

**TEXTO PARA DISCUSSÃO N° 112**

**CRESCIMENTO ENDÓGENO E DESIGUALDADE REGIONAL:  
UM MODELO COM DIFUSÃO DE TECNOLOGIA E GOVERNO**

**Rodrigo de Oliveira Godinho**

**Abril de 1997**

Ficha catalográfica

330.34 GODINHO, Rodrigo de Oliveira.  
G585c Crescimento endógeno e desigualdade regional: um  
1997 modelo com difusão de tecnologia e governo. Belo  
Horizonte: UFMG/Cedeplar, 1997.

18p. (Texto para discussão ; 112)

1. Desenvolvimento econômico. I. Título. II. Série. III.  
Universidade Federal de Minas Gerais. Centro de  
Desenvolvimento e Planejamento Regional.

CDD

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO E PLANEJAMENTO REGIONAL**

**CRESCIMENTO ENDÓGENO E DESIGUALDADE REGIONAL:  
UM MODELO COM DIFUSÃO DE TECNOLOGIA E GOVERNO**

**Rodrigo de Oliveira Godinho**

Professor do Departamento de Economia da UFMG.

**CEDEPLAR/FACE/UFMG  
BELO HORIZONTE  
1997**

## SUMÁRIO

I. O MODELO DE BARRO-SALA-I-MARTIN .....	5
II. O MODELO COM GOVERNO.....	8
III. ADAPTAÇÃO DE TECNOLOGIA E GOVERNO .....	12
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	18
APÊNDICE .....	18
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	20

## INTRODUÇÃO

Uma questão que naturalmente se torna proeminente na discussão sobre desigualdades regionais consiste na identificação de alguma tendência secular do comportamento dessas desigualdades que acompanhe o processo de crescimento. Em outras palavras, torna-se de fundamental importância apontar se o crescimento econômico traz ou não consigo uma tendência clara de convergência entre as rendas per capita regionais ao longo do tempo.

O surgimento, em meados da década de 80, de um renovado interesse pela Teoria do Crescimento Econômico, após um longo período de relativa estagnação, trouxe um novo alento ao debate sobre desigualdades regionais. A proliferação de uma ampla gama de modelos, agrupados sob a denominação geral de Teoria do Crescimento Endógeno, reacendeu esse debate na medida em que um resultado comum à quase totalidade desses modelos consiste na previsão de ausência de convergência entre rendas per capita.<sup>1</sup> O modelo neoclássico de crescimento, por sua vez, tem como um de seus resultados típicos a ocorrência de convergência entre rendas per capita (dado que os parâmetros das economias sejam iguais).<sup>2</sup>

Tanto os modelos endógenos como o modelo neoclássico exibem, no entanto, resultados unidirecionais no que toca à questão da convergência. Nesse sentido, o objetivo desse artigo consiste na proposição de um modelo (a partir do modelo básico desenvolvido por Barro e Sala-I-Martin (1995)) em que o governo, atuando em uma economia dividida em regiões que adaptam tecnologias geradas em outras economias, pode ou não afetar a trajetória das desigualdades regionais. Nesse sentido, é exposto, na seção I, o modelo de Barro e Sala-I-Martin, sendo apresentado, na seção II, o modelo proposto e sendo modelados, na seção III, diferentes padrões de conduta governamental: o governo caracterizado como "federalista" e o governo caracterizado como "redistributivista".

### I. O MODELO DE BARRO-SALA-I-MARTIN

O modelo desenvolvido em Barro e Sala-I-Martin (1995) busca primordialmente analisar a relação entre progresso tecnológico e crescimento econômico em um ambiente caracterizado pela existência de dois países (inexistindo mobilidade de fatores): o país 1 (economia líder), em que ocorre progresso tecnológico sob a forma de aumento na variedade de bens intermediários produzidos e o país 2, em que o progresso tecnológico consiste na imitação e adaptação das inovações realizadas no país 1 a seu ambiente específico.<sup>3</sup>

Como no modelo de Romer (1990), a produção de cada variedade de bem intermediário no país 1 é realizada por um único produtor que passa a usufruir de rendas de monopólio a partir da obtenção de uma patente. Por sua vez, a produção de cada variedade desses bens no país 2 também é realizada por um único produtor que arca com o custo  $v$  de adaptação.

---

<sup>1</sup> Ver Romer (1986,1990) e Lucas (1988), por exemplo.

<sup>2</sup> Ver Solow (1956), Cass (1965) e Koopmans (1965).

<sup>3</sup> A difusão de tecnologia é uma característica central presente não só nesse modelo como também em modelos de crescimento endógeno propostos por Grossman e Helpman (1991) e Parente e Prescott (1992).

No país 1, a função de produção da firma representativa no setor de bens finais é dada por:

$$Y_1 = A_1 \cdot L_1^{1-\alpha} \cdot \sum_{j=1}^{N_1} X_{1j}^\alpha \quad (1)$$

onde  $Y_1$  é a quantidade produzida,  $L_1$  é a quantidade de trabalho empregada,  $N_1$  é o número de bens intermediários existentes,  $A_1$  é um parâmetro de produtividade (que reflete, entre outros, as políticas governamentais) e  $X_{1j}$  é a quantidade utilizada do bem intermediário de tipo  $j$ .

Da maximização de lucros nesse setor obtém-se a função de demanda inversa por  $X_{1j}$ :

$$P_j = \alpha A_1 L_1^{1-\alpha} \cdot X_{1j}^{\alpha-1} \quad (2)$$

sendo  $P_j$  o preço do bem intermediário  $X_{1j}$ .

Por sua vez, considerando-se o custo de produção de cada  $X_{1j}$  como sendo igual 1,  $P_j$  é determinado a partir da maximização de lucros no setor de bens intermediários:

$$\max \pi_{1j} = (P_j - 1) \cdot X_{1j} \quad (3)$$

sendo  $X_{1j}$  definido por (2).

