

## B A D A N I A O P E R A C Y J N E I D E C Y Z J E

Nr 2

2005

Wiktor ADAMUS\*

Anna GRĘDA\*\*

WSPOMAGANIE DECYZJI WIELOKRYTERIALNYCH  
W ROZWIĄZYWANIU WYBRANYCH PROBLEMÓW  
ORGANIZACYJNYCH I MENEDŻERSKICH

Zaprezentowano wprowadzenie do wielokryterialnego podejmowania decyzji z użyciem dwóch decyzyjnych narzędzi: Analitycznego Procesu Hierarchicznego (AHP) oraz jego udoskonalonej formy – Analitycznego Procesu Sieciowego (ANP). Przedstawiono teoretyczny aspekt obu metod oraz przykłady ich praktycznego wykorzystania do rozwiązania niektórych z otaczających nas problemów. Metoda ANP została zaprezentowana po raz pierwszy w Polsce i wykorzystana w rozwiązywaniu praktycznego problemu poprawy jakości produktów żywnościowych.

Słowa kluczowe: *wielokryterialne metody podejmowania decyzji, Analityczny Proces Hierarchiczny, Analityczny Proces Sieciowy*

## 1. Wprowadzenie

Decyzja rodzi się wtedy, gdy osoba podejmująca ją pragnie dokonać zmiany istniejącej sytuacji, a nie wie, jak osiągnąć ten cel. Każda decyzja zawiera w sobie coś z odkrycia, irracjonalnej przypadkowości i skutków ekonomicznych, społecznych, politycznych, organizacyjnych, menedżerskich i innych.

Praktyka podejmowania decyzji koncentruje się na wazeniu alternatyw, które spełniają zbiór pożądanых celów. Decyzją jest wybór jednej spośród nich. W każdym

---

\* Instytut Ekonomii i Zarządzania, Uniwersytet Jagielloński, ul. Gronostajowa 3, 30-387 Kraków, [adamus@uj.edu.pl](mailto:adamus@uj.edu.pl)

\*\* Wydział Zarządzania Uniwersytetu Warszawskiego, adres do korespondencji: ul. Stojałowskiego 41/32, 30-611 Kraków, [akgręda2004@yahoo.com](mailto:akgręda2004@yahoo.com)

problemie decyzyjnym istnieje co najmniej jedna decyzja optymalna, w odniesieniu do której można obiektywnie określić, że nie istnieje inna lepsza decyzja, zachowując przy tym neutralność wobec procesu decyzyjnego. Problemem jest wybór tej alternatywy, która najmocniej spełnia kompletny zbiór celów.

Dokonywanie wyborów i podejmowanie decyzji to jedna z podstawowych ludzkich czynności. Decyzje, które człowiek podejmuje, określają nie tylko kształt jego życia osobistego i rodzinnego, ale w jakimś stopniu wpływają na dzieje określonych środowisk i społeczności. Niektórzy ludzie są zdolni do podejmowania tak ważnych i brzemiennych w skutki decyzji, że potrafią zmieniać kierunek historii i wpływać – pozytywnie lub negatywnie – na losy całych narodów i pokoleń. Jednak dojrzałe podejmowanie decyzji to sztuka dokonywania trafnych wyborów. Żaden człowiek nie może uniknąć podejmowania decyzji, gdyż codzienne życie nieustannie stawia nas wobec faktów i wydarzeń, które wymagają zajęcia jakiejś postawy czy dokonania określonych wyborów. Jednak z podejmowaniem decyzji w sensie ścisłym mamy do czynienia tylko wtedy, gdy takie decyzje człowiek podejmuje w sposób świadomy, celowy i dobrowolny. Oznacza to, że przed podjęciem decyzji dostrzega on alternatywne możliwości działania w danym momencie, a w podejmowaniu decyzji kieruje się jasno określonym celem [Dziewecki 2002]. Należy jednak zaznaczyć, iż większość z nas przyzwyczaja się do pewnych utartych ścieżek myślenia i rozwiązywania problemów. Myślimy zwykle w ten sam sposób i ciągle powielając stare schematy rozwiązań, dochodzimy do tych samych wniosków. Jeżeli nauczymy się innych sposobów myślenia, będziemy w stanie znaleźć nowe rozwiązania i lepiej przygotować się do ciągłej zmiany warunków wokół nas.

Decydenci, rozwiązując problemy wielokryterialne, starają się wyrazić od razu za pomocą jednego kryterium agregującego wszystkie istotne konsekwencje problemu. Mamy wtedy do czynienia z analizą jednokryterialną, w której każdy potencjalny wariant jest oceniany względem jednego wybranego *a priori* kryterium, np. wielkość kosztów, zysk, rentowność, korzyść. W rozwiązaniu tak postawionego problemu służą nam różnorakie sposoby, metody, np. programowanie liniowe, programowanie parametryczne, programowanie celowe, analiza marginalna, programowanie stochastyczne, programowanie nieliniowe, metody ekonometryczne, teoria gier i inne. Postępowanie takie jest uzasadnione tylko w pewnych prostych przypadkach. Analiza jednokryterialna daje jedynie niewielkie zmniejszenie nakładów pracy i pozorną satysfakcję niektórym zwolennikom oszczędności. Takie pojedyncze kryterium nie jest w pełni wiarygodne, akceptowalne i wyczerpywalne, czyli nie ma własności, które powinna mieć spójna rodzina kryteriów [Roy 1990, s. 232].

Wielokryterialne podejmowanie decyzji przeciwstawia się zatem analizie jednokryterialnej w tym sensie, że stara się wyrazić spójną rodzinę kryteriów jako instrument zrozumiałej, akceptowalnej i wyczerpującej komunikacji, która powinna umożliwić stworzenie, uzasadnienie i przekształcenie preferencji w procesie decyzyjnym.

Wspomaganie decyzji wielokryterialnych wymaga udziału w jego procesie wielu uczestników. Zachowania i stanowiska różnych uczestników wynikają z odmiennego postrzegania rzeczywistości i procesów w niej zachodzących. Wynikają one również z tego, że każdy człowiek reprezentuje odmienny świat wartości, a stanowiska uczestników budowane są na różnych, niekiedy konfliktowych, systemach wartości, z właściwych im tylko punktów widzenia przyjmowanych przy ocenie i odmiennego postrzegania rzeczywistości. To skłania do wielokryterialnego podejścia w podejmowaniu decyzji.

W zakresie rozwiązywania problemów wielokryterialnych można znaleźć w literaturze wiele różnych metod. Do najbardziej znanych zalicza się m.in.: programowanie wielokryterialne, ELECTRE (*Elimination et Choice Translating Reality*) I i II, III, IV [Banayoun i in. 1966, Roy 1990, Kasprzak 1992], PROMETHEE I i II, MAPPACC, PRAGMA, sztuczne sieci neuronowe [Hertz i in. 1995, Diech in. 2000], [Nykowski 1995], DEA (*Data Envelopment Analysis*) [Charnes i Cooper 1978], metoda eliminacji [Tversky 1971], łańcuchy Markowa [Bhat 1972], AHP (*Analytic Hierarchy Process*) [Saaty 1980], MCDA [Bana e Costa (ed.) 1990, Vincke 1992], ANP (*Analytic Network Process*) [Saaty 2001 b]. Każda z wymienionych metod ma swoje zalety, ale także pewne ograniczenia. Spośród nich za najlepsze, według naszej opinii, można uznać AHP i ANP<sup>1</sup>. Nie są to metody doskonałe, ale jak dotychczas lepszych nie wymyślono. W pracy tej autorzy zdecydowali się więc odnieść do dwóch wielokryterialnych decyzyjnych narzędzi – Analitycznego Procesu Hierarchicznego i jego udoskonalonej formy – Analitycznego Procesu Sieciowego. Obie metody pozwalają w sposób świadomy i przemyślany dokonać wszechstronnej analizy problemu i podjąć decyzję spośród wielu wariantów, prowadzącą do efektywnego rozwiązania.

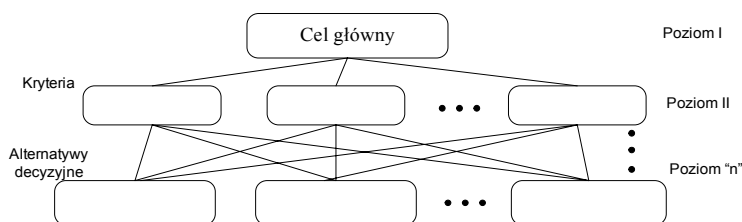
## 2. Schemat struktury decyzyjnej w Analitycznym Procesie Hierarchicznym i Sieciowym

Analityczny Proces Sieciowy (*Analytic Network Process* – ANP) to nowa teoria decyzyjna, stanowiąca rozszerzenie Analitycznego Procesu Hierarchicznego (*Analytic Hierarchy Process* – AHP), jednej z najbardziej znanej w świecie wielokryterialnej metody podejmowania decyzji. ANP może być stosowany do rozwiązywania bardziej wyszukanych problemów decyzyjnych. Różnicę w metodzie ANP stanowią wprowadzone zależności (wzajemne oddziaływania) pomiędzy grupami elementów i wewnątrz nich oraz sprzężenia zwrotne, a ponadto przedstawienie struktury problemu

---

<sup>1</sup> Nie prezentujemy szerzej innych metod wielokryterialnych, których nie stosujemy w pracy, z powodów ograniczeń edytorskich.

nie w postaci hierarchii, jak w przypadku metody AHP (rys. 1), lecz w postaci sieci stanowiącej system komponentów (rys. 2). Na rysunku 2 zaprezentowano ogólną postać struktury hierarchicznej w ujęciu metody ANP oraz jej porównanie do sieci decyzyjnej.

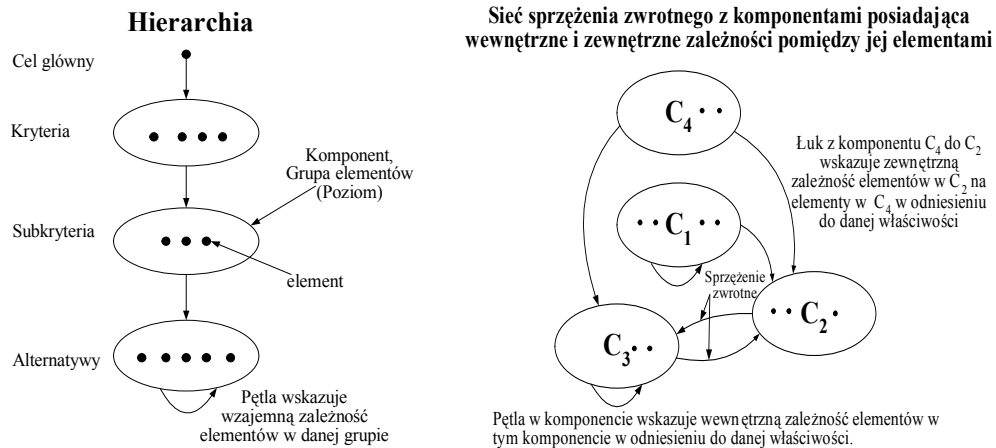


**Rys. 1.** Hierarchia decyzyjna AHP.

Źródło: Opracowano na podstawie Saaty [2001a]

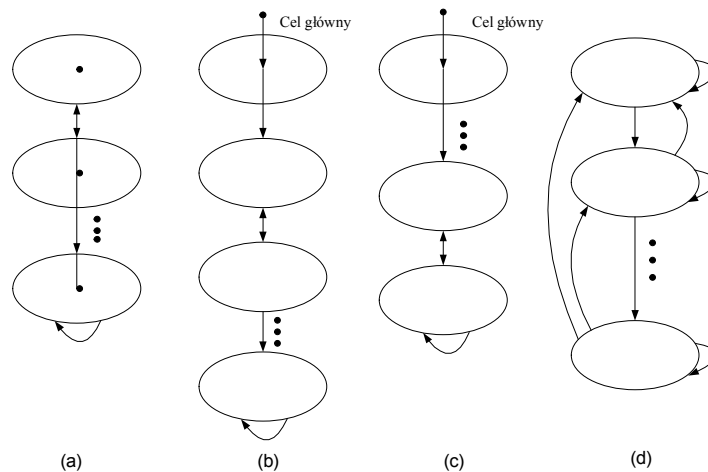
W hierarchicznej strukturze problemu występują poziomy uporządkowane w kierunku malejącej ważności. Elementy są porównywane w parach na każdym poziomie hierarchicznym. Dokonując tego, określa się dominację lub przewagę jednego elementu nad drugim, łącząc je w pary w odniesieniu do elementów położonych na poziomie bezpośrednio wyższym. Strzałki są wyprowadzane w kierunku od góry do dołu, czyli od celu głównego poprzez kryteria, subkryteria (sub-subkryteria...), aż do alternatyw decyzyjnych [Adamus, Gręda 2004a]. W liniowej strukturze hierarchicznej nie występują sprzężenia zwrotne z niższych poziomów do wyższych. Natomiast, jak to widać na rysunku 2, struktura ta posiada pętlę na najniższym jej poziomie. Ma to na celu podkreślenie, iż alternatywy na tym poziomie są zależne tylko od siebie i dlatego elementy te traktuje się jako niezależne od innych. W odróżnieniu od hierarchii – w sieci, komponenty stanowiące grupy elementów (odpowiedniki poziomów w hierarchii) nie występują w żadnym określonym porządku. Połączenia komponentów dokonuje się określając, czy i w jakim stopniu element danego komponentu wpływa na element innego komponentu i odwrotnie. Wskazują na to strzałki, które w tym przypadku mogą iść w obu kierunkach (sprzężenie zwrotne). Komponenty z elementami w sieci także posiadają pętle, jeśli elementy w nich zawarte są zależne od siebie (wewnętrzna zależność). W odniesieniu zaś do grupy alternatyw w sieci, może ona (lecz nie musi) mieć sprzężenie zwrotne do innych komponentów. Przykładem wzajemnej zależności elementów wewnątrz danego komponentu, zaprezentowanej w postaci pętli, jest WE-WY (wejście-wyjście) materiałów pomiędzy przedsiębiorstwami: w danej grupie (np. alternatyw) znajdują się trzy przedsiębiorstwa: elektrownia, kopalnia węgla i huta stali. Elektrownia dostarcza elektryczności do innych przedsiębiorstw (włączając w to siebie). Jednak w większym stopniu jest uzależniona od kopalni węgla, dzięki której

jest w stanie wyprodukować elektryczność oraz od huty wytwarzającej stal do jej turbin [Saaty 2001b].



