

Der Open-Access-Publikationsserver der ZBW – Leibniz-Informationzentrum Wirtschaft
The Open Access Publication Server of the ZBW – Leibniz Information Centre for Economics

Lissitsa, Aleksej; Babiéceva, Tamara

Working Paper

АНАЛИЗ ОБОЛОЧКИ ДАННЫХ (DEA) – СОВРЕМЕННАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА

Discussion paper // Institute of Agricultural Development in Central and Eastern Europe,
No. 50

Provided in cooperation with:

Leibniz Institute of Agricultural Development in Central and Eastern
Europe (IAMO)

Suggested citation: Lissitsa, Aleksej; Babiéceva, Tamara (2003) : АНАЛИЗ ОБОЛОЧКИ
ДАННЫХ (DEA) – СОВРЕМЕННАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ
ПРОИЗВОДСТВА, Discussion paper // Institute of Agricultural Development in Central and
Eastern Europe, No. 50, <http://hdl.handle.net/10419/28581>

Nutzungsbedingungen:

Die ZBW räumt Ihnen als Nutzerin/Nutzer das unentgeltliche,
räumlich unbeschränkte und zeitlich auf die Dauer des Schutzrechts
beschränkte einfache Recht ein, das ausgewählte Werk im Rahmen
der unter

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>
nachzulesenden vollständigen Nutzungsbedingungen zu
vervielfältigen, mit denen die Nutzerin/der Nutzer sich durch die
erste Nutzung einverstanden erklärt.

Terms of use:

*The ZBW grants you, the user, the non-exclusive right to use
the selected work free of charge, territorially unrestricted and
within the time limit of the term of the property rights according
to the terms specified at*

→ <http://www.econstor.eu/dspace/Nutzungsbedingungen>
*By the first use of the selected work the user agrees and
declares to comply with these terms of use.*

DISCUSSION PAPER

Institute of Agricultural Development in Central and Eastern Europe

АНАЛИЗ ОБОЛОЧКИ ДАННЫХ (DEA) – СОВРЕМЕННАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА

АЛЕКСЕЙ ЛИССИТСА,
ТАМАРА БАБИЧЕВА

DISCUSSION PAPER No. 50
2003



Theodor-Lieser-Straße 2, D-06120 Halle (Saale), Deutschland
Telefon: +49-345-2928 110
Fax: +49-345-2928 199
E-mail: iamo@iamo.de
Internet: <http://www.iamo.de>

Алексей Лисситса, д-р – научный сотрудник отдела Развитие предприятий и структур в сельской местности Института аграрного развития в странах Центральной и Восточной Европы (ИАМО), г. Галле, Германия. Центральным пунктом его научных исследований является анализ продуктивности и эффективности сельскохозяйственных предприятий стран Центральной и Восточной Европы.

Адрес Института: Institut für Agrarentwicklung in Mittel- und Osteuropa (IAМО)
Theodor-Lieser-Straße 2
D-06120 Halle (Saale)
Deutschland

Телефон: +49-345-2928 121
Факс: +49-345-2928 399
Эл. почта: lissitsa@iamo.de
Internet: <http://www.iamo.de>

Тамара Бабичева, студентка международной магистерской программы "MBA in Agriculture", Национальный аграрный университет, г. Киев, Украина

Адрес: Украина
03041 Киев
ул. Героев Обороны 15
Национальный аграрный университет
Эл. почта: tbabycheva@online.com.ua

Авторы публикации благодарят научных сотрудников Института аграрного развития в странах Центральной и Восточной Европы (ИАМО) Альфонса Бальмана и Петера Фогта за оказанную методическую помощь в написании данного *Discussion Paper*.

Публикации из серии *Discussion Paper* представляют не конечное и лишь частично рецензированное изложение результатов исследований Института аграрного развития в странах Центральной и Восточной Европы (ИАМО). Изложенные в этих публикациях выводы не обязательно соответствуют мнению ИАМО. Мы рады получить комментарии касательно этой публикации и просим направлять их авторам.

