

*Publicaciones de la Cátedra Bolívar.
Facultad de Economía y Empresa de la USC. Director Luis Caramés Vieitez
Temas de Teoría Económica y su Método nº 15
Documento 117 de la Serie Economic Development*

Los documentos 103 a 118 de esta serie han sido publicados por la Cátedra Bolívar de la USC en el libro, editado por Juan José Jardón Urrieta (UMSNH) "Temas de Teoría Económica y su Método"

Web de la Cátedra Bolívar:

<http://www.usc.es/es/gobierno/vrrelins/catedras/bolivar/index.html>

USC= Universidad de Santiago de Compostela (España)

UMSNH= Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (México)

LA TEORÍA DE JUEGOS EVOLUTIVOS, NATURALEZA Y RACIONALIDAD

Elvio ACCINELLI

Facultad de Economía UASLP y UAM-1, México

Analiza las soluciones a los conflictos desde la perspectiva de la teoría de juegos. Incluye un análisis de la relación entre los equilibrios de Nash y los equilibrios dinámicos, y su estabilidad. La teoría económica encuentra en la teoría de juegos evolutivos un instrumento válido para analizar aquellas situaciones donde los agentes no se comportan totalmente como individuos racionales o en la que aprenden la racionalidad.

JEL Codes: A1, B4

I. La teoría de juegos como racionalidad del conflicto

La teoría de juegos se ha desarrollado como un instrumento para entender el conflicto y sus posibles soluciones. Ciertamente no es tanto predictiva como normativa. Explica más como deberían ser o pueden ser las soluciones a los conflictos que como son o serán realmente. Si bien en sus orígenes surge como un instrumento para la teoría económica, actualmente la teoría de juegos es una teoría en sí misma, introduciéndose, como herramienta heurística, en otras ramas del conocimiento científico, como es el caso de los juegos evolutivos en la biología. Aunque parezca paradójico es hoy la teoría económica la que toma de la biología este instrumental originalmente creado para explicar la realidad económica. Es decir, la teoría de juegos aparece inicialmente como una herramienta para la teoría económica, pero adquiere su propia vida, y en su desarrollo se transforma entre otras cosas en una herramienta posible para la biología, naciendo así la teoría de juegos evolutivos. La clave de esta transformación se encuentra en los trabajos de Smith y Price (1973) y Smith (1974). Luego, a su vez, la teoría de juegos evolutivos se transforma en una nueva herramienta para la teoría económica. Si bien es cierto que anteriormente diversos economistas entre ellos Quesnay, Adam Smith, y Marshall habían hecho referencia a analogías existentes entre la economía y la biología, estas referencias eran más bien ilustrativas y con sentido pedagógico (y como metáfora), pero la teoría de juegos evolutivos muestra una posibilidad metodológica común para el estudio de estas dos áreas del saber.

La base para el desarrollo de esta metodología común está en el conflicto entre individuos o entre estos y su medio ambiente, como fuente evolutiva común a la sociedad y a la naturaleza. Entendemos por conflicto una situación que, en la naturaleza o en la sociedad, relaciona a individuos con intereses diversos, ninguno de los cuales es capaz de resolver por sí mismo y en la que, el resultado que cada uno obtendrá, dependerá no solamente de su propia acción, sino también de la que los demás lleven adelante. No obstante es cierto que los conflictos en la naturaleza y en la sociedad relacionan a individuos que actúan en forma diferente, se parte aquí de que el hombre es capaz de elegir entre diferentes posibles comportamientos, mientras que el animal sigue una acción predeterminada, que en definitiva es una manifestación directa de su estructura genética. En este sentido diremos que el hombre actúa racionalmente, es decir, elige entre las posibles opciones aquella que entiende que de continuarse maximizará el resultado esperado del conflicto. Mientras que el animal sigue un comportamiento predeterminado. El punto central es: la teoría de juegos es básicamente una teoría que se basa en la racionalidad. Esto es, describe el comportamiento de individuos que eligen estrategias, elaboran planes buscando maximizar el resultado obtenido al resolverse el conflicto. Por una parte la elección estratégica racional, es el concepto central de la teoría de juegos y para ser racional, debe tener en cuenta no sólo, lo que cada uno quiere lograr, sino también lo que puede lograr dado que la acción de los otros lo limitan. No hay maldad ni bondad preestablecida, no se busca en principio castigar o premiar al otro u otros, sino tomar la mejor opción independientemente del efecto que esto pueda tener sobre los demás individuos, a no ser que beneficiar o perjudicar a alguien sea parte del objetivo buscado, o sea parte de la solución. Por otra parte, la racionalidad supone que cada uno de los participantes del conflicto, sabe que los demás saben que él sabe que todos buscan lo mejor sabiendo que los demás hacen lo mismo. Yo sé que tú sabes, que yo sé que tú sabes, repetido hasta el infinito y actuar tomado esto en consideración, es ser racional. Si la cadena se rompe, la racionalidad se ve limitada en principio.

Aún todavía, los conflictos pueden resolverse de una vez para siempre o luego de múltiples enfrentamientos. Esta perspectiva introduce en la teoría de juegos, alianzas tácitas, venganzas, castigos y premios. Uno o varios pueden premiar o castigar a otro por desviarse de un camino

sobreentendido como el correcto, el castigo o el premio prevalece en la memoria y hace que los jugadores elijan un camino u otro. Elegir una estrategia que perjudique o beneficie a otro no tiene el fin de castigar o premiar por sí mismo, sino de inducir al otro u otros a elegir un camino que convenga a quien castigue o premie, o bien para evitar la desviación de un comportamiento, sobreentendido como el mejor para todos en tanto que nadie se desvíe.