**Rys. 2.** Porównanie ogólnej struktury hierarchicznej do sieci decyzyjnej.  
 Źródło: Opracowano na podstawie Saaty [2004a]

Sieci mogą powstawać (być generowane) z hierarchii poprzez stopniowe zwiększanie liczby hierarchicznych połączeń. Saaty [2001] wprowadza określoną terminologię dla tego rodzaju hierarchii i ich modyfikacje do systemu sprzężenia zwrotnego. Wynika to z faktu, iż każdy problem decyzyjny może być przedstawiony w postaci sieci.



**Rys. 3.** a) Suparchia, b) Intarchia, c) Synarchia, d) Hiernet.  
 Źródło: Opracowano na podstawie Saaty [2001b]

*Hierarchia (Hierarchy)* to struktura problemu decyzyjnego z celem głównym na górze. *Suparchia (Suparchy)* to struktura problemu podobna do hierarchii, z tą różnicą, że nie posiada celu głównego, lecz sprzężenie zwrotne pomiędzy górnymi dwoma poziomami (rys. 3a). *Intarchia (Intarchy)* to hierarchia z cyklem sprzężenia zwrotnego pomiędzy dwoma sąsiadującymi środkowymi poziomami (rys. 3b). *Synarchia (Synarchy)* to hierarchia z cyklem sprzężenia zwrotnego pomiędzy ostatnimi dwoma poziomami (rys. 3c). *Hiernet* to sieć uporządkowana pionowo w celu ułatwienia zapamiętania jej poziomów (rys. 3d). Twórca tych metod wprowadził także określenia, tj. *neosuparchia (neosuparchy)*, *neointarchia (neointarchy)* oraz *neosynarchia (neosynarchy)*, których górne, środkowe lub dolne poziomy (nieważne jak wiele) są połączone w taki sposób, że tworzą cykliczną formę.

Przedstawienie struktury problemu w postaci sieci wynika z tego, iż wiele problemów decyzyjnych nie może być przedstawionych w postaci hierarchii, ponieważ wymagają one uwzględnienia wzajemnych zależności i wpływu elementów położonych na wyższych poziomach hierarchii na najniżej położone elementy. ANP wprowadza swobodną formę uporządkowania elementów, a nie ściśle ustalony łańcuch ważności (jak w hierarchii). Nie tylko ważność kryteriów determinuje ważność alternatyw (jak ma to miejsce w hierarchii), ale także ważność samych alternatyw determinuje ważność kryteriów. Przykładem może być model wyboru lepszego mostu (tzn. bezpieczniejszego i o bardziej estetycznym wyglądzie). W tym celu porównano dwa mosty. Oba są solidnie zbudowane, jednak solidniejszy nie przynosi zbyt wiele doznań estetycznych. Czy chęć budowy mostu powinna skierować nas do wyboru solidniejszego (ale brzydszego?), gdy w oszacowaniu ważności kryteriów wygląd mostu otrzymał wyższą wartość priorytetu, a solidność mostu mniejszą (ponieważ oba mosty są solidnie zbudowane). Sprzężenie zwrotne umożliwia uwzględnienie przyszłych czynników (w czasie teraźniejszym), które będą określały, czego oczekujemy i co pragniemy osiągnąć w nadchodzącej przyszłości [Saaty 2002].

### **3. Analityczny Proces Hierarchiczny/Sięciowy – twórca metod, ich rozpowszechnienie i zastosowanie**

Twórcą obu metod jest amerykański matematyk Profesor Thomas L. Saaty z Uniwersytetu w Pittsburgu. Prace nad metodą AHP rozpoczął we wczesnych latach 70., zaś nad metodą ANP kilka lat później, w 1975 roku. Dopiero w 2001 roku została wydana książka Prof. Saaty'ego poświęcona metodzie ANP. Nosi ona tytuł *Decision Making with Dependence and Feedback. The Analytic Network Process*. T.L. Saaty jest autorem i współautorem dwunastu książek oraz ponad trzystu artykułów poświęconych metodom AHP/ANP. Książki na temat metody AHP przetłumaczono na sie-

dem języków: duński, francuski, niemiecki, indonezyjski, japoński, portugalski i rosyjski. W planach jest tłumaczenie na język hiszpański i koreański. Książka dotycząca metody ANP została wydana w dwóch wersjach językowych.

Praktycznym narzędziem, stanowiącym uzupełnienie Analitycznego Procesu Sieciowego, a jednocześnie pozwalającym na podejmowanie bardziej złożonych decyzji jest opracowany przez Rozanna Saaty, przy współpracy z Williamem Adamsem program komputerowy *Super Decisions*<sup>®</sup>. Metoda AHP ma także wsparcie w postaci programu komputerowego *Expert Choice*. Mówiąc o programach komputerowych warto zaznaczyć, że zarówno AHP, jak i ANP musiały doczekać się okresu powszechnego użycia „szybkich” komputerów, by znaleźć szersze zainteresowanie i zastosowanie. Warto podkreślić, iż supermacierze ANP w znacznie większym stopniu wymagają pomocy komputera niż hierarchiczna kompozycja AHP. Dlatego szczególnie w ostatnich trzech latach po opublikowaniu przez Saaty’ego książki poświęconej metodzie ANP oraz opracowaniu i rozpowszechnieniu programu komputerowego *Super Decisions*, stanowiącego nieocenioną pomoc w konstruowaniu modeli ANP, możliwe stało się wierne odzwierciedlenie zależności elementów i ich sprzężenia zwrotnego. Spowodowało to duże zainteresowanie i szybkie rozpowszechnienie udoskonalonej formy AHP/ANP.

Wzrost zastosowania tych metod (w szczególności metody AHP) w dużej mierze nastąpił dzięki dwóm czasopismom: „European Journal of Operational Research” oraz „Computers and Operation Research”. Vaidya i Kumar [2004] wskazują, iż przed 1990 rokiem w czasopismach tych opublikowano 18 artykułów poświęconych tej tematyce. Od tamtej pory liczba publikacji dotyczących metody AHP corocznie zwiększała się (autorzy podają liczbę publikacji w konkretnych latach), aż na przełomie lat 2000/2003 wyniosła 46. Oprócz tego ogromny wpływ na rozpowszechnienie tych metod miało organizowanie międzynarodowych sympozjów poświęconych AHP (ISAHP). Do tej pory odbyło się ich siedem (ósme jest w planie), w różnych zakątkach świata: 1) 1988, Tianjin (Chiny); 2) 1991, Pittsburgh (USA); 3) 1994, Washington D.C. (USA); 4) 1996, Vancouver (Kanada); 5) 1999, Kobe (Japonia); 6) 2001, Bern (Szwajcaria); 7) 2003, Bali (Indonezja); 8) 2005, Hawaje (USA).

W Polsce również zorganizowano jedną międzynarodową konferencję na Uniwersytecie Jagiellońskim z udziałem m.in. twórcy metod AHP/ANP – Prof. Thomasa L. Saaty’ego na temat „Wykorzystania metod AHP/ANP i metod pokrewnych w rozwiązywaniu problemów ekonomicznych, organizacyjnych i menedżerskich” [Adamus 2004].

AHP/ANP były zastosowane do rozwiązania wielu problemów decyzyjnych, m.in. w następujących dziedzinach:

- *ekonomii i zarządzaniu* – marketingu, finansach, transporcie, alokacji zasobów, do planowania, prognozowania i wielu innych;
- *polityce* – w negocjacjach, rozwiązywaniu konfliktów, kontroli zbrojeń, grach wojennych;

- *problemach społecznych* – w edukacji, medycynie, prawie, sektorze publicznym, sporcie;
- *technologii* – w wyborze rynku, transferze technologii.

Vaidya i Kumar, dwaj hinduscy naukowcy w swoim artykule z 2004 r. prezentują przegląd 150 zastosowań metody AHP i ANP w różnych dziedzinach nauki, spośród których 27 oceniono krytycznie. Artykuł stanowi doskonale źródło informacji oraz wskazówkę przyszłego zastosowania i możliwości dalszych badań z udziałem tych decyzyjnych narzędzi.

Metody te były konsultowane i wykładane w wielu krajach: najszerzej w USA, następnie w Brazylii, Chile, Czechach, Turcji, Indonezji, Japonii, Szwajcarii oraz w Polsce, a już niedługo w Anglii i Chinach. Profesor Saaty [2004a] wskazuje w swej publikacji na zastosowanie tych metod także w takich krajach jak: Niemcy, Indie, Włochy, Korea, Rosja oraz Hiszpania. Zaś Vaidya i Kumar [2004] podają liczbę artykułów opublikowanych (oprócz ww.) także w: Finlandii, Honk Kongu, Tajwanie, Japonii, Arabii Saudyjskiej, Izraelu, Płd. Afryce, Singapurze, Kanadzie, Chorwacji, Jordanii, a także Tajlandii. Spośród wielu zastosowań tych metod przez przedsiębiorstwa produkcyjne, rządy oraz inne instytucje i jednostki (szacowane w tysiącach) warto wspomnieć o wykorzystaniu AHP przez firmę IBM. Metoda została potraktowana jako część strategii poprawy jakości zaprojektowanego komputera AS/400, dzięki czemu firma IBM zdobyła prestiżową nagrodę jakości im. Malcolm Baldrige'a [Saaty 2004b]. Korzyści z zastosowania tej metody zyskały również takie instytucje w Stanach Zjednoczonych jak m.in.: America Online, Department of Housing and Urban Development (HUD), Webster Bank, Ford Motor Company, Lockheed Martin, U.S. Department of Veteran's Affairs, Federal Aviation Administration, United States Army ([www.expertchoice.com](http://www.expertchoice.com)).

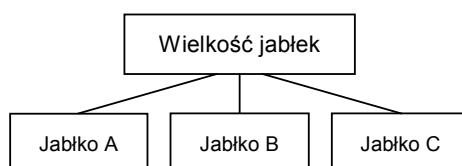
## 4. Teoretyczny aspekt AHP/ANP

### 4.1. Macierze porównań parami

AHP to oryginalna i jednocześnie najbardziej znana teoria decyzyjna, umożliwiająca wprowadzenie relatywnej skali ocen – priorytetów dla obu policzalnych i niepoliczalnych kryteriów. Bazą są werbalne opinie uczonych i ekspertów, istniejące pomiary i dane statystyczne niezbędne do podjęcia decyzji. AHP zajmuje szczególne miejsce w metodzie ANP. Głównym problemem obu metod jest dokonanie pomiaru czynników niepoliczalnych. Aby dokonać pomiaru niepoliczalnych kryteriów i celów, dotychczas wyrażane opinie w postaci werbalnej (słownej) należy przedstawić w postaci numerycznej, np. posługując się fundamentalną skalą porównań Saaty'ego (o której mowa dalej). Aby móc to uczynić w sposób naukowy, należy dokonać tzw.









odwrotnych porównań parami (wyprowadzonych z relacji *bodziec – reakcja*), dla których  $a_{ij} = 1/a_{ji}$  oraz  $a_{ii} = 1$  [Saaty 2001a]. Przykładem może być porównanie wielkości trzech jabłek A, B i C (rys. 4). Zakładając, że jabłko A jest dwa razy większe od jabłka B i sześć razy większe od jabłka C, uzyskamy wynik, że jabłko B stanowi 1/2 wielkości jabłka A, a jabłko C – 1/6 wielkości jabłka A. Tego typu pomiary są znacznie dokładniejsze i dają lepsze rezultaty niż bezpośrednie wskazanie rezultatu.