Издатели серии *Discussion Paper*:
Проф., доктор наук Альфонс Бальманн (ИАМО)
Доц., доктор наук Хайнрих Хокманн (ИАМО)
Проф., доктор наук Петер Тиллак (ИАМО)
Д-р Петер Вайнгартен (ИАМО)

ISSN 1438-2172

РЕЗЮМЕ

Анализ оболочки данных (DEA) – это относительно новая методика измерения технической эффективности. Если сформулировать техническую эффективность определенного объекта (Decision Making Unit – DMU), как соотношение произведенных товаров и услуг (output) к использованным ресурсам (input), то возникает вопрос, как можно сравнить между собой различные производственные объекты (DMU) относительно их эффективности. Особенно трудно это сравнение для тех объектов или же DMU, для которых не существует рыночных цен и которые представлены в различных единицах и в различных шкалах, что ведет к невозможности агрегации ни издержек ни конечной продукции. Это особенно важно для анализа предприятий в процессе трансформации в новые экономические условия. DEA – это метод, базирующийся на линейном программировании для определения относительной эффективности посредством различных, реализованных предприятием, продуктов. В этом выпуске Discussion Paper представлены для русско-язычного читателя основные принципы DEA, а также несколько ее дальнейших разработок.

JEL: Q12, D25, O1, O4, P3

Ключевые слова: Эффективность, продуктивность, Анализ Оболочки Данных

ZUSAMMENFASSUNG

Die Data Envelopment Analysis (DEA) ist eine relativ neue Methodik zur Messung der technischen Effizienz. Definiert man technische Effizienz einer Organisationseinheit (Decision Making Unit – DMU) als Verhältnis der produzierten Güter und Dienstleistungen (Outputs) zu den eingesetzten Ressourcen (Inputs), so stellt sich die Frage, wie sich verschiedene DMUs hinsichtlich ihrer Effizienz vergleichen lassen. Besonders schwierig wird der Effizienzvergleich bei In- und Outputs, für die es keine Marktpreise gibt und die in unterschiedlichen Einheiten mit unterschiedlichen Skalen dargestellt werden, so dass eine Zusammenfassung beispielsweise als Kosten oder als Erträge nicht möglich ist. Besonders wichtig ist dieses für die Analyse der Betriebe im Transformationsprozess. Die DEA ist eine auf der Linearen Programmierung basierende Methode zur Ermittlung der relativen Effizienz anhand verschiedener von Unternehmen realisierter Produktpunkte. In diesem Discussion Paper werden die Grundsätze der DEA für den russischsprachigen Leser dargestellt, sowie einige Weiterentwicklungen verfolgt.

JEL: Q12, D25, O1, O4, P3

Schlüsselwörter: Effizienz, Produktivität, Data Envelopment Analysis

ABSTRACT

The Data Envelopment Analysis (DEA) is a relatively new method to measure Technical Efficiency (TE). TE of a Decision Making Unit (DMU) is defined as a ratio of the produced goods and services (Outputs) to the used resources (Inputs). Efficiency comparison become more complicated when market values of the Inputs and Outputs are not available and the figures are expressed in the different measurement units. So, aggregation of the figures into cost or revenue groups become impossible. Such efficiency analysis is especially important for the enterprises in the transformation process. In DEA the Linear Programming (LP) is used to determine relative efficiency of the analysed enterprises. The basic principles of the DEA are introduced in this Discussion Paper for the Russian-language reader as well as some further developments are pursued.

JEL: Q12, D25, O1, O4, P3

Keywords: Efficiency, Produktivity, Data Envelopment Analysis

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Резюме | 3 |
| Перечень иллюстраций..... | 5 |
| Перечень таблиц..... | 6 |
| Перечень сокращений..... | 6 |
| 1 Вступление | 7 |
| 2 Теоретические основы анализа оболочки данных..... | 8 |
| 3 Модели анализа оболочки данных..... | 9 |
| 3.1 Базисная модель DEA | 9 |
| 3.2 Основные модели DEA..... | 13 |
| 3.2.1 Модели ВСС..... | 15 |
| 3.2.2 Эффективность в зависимости от масштаба производства | 18 |
| 3.2.3 Суммарные модели..... | 20 |
| 3.2.4 Мультипликативные модели | 22 |
| 3.3 Сравнение характеристик и критериев для выбора моделей DEA..... | 23 |
| 4 Новейшие разработки и независимые расширения DEA-модели | 25 |
| 4.1 Оболочка данных со свободным размещением..... | 25 |
| 4.2 DEA-модель суперэффективности | 27 |
| 5 Резюме и заключения | 30 |
| Перечень литературы..... | 31 |

