

Der Open-Access-Publikationsserver der ZBW – Leibniz-Informationzentrum Wirtschaft  
*The Open Access Publication Server of the ZBW – Leibniz Information Centre for Economics*

Ulrich, Volker; Erbsland, Manfred

Working Paper

## Der langfristige Zusammenhang zwischen demographischen und budgetären Variablen

ZEW Discussion Papers, No. 96-09

**Provided in cooperation with:**

Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung (ZEW)

Suggested citation: Ulrich, Volker; Erbsland, Manfred (1996) : Der langfristige Zusammenhang zwischen demographischen und budgetären Variablen, ZEW Discussion Papers, No. 96-09, <http://hdl.handle.net/10419/29358>

**Nutzungsbedingungen:**

Die ZBW räumt Ihnen als Nutzerin/Nutzer das unentgeltliche, räumlich unbeschränkte und zeitlich auf die Dauer des Schutzrechts beschränkte einfache Recht ein, das ausgewählte Werk im Rahmen der unter

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen> nachzulesenden vollständigen Nutzungsbedingungen zu vervielfältigen, mit denen die Nutzerin/der Nutzer sich durch die erste Nutzung einverstanden erklärt.

**Terms of use:**

*The ZBW grants you, the user, the non-exclusive right to use the selected work free of charge, territorially unrestricted and within the time limit of the term of the property rights according to the terms specified at*

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>  
*By the first use of the selected work the user agrees and declares to comply with these terms of use.*

# Discussion Paper

Discussion Paper No. 96-09

## Der langfristige Zusammenhang zwischen demographischen und budgetären Variablen

Volker Ulrich und Manfred Erbsland

24

27. JUNI 1996

W 636 (96.09) m. 85 5/8 JA

# ZEW

Zentrum für Europäische  
Wirtschaftsforschung GmbH

Public Finance and  
Corporate Taxation Series

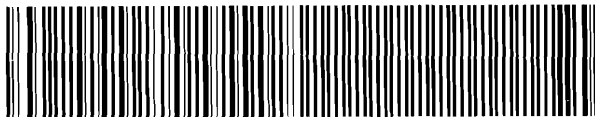
Discussion Paper No. 96-09

**Der langfristige Zusammenhang zwischen  
demographischen und budgetären  
Variablen**

Volker Ulrich und Manfred Erbsland

684 740

W 636 (96.09)



# Der langfristige Zusammenhang zwischen demographischen und budgetären Variablen

von

Volker Ulrich\* und Manfred Erbsland\*\*

*\*Universität Mannheim*

*\*\*Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung (ZEW)*

März 1996

## **Abstract:**

The German population is aging. Since fewer children are born and simultaneously life expectancy rises, demographic changes will lead to a double aging process. The paper analyzes the effects of demographic changes on the public budget by applying a cointegration analysis to global budget variables. Our procedure, which covers the period between 1950 and 1990, adds to prevailing projections, emphasizing that low vital rates are not the problem but their development over time.

The estimation results of several error-correction-models show, that in the long-run an increase in the old age dependency ratio and a decline in the reproduction rate will lead to higher public expenditures. As regards public revenues, the results are ambivalent. The change in the age structures results in higher tax revenues, while the decline of population has the opposite effect. Furthermore, we find empirical evidence that aging increases the debt ratio. Compared to these long-run effects, the short-run dynamics is only of minor importance. Significant parameter estimates can be found mainly in the model for the social security contribution rate. Simulating the development of this rate on basis of an error-correction-model for the next four decades shows, that aging will further increase the tax load ratio and financing pay-as-you-go-systems will become more difficult. Nevertheless, there are a number of instruments the government can take to absorb these negative effects and to limit the burden to future generations.

## 1. Einleitung

Die Bevölkerung in Deutschland altert. Noch zu Beginn des Jahrhunderts ließ sich die Altersstruktur der Bevölkerung als Pyramide darstellen. Gegenwärtig ähnelt die Altersstruktur bereits einem Bevölkerungsbaum, und in den nächsten fünf bis sechs Jahrzehnten wird sich daraus ein Bevölkerungspilz entwickeln (vgl. Sommer 1994, S. 497ff.). Der Alterungsprozeß läßt sich darauf zurückführen, daß die vitalen Ereignisse, die Umfang und Struktur einer Bevölkerung bestimmen, zu gering ausfallen. Zu den vitalen Ereignissen rechnen die Geburten, die Sterbefälle und die Wanderungen. Vor allem die Geburtenzahlen und die Sterbefälle fallen in den nächsten fünf bis sechs Jahrzehnten zu schwach aus, um den Alterungsprozeß aufzuhalten. Da weniger Kinder geboren werden und sich gleichzeitig die Lebenserwartung deutlich erhöht, resultiert ein sogenannter „Double Aging-Prozeß“ (Börsch-Supan 1991, S. 107)<sup>1</sup>. Im Vergleich zu den anderen Industrieländern altert die Bevölkerung in Deutschland relativ stärker. Daher gilt es zu überprüfen, ob der Alterungsprozeß durch internationale Migration, als dritter zentraler Bevölkerungskomponente neben den Geburten und den Sterbefällen, aufgehalten werden kann. Um allerdings eine Verjüngung einer alternden Bevölkerung zu erreichen, müßten die Zuwandernden den größten Teil der Geburten noch vor sich haben, und ihre höhere Reproduktionsrate dürfte sich nicht an das niedrige Niveau der einheimischen Bevölkerung anpassen. Dinkel (1989, S. 310) errechnet in einer Simulation einen Zeitraum von über 300 Jahren, bis die gewünschte vollständige Kompensation eintritt. Auch wenn ein völliger Ausgleich der Aging-Effekte durch Migration nicht möglich erscheint, zeigen Berechnungen von Börsch-Supan (1995, S. 47ff.), daß höhere Wanderungssalden deutliche Entlastungseffekte bewirken, die allerdings davon abhängen, ob die Zuwandernden auf dem Arbeitsmarkt integriert werden können. Der Alterungsprozeß der deutschen Bevölkerung in den nächsten Jahrzehnten ist somit unstrittig, wenn auch über das konkrete Ausmaß,

---

<sup>1</sup> Geburten treten einer Bevölkerung zum Alter Null bei und führen stets zu einer Reduktion des Durchschnittsalters. Ein verjüngender Effekt tritt auch ein, falls die Gestorbenen und die Abwandernden ein im Vergleich zum Durchschnittsalter höheres Alter erreichen bzw. falls die Zuwandernden relativ jung sind.

vor allem durch die schwer zu prognostizierenden Wanderungsbewegungen, noch einige Unsicherheit besteht.

Bei der Analyse von Alterungsprozessen wird allerdings häufig übersehen, daß Aging nicht durch niedrige Fertilitäts- oder Mortalitätsraten hervorgerufen wird (vgl. Ulrich 1995, S. 23). Unabhängig vom Niveau dieser Raten ergibt sich in einer Bevölkerung eine konstante Altersstruktur, solange die demographischen Parameter über eine längere Zeit vorherrschen. Bevölkerungen mit niedrigen Fertilitäts- und Mortalitätsraten sind daher nicht notwendigerweise alternde Bevölkerungen. Auch in diesem Fall führt eine zeitlich invariante Verteilung von Fertilität und Mortalität langfristig zu einer konstanten Altersstruktur, die vom Ausgangszustand unabhängig ist und ausschließlich vom vorherrschenden Fertilitäts- und Mortalitätsregime bestimmt wird<sup>2</sup>. Unter diesem Aspekt sind nicht so sehr die niedrigen gegenwärtigen Raten Besorgniserregend, sondern vielmehr ihre zeitliche Entwicklung, d. h. der langfristige Trend sinkender Fruchtbarkeitsziffern und Mortalitätsraten.

Der Beitrag untersucht anhand von Zeitreihendaten, wie sich die Änderung von Umfang und Struktur der Bevölkerung auf bestimmte Budgetvariablen auswirkt. Im Unterschied zu zahlreichen Projektionen über die budgetären Konsequenzen der zukünftigen demographischen Entwicklung, steht bei der folgenden Kointegrationsanalyse die Bevölkerungsentwicklung in den zurückliegenden vier Jahrzehnten im Mittelpunkt<sup>3</sup>. Die Analyse, die auf der realisierten Entwicklung der demographischen und budgetären Variablen seit 1952 aufbaut, betont, daß Aging nicht so sehr von der gegenwärtigen Höhe der demographischen Variablen abhängt, sondern ein bereits seit mehreren Jahrzehnten wirkendes Phänomen ist und ergänzt somit die Projektionen. Unter methodischen Gesichtspunkten hat die Kointegrationsanalyse einige Vorzüge,

---

<sup>2</sup> Dieses Resultat gilt zunächst für eine geschlossene Gesellschaft, d.h. ohne Migration. Es basiert auf den beiden ergodischen Theoremen der Bevölkerungsdynamik, nach denen Bevölkerungen ihre Geschichte vergessen. Auf lange Sicht bestimmen alleine die herrschenden Fertilitäts- und Mortalitätsraten die Bevölkerungsentwicklung und nicht die momentane demographische Struktur (vgl. Dinkel 1989, S. 128).

<sup>3</sup> Demographische Effekte auf das Budget untersuchen beispielsweise Färber (1988), Felderer (1990), Wolfe (1993) und Boll (1994).

da hier sowohl Variablen eingehen, welche die Altersstruktur bestimmen als auch Variablen, die den Schrumpfungsprozeß der Bevölkerung erfassen<sup>4</sup>. Die übliche Analyse demographischer Veränderungen in neoklassischen Modellen bleibt dagegen auf die Analyse der Bevölkerungswachstumsrate beschränkt und vernachlässigt damit den Altersstruktureffekt, der häufig sogar als der eigentlich interessierende Aging-Effekt angesehen wird (vgl. Börs und von Weizsäcker 1989, S. 346). Weiterhin besteht die Möglichkeit, zwischen der kurzfristigen Anpassung und der langfristigen Gleichgewichtsbeziehung zu differenzieren. Eine solche Unterscheidung erscheint sinnvoll, da sich Aging-Effekte in längeren Übergangsprozessen vollziehen.

Der folgende Abschnitt 2 widmet sich der Beschreibung der demographischen und budgetären Kennziffern seit dem Jahr 1952. Wir erläutern in Abschnitt 3 zentrale Begriffe sowie die Vorgehensweise der Kointegrationsanalyse. In Abschnitt 4 gehen wir auf die Schätzergebnisse ein. Kapitel 5 enthält einige Simulationsergebnisse für die Entwicklung der Sozialabgabenquote, die auf den Schätzergebnissen aus Kapitel 4 aufbauen. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse und gibt einen Ausblick auf die zukünftige Forschung.

## **2. Demographische und budgetäre Kennziffern im Längsschnitt**

Die folgende Analyse untersucht, welche kurz- und langfristigen Beziehungen zwischen bestimmten demographischen und budgetären Variablen bestehen. Den gesellschaftlichen Wandel messen die beiden demographischen Variablen Nettoreproduktionsrate und Alterslastquotient. Die Nettoreproduktionsrate gibt das Ausmaß an, mit dem eine Töchtergeneration ihre Müttergeneration ersetzt. Sie informiert somit darüber, ob die Bevölkerung wächst, stagniert oder schrumpft. Ein Wert von Eins reproduziert exakt die vorherige Generation, d.h. es wird genau die zur Bestandserhaltung erforderliche Anzahl Mädchen geboren. Da Mädchen bzw. Frauen zwischen ihrer

---

<sup>4</sup> Auch wenn bereits die Bedeutung von Wanderungen hervorgehoben wurde, bleiben Wanderungen im folgenden unberücksichtigt. Die Zeitreihe der Wanderungssalden besitzt einen anderen Integrationsgrad als die übrigen Zeitreihen und scheidet daher für die folgende Analyse aus. Vgl. hierzu Abschnitt 3.

eigenen Geburt und der Geburt ihrer Kinder sterben können, erfordert eine Reproduktionsrate von Eins, daß eine Frau im Durchschnitt etwas mehr als eine Tochter zur Welt bringt<sup>5</sup>. Bei einer gegebenen Sterberate und unverändertem Wanderungssaldo führt ein Zu- bzw. Abnahme der Nettoerproduktionsrate zwangsläufig zu einem sinkenden bzw. steigenden Durchschnittsalter der Bevölkerung (vgl. Coale 1972, S. 117ff., Keyfitz 1985, S. 243ff.). Abbildung 1 illustriert die zeitliche Entwicklung der Nettoerproduktionsrate (NRR) ab 1952. Im Rahmen des Allgemeinen Statistischen Informationssystems des Bundes (STATIS-BUND) veröffentlicht das Statistische Bundesamt die entsprechende Zeitreihe. Die Analyse erstreckt sich auf die alten Bundesländer bis zum Jahr 1989 und klammert den Strukturbruch aus, der sich durch die Wiedervereinigung ergeben hat. Die geschilderte Entwicklung wird durch die Wiedervereinigung allerdings nicht grundsätzlich verändert. Nahezu alle Bevölkerungsprognosen unterstellen, daß die ostdeutsche Bevölkerung bereits mittelfristig das westdeutsche generative Verhalten annimmt (vgl. Sommer 1994, S. 498ff.).