Rys. 4. Porównania parami wielkości jabłek.  
Źródło: Opracowanie własne

Opinie umieszcza się w kwadratowej macierzy porównań parami ( $n \times n$ )  $A = [a_{ij}]$  (rys. 5), w której wykonuje się  $n(n-1)/2$  tych porównań. Liczba porównań parami wynika z tego, iż na przekątnej macierzy „ $n$ ” elementów znajduje się „ $n$ ” jedynek, a połowa opinii to odwrotności. Jeśli natomiast opinie wyraża ekspert z danej dziedziny, to dopuszczalne jest, by liczba porównań parami wynosiła  $n-1$  (pierwszy rząd lub pierwsza kolumna macierzy). Konstruowana jest wówczas konsekwentna (zgodna) macierz porównań parami, dla której spełniona jest zależność  $a_{ij} = a_{ik}/a_{jk}$ , dla każdego  $i, j, k = 1, \dots, n$ . Jako przykład można tu przytoczyć omawianą uprzednio macierz porównań wielkości trzech jabłek (zob. rys. 4), w której jabłko A jest dwa razy większe od jabłka B i sześć razy większe od jabłka C, stąd jabłko B jest trzy razy większe od jabłka C (pozycja (2,3) macierzy). Wartość 3 została oszacowana z pierwszego rzędu macierzy, dla której  $A = 2B$  i  $A = 6C$ , stąd  $B = 3C$ .

Porównanie wielkości jabłek	Jabłko A	Jabłko B	Jabłko C	Względna wielkość jabłek obliczona z normalizacji wybranej kolumny	Priorytety
 <b>Jabłko A</b>	 1	 2	 6	6/10	A
 <b>Jabłko B</b>	1/2	1	3	3/10	B
 <b>Jabłko C</b>	1/6	1/3	1	1/10	C

Rys. 5. Kwadratowa macierz porównań parami wielkości jabłek i ich priorytety.  
Źródło: Opracowanie na podstawie [Saaty 2004b]

### 4.2. Wektory priorytetów macierzy porównań parami

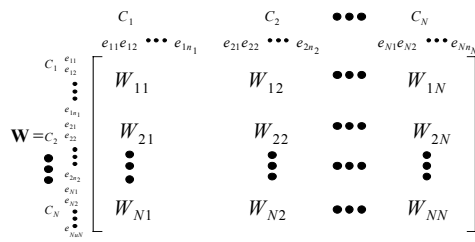
Wektory priorytetów  $w = (w_1, \dots, w_n)$  są obliczane z macierzy porównań parami za pomocą liczb z fundamentalnej skali porównań Saaty’ego (tab. 2), a następnie przedstawia się je w formie macierzy znormalizowanych ocen  $A = (w_i/w_j)$  (rys. 7) i wprowadza do odpowiednich kolumn tzw. *supermacierzy* sieci decyzyjnej. Równanie  $Aw = cw$  (rys. 6 i 7) ma rozwiązanie  $w$ , jeśli  $c$  stanowi największą wartość własną ( $\lambda_{\max}$ , o której mowa w dalszej części artykułu) macierzy  $A$ . Supermacierz jest fundamentalnym narzędziem, niezbędnym do struktury pracy w ANP (rys. 8). Prezentuje ona priorytety oznaczające przewagę (wpływ) elementów znajdujących się po lewej stronie macierzy na elementy znajdujące się na jej górze.

$$Aw = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = cw$$

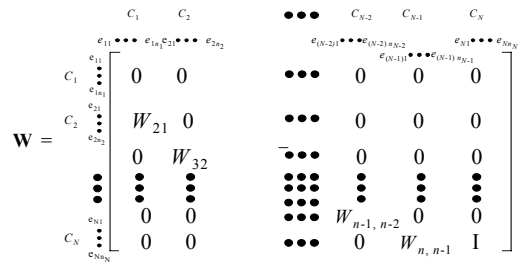
Rys. 6. Iloczyn kwadratowej macierzy i wektora priorytetów porównań parami. Źródło: Saaty [2004c]

$$Aw = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = cw$$

Rys. 7. Iloczyn macierzy znormalizowanych ocen i wektora priorytetów. Źródło: Saaty [2004c]



Rys. 8. Ogólna struktura supermacierzy sieci decyzyjnej. Źródło: Saaty [2001b]



Rys. 9. Struktura supermacierzy dla hierarchii n poziomów. Źródło: Saaty [2004d]

Supermacierz zaprezentowana na rysunku 8 ma ogólnie  $h$  liczbę komponentów, oznaczonych jako  $C_h$ ,  $h = 1, \dots, N$ . Komponenty te posiadają  $n_h$  liczbę elementów oznaczonych przez  $e_{h1}, e_{h2}, \dots, e_{hh}$ . Wektor priorytetu ( $w$ ) obliczony z porównań parami prezentuje wpływ danych elementów komponentu na inny element systemu. Kiedy element nie ma wpływu na inny element, jego priorytet nie jest wyprowadzany i zastępowany jest liczbą zero. Na rysunku 9 zaprezentowano supermacierz dla hierarchii (rys. 1 i 2), gdzie  $W_{21}, W_{32}, W_{n-1, n-2}$  oraz  $W_{n, n-1}$  to macierze. Wejście w ostatnim rzędzie i kolumnie supermacierzy hierarchii stanowi macierz jednostkowa  $I$  (w strukturze

decyzyjnej ANP występuje w postaci pętli). **W** określana jest jako supermacierz, ponieważ jej wejścia stanowią macierze.

Określając preferencje elementów w parach, tak jak to czynimy w przypadku metod AHP/ANP, warto zaznaczyć, co podkreślają Saaty i Ozdemir [2003a] podając za Georgem Millerem [1956], że liczba porównywanych elementów  $n$  powinna zawierać się w granicach (5–9). Zakres ten opiera się na tzw. *magicznej liczbie* siedem, a więc  $7(+/-)2$ . Przy większej liczbie porównywanych elementów istnieje większe prawdopodobieństwo wyrażenia błędnych opinii i wniosków. Wynika to z tego, iż umysł człowieka nie jest w stanie w jednej chwili uchwycić większą liczbę zmiennych i dokonać ich bezbłędnych porównań. Zjawisko to zostało wielokrotnie potwierdzone w literaturze psychologicznej [Blumenthal 1977, Miller 1956].

### **4.3. Kompleksowy model decyzyjny AHP/ANP korzyści, kosztów, szans i ryzyka**

Metoda ANP składa się z trzech części. Pierwszą stanowią strategiczne kryteria, w odniesieniu do których szacowany jest system decyzyjny z uwzględnieniem jego subsystemów: korzyści (benefits – b), kosztów (costs – c), szans (opportunities – o) i ryzyka (risks – r). Drugą tworzą kontrolne hierarchie lub sieci kryteriów i subkryteriów. Kontrolują one interakcje w badanym subsystemie. Trzecią zaś jest sieć zależności między elementami i ich grupami [Saaty 2002].

Na każdą decyzję wywierają wpływ pozytywne i negatywne czynniki, interpretowane psychologicznie, w formie: korzyści (zysków), szans (potencjalnych zysków), kosztów (strat) i ryzyka (potencjalnych strat). Jak oszacować decyzje, uwzględniając wszystkie czynniki i jak dokonać kombinacji ich wyników, by uzyskać jedną końcową odpowiedź? Nie jest to proste zadanie, jednak dzięki zastosowaniu metody AHP/ANP rozwiązanie jest możliwe.

#### **4.3.1. Kontrolne hierarchie lub sieci wzajemnych zależności i sprzężeń zwrotnych pomiędzy elementami oraz skala Saaty'ego porównań ważności elementów**

Problem decyzyjny analizowany za pomocą ANP jest często badany przez kontrolną hierarchię lub sieć dla: korzyści, kosztów, szans i ryzyka. Sieć decyzyjna posiada pogrupowane elementy i połączenia między nimi. Zbiory elementów to kolekcja komponentów istotnych dla danego problemu decyzyjnego w obrębie danej sieci lub subsieci. Są one określane dla każdego kontrolnego kryterium subsystemu. Wszystkie interakcje i sprzężenia zwrotne występujące wewnątrz danej grupy elementów są nazywane *wewnętrznymi zależnościami*, podczas gdy interakcje i sprzężenia zwrotne pomiędzy grupami elementów nazywa się *zewnętrznymi zależnościami*. Wewnętrzne i zewnętrzne zależności są najlep-

szym ze sposobów, w jaki decydent może uchwycić i zaprezentować pojęcia: *oddziaływania* (jednego elementu na drugi lub grupy na innych) albo *bycia oddziaływanym*, zachodzące pomiędzy elementami i ich grupami w odniesieniu do danego kryterium [Saaty 2001b]. Porównania parami wykonywane są systematycznie w odniesieniu do wszystkich kombinacji wzajemnych powiązań pomiędzy elementami i ich grupami. W ANP wykorzystywana jest (ta sama co w metodzie AHP) fundamentalna skala porównań od 1 do 9. Skala ta umożliwia włączenie doświadczeń i wiedzy osoby podejmującej decyzje oraz pozwala na wskazanie, jak wiele razy dany element przeważa nad innym w odniesieniu do danego kryterium. Osoba może wyrazić swoje preferencje pomiędzy każdą parą elementów; najpierw słownie jako: *równe znaczenie* porównywanych elementów, *słaba (umiarkowana) przewaga* jednego elementu nad drugim, *silna przewaga*, *bardzo silna przewaga* i *ekstremalna przewaga*. Te opisowe preferencje są następnie zapisywane w postaci liczb jako 1, 3, 5, 7, 9. Wprowadzane są również liczby pośrednie, tj. 2, 4, 6, 8, stosowane wówczas, gdy trudno wyrazić nasze werbalne opinie i odczucia, np. liczba 4 wskazuje *ponad słabą* (między słabą a silną) *przewagę* jednego elementu nad drugim. Dokonując porównań, mamy zatem do wyboru 17 możliwych wielkości  $\{1/9, 1/8, \dots, 1/2, 1, 2, \dots, 8, 9\}$ . Zostały one zaprezentowane w tabeli 1.

Tabela 1

Fundamentalna skala porównań T. L. Saaty'ego

Skala ważności	Definicja	Wyjaśnienie
1	Równe znaczenie	Równoważność obu porównywanych elementów (oba elementy w równym stopniu przyczyniają się do realizacjiżądanego celu).
3	Słaba lub umiarkowana przewaga	Słabe (umiarkowane) znaczenie lub preferencja jednego elementu nad drugim (jeden element ma nieco większe znaczenie niż drugi).
5	Mocna przewaga	Mocna preferencja (znaczenie) jednego elementu nad innym.
7	Bardzo mocna (silna) przewaga	Dominujące znaczenie lub bardzo mocna preferencja jednego elementu nad drugim.
9	Ekstremalna lub absolutna	Absolutne większe znaczenie (preferencja) jednego elementu nad drugim (przewaga jednego elementu nad drugim jest na najwyższym możliwym do określenia poziomie).
2, 4, 6, 8	Dla porównań kompromisowych pomiędzy powyższymi wartościami	Czasami istnieje potrzeba interpolacji numerycznej kompromisowych opinii, ponieważ nie ma dobrego słowa do ich opisanie (stosowane są wówczas wartości środkowe z powyższej skali).
1,1 – 1,9	Dla elementów o bliskim znaczeniu ( <i>powiązanych</i> )	Jeżeli znaczenia elementów są bliskie i prawie nie do odróżnienia, to przyjmujemy średnią równą 1,3 a ekstremum = 1,9.
Odwrotność powyższych skal	Przechodniość ocen	Jeżeli element $i$ ma jedną z powyższych niezerowych liczb oznaczającą wynik porównania z elementem $j$ , wtedy $j$ ma odwrotną wartość, kiedy porównujemy go z elementem $i$ . Jeżeli porównaniu $X$ z $Y$ przyporządkujemy wartość $a$ , to wtedy automatycznie musimy przyjąć, że wynikiem porównania $Y$ z $X$ musi być $1/a$ .

Źródło: Opracowanie na podstawie Saaty [2001a].