ПЕРЕЧЕНЬ ИЛЛЮСТРАЦИЙ

| | |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| Иллюстрация 1: Классификация основных DEA-моделей | 14 |
| Иллюстрация 2: Граница эффективности в моделях ССR и ВСС | 18 |
| Иллюстрация 3: Эффективность в зависимости от величины масштаба..... | 20 |
| Иллюстрация 4: Графическое представление суммарной модели..... | 22 |
| Иллюстрация 5: Представление FDH-модели..... | 26 |
| Иллюстрация 6: DEA-модель суперэффективности | 29 |

ПЕРЕЧЕНЬ ТАБЛИЦ

| | | |
|------------|--------------------------------------------------------------|----|
| Таблица 1: | Сравнение двойственного и прямого методов в ВСС-моделе | 17 |
| Таблица 2: | Сравнение характеристик описанных моделей DEA | 23 |
| Таблица 3: | Результаты расчета модели суперэффективности..... | 29 |

ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ

| | |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| ADD | Суммарная модель DEA |
| ADD(CRS) | Суммарная модель DEA с постоянным эффектом масштаба |
| ADD _p -VRS | Прямая суммарная модель DEA с переменным эффектом масштаба |
| ADD _D -VRS | Двойственная суммарная модель DEA с переменным эффектом масштаба |
| BCC | DEA-модель Банкера, Чарнса и Купера |
| BCC _p -Input | Прямая input-ориентированная BCC-модель |
| BCC _D -Input | Двойственная input-ориентированная BCC-модель |
| BCC _p -Output | Прямая output-ориентированная BCC-модель |
| BCC _D -Output | Двойственная output-ориентированная BCC-модель |
| CCR | Базисная модель DEA Чарнса, Купера и Родеса |
| CCR _p -Input | Прямая input-ориентированная CCR-модель |
| CCR _D -Input | Двойственная input-ориентированная CCR-модель |
| CCR _p -Output | Прямая output-ориентированная CCR-модель |
| CCR _D -Output | Двойственная output-ориентированная CCR-модель |
| CRS | Постоянный эффект масштаба |
| DEA | Анализ оболочки данных |
| DMU | Принимающая решения единица, сельскохозяйственное предприятие |
| FDH | Оболочка данных со свободным размещением |
| Input | Входной фактор |
| InvMult | Невариантная мультипликативная DEA-модель |
| Output | Выходной параметр |
| PFDN | Набор производственных возможностей |
| PTE | Чистая техническая эффективность |
| SBM | Модель расчета эффективности, базированная на оставшихся резервах (slacks) |
| SE | Эффективность в зависимости от величины масштаба |
| TE | Техническая эффективность |
| VarMult | Вариантная мультипликативная DEA-модель |
| VarMult _p | Прямая вариантная мультипликативная DEA-модель |
| VarMult _D | Двойственная суммарная DEA-модель |
| VRS | Переменный эффект масштаба |

1 ВСТУПЛЕНИЕ

При анализе экономической эффективности сельскохозяйственных предприятий в русскоязычной литературе, как правило, используются показатели рентабельности, значения которых сравниваются по отдельным предприятиям или их группам. Применяются также частные показатели эффективности использования определенных ресурсов (см. Тиллак и Епштейн, 2003). В соответствии с этим традиционным представлением, для каждого набора ресурсов есть некоторый максимум производства, а фактические значения выходной продукции могут или совпадать с этим максимумом, или быть меньше его. Однако, в распоряжении русскоязычных экономистов того времени не было методического инструментария, позволяющего статистически надежно определять указанный максимум. Между тем, методический подход к построению такого инструментария активно развивался с начала пятидесятых годов на Западе и сейчас широко используется при статистическом анализе эффективности сельскохозяйственных предприятий. Соответствующий подход носит название оценки технической эффективности, когда фактический показатель выхода продукции сопоставляется с максимально возможным при данном количестве ресурсов. Причем предприятия, обеспечивающие максимум выхода продукции на единицу ресурсов, берутся в качестве "эталона", с которым сравниваются все остальные предприятия по степени использования ими своих ресурсов. При этом строится производственная функция на основании этих лучших предприятий, или другими словами, эффективные предприятия образуют так называемую "границу эффективности производства". Таким образом, измерение эффективности заключается в определении расстояния между исследуемыми предприятиями и границей эффективности. Измерение границы эффективности в западной литературе осуществляется в основном двумя методами. Во-первых, с помощью прямого построения функции производственных возможностей для передовых, наиболее эффективных сельскохозяйственных предприятий методами математической статистики – метод стохастической граничной производственной функции. Во-вторых, определение максимального выхода возможно на основании сравнения показателей частной эффективности использования ресурсов данного предприятия с показателями других предприятий и построения так называемой "оболочки данных" методом линейного программирования. Эта "оболочка данных" задает границу производственных возможностей, то есть максимально возможный выход продукции при любой комбинации ресурсов. Метод носит название анализа оболочки данных (англ. data envelopment analysis, DEA)¹.