Desse processo de otimização, segue que  $P_j = 1/\alpha$ , o que, substituído em (2), leva à quantidade produzida de cada  $X_{1j}$ :

$$X_{1j} = (A_1)^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} \cdot L_1 \quad (4)$$

A partir de (1) e (4) obtém-se o nível de produto per capita:

$$y_1 = A_1^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} \cdot N_1 \quad (5)$$

enquanto a partir de (3) e (4) obtém-se o fluxo de lucros de monopólio:

$$\pi_{1j} = [(1-\alpha)/\alpha] \cdot A_1^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} \cdot L_1 \quad (6)$$

A condição de livre entrada requer que o valor presente de  $\pi_{1j}$  para o  $j$ -ésimo inovador seja igual ao custo ( $n$ ) de se inventar um novo produto<sup>4</sup>, o que leva, a partir de (6), à determinação de  $r_1$ :

$$r_1 = (L_1/n) \cdot [(1-\alpha)/\alpha] \cdot A_1^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} \quad (7)$$

Por sua vez, a equação (7), associada à taxa de crescimento do consumo dada pela

---

<sup>4</sup> O valor presente de  $\pi_{1j}$  é definido por  $\pi_{1j}/r_1$ , sendo  $r_1$  a taxa de retorno na região 1.

otimização intertemporal do consumidor representativo ( $g_c = (r_1 - \rho)/\theta$ )<sup>5</sup>, leva à taxa de crescimento de  $Y_1$ ,  $C_1$  e  $N_1$  no *steady state*:

$$g_1 = (1/\theta) \cdot [(L_1/n) \cdot (1-\alpha)/\alpha \cdot A_1^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} - \rho] \quad (8)$$

Passando ao país 2, a função de produção da firma representativa no setor de bens finais é:

$$Y_2 = A_2 \cdot L_2^{1-\alpha} \cdot \sum_{j=1}^{N_2} X_{2j}^\alpha \quad (9)$$

onde  $N_2 (\leq N_1)$  é o número de bens intermediários adaptados do país 1 para uso no país 2. Além disso, diferenças entre  $A_2$  e  $A_1$  e entre  $L_2$  e  $L_1$  refletem, respectivamente, diferenças de políticas governamentais e de escala entre as duas economias.

Apresentando essa economia uma estrutura análoga à da economia líder, o preço de cada bem intermediário ( $P_j$ ) continua igual a  $1/\alpha$ <sup>6</sup>, enquanto a quantidade de cada  $X_j$  é dada por:

$$X_{2j} = A_2^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} \cdot L_2 \quad (10)$$

Já o produto per capita e o fluxo de lucros associado ao  $j$ -ésimo bem intermediário são dados, respectivamente, por:

$$y_2 = A_2^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} \cdot N_2 \quad (11)$$

$$\pi_{2j} = (1-\alpha)/\alpha \cdot A_2^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} \cdot L_2 \quad (12)$$

Por outro lado, ao adaptar a produção de um bem  $X_j$  para a região 2, o monopolista incorre em um custo ( $v$ ) de imitação<sup>7</sup>. A condição de livre entrada requer, então, para essa economia, que o valor presente de  $\pi_{2j}$  seja igual ao custo de imitação, isso é,  $\pi_{2j}/r_2 = v$ <sup>8</sup>. A substituição dessa condição em (12) leva a:

$$r_2 = (L_2/v) \cdot (1-\alpha)/\alpha \cdot A_2^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} \quad (13)$$

<sup>5</sup> A taxa de crescimento ótimo do consumo é dada a partir das condições de primeira ordem do seguinte problema de otimização resolvido pelos consumidores:

$$\text{Max} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} dt$$

$$s.a. : a_t = r a_t + w_t - c_t$$

onde  $w_t$  são os salários e  $a_t$  os ativos acumulados pelos consumidores.

<sup>6</sup> Assume-se que o adaptador do bem intermediário na região 2 também usufrui do monopólio na sua produção.

<sup>7</sup> Assume-se que tanto  $v$  como  $n$  sejam constantes.

<sup>8</sup> A taxa de retorno  $r_2$  não será constante se  $N_2$  crescer mais rápido do que  $N_1$  o suficiente para a região 2 esgotar o leque de opções para adaptação provenientes da região 1. Contudo, os autores associam essa possibilidade a um momento longínquo no futuro, de forma a poder considerar  $r_2$  como constante.

A equação (13), associada à taxa de crescimento do consumo determinada pelo lado dos consumidores, leva à taxa de crescimento de  $Y_2$ ,  $C_2$  e  $N_2$ :

$$g_2 = (1/\theta) \cdot [(L_2/v) \cdot (1-\alpha)/\alpha \cdot A_2^{1/(1-\alpha)} \cdot \alpha^{2/(1-\alpha)} - \rho] \quad (14)$$

A próxima hipótese de que os autores lançam mão é a de que, embora não desprezível, o custo de imitação é mais baixo do que o custo de inovação, isso é,  $0 < v < n$ , o que os autores argumentam ser referendado largamente por evidências empíricas<sup>9</sup>. Nesse sentido, se os dois países apresentam os mesmos parâmetros, a condição  $v < n$  faz com que  $g_2$  seja maior do que  $g_1$ . Contudo, ainda que eles apresentem  $A$  e  $L$  diferentes, o país 2 crescerá a uma taxa mais elevada que a do país 1 se for válida a seguinte condição:  $v/n < (L_2/L_1) \cdot (A_2/A_1)^{1/(1-\alpha)}$ . Dessa forma, esse modelo aponta claramente no sentido da ocorrência de convergência entre as rendas dos dois países. Se  $A_2$  é igual a  $A_1$ , as duas economias convergem inclusive para os mesmos níveis de renda per capita.

Se  $g_2 > g_1$ ,  $N_2$  cresce até se igualar a  $N_1$ . Quando esse ponto é alcançado, o país 2 não pode continuar a crescer mais do que o país 1 através da adaptação de suas inovações, de forma que  $g_2$  se torna igual a  $g_1$ . Contudo, os autores não desenvolvem a análise de como ocorre a transição de uma taxa de crescimento alta ( $g_2 > g_1$ ) para uma taxa de crescimento mais baixa ( $g_2 = g_1$ ).

## II. O MODELO COM GOVERNO

A partir de Barro e Sala-I-Martin (1995), propõe-se aqui um modelo caracterizado pela existência de uma unidade espacial também composta por duas economias, agora definidas como regiões: uma região rica (região 1) e uma região pobre (região 2). Além disso, supõe-se que ambas as regiões adaptam inovações tecnológicas geradas em uma outra unidade espacial não especificada. Esse pode ser apontado como o caso típico dos países menos desenvolvidos, em que a regra geral é a adaptação, tanto em suas regiões ricas como nas pobres, de tecnologias desenvolvidas em países ricos.

O modelo aqui proposto incorpora três modificações básicas em relação à estrutura do modelo de Barro e Sala-I-Martin, descrito na seção anterior:

- a) Considera-se a presença de um governo central que financia seus gastos mediante um imposto proporcional ( $\tau$ ), incidente sobre a renda das regiões 1 e 2, e que distribui recursos entre as regiões de acordo com alguma regra definida pelo próprio governo. Por sua vez, esses gastos são incorporados à função de produção, uma vez que se supõe que o dispêndio governamental é essencialmente direcionado para investimentos em infraestrutura, afetando a produtividade da atividade privada;
- b) Considera-se a existência de mobilidade do fator trabalho entre as regiões;
- c) Considera-se a existência de apenas custos de adaptação.