¿Cómo entonces una teoría basada en la racionalidad de los individuos participantes, en castigos y premios posibles, en alianzas estratégicas, etc., puede transportarse a conflictos que enfrentan a individuos no racionales? Ciertamente esto no tiene en principio una respuesta trivial. Si bien podemos aceptar que la naturaleza resuelve la evolución mediante el conflicto, no parece claro que fuera un conflicto entre individuos que operan en la forma supuesta por la teoría de juegos. No obstante la teoría de los juegos evolutivos es una teoría que básicamente pretende explicar el conflicto en el mundo animal y natural. ¿Cómo logra traducir estas reglas racionales a conflictos de individuos que actúan en principio de otra forma? El concepto de racionalidad es suplantado por el de la selección natural. Los individuos actúan en el mundo natural respondiendo directamente a su código genético, no eligen, al menos no en el sentido de elegir de acuerdo a un plan en el que se preveen resultados posibles. Se supone que los individuos (animales o vegetales) disponen de un plan preestablecido (genotípicamente), entre todas aquellas posibilidades triunfan, es decir se reproducen con mayor facilidad aquellos, cuyo código genético les impone actuar de determinada forma y no de otra, es decir, el individuo que obtiene una solución maximizadora es aquel que es capaz de transmitir su código genético a un mayor número de descendientes. Mientras que el individuo racional elige entre diversos planes posibles, los individuos irracionales representan determinados planes posibles, determinadas estrategias que cada uno sigue imperiosamente, y solamente triunfan entre éstos, aquellos individuos cuyo código genético les permite la respuesta más adecuada para sobrevivir y reproducirse. En tanto que una supervivencia prolongada implica mayor número de posibles descendientes, estos dos conceptos son equivalentes en el sentido de la preservación de la especie. Individuos más longevos tienen mayor probabilidad de tener descendientes, en este sentido podemos decir que una estrategia que permita a un individuo una vida más larga es también

una estrategia que le permitirá un mayor número de descendientes. Esta es la respuesta maximizadora, es decir aquella que permite al individuo que se comporta acorde a ella, o que es portador del genotipo que a tal conducta obliga, vivir más tiempo o tener más descendientes, es decir ser más exitoso.

De esta forma, el objetivo del juego es tener descendencia, preservar la especie o sobrevivir. La estrategia mejor, está definida por la presión natural, en el sentido de que el individuo más exitoso será aquel que siga un comportamiento de mejor adaptación, todos los individuos se ven igualmente presionados, y del comportamiento de cada uno dependerá el éxito propio. Es la selección natural la fuerza encargada de “maximizar”, es decir de elegir aquella conducta más exitosa, en el sentido de la preservación de la especie, la que en definitiva prevalecerá en las generaciones futuras. En este sentido decimos que la naturaleza maximiza, ciertamente que no es un fin buscado o perseguido, es una metáfora. Aunque ciertamente son los individuos sanos y fuertes, los más aptos los que se reproducen más fácilmente, mientras los débiles tienen escasos o nulos descendientes, en este sentido podemos decir que la selección natural maximiza la salud transmitida a las sucesivas generaciones. No hay fines en la naturaleza, simplemente se constata que es la selección natural, la que en definitiva define quien se reproduce y quien no, que plan o código genético pervive.

Decimos entonces que ser exitoso en la naturaleza o seguir una estrategia maximizadora, es disponer de un código genético que obligue a seguir al individuo portador una conducta tal que dicho código pueda ser transmitido a las generaciones futuras. Esto se mide por ejemplo por las posibilidades de preservación de la especie asociadas a cada comportamiento posible. En este sentido, es más exitoso aquel comportamiento que entre todos los posibles, permite al individuo que lo soporta reproducirse y preservar en su descendencia este comportamiento que es transmitido genéticamente. Cuando aparece un individuo mutante, la posibilidad de transmitir o no la mutación dependerá de que tan exitosa es la estrategia, es decir el comportamiento al que es obligado el mutante a seguir, dado el comportamiento seguido por los individuos presentes. Si el mutante es más hábil que sus competidores para reproducirse será la estrategia mutante la maximizadora de las posibilidades de pervivir.

II. El equilibrio de Nash

El concepto central de la teoría de juegos es el de equilibrio de Nash, es decir un perfil de comportamiento que hace que sea este comportamiento elegido por cada individuo, la mejor opción dado que los otros juegan de acuerdo a este perfil. En este sentido puede decirse que en un equilibrio de Nash ninguno de los jugadores se arrepiente de haber elegido lo que eligió, dado que los otros jugaron de acuerdo a este perfil estratégico. Entendemos por perfil estratégico una lista en la que se dice cual debe ser el comportamiento seguido por cada uno de los participantes en el juego en su turno. De esta forma, un perfil estratégico en un juego de n jugadores se puede representar como $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ donde x_i representa el comportamiento que seguirá el jugador i -ésimo, cada vez que le toque actuar. El resultado que el jugador i -ésimo obtendrá si se juega de acuerdo a x se representa por $u_i(x_i, x_{-i})$. Es decir $u_i(x_i, x_{-i})$ representa los retornos del jugador i una vez que el conflicto fue resuelto de acuerdo al perfil x según el cual el jugador i -ésimo sigue el comportamiento x_i y el resto los comportamientos definidos en el vector $x_{-i} = (x_1 \dots x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$. De esta forma se establece una correspondencia entre las acciones seguidas por los jugadores y los resultados obtenidos por estos al finalizar el juego, por lo que los retornos obtenidos por cada jugador, se representan como una función de n variables $u_i : \mathbf{I}_i \times \mathbf{I}_{-i} \rightarrow R$ definida por $u_i(a_i, b_{-i})$ para cada a_i acción estratégica posible para el i -ésimo jugador, dado que los otros juegan de acuerdo al perfil $b_{-i} = (b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n)$. Representamos por \mathbf{I}_i el conjunto de estrategias posibles para el jugador i -ésimo y por \mathbf{I}_{-i} el producto cartesiano de los conjuntos de estrategias de todos los jugadores diferentes de i .