Замысел DEA принадлежит Фарреллу (см. FARELL, 1957). Он попытался измерить эффективность одной единицы конечной продукции на примере с одним входным фактором (англ. input) и одним выходным параметром (англ. output). Фаррелл применил эту модель для измерения эффективности сельского хозяйства США в сравнении с другими странами. Но ему не удалось найти способ объединения всех различных входных и выходных параметров, соответственно, в один виртуальный input и output. Эта идея была в дальнейшем развита ЧАРНСОМ, КУПЕРОМ и РОДЕСОМ (см. CHARNES, COOPER и RHODES, 1978), которые переформулировали её в проблему математического программирования.

¹ В данной работе мы остановимся детально на последнем методе. В дальнейшем мы будем использовать сокращение DEA для упрощения сопоставления с англоязычными источниками.

DEA-анализ был первоначально создан для определения степени эффективности организаций, находящихся вне рыночной конкуренции в так называемом общественном секторе, где нет возможности оценки входных и выходных параметров на основании рыночных цен. Поэтому впервые DEA был применён в общественном секторе США, в областях образования, здравоохранения и военной службы. В настоящее время существует более двух тысяч публикаций на эту тему. Детальное представление развития и распространения DEA за последние двадцать лет можно найти у Сейфорда (см. SEIFORD, 1996).

2 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АНАЛИЗА ОБОЛОЧКИ ДАННЫХ

При анализе оболочки данных основополагающим моментом является эффективность, которая в общем определяется как частное от деления суммы всех выходных параметров на сумму всех входных факторов. Для каждой принимающей решения единицы исследования (англ. Decision Making Unit, DMU), в нашем случае для сельскохозяйственного предприятия, определяется величина эффективности, и, таким образом, проводится сравнение наблюдений. Сравнение происходит с помощью метода линейного программирования при использовании различных базисных моделей и их вариантов. DEA определяет из количества задействованных сельскохозяйственных предприятий эффективные единицы путем построения границы эффективности, а для всех остальных – меру их неэффективности. Но при этом исходным пунктом является то, что эффективность или неэффективность данного предприятия определяется принятием собственных решений (см. BÜRKLE, 1993; CZASCH, 2000). Эта эффективность рассчитывается как соотношение суммы взвешенных результатов деятельности предприятия к сумме взвешенных использованных средств:

$$\text{Техническая эффективность} = \frac{\sum \text{взвешенные выходные параметры}}{\sum \text{взвешенные входные параметры}}$$

Оценка соответствующих величин происходит с помощью оптимизации.

Критерием для выявления эффективности при DEA является достижение оптимума Парето или, соответственно, эффективности ПАРЕТО². Экономическая ситуация является в теории производства эффективной по Парето, если в данный момент времени при заданной технологии и оснащённости ресурсами невозможно произвести большее количество по крайней мере одного продукта при одновременном изготовлении того же количества других продуктов. Это означает, что комбинация используемых производственных процессов оптимальна (см. VARIAN, 1999).

Состояние эффективности по ЧАРНСУ, КУПЕРУ и др. (см. CHARNES, COOPER et al., 1994) определяется соответственно этому следующим образом:

Сельскохозяйственное предприятие является на 100 % эффективным, если:

- (a) Ни один из выходных параметров не может быть повышен без повышения одного или более входных факторов либо понижения других выходных параметров;
- (b) Ни один из входных факторов не может быть уменьшен без понижения одного или более выходных параметров либо повышения других входных факторов;

² Эффективность Парето названа в честь экономиста и социолога Вольфреда Парето (1843-1923), который одним из первых исследовал импликацию этой идеи.