<sup>9</sup> Ver Mansfield et al. (1981) e Teece (1977), citados pelos autores.

Dessa forma, supõe-se que as funções de produção da firma representativa do setor de bens finais nas regiões 1 e 2 são, respectivamente:

$$Y_1 = A(\lambda\gamma)^\alpha L_1^\beta \sum_{j=1}^{N_1} X_{1j}^{1-\alpha-\beta} \quad (15)$$

$$Y_2 = A[(1-\lambda)\gamma]^\alpha L_2^\beta \sum_{j=1}^{N_2} X_{2j}^{1-\alpha-\beta} \quad (15')$$

onde  $\gamma$  é a razão gastos governamentais sobre a renda do país  $(G/(Y_1+Y_2))^{10}$  sendo o país composto pelas duas regiões;  $G$  é igual à arrecadação total  $(\tau(Y_1 + Y_2))$ , uma vez que o governo se encontra em equilíbrio orçamentário;  $\lambda$  é a proporção dos gastos governamentais destinados à região 1, sendo  $(1-\lambda)$  a proporção destinada à região 2;  $\alpha$  é um parâmetro de produtividade do dispêndio governamental;  $N_1$  ( $N_2$ ) é o número de variedades de bens intermediários adaptados para uso na região 1 (2); e os demais símbolos têm os mesmos significados que no item I.

Supõe-se também que  $A$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  sejam parâmetros tecnológicos do modelo, iguais entre as duas regiões<sup>11</sup>, enquanto  $\lambda$  é uma variável de política econômica.

Por sua vez, a condição de mobilidade perfeita de trabalho entre as regiões implica a igualdade entre as produtividades marginais de  $L_1$  e  $L_2$ :

$$W = \beta Y_1/L_1 = \beta Y_2/L_2 \quad (16)$$

Sendo  $W$  a remuneração do fator trabalho.

A partir de (16) obtém-se a seguinte condição:

$$Y_1/Y_2 = L_1/L_2 \quad (16')$$

A maximização de lucros no setor de bens finais das regiões 1 e 2 leva à configuração das funções de demanda inversa por  $X_{1j}$  e  $X_{2j}$ , respectivamente:

<sup>10</sup> Essa especificação dos gastos governamentais se inspira na idéia, desenvolvida em Barro e Sala-I-Martin (1992), de que, sendo esses gastos notadamente investimentos em infra-estrutura, o que se torna relevante é não o seu valor absoluto, mas sua proporção em relação ao nível de renda, uma vez que a infra-estrutura se mostra sujeita a congestionamentos. Além disso, essa formulação traz implícita a idéia de que o governo oferta um bem público que não é específico de cada região, cabendo à variável  $\lambda$  expressar a importância da localização regional desses gastos.

<sup>11</sup> Contudo, estimativas empíricas recentes, sob a abordagem de dados de painel (Islam (1995)), têm enfatizado a grande variabilidade do parâmetro  $A$  entre diferentes economias, revelando a existência de uma correlação considerável desse parâmetro com tanto as variáveis explicativas presentes na função de produção como com a própria renda per capita. Esses exercícios empíricos têm apontado no sentido de um papel do parâmetro  $A$ , especialmente na análise do fenômeno da convergência, mais relevante do que o que tem sido tradicionalmente ressaltado na literatura.

<sup>12</sup> O resultado encontrado de igualdade entre as rendas per capita das duas regiões se relaciona com a caracterização, feita até aqui, de  $\lambda$  como uma variável exógena e, portanto, não influenciada por variações em  $L$ .

$$P_{1j} = (1-\tau)(1-\alpha-\beta)A(\lambda\tau)^\alpha L_1^\beta X_{1j}^{-\alpha-\beta} \quad (17)$$

$$P_{2j} = (1-\tau)(1-\alpha-\beta)A[(1-\lambda)\tau]^\alpha L_2^\beta X_{2j}^{-\alpha-\beta} \quad (17')$$

Como as diversas variedades de bens intermediários entram de maneira simétrica na composição da função de produção, a demanda oriunda do setor de bens finais também se distribui simetricamente por essas variedades, o que possibilita a seguinte representação das funções de produção:

$$Y_1 = A(\lambda\tau)^\alpha L_1^\beta X_1^{1-\alpha-\beta} N_1 \quad (18)$$

$$Y_2 = A[(1-\lambda)\tau]^\alpha L_2^\beta X_2^{1-\alpha-\beta} N_2 \quad (18')$$

onde  $X_1$  e  $X_2$  são a quantidade produzida de cada  $X_{1j}$  e  $X_{2j}$ .

Considerando-se o custo de produção de cada  $X_{ij}$  como igual a 1, pode-se, a partir de (17) e (17'), representar os lucros no setor de bens intermediários em cada região:

$$\pi_1 = (1-\tau)(1-\alpha-\beta)A(\lambda\tau)^\alpha L_1^\beta X_{1j}^{1-\alpha-\beta} - X_{1j} \quad (19)$$

$$\pi_2 = (1-\tau)(1-\alpha-\beta)A[(1-\lambda)\tau]^\alpha L_2^\beta X_{2j}^{1-\alpha-\beta} - X_{2j} \quad (19')$$

A quantidade produzida de  $X_{1j}$  e  $X_{2j}$  é, portanto, determinada a partir da maximização de (19) e (19'):

$$X_1 = (1-\alpha-\beta)^{2/(\alpha+\beta)} [A(1-\tau)]^{1/(\alpha+\beta)} (\lambda\tau)^{\alpha/(\alpha+\beta)} L_1^{\beta/(\alpha+\beta)} \quad (20)$$

$$X_2 = (1-\alpha-\beta)^{2/(\alpha+\beta)} [A(1-\tau)]^{1/(\alpha+\beta)} [(1-\lambda)\tau]^{\alpha/(\alpha+\beta)} L_2^{\beta/(\alpha+\beta)} \quad (20')$$

Por fim, a partir de (18), (18'), (20) e (20') obtém-se a seguinte representação para a condição expressa em (16'):

$$[\lambda/(1-\lambda)].(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\alpha} = (L_1/L_2) \quad (21)$$

Um problema alocativo básico que se manifesta nessa economia consiste na alocação do estoque total de trabalho ( $L$ ) entre as duas regiões, de maneira a obedecer à seguinte restrição:

$$L_1 + L_2 = L \quad (22)$$

Nesse sentido, a partir de (21) e (22) determina-se a proporção de  $L$  empregada em cada região:

$$L_1 = \phi L \quad (23)$$

$$L_2 = (1-\phi)L \quad (23')$$

$$L_1/L_2 = \phi/(1-\phi) \quad (23'')$$

onde  $\phi = \lambda / [\lambda + (1-\lambda) \cdot (N_2/N_1)^{(\alpha+\beta)/\alpha}]$ .