Bis Mitte der 60er Jahre steigt die Nettoerproduktionsrate auf einen Wert von 1,2 an, danach zeigt sich ein kontinuierlich fallender Kurvenverlauf, der erst bei einem Wert von 0,6 zum Stillstand kommt. Eine leichte Erholung zeichnet sich für die Jahre nach 1985 ab. Zur Bestandserhaltung der Bevölkerung ist eine Nettoerproduktionsrate in Höhe von Eins erforderlich. In der Grafik finden sich lediglich für die Jahre zwischen 1955 und 1970 höhere Werte, in allen anderen Jahren wird das zur Bestandserhaltung erforderliche Niveau nicht erreicht. Nach dem Ende der Babyboom-Jahre sinkt die Nettoerproduktionsrate stark ab und weist in dem Zeitraum zwischen 1978 und 1985 zwei relative Minima auf. Die Höhe der Rate des Jahres 1990 mit einem Wert von 0,67 deutet darauf hin, daß 33 Prozent weniger Töchter geboren werden als zur Bestandserhaltung nötig wären. Dieser niedrige Wert impliziert, daß die langfristige

---

<sup>5</sup> Im Unterschied zur Nettoerproduktionsrate berücksichtigt die zusammengefaßte Geburtenziffer nicht den Einfluß der Sterblichkeit auf die Dauer der Fruchtbarkeitsperiode. Sie informiert darüber, wie viele Kinder 1000 Frauen unter 50 Jahren in ihrem Leben zur Welt bringen würden, wenn sich die Geburtenhäufigkeit des Beobachtungszeitraums nicht verändern und keine Frau vorzeitig sterben würde. Berücksichtigt man bei der Nettoerproduktionsrate auch die Knaben- geburten, ist zur Bestandserhaltung entsprechend eine Rate von 2,2 erforderlich (vgl. Bretz 1986, S. 236ff.).



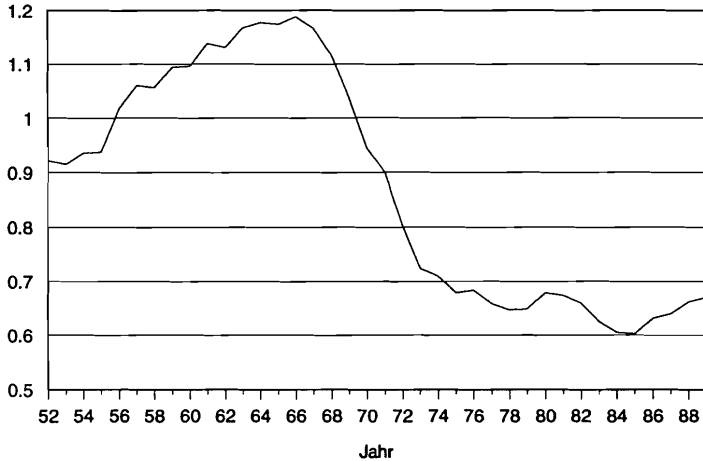
Entwicklung in Deutschland nicht auf Wachstum oder Stagnation hinausläuft, sondern vielmehr auf ein Schrumpfen der Bevölkerung, falls die heute gemessenen Werte auch in Zukunft Bestand haben. Im Unterschied zur Nettoreproduktionsrate informiert der Alterslastquotient über die Veränderung der Altersstruktur, die im wesentlichen von der steigenden Lebenserwartung geprägt wird. Das demographische Altern einer Bevölkerung zeigt sich hier vor allem in einer zunehmenden Verlagerung von Bevölkerungsanteilen in höhere Altersklassen. Es erscheint daher naheliegend, zur Charakterisierung des Alterungsprozesses auch auf die Veränderung in der Zusammensetzung von Altersklassen abzustellen (vgl. Ulrich 1995, S. 22). Eine typische Definition hierfür stellt der sogenannte Alten- bzw. Alterslastquotient dar, der die alten Bevölkerungsgruppen in Relation zur reproduktiven Bevölkerung setzt<sup>6</sup>. Demographisches Altern läßt sich in diesem Zusammenhang kennzeichnen durch ein Ansteigen des Altenquotienten. Die folgende Abbildung 2 zeigt die Entwicklung des Alterslastquotienten (ALQ) zwischen 1952 und 1989<sup>7</sup>. Die Alterslast steigt ab dem Zeitpunkt 1952 kontinuierlich an und erreicht Mitte der 70er Jahre ein relatives Maximum bei einem Wert von etwa 45 Prozent. In diesem Zeitraum treten die geburtenstarken Jahrgänge ab den 50er Jahren erstmals in der Nennergröße des Alterslastquotienten auf und senken den Wert des Quotienten ab. In den 80er Jahren pendelt sich der Wert des Alterslastquotienten bei 42 Prozent ein, was einen Anstieg von etwa 40 Prozent gegenüber dem Wert des Jahres 1952 bedeutet. Im Vergleich dazu fällt der erwartete Anstieg in den kommenden vier Jahrzehnten fast doppelt so hoch aus. Nach der mittleren Variante der Vorausschätzung des Statistischen Bundesamts erreicht der Alterslastquotient, in der hier gewählten Abgrenzung, im Jahr 2040 den Wert 75 Prozent.

---

<sup>6</sup> Der Alterslastquotient ist in der folgenden Analyse definiert als Anteil der über 60jährigen in Relation zu den 25- bis unter 60jährigen. Das formale Argument für diese Abgrenzung lautet, daß in dieser Abgrenzung die Zeitreihe integriert vom Grad Eins ist. Das 25. Lebensjahr läßt sich als untere Grenze rechtfertigen, wenn man berücksichtigt, daß in den letzten Jahrzehnten die Ausbildungszeiten länger geworden sind. Viele Maße betonen neben der demographischen die ökonomische Abhängigkeitsstruktur und setzen die alten bzw. die jungen Bevölkerungsgruppen in Relation zur erwerbstätigen Bevölkerung. Diese Maße informieren vor allem über die Belastungen, die auf die Erwerbstätigen durch die umlagefinanzierten Sozialsysteme zukommen.

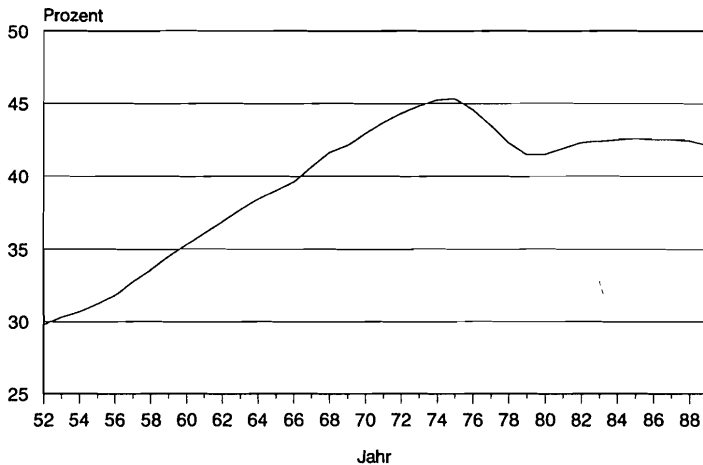
<sup>7</sup> In die späteren Berechnungen fließen nur die Werte ab dem Jahr 1954 ein, da die ersten beiden Jahre aufgrund von Differenzenbildungen verloren gehen.

**Abbildung 1: Netto reproduktionsrate (NRR) in Prozent 1952-1989**



Quelle: Zusammengestellt und errechnet aus: Statistisches Bundesamt (1994).

**Abbildung 2: Alterslastquotient (ALQ) in Prozent 1952-1989**



Quelle: Zusammengestellt und errechnet aus: Statistisches Bundesamt (1994).

Neben den beiden demographischen Variablen Netto reproduktionsrate und Alterslastquotient gehen die folgenden fünf globalen Budgetvariablen in die Analyse ein, die

alle in Prozent des Bruttoinlandsprodukts gemessen werden: die Ausgabenquote (AUQ), die Verschuldungsquote (VQ), die Steuerquote (STQ), die Abgabenquote (ABQ) und die Sozialabgabenquote (SAQ)<sup>8</sup>.

Die Ausgabenquote ist definiert als Ausgaben der Gebietskörperschaften in Relation zum Bruttoinlandsprodukt<sup>9</sup>. Ihre zeitliche Entwicklung weist einen starken positiven Trend auf (vgl. Abbildung A1 im Anhang). In dem Verlauf der Zeitreihe spiegeln sich die zentralen wirtschafts- und finanzpolitischen Entscheidungen in der Bundesrepublik in den vergangenen vier Jahrzehnten wider. Hohe Ausgabenquoten treten zum Zeitpunkt der zwei Ölkrise Mitte der 70er Jahre und zu Beginn der 80er Jahre auf, wobei der Ausgabenanstieg zu Beginn der 70er Jahre stärker ausfällt. Die Konsolidierungsbemühungen und das überdurchschnittliche Wachstum des Bruttoinlandsprodukts nach dem Jahr 1982 führten zu einem Rückgang der Ausgabenquote, die im Jahr 1989 etwa 30 Prozent des Bruttoinlandsprodukts ausmacht. Auch die Verschuldungsquote nahm seit 1952 deutlich zu (vgl. Abbildung A2 im Anhang). Der Anteil des Schuldenstands der Gebietskörperschaften am Bruttoinlandsprodukt erhöhte sich in den vergangenen 40 Jahren von 18 Prozent auf 42 Prozent. Bis Mitte der 70er Jahre verlief die Schuldenquote relativ gleichmäßig. Mit dem Beginn der ersten Ölkrise im Jahr 1975 stieg die Verschuldungsquote dann aber stark an. Der Anstieg der Verschuldungsquote ab dem Jahr 1975 ließ sich noch stabilitätspolitisch motivieren, diese Begründung gilt jedoch nicht mehr für den fortgesetzten Anstieg dieser Quote in die 80er Jahre hinein. Das hohe Wachstum des Sozialprodukts und die Konsolidierungsanstrengungen gegen Ende der 80er Jahre führten dazu, daß die Verschuldungsquote nicht weiter anstieg und bei etwa 42 Prozent des Bruttoinlandsprodukts verharrte. Eine differenzierte Entwicklung verzeichnet die Steuerquote der Gebietskörperschaften. Zwar weist auch die zeitliche Entwicklung der Steuerquote einen leicht positiven Trend auf, insgesamt verläuft sie zwischen 1952 und 1990 aber erstaunlich stabil (vgl.

---

<sup>8</sup> Die Datenbasis entstammt ebenfalls dem STATIS-BUND und den Einnahmen- und Ausgabenrechnungen des Staates in den Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnungen (vgl. Statistisches Bundesamt 1991).

<sup>9</sup> Eine ausführliche Interpretation findet sich bei Ulrich 1995, S. 140ff.

Abbildung A3 im Anhang). Diese Entwicklung läßt sich zum einen darauf zurückführen, daß die Aufkommenselastizität des Steuersystems über den gesamten Zeitraum hinweg nicht wesentlich von Eins abweicht. Darin spiegeln sich auch zahlreiche diskretionäre Eingriffe der Gebietskörperschaften wieder, die versuchten die Auswirkungen der sogenannten kalten Progression abzuschwächen. Die Abgabenquote setzt sich zusammen aus der Steuer- und der Sozialabgabenquote. Bei einer im wesentlichen unveränderten Steuerquote läßt sich der Anstieg der Abgabenquote auf das Wachstum der Sozialabgaben zurückführen. Innerhalb von vier Jahrzehnten erhöhte sich die Abgabenquote von 32 Prozent auf über 42 Prozent (vgl. Abbildung A4 im Anhang). Die relative Ausdehnung der Sozialausgaben von 8 Prozent im Jahr 1952 auf 17 Prozent im Jahr 1989 prägt diese Entwicklung bei den Gesamtabgaben (vgl. Abbildung A5 im Anhang).