Однако, вышеупомянутое определение применительно только к понятию относительной эффективности и может быть не таким строгим, поскольку истинная эффективность в большинстве случаев неизвестна. 100 % относительной эффективности предприятия может быть достигнуто только тогда, когда в сравнении с другими соответствующими предприятиями не существует оснований для неэффективности по отношению к одному или нескольким входным или выходным факторам. Как сопоставимые, при этом, обозначаются такие предприятия, которые при одинаковых входных и выходных факторах преследуют одинаковые цели (см. COOPER et al., 1999). В связи с этим, в основе представленной методики лежит идея относительной эффективности.

3 МОДЕЛИ АНАЛИЗА ОБОЛОЧКИ ДАННЫХ

3.1 Базисная модель DEA

Первая DEA-модель была разработана и предложена ЧАРНСОМ, КУПЕРОМ и РОДЕСОМ (см. CHARNES, COOPER и RHODES, 1978). Как уже было показано выше, модель основана на методе Фаррелла для измерения эффективности исследуемых единиц с помощью функций производственных возможностей, или производственных функций. Первоначальная модель ЧАРНСА, КУПЕРА и РОДЕСА (CCR-модель) с нелинейной программой по Фарреллу отображает простое производственное соотношение с единственным входным и выходным параметром. В данной же модели множественные входные и выходные параметры каждого предприятия объединяются во всевозможные скалярные входные и выходные параметры (при постоянной отдаче масштаба – англ. constant return to scale, CRS).

Измерение эффективности в CCR-модели для соответствующих предприятий происходит с помощью оптимального взвешенного соотношения между задействованными выходными параметрами и входными факторами. Этот метод определяет оценку параметров таким образом, чтобы соответствующее наблюдаемое предприятие находилось на шкале от 0 (минимальная эффективность) до 1 (максимальная эффективность) и, учитывая соотношения входных и выходных параметров всех наблюдаемых единиц исследования, принимало по возможности высокое значение эффективности e_o . При этом оценка всех задействованных в исследовании предприятий производится так, чтобы она максимизировала величину эффективности предприятия, не превышая значение 1 (см. SHELDON, 1995). Формально, эти действия состоят из решения следующей задачи максимизации:

$$e_o = \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{j0}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}} \rightarrow \max! \quad (1)$$

$$\text{при условии: } \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jm}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{im}} \leq 1 \quad \text{для всех предприятий} \quad m = 1, 2, \dots, n$$

$$u_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, r$$

Название символов:

| | | |
|----------|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| e_0 | – | значение эффективности исследуемого предприятия |
| n | – | число единиц, которые сравниваются |
| r | – | число входных факторов |
| s | – | число выходных параметров |
| x_{i0} | – | выражение i -того входного фактора исследуемого предприятия |
| y_{j0} | – | выражение j -того выходного параметра исследуемого предприятия |
| x_{im} | – | выражение i -того входного фактора m -того предприятия с $i=1, \dots, r$ и $m=1, \dots, n$ |
| y_{jm} | – | выражение j -того выходного параметра m -того предприятия с $i=1, \dots, r$ и $m=1, \dots, n$ |
| v_i | – | взвешивание входного фактора i с $i=1, \dots, r$ |
| u_j | – | взвешивание выходного параметра j с $j=1, \dots, s$ |

При решении этой задачи максимизации возникает проблема наличия частного в делении двух линейных агрегированных значений. Эти проблемы максимизации называются также линейным программированием частного. При этом существует много возможностей трансформации линейного программирования частного в проблему линейного программирования. ЧАРНС, КУПЕР и РОДЕС (см. CHARNES, COOPER и RHODES, 1978) образовали для данной цели так называемую обратную программу следующей функции (1):

$$f_0 = \frac{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}}{\sum_{j=1}^s u_j y_{j0}} \rightarrow \min! \quad (2)$$

при условии $\frac{\sum_{i=1}^r v_i x_{im}}{\sum_{j=1}^s u_j y_{jm}} \geq 1$ для всех предприятий $m = 1, 2, \dots, n$

$$u_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, r$$

ЧАРНС, КУПЕР и РОДЕС преобразовали эту невыпуклую нелинейную проблему с помощью теории дробного программирования (англ. Fractional Programming Theory) в обычную линейную программу:

$$\max \phi_0 \quad (3)$$

при условиях: $-\sum_{m=1}^n y_{jm} \lambda_m + y_{j0} \phi_0 \leq 0$ для всех предприятий $j = 1, 2, \dots, s$