Os níveis de produção ( $Y_1$  e  $Y_2$ ) e, portanto, de produto per capita ( $y_1$  e  $y_2$ ) são, por sua vez, determinados a partir de (18), (18'), (20) e (20'):

$$Y_1 = B(\lambda \tau)^{\alpha/(\alpha+\beta)}(\phi L)^{\beta/(\alpha+\beta)} \cdot N_1 \quad (24)$$

$$Y_2 = B[(1-\lambda)\tau]^{\alpha/(\alpha+\beta)}[(1-\phi)L]^{\beta/(\alpha+\beta)} \cdot N_2 \quad (24')$$

$$y_1 = B(\lambda \tau)^{\alpha/(\alpha+\beta)}(\phi L)^{\beta/(\alpha+\beta)} \cdot N_1 \quad (25)$$

$$y_2 = B[(1-\lambda)\tau]^{\alpha/(\alpha+\beta)}[(1-\phi)L]^{\beta/(\alpha+\beta)} \cdot N_2 \quad (25')$$

onde  $B = A^{1/(\alpha+\beta)} \cdot (1-\alpha-\beta)^{2(1-\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)} \cdot (1-\tau)^{(1-\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)}$ .

Já as taxas de crescimento das duas regiões podem ser determinadas a partir da realização de alguns passos. Inicialmente, as expressões (19) e (19') podem ser representadas da seguinte forma:

$$\pi_1 = X_1[(1-\alpha-\beta)A(1-\tau)(\lambda \tau)^\alpha(\phi L)^\beta X_1^{-(\alpha+\beta)} - 1] \quad (26)$$

$$\pi_2 = X_2\{(1-\alpha-\beta)A(1-\tau)[(1-\lambda)\tau]^\alpha[(1-\phi)L]^\beta X_2^{-(\alpha+\beta)} - 1\} \quad (26')$$

o que, a partir da substituição de (20) e (20') nas expressões entre colchetes em (26) e (26'), leva a:

$$\pi_1 = [(\alpha+\beta)/(1-\alpha-\beta)] \cdot X_1 \quad (27)$$

$$\pi_2 = [(\alpha+\beta)/(1-\alpha-\beta)] \cdot X_2 \quad (27')$$

Assim como no modelo de Barro e Sala-I-Martin, cada variedade de bem intermediário é adaptada e produzida por uma única firma, que incorre em um custo ( $n_j$ ) de imitação em cada região. Dessa forma, a partir da condição de livre entrada ( $\pi_j / r_j = n_j$ ) e da substituição de (20) e (20') em (27) e (27'), são determinadas as taxas de retomo em cada região:

$$r_1 = [(\phi L)^{\beta/(\alpha+\beta)}/n_1] \cdot [(\alpha+\beta)/(1-\alpha-\beta)] \cdot (1-\alpha-\beta)^{2/(\alpha+\beta)} \cdot [A(1-\tau)]^{1/(\alpha+\beta)} \cdot (\lambda \tau)^{\alpha/(\alpha+\beta)} \quad (28)$$

$$r_2 = \{[(1-\phi)L]^{\beta/(\alpha+\beta)}/n_2\} \cdot [(\alpha+\beta)/(1-\alpha-\beta)] \cdot (1-\alpha-\beta)^{2/(\alpha+\beta)} \cdot [A(1-\tau)]^{1/(\alpha+\beta)} \cdot [(1-\lambda)\tau]^{\alpha/(\alpha+\beta)} \quad (28')$$

As equações (28) e (28'), associadas à taxa de crescimento do consumo dada pela otimização intertemporal do consumidor representativo, levam às taxas de crescimento do consumo nas duas regiões:

$$g_1 = \left(\frac{1}{\theta}\right) \cdot \left\{ \left( \frac{(\varnothing - L)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}}{n_1} \right) \cdot \frac{\alpha + \beta}{(1 - \alpha - \beta)^{\frac{\alpha+\beta-2}{\alpha+\beta}}} \cdot [A(1 - \tau)]^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \cdot (\lambda \tau)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} - \rho \right\} \quad (29)$$

$$g_2 = \left(\frac{1}{\theta}\right) \cdot \left\{ \left( \frac{[(1 - \varnothing)L]^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}}{n_2} \right) \cdot \frac{\alpha + \beta}{(1 - \alpha - \beta)^{\frac{\alpha+\beta-2}{\alpha+\beta}}} \cdot [A(1 - \tau)]^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \cdot [(1 - \lambda)\tau]^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} - \rho \right\} \quad (29')$$

Comparando-se (29) e (29'), verifica-se que a ocorrência ou não de convergência entre as taxas de crescimento  $g_1$  e  $g_2$  depende da alocação de  $L$  (afetada por  $\lambda$ ) entre as regiões e dos valores de  $n_1$ ,  $n_2$  e  $\lambda$ , ou seja, do custo de adaptação de tecnologia e do padrão de atuação do governo (que controla a variável  $\lambda$  e, por conseguinte,  $(1 - \lambda)$ ). A análise prossegue, portanto, destacando esses dois fatores.

### III. ADAPTAÇÃO DE TECNOLOGIA E GOVERNO

No contexto de duas regiões que adaptam tecnologia gerada em outro país, uma questão que adquire proeminência é a de qual o custo de cada uma das regiões, rica e pobre, para essa adaptação. Barro e Sala-I-Martin (1995) apresentam evidências que oferecem suporte à argumentação, desenvolvida por Nelson e Phelps (1966), de que o custo de adaptação tecnológica em um determinado local seria inversamente proporcional ao estoque de capital humano aí presente. Admitindo que o estoque de capital humano na região rica é maior do que na região pobre, pode-se supor que o custo de adaptação na região rica é mais baixo do que na região pobre ( $n_1 < n_2$ ).

Os dados referentes à economia brasileira, coletados no Censo Demográfico de 1991, apóiam consideravelmente essa última hipótese, sendo constatada a existência de uma correlação positiva entre número médio de anos de estudo<sup>13</sup> e renda per capita entre estados brasileiros. Isso pode ser vislumbrado pelo gráfico a seguir, que relaciona as duas variáveis a partir dos dados referentes aos vinte e sete estados brasileiros:

<sup>13</sup> A variável anos de estudo tem, contudo, uma caracterização controversa quanto a ser uma variável de fluxo (se referindo ao *investimento* em capital humano) ou de estoque.