### **3. Kointegration und Fehler-Korrektur-Modell**

#### **3.1 Kointegrationsbegriff**

Der Begriff der Kointegration knüpft unmittelbar an den Eigenschaften von Zeitreihen an. Zahlreiche Zeitreihen sind nichtstationär, sie weisen einen Trend auf. Dennoch entwickeln sich die Variablen langfristig nicht auseinander, sondern sie "trenden" parallel, so daß eine bestimmte Linearkombination dieser Variablen stationär ist. Kointegration bedeutet, daß es zwischen den nichtstationären Variablen eine Linearkombination gibt, die stationär ist, so daß sich der langfristige Zusammenhang zwischen kointegrierten Variablen konsistent schätzen läßt. In diesem Fall lassen sich die Variablen in einem sogenannten Fehler-Korrektur-Modell darstellen, das zwischen kurzfristiger Dynamik und langfristigem Verhalten diskriminiert. Die Analyse budgetärer und demographischer Variablen in einem Fehler-Korrektur-Ansatz ermöglicht es zu untersuchen, wie sich die kurzfristige Anpassung zwischen den betrachteten demographischen und budgetären Variablen vollzieht und ob eine langfristige Gleichgewichtsbeziehung zwischen der Nettoerproduktionsrate bzw. dem Alterslastquotien-

ten und den Budgetvariablen besteht<sup>10</sup>. Zur Präzisierung dieses Sachverhalts bezeichnet man eine Zeitreihe integriert vom Grade 1, wenn sie nichtstationär ist, ihre erste Differenz dagegen die Eigenschaft der Stationarität aufweist. Dies ist gleichbedeutend damit, daß die autoregressive Beziehung der Zeitreihe eine Wurzel von Eins enthält. Eine solche "unit root" hat zur Folge, daß es zu einer unendlichen Aufsummierung (Integration) vergangener Störgrößen mit nicht abnehmenden Gewichten kommt, so daß I(1)-Prozesse langfristig kaum prognostizierbar sind, da ihre Varianz unbeschränkt wächst<sup>11</sup>. Da Schätzungen mit solchen Variablen die Voraussetzungen der Stationarität des klassischen Regressionsmodells verletzen, treten sehr leicht Scheinkorrelationen auf, wenn man mit den Niveaus dieser Variablen arbeitet<sup>12</sup>. Geht man zur Lösung dieses Problems zu Regressionen in den ersten Differenzen über, so ist zu beachten, daß diese Transformation den Charakter des Störprozesses erheblich ändert (vgl. Wolters 1990, S. 158) und Abhängigkeiten zwischen den Niveaus der Variablen verlorengehen. Der Kointegrationsbegriff beschreibt nun die notwendigen Bedingungen, damit Regressionen in den Niveauebenen nichtstationärer Variablen zu konsistenten Schätzungen führen (vgl. Granger 1986, Engle und Granger 1987):

$x_t$  sei ein Vektor, dessen Komponenten  $x_{1t}$ ,  $x_{2t}$  und  $x_{3t}$  alle integriert von der Ordnung Eins sind. Die Variablen  $x_{1t}$ ,  $x_{2t}$  und  $x_{3t}$  heißen kointegriert, wenn (mindestens) ein Parametervektor  $\lambda \neq 0$  existiert, so daß gilt:

$$(1) \quad z_t = \lambda' x_t \sim I(0)$$

<sup>10</sup> Eine Analyse des Zusammenhangs zwischen Aging und dem Arbeitsmarkt mit Hilfe der Kointegrationsanalyse findet sich bei Zimmermann (1991, S. 177ff.). Die zeitliche Kausalität zwischen öffentlichen Einnahmen und Ausgaben untersucht Welzel (1994, S. 49ff.). Für einige makroökonomische Implikationen vgl. Erbsland und Ulrich (1992, S. 534ff.).

<sup>11</sup> Das einfachste Beispiel für einen nichtstationären Prozeß, dessen Varianz proportional zum Stichprobenumfang wächst, ist der random walk:  $x_t = x_{t-1} + \epsilon_t$  mit  $\text{var}(x_t) = \sigma^2(\epsilon)t$  und  $\epsilon_t$  als reiner stationärer Zufallsprozeß. Durch Bildung der ersten Differenz wird der Prozeß stationär:  $\Delta x_t = x_t - x_{t-1} = \epsilon_t$ .

<sup>12</sup> Die Scheinkorrelationen oder "spurious regressions" entstehen dadurch, daß die trendbehaftete Zeitreihe eine im Zeitablauf steigende empirische Varianz aufweist, wodurch der Autokorrelationskoeffizient der Residuen gegen Eins geht (vgl. Granger und Newbold 1974).

$\lambda$  stellt dabei den Kointegrationsvektor dar. Die Kointegrationseigenschaft verlangt, daß die drei  $I(1)$ -Größen  $x_{1t}$ ,  $x_{2t}$  und  $x_{3t}$  in der Lage sein müssen, eine  $I(0)$ -Variable zu erklären. Dieses ist nicht selbstverständlich, denn normalerweise sind Linearkombinationen von  $I(1)$ -Variablen wiederum  $I(1)$  (vgl. Wolters 1990, S. 159). Im Rahmen der Ökonomie ist dieser Sachverhalt von besonderem Interesse, da bei Vorliegen von Kointegration die Beziehung zwischen den Niveaufwerten der Größen  $x_{it}$  langfristig stabil ist, denn die Abweichungen  $z_t$  von einer Gleichgewichtssituation  $\lambda'x_t=0$  sind eine Größenordnung geringer als die Niveaufwerte selbst. Soll nicht nur die langfristige Beziehung geschätzt werden, sondern auch die kurzfristige Anpassung an das Gleichgewicht, bietet sich beispielsweise die folgende dynamische Regression in den Niveaus der Variablen an, die als sogenanntes Fehler-Korrektur-Modell reparametrisiert werden kann:

$$(2) \quad \begin{aligned} x_{1t} = & a_0 + a_1 x_{1,t-1} + a_2 x_{1,t-2} + b_0 x_{2t} + b_1 x_{2,t-1} + b_2 x_{2,t-2} \\ & c_0 x_{3t} + c_1 x_{3,t-1} + c_2 x_{3,t-2} + \varepsilon_{1t} \end{aligned}$$

wobei  $\varepsilon_{1t}$  einem reinen Zufallsprozeß entspricht.<sup>13</sup> Die Darstellung des Fehler-Korrektur-Modells lautet:

$$(3) \quad \begin{aligned} \Delta x_{1t} = & \alpha_0 + \alpha_1 \Delta x_{1,t-1} + \beta_0 \Delta x_{2t} + \beta_1 \Delta x_{2,t-1} + \gamma_0 \Delta x_{3t} + \gamma_1 \Delta x_{3,t-1} \\ & + \delta_1 (x_{1,t-1} - \lambda_2 x_{2,t-1} - \lambda_3 x_{3,t-1}) + \varepsilon_{1t}, \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= a_0, & \beta_1 &= -b_2, & \delta_1 &= -(1 - a_1 - a_2), \\ \alpha_1 &= -a_2, & \gamma_0 &= c_0, & \lambda_2 &= -\frac{(b_0 + b_1 + b_2)}{\delta_1}, \\ \beta_0 &= b_0, & \gamma_1 &= -c_2, & \lambda_3 &= -\frac{(c_0 + c_1 + c_2)}{\delta_1}. \end{aligned}$$

In Gleichung (3) erscheinen die langfristigen Multiplikatoren  $(\lambda_2, \lambda_3)$  unmittelbar als Parameter des Fehler-Korrektur-Modells.

<sup>13</sup> Die Lag-Ordnung wird dabei so gewählt, daß  $\varepsilon_{1t}$  empirisch einen reinen Zufallsprozeß bildet, was in Gleichung (2) bei der Lag-Ordnung 2 zutreffen soll.

## 3.2 Ökonometrische Vorgehensweise

### 3.2.1 Schätzung eines vektorautoregressiven Prozesses

Die ökonometrische Vorgehensweise setzt unmittelbar an dem Beispiel aus Gleichung (2) an. Das Grundmodell der Kointegrationsanalyse geht von einem  $p$ -dimensionalen vektorautoregressiven Prozeß (VAR-Prozeß) aus (vgl. Johansen 1988, S. 232, Johansen und Juselius 1990, S. 170):

$$(4) \quad x_t = A_1 x_{t-1} + A_2 x_{t-2} + \dots + A_k x_{t-k} + c + \varepsilon_t, \quad t=1, \dots, T,$$

wobei  $x_t$  ein  $(p \times 1)$ -Vektor mit stochastischen Variablen darstellt, die Vektoren  $x_{t-k}, \dots, x_0$  sind dagegen vorherbestimmt,  $c$  ist eine Konstante und für  $\varepsilon_t$  wird unterstellt, daß die Störterme unabhängig und identisch normalverteilt ( $N_p(0, \Sigma)$ ) sind. Im folgenden wird angenommen, daß der Vektor  $x_t \sim I(1)$  ist. Gleichung (4) läßt sich in Analogie zu Gleichung (2) in eine Form überführen, in der  $\Delta x_t$  durch verzögerte Differenzen und verzögerte Niveauewerte erklärt wird (vgl. Lütkepohl 1991, S. 356):

$$(5) \quad \Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta x_{t-k+1} + c + \varepsilon_t, \quad t=1, \dots, T.$$

Beziehung (5) bildet die Fehler-Korrektur-Darstellung des VAR-Prozesses. Falls in Gleichung (4)  $x_t \sim I(1)$  und damit nichtstationär ist, kann die Matrix  $\Pi$  in Gleichung (5) keinen vollen Rang besitzen. Aus  $x_t \sim I(1)$  folgt nämlich  $\Delta x_t \sim I(0)$  und auch  $\varepsilon_t$  ist annahmegemäß eine  $I(0)$ -Variable. Hätte  $\Pi$  vollen Rang, könnte man Gleichung (5) nach  $x_{t-1}$  auflösen und somit eine  $I(1)$ -Variable ausschließlich durch eine endliche Anzahl von  $I(0)$ -Variablen erklären, was nicht möglich ist. Wenn in der vektorautoregressiven Darstellung in (4)  $r$  Einheitswurzeln auftreten, impliziert dies für die Matrix  $\Pi$  in Gleichung (5), daß  $r$  Wurzeln der charakteristischen Gleichung gleich Null sind<sup>14</sup>. Die Kointegrationshypothese läßt sich daher auch als Hypothese über den reduzierten Rang der  $\Pi$ -Matrix formulieren. Die Hypothese, daß das Modell  $r$  Kointegrationsvektoren enthält, ergibt sich dann als:

---

<sup>14</sup> Wenn man von Gleichung (5) ausgeht und auf beiden Seiten  $x_{t-1}$  addiert, erhält man:  $x_t = A x_{t-1} + \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta x_{t-k+1} + c + \varepsilon_t$ . Das Modell ist nicht stationär, wenn in  $A$  Einheitswurzeln auftreten. Da  $\Pi = (A - I)$ , entsprechen den Einheitswurzeln in  $A$  die Null-Wurzeln in  $\Pi$ .

$$(6) \quad H_0(r) : \Pi = \alpha \lambda',$$

Zur Bildung stationärer Variablen, die einer Schätzung zugrunde liegen, bleiben die Null-Wurzeln in  $\Pi$  unberücksichtigt. In Gleichung (6) gehen lediglich die von Null verschiedenen Wurzeln ein, die in der Zerlegung  $\alpha \lambda'$  enthalten sind. Dadurch kann  $\Pi x_{t-1}$  in Gleichung (5) durch die  $r$  kanonischen Variablen  $\alpha \lambda' x_{t-1}$  oder  $\alpha z_{t-1}$  ersetzt werden. Der Vektor  $\lambda$  enthält die Kointegrationsvektoren, die zur Bildung stationärer Größen verwendet werden.