$$\sum_{m=1}^n x_{im} \lambda_m \leq x_{i0} \quad \text{для всех предприятий } i = 1, 2, \dots, r$$

$$\lambda_j \geq 0, m = 1, 2, \dots, n$$

при этом: φ = величина эффективности исследуемого предприятия

λ = фактор взвешивания

Образованная таким образом линейная проблема может быть разрешена уже с помощью методов линейной оптимизации. Чтобы получить величину эффективности для всех предприятий, необходимо разрешить задачу максимизации индивидуально для каждого предприятия, задействованного в исследовании. Векторы x_{im} и y_{jm} заменяются при этом каждый раз посредством профиля входных и выходных параметров исследуемого предприятия, соответственно. В остальном задача максимизации остаётся для каждого предприятия одинаковой. Ограничения задачи максимизации обеспечивают нахождение значений эффективности в области между нулём и единицей ($e_0 \in]0,1[$).

Из ограничений следует свойство этой модели (уравнение 3), что целевая функция пропорционально пытается увеличить выходной параметр наблюдаемого предприятия до границы эффективности. Поэтому эта модель получила в литературе название output-ориентированной модели (англ. output-oriented model).

Выше представленная форма (уравнение 3) называется множественной формой проблемы программирования, или классической проблемой линейной оптимизации (см. SOELLI et al., 1998). Эквивалентная, или так называемая охватывающая форма (англ. envelopment form), образуется после применения теоремы двойственности. Принцип двойственности при линейном программировании гласит о том, что для каждой прямой линейной модели оптимизации существует двойственная линейная модель оптимизации, и при этом решение одной модели содержит все выражения для решения другой модели. Проблема двойственности двойственной проблемы является при этом снова прямой проблемой (см. ELLINGER, 1985). Соответственно, исходная модель принимается за прямую задачу программирования.

Таким образом, мы представим в данных "Дискуссионных материалах" задачу максимизации прямым методом. Согласно двойственному методу, происходит минимизация взвешенной суммы входных параметров по отношению к одному нормированному выходному параметру. Эта форма решается существенно проще, поскольку она содержит меньше ограничений. Математическая формулировка модели линейного программирования при использовании метода двойственности представляется следующим образом:

$$\min g_0 = \sum_{i=1}^r t_i x_{i0} \quad (4)$$

при условии: $-\sum_{j=1}^s \mu_j y_{jm} + \sum_{i=1}^r t_i x_{im} \geq 0$ для всех предприятий $m = 1, 2, \dots, n$

$$\sum_{j=1}^s \mu_j y_{j0} = 1$$

$$\mu_j, t_i \geq 0$$

при этом: g_0 = величина эффективности исследуемого предприятия

μ_j, t_i = переменные факторы взвешивания

Линейные комбинации предприятий определяют потенциальные референтные группы для измерения эффективности задействованных в исследовании сельскохозяйственных предприятий. Поскольку, в задаче оптимизации (4) целевая функция подлежит минимизации, этот метод выбирает такую референтную группу, у которой эффективность задействованного предприятия выглядит наихудшим образом.

Использованные формулы (3) и (4) называются, соответственно, прямой output-ориентированной моделью (англ. CCR_P-Output) и двойственной output-ориентированной моделью (англ. CCR_D-Output) без переменной резерва.

В противоположность к output-ориентированной модели, может быть также сформулирована input-ориентированная модель. В данной прямой модели, в свою очередь, нетрудно различить (уравнение 5), что целевая функция пытается пропорционально уменьшить входной фактор рассматриваемого предприятия до границы эффективности. Поэтому эту модель называют input-ориентированной моделью.

Прямая и двойственная input-ориентированные модели, математически, могут быть представлены следующим образом:

| Прямая input-ориентированная модель (CCR _P -Input) | Двойственная input-ориентированная модель (CCR _D -Input) |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\min \theta_0, \lambda_j \quad (5)$ <p>при условиях:</p> $\sum_{m=1}^n y_{jm} \lambda_m \geq y_{j0} \text{ для всех фирм } j=1, \dots, n$ $x_{i0} \theta_0 - \sum_{m=1}^n x_{im} \lambda_m \geq 0 \text{ для всех фирм } i=1, \dots, n$ $\lambda_m, x_i \geq 0$ | $\max \sum_{j=1}^s \mu_j y_{j0} \quad (6)$ <p>при условиях:</p> $\sum_{i=1}^r t_i x_{i0} = 1$ $\sum_{j=1}^s \mu_j y_{jm} - \sum_{i=1}^r t_i x_{jm} \leq 0 \text{ для всех фирм } m=1, \dots, n$ $\mu_j, t_i \geq 0$ |

при этом: λ, μ, t = переменные факторы взвешивания.

