und Bernd Wilfling**  
Estimating Exchange Rate Dynamics with Diffusion Processes:  
An Application to Greek EMU Data (2004)
5. **Manfred Borchert**  
The Impact of Banking Behaviour on Monetary Strategy (Oktober 2004)
6. **Mark Trede und Cornelia Savu**  
Goodness-of-fit tests for parametric families of Archimedean copulas (Oktober 2004)
7. **Andreas Behr**  
A Rolling MTAR model to test for efficient stock Pricing and asymmetric adjustment (November 2004)
8. **Anne Kretschmer**  
Das australische Arbeitsvermittlungssystem – Vorbild für Deutschland? (Januar 2005)
9. **Robert Vehrkamp und Klaus Hafemann**  
Korruption, Arbeitsmarkt und Beschäftigung – Ergebnisse einer empirischen Analyse für die osteuropäischen Transformationsländer (Mai 2005)
10. **Tholen Eekhoff**  
Combination Versus Competition – The Welfare Trade-offs Revisited (August 2005)
11. **Christian Lorenz**  
Der KMD-Kartellcheck – Marktscreening nach Kartellstrukturen am Beispiel des deutschen Zementmarkts (August 2005)
12. **Holger Bonus und Ivo Bayer**  
Europäische Identität und symbolische Politik (August 2005)
13. **Manfred Borchert**  
The Impact of Banking Behaviour on Monetary Strategy in Europe (revised and extended edition 2005)

14. **Andreas Behr und Ulrich Pötter**  
Downward Wage Rigidity in Europe: A New Flexible Parametric Approach and Empirical Results (November 2005)
15. **Cornelia Savu und Win Lon Ng**  
The ScoD Model – Analyzing Durations with a Semiparametric Copula Approach (April 2006)
16. **Andreas Behr und Ulrich Pötter**  
Analysing wage differences between the USA and Germany using proportional hazards models (April 2006)
17. **Ulrich van Suntum und Karsten Rusche**  
Integrierte Regionalprognose 2020 – Ökonomisch-demographische Perspektiven in Deutschlands Regionen – (Mai 2006)
18. **Mark Wipprich**  
Efficiency and vertical networks: A note on demand uncertainty and separated markets (Dezember 2006)
19. **Ulrich van Suntum und Klaus Hafemann**  
Effizienter Steuerverbund statt korrigierenden Finanzausgleichs – ein Vorschlag zur Neuordnung der Bund-Länder-Einnahmenverteilung (März 2007)
20. **Ulrich van Suntum und Andreas Westermeier**  
Umlegung der Erbschaftsteuer auf die Einkommensteuer (Oktober 2007)
21. **Sebastian Gundel und Heiko Peters**  
Wie gut sind Immigranten in den deutschen Arbeitsmarkt integriert?  
Löhne von Immigranten und Deutschen im Vergleich (November 2007)
22. **Karsten Rusche**  
Bestimmung und Prognose regionaler Wohneigentumsquoten mithilfe eines ökonometrisch-mathematischen Mischverfahrens (Februar 2008)
23. **Korbinian von Blanckenburg**  
Testverfahren zur Beurteilung der Funktionsfähigkeit von Marktprozessen (Juli 2008)
24. **Heinz Grossekketter**  
Marktprozessbedingte Controllingaufgaben im Unternehmen (August 2008)
25. **Alexander Geist, Korbinian von Blanckenburg, Andreas Hadamitzky**  
Die Legitimation des Briefmonopols zur Finanzierung des Universaldienstes im Briefverkehr (September 2008)
26. **Heinz Grossekketter**  
Marktprozessbedingte Controllingaufgaben in Unternehmen, 2., erweiterte Auflage (November 2008)

27. **Korbinian von Blanckenburg**  
Eine Methode zur Schätzung der Rückkopplungsparameter im Koordinationsmängel□  
Diagnosekonzept (November 2008)
28. **Korbinian von Blanckenburg**  
Grenzen der Stabilitätsintervalle für die KMD-Regelprozesse (Dezember 2008)