W metodzie ANP osoba wyrażająca opinie (przy użyciu fundamentalnej skali porównań AHP) odpowiada na dwa rodzaje pytań, dotyczących siły przewagi porównywanych elementów: 1) w odniesieniu do danego kryterium, który z podanych dwóch elementów jest bardziej dominujący (ma większą przewagę)?; 2) który z podanych dwóch elementów w większym stopniu wpływa na trzeci element w odniesieniu do danego kryterium? [Saaty 2004a]. Kryteria, o których mowa noszą nazwę kontrolnych kryteriów. Kryteria te kontrolują nasze zrozumienie problemu. Stanowią je np. kryteria: ekonomiczne, polityczne, społeczne czy środowiskowe. Należy zaznaczyć, iż w metodzie ANP istnieją dwa rodzaje kontrolnych kryteriów (subkryteriów). Kontrolne kryterium może być bezpośrednio włączone w strukturę, stanowiąc cel główny hierarchii (jeśli struktura rzeczywiście stanowi hierarchię). W tym przypadku kontrolne kryterium nosi nazwę *porównawczo-„łączącego”*. W przeciwnym razie kontrolne kryterium nie jest włączone bezpośrednio w strukturę, lecz „wpływa” na porównania wykonywane w sieci. Wówczas kryterium to jest nazywane *porównawczo-„wpływającym”*. Należy zaznaczyć, iż struktura problemu jest taka sama, różni je natomiast sposób postrzegania problemu (przez pryzmat tych kryteriów) przez decydenta.

Oprócz porównań parami istnieje możliwość wykorzystania w schemacie decyzyjnym AHP/ANP rzeczywistych (realnych) danych liczbowych oraz danych statystycznych odzwierciedlających nasz problem lub pewną jego część. Dane te są sprowadzane do postaci priorytetów poprzez ich normalizację do jedności (użycie programu komputerowego Super Decisions lub Expert Choice powoduje, iż czynności te wykonuje komputer).

#### **4.4. Wektory priorytetów wszystkich możliwych zależności elementów supermacierzy**

Zasadniczym (kluczowym) zagadnieniem w metodzie ANP jest dokonanie syntezy i przedstawienie końcowego rezultatu w postaci priorytetów dla wszystkich możliwych zależności, sprzężeń i cykli pomiędzy elementami sieci. Czy jest to możliwe? Profesor Saaty twierdzi, że tak. Opiera on swe stwierdzenie na teorii grafów [Saaty 2001b]. Wystarczy podnieść naszą macierz zależności (nazwaną przez Saaty’ego supermacierzą) do kolejnych potęg oraz użyć sumowania opracowanego przez włoskiego matematyka Ernesto Cesaro (1859–1906) i powszechnie znanej teorii Oscara Perrota [Saaty 2004a i c].

To stwierdzenie wymaga szerszego wytłumaczenia. Rozpocznijmy od tego, że istnieją trzy rodzaje supermacierzy – tzw. *nieważona*, *ważona* i *limitowana*. *Nieważona supermacierz* składa się z lokalnych priorytetów (otrzymanych z porównań elementów, w danej grupie, wewnątrz kontrolnych kryteriów). Następnie ta supermacierz

musi zostać transformowana do supermacierzy, której kolumny sumują się do jedności (tzw. *kolumny stochastyczne*), znanej pod nazwą *macierz stochastyczna*. Pierwszą osobą, która w swojej pracy dotyczącej tzw. *łańcuchów Markowa* zwróciła uwagę na macierze stochastyczne, był Andre Andreevich Markow (1856–1922). *Ważoną supermacierz* otrzymujemy przez *ważenie*, a więc pomnożenie lokalnych priorytetów elementów przez wagi ich kontrolnych kryteriów. Kolejnym krokiem jest zamiana *macierzy stochastycznej* w *macierz limitów*, złożoną z końcowych (ostatecznych) wielkości priorytetów prezentujących wpływ każdego elementu systemu na każdy inny element. Aby tego dokonać, musimy podnosić supermacierz do kolejnych potęg. Dlaczego? Wynika to z faktu, iż poprzez te czynności pragniemy uchwycić wszystkie możliwe oddziaływania (wpływy) elementów na wszystkich możliwych ścieżkach supermacierzy (teoria grafów). Wejścia *ważonej supermacierzy* pokazują *bezpośredni* wpływ danego elementu na każdy inny element. Jednak należy zaznaczyć, iż element może wpływać na drugi element *pośrednio* poprzez wpływ na trzeci element, który następnie wpływa na ten drugi. Istnieje wiele potencjalnych trzecich elementów. Decydent musi więc uwzględnić wszystkie możliwości pojawienia się trzeciego elementu. Wszystkie pośrednie wpływy par elementów poprzez pośredni trzeci element są otrzymywane w wyniku podniesienia *ważonej supermacierzy* do kwadratu ( $\mathbf{W}^2$ ). Podobnie musimy uwzględnić wpływ danego elementu na drugi przez uwzględnienie trzeciego elementu, który wpływa na czwarty, a ten znów na drugi. Wymaga to podniesienia danej supermacierzy do potęgi trzeciej ( $\mathbf{W}^3$ ) itd. Istnieje więc nieskończona liczba (sekwencja) „wpływów” macierzy: sama macierz, jej kwadrat, trzecia potęga itd., oznaczona przez  $\mathbf{W}^k$ ,  $k = 1, 2, \dots$  (rys. 10).

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & W_{12} & 0 \\ 0 & 0 & W_{23} \\ W_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{W}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_{12}W_{23} \\ W_{23}W_{31} & 0 & 0 \\ 0 & W_{31}W_{12} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{W}^3 = \begin{bmatrix} W_{12}W_{23}W_{31} & 0 & 0 \\ 0 & W_{23}W_{31}W_{12} & 0 \\ 0 & 0 & W_{31}W_{12}W_{23} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{W}^{3k} = \begin{bmatrix} (W_{12}W_{23}W_{31})^k & 0 & 0 \\ 0 & (W_{23}W_{31}W_{12})^k & 0 \\ 0 & 0 & (W_{31}W_{12}W_{23})^k \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{W}^{3k+1} = \begin{bmatrix} 0 & (W_{12}W_{23}W_{31})^k W_{12} & 0 \\ 0 & 0 & (W_{23}W_{31}W_{12})^k W_{23} \\ (W_{31}W_{12}W_{23})^k W_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{W}^{3k+2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (W_{12}W_{23}W_{31})^k W_{12}W_{23} \\ (W_{23}W_{31}W_{12})^k W_{23}W_{31} & 0 & 0 \\ 0 & (W_{31}W_{12}W_{23})^k W_{31}W_{12} & 0 \end{bmatrix};$$

**Rys. 10.** Potęgowanie supermacierzy.

Źródło: Saaty [2004a]

Jeśli weźmiemy skończoną (graniczną) wielkość, stanowiącą średnią liczbę (sekwencji)  $N$ -tych potęg supermacierzy (znanej jako suma Cesaro):  $\lim_{N \rightarrow \infty} 1/N \sum_{k=0}^N \mathbf{W}^k$ , to dzięki analizie matematycznej wiemy, że jeśli ta sekwencja zmierza do granicy, to jej suma Cesaro zmierza do tej samej granicy. Odkąd sekwencja jest definiowana jako potęga macierzy, wystarczy znaleźć granicę tych potęg. Z teorii Oscara Perrona wiemy, że sekwencja ta zmierza do macierzy, której wszystkie kolumny są identyczne i proporcjonalne do wektora własnego macierzy  $\mathbf{A}$  [Saaty 2004d]. Wszystkie te przeliczenia są automatycznie wykonywane przez program komputerowy *Super Decisions*.

#### 4.5. Konsekwencja w wyrażaniu opinii w macierzach porównań parami

W metodzie AHP/ANP najważniejszymi wielkościami, które obliczamy z macierzy porównań są:  $\lambda_{\max}$ , C.I. oraz C.R.  $\lambda_{\max}$  (największa wielkość własna macierzy) jest miarą zgodności porównań, która odzwierciedla proporcjonalność preferencji. Saaty udowodnił, że porównania parami są tym bardziej konsekwentne, im  $\lambda_{\max}$  jest bliższe  $n$  (liczba elementów w macierzy = liczbie wierszy = liczbie kolumn). W przypadku całkowitej zgodności  $\lambda_{\max} = n$ . Na bazie tej własności konstruuje się indeks niezgodności (braku konsekwencji porównań) C.I., który reprezentuje odchylenie od zgodności. Obliczamy go ze wzoru

$$\text{C.I.} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}.$$

Kolejną wielkością mierzącą koherencję porównań parami jest współczynnik niezgodności C.R. (w literaturze angielskiej nazywa się go *consistetsy ratio*). Jest on bardziej użyteczną miarą niż C.I. (indeks niezgodności), ponieważ C.I. jest trudny w interpretacji, a C.R. możemy wyrazić w procentach:

$$\text{C.R.} = \frac{100 \text{ C.I.}}{\text{R.I.}}.$$

Współczynnik ten określa, w jakim stopniu wzajemne porównania ważności charakterystyk są niezgodne (niekonsekwentne) [Adamus, Szara 2001]. Praktyczną zasadą AHP jest, aby wartość C.R. dla macierzy (3×3) była mniejsza lub równa 5%, (4×4) 8%, zaś dla większych macierzy wynosiła nie więcej niż 10% (C.R. ≤ 10) [Saaty 2004d]. Uważamy wówczas, że współczynnik niezgodności jest akceptowany, a porównania są konsekwentne (zgodne). W przeciwnym wypadku wszystkie lub niektóre porównania zaleca się powtórzyć w celu pozbycia się niezgodności porównań parami. W przypadku pełnej zgodności porównań opinii  $\lambda_{\max} = n$ ; C.I. = 0 i C.R. = 0.

Warto podkreślić, iż opisana wyżej dopuszczalna granica błędów w opiniach nie powinna przekraczać 10%. Jej przekroczenie nie jest dopuszczalne, podobnie jak niekorzystna jest 100% konsekwencja w porównaniach (C.R. = 0). Jeśli zawsze sztywno będziemy trzymać się swoich poglądów, oznacza to, iż nie dopuszczamy możliwości zmiany naszego zdania. Jednak cały czas zdobywamy nową wiedzę, nabywamy nowe doświadczenia, które prowadzą do tego, iż postrzegamy rzeczy w nowym (niejednokrotnie lepszym) świetle. Może to wpłynąć na zmianę uprzednio wyrażanych przez nas opinii.

W celu oszacowania współczynnika niezgodności (C.R.) należy wyznaczyć R.I., czyli losowy indeks niezgodności, obliczony z losowo generowanej macierzy o wymiarach  $n$ . Wielkości R.I. (wygenerowane z kilku tysięcy macierzy) przedstawiono w tabeli 2.

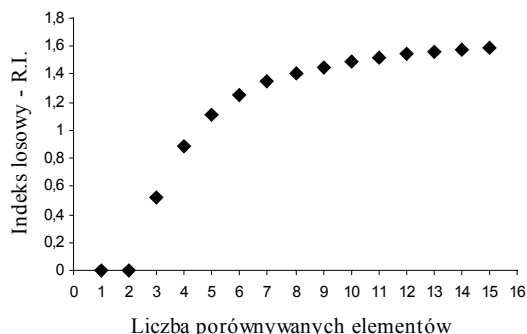
Tabela 2

Losowy indeks niezgodności (R.I.)

Rząd macierzy	$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Indeks losowy	R.I.	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49	1,52	1,54	1,56	1,58	1,59

Źródło: Saaty, Ozdemir [2003a].

Na rysunku 11 zaprezentowano asymptotyczną naturę losowego indeksu niezgodności (R.I.).



Rys. 11. Wykres losowego indeksu niezgodności (R.I.).

Źródło: Opracowanie na podstawie Saaty, Ozdemir [2003a]

#### 4.6. Synteza wyników dla korzyści, kosztów, szans i ryzyka – formuły matematyczne

Po wykonaniu wszystkich porównań parami dokonujemy syntezy wyników wewnątrz każdego kontrolnego subsystemu: korzyści, kosztów, szans i ryzyka. Przed



wskazaniem najlepszego rozwiązania problemu (wybór najlepszej alternatywy decyzyjnej) należy dokonać połączenia wyników otrzymanych dla czterech kontrolnych subsystemów. Istnieją dwa sposoby kombinacji tych priorytetów. Pierwszy – tradycyjny (wykorzystywany przez ekonomistów), w którym dzieli się iloczyn priorytetów wariantów dla korzyści i szans przez iloczyn ich priorytetów dla kosztów i ryzyka (BO/CR). Formuła ta została nazwana przez Saaty’ego multiplikatywną (*multiplicative formula*). Obliczenia wykonuje się dla każdej alternatywy uwzględnionej w oddzielnej hierarchii lub sieci dla czterech subsystemów, a następnie dokonuje się wyboru najlepszej alternatywy z największą wielkością priorytetu. W drugim ze sposobów należy określić ważność każdego z subsystemów, a więc korzyści (b), kosztów (c), szans (o) i ryzyka (r) dla naszego problemu. W podjęciu określonej decyzji różne jest bowiem jej znaczenie w odniesieniu do: korzyści, kosztów, szans i ryzyka (BOCR), dlatego musimy dokonać ich priorytetyzacji przez opracowanie tzw. strategicznych kryteriów. Kryteria te stanowią nasz system wartości (wyższe cele stawiane np. przez człowieka, przedsiębiorstwo, państwo), w stosunku do których określa się ważność (znaczenie) najlepszych z alternatyw (B, O, C, R) rozwiązywanego przez nas problemu, np. słabe, silne, mocne. Maslow pogrupował je w kierunku malejącej ważności. Pierwsze miejsce zajmują takie elementy, jak: życie, zdrowie, bezpieczeństwo, rodzina, przyjaciele, religia (wiarą, za którą niektórzy skłonni są oddać życie). Na drugim znalazły się: kariera, edukacja oraz styl życia. Na trzecim: polityczne i społeczne prawdy (poglądy), na czwartym zaś filozoficzne wierzenia, idee i myśli. Należy zaznaczyć, iż zarówno grupy, korporacje, jak i państwa prezentują podobny system wartości.