DEFINICIÓN 1. Un perfil estratégico $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ es un *equilibrio de Nash* si

$$u_i(x_i^*, x_{-i}^*) \geq u_i(y, x_{-i}^*) \quad \forall y \in \mathbf{I}_i \text{ y } \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Donde la función $u_i : \mathbf{I}_i \times \mathbf{I}_{-i} \rightarrow R$, definida por $u_i(x_i, x_{-i})$ representa los retornos del i -ésimo jugador como resultado del perfil estratégico x que supone que i elige x_i mientras que el resto juega de acuerdo a x_{-i} , siendo $i = 1, \dots, n$.

Obsérvese que el equilibrio de Nash es una mejor respuesta de un individuo racional a la acción elegida por otros individuos racionales. Entendiendo por mejor respuesta, la elección que hace un individuo que busca maximizar sus objetivos como respuesta a la elección que otro individuo con igual objetivo hace.

Llevado el concepto a la naturaleza, debemos entender por estrategia la manifestación en la conducta de un individuo de su genotipo, (en el animal esta manifestación es imperiosa, se le impone inexorablemente; en el hombre puede aparecer mediatizada por circunstancias como el aprendizaje, etc.) De esta forma, dados los genotipos diferentes existentes en una población de individuos presionados por la selección natural, se puede decir que un genotipo determinado define un comportamiento de mejor respuesta a los que los demás hacen, o de mejor adaptación si determina una conducta que implica las mayores posibilidades de reproducirse y sobrevivencia de los individuos portadores de tal genotipo. Por lo que un perfil estratégico $x = (x_1, \dots, x_n)$ representa una distribución de comportamientos posibles en una población, siendo x_i el porcentaje de individuos que en la población sigue la estrategia i -ésima. O bien podemos interpretar el perfil estratégico como el porcentaje de veces que un animal determinado sigue la conducta i -ésima.

III. Los conflictos en la naturaleza. La racionalidad en la irracionalidad

En la naturaleza ocurren conflictos, animales que compiten por recursos escasos, comida o compañero. Aunque la teoría de juegos modela conflictos, no es obvio como puede introducirse en un mundo donde no hay racionalidad. Los animales no maximizan funciones de utilidad que les permitan medir niveles de bienestar asociados a logros posibles alcanzables mediante estrategias diferentes, ni tienen ni se plantean conscientemente objetivos, responden a instintos o siguen una conducta predeterminada, la araña no anticipa la tela que construye, mucho menos castigarán o elegirán pensando en lo que el o los otros hacen o saben, no parece claro que en el mundo natural cada individuo elija pensando en lo que él otro sabe que el otro sabe.

No obstante a las fuerzas de la evolución podría interpretárseles como una tendencia hacia la optimización: Un individuo con salud débil, o con incapacidad de reproducirse, será seleccionado por la fuerza de la se-

lección natural negativamente, en el sentido de que su conducta tenderá a desaparecer. En definitiva, en el equilibrio prevalecerán los individuos cuyos comportamientos suponen máximas capacidades reproductivas o de sobrevivencia. La selección natural sustituye entonces a la racionalidad. Pero mientras una es una fuerza ciega que no persigue fines, la racionalidad supone la persecución del fin maximizador. Repitiendo lo ya dicho, la selección natural termina eligiendo un comportamiento maximizador, expresado en forma metafórica en el sentido de que selecciona a aquel individuo cuyo perfil genético define una conducta más adecuada para sobrevivir y reproducirse.

Se parte de que los animales más que elegir estrategias actúan por patrones pre-asignados, el marco posible de patrones es representado como el marco posible de estrategias. La racionalidad en la elección es sustituida por la selección natural, que hace que sobreviva el más apto. Es decir, el que actúa de acuerdo a la mejor estrategia, dado el comportamiento presente de los otros. Los animales se comportan siguiendo planes preasignados, el programa de elección de la estrategia a seguir como respuesta a estímulos exteriores, no es controlado por el animal ya que le es dado, sigue algún mecanismo que no está especificado en el juego sino en su código genético. Su suerte no depende sólo de su comportamiento predeterminado, sino también de como los demás se comportan, pues una determinada conducta seguida por un animal se mostrará exitosa dependiendo de las conductas de sus competidores existentes en un momento determinado. Ser el más veloz puede ser una conducta exitosa cuando solo hay un número reducido de individuos veloces, pero si estos son muchos quizás otro tipo de conducta pueda ser más adecuada para la sobrevivencia, ver el ejemplo desarrollado más abajo. A diferencia de los seres racionales, en el mundo animal no está presente la cadena de razonamiento que implica: actúo de esta forma sabiendo que para elegir tu acción tu tomarás en cuenta que yo se que tu sabes que yo actúo así porque tu sabes, etc. La teoría de juegos biológicos analiza la evolución del fenotipo, sin entrar en los detalles de la organización genotípica, es decir no le interesa el mecanismo que determina que tal perfil genotípico implica tal conducta ni como es exactamente que tal manifestación se produce. Le interesa la manifestación per se, es decir la conducta que se manifiesta y es determinada por el genotipo, pero no el mecanismo que asocia a tal genotipo tal comportamiento. Entiende —sí— que las

variaciones en el comportamiento en una misma especie corresponden a distintos genotipos, pero no es parte de su estudio la forma de esta correspondencia. El animal sigue reglas cuyo resultado es aparente y el cómo se determinan estas reglas no es asunto de la teoría de juegos evolutivos. Un animal que no siga determinadas reglas (determinadas estrategias) no será capaz de reproducirse o sobrevivir. Ciertamente el cumplir o no estas reglas no entra en su decisión, sigue un plan que no determina y que se le impone. El animal que sobrevive es aquel cuyo genotipo se manifiesta en una forma óptima, es decir el que le obliga a seguir al individuo una conducta óptima desde el punto de vista de su sobrevivencia y reproducción; es decir, desde el punto de vista de la preservación de la especie.