### 3.2.2 Das Verfahren von Johansen

Die Schätzung der Kointegrationsvektoren  $\lambda$  erfolgt nach dem Johansen-Verfahren (vgl. Johansen 1988, Johansen und Juselius 1990). Die Maximum-Likelihood-Schätzung des Modells in Gleichung (5) läuft auf die Lösung eines Eigenwertproblems hinaus und liefert als Ergebnis eine Schätzung der Kointegrationsvektoren  $\hat{\lambda}$  und des Parametervektors  $\hat{\alpha}$ . Die  $r$  Kointegrationsvektoren entsprechen dabei den Eigenvektoren der  $r$  größten Eigenwerte von  $\Pi$  (vgl. Johansen und Juselius 1990, S. 177). Ein zentraler Vorteil dieser Vorgehensweise besteht darin, daß nicht vorausgesetzt werden muß, daß genau ein kointegrierender Vektor existiert, sondern daß über die Anzahl  $r$  der Kointegrationsvektoren ein Likelihood-Ratio-Test durchgeführt werden kann.<sup>15</sup> Ein Vergleich des Maximums der Likelihoodfunktion unter der Restriktion von  $r$  kointegrierenden Vektoren mit dem unrestringierten Maximum liefert das folgende Likelihood-Verhältnis, das dem entsprechenden Test zugrunde liegt:

$$(7) \quad LR = \frac{P}{\prod_{i=r+1}^T (1 - \hat{\mu}_i)}^2.$$

Bei Gültigkeit der Null-Hypothese streben die in Gleichung (7) eingehenden kleinsten Eigenwerte gegen Null, da der Rang der Matrix  $\Pi$  gleich der Anzahl der von Null verschiedenen Eigenwerte ist. Das Likelihood-Verhältnis in Beziehung (7) strebt entsprechend gegen Eins. Johansen (1988 und gemeinsam mit Juselius 1990) hat die in

<sup>15</sup> Die Verfahren von Engle und Granger (1987) oder von Stock (1987) setzen bei der Schätzung voraus, daß nur ein Kointegrationsvektor existiert.



Gleichung (8) dargestellte Teststatistik hergeleitet und vertafelt, die als Spurttest bezeichnet wird:

$$(8) \quad -2 \ln LR = -T \sum_{i=r+1}^P \ln(1 - \hat{\mu}_i).$$

Die Null-Hypothese, daß  $r$  Kointegrationsvektoren vorliegen, wird verworfen, wenn die in Gleichung (8) eingehenden kleinsten Eigenwerte groß genug sind, und die Prüfgröße den kritischen Wert überschreitet. Eine alternative Teststatistik, die sogenannte maximale Eigenwert-Statistik vergleicht die Hypothesen  $H_0(r-1)$  gegen  $H_1(r)$ , d. h. es wird das Vorliegen von  $r-1$  gegenüber  $r$  Kointegrationsvektoren getestet:

$$(9) \quad -2 \ln LR = -T \ln(1 - \hat{\mu}_r).$$

Die geschätzten Kointegrationsvektoren dienen anschließend der Bildung der stationären Variablen ( $z_t$ ) im Fehler-Korrektur-Modell in Gleichung (5), dessen Koeffizienten  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_{k-1}$  sodann geschätzt werden können.

## 4. Schätzergebnisse

### 4.1 Test auf Kointegration

Zunächst erfolgt die Analyse des Integrationsgrads der einzelnen Zeitreihen. Dazu untersuchen wir die einzelnen Zeitreihen auf das Vorliegen von möglichen Instationaritäten in Form von Einheitswurzeln mit Hilfe des Augmented-Dickey-Fuller Tests (ADF) (vgl. Fuller 1976, Dickey und Fuller 1979). Man überprüft mit Hilfe der folgenden Regression

$$(4.1) \quad \Delta X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_{2i} \Delta X_{t-i} + \gamma_0 T + u_t,$$

ob eine Einheitswurzel (unit root) in der autoregressiven Darstellung der Zeitreihe  $X_t$  vorliegt, d.h.  $\alpha_1$  den Wert 0 besitzt. Der Test wird sowohl ohne ( $\gamma_0 = 0$ ) als auch mit deterministischem Trend ( $\gamma_0 \neq 0$ ) durchgeführt, um zu überprüfen, ob in einzelnen

Zeitreihen für die demographischen und budgetären Variablen neben dem stochastischen Trend auch ein deterministischer (Wachstums-) Trend vorliegt.

Der ADF-Test stützt die These, daß alle sieben Zeitreihen integriert vom Grade Eins sind.<sup>16</sup> Im nächsten Schritt untersuchen wir, ob die Budgetvariablen mit den demographischen Variablen Nettoreproduktionsrate und Alterslastquotient kointegriert sind, d.h. ob eine langfristige Gleichgewichtsbeziehung zwischen den jeweiligen Zeitreihen existiert.<sup>17</sup> Insgesamt werden fünf Modelle untersucht: für die öffentlichen Einnahmen und Ausgaben, die Verschuldung, die Sozialabgaben und die Gesamtabgaben. Jedes Modell besteht aus drei Zeitreihen, nämlich jeweils einer der fünf Budgetgrößen und den beiden demographischen Variablen Nettoreproduktionsrate und Alterslastquotient. Bei drei Zeitreihen, die alle integriert vom Grad Eins sind, können bis zu zwei Kointegrationsvektoren vorliegen. Die Ermittlung der Anzahl der Kointegrationsvektoren erfolgt mit dem Verfahren von Johansen (vgl. Abschnitt 3.2.2). Ein zentraler Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß nicht vorausgesetzt werden muß, daß genau ein kointegrierender Vektor existiert, sondern daß über die Anzahl der Kointegrationsvektoren ein Likelihood-Ratio-Test durchgeführt werden kann. Der Likelihood-Ratio-Test schließt dabei auch den Test auf Kointegration ein.<sup>18</sup>

Tabelle 1 zeigt die Eigenwerte und die dazugehörigen normierten Eigenvektoren der fünf untersuchten Modelle. Um die Anzahl der Kointegrationsvektoren in den einzel-

---

<sup>16</sup> Eine ausführliche Beschreibung der Testergebnisse findet sich in Ulrich (1995, S. 157) und in Tabelle A1 im Anhang.

<sup>17</sup> Bei der Analyse von Quoten stellt sich die Frage, inwieweit es überhaupt möglich ist, daß Quoten überhaupt auseinanderlaufen. Falls es sich nicht um eine echte Quote handelt, wie beispielsweise bei der Verschuldungsquote, tritt das Problem nicht auf, da unechte Quoten nicht nach oben beschränkt sind. Echte Quoten sind dagegen auf das Intervall zwischen Null und Eins beschränkt. Aber auch für diesen Fall läßt sich zeigen, daß eine logistische Transformation diese Beschränkung aufhebt, ohne an der Kointegrationseigenschaft etwas zu ändern (vgl. Allen 1994, S. 15). Um diesen Aspekt hervorzuheben interpretiert Zimmermann (1991, S. 188) im Rahmen einer Analyse mit Arbeitslosenquoten die Kointegrationsbeziehung als eine lokale Beziehung.

<sup>18</sup> Weist der Test bei drei Zeitreihen auf das Vorliegen von drei Kointegrationsbeziehungen hin, so sind die Zeitreihen stationär, d.h. sie verlaufen langfristig ohne (stochastischen) Trend (vgl. Johansen 1994, S. 207).

nen Modellen zu bestimmen, werden in einem nächsten Schritt die ermittelten Eigenwerte aus Tabelle 1 in die Teststatistiken der Gleichungen (8) und (9) eingesetzt.

Tabelle 2 enthält die resultierenden Werte der Teststatistiken zur Ermittlung der Anzahl der Kointegrationsvektoren. Gemäß der Spurstatistik (vgl. Gleichung 8) kann die Hypothese, daß die demographischen und die budgetären Größen nicht kointegriert sind ( $r = 0$ ), in allen fünf Modellen auf dem 5 Prozent-Signifikanzniveau abgelehnt werden<sup>19</sup>. Nachdem verworfen wurde, daß keine Integrationsbeziehung vorliegt, geht es im nächsten Schritt um die Ermittlung der Zahl der Kointegrationsvektoren. Die Hypothese, daß höchstens ein Kointegrationsvektor vorliegt kann für vier Modelle (AUQ, VQ, ABQ und SAQ) sowohl nach der Spurstatistik als auch nach der maximalen Eigenwertstatistik nicht verworfen werden (vgl. Tabelle 2). Da hier mindestens ein Kointegrationsvektor, gleichzeitig aber auch höchstens ein Kointegrationsvektor vorliegt, gilt in diesen Modellen, daß genau eine kointegrierende Beziehung besteht. Lediglich für das Modell mit der Steuerquote kann die Hypothese, daß höchstens ein Kointegrationsvektor vorliegt, verworfen werden. Hier zeigen die Teststatistiken in

<sup>19</sup> Zur Beurteilung der Signifikanz werden die Tabelle B.3 aus Hansen und Juselius (1995, S. 81) bzw. die Tabelle A2 aus Johansen und Juselius (1990, S. 208) herangezogen. Zu eventuellen Korrekturen der kritischen Werte der Teststatistik bzw. zu einer Modifikation der Teststatistik bei kleinen Stichproben siehe Cheung und Lai (1993) bzw. Reimers (1991).

Unsere Vorgehensweise bei der Berechnung der Teststatistik läßt sich am folgenden Beispiel verdeutlichen: Für die Hypothese  $r = 0$  berechnet sich der Wert der Spurstatistik im Modell mit der Ausgabenquote wie folgt:

$$-36 \sum_{i=1}^3 \ln(1 - \hat{\mu}_i) = -36[\ln(1 - 0,4244) + \ln(1 - 0,2066) + \ln(1 - 0,0940)] = 31,77.$$

Dieser Wert ist größer als 29,38 (vgl. Hansen und Juselius 1995, Tabelle B.3) bzw. 31,26 (vgl. Johansen und Juselius 1990, Tabelle A2) so daß die Hypothese, daß keine Kointegration vorliegt ( $r = 0$ ), auf dem 5 Prozent-Signifikanzniveau abgelehnt werden kann. Dies bedeutet, daß mindestens ein Kointegrationsvektor vorliegt.

Für die Hypothese, daß mindestens ein Kointegrationsvektor vorliegt ( $r \leq 1$ ) lautet der Wert der Spurstatistik:

$$-36 \sum_{j=r+1}^3 \ln(1 - \hat{\mu}_j) = -36[\ln(1 - 0,2066) + \ln(1 - 0,0940)] = 11,8841.$$

Die Hypothese  $r \leq 1$  läßt sich auf dem 5 Prozent-Niveau nicht ablehnen, da der kritische Wert bei 15,34 bzw. 17,84 liegt. Da wir wissen, daß  $r = 0$  verworfen werden kann, gilt somit  $r = 1$ . Es existiert somit genau ein Kointegrationsvektor.

**Tabelle 1: Eigenwerte und normierte Eigenvektoren der untersuchten fünf Modelle<sup>1)</sup>**

Modell: AUQ, NRR und ALQ			
Variable	Eigenwerte		
	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$
	0,4244	0,2066	0,0940
	Eigenvektoren		
	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$
	1,000	1,000	1,000
	AUQ	-0,993	-0,235
ALQ	2,595	6,713	124,185
NRR			
Modell: VQ, NRR und ALQ			
Variable	Eigenwerte		
	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$
	0,6648	0,13807	0,0269
	Eigenvektoren		
	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$
	1,000	1,000	1,000
	VQ	-3,151	1,193
ALQ	34,390	82,095	-5,153
NRR			
Modell: STQ, NRR und ALQ			
Variable	Eigenwerte		
	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$
	0,4698	0,3063	0,0994
	Eigenvektoren		
	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$
	1,000	1,000	1,000
	STQ	-0,174	0,234
ALQ	-0,192	0,844	19,294
NRR			
Modell: ABQ, NRR und ALQ			
Variable	Eigenwerte		
	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$
	0,4542	0,1728	0,0943
	Eigenvektoren		
	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$
	1,000	1,000	1,000
	ABQ	-0,841	-0,257
ALQ	7,707	10,900	-55,969
NRR			
Modell: SAQ, NRR und ALQ			
Variable	Eigenwerte		
	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$
	0,5794	0,2408	0,0679
	Eigenvektoren		
	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$
	1,000	1,000	1,000
	SAQ	-0,546	-0,007
ALQ	9,118	12,974	-13,131
NRR			

1) Die Schätzung wurde mit CATS in RATS durchgeführt. Die Q-Statistik ist in keinem der fünf Gleichungssysteme signifikant, d.h. die Hypothese, daß keine Autokorrelation in den Störgrößen vorliegt, kann nicht verworfen werden.

Quelle: Eigene Berechnungen.