Następnie korzystając z formuły  $bB+oO-cC-rR$  dla każdej alternatywy, dokonujemy wyboru najlepszej z nich. Stosując drugą z prezentowanych formuł, noszącą nazwę addytywnej–negatywnej (*additive–negative*), możemy otrzymać ujemne wielkości priorytetów. Jest to pomocne zwłaszcza wtedy, gdy pragniemy dokonać inwestycji, a więc odnieść nasze rozwiązanie do wartości pieniężnych [Saaty, Ozdemir 2003b].

Należy zaznaczyć, iż użycie wag – b, o, c, r w odniesieniu do pierwszej formuły nie jest konieczne. Wynika to z faktu, iż w ten sposób mnożylibyśmy rezultat obliczany dla każdej alternatywy przez tę samą stałą bo/cr. Potwierdzono to serią obliczeń funkcji wykładniczych i logarytmicznych, na podstawie których obliczono następujące przybliżenie [Saaty 2004e]:

$$\begin{aligned} \frac{bBoO}{cCrR} &= \exp(\log bB + \log oO - \log cC - \log rR) \\ &= 1 + (\log bB + \log oO - \log cC - \log rR) + \dots \\ &\approx 1 + (bB - 1) = (oO - 1) - (cC - 1) - (rR - 1) = 1 + bB + oO - cC - rR. \end{aligned}$$

Przeliczenia dokonano z uwagi na to, iż wszystkie wielkości priorytetów „leżą” w przedziale (0, 1). Uzyskane przybliżenie wskazuje, że do końcowej wielkości prio-

rytetu każdej alternatywy musielibyśmy dodawać cyfrę 1. Jednak wartość ta nie „wnosi” żadnych znaczących zmian do naszego równania, możemy więc dokonać jej eliminacji. Uzyskana formuła jest podobna do całkowitej formuły z równymi wagami przyjętymi dla B, O, C i R.

Na końcu wykonywana jest tzw. *analiza wrażliwości* (w postaci wykresów) dla alternatyw, dzięki którym dokonuje się ich interpretacji i określa, w jakim kierunku wagi alternatyw ulegną zmianie, gdy priorytety dla czterech kontrolnych subsystemów lub kryteriów się zmieniają. Czy inne rozwiązanie z bliską wielkością priorytetu może również stanowić dobre rozwiązanie i dlaczego? – to częste pytanie, jakie wielu z nas zadaje. Odpowiedź brzmi: to zależy od stabilności naszego rozwiązania.

#### 4.7. Schemat opracowania modelu decyzyjnego AHP (ANP)

Zaprezentowano schematy opracowania modeli decyzyjnych AHP i ANP.

##### *Model decyzyjny AHP*

1. Postawienie problemu.
2. Zidentyfikowanie celu głównego.
3. Przedstawienie struktury problemu w postaci modelu hierarchicznego – określenie kryteriów i subkryteriów celu głównego (rys. 1).
4. Określenie dominacji (preferencji) głównych kryteriów na podstawie porównania parami ich ważności w realizacji celu głównego (opinie werbalne z fundamentalnej skali Saaty’ego).
5. Określenie dominacji subkryteriów przez porównanie parami ich ważności w realizacji głównych kryteriów (opinie werbalne z fundamentalnej skali Saaty’ego).
6. Opracowanie wariantów decyzyjnych, spełniających subkryteria i kryteria celu głównego.
7. Określenie dominacji opracowanych wariantów decyzyjnych przez porównanie parami ich ważności w odniesieniu do każdego subkryterium.
8. Przyporządkowanie opiniom werbalnym ekspertów (odzwierciedlających ich wiedzę, doświadczenia, doznania i emocje – wyrażających ważność opinii w formie słownej), znaczących liczb z fundamentalnej skali porównań Saaty’ego (tab. 2). Na każdym poziomie hierarchicznym oraz w ramach danego kryterium lub subkryterium opinii może udzielać inny ekspert lub grupa ekspertów.
9. Użycie tych liczb zestawionych w macierzach do obliczenia priorytetów elementów „drzewa hierarchicznego” w odniesieniu do ich wpływu na cel główny.
10. Synteza otrzymanych wyników – wybór najlepszego wariantu (z największą wielkością priorytetu), który w największym stopniu przyczyni się do realizacji przyjętego przez nas celu.

Każda decyzja powstaje w trakcie procesu, który stopniowo redukuje zakres swobody występujących w nim aktorów (uczestników, ekspertów).

#### *Model decyzyjny ANP*

1. Postawienie problemu.
2. Przedstawienie problemu w postaci kontrolnej hierarchii lub sieci (zazwyczaj jako osobne modele korzyści, kosztów, szans i ryzyka), złożonych z pogrupowanych elementów.
3. Połączenia wzajemnie zależnych elementów (wewnątrz grup i pomiędzy nimi).
4. Porównania parami wzajemnie zależnych elementów (skala 1–9) i obliczenie priorytetów (przedstawienie opinii w postaci nieważonej, ważonej i limitowanej supermacierzy).
5. Opracowanie strategicznych kryteriów, w odniesieniu do których określa się znaczenie: korzyści, kosztów, szans i ryzyka decyzji.
6. Bezpośrednie wprowadzenie priorytetów do naszego modelu decyzyjnego (oszacowanych za pomocą strategicznych kryteriów), prezentujących znaczenie korzyści, kosztów, szans i ryzyka.
7. Synteza otrzymanych wyników – wykorzystanie formuł decyzyjnych: BO/CR oraz  $bB+oO-cC-rR$  do wyboru najlepszego wariantu (z największą wielkością priorytetu).
8. Analiza wrażliwości (w postaci wykresów) dla korzyści, kosztów, szans i ryzyka naszego problemu (określenie stabilności naszego rozwiązania).

## **5. Praktyczny aspekt modeli AHP/ANP**

### **5.1. Przykład macierzy porównań parami – oszacowanie wielkości spożycia napojów w USA**

Profesor Saaty prezentuje w swoich pracach liczne przykłady praktycznego wykorzystania Analitycznego Procesu Hierarchicznego/Sieciowego oraz ogromnej ich użyteczności w podejmowaniu decyzji i rozwiązywaniu problemów. W artykule z 2004 roku autor omawia na przykład wykorzystanie metody AHP do oszacowania wielkości spożycia napojów w USA [Saaty 2004b]. W tym celu wykorzystano opinie 30 osób (słuchaczy), jest to więc przykład grupowego podejmowania decyzji. Uzyskane wyniki zostały porównane z danymi statystycznymi.

Należy zaznaczyć, że w momencie gdy grupa jednostek pragnie dokonać zbiorowego wyboru, wówczas każda osoba danej grupy może określić swą indywidualną preferencję, by następnie za pomocą średniej geometrycznej dokonać kombinacji (połączenia) tych opinii w jeden, stanowiący wybór grupy.

W przytoczonym przykładzie każda z osób miała za zadanie porównać wyszczególnione napoje w parach, korzystając z fundamentalnej skali porównań (1–9), i odpowiedzieć na pytanie: który napój jest więcej konsumowany w Stanach Zjednoczonych i jaka jest przewaga jego spożycia w odniesieniu do innych napojów? Opinie respondentów pokazano w tabeli 3. Przedstawia ona odwracalną macierz porównań parami, w której respondenci np. porównując kawę (wyszczególnioną w konsumowanych napojach – lewa strona macierzy) z winem (na jej górze w główce tabeli) wskazywali, iż konsumpcja kawy jest absolutnie większa, stąd w pozycji (1, 2) macierzy umieszczono wartość 9. Automatycznie wartość 1/9 wprowadzono w pozycji (2, 1) macierzy. Warto zaznaczyć, że jeśli konsumpcja napoju na lewo macierzy nie przeważa spożycia napojów na górze, to wprowadzana jest odwrotna wartość. Jako przykład może posłużyć porównanie kawy z wodą – pozycja (1, 7), z którego wynika, iż konsumpcja wody jest nieznacznie większa, stąd w odpowiednim miejscu wprowadzono wartość 1/2. Odpowiednio liczbę 2 umieszczono w 7 rzędzie i 1 kolumnie macierzy.

Tabela 3

## Konsumpcja napojów w USA

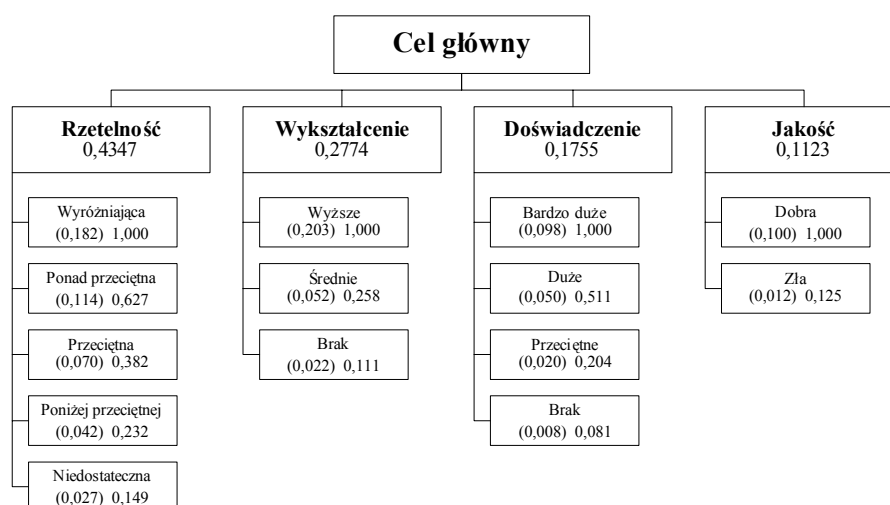
Konsumpcja napojów w USA	Przykład oszacowania wielkości konsumpcji napojów w USA przy użyciu porównań parami						
	Pytanie: Który z napojów konsumowany jest więcej w USA?						
	Kawa	Wino	Herbata	Piwo	Woda sodowa	Mleko	Woda
Kawa	1	9	5	2	1	1	1/2
Wino	1/9	1	1/3	1/9	1/9	1/9	1/9
Herbata	1/5	2	1	1/3	1/4	1/3	1/9
Piwo	1/2	9	3	1	1/2	1	1/3
Woda sodowa	1	9	4	2	1	2	1/2
Mleko	1	9	3	1	1/2	1	1/3
Woda	2	9	9	3	2	3	1
	Obliczona wielkość spożycia napojów (bazując na opiniach w macierzy porównań):						
	<b>Kawa</b>	<b>Wino</b>	<b>Herbata</b>	<b>Piwo</b>	<b>Woda sodowa</b>	<b>Mleko</b>	<b>Woda</b>
	.177	.019	.042	.116	.190	.129	.327
	C.R.= .022						
	Faktyczna konsumpcja napojów w USA (dane statystyczne):						
	.180	.010	.040	.120	.180	.140	.330

Źródło: Opracowanie na podstawie Saaty [2004b].

Obliczone z tych porównań wektory priorytetów zestawiono w dole tabeli i porównano z danymi statystycznymi, prezentującymi faktyczną wielkość spożycia napojów w USA. Wielkości te są ze sobą zbieżne – nie różnią się istotnie.

## 5.2. Przykład struktury hierarchicznej – oszacowanie wzrostu pensji pracowników

W przykładzie tym dokonano oceny pracowniczej, na podstawie której pracodawca zamierzał rozdzielić odpowiednią kwotę pieniędzy. Przyjęto odpowiednie kryteria oceny: rzetelność, wykształcenie, doświadczenie i jakość wykonywanej pracy (rys. 12). Każde z kryteriów szerzej określono i zdefiniowano za pomocą subkryteriów, stanowiących poziom III tego modelu (ich natężenie, określony standard lub kategorie dyskryminujące).



**Rys. 12.** Hierarchia cech do oceny pracowniczej.  
Źródło: Opracowanie na podstawie Saaty [2004d]

**Tabela 4**

Macierz porównań parami ważności subkryteriów w odniesieniu do kryterium rzetelności

	Wyróżniająca	Ponad-przeciętna	Przeciętna	Poniżej przeciętnej	Niedostateczna	Priorytety
Wyróżniająca	1	2	3	4	5	0,419
Ponad przeciętna	1/2	1	2	3	4	0,263
Przeciętna	1/3	1/2	1	2	3	0,160
Poniżej przeciętnej	1/4	1/3	1/2	1	2	0,097
Niedostateczna	1/5	1/4	1/3	1/2	1	0,062
						C.I. = 0,015

Źródło: Saaty [2004d].