Por outro lado, a hipótese, adotada ao longo do modelo, de que  $N_2$  é diferente de  $N_1$  (sendo normalmente  $N_2 < N_1$ ) encontra respaldo empírico na utilização de matrizes de insumo-produto. No que concerne à economia brasileira, uma análise comparativa das matrizes do Brasil e da região Nordeste revela que, na primeira, a variedade de insumos intermediários encontrada é notadamente maior do que na segunda (IBGE (1989), BNB (1992)).

A análise prossegue, agora, com a configuração de dois padrões distintos de atuação governamental.

#### a) O Governo Federalista

Define-se aqui, de maneira simplificada, um governo como "federalista" quando ele segue a regra de destinar a cada região, na forma de gastos, estritamente o que ele arrecada nessa mesma região, não ocorrendo, portanto, transferência de recursos entre regiões. A observação dessa regra leva às seguintes identidades:

$$\tau Y_1 = \lambda \gamma \cdot (Y_1 + Y_2) = \lambda \tau (Y_1 + Y_2) \quad (30)$$

$$\tau Y_2 = (1-\lambda) \gamma \cdot (Y_1 + Y_2) = (1-\lambda) \tau (Y_1 + Y_2) \quad (30')$$

A partir de (30) pode-se determinar a trajetória de  $\lambda$  e de  $(1-\lambda)$ , sendo  $0 \leq \lambda \leq 1$ :

$$\begin{aligned} \lambda_t &= Y_{1t} / (Y_{1t} + Y_{2t}) \\ (1-\lambda_t) &= Y_{2t} / (Y_{1t} + Y_{2t}) \end{aligned} \quad (31)$$

Por sua vez, a partir de (31) obtém-se que:

$$\lambda/(1-\lambda) = Y_1/Y_2 \quad (32)$$

Já a partir de (28), (28') e (32) obtém-se a razão entre as taxas de retorno nas duas regiões:

$$r_1/r_2 = (n_2/n_1) \cdot (Y_1/Y_2)^{\alpha/(\alpha+\beta)} \cdot (L_1/L_2)^{\beta/(\alpha+\beta)} \quad (33)$$

Observa-se, assim, que a razão entre as taxas de retorno depende das razões  $Y_1/Y_2$  e  $L_1/L_2$ , sendo  $Y_1/Y_2$  obtido a partir de (24), (24') e (32):

$$Y_1/Y_2 = (L_1/L_2) \cdot (N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta} \quad (34)$$

Por sua vez, a hipótese de mobilidade de trabalho não leva mais a um resultado igual ao obtido em (16'), uma vez que  $\lambda$  é agora uma variável endógena, sendo determinada a partir de uma regra (definida em (31)) seguida pelo governo central. Nesse sentido,  $\lambda$  é agora uma variável cujo valor é influenciado por  $L$  (ver nota nº 12).

A condição de igualdade entre as produtividades marginais do trabalho nas duas regiões leva, a partir de (24), (24'), (31) e (34) a:

$$W = \{[\beta/(\alpha+\beta)] + [\alpha/(\alpha+\beta)] \cdot [Y_2/(Y_1+Y_2)]\} \cdot Y_1/L_1 = \{[\beta/(\alpha+\beta)] + [\alpha/(\alpha+\beta)] \cdot [Y_1/(Y_1+Y_2)]\} \cdot Y_2/L_2 \quad (35)$$

De (35) obtém-se:

$$(Y_1/L_1) = (Y_2/L_2) \cdot \{[\beta(Y_1+Y_2) + \alpha Y_1]/[\beta(Y_1+Y_2) + \alpha Y_2]\} \quad (36)$$

A partir de (34) e (36) são obtidas, então, as razões  $Y_1/Y_2$  e  $L_1/L_2$ :

$$Y_1/Y_2 = [(\alpha+\beta) \cdot (N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta} - \beta] / [\alpha + \beta - \beta(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta}] \quad (37)$$

$$L_1/L_2 = [(\alpha+\beta)(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta} - \beta] / [(\alpha+\beta)(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta} - \beta(N_1/N_2)^{2(\alpha+\beta)/\beta}] \quad (38)$$

Por sua vez, a partir de (33), (37) e (38) é finalmente obtida a razão entre as taxas de retorno:

$$r_1/r_2 = (n_2/n_1) \cdot [(\alpha+\beta) \cdot (N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta} - \beta] / [(\alpha+\beta) \cdot (N_1/N_2) - \beta(N_1/N_2)^{(\alpha+2\beta)/\beta}] \quad (39)$$

A partir de (39) pode-se observar que essa economia apresenta nitidamente uma dinâmica transitória. Como, por hipótese,  $n_2$  (custo de adaptação na região pobre) é superior a  $n_1$  (custo na região rica), ainda que as duas regiões apresentassem inicialmente uma igual variedade de bens intermediários ( $N_2 = N_1$ ) e iguais níveis de renda,  $r_1$  seria maior que  $r_2$ . Como, em decorrência disso,  $g_1$  seria maior do que  $g_2$  a razão  $N_1/N_2$  (em (39)) tenderia a se elevar ao longo do tempo<sup>14</sup>, com a razão  $r_1/r_2$  tendendo assintoticamente ao infinito.

<sup>14</sup> Essa afirmação é demonstrada no apêndice.

Contudo, observa-se que a razão  $N_1/N_2$  tem um limite superior (igual a  $[(\alpha+\beta)/\beta]^{\beta/(\alpha+\beta)}$ ), dado pela restrição de que a expressão (39) não seja negativa. partindo de uma razão  $N_1/N_2$  inicial igual a 1. Nesse sentido, considerando-se que as estimativas do parâmetro  $\alpha$  (produtividade dos gastos governamentais) normalmente oscilam entre 0,05 e 0,30 (aproximadamente) e que as estimativas de  $\beta$  normalmente se situam entre 0,30 e 0,60, pode-se calcular o limite superior de  $N_1/N_2$  para várias combinações dos valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .

Quando, por exemplo,  $\alpha$  é igual a 0,05 e  $\beta$  é igual a 0,60, o limite superior de  $N_1/N_2$  é aproximadamente igual a 1,08. Do mesmo modo, quando tanto  $\alpha$  como  $\beta$  são iguais a 0,30, o limite superior de  $N_1/N_2$  se torna aproximadamente igual a 1,41. Se, de maneira geral, os valores iniciais da razão  $N_1/N_2$  excedem seus limites superiores, a análise da dinâmica transitória a seguir não se mostra válida.