Эта математическая проблема (5) может быть интерпретирована таким образом, что для исследованного предприятия θ определяется минимальная эффективность входного параметра θ_0 , при которой в сравнении с λ_m взвешенными вероятными сравнительными единицами следует, что взвешенная комбинация выходных параметров ($\sum y_{jm} \lambda_m$) при любом выходном параметре j не уменьшает выходной параметр θ -того предприятия, и взвешенная комбинация входных факторов ($\sum x_{im} \lambda_m$) при любом входном факторе i в θ_0 -раз превышает входной фактор θ -того предприятия.

Из формулировок (3) и (5) становится ясно, что при достижении решения, во многих случаях, только часть ограничений может быть удовлетворена. Невыполненные ограничения могут быть объяснены тем, что по сравнению с вероятными единицами сравнения возможны ещё другие увеличения отдельных выходных параметров или уменьшения входных факторов, которые не могут быть достигнуты посредством

пропорционального увеличения выходных параметров или уменьшения входных факторов (см. CHARNES et al., 1978). Этот недостаток модели исходит из того, что при максимизации (3) или минимизации (5) существуют неучтённые изокванты, так называемый резерв (англ. slacks). Этот оставшийся резерв для экономии не может быть выявлен с помощью моделей оптимизации.

Чтобы учесть проблему резерва при оптимизации, ЧАРНС, КУПЕР и РОДЕС (см. CHARNES, COOPER и RHODES, 1978) ввели неархимедовую постоянную ϵ , которая принимает очень маленькое значение (для практического расчёта заменяется на 10^{-6}). Целевые функции, а также ограничения для входных и выходных параметров дополняются переменными резерва s_j^+ , s_i^- . Таким образом, получается прямая output-ориентированная модель (англ. CCR_P-Output) и прямая input-ориентированная модель (англ. CCR_P-Input) с учётом переменных резерва.

| Прямая output-ориентированная модель (CCR _P -Output) с переменной резерва | Прямая input-ориентированная модель (CCR _P -Input) с переменной резерва |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\max \phi_0 + \epsilon \left(\sum_{j=1}^s s_j^+ + \sum_{i=1}^r s_i^- \right) \quad (7)$ <p>при условиях:</p> $y_{j0}\phi_0 - \sum_{m=1}^n y_{jm}\lambda_m + s_j^+ = 0 \text{ для всех фирм } j=1, \dots, s$ $\sum_{m=1}^n x_{im}\lambda_m + s_i^- = x_{i0} \text{ для всех фирм } m=1, \dots, n$ $\lambda_m, s_j^+, s_i^- \geq 0, m=1, 2, \dots, n$ | $\min \theta_0, \lambda_j - \epsilon \left(\sum_{j=1}^s s_j^+ + \sum_{i=1}^r s_i^- \right) \quad (8)$ <p>при условиях:</p> $\sum_{m=1}^n y_{jm}\lambda_m - s_j^+ = y_{j0} \text{ для всех фирм } j=1, \dots, s$ $x_{i0}\theta_0 - \sum_{m=1}^n x_{im}\lambda_m - s_i^- = 0 \text{ для всех фирм } i=1, \dots, r$ $\lambda_m, s_j^+, s_i^- \geq 0, m=1, 2, \dots, n$ |

Таким образом, мы вывели базовую DEA-модель ЧАРНСА, КУПЕРА и РОДЕСА. Исходя из данной модели, анализ оболочки данных пополнился многими новыми моделями и получил дальнейшее развитие. В сельском хозяйстве DEA-анализ особенно активно применяется последние пять лет. Здесь стоит упомянуть лишь некоторые из опубликованных в последние годы работ (см. THIELE и BRODERSEN, 1999; LERMAN и CSAKI, 1999; MATHIJS и VRANKEN, 1999; CZASCH, 2000; LISSITSA, 2002; LISSITSA и ODENING, 2003; LISSITSA и BALMANN, 2003).