Priorytety obliczono dokonując porównania elementów, na każdym poziomie hierarchicznym, w parach. Najpierw określono wagę kryteriów w odniesieniu do celu

głównego, a więc oceny pracowniczej. Następnie ważność (znaczenie) subkryteriów w odniesieniu do odpowiadających im kryteriów, znajdujących się na poziomie bezpośrednio wyższym. Przykład macierzy porównań subkryteriów w parach prezentuje tabela 4. Porównano w niej ze sobą i określono ważność (znaczenie) poszczególnych subkryteriów należących do kryterium rzetelność.

Drugą kolumnę priorytetów przy subkryteriach (rys. 12) stanowią idealne wielkości priorytetów, obliczone po podzieleniu każdego z subkryteriów danej grupy przez ich największą wartość. Wówczas wielkość 1 otrzymuje subkryterium z najwyższą wielkością priorytetu, zaś pozostałe elementy otrzymują proporcjonalne wielkości. Jest to szczególnie użyteczne w zachowaniu rankingu (szeregu) alternatyw, spowodowanym dodaniem lub usunięciem innej alternatywy. W tym przypadku alternatywy stanowią pracownicy zakładu. Każdego pracownika oceniono przez przypisanie mu odpowiednich cech, zaprezentowanych na rys. 12, poniżej każdego kryterium. Wynik dla każdej osoby otrzymuje się po pomnożeniu priorytetu danej cechy przez wagę odpowiadającego mu kryterium oraz zsumowaniu dla wszystkich kryteriów. Tego typu obliczenia zestawiono w tabeli 5.

Tabela 5

## Ocena pracownicza

		Rzetelność 0,4347	Wykształcenie 0,2774	Doświadczenie 0,1775	Jakość 0,1123	Suma	Norm.
1	V. Adams	wyróżniająca	wyższe	bardzo duże	dobra	1,000	0,245
2	L. Becker	przeciętna	wyższe	przeciętne	dobra	0,592	0,145
3	F. Hayat	przeciętna	wyższe	duże	dobra	0,645	0,158
4	S. Kesselman	ponad- przeciętna	średnie	brak	zła	0,373	0,091
5	K. O'Shea	przeciętna	wyższe	przeciętne	zła	0,493	0,121
6	T. Peters	przeciętna	wyższe	brak	dobra	0,570	0,140
7	K. Tobias	przeciętna	brak	duże	zła	0,407	0,100

Źródło: Saaty [2004d].

Wzrost płac poszczególnych pracowników może być dokonany proporcjonalnie do znormalizowanych wielkości znajdujących się po prawej stronie tabeli 5.

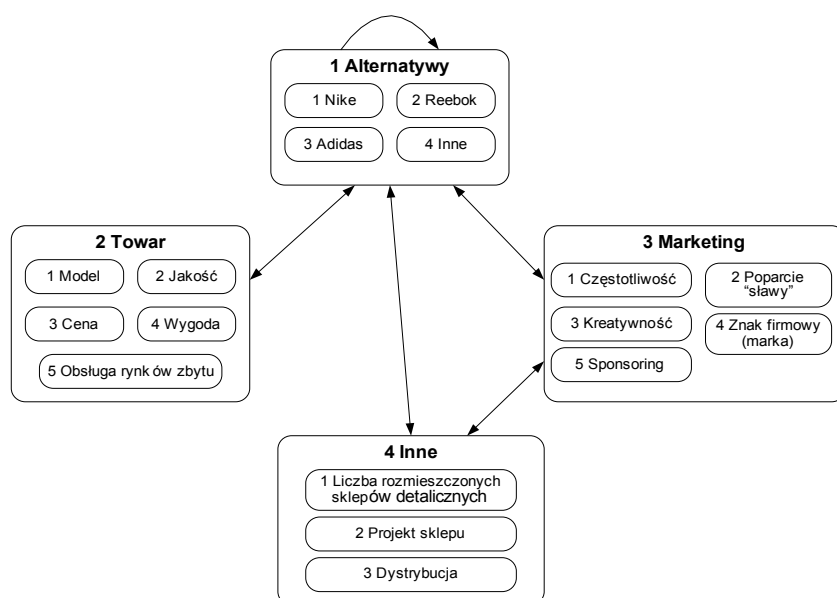
### 5.3. Przykład pojedynczego kontrolnego kryterium

#### – korzyści ekonomiczne udziału w rynku USA producentów butów sportowych

W USA w ciągu ostatnich lat zaobserwowano wzrost popytu na obuwie sportowe, które ze względu na wygodę jest powszechnie używane w Stanach Zjednoczonych do celów sportowych oraz jako codzienny dodatek do ubioru przez większość mieszkań-

ców tego kraju. Nastąpiło więc duże zainteresowanie udziałowców tego typu przedsiębiorstwami, co zostało wywołane m.in. postępem w badaniach i rozwojem wytrzymałych i wygodnych materiałów do ich produkcji. Przedsiębiorstwa te zajmują jedną z czołowych pozycji w zakresie marketingu i reklamy swoich produktów.

Na rysunku 13 zaprezentowano prosty model ANP udziału w rynku USA firm produkujących obuwie sportowe w 2000 roku. Oszacowany udział w rynku danych przedsiębiorstw porównano następnie z odpowiednimi danymi statystycznymi za tamten okres (tab. 6). Przykład został opracowany przez studentkę prof. Saaty'ego – Marie Lagasca [Saaty 2004d].



**Rys. 13.** Udział w rynku USA firm produkujących obuwie sportowe.

Źródło: Saaty [2004d]

**Tabela 6**

Synteza wyników

Alternatywy	Oszacowany udział w rynku (model ANP)	Aktualne dane
Nike	40,67	39,20
Reebok	15,04	15,10
Adidas	11,33	10,90
Inne	32,97	34,80

Rynek obuwia sportowego jest podzielony pomiędzy wielu graczy. W zaprezentowanym modelu uwzględniono grupę najbardziej znanych producentów obuwia sportowego w USA: Nike, Reebok i Adidas oraz grupę innych przedsiębiorstw

o mniejszym udziale w tym rynku. Według autorki model ten uwzględnia najważniejsze czynniki mające wpływ na udział w rynku obuwia sportowego. Do jego opracowania wykorzystano program komputerowy *Super Decisions*. Porównania parami wykonano za pomocą tego programu, bazując na informacjach otrzymanych od poszczególnych przedsiębiorstw. Ze względu na ograniczony charakter artykułu zaprezentowano jedynie model i rezultat.

#### **5.4. Przykład kontrolnych hierarchii korzyści i kosztów poprawy jakości produktów i wzrostu efektywności przedsiębiorstwa**

W pracy zaprezentowano przykład zastosowania, po raz pierwszy w polskich warunkach, wielokryterialnej metody rozwiązywania problemów decyzyjnych – Analitycznego Procesu Sieciowego. ANP posłużyło do wyboru najlepszego wariantu poprawy jakości oraz określenia wpływu wybranych czynników na koszty i korzyści tych działań [Adamus, Gręda 2004b].

Badania wykonano w 2003 roku w jednym z przedsiębiorstw branży spożywczej w Polsce południowej. Firma zajmuje się produkcją herbat i margaryn. Wysoką jakość pracy i produkowanych wyrobów badanej firmie zapewniają posiadane systemy jakości. Wewnętrzny system współtworzą systemy zapewniania bezpieczeństwa i jakości zdrowotnej żywności – GMP/GHP oraz HACCP, ponadto norma ISO 9001:2000, systemu zarządzania środowiskiem – ISO 14001:1996 oraz system zarządzania bezpieczeństwem pracy – OHSAS 18001:1999.

Wywiad z kwestionariuszem autorzy przeprowadzili osobiście z kilkunastoma wybranymi pracownikami przedsiębiorstwa, pełniącymi funkcje na różnych szczeblach zarządzania – traktując ich jako ekspertów w rozwiązywanym problemie.

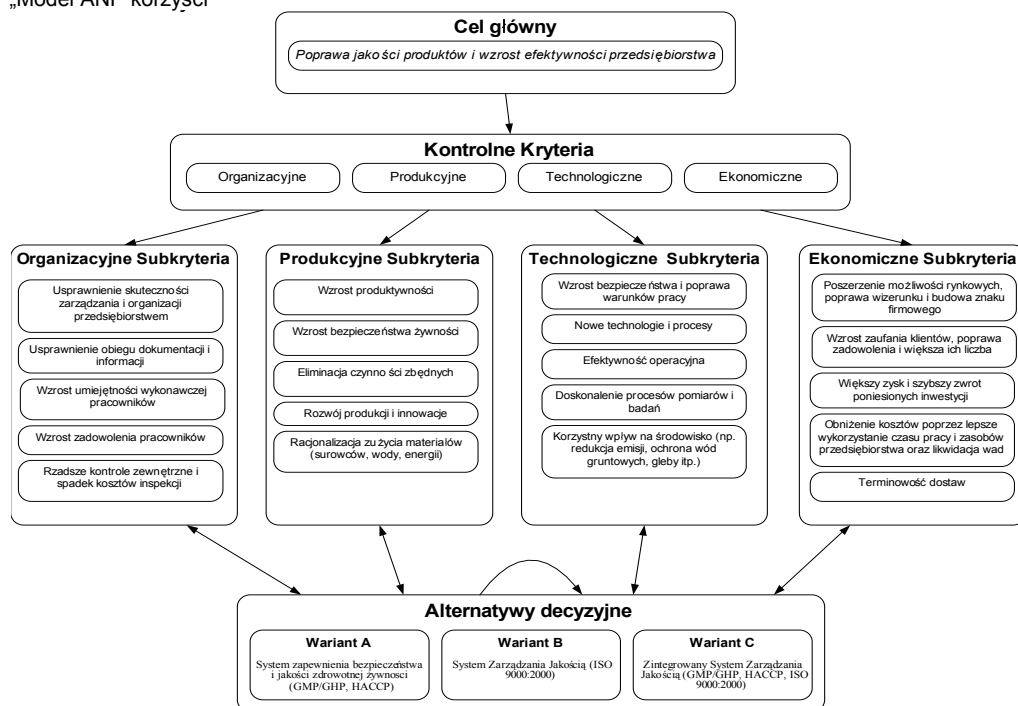
W wyniku przeprowadzonych wywiadów z kwestionariuszem wśród ekspertów (praktyków) z zakresu ZJ w danym przedsiębiorstwie gospodarki żywnościowej zbudowano w ujęciu ANP model korzyści (efektów) (rys. 14) i kosztów (rys. 14) poprawy jakości produktów i wzrostu efektywności firmy. Oba modele prezentują zmodyfikowane struktury hierarchiczne (*synarchie decyzyjne*) do sieci sprzężeń zwrotnych pomiędzy ostatnimi dwoma poziomami oraz pętle wzajemnej zależności w obrębie wariantów decyzyjnych.

Na rysunku 14 zaprezentowano w ujęciu ANP kontrolną hierarchię korzyści. Poziom II tej struktury zajmują kontrolne kryteria. Kontrolują one nasze rozumienie problemu. Stanowią je: organizacyjne, produkcyjne, technologiczne i ekonomiczne obszary działalności firmy. W ramach tych kryteriów przyjęto subkryteria, stanowiące poziom III modelu. Konstruując tę strukturę na poziomie IV, opracowano trzy warianty poprawy jakości spełniające subkryteria i kryteria celu głównego. Wariant A stanowi system zapewniania bezpieczeństwa i jakości zdrowotnej żywności. Prezen-



tuje on połączenie systemów Dobrych Praktyk (GMP/GHP) oraz systemu HACCP. Jako wariant B przyjęto System Zarządzania Jakością według norm ISO serii 9000:2000. Wariant C to Zintegrowany System Zarządzania Jakością, stanowiący połączenie GMP/GHP, HACCP i ISO 9000:2000.