Considerando-se  $N_1/N_2$  como sendo inicialmente igual a 1, as características da dinâmica transitória dessa economia podem ser visualizadas a partir das expressões (32), (34), (37) e (38). Como já foi apontado, a razão  $N_1/N_2$  se eleva, ao longo do tempo, em direção a um valor igual a  $[(\alpha+\beta)/\beta]^{\beta/(\alpha+\beta)}$ . Por sua vez, como a razão  $(N_1/N_2)$  se eleva ao longo do tempo, o mesmo ocorre com a razão  $L_1/L_2$  (a partir de (38)), verificando-se, assim, a ocorrência de uma migração contínua de trabalho da região pobre para a região rica. No mesmo sentido, os diferenciais de renda, tanto absoluta (a partir de (37)) como per capita (a partir de (34)), entre as regiões se ampliam ao longo do tempo. Por fim, a partir de (32) observa-se que o governo aloca uma parcela crescente dos seus gastos para a região 1, o que ocorre na medida em que a taxa de crescimento da arrecadação na região rica é mais alta do que a taxa de crescimento da arrecadação na região pobre.

Essa dinâmica transitória pode ser retratada pelos seguintes gráficos:



A economia atinge, assim, o *steady state*, caracterizado por um esvaziamento total da atividade produtiva na região pobre. No *steady state*,  $L_2$ ,  $r_2$ ,  $(1-\lambda)$  e  $Y_2$  se tornam iguais a zero, com as razões retratadas nos gráficos tendendo ao infinito.

Sob o arcabouço institucional federalista ocorre, assim, uma ampliação das desigualdades regionais ao longo do tempo, tanto no que se refere à diferença entre as rendas per capita como no que se refere à diferença entre as taxas de crescimento, devido à presença de diferenças tecnológicas entre as duas regiões. Não se verifica, portanto, a ocorrência de convergência.

Por outro lado, se o fator trabalho não apresenta mobilidade entre as regiões, o modelo continua a apresentar o resultado de taxas de crescimento e rendas per capita crescentemente desiguais. O que se torna diferente é que não ocorre um esvaziamento da atividade produtiva na região pobre, além do ritmo de incremento da desigualdade se tornar nitidamente menor, o que pode ser visualizado a partir da constatação de que a razão  $L_1/L_2$  na expressão (33) (que se refere à razão entre as taxas de retomo) não é mais uma função crescente  $N_1/N_2$ .

## b) O Governo Redistributivista

O governo pode, por sua vez, promover a transferência de parte da arrecadação na região rica para a região pobre, desde que a seguinte restrição (decorrente do equilíbrio orçamentário do governo) seja obedecida:

$$(G_2 - \tau Y_2) + (G_1 - \tau Y_1) = 0 \quad (40)$$

onde  $G_1$  e  $G_2$  são, respectivamente, os gastos governamentais nas regiões 1 e 2.

No entanto, ao manipular a variável  $\lambda$  (com o intuito de transferir renda), o governo central deixa de determinar o valor dessa variável de acordo com a regra definida em (31), tornando-se a variável  $\lambda$  exógena. Nesse sentido, uma vez que essa variável passa a não ser mais afetada por  $L$ , a existência de mobilidade de trabalho, ao igualar as produtividades marginais do trabalho entre as duas regiões, leva ao resultado  $Y_1/L_1 = Y_2/L_2$  (definido em (16), e não ao resultado definido em (36)).

Dessa forma, ao abandonar o padrão "federalista" de conduta, tornando a variável  $\lambda$  exógena, o governo torna possível a igualdade entre as rendas per capita das duas regiões. Contudo, se o governo deseja evitar a concentração progressiva da atividade econômica na região rica, ele deve manipular  $\lambda$  de forma a tornar  $r_1$  igual a  $r_2$ , uma vez que, se  $r_1$  for superior a  $r_2$ ,  $Y_1$  crescerá a uma taxa mais alta do que  $Y_2$ , gerando migração de trabalho da região pobre para a rica e um esvaziamento progressivo da atividade produtiva na região pobre (embora  $y_1$  e  $y_2$  permaneçam iguais).

Para tanto, cumpre inicialmente observar que, a partir de (23''), (28) e (28'), pode-se obter a razão  $r_1/r_2$ :

$$r_1/r_2 = (n_2/n_1) \cdot [\lambda/(1-\lambda)] \cdot (N_1/N_2)^{\beta/\alpha} \quad (41)$$

Uma elevação em  $\lambda$  produz dois efeitos sobre  $r_1/r_2$ : por um lado, a alocação de trabalho entre as duas regiões se altera, ocorrendo uma elevação em  $L_1/L_2$  (o que pode ser constatado a partir de (23'')); por outro lado, a razão  $\lambda/(1-\lambda)$  se eleva, refletindo a realocação dos gastos em favor da região rica.

Dessa forma, o efeito de uma elevação de  $\lambda$  sobre  $r_1/r_2$  pode ser obtido a partir da derivação da razão  $r_1/r_2$  obtida em relação a  $\lambda$ :<sup>15</sup>

$$\frac{\partial (r_1 / r_2)}{\partial \lambda} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot (1 - \lambda)^{-2} \quad (42)$$

A elasticidade  $[\partial(r_1/r_2)/(r_1/r_2)] \cdot (\lambda/\partial\lambda)$  é, por sua vez, igual a  $(1-\lambda)^{-1}$ , sendo, assim, função crescente de  $\lambda$ .

A partir de (42) observa-se que a sensibilidade de  $r_1/r_2$  em relação a  $\lambda$  depende do grau de

---

<sup>15</sup> Como o comportamento da razão  $N_1/N_2$  é influenciado pelo diferencial entre as taxas de crescimento das duas regiões, seria esperado que alterações em  $\lambda$  afetassem essa razão. Contudo, esse efeito é aqui omitido, uma vez que não é possível, nesse modelo (assim como no modelo original de Barro e Saia-I-Martin), determinar-se algebricamente a expressão  $N_1/N_2$ .