**Tabelle 2: Test auf Kointegration**

Zahl der Kointegrationsvektoren $r$	Test auf Kointegration zwischen AUQ, ALQ und NRR	
	Spurstatistik	maximale Eigenwertstatistik
$r \leq 2$	3,55	3,55
$r \leq 1$	11,88	8,33
$r = 0$	31,77 <sup>a)</sup>	19,89 <sup>b)</sup>
	Test auf Kointegration zwischen VQ, ALQ und NRR	
	Spurstatistik	maximale Eigenwertstatistik
$r \leq 2$	0,98	0,98
$r \leq 1$	6,33	5,35
$r = 0$	45,68 <sup>a)</sup>	39,35 <sup>a)</sup>
	Test auf Kointegration zwischen STQ, ALQ und NRR	
	Spurstatistik	maximale Eigenwertstatistik
$r \leq 2$	3,77	3,77
$r \leq 1$	16,93 <sup>a)</sup>	13,17 <sup>a)</sup>
$r = 0$	39,78 <sup>a)</sup>	22,84 <sup>a)</sup>
	Test auf Kointegration zwischen ABQ, ALQ und NRR	
	Spurstatistik	maximale Eigenwertstatistik
$r \leq 2$	3,57	3,57
$r \leq 1$	10,40	6,83
$r = 0$	32,19 <sup>a)</sup>	21,80 <sup>a)</sup>
	Test auf Kointegration zwischen SAQ, ALQ und NRR	
	Spurstatistik	maximale Eigenwertstatistik
$r \leq 2$	2,53	2,53
$r \leq 1$	12,45	9,92
$r = 0$	43,67 <sup>a)</sup>	31,22 <sup>a)</sup>

a) Signifikant auf dem 5 Prozent-Niveau.

b) Signifikant auf dem 10 Prozent-Niveau.

Quelle: Eigene Berechnungen

Tabelle 2, daß zwei Kointegrationsvektoren ( $r = 2$ ) vorliegen. In diesem Fall werden die beiden Kointegrationsvektoren gebildet von den zwei Eigenvektoren, die den beiden größten Eigenwerten zugeordnet sind.

### 3.2.3 Test auf schwache Exogenität

Im Rahmen der Kointegrationsanalyse besteht die Möglichkeit, verschiedene Hypothesentests durchzuführen. Für die Analyse des Zusammenhangs zwischen demographischen und budgetären Variablen ist vor allem ein Test auf schwache Exogenität von Interesse.

Den Ausgangspunkt bildet die Fehler-Korrektur-Darstellung in Gleichung (5). Falls in diesem Modell schwach exogene Variablen existieren, läßt sich der Vektor  $x_t = (x_{1t}, \dots, x_{pt})'$  wie folgt partitionieren (vgl. Juselius 1991, S. 271, Harris 1994, S. 1233):

$$(10) \quad x_t = (y_t, z_t)',$$

wobei  $y_t$  wie bisher die stochastischen Variablen umfaßt und  $z_t$  die im Hinblick auf die langfristigen Parameter  $\lambda$  schwach exogenen Variablen. Im Falle von  $k = 2$  und  $r = 2$ , d. h. bei zwei Kointegrationsvektoren, reduziert sich Gleichung (5) auf die folgende Form:

$$(11) \quad \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta z_t \end{bmatrix} = \Gamma_1 \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} x_{t-1} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}.$$

$z_t$  erweist sich im Hinblick auf  $\lambda$  als schwach exogen, wenn  $\alpha_{20} = (\alpha_{21}, \alpha_{22}) = 0$  gilt, d. h. den  $z$ -Variablen kommt kein Informationswert im Hinblick auf die langfristigen Parameter  $\lambda$  zu. Falls  $\alpha_{i0} = 0$  gilt, kommen die Kointegrationsbeziehungen  $\lambda_j x_{t-1}$  nicht in der  $i$ -ten Gleichung vor. Unter dieser Bedingung kann man Gleichung (11) auf die Randverteilung von  $\Delta z_t$  konditionieren und die Schätzung von  $\alpha$  und  $\lambda$  kann anhand der Gleichungen für  $\Delta y_t$  erfolgen:

$$(12) \quad \Delta y_t = A_0 \Delta z_t + A_1 \Delta x_{t-1} + A \lambda' x_{t-1} + c + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

Gleichung (12) zeigt, daß sich bei Vorliegen schwach exogener Variablen zwar die kurzfristigen Parameter ( $A_0, A_1$ ) verändern, nicht aber die langfristigen  $\lambda$ -Parameter, die zur Bildung stationärer Variablen herangezogen werden. Der Test auf schwache Exogenität beruht auf folgender Likelihood-Ratio-Teststatistik:

$$(13) \quad -2 \ln LR = T \sum_{i=1}^r \ln \left\{ (1 - \bar{\mu}_i) / (1 - \hat{\mu}_i) \right\},$$

wobei  $\bar{\mu}_i$  die Eigenwerte des restringierten Modells und  $\hat{\mu}_i$  die Eigenwerte des Modells ohne Restriktionen darstellen. Die Teststatistik ist  $\chi^2$ -verteilt mit  $r(p-m)$  Frei-

heitsgraden, wobei  $m$  die Zahl der stochastischen Variablen in  $y_t$  (vgl. Gleichung (10)).

Um den Langfristbeziehungen eine kausale Struktur zu geben, testet man, ob der Alterslastquotient ( $\alpha_2 = 0$ ) bzw. die Nettoreproduktionsrate ( $\alpha_3 = 0$ ) oder beide gemeinsam ( $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ ) in den Langfristbeziehungen schwach exogen sind. Über die Testergebnisse gemäß Gleichung 13 informiert Tabelle 3.

Konzentriert man sich in Tabelle 3 auf die Hypothese, daß beide demographische Variablen exogene Größen darstellen ( $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ ), so wird diese These vor allem in den beiden Modellen für die Ausgaben- und die Sozialabgabenquote gestützt. Tabelle 3 zeigt, daß die Tests zu keinem einheitlichen Ergebnis für die beiden demographischen Variablen führen. Während der Alterslastquotient ( $\alpha_2 = 0$ ) in der Mehrzahl der Fälle als exogene Größe anzusehen ist, scheint die Nettoreproduktionsrate bei isolierter Betrachtung ( $\alpha_3 = 0$ ) eher eine endogene Größe zu sein, bei der Wechselwirkungen zu den Budgetvariablen bestehen. Dies deutet darauf hin, daß die demographische Entwicklung seit 1950 stärker von Veränderungen der Nettoreproduktionsrate bestimmt wurde, während dem Alterslastquotienten nur eine untergeordnete Bedeutung zukommt. Hier existiert ein interessanter Unterschied zu dem erwarteten Verlauf des demographischen Wandels, da prognostiziert wird, daß dem Alterslastquotient eine stärkere Bedeutung zukommt.

Aufgrund der Testergebnisse gehen wir davon aus, daß im Modell mit der Ausgaben- als auch im Modell mit der Sozialabgabenquote der Alterslastquotient und die Nettoreproduktionsrate schwach exogen sind. Im Modell mit der Steuerquote weist nur der Alterslastquotient schwache Exogenität auf. Keine schwache Exogenität liegt im Modell mit der Verschuldungs- und im Modell mit der Abgabenquote vor, d.h. hier sind alle untersuchten Größen als endogen anzusehen. Gemäß den Ergebnissen der Exogenitätstests werden die Kointegrationsvektoren in den Fällen neu geschätzt, in denen

**Tabelle 3: Test auf schwache Exogenität der demographischen Variablen<sup>1)</sup>**

Modell	Restriktion		
	ALQ exogen $\alpha_2 = 0$	NRR exogen $\alpha_3 = 0$	ALQ und NRR exogen $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$
AUQ, ALQ, NRR $r = 1$	1,31 (1)	3,66 (1) <sup>a)</sup>	4,45 (2)
VQ, ALQ, NRR $r = 1$	4,03 (1) <sup>b)</sup>	6,67 (1) <sup>b)</sup>	11,18 (2) <sup>b)</sup>
STQ, ALQ, NRR $r = 2^2)$	3,67 (2)	7,92 (2) <sup>b)</sup>	15,10 (4) <sup>b)</sup>
ABQ, ALQ, NRR $r = 1$	4,16 (1) <sup>b)</sup>	4,03 (1) <sup>b)</sup>	7,99 (2) <sup>b)</sup>
SAQ, ALQ, NRR $r = 1$	1,74 (1)	3,33 (1) <sup>a)</sup>	4,58 (2)

a) Signifikant auf einem Signifikanzniveau von 10 Prozent.

b) Signifikant auf einem Signifikanzniveau von 5 Prozent.

1) Bei den Werten der  $\chi^2$ -Teststatistik stehen in Klammern die Freiheitsgrade (FG) dabei. Das 10 Prozent Signifikanzniveau der Teststatistik beträgt bei 1 FG 2,71, bei 2 FG 4,61 und bei 4 FG 9,49. Das 5 Prozent Signifikanzniveau der Teststatistik bei 1 FG lautet 3,84, bei 2 FG 5,99 und bei 4 FG 11,14.

2) Bei zwei Kointegrationsvektoren lautet die Restriktion:  $\alpha_{2i} = 0, \alpha_{3i} = 0$ , für  $i = 1, 2$ .

Quelle: Eigene Berechnungen.

die demographischen Variablen exogen sind. Die unter den verschiedenen Thesen geschätzten Kointegrationsvektoren enthält Tabelle 4. Die geschätzten Kointegrationsvektoren werden zur Bildung stationärer Größen herangezogen. Die resultierenden Langfristbeziehungen für die einzelnen Modelle sind in Tabelle 5 dargestellt.

Die Kointegrationsbeziehung (Z1) des ersten Modells in Tabelle 5 zeigt, daß langfristig die doppelte Alterung, die sich aus einem Rückgang der Nettoreproduktionsrate und einer Zunahme des Alterslastquotienten zusammensetzt, zu einer erhöhten Ausgabenquote der Gebietskörperschaften führt. In den Modellen 4 und 5 kommt es zu einer Erhöhung der Sozialabgaben- und der Gesamtabgabenquote. Dies bedeutet, daß die Belastung der Erwerbstätigen und der Arbeitgeber mit Steuern und Abgaben aufgrund des Double Aging-Prozesses langfristig weiter ansteigt.



**Tabelle 4: Geschätzte Kointegrationsvektoren**

Kointegrationsvektoren unter verschiedenen Restriktionen über die Exogenität									
Modell	Keine		$\alpha_2 = \alpha_3 = 0$		$\alpha_2 = 0$		$\alpha_3 = 0$		
Ausgabenquote $r = 1$	1,0000		1,000		1,000		1,000		
	-0,993		-0,700		-0,941		-0,730		
	2,595		3,928		1,738		4,600		
Modell	Keine		$\alpha_2 = \alpha_3 = 0$		$\alpha_2 = 0$		$\alpha_3 = 0$		
Verschuldungsquote $r = 1$	1,0000		1,000		1,000		1,000		
	-3,154		-2,458		-3,125		-2,590		
	34,390		38,660		31,738		40,654		
Modell	Keine		$\alpha_{2i} = \alpha_{3i} = 0^{1)}$ $i = 1, 2$		$\alpha_{2i} = 0$ $i = 1, 2$		$\alpha_{3i} = 0$ $i = 1, 2$		
Steuerquote $r = 2$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
	-0,174	0,234	-0,132	0,108	-0,144	0,440	-0,143	0,903	
	-0,192	0,844	-0,363	12,164	-0,464	4,298	-0,039	-28,719	
Modell	Keine		$\alpha_2 = \alpha_3 = 0$		$\alpha_2 = 0$		$\alpha_3 = 0$		
Abgabenquote $r = 1$	1,000		1,000		1,000		1,000		
	-0,841		-0,656		-0,896		-0,737		
	7,707		7,540		6,451		9,384		
Modell	Keine		$\alpha_2 = \alpha_3 = 0$		$\alpha_2 = 0$		$\alpha_3 = 0$		
Sozialabgabenquote $r = 1$	1,000		1,000		1,000		1,000		
	-0,546		-0,485		-0,531		-0,497		
	9,118		9,429		8,950		9,598		

Quelle: Eigene Berechnungen.

**Tabelle 5: Modelle zur Analyse der Langfristbeziehungen**

Modell 1: Variablen: AUQ, ALQ und NRR; Restriktionen: $r = 1, \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ .
Kointegrationsbeziehung: $Z1 = AUQ - 0,700 ALQ + 3,928 NRR$
Modell 2: Variablen: VQ, ALQ und NRR; Restriktionen: $r = 1$ .
Kointegrationsbeziehung: $Z2 = VQ - 3,154 ALQ + 34,390 NRR$
Modell 3: Variablen: STQ, ALQ und NRR; Restriktionen: $r = 2, \alpha_{2i} = 0, i = 1, 2$ .
Kointegrationsbeziehung 1: $Z31 = STQ - 0,144 ALQ - 0,464 NRR$
Kointegrationsbeziehung 2: $Z32 = STQ + 0,440 ALQ + 4,298 NRR$
Modell 4: Variablen: ABQ, ALQ und NRR; Restriktionen: $r = 1$ .
Kointegrationsbeziehung: $Z4 = ABQ - 0,841 ALQ + 7,707 NRR$
Modell 5: Variablen: SAQ, ALQ und NRR; Restriktionen: $r = 1, \alpha_2 = \alpha_3 = 0$
Kointegrationsbeziehung: $Z5 = SAQ - 0,485 ALQ + 9,429 NRR$

Quelle: Eigene Berechnungen.