„Model ANP korzyści”

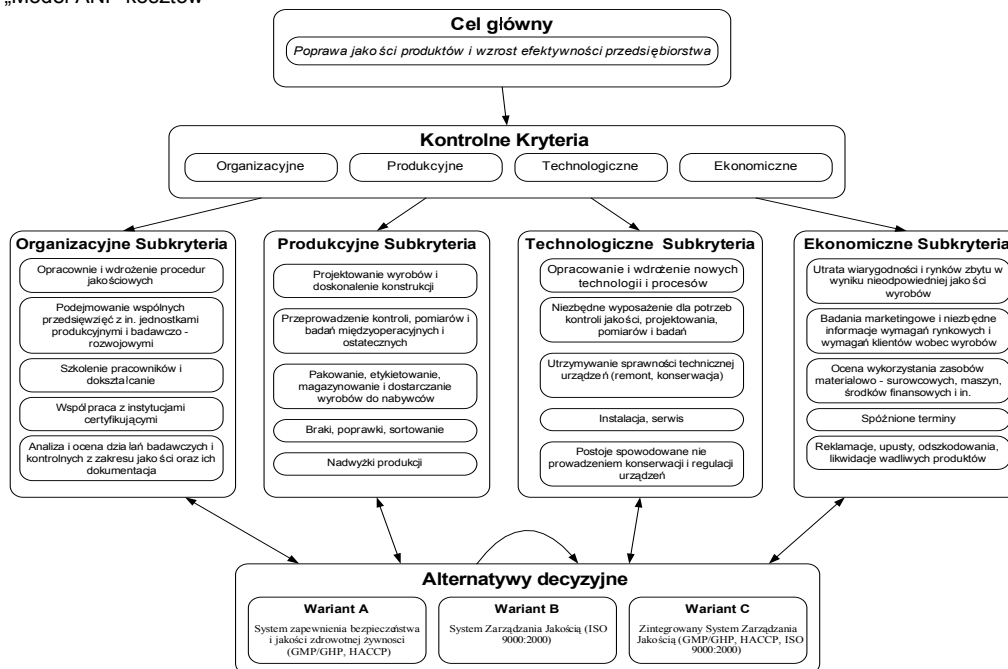


Rys. 14. Kontrolna hierarchia korzyści wynikających z poprawy jakości produktów i wzrostu efektywności firmy.

Źródło: Opracowanie własne

Według ankietowanych największe korzyści będące rezultatem projakościowych działań firmy zaobserwowano w obszarze „ekonomii” (tab. 8). Zdaniem praktyków w ramach tych korzyści doszło przede wszystkim do obniżenia kosztów w wyniku lepszego wykorzystania czasu pracy i zasobów przedsiębiorstwa oraz likwidacji wad. Czynnikiem ten uzyskał najwyższy globalny priorytet, wynoszący 0,0452. W dalszej kolejności korzyści zaobserwowano na produkcji, przede wszystkim w zakresie poprawy bezpieczeństwa żywności (0,0441), a więc cechy będącej najważniejszą dla konsumenta i niezbędną do wprowadzenia żywności do obrotu. Należy zaznaczyć, iż globalne priorytety zestawione w tabeli 8 dla wszystkich elementów sieci korzyści i kosztów wskazują na ważność każdego z nich w realizacji celu głównego. Lokalne zaś – znaczenie tych czynników w grupie porównywanych elementów.

## „Model ANP kosztów



Rys. 15. Kontrolna hierarchia kosztów związanych z poprawą jakości produktów i wzrostem efektywności firmy.

Źródło: Opracowanie własne

Na rysunku 15 przedstawiono w ujęciu ANP kontrolną hierarchię kosztów, jakie ponosi przedsiębiorstwo branży spożywczej inwestując w jakość. Model ten konstruowano stosując analogiczne zasady jak w modelu korzyści. Uzyskane w ten sposób wielkości priorytetów zamieszczono w tabeli 8. Wynika z nich, iż największe nakłady związane z poprawą jakości zakład poniósł na badania marketingowe i pozyskanie niezbędnych informacji dotyczących wymagań rynkowych i wymagań klientów wobec wyrobów. Czynniki te uzyskały najwyższą globalną wagę, wynoszącą 0,0555. W następnej kolejności koszty dotyczyły usprawnienia obszaru technologicznego firmy – opracowania i wdrożenia nowych technologii i procesów (0,0431).

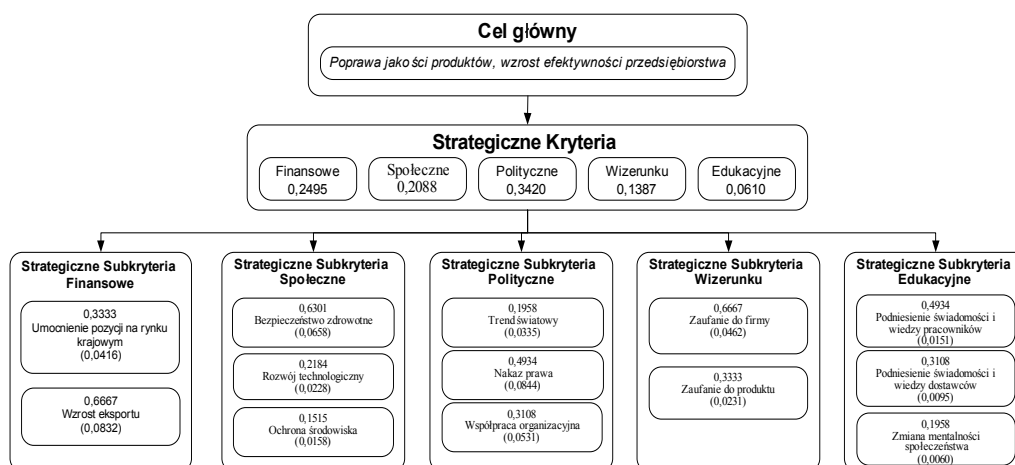
Przedstawione w tabeli 7 wielkości priorytetów dla poszczególnych wariantów obliczono z porównania parami ich ważności w realizacji każdego z subkryterium kontrolnej hierarchii korzyści oraz kosztów, a także z porównań ich wzajemnych zależności (pętla na poziomie IV, rys. 12 i 13). Uzyskane w ten sposób wartości wskazują, iż największych korzyści danemu przedsiębiorstwu dostarcza wariant C poprawy jakości. W odniesieniu do kosztów natomiast najwyższy priorytet uzyskał wariant A, a więc system zapewniania bezpieczeństwa i jakości zdrowotnej żywności. W wyborze optymalnego wariantu decyzyjnego dotyczącego poprawy jakości produktów

Tabela 7

## Zbiorcze wyniki modeli ANP kosztów i korzyści

Sub-systemy	Kryteria	Subkryteria	Lokalne priorytety	Globalne priorytety
Korzyści (0,6233)	Organizacyjne	Usprawnienie skuteczności zarządzania i organizacji przedsiębiorstwem	0,3109	<b>0,0345</b>
		Usprawnienie obiegu dokumentacji i informacji	0,3360	<b>0,0373</b>
		Wzrost umiejętności wykonawczej pracowników	0,2274	0,0253
		Wzrost zadowolenia pracowników	0,0624	0,0069
		Rzadsze kontrole zewnętrzne i spadek kosztów inspekcji	0,0624	0,0069
	Produkcyjne	Wzrost produktywności	0,0749	0,0083
		Wzrost bezpieczeństwa żywności	0,3969	<b>0,0441</b>
		Eliminacja czynności zbędnych	0,1328	0,0148
		Rozwój produkcji i innowacje	0,2107	0,0234
		Racjonalizacja zużycia materiałów (surowców, wody, energii)	0,1846	0,0205
	Technologiczne	Wzrost bezpieczeństwa i poprawa warunków pracy	0,2963	<b>0,0329</b>
		Nowe technologie i procesy	0,1118	0,0124
		Efektywność operacyjna	0,1922	0,0214
		Doskonalenie procesów pomiarów i badań	0,3448	<b>0,0383</b>
		Korzystny wpływ na środowisko (np. Redukcja emisji, ochrona wód gruntowych, gleby itp.)	0,0548	0,0061
	Ekonomiczne	Poszerzenie możliwości rynkowych, poprawa wizerunku i budowa znaku firmowego	0,2834	<b>0,0315</b>
		Wzrost zaufania klientów, poprawa zadowolenia i większa ich liczba	0,1433	0,0159
		Większy zysk i szybszy zwrot poniesionych inwestycji	0,0955	0,0106
		Obniżenie kosztów poprzez lepsze wykorzystanie czasu pracy i zasobów przedsiębiorstwa oraz likwidacja wad	0,4065	<b>0,0452</b>
		Terminowość dostaw	0,0712	0,0079
	Warianty decyzyjne	A	0,3132	0,1740
		B	0,2080	0,1156
		C	0,4788	<b>0,2660</b>
Koszty (0,3767)	Organizacyjne	Opracowanie i wdrożenie procedur jakościowych	0,1572	0,0175
		Podjęmowanie wspólnych przedsięwzięć z in. Jednostkami produkcyjnymi i badawczo-rozwojowymi	0,1580	0,0176
		Szkolenie pracowników i doszkalcenie	0,3487	<b>0,0387</b>
		Współpraca z instytucjami certyfikującymi	0,1143	0,0127
		Analiza i ocena działań badawczych i kontrolnych z zakresu jakości oraz ich dokumentacja	0,2218	0,0246
	Produkcyjne	Projektowanie wyrobów i doskonalenie konstrukcji	0,1725	0,0192
		Przeprowadzenie kontroli, pomiarów i badań międzyoperacyjnych i ostatecznych	0,2745	<b>0,0305</b>
		Pakowanie, etykietowanie, magazynowanie i dostarczanie wyrobów do nabywców	0,3691	<b>0,0410</b>
		Braki, poprawki, sortowanie	0,0869	0,0097
		Nadwyżki produkcji	0,0970	0,0108
	Technologiczne	Opracowanie i wdrożenie nowych technologii i procesów	0,3876	<b>0,0431</b>
		Niezbędne wyposażenie dla potrzeb kontroli jakości, projektowania, pomiarów i badań	0,3548	<b>0,0394</b>
		Utrzymywanie sprawności technicznej urządzeń (remont, konserwacja)	0,1232	0,0137
		Instalacja, serwis	0,0791	0,0088
	Ekonomiczne	Postoje spowodowane nie prowadzeniem konserwacji i regulacji urządzeń	0,0552	0,0061
		Utrata wiarygodności i rynków zbytu w wyniku nieodpowiedniej jakości wyrobów	0,0594	0,0066
		Badania marketingowe i niezbędne informacje wymagań rynkowych i wymagań klientów wobec wyrobów	0,4996	<b>0,0555</b>
		Ocena wykorzystania zasobów materiałowo - surowcowych, maszyn, środków finansowych i in.	0,3048	<b>0,0339</b>
		Spóźnione terminy	0,0728	0,0081
		Reklamacje, upusty, odszkodowania, likwidacje wadliwych produktów	0,0634	0,0070
	Warianty decyzyjne	A	0,3595	<b>0,1997</b>
		B	0,3443	0,1913
		C	0,2962	0,1645

Źródło: Opracowanie własne.



Rys. 16. Hierarchia strategicznych kryteriów dla oszacowania ważności korzyści i kosztów.

Źródło: Opracowanie własne

i wzrostu efektywności przedsiębiorstwa należy dokonać połączenia wartości priorytetów wariantów z kontrolnych hierarchii korzyści i kosztów. Można to wykonać dwoma sposobami. W pierwszym z nich stosuje się formułę matematyczną  $(B/C)$ , w której dzieli się wielkości priorytetów wariantów dla korzyści  $(B)$  przez ich wielkości dla kosztów  $(C)$ . W drugim wykorzystuje się formułę  $(bB-cC)$ , która wymaga określenia stopnia ważności subsystemów korzyści  $(b)$  i kosztów  $(c)$  naszego problemu. W tym celu opracowuje się tzw. strategiczne kryteria, w odniesieniu do których szacuje się ich znaczenie. Kryteria te przedstawiono na rysunku 16.

Tabela 8

Oszacowanie ważności subsystemów kosztów i korzyści

bardzo duże (0,3909); duże (0,2798); średnie (0,2041); małe (0,0753); bardzo małe (0,0499)  
bardzo wysokie (0,4734); wysokie (0,2628); średnie (0,1442); niskie (0,0716); bardzo niskie (0,0479)

Kryteria	Subkryteria	Korzyści	Koszty
Finansowe	Umocnienie pozycji na rynku krajowym (0,0416)	Bardzo duże	Duże
	Wzrost eksportu (0,0832)	Bardzo duże	Duże
Społeczne	Bezpieczeństwo zdrowotne (0,0658)	Bardzo duże	Duże
	Rozwój technologiczny (0,0228)	Bardzo wysokie	Wysokie
	Ochrona środowiska (0,0158)	Duże	Średnie
Polityczne	Nakaz prawa (0,0844)	Duże	Małe
	Współpraca organizacyjna (0,0531)	Duże	Średnie
	Trend światowy (0,0335)	Bardzo duże	Duże
Wizerunku	Zaufanie do produktu (0,0231)	Bardzo wysokie	Średnie
	Zaufanie do firmy (0,0462)	Bardzo wysokie	Wysokie
Edukacyjne	Podniesienie świadomości i wiedzy pracowników (0,0151)	Bardzo duże	duże
	Podniesienie świadomości i wiedzy dostawców (0,0095)	Bardzo duże	Średnie
	Zmiana mentalności społeczeństwa (0,0060)	Duże	Małe
	<b>Priorytet</b>	<b>0,6233</b>	<b>0,3767</b>

Źródło: Opracowanie własne.