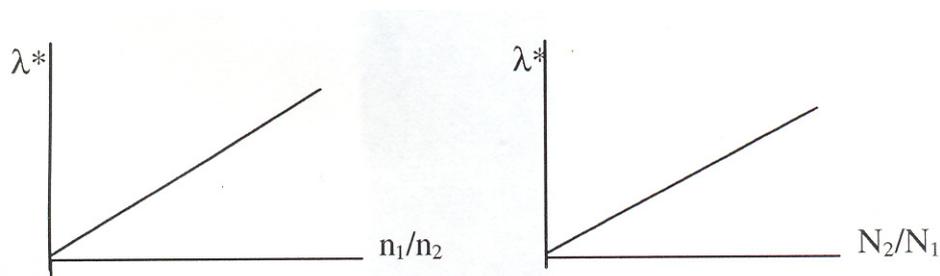
desigualdade tecnológica (diferenças entre  $n_1$  e  $n_2$  e entre  $N_1$  e  $N_2$ ) entre as duas regiões. Por outro lado, como o sinal da derivada é claramente positivo, o governo pode gerar convergência entre as taxas de crescimento  $g_1$  e  $g_2$  ao diminuir a proporção ( $\lambda$ ) dos gastos em infra-estrutura efetuados na região rica, aumentando, por conseguinte, a proporção  $(1-\lambda)$  dos gastos efetuados na região pobre.

Para tanto, o governo determina, no instante  $t$ , o valor de  $\lambda$  de forma a que as taxas de crescimento de  $Y_1$  e  $Y_2$  ( $g_1$  e  $g_2$ ) se tornem iguais. O valor de  $\lambda$  que torna  $r_1/r_2$  (em (41)) igual a um (e, portanto,  $g_1$  e  $g_2$  iguais) vem a ser, assim, o valor de  $\lambda$  no *steady state*:

$$\lambda^* = [(n_1/n_2) \cdot (N_{2t}/N_{1t})^{\beta/\alpha}] / [1 + (n_1/n_2) \cdot (N_{2t}/N_{1t})^{\beta/\alpha}] \quad (43)$$

Dessa forma, a partir do instante  $t$ , as regiões 1 e 2 passam a apresentar taxas de crescimento iguais de  $Y$ ,  $C$  e  $N$ <sup>16</sup>. Nesse sentido, a razão  $N_2/N_1$  em (43) se torna constante, o que torna  $\lambda$  constante no estado estacionário.

A partir de (43) verifica-se que o esforço redistributivo do governo para gerar convergência entre  $g_1$  e  $g_2$  é mais intenso quanto menores são as razões  $n_1/n_2$  e  $N_2/N_1$ . Nesse sentido, quanto maior é a disparidade entre os custos de imitação da região rica e da pobre, maior deve ser a redução em  $\lambda$  para se obter convergência. Da mesma forma, quanto mais tempo a região pobre passou crescendo a uma taxa mais baixa do que a rica antes da intervenção governamental, mais baixo é o valor da razão  $N_2/N_1$  e, portanto, maior deve ser a redução em  $\lambda$ . Essa idéia pode ser representada pelos seguintes gráficos (estando o valor de  $n_1/n_2$  compreendido entre 0 e 1):



Além disso, pode-se fazer uma digressão quanto à distribuição da atividade econômica entre as duas regiões a partir do instante em que o governo institui  $\lambda^*$ . A partir de (16'), (23'') e de (43) obtém-se o valor (constante) da razão  $Y_1/Y_2$  no *steady state*:

$$Y_1/Y_2 = (n_1/n_2) \cdot (N_1/N_2) \quad (44)$$

A partir de (43) observa-se que, quanto maior é  $N_1/N_2$ , mais alto é o valor de  $Y_1/Y_2$  no *steady state*. Dessa forma, as expressões (43) e (44) levam à conclusão de que, quanto mais tempo transcorre antes do governo decidir reduzir a desigualdade regional, maior se torna o esforço redistributivo requerido e mais concentrada se torna permanentemente a atividade produtiva na região rica (embora as rendas per capita sejam iguais).

<sup>16</sup> Ver apêndice.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O padrão de conduta governamental mostra-se, assim, fundamental no delineamento da dinâmica regional. Sob o quadro analítico aqui desenvolvido, quando o governo age deliberadamente no sentido de reduzir as desigualdades regionais, ele consegue realizar seu intento, sendo o seu esforço redistributivo imediato mais intenso quanto mais alta é a desigualdade tecnológica acumulada ao longo do tempo (o que é captado pela razão  $N_{2t}/N_{1t}$ ) entre as regiões. No mesmo sentido, quando o governo mantém um padrão "federalista" de alocação de recursos, a desigualdade entre regiões cresce ao longo do tempo.

## APÊNDICE

### a) O Governo Federalista

A partir de (24), (24') e (31) pode-se representar os níveis de renda nas regiões 1 e 2 como:

$$Y_1 = F.[1+(Y_2/Y_1)]^{-\alpha/(\alpha+\beta)}.\phi^{\beta/(\alpha+\beta)}.N_1 \quad (\text{A.1})$$

$$Y_2 = F.[1+(Y_1/Y_2)]^{-\alpha/(\alpha+\beta)}.(1-\phi)^{\beta/(\alpha+\beta)}.N_2 \quad (\text{A.2})$$

onde  $F = B. \tau^{\alpha/(\alpha+\beta)}.L^{\beta/(\alpha+\beta)}$ .

Por sua vez, a partir de (37) e (38) essas expressões podem ser representadas da seguinte forma:

$$Y_1 = F. \left[ \frac{\alpha + \alpha(N_1/N_2)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}}}{(\alpha + \beta)(N_1/N_2)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}} - \beta} \right]^{\frac{-\alpha}{\alpha+\beta}} \cdot \left[ \frac{(\alpha + \beta)(N_1/N_2)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}} - \beta}{2(\alpha + \beta)(N_1/N_2)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}} - \beta(N_1/N_2)^{\frac{2(\alpha+\beta)}{\beta}} - \beta} \right]^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \cdot N_1$$

$$Y_2 = F. \left[ \frac{\alpha + \alpha(N_1/N_2)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}}}{(\alpha + \beta) - \beta(N_1/N_2)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}}} \right]^{\frac{-\alpha}{\alpha+\beta}} \cdot \left[ \frac{(\alpha + \beta)(N_1/N_2)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}} - \beta(N_1/N_2)^{\frac{2(\alpha+\beta)}{\beta}}}{2(\alpha + \beta)(N_1/N_2)^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}} - \beta(N_1/N_2)^{\frac{2(\alpha+\beta)}{\beta}} - \beta} \right]^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \cdot N_2 \quad (\text{A.3})$$