El comportamiento de los animales cambia si hay mutaciones, las mutaciones no son controladas por los individuos, pero el comportamiento futuro del mutante puede hacer que la mutación se imponga o desaparezca, según el comportamiento fenotípico del mutante implique o no, un comportamiento exitoso o no. El conjunto de estrategias posibles \mathbf{I}_i para el individuo i es el conjunto de posibles comportamientos diferentes, genéticamente determinados. El resultado del juego que involucre a dos o más individuos de una misma población y que sigan determinados patrones de comportamiento será el número de posibles descendientes.

Permítasenos ilustrar lo aquí dicho con un ejemplo clásico:

Halcón y Paloma Supongamos una población compuesta por animales que pueden comportarse de acuerdo a uno de dos planes posibles. Ser halcón (agresivo), estrategia H o paloma (pasivo) estrategia P . Los individuos se procrean en un territorio en el que encuentran alimento y compañero. Dueños del territorio la cantidad de descendientes posibles será V . Individuos del tipo halcón disputan el territorio hasta que llegan a cierto momento de debilidad, el que es determinado por su genotipo, que les impone llegado este momento, detener el conflicto y dividir el territorio. Ciertamente su salud se verá debilitada por el conflicto y tendrán menor número de descendientes que en el caso en que no hubiera habido conflicto. Cada uno tendrá $(v - c)/2$ descendientes. Individuos de tipo paloma, al enfrentarse a un halcón seden el territorio y se retiran, es este también un comportamiento determinado genéticamente, por lo que no tendrán descendencia, o bien no pelean por el territorio si este está ocupado por un individuo de tipo halcón. En este caso el halcón tendrá v descendientes. No obstante si el territorio está ocupado por otro de

tipo paloma se reparten sin pelear el territorio, por lo cual en este caso el número de descendientes será mayor que el que obtendrán dos individuos halcones enfrentados, supongamos $v/2$ cada uno.

Veamos la representación de este conflicto desde el punto de vista de la teoría de juegos:

Este conflicto puede representarse fácilmente como un juego normal o estratégico de dos jugadores. Las acciones posibles de cada uno se representan respectivamente como filas y columnas de una tabla. En el punto de corte de una fila y una columna (.) se representan los retornos obtenidos por cada uno de los jugadores si las estrategias seguidas por uno y otro (.) para resolver el conflicto, son las correspondientes a la fila y columna indicada. En la siguiente tabla anotamos los descendientes posibles en cada uno de los posibles encuentros:

	H		P	
H	$\frac{1}{2}(v - c)$	$\frac{1}{2}(v - c)$	v	0
P	0	v	$\frac{1}{2}v$	$\frac{1}{2}v$

$$\text{Estrategias puras : } \begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= \{H, P\} \\ \mathbf{I}_2 &= \{H, P\} \end{aligned}$$

En la tabla, los valores de la izquierda representan los retornos para el jugador 1, y los de la derecha corresponden al retorno para el jugador 2, si la estrategia seguida es la que corresponde a dicha fila y columna. Cada fila representa una de los posibles comportamientos del jugador 1, y cada columna el correspondiente al jugador 2.

El punto es saber cual es la mejor estrategia a seguir. Es decir, en definitiva, qué comportamiento tiende a prevalecer. Como veremos esto dependerá de la relación entre el beneficio esperado de pelear por el territorio o abandonarlo sin pelear medido en términos de la cantidad de descendientes que se pueden obtener como resultado de seguir uno u otro comportamiento. Aparentemente y como veremos, si el costo de pelear es bajo relativamente: $v > c$, frente a la cantidad posible de descendientes, el comportamiento tipo halcón terminará prevaleciendo. Ser halcón es tener una estrategia dominante es decir independientemente del comportamiento del otro el halcón prevalece. Es decir el comportamiento óptimo de cada individuo, en el sentido de la preservación de su vida o de

su especie, es presentar en este caso un genotipo que implique un comportamiento agresivo, de tipo halcón. Se concluye entonces que (H, H) corresponde a un equilibrio de Nash. No obstante si el costo de pelear es tan alto que impide el tener descendientes $v < c$, no es cierto que H sea una mejor respuesta a H . Pero tampoco es cierto que una población de sólo palomas tienda a prevalecer, pues una mutación de comportamiento hacia el tipo halcón, hará que este tipo de mutantes tienda a reproducirse rápidamente. No obstante en la medida que el tipo de individuos H aumenta, los beneficios asociados a esta conducta disminuyen. Lo mejor será tener un comportamiento ambiguo, ser a veces paloma y a veces halcón, es decir comportarse de forma tal que ante diversos estímulos provenientes del exterior el individuo se comporte diferente, por ejemplo si aprende a reconocer el tipo de rival al que se enfrenta. En principio no sabemos como el individuo se comportará, dependerá del estímulo que reciba, el que no es conocido a priori del conflicto, y es posible que estos estímulos sólo respondan a la realidad con cierta probabilidad. El porcentaje óptimo, en el sentido de un valor esperado mayor, cuando el individuo no consigue reconocer con exactitud el tipo de rival, puede medirse y es $p_H = v/c$. Es decir si el individuo se comporta p_H veces tipo halcón y $1 - p_H$ veces tipo paloma, tiene un valor esperado de descendencia óptimo, lo que daría un valor esperado de descendientes mayor que cualquier otra estrategia, en definitiva este comportamiento define una mejor adaptación al medio. Podemos ver que los perfiles estratégicos (H, P) y (P, H) son también equilibrios de Nash, pero estos no tienen sentido si estamos pensando en elegir el comportamiento de individuos de una misma especie.

IV. La mutación como un cambio estratégico

Entendemos una estrategia como un modo de comportamiento que sigue un animal como respuesta a su genotipo. Las mutaciones en tanto que agentes modificadores del genotipo, se manifiestan como un cambio en el comportamiento animal, es decir como un cambio en el comportamiento estratégico, no percibimos el gen mutante pero si percibimos un individuo que se comporta en forma diferente.