Eine Zunahme des Alterslastquotienten und ein Rückgang der Nettoerproduktionsrate läßt auch die Verschuldungsquote der Gebietskörperschaften ansteigen (vgl. Modell 2), d.h. eine im Zeitablauf alternde und schrumpfende Bevölkerung ist *ceteris paribus* durch eine steigende Verschuldung der Gebietskörperschaften in Relation zum BIP gekennzeichnet.

Für das Modell mit der Steuerquote liegen zwei Langfristbeziehungen vor. Gemäß dem ersten Kointegrationsvektor (Z31) führt ein steigender Alterslastquotient und eine zunehmende Nettoerproduktionsrate zu einer höheren Steuerbelastung. Der zweite Kointegrationsvektor (Z32) zeigt genau das Gegenteil, so daß a priori eine Interpretation der kausalen Beziehungen kaum möglich erscheint. Im nächsten Abschnitt zeigen wir, daß für die Entwicklung der Steuerquote nur der erste Kointegrationsvektor (Z31) ausschlaggebend ist, während der zweiten Langfristbeziehung (Z32) keine Signifikanz zukommt. Eine schrumpfende Bevölkerung führt dann zu einer sinkenden Steuerquote, während ein steigender Anteil älterer Menschen *ceteris paribus* die Steuerquote erhöht.<sup>20</sup>

#### 4.4 Fehler-Korrektur-Modell

In Abschnitt 3.1 wurde darauf hingewiesen, daß kointegrierte Variablen in einem Fehler-Korrektur-Modell dargestellt werden können. Das Fehler-Korrektur-Modell enthält neben den bisher analysierten Langfristbeziehung auch die kurzfristige Dynamik, die über die unmittelbaren Anpassungsreaktionen informiert. Die kurzfristige Dynamik beschreibt die direkte Reaktion der Budgetvariablen auf demographische Veränderungen, während sich die langfristigen Beziehungen in den Niveaugrößen niederschlagen. Die Schätzung des Fehler-Korrektur-Modells setzt unmittelbar an Gleichung (5) an. Die zur Schätzung erforderliche Stationarität der Niveaugrößen wird dadurch erreicht, daß man die ermittelte Kointegrationsbeziehungen für den

---

<sup>20</sup> In einer Studie über die Niederlande kommen Goudswaard und van de Kar (1994, S. 58) zu dem Ergebnis, daß der steigende Anteil älterer Menschen die Steuereinnahmen in dem Zeitraum zwischen 1987 und 2010 um 27 Prozent ansteigen läßt. Erst nach dem Jahr 2030 gehen die Steuereinnahmen zurück, da dann der Anteil der Erwerbstätigen sinkt.

Ausdruck  $\Pi x_{t-1}$  in Gleichung (5) einsetzt. Tabelle 6 gibt die Schätzergebnisse für die fünf Fehler-Korrektur-Modelle der Budgetgrößen wieder.<sup>21</sup>

In allen fünf dynamischen Gleichungen ist die Kointegrationsbeziehung (Z1 bis Z5) hoch signifikant. Dies impliziert, daß die Niveaus der Variablen die zeitliche Veränderung der Budgetgrößen mitbestimmen. Im Fehler-Korrektur-Modell für die Steuerquote trägt jedoch nur die erste Kointegrationsbeziehung (Z31) zur Erklärung der Veränderung der Steuerquote ( $\Delta STQ$ ) bei, während der geschätzte Parameter für den zweiten Kointegrationsvektor (Z32) keine Signifikanz aufweist. Dies stützt die oben formulierte Hypothese, daß für die Entwicklung der Steuerquote nur der erste Kointegrationsvektor von Bedeutung ist.

Im Vergleich zu den langfristigen Anpassungen kommt der kurzfristigen Anpassung nur eine untergeordnete Bedeutung zu. Kurzfristig existiert beispielsweise ein positiver Einfluß der verzögerten Nettoerproduktionsrate ( $\Delta NRR(-1)$ ) auf die Veränderung der Verschuldungs- und Sozialabgabenquote, d.h. eine Erhöhung der Nettoerproduktionsrate führt kurzfristig zu einer Erhöhung der Verschuldungsquote und zu einer steigenden Sozialabgabenquote. Der Effekt auf die Sozialabgabenquote läßt sich möglicherweise dadurch erklären, daß eine höhere Nettoerproduktionsrate unmittelbar zu einer Zunahme der zu unterstützenden Jugendlichen führt, die mit Mehrausgaben einhergeht. Ein weiterer unmittelbarer Effekt geht von der Veränderung der Alterslast ( $\Delta ALQ$ ) auf die Dynamik der Ausgaben- und der Sozialabgabenquote aus, d.h. die Verschiebung der Altersstruktur hin zu höheren Altersklassen führt bereits kurzfristig zu Mehrausgaben im Budget.

Die demographischen Veränderungen seit dem Jahr 1952 führten auf der Ausgaben- seite des Budgets sowohl kurz- als auch langfristig überwiegend zu Mehrbelastungen

---

<sup>21</sup> Da alle Variablen des Fehler-Korrektur-Modell stationär sind, kann zur Beurteilung der Signifikanz der geschätzten Parameter der t-Test herangezogen werden.

**Tabelle 6: Schätzungen für die Fehler-Korrektur-Modelle der Budgetvariablen<sup>1)</sup>**

erklärende Variablen	abhängige Variablen				
	$\Delta AUQ$	$\Delta VQ$	$\Delta STQ$	$\Delta ABQ$	$\Delta SAQ$
Konstante	1,775 <sup>a)</sup> (4,238)	-4,741 <sup>a)</sup> (-3,631)	15,253 <sup>a)</sup> (4,496)	2,634 <sup>a)</sup> (3,728)	0,500 <sup>a)</sup> (6,186)
Z1(-1)	-0,378 <sup>a)</sup> (-4,391)	-----	-----	-----	-----
Z2(-1)	-----	-0,073 <sup>a)</sup> (-4,043)	-----	-----	-----
Z31(-1)	-----	-----	-0,724 <sup>a)</sup> (-5,208)	-----	-----
Z32(-1)	-----	-----	-0,038 (-0,811)	-----	-----
Z4(-1)	-----	-----	-----	-0,240 <sup>a)</sup> (-3,616)	-----
Z5(-1)	-----	-----	-----	-----	-0,287 <sup>a)</sup> (-6,281)
$\Delta AUQ(-1)$	0,234 <sup>c)</sup> (1,722)	-----	-----	-----	-----
$\Delta VQ(-1)$	-----	0,353 <sup>a)</sup> (3,162)	-----	-----	-----
$\Delta STQ(-1)$	-----	-----	0,194 (1,471)	-----	-----
$\Delta ABQ(-1)$	-----	-----	-----	-0,044 (-0,323)	-----
$\Delta SAQ(-1)$	-----	-----	-----	-----	0,238 <sup>b)</sup> (2,093)
$\Delta ALQ$	1,187 <sup>a)</sup> (3,016)	----- <sup>2)</sup>	-0,452 (-1,540)	----- <sup>2)</sup>	0,546 <sup>a)</sup> (4,189)
$\Delta NRR$	5,081 (1,460)	----- <sup>2)</sup>	----- <sup>2)</sup>	----- <sup>2)</sup>	-0,575 (-0,508)
$\Delta ALQ(-1)$	-1,022 <sup>b)</sup> (-2,459)	0,291 (0,705)	-0,255 (-0,747)	0,278 <sup>b)</sup> (1,709)	-0,194 (-1,430)
$\Delta NRR(-1)$	2,415 (0,643)	18,771 (2,730)	-4,238 <sup>a)</sup> (-1,699)	3,387 (0,995)	5,335 <sup>a)</sup> (3,816)
$R^2$	0,443	0,500	0,514	0,368	0,683
$\bar{R}^2$	0,328	0,435	0,413	0,287	0,618
Q(9)	9,697	6,987	5,431	4,300	8,6856
SK	0,600	0,085	-0,471	-0,189	-0,3879
KU	0,807	-0,171	0,118	-0,020	0,2529

a) Signifikant auf dem 1 Prozent-Niveau.

b) Signifikant auf dem 5 Prozent-Niveau.

c) Signifikant auf dem 10 Prozent Niveau.

1) In Klammern stehen bei den geschätzten Parameterwerten die Werte der t-Statistik.  $R^2$  gibt das Bestimmtheitsmaß wieder.  $\bar{R}^2$  ist das korrigierte Bestimmtheitsmaß. Q(9) gibt die geschätzten Werte für die Q-Statistik bei 9 Freiheitsgraden an. Sie war in keinem der fünf FKM signifikant, so daß keine signifikante Autokorrelation (zumindest bis zur Lag-Ordnung 9) in den Residuen vorliegt. SK gibt die geschätzte Schiefe und KU die geschätzte Kurtosis der Residuen an. SK und KU weichen in keinen der FKM signifikant von der SK und KU einer Standardnormalverteilung ab, so daß die Hypothese, daß die Störgrößen standardnormalverteilt sind, nicht verworfen werden kann.

2) Da hier keine schwache Exogenität vorliegt, gehen die unverzögerten Größen nicht in die Schätzung ein.

Quelle: Eigene Berechnungen.

für die öffentlichen Haushalte. Da sich in den nächsten 40 Jahren insbesondere die Veränderung des Alterslastquotienten noch verstärken wird, steigt der Druck auf die öffentlichen Haushalte weiter. Auf der Einnahmenseite ging die demographische Entwicklung der letzten vier Jahrzehnte mit einer steigenden Steuerquote einher. Inwieweit die zukünftige Entwicklung zu anderen Ergebnissen führt, läßt sich nur schwer prognostizieren, da die Bevölkerungszahl zwar sinkt, gleichzeitig sich aber das Verhältnis zwischen Konsumenten und Erwerbstätigen erhöht und sich somit auch die Steuerstruktur verändert. Die Sozialabgabenquote wird aufgrund der Zunahme des Alterslastquotienten, bei relativ unveränderter Nettoerproduktionsrate, weiter ansteigen und somit auch die Belastung der Beitragszahler weiter erhöhen. Um eine Vorstellung über den zu erwartenden Anstieg der Sozialabgabenquote zu erhalten, nehmen wir im abschließenden Abschnitt eine Projektion der Sozialabgabenquote in den nächsten fünf Jahrzehnten vor, die auf der Schätzung für das entsprechende Fehler-Korrektur-Modell aufbaut.

## **5. Prognose der Sozialabgabenquote**

Kennt man die prognostizierte langfristige Entwicklung der beiden demographischen Variablen Nettoerproduktionsrate und Alterslastquotient, kann das geschätzte Fehlerkorrekturmodell für die Sozialabgabenquote herangezogen werden, um die zukünftige Entwicklung der Sozialabgaben zu prognostizieren. Die Prognose baut auf der Annahme auf, daß sich die geschätzten Parameterwerte der Kointegrationsbeziehung im Zeitablauf nicht verändern. Zugegebenermaßen steht eine solche Prognose auf einem schwachen Fundament und setzt strenge Annahmen voraus. Die Projektion kann jedoch dazu beitragen, einen Anhaltspunkt über die Größenordnung der zukünftigen Entwicklung zu erhalten.