Strategiczne kryteria umożliwiają połączenie wyników korzyści z tymi dla kosztów i przedstawienie końcowego rezultatu. Skale, według których oszacowano ważność korzyści i kosztów, przedstawiono nad tabelą 8, w której zaprezentowano znaczenie korzyści i kosztów naszej decyzji.

Porównania parami wariantów decyzyjnych oraz oszacowanie stopnia ważności subsystemów: korzyści i kosztów pozwoliły na wskazanie najlepszej strategii poprawy jakości danego przedsiębiorstwa. Jest nią Zintegrowany System Zarządzania Jakością, który pozwala na optymalną realizację przyjętego przez nas celu. Wskazują na to obie zastosowane w pracy formuły. Końcowe wyniki tych obliczeń zestawiono w tabeli 9.

Tabela 9

Wyniki końcowe

Warianty decyzyjne	Korzyści (0,6233)	Koszty (0,3767)	Formuła B/C	Formuła bB-cC
A	0,1740	0,1997	0,6542	0,7845
B	0,1156	0,1913	0,4162	0,6316
C	0,2660	0,1645	0,8238	0,9336

Źródło: Opracowanie własne.

Przeprowadzona analiza i uzyskane wyniki prezentujące korzyści i koszty poprawy jakości jednego z liderów branży spożywczej wskazują, które czynniki należy umacniać i w jakim kierunku podążać, aby dostarczać jak największych korzyści dla zakładu. Artykuł prezentuje przykład praktycznego wykorzystania metody ANP oraz stanowi wskazówkę postępowania dla innych przedsiębiorstw, pragnących udoskonalać swą jakość w firmie.

### Konkluzja

Fundamentalna skala porównań AHP (tab. 1) sprawdza się dobrze w rozwiązywaniu problemów wielokryterialnych w rzeczywistym świecie. Jako potwierdzenie tej tezy autorzy przytoczyli niektóre przykłady modeli AHP/ANP, w których otrzymane wyniki (poprzez uwzględnienie kluczowych elementów danego problemu, następnie pogrupowanie ich w jednorodne grupy, dające się ze sobą porównać i ich porównanie) odniesiono do odpowiednich danych statystycznych. Zdziwiające jest to, iż w ogromnej liczbie przykładów, jakimi dysponuje prof. Saaty, uzyskano zbliżone wyniki do tych znanych i opracowanych statystycznie. Gdyby porównania te wykonali odpowiedni eksperci, to być może nie budziłoby to aż tak dużego zaskoczenia. Jednak wiele z tych przykładów zostało wykonanych przez studentów, uczestniczących w 2–3-dniowym szkoleniu metody ANP w San Paulo, Pradze, Dżakarcie, na Hawa-

jach i w innych miejscach, na wykładzie w czasie około 1–2 godzin. Autorzy w tym artykule zdecydowali się pokazać niektóre z nich, by jednocześnie zaprezentować potęgę tej metody i ogromne jej zastosowanie w rzeczywistym świecie. Modele te nie są skomplikowane, jednak ich konstrukcja wymaga wiedzy i pewnego doświadczenia, uwzględnienia wszystkich możliwych czynników oraz ich wzajemnych zależności (wyrażanych najpierw słownie, a następnie w postaci liczb).

Do chwili obecnej metoda AHP zyskała ogromne zainteresowanie i zastosowanie ludzi nauki i praktyki na całym świecie. Ma ona wizualnie lepszą strukturę, wyprowadzoną z prostego rozumowania *przepływu wpływów*. W porównaniu z nią modele ANP są bardziej naturalne i stąd lepiej mogą uchwycić związki zachodzące w realnym świecie. Wadą metody ANP jest to, iż wymaga ona większego nakładu pracy, aby uchwycić fakty i wzajemne oddziaływania. Jednak łącząc te obserwacje można twierdzić, iż ANP powinno stać się silniejszym i lepszym narzędziem decyzyjnym od metody AHP. Stwierdzenie to nie oznacza jednak negacji metody AHP, co w szczególności zostało potwierdzone przez ogromne zastosowanie tej metody i wielką jej użyteczność w rozwiązywaniu otaczających nas problemów. Są problemy, w których hierarchiczna struktura sprawdza się dobrze. Potwierdzają to m.in. zaprezentowane wyżej przykłady oraz setki innych opublikowanych w artykułach i książkach autorów z całego świata, ale przede wszystkim te zebrane przez twórcę tych metod – prof. Saaty’ego w książce zatytułowanej *The Hierarchon: A Dictionary of Hierarchies*, w której można znaleźć ponad 400 przykładów problemów decyzyjnych (zarówno na szczeblu rządowym, jak i organizacji prywatnych), zaprezentowanych w formie struktury hierarchicznej AHP. Jednak ulepszenia wprowadzone przez prof. Saaty’ego do metody AHP (stworzenie metody ANP) powodują, iż wielu ludzi zajmujących się tymi metodami szacuje, iż w przyszłości powinna ona znaleźć większe upowszechnienie. Stąd T. L. Saaty już niebawem planuje wydać nową książkę *The Encyclicon*, która będzie zawierała ponad 100 przykładów praktycznego zastosowania metody ANP. Można mieć nadzieję, że prawie każdy problem wielokryterialny może być rozwiązany za pomocą prezentowanych metod.

## Bibliografia

- [1] ADAMUS W. (red. nauk.), *The Analytic Hierarchy Process. Application in Solving Multiple Criteria Decision Problems*, Jagiellonian University Publications, Krakow, Poland [in print] 2004.
- [2] ADAMUS W., GRĘDA A., *Wielokryterialne ujęcie kosztów i korzyści poprawy zarządzania jakością*, złożono do druku SGGW, Warszawa 2004a.
- [3] ADAMUS W., GRĘDA A., *Zastosowanie analitycznego procesu sieciowego do poprawy jakości produktów [w:] Uwarunkowania sukcesu przedsiębiorstwa w gospodarce opartej na wiedzy*, SUCCESS 2004, Wyd. UMCS w Lublinie, tom II, 2004b, s. 379–391.
- [4] ADAMUS W., SZARA K., *Zastosowanie Analitycznego Procesu Hierarchicznego (AHP) do racjonalizacji i organizacji gospodarstw przedsiębiorstw*, Zagadnienia Ekonomiki Rolnej, 2000, nr 4–5, 20–41.

- [5] BANA e Costa C. (ed.), *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, Springer Verlag, Heidelberg 1990.
- [6] BANAYOUN R., ROY B., SUSSMAN N., *Manual de Reference du Programme Electre*, Note de Synthese et Formation 25, Direction Scientifique SEMA, Paris 1966.
- [7] BHAT U.N., *Elements of Applied Stochastic Process*, 1 st ed. New York: John Wiley & Sons, 1972, No. 7, 71–107.
- [8] BLUMENTHAL A.L., *The Process of Cognition*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1977.
- [9] CHARNES A., COOPER W., RHODES E., *Measuring the efficiency of decision making units*, European Journal of the Operational Research, 1978, No 2, 63–85.
- [10] DIECH W., KORBICZ J., RUTKOWSKI L., TADEUSIEWICZ R. (red.), *Sieci neuronowe*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2000.
- [11] DZIEWECKI M., *Wychowanie a wolność*, Internet: [http://www.katecheta.pl/2002/04/F\\_06.htm](http://www.katecheta.pl/2002/04/F_06.htm).
- [12] Expert Choice Software: Produce by Expert Choice, Inc., 4922 Ellsworth Avenue, Pittsburgh, PA 1990.
- [13] HERTZ J., KROGH A., PALMER R. G., *Wstęp do teorii obliczeń neuronowych*, WNT, Warszawa 1995.
- [14] KASPRZAK T. (red. nauk.), *Systemy wspomaganie decyzji wielokryterialnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 1992.
- [15] MILLER G.A., *The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information*, 1956, Vol. 63, No. 2, 81–97.
- [16] NYKOWSKI I., *O niektórych metodach rankingu obiektów ocenianych wielokryterialnie* [w:] Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych, 1995, z. 2.
- [17] ROY B., *Wielokryterialne wspomaganie decyzji*, WNT, Warszawa 1990.
- [18] SAATY R.W., *Decision Making in Complex Environments: The Analytic Network Process (ANP) for Dependence and Feedback; a manual for the ANP Software SuperDecisions*, Creative Decisions Foundation, Pittsburgh, PA 2002.
- [19] SAATY T.L., *Decision Making for Leaders. The Analytic Hierarchy Process for Decisions in a Complex World*, RWS Publications, Pittsburgh PA 2001a.
- [20] SAATY T.L., *Decision Making with Dependence and Feedback. The Analytic Network Process*, RWS Publications, Pittsburgh PA 2001b.
- [21] SAATY T.L., *Fundamentals of the Analytic Network Process. Dependence and Feedback in Decision Making with a Single Network*, Journal of Systems Science and Systems Engineering, published at Tsinghua University, Beijing, (to appear), 2004a, Vol. 13, No. 2, June.
- [22] SAATY T.L., *Decision Making – The Analytic Hierarchy and Network Processes (AHP/ANP)*, Journal of Systems Science and Systems Engineering, published at Tsinghua University, Beijing 2004b, Vol. 13, No. 1, 1–34, March.
- [23] SAATY T.L., *Priorities Originate from Dominance and Order Topology in AHP/ANP; The Fundamental Scale, Relative Scales and When to Preserve Rank*, Jagiellonian University (in print) 2004c.
- [24] SAATY T.L., *The Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes for the Measurement of Intangibles and for Decision Making*, 67 page chapter in *Multiple Criteria Decision Analysis: The State of the Art Surveys*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, edited by Figueira J., Greco S. and Ehrgott M., 2004d.
- [25] SAATY T.L., *Fundamentals of the Analytic Network Process. Multiple Networks with Benefits, Costs, Opportunities and Risks*, Journal of Systems Science and Systems Engineering, published at Tsinghua University, Beijing, (to appear) 2004e, Vol. 13, No. 3, September.
- [26] SAATY T.L., *Multicriteria Decision Making: The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York 1980.
- [27] SAATY T.L., FORMAN E.H., *The Hierarchon: The Dictionary of Hierarchies*, RWS Publications, Pittsburgh PA 1992.

- [28] SAATY T.L., OZDEMIR M., *Why the magic number seven plus or minus two*, Mathematical and Computer Modelling, 2003a, Vol. 38, 233–244.
- [29] SAATY T.L., OZDEMIR M., *Negative priorities in the Analytic Hierarchy Process*, Mathematical and Computer Modelling, 2003b, Vol. 37, 1063–1075.
- [30] SAATY T.L., OZDEMIR M., *The Encyclicon*, RWS Publications, 4922 Ellsworth Avenue, Pittsburgh PA 15213, 2004.
- [31] SuperDecisions Software: [www.superdecisions.com](http://www.superdecisions.com).
- [32] TVERSKY A., *Elimination by aspects: A probabilistic theory of choice*, Michigan Mathematical Psychology Program MMP 71-12. The University of Michigan. Ann Arbor., Michigan 1971.
- [33] VAIDYA O.S., KUMAR S., *Analytic Hierarchy Process: An Overview of Applications* (in print), 2004.
- [34] VINCKE Ph., *Multicriteria Decision – Aid*, John Wiley & Sons, Chichester 1992.

### **Multiple criteria decision support in organizational and management chosen problems solving**

This article presents an introduction to multicriteria decision making using two decision tools: the Analytic Hierarchy Process (AHP) and its generalization to dependence and feedback – the Analytic Network Process (ANP). The discussion involves theoretical aspects of these methods and some examples of their applications, (e.g. the first application of the ANP, in improving of food quality products, in Poland), in organizational and management problems solving. AHP and ANP introduced by Thomas L. Saaty from the University in Pittsburgh, USA. The Analytic Hierarchy Process has been one of the fastest developing mathematical methods over the recent years used for solving multi-criteria decision problems. The AHP is a general theory of measurement based on some mathematical and psychological principles. In that method a hierarchic decision scheme is constructed, by the breaking the problem into decision elements: goal, criteria, subcriteria, sub-subcriteria (...) and decision alternatives. The goal is on the top of hierarchy, whereas alternatives create the lowest level of hierarchy. The importance of every decision element is established, through the pair-wise comparison of elements on each level of the hierarchic structure, with regard to elements on the level above. To do the comparisons it is using the Saaty's fundamental scale for paired comparisons for the analysis of both quantitative and qualitative variables. The Analytic Network Process (ANP) is a new theory that extends the Analytic Hierarchy Process (AHP). The basic structures are networks, which allow interactions and feedback within the clusters and between the clusters. So, it can be applied for solving more sophisticated decision problems.

Authors' intention was to showing utility of these methods, which can be successfully applied in the solution of any multicriteria enterprise.

*Keywords: multiple criteria decision making methods, Analytic Hierarchy Process (AHP), Analytic Network Process (ANP)*