Una cuestión importante a resolver por la teoría de los juegos evolutivos tiene que ver con el comportamiento futuro de una población que sufre mutaciones. Esto es, el comportamiento mutante tenderá a ser típico,

o bien tenderá la mutación a desaparecer, o bien a mostrar la población un porcentaje de individuos que adoptan al estrategia mutante y otros que mantienen su comportamiento anterior, o bien individuos que ante determinados estímulos (olores, colores, etc.) se comportan como mutante y ante otros su comportamiento es el anterior, podemos decir en este caso que el animal sigue un comportamiento mixto. La mutación puede ayudar al individuo a una mejor adaptación al medio, en conclusión la mutación se trasmite a las generaciones siguientes, o bien puede resultar que individuos mutantes no consigan alcanzar el desempeño de sus congéneres no mutantes, en este caso la mutación tendería a desaparecer dado que la supervivencia del mutante está cuestionada.

Decimos que estrategias que sean más exitosas que las mutantes de cualquier tipo, son estrategias evolutivamente estables. Es este un concepto central de la teoría de juegos evolutivos, que formalizaremos más adelante. El éxito de una estrategia lo mediremos, como ya fue dicho, por la cantidad de descendientes que el individuo que sigue esa estrategia consigue, consecuentemente será más exitosa aquella estrategia que permite a su portador tener un número mayor de descendientes.

Supongamos que los individuos de una población determinada, siguen siempre un patrón de conducta x (una estrategia posible), admitamos también que un porcentaje \square de individuos de la población muta, cambia su estrategia para el esquema y . Denotemos por $u(i, j)$ la cantidad de descendientes posibles cuando se cruza un individuo $i \in \{x, y\}$ con un individuo $j \in \{x, y\}$. Luego un individuo que actúe en la forma tradicional, es decir un no mutante, tendrá una descendencia esperada igual a

$$u(x, \square y + (1 - \square)x) = \square u(x, x) + (1 - \square)u(x, y).$$

Los individuos se encuentran en forma casual, en principio el mutante no es distinguible del no mutante, al menos en su aspecto físico y sólo lo reconocemos por su comportamiento. Individuos mutantes pueden aparearse con mutantes o no mutantes y recíprocamente, su descendencia dependerá de la frecuencia de estos encuentros. Es decir el valor esperado de la cantidad de descendientes de cada individuo está dada por la cantidad de descendientes que obtiene un individuo si se encuentra con un mutante por la probabilidad de encontrárselo, más la cantidad de descendientes si se cruza con un no mutante, por la probabilidad de tal cruza.

Introduciremos a continuación el concepto de estrategia evolutivamente estable. Es este uno de los conceptos más importantes de la teoría de los juegos evolutivos.

DEFINICIÓN 2. Diremos que una estrategia x es *evolutivamente estable* si para toda mutación posible en el comportamiento y , existe \square_y tal que

$$u(x, \square_y + (1 - \square)y) \geq u(y, \square_y + (1 - \square)y), \quad \forall \square \geq \square_y$$

es decir, la cantidad de descendientes esperados de un no mutante enfrentado a una población con individuos mutantes en proporción menor a \square_y es mayor que la descendencia esperada de un individuo mutante enfrentado a la misma población.

Puede verse que el concepto de estrategia evolutivamente estable, es un refinamiento del concepto de equilibrios de Nash. En tanto que a la vez de ser una mejor respuesta para si misma, $u(x, x) \geq u(y, x)$ para todo comportamiento posible y es un equilibrio de Nash, involucra un concepto de estabilidad que no lo supone el de equilibrio de Nash, la definición (2) implica que si $u(x, x) = u(x, y)$ para algún $y = x$ entonces debe ser $u(x, y) > u(y, y)$. La estabilidad está dada por el hecho de que en definitiva un individuo que sigue un comportamiento evolutivamente estable tiene más descendientes (en valor esperado) que otro que siga otro tipo de estrategia, aun suponiendo que en la población hay mutantes. Es decir dada una población con cierto número (no muy grande) de individuos mutantes e individuos no mutantes, la no mutación es evolutivamente estable si en definitiva el no mutante que se aparee aleatoriamente con individuos de uno u otro tipo tiene un valor esperado de descendencia más alto que el mutante. En este caso la mutación tiende a desaparecer con la repetición del juego. Para posibles refinamientos del concepto de equilibrio de Nash, ver por ejemplo van Damme (1991).

V. La evolución de la población

Consideremos un individuo que usa la estrategia e_i esto es, un individuo cuyo comportamiento siempre sigue el patrón i de n posibles tipos diferentes de comportamientos. Supongamos que los individuos que usan diferentes estrategias son en principio indistinguibles entre si. Relacionado un i -ésimo estrategista con un j -ésimo, tendrán $u_i(e_i, e_j) = u_j(e_j, e_i)$ descendientes. Suponemos que no hay individuos hembra e individuos

macho, cuando se juntan dos se reproducen. La igualdad anterior implica un supuesto adicional, la cantidad de descendientes que seguirán un comportamiento de tipo i es igual a los que seguirán un comportamiento j cuando se cruzan estos dos tipos de individuos. Supongamos que el porcentaje de individuos que en la población se comportan de acuerdo al patrón de conducta i -ésimo es $x_i, i = 1, 2, \dots, n$. De esta manera la cantidad esperada de descendientes por un i -ésimo estrategista será $u(e_i, x) = \sum_{j=1}^n x_j u(e_i, x_j)$ siendo $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Luego la cantidad esperada de descendientes de individuos de tipo i es $p_i u(e_i, x)$ donde p_i es el total de individuos del tipo i existentes en la población inicial. Siendo $p x_i = p_i$ y $\dot{p}_i = p_i u(e_i, x)$, se sigue que $p \dot{x}_i = \dot{p}_i - \dot{p} x_i = u(e_i, x) p_i - u(x, x) p x_i$ entonces, dividiendo en ambos miembros por p obtenemos el sistema de ecuaciones

$$\dot{x}_i = u(e_i - x, x) x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Donde por \dot{x}_i entendemos la derivada de x_i con respecto al tiempo t ; es decir, $\dot{x}_i = \frac{dx_i(t)}{dt}$.