Zunächst lösen wir das Fehler-Korrektur-Modell nach der Sozialabgabenquote auf und erhalten folgende Gleichung für ihre zeitliche Entwicklung:<sup>22</sup>

---

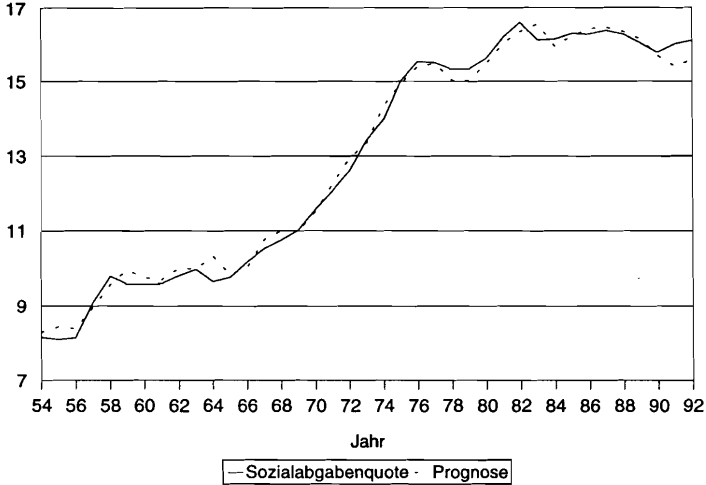
<sup>22</sup> Die nichtsignifikanten Parameter werden nicht weiter berücksichtigt.

$$\begin{aligned} \text{SAQ}(t) = & 0,5 + 0,951 \text{ SAQ}(t-1) - 0,238 \text{ SAQ}(t-2) + 0,546 \text{ ALQ}(t) \\ & - 0,407 \text{ ALQ}(t-1) + 2,629 \text{ NRR}(t-1) - 5,335 \text{ NRR}(t-2). \end{aligned}$$

Abbildung 3 zeigt zunächst das Prognoseverhalten des Modells innerhalb des Schätzzeitraums 1952 bis 1989 und für die sich anschließenden drei Jahre 1990 bis 1992. Die Simulation beginnt aufgrund der Differenzenbildung erst im Jahr 1954, wobei für die verzögerten Werte der Sozialabgabenquote die im System berechneten Werte eingesetzt werden. Wie Abbildung 3 verdeutlicht, läßt sich die zeitliche Entwicklung der Sozialabgabenquote vergleichsweise genau durch das Fehler-Korrektur-Modell approximieren. Es fällt jedoch auf, daß die prognostizierten Wendepunkte überwiegend ein Jahr hinter der tatsächlichen Entwicklung zurückbleiben.

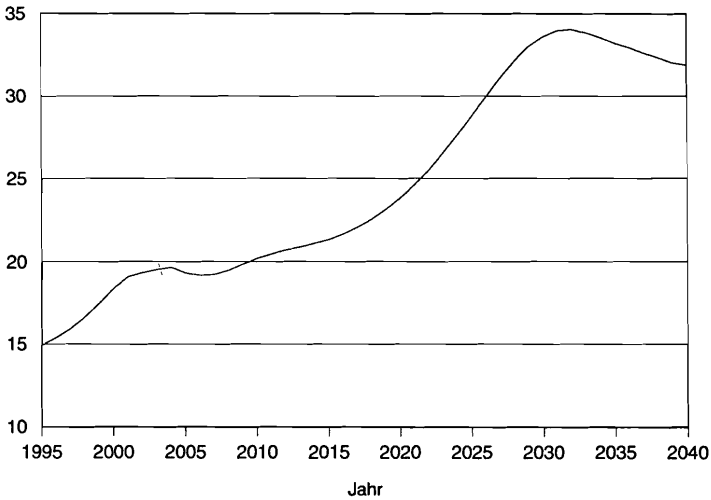
Abbildung 4 enthält die Simulationsergebnisse für den Zeitraum von 1995 bis 2040, wobei die Werte für die exogenen Größen Alterslastquotient und Nettoreproduktionsrate der achten koordinierten Bevölkerungsvorausschätzung des Statistischen Bundesamtes entstammen. Die achte koordinierte Bevölkerungsvorausberechnung geht für den gesamten Prognosezeitraum von einer konstanten zusammengefaßten Geburtenziffer in Höhe von 1,4 aus und somit von einer konstanten Nettoreproduktionsrate (vgl. Sommer 1994, S. 497). Für den Alterslastquotienten ergibt sich in der hier gewählten Abgrenzung (Anteil der über 60jährigen in Relation zu den 25- bis unter 60jährigen) ein Anstieg von 40,4 Prozent (1995) auf 75,8 Prozent (2040). Aus dieser Entwicklung der beiden demographischen Bestimmungsfaktoren resultiert ein Anstieg der Sozialabgabenquote um 18 Prozentpunkte im gleichen Zeitraum. Der prognostizierte Anstieg dürfte überzeichnet sein, bedenkt man die Effekte der Rentenreform 1992, bei der die Brutto- durch die Nettoanpassung der Renten ersetzt wurde, während dem Schätzzeitraum für das Fehler-Korrektur-Modell noch die Bruttolohnanpassung zugrunde liegt.

- **Abbildung 3: Simulation des Fehler-Korrektur-Modells der Sozialabgabenquote für gegebene Werte des Alterslastquotienten und der Nettofortproduktionsrate 1954 - 1992**



Quelle: Statistisches Bundesamt und eigene Berechnungen.

**Abbildung 4: Simulation des Fehler-Korrektur-Modells der Sozialabgabenquote für gegebene Werte des Alterslastquotienten und der Nettofortproduktionsrate 1995 - 2040**



Quelle: Statistisches Bundesamt und eigene Berechnungen.

Allerdings gelangen auch andere empirische Analysen zu dem Ergebnis, daß die Beitragssätze in der Renten-, Kranken- und Pflegeversicherung bis zum Jahr 2040 auf über 50 Prozent des Bruttoarbeitseinkommens ansteigen werden (vgl. Börsch-Supan 1995).<sup>23</sup>

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Die deutsche Bevölkerung schrumpft und altert. Die Gesamtbevölkerung wird sich nach der mittleren Variante der achten koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung des Statistischen Bundesamts bis zum Jahr 2040 von derzeit 82 Millionen Menschen um 12 Prozent auf 72 Millionen Menschen verringern. Der demographische Wandel schlägt sich in vielfältiger Weise im staatlichen Budget nieder. Auf der Einnahmenseite ergeben sich Änderungen im Steueraufkommen und in der Steuerstruktur, da sich die Relation zwischen Erwerbstätigen und Konsumenten demographiebedingt verschiebt. Auf der Ausgabenseite kommt es zu Modifikationen von Umfang und Struktur der öffentlichen Ausgaben. Die steigende Zahl abhängiger Menschen betrifft auf der Ausgabenseite des Budgets vor allem die Sozialhaushalte, da das vorherrschende Umlagesystem eine stabile Bevölkerungsentwicklung voraussetzt, die im demographischen Wandel nicht mehr gewährleistet ist.

Der Beitrag analysiert die Budgeteffekte des demographischen Wandels mit Hilfe einer Kointegrationsanalyse. Die Kointegrationsanalyse untersucht anhand von Zeitreihendaten, wie sich die Änderung von Umfang und Struktur der Bevölkerung auf bestimmte Budgetvariablen auswirkt. Im Unterschied zur Analyse der zukünftigen Entwicklung, die auf Prognosen aufbaut, basiert die Kointegrationsanalyse auf der realisierten Entwicklung demographischer und budgetärer Variablen der letzten vier Jahrzehnte. Damit betonen wir, daß nicht die gegenwärtig vorherrschende Fertilitäts-

---

<sup>23</sup> Berücksichtigt man, daß unsere Simulation den Beitragssatz zur Arbeitslosenversicherung mit umfaßt, und daß das Bruttoarbeitseinkommen etwa 50 Prozent des Bruttoinlandsprodukts beträgt, unterscheiden sich beide Prognosen im Niveau des Anstiegs nur relativ geringfügig.



und Mortalitätsraten Grund zur Besorgnis geben, sondern vielmehr ihre zeitliche Entwicklung, d.h. der langfristige Trend sinkender Geburten- und Sterbeziffern.

Neben den beiden demographischen Variablen Nettofortpflanzungsrate und Alterslastquotient gehen fünf globale Budgetvariablen in die Analyse ein, die alle in Prozent des Bruttoinlandsprodukts gemessen werden: die öffentlichen Einnahmen und Ausgaben, die Verschuldung, die Sozialabgaben und die Gesamtabgaben. Die Kointegrationsanalysen betonen die Bedeutung der langfristigen Zusammenhänge zwischen den budgetären und den demographischen Variablen. In allen fünf untersuchten Modellen ist die Langfristbeziehung signifikant. Die Zunahme des Alterslastquotienten und der Rückgang der Nettofortpflanzungsrate führen langfristig zu höheren Ausgaben der Gebietskörperschaften. Die gleichen Auswirkungen ergeben sich im Hinblick auf die Sozial- und Gesamtabgaben. Im Verschuldungsmodell führt der demographische Wandel langfristig zu einer steigenden Verschuldung der Gebietskörperschaften. Auf der Einnahmenseite des Budgets liefert der geschätzte Kointegrationsvektor eine positive Beziehung zwischen der Steuerquote und beiden demographischen Variablen, d.h. eine alternde aber zunächst wachsende Bevölkerung führt zu Steuerermehreinnahmen. Im Vergleich zu der langfristigen Anpassung kommt der kurzfristigen Dynamik nur eine untergeordnete Bedeutung zu. Kurzfristige Budgeteffekte ergeben sich vor allem bei den Sozialabgaben.

Die zukünftige demographische Entwicklung weicht von der analysierten Entwicklung zwischen 1952 und 1990 deutlich ab, so daß interessante Unterschiede auftreten dürften. Die Simulation der Entwicklung der Sozialabgabenquote auf der Basis des geschätzten Fehler-Korrektur-Modells kommt zu einem Anstieg von 18 Prozentpunkten bis zum Jahr 2040. Mit den zu leistenden Steuern ergibt sich eine Abgabenlast, die kaum noch als tragbar bezeichnet werden kann. Sie hemmt die Leistungsbereitschaft der Arbeitnehmer, fördert den Drang in die Schattenwirtschaft und konterkariert alle Anstrengungen zur Stärkung des Standorts Deutschland. Trotz dieser eher pessimistischen Einschätzung gilt es zu betonen, daß der Staat über eine Reihe von

Instrumenten zur Abfederung des demographischen Wandel verfügt. Dazu rechnen eine gezielte Einwanderungspolitik, die Familienförderung, die Verkürzung der Ausbildungszeiten oder auch die Heraufsetzung des Ruhestandsalters. Mit der Einbettung der Pflegeversicherung in die umlagefinanzierten Sozialhaushalte haben die politisch verantwortlichen allerdings gezeigt, daß durchaus die Gefahr besteht, die falschen Instrumente auszuwählen.

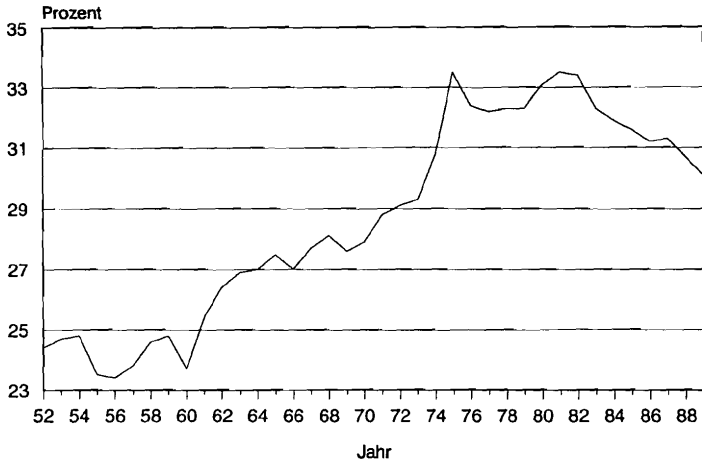
## Literaturverzeichnis

- Allen, C. (1994): A Supply Side Model of the UK Economy: An Application of Non-Linear Cointegration, Centre for Economic Forecasting, London Business School, Discussion Paper No. DP 19-94, London.
- Börsch-Supan, A. (1991): Implications of an Aging Population: Problems and Policy Options in West Germany and the United States, in: *Economic Policy*, Vol. 12, S. 103-139.
- Börsch-Supan, A. (1995): The Consequences of Population Aging for Growth and Savings, in: Bovenberg, L. und van Ewijk, C. (Eds.): *Lecture Notes on Pensions and Aging*, forthcoming.
- Bös, D. und von Weizsäcker, R. H. (1989): Economic Consequences of an Aging Population, in: *European Economic Review*, Vol. 33, S. 345 - 354.
- Boll, S. (1994): Intergenerationale Umverteilungswirkungen der Fiskalpolitik in der Bundesrepublik Deutschland, Frankfurt/M.
- Bretz, M. (1986): Bevölkerungsvorausberechnungen: Statistische Grundlagen und Probleme, in: *Wirtschaft und Statistik*, 4/1986, S. 233-260.
- Buslei, H. (1995): Vergleich langfristiger Bevölkerungsvorausberechnungen, ZEW Dokumentation, Nr. 95-01, Mannheim.
- Cheung, Y.-W. und Lai, K.S. (1993): Finite-Sample Sizes of Johansen's Likelihood Ratio Tests for Cointegration, in: *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 55, No. 3, S. 313-328.
- Coale, A. J. (1972): *The Growth and Structure of Human Populations. A Mathematical Investigation*, Princeton.
- Dickey, D. A. und Fuller, W. A. (1979): Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, in: *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, S. 427-431.
- Dinkel, R. (1989): *Demographie, Bd. 1: Bevölkerungsdynamik*, München.
- Engle, R. F. und Granger, C. W. J. (1987): Co-Integration and Error-Correction: Representation, Estimation and Testing, in: *Econometrica*, Vol. 55, S. 251 - 276.
- Erbsland, M. und Ulrich, V. (1992): Simultane Gleichungssysteme und Fehler-Korrektur-Darstellung, in: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Vol. 210, S. 533 - 551.
- Färber, G. (1988): *Probleme der Finanzpolitik bei schrumpfender Bevölkerung*, Frankfurt/M. und New York.
- Felderer, B., Hrsg. (1990): *Bevölkerung und Wirtschaft*, Berlin.
- Fuller, W. A. (1976): *Introduction to Statistical Time Series*, New York.
- Goudswaard, K. und van de Kar, H. (1994): The Impact of Demographic Change on Tax Revenue, in: *Atlantic Economic Journal*, Vol. 22, S. 52 - 60.
- Granger, C. W. J. (1986): Developments in the Study of Cointegrated Variables, in: *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 48, S. 213 - 228.
- Granger, C. W. J. und Newbold, P. (1974): Spurious Regressions in Econometrics, in: *Journal of Econometrics*, Vol. 2, S. 111 - 120.
- Greene, W. H. (1993): *Econometric Analysis*, New York et al., 2nd. ed.
- Hansen, H. und Juselius, K. (1995): *CATS in RATS. Cointegration Analysis of Time Series*, Evanston.