Tomando-se logaritmos em (A.3) e derivando-se em relação ao tempo são obtidas as taxas de crescimento de  $Y_1$  e  $Y_2$ :

$$g_{Y_1} = [\alpha/(\alpha+\beta)].g\{[(\alpha+\beta)(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta}-\beta]/[\alpha+\alpha(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta}]\} + [\beta/(\alpha+\beta)].g\{[(\alpha+\beta) \cdot (N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta}-\beta]/[2(\alpha+\beta)(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta}-\beta(N_1/N_2)^{2(\alpha+\beta)/\beta}-\beta] \} + g_{N_1} \quad (\text{A.4})$$

$$g_{Y_2} = [\alpha/(\alpha+\beta)].g\{[(\alpha+\beta)-\beta(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta}]/[\alpha+\alpha(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta}]\} + [\beta/(\alpha+\beta)].g\{[(\alpha+\beta) \cdot (N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta}-\beta(N_1/N_2)^{2(\alpha+\beta)/\beta}]/[2(\alpha+\beta)(N_1/N_2)^{(\alpha+\beta)/\beta}-\beta(N_1/N_2)^{2(\alpha+\beta)/\beta}-\beta] \} + g_{N_2} \quad (\text{A.5})$$

onde  $g$  se refere à taxa de crescimento.

Comparando-se as expressões (A.4) e (A.5) pode-se observar que  $g_{Y1}$  só pode ser maior do que  $g_{Y2}$  se  $g_{N1}$  for maior do que  $g_{N2}$ , isso é, se a razão  $N_1/N_2$  estiver crescendo ao longo do tempo. Nesse sentido,  $g_{Y1}$  é igual a  $g_{Y2}$  se  $g_{N1}$  for igual a  $g_{N2}$ .

## b) O Governo Redistributivista

A partir de (23), (23'), (24) e (24'') pode-se representar os níveis de renda nas regiões 1 e 2 como:

$$Y_1 = F. \lambda^{\alpha/(\alpha+\beta)}. \{ \lambda / [\lambda + (1-\lambda)(N_2/N_1)^{(\alpha+\beta)/\alpha}] \}^{\beta/(\alpha+\beta)}. N_1 \quad (A.6)$$

$$Y_2 = F.(1-\lambda)^{\alpha/(\alpha+\beta)}. \{ [(1-\lambda).(N_2/N_1)^{(\alpha+\beta)/\alpha}] / [\lambda + (1-\lambda).(N_2/N_1)^{(\alpha+\beta)/\alpha}] \}^{\beta/(\alpha+\beta)}. N_2 \quad (A.7)$$

onde  $F$  tem o mesmo significado que no item anterior.

Por sua vez, a partir de (43) as expressões (A.6) e (A.7) podem ser representadas como:

$$Y_1 = F. \{ [(n_1/n_2).(N_2/N_1)^{\beta/(\alpha+\beta)}] / \{ [1+(n_1/n_2).(N_2/N_1)^{\beta/\alpha}]^{\alpha/(\alpha+\beta)}. [(n_1/n_2)+(N_2/N_1)]^{\beta/(\alpha+\beta)} \} \} . N_1 \quad (A.8)$$

$$Y_2 = F. \{ (N_2/N_1)^{\beta/(\alpha+\beta)} / \{ [1+(n_1/n_2).(N_2/N_1)^{\beta/\alpha}]^{\alpha/(\alpha+\beta)}. [(n_1/n_2)+(N_2/N_1)]^{\beta/(\alpha+\beta)} \} \} . N_2 \quad (A.9)$$

Tomando-se logaritmos em (A.8) e (A.9) e derivando-se em relação ao tempo são obtidas as taxas de crescimento de  $Y_1$  e  $Y_2$ :

$$g_{Y1} = [\beta/(\alpha+\beta)].g(N_2/N_1) - g_\mu + g_{N1} \quad (A.10)$$

$$g_{Y2} = [\beta/(\alpha+\beta)].g(N_2/N_1) - g_\mu + g_{N2} \quad (A.11)$$

onde  $\mu$  é igual a  $[1+(n_1/n_2).(N_2/N_1)^{\beta/\alpha}]^{\alpha/(\alpha+\beta)}. [(n_1/n_2)+(N_2/N_1)]^{\beta/(\alpha+\beta)}$ .

Comparando-se as expressões (A.10) e (A.11) pode-se observar que, se  $g_{Y1}$  e  $g_{Y2}$  são iguais, então  $g_{N1}$  e  $g_{N2}$  também são iguais. Dessa forma, a razão  $(N_1/N_2)$  permanece constante ao longo do tempo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARRO, R. e SALA-I-MARTIN, X. (1995). *Economic Growth*. McGraw-Hill.
- BNB. *Matriz de Insumo-Produto do Nordeste - 1980 e 1985: metodologia e resultados*. Fortaleza: BNB, 1992.
- CASS, D. (1995). "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation". *Review of Economic Studies*, 32 (julho).
- GROSSMAN, G. M., HELPMAN, E (1991). *Innovation and Growth in the Global Economy*. Cambridge MA, MIT Press.
- IBGE. *Censo Demográfico 1991*. Rio de Janeiro: IBGE, 1992.
- IBGE. *Matriz de Insumo-Produto, Brasil - 1980*. Rio de Janeiro: IBGE, 1989.
- IZLAM, N. (1995). "Growth Empirics: a Panel Data Approach". *Quarterly Journal of Economics*, novembro.
- KOOPMANS, T. C. (1965). "On the Concept of Optimal Economic Growth". *The Econometric Approach to Development Planning*. Amsterdã: North Holland.
- LUCAS Jr., R. E. (1988). "On the Mechanics of Economic Development". *Journal of Monetary Economics*, 22, 1 (julho).
- MANSFIELD, E., SCHWARTZ, M. e W AGNER, S. (1981). "Imitation Costs and Patents: an Empirical Study". *Economic Journal*, 91.
- NELSON, R. R. e PHELPS, E. S. (1966). "Investment in Humans, Technological Diffusion and Economic Growth". *American Economic Review*, 56, 2.
- PARENTE, S. L., PRESCOTT, E. C. (1992). "Technology Adoption and the Mechanics of Economic Development". In: Cukierman, A. et al. (Ed.). *Political Economy, Growth, and Business Cycles*. Cambridge MA, MIT Press.
- ROMER, P. M. (1986). "Increasing Returns and Long-Run Growth". *Journal of Political Economy*, 94, 5 (outubro).
- ROMER, P. M. (1990). "Endogenous Technological Change". *Journal of Political Economy*, 98, 5 (outubro).
- SOLOW, R. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth". *Quarterly Journal of Economics*, 70, 1 (fevereiro).
- TEECE, D. J. (1977). "Technological Transfer by Multinational Firms: the resourcecost of transferring technological know-how". *Economic Journal*, 87 (junho).