Este sistema de ecuaciones diferenciales indica como evoluciona una población en la que hay individuos que siguen diversos patrones de comportamientos, aquellos que tengan un comportamiento superior a la media tenderán a incrementar su número y contrariamente aquellos cuyo desempeño sea inferior al valor medio tienden a desaparecer. Pueden formarse poblaciones compuestas por individuos de diferentes tipos, pero todos ellos de igual desempeño. Este sistema de ecuaciones diferenciales define la llamada **dinámica del replicador**. Es un tipo de dinámica posible, no es el único posible, representa bien comportamientos de individuos que al cruzarse se dividen y de esta forma surgen los descendientes. Es una simplificación y vale sólo dentro de determinados casos pero es ampliamente aplicable y permite hacer predicciones sobre el comportamiento futuro de una población que siga las reglas antes dichas para su reproducción. No obstante comportamientos más complejos, pueden ser muchas veces llevados para estudiar la evolución de la población, luego de hacer algunas simplificaciones, a este tipo de ecuaciones.

Son conocidas algunas relaciones entre equilibrios dinámicos o estados estacionarios de este sistema y los equilibrios de Nash o equilibrios evolutivamente estables. Este tema es de gran interés porque relaciona el comportamiento de poblaciones de individuos y las posibilidades de que

estos se vean modificados en un largo período o no, por la aparición de mutaciones, o cambios en el comportamiento por otros motivos. En la siguiente sección nos enfocaremos en este tema.

VI. Estados estacionarios y evolución de la población por mutaciones

Llamamos estado estacionario, o equilibrio dinámico, a una situación en que el estado del sistema no se modifica a no ser que cambien las condiciones exógenas, es decir no establecidas dentro de las leyes que determinan la dinámica. En concreto si un sistema de ecuaciones diferenciales de n ecuaciones y n incógnitas se representa por $\dot{x}_i = f_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n$ el punto $y \in R^n$ será de equilibrio para el sistema (estacionario o equilibrio dinámico) si $f_i(y) = 0$, $\forall i \in 1, 2, \dots, n$. Para la dinámica del replicador \bar{x} será un punto de equilibrio, si $u(e_i - \bar{x}, \bar{x})\bar{x}_i = 0 \forall i \in 1, 2, \dots, n$. Equivalentemente \bar{x} es un vector de comportamientos tales que $\dot{x}_i = 0 \forall i$. Es decir un estado tal que no admite evolución temporal siguiendo las leyes de la dinámica. Cambios en un sistema en equilibrio, sólo se producirán por acciones perturbadoras de agentes externos, los que sacan al sistema del equilibrio. Una pregunta interesante es qué sucede con un sistema originalmente en equilibrio, si se ve perturbado por la acción de agentes externos (por ejemplo mutaciones en el comportamiento de algunos individuos o por factores medio ambientales): >Se alejará indefinidamente de su configuración inicial o bien, al cabo de cierto tiempo se acercará nuevamente a ella?

La teoría de los sistemas dinámicos permite estudiar la posibilidad de que una población con alguna distribución inicial diferente a un estado estacionario se acerque o se aleje indefinidamente de algunos de estos estados estacionarios. Obsérvese que si la situación inicial de la población corresponde a un estado estacionario no habrá cambios, a no ser que agentes externos, como las mutaciones espontáneas, lo perturben. Decimos que un estado estacionario es un atractor si hay situaciones (condiciones iniciales) diferentes de aquella que corresponden a estados estacionarios, que hacen que algunas o todas (atractor global) las trayectorias se muevan hacia el estado estacionario. Sin que ninguna que originalmente esté suficientemente cerca se aleje de él. El estado estacionario será repulsor si estados inicialmente próximos al estacionario, terminan alejándose indefinidamente de él. No necesariamente los estados estacio-

narios son atractores o repulsores. Para ver con detalle estas definiciones véase, por ejemplo, Hirsh y Smale (1983). Diremos además que un equilibrio dinámico es estable si toda trayectoria, es decir toda solución de las ecuaciones dinámicas del sistema, que inicialmente se encuentra suficientemente cerca de él no se aleja mucho con el tiempo, será asintóticamente estable si además de estable, con el tiempo estas trayectorias inicialmente cercanas se aproximan a él indefinidamente. Desde el punto de vista de la dinámica de las poblaciones, esto se traduce en saber si por ejemplo, una población de individuos inicialmente con comportamientos heterogéneos al modificarse por la acción de una mutación o por la acción de cambios medio ambientales que conlleven a una manifestación diferente del genotipo, evoluciona hacia una población con comportamientos muy diferentes a la inicial o no.

El estudio de la estabilidad de los sistemas dinámicos es el que se ocupa de estas temas, cuyo tema central puede resumirse en la pregunta >cuál será la evolución futura de una sistema que se inicia a partir de una perturbación de un estado estacionario?

El siguiente paso es estudiar las relaciones entre estados estacionarios, equilibrios de Nash y luego entre estos y la estabilidad.