- Harris, R. I. D. (1994): Cointegration Analysis Using the Johansen Procedure: A Practitioner's Guide to the Software, in: *The Economic Journal*, Vol. 104, S. 1227 - 1238.
- Johansen, S. und Juselius, K. (1990): Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration - With Applications to the Demand for Money, in: *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 52, No. 2, S. 169 - 210.
- Johansen, S. (1988): Statistical Analysis of Cointegration Vectors, in: *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, S. 231 - 254.
- Johansen, S. (1994): The Role of the Constant and Linear Terms in Cointegration Analysis of Nonstationary Variables, in: *Econometric Reviews*, Vol. 13, No. 2, S. 205 - 229.
- Juselius, K. (1991): *Manual to Cointegration Analysis of Time Series*, Cats in Rats, Kopenhagen.
- Keyfitz, N. (1985): *Applied Mathematical Demographic*, Scd. Ed., New York et al.
- Lütkepohl, H. (1991): *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Berlin et al.
- MacKinnon, J. G. (1991): Critical Values for Cointegration Tests, in: Engle, R. F. and Granger, C. W. J. (Eds.): *Long-Run Economic Relationships*, Oxford, S. 267 - 276.
- Reimers, H.-E. (1991): *Analyse kointegrierter Variablen mittels vektorautoregressiver Modelle*, Berlin.
- Sommer, B. (1994): Entwicklung der Bevölkerung bis 2040. Ergebnis der achten koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung, in: *Wirtschaft und Statistik*, 7/1994, S. 217-222.
- Statistisches Bundesamt (1991): *Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen*, Fachserie 18, Reihe S. 16, 1950 - 1990, Stuttgart.
- Statistisches Bundesamt (1994): *Datensatz aus dem Allgemeinen Statistischen Informationssystem des Bundes (STATIS-BUND)*, Wiesbaden.
- Stock, J. H. (1987): Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrating Vectors, in: *Econometrica*, Vol. 55, S. 1035 - 1056.
- Ulrich, V. (1995): *Bevölkerungsentwicklung und Staatshaushalt*, Mannheim.
- Welzel, P. (1994): Zur zeitlichen Kausalität von öffentlichen Einnahmen und Ausgaben, in: *Finanzarchiv*, N.F., Bd. 50, S. 94 - 76.
- Wolfe, B.L., Ed. (1993): On the Role of Budgetary Policy During Demographic Changes, *Proceedings of the 48th Congress of the International Institute of Public Finance*, Seoul 1992, Supplement to *Public Finance*, Vol. 48.
- Wolters, J. (1990): Zur ökonomischen Modellierung kurz- und langfristiger Abhängigkeiten, dargestellt am Beispiel der Zinsstruktur, in: Nakhaeizadeh, G. und Vollmer, K. H. (Hrsg.): *Neuere Entwicklungen in der angewandten Ökonometrie*, Heidelberg, S. 155 - 176.
- Zimmermann, K. F. (1991): Ageing and the labor market, in: *Journal of Population Economics*, Vol. 4, S. 177 - 200.

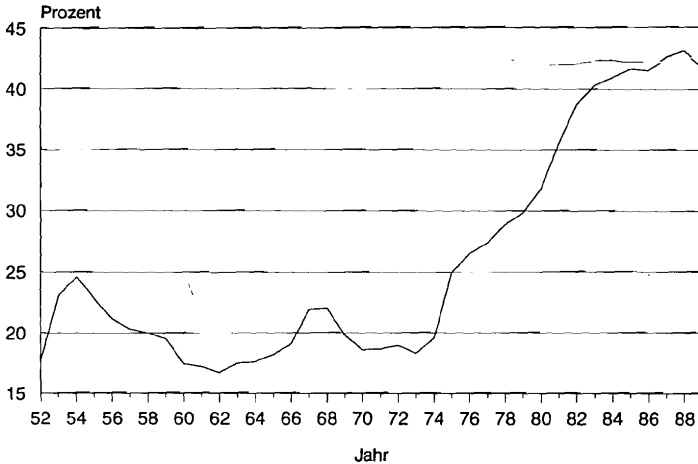
## Anhang

Abbildung A1: Ausgabenquote (AUQ) der Gebietskörperschaften in Prozent 1952 - 1989



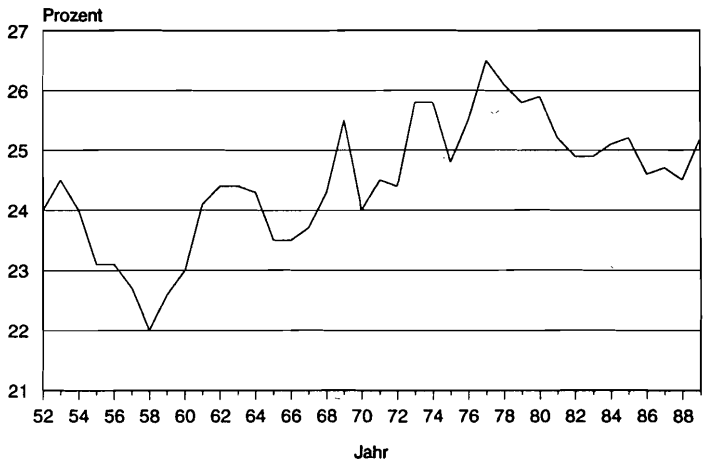
Quelle: Zusammengestellt und errechnet aus Statistisches Bundesamt (1991).

Abbildung A2: Verschuldungsquote (VQ) der Gebietskörperschaften in Prozent 1952 - 1989



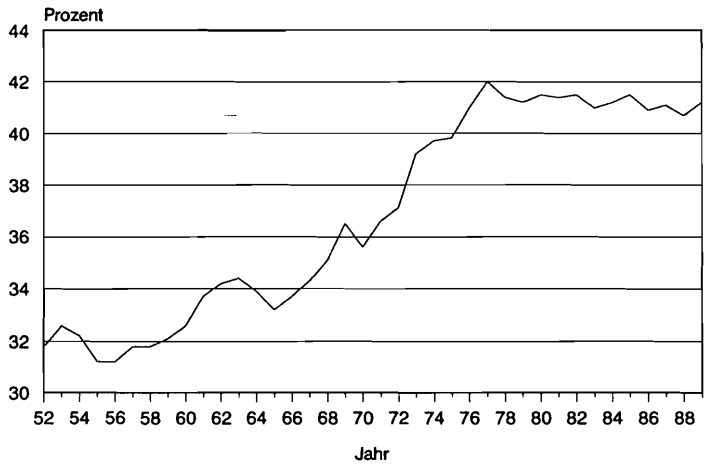
Quelle: Zusammengestellt und errechnet aus Statistisches Bundesamt (1991).

**Abbildung A3: Steuerquote (STQ) in Prozent 1952 - 1989**



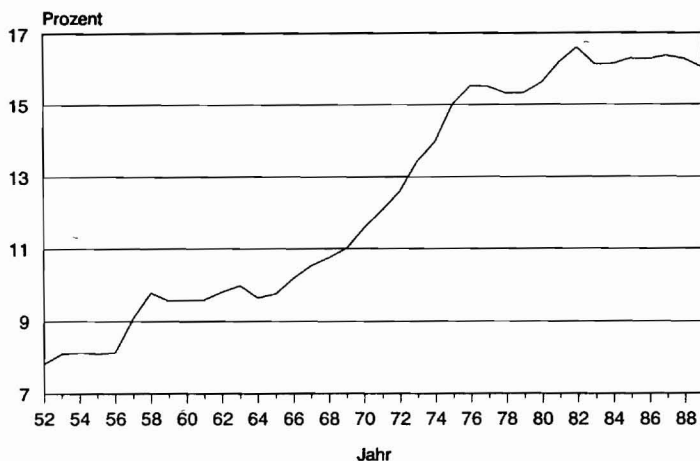
Quelle: Zusammengestellt und errechnet aus Statistisches Bundesamt (1991).

**Abbildung A4: Abgabenquote (ABQ) in Prozent**



Quelle: Zusammengestellt und errechnet aus Statistisches Bundesamt (1991).

Abbildung A5: Sozialabgabenquote (SAQ) in Prozent 1952 - 1989



Quelle: Zusammengestellt und errechnet aus Statistisches Bundesamt (1991).

Tabelle A1: Test auf Einheitswurzeln in den Zeitreihen

Variable <sup>1)</sup>	ohne deterministischen Trend		mit deterministischen Trend	
	ADF-Teststatistik <sup>2)</sup>	Q-Statistik <sup>3)</sup>	ADF-Teststatistik <sup>2)</sup>	Q-Statistik <sup>3)</sup>
AUQ	-1,2320(0)	5,398	-0,7391(0)	5,587
STQ	-1,8607(0)	2,617	-2,6674(0)	2,617
ABQ	-0,7874(0)	3,425	-1,2452(0)	4,247
SAQ	-1,2410(0)	14,065	-0,3957(0)	14,1723
VQ	-0,3556(0)	7,631	-1,0475(0)	7,585
NRR	-0,9425(1)	9,528	-2,4048(1)	10,057
ALQ	-2,5955(1)	12,973	-1,8782(0)	11,926
DIAUQ	-5,1174(0) <sup>a)</sup>	5,064	-5,1749(0) <sup>a)</sup>	5,027
DISTQ	-6,2258(0) <sup>a)</sup>	4,275	-6,1277(0) <sup>a)</sup>	4,151
D1ABQ	-5,3414(0) <sup>a)</sup>	3,247	-5,2583(0) <sup>a)</sup>	3,230
D1SAQ	-3,7534(0) <sup>a)</sup>	8,415	-3,7956(0) <sup>b)</sup>	9,064
D1NRR	-2,8377(0) <sup>c)</sup>	9,024	-2,8475(0)	8,718
D1ALQ	-1,2776(0)	12,005	-3,2834(1) <sup>c)</sup>	2,001
D1VQ	-4,1304(0) <sup>a)</sup>	3,360	-4,6105(0) <sup>a)</sup>	2,748

a) Signifikant auf dem 1% Niveau. b) Signifikant auf dem 5% Niveau. c) Signifikant auf dem 10% Niveau.

1) AUQ gibt die Ausgabenquote, VQ die Verschuldungsquote, STQ die Steuerquote, ABQ die Abgabenquote, SAQ die Sozialabgabenquote, ALQ den Alterslastquotienten und NRR die Nettoerzeugungsrate wieder. D1 vor den obigen Abkürzungen stellt die erste Differenz der entsprechenden Niveaugrößen dar.

2) Die Zahlen in den Klammern geben den Wert p des ADF-Tests wieder. Für  $p = 0$  spricht man vom Dickey-Fuller-Test. Die kritischen Werte der Teststatistik stammen aus MacKinnon (1991).

3) Der Test auf Autokorrelation in den Restgrößen erfolgt anhand der Q-Statistik, wobei wir bis zur Lagordnung 9 im Störprozeß gegangen sind (vgl. Greene 1990, S. 426f.).

Quelle: Eigene Berechnungen.