VII. Equilibrios de Nash y equilibrios dinámicos

La teoría de juegos evolutivos, estudia la relación existente entre equilibrios de Nash, equilibrios dinámicos y su estabilidad. En qué casos un equilibrio de Nash es un equilibrio para el sistema dinámico, y recíprocamente o en que casos un equilibrio de Nash es un atractor son temas de la teoría de juegos evolutivos. Más aún, la relación entre estrategias evolutivamente estables y equilibrios dinámicos y su estabilidad, es un tema central de la teoría de los juegos evolutivos. Muchas veces los equilibrios de Nash son estados “deseables”, por ejemplo si ellos suponen diversidad de comportamiento en los individuos de una población determinada. Si estos equilibrios son también equilibrios dinámicos, mientras el sistema no se perturbe por agentes externos, como mutaciones o cambios en el comportamiento como respuesta a modificaciones medio ambientales, esta diversidad se reproduce. Pero esto no es suficiente, nos interesa saber si pequeñas modificaciones en esta situación puede llevarnos a características poblacionales muy alejadas o no de la inicial, por ejemplo, a la pérdida de la diversidad, o si estas modificaciones son absorbidas por el

sistema y recuperamos la situación anterior. Este tipo de preguntas pueden en parte ser respondidas por el estudio de la estabilidad del equilibrio dinámico en cuestión.

En la dinámica del replicador los equilibrios de Nash son siempre equilibrios dinámicos, (el recíproco no es cierto). Es decir, que si la distribución de comportamientos en una población corresponde a un equilibrio de Nash, entonces, si no hay agentes exteriores que modifiquen la conducta de los individuos esta distribución se repite. Recuérdese que un equilibrio de Nash tiene la particularidad de que en él, cada individuo está haciendo lo mejor dado lo que los demás hacen, es decir que las posibilidades de sobrevivencia y reproducción de la especie están siendo de alguna forma optimizadas o maximizadas dado el entorno existente. Cuando algunos individuos modifican su comportamiento, entonces lo anterior ya no será necesariamente una mejor respuesta a la conducta modificada. En otras palabras, los individuos deberán modificar su conducta para lograr, bajo estas nuevas condiciones, la máxima posible capacidad de sobrevida. Modificado el comportamiento original el sistema evolucionará por sus propias leyes, acercándose en forma indefinida al equilibrio anterior si es asintóticamente estable, o manteniéndose cerca si sólo es estable, o bien, hasta alcanzar un nuevo estado estacionario, el que no es necesariamente un equilibrio de Nash. Es decir, que en principio un comportamiento que se adaptaba en forma óptima (en el sentido de la reproducción de la especie) al modificarse por acciones externas puede dejar de comportarse óptimamente.

Importa saber entonces si los equilibrios de Nash son o no estables, pues esto nos dice acerca de la dimensión de la modificación en la estructura poblacional como respuesta a pequeñas modificaciones en el comportamiento. En primer lugar, debemos decir que si bien todo equilibrio de Nash es equilibrio dinámico, no es cierto que todo equilibrio de Nash sea estable. Es decir, que la posibilidad de grandes cambios en el comportamiento poblacional como respuesta a pequeñas modificaciones en dicho comportamiento está presente, esto puede traducirse en por ejemplo la pérdida de la diversidad. Una población inicialmente formada por individuos diferentes, puede responder a cambios externos tendiendo a definirse por un único patrón de comportamiento. Lo anterior muestra la fragilidad de ciertas situaciones “deseables” para una población. De no ser estable la aparición de una pequeña cantidad de mutantes o de mo-

dificaciones en la conducta de un número pequeño de individuos, lleva a que la población evolucione hacia una conformación totalmente distinta de la original.

Recordemos que una estrategia evolutivamente estable, es un equilibrio de Nash y algo más que implica cierta inmunidad a las mutaciones. Una temática importante es la de la relación existente entre una estrategia evolutivamente estable, y la estabilidad del equilibrio dinámico que determina. Es decir, si una vez perturbado el comportamiento de la población por mutaciones, o como respuesta a modificaciones en el medio ambiente, etc., los mutantes avanzarán indefectiblemente o no, cambiando o no, el comportamiento de la población en el largo plazo. La respuesta es que si este comportamiento no se modifica mucho inicialmente entonces tampoco se modificará mucho con el tiempo. Por ser un equilibrio de Nash, una estrategia evolutivamente estable es un equilibrio dinámico pero además es estable también desde el punto de vista dinámico.

La relación entre diferentes equilibrios de Nash y equilibrios dinámicos puede verse en, por ejemplo Weibull (1995) y van Damme (1991).

VIII. A modo de conclusión

La relación entre teoría de juegos y evolución ha dado lugar a una nueva teoría, la de los juegos evolutivos. El concepto de evolución dinámica de las poblaciones enriquece a la teoría de juegos y es precisamente a partir del desarrollo de la teoría de los juegos evolutivos que hablamos de evolución en economía, en particular en mucho de lo referente al aprendizaje, en tanto que un proceso que lleva de un comportamiento irracional a otro racional. La teoría económica encuentra en la teoría de juegos evolutivos un instrumento válido para analizar aquellas situaciones donde los agentes no se comportan totalmente como individuos racionales o en las que aprenden la racionalidad.

La teoría de juegos, originalmente proveniente de una teoría basada en la racionalidad, se transforma en una herramienta para la biología, y desde ésta vuelve ahora a la economía como teoría de juegos evolutivos, como herramienta para ayudar a explicar el comportamiento de individuos racionales o individuos que aprenden a ser racionales. Ahora fecundada por la teoría de los sistemas dinámicos la teoría de juegos se transforma en una poderosa herramienta para analizar el comportamiento de los seres humanos. Actualmente existen innumerables aplicaciones de la teoría

de juegos evolutivos a la teoría económica, a la dinámica de poblaciones humanas y al turismo, véase, por ejemplo Accinelli *et al.* (2006). Estos modelos permiten conocer las posibles tendencias de la evolución en el comportamiento de poblaciones humanas con respecto, por ejemplo a su medio ambiente, y alertan sobre la fragilidad de determinados comportamientos deseables y la consecuente necesidad de crear leyes e incentivos para mantener conductas y/ o costumbres destinadas a desaparecer por la acción de una dinámica inexorable. Cuáles son estas leyes, o cómo crearlas en principio no son temas de la teoría de juegos, aunque una vez definidas, su implementación pueda serlo.

Notas

¹ Se agradecen los comentarios recibidos en el Seminario Internacional sobre Metodología de la Ciencia en Economía, Facultad de Economía, UMSNH, y en especial a Leobardo Plata y a Juan José Jardón Urrieta por las útiles sugerencias realizadas para mejorar este trabajo.

Referencias bibliográficas

- Accinelli, E., G. Brida, E. Carrera y L. Punzo, 2006, "Tourism With or Without Commitment: a Game Theory Approach", en *Aktas, Kesgin, Cengiz y Yenialp 2006*, pp. 543–551.
- Aktas, A., M. Kesgin, E. Cengiz y E. Yenialp, (eds.), 2006, *New Perspectives and Values in World Tourism & Tourism Management in the Future. Proceedings of the T-K International Tourism Conference*, Akdeniz University, Alanya.
- Hirsh, M.W. y Smale, S., 1983, *Algebra, Ecuaciones diferenciales y sistemas dinámicos*, Alianza Editorial, Madrid.
- Smith, M.J., 1974, "The Theory of Games and the Evolution of Animal Conflicts", *Journal of Theoretical Biology*, vol. 47, pp. 209–21.
- Smith, M.J. y G.R. Price, 1973, "The Logic of Animal Conflict", *Nature*, vol. 246, pp. 15–18.
- van Damme E., 1991, *Stability and Perfection of Nash Equilibria*. Springer Verlag, Heidelberg.
- Weibull, W.J., 1995, *Evolutionary Game Theory*, The MIT Press, London.

Publicaciones de la Cátedra Bolívar.
Facultad de Economía y Empresa de la USC. Director Luis Caramés Vieitez
Temas de Teoría Económica
Documentos 103 a 118 de la Serie Economic Development de la USC

Los Temas de Teoría Económica han sido publicados en formato impreso en el año 2008 por la Cátedra Bolívar: <http://www.usc.es/es/gobierno/vrrelins/catedras/bolivar/index.html>

USC= Universidad de Santiago de Compostela (España)

UMSNH= Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (México)

ACCESO A LOS DOCUMENTOS del año 2011 en la Web de la serie *Economic Development*, en la base internacional Ideas.Repec: <http://ideas.repec.org/s/eea/ecodev.html>

Documento 103: "INTRODUCCIÓN A LAS INTERRELACIONES DE LA METODOLOGÍA EN TEMAS DE ECONOMÍA". Juan José Jardón Urrieta. UMSNH, México

Documento 104: "FILOSOFÍA Y METODOLOGÍA DE LA ECONOMÍA", Uskali Mäki, Academy of Finland, University of Helsinki, Finland

Documento 105: "METODOLOGÍA Y POLÍTICA ECONÓMICA: UNA RECONSIDERACIÓN", Andrés FERNÁNDEZ DÍAZ, Lorenzo Escot Mangas, Facultad de Economía, Universidad Complutense de Madrid (UCM), España

Documento 106. "UNA TIPOLOGÍA DE MODELOS ECONÓMICOS", Leobardo Plata Pérez, Facultad de Economía, Universidad Autónoma de San Luis de Potosí, México

Documento 107. "¿QUÉ PAPEL HAN JUGADO LOS MODELOS EN ECONOMÍA?", Alfonso Ávila De Palacio, Universidad Juárez del Estado de Durango, México

Documento 108. "CRECIMIENTO ECONÓMICO: UN DEBATE CENTRAL DE LAS ECONOMÍAS CLÁSICA Y MARXISTA", Gabriel Mendoza Pichardo, Facultad de Economía, UNAM, México

Documento 109. "LA DISCUSIÓN ACTUAL SOBRE EL PROBLEMA DE LA TRANSFORMACIÓN DE VALORES A PRECIOS DE PRODUCCIÓN", Alejandro Valle Baeza, Facultad de Economía, UNAM, México

Documento 110. "LA ESCUELA AUSTRÍACA: ¿UNA PROPUESTA METODOLÓGICA ACTUAL?", Eduardo Scarano, FCPS, Universidad de Buenos Aires, Argentina

Documento 111. "¿PARA QUÉ SE ESTUDIA LA TEORÍA ECONÓMICA?", Hall R. Varian, School of Information. University of California Berkeley, USA

Documento 112. "LA PERSPECTIVA DE LA MACROECONOMÍA POSTWALRASIANA", David Colander, Department of Economics, Middlebury College, Vermont, USA

Documento 113. "ALGUNOS PRINCIPIOS FINANCIEROS QUE SON CONSISTENTES CON EL POSTULADO DE RACIONALIDAD ECONÓMICA", Francisco Venegas-Martínez, Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional, México

Documento 114. "LOS MODELOS ECONÓMICOS Y EL REALISMO ECONÓMICO", Willy W. Cortez, CUCEA, Universidad de Guadalajara, México

Documento 115. "FACTORES QUE INCIDEN EN EL STATUS EPISTEMOLÓGICO DE LA ECONOMETRÍA", María-Carmen GUIÁN, Universidad de Santiago de Compostela, España

Documento 116. "SELECCIÓN NATURAL: UNA VISIÓN ARQUITECTÓNICA Y UN TRASVASE CONCEPTUAL DESDE LA ECONOMÍA", Mario Casanueva López

Documento 117. "LA TEORÍA DE JUEGOS EVOLUTIVOS, NATURALEZA Y RACIONALIDAD", Elvio Accinelli. Facultad de Economía UASLP y UAM-1, México

Documento 118. "LAS VARIABLES LATENTES COMO EL NÚCLEO DEL PROCESO DE SELECCIÓN DE LA TEORÍA EVOLUCIONISTA", Juan José Jardón Urrieta (UMSNH), Mexico y Adolfo García de la Sienra, Instituto de Filosofía. Facultad de Economía. Universidad Veracruzana, México.