3.2 Основные модели DEA

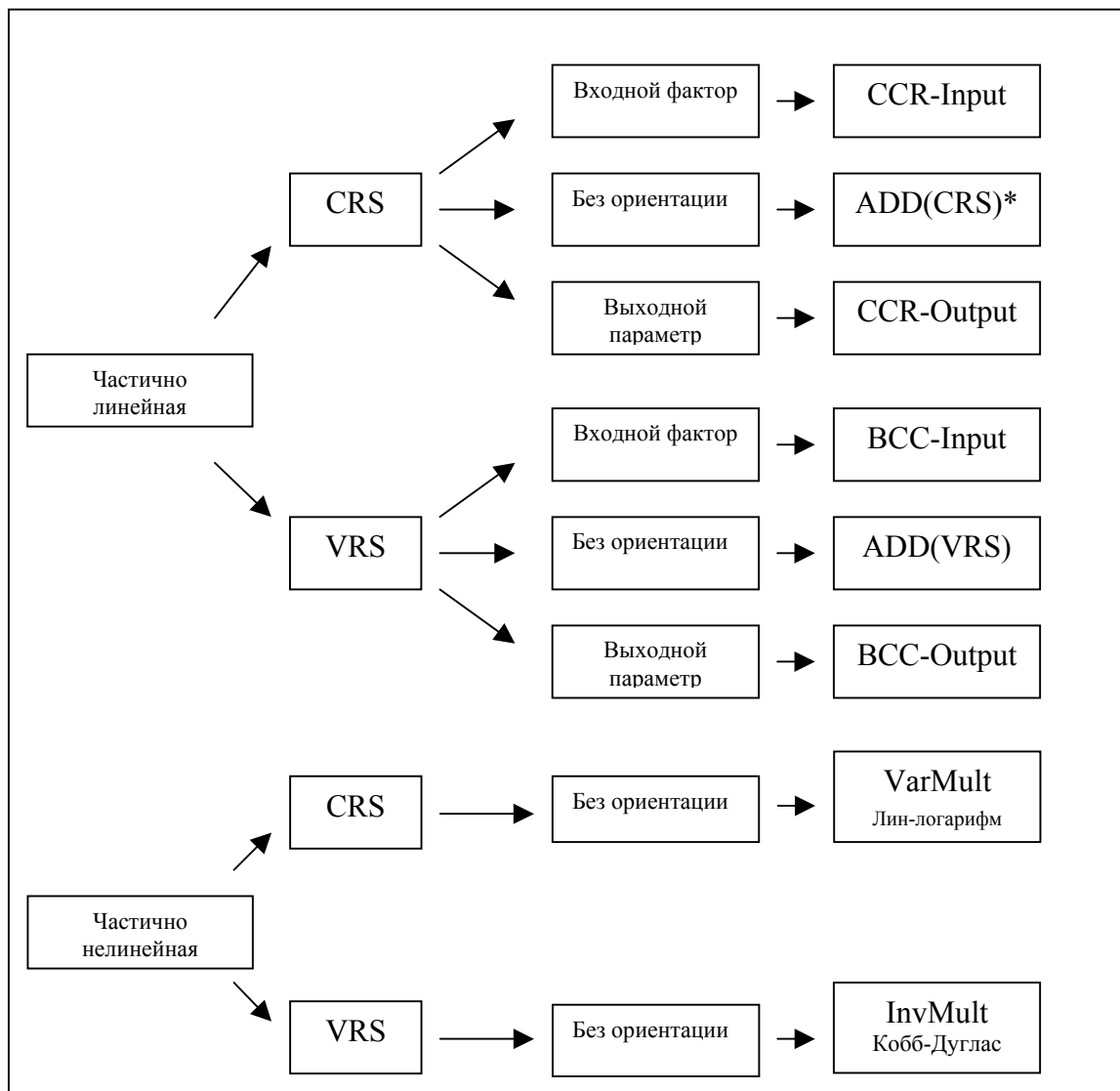
Классификация DEA-моделей может быть проведена по следующим критериям:

- линейный на участках (англ. piecewise linear) или частично нелинейный (англ. piecewise non-linear) вид производственной функции;
- выбранная ориентация (input- или output-ориентированные модели, а также модели без ориентации);

- принятие постоянной (англ. constant returns to scale, CRS) или переменной (англ. variable returns to scale, VRS) отдачи масштаба.

Иллюстрация 1 представляет обзор основных DEA-моделей.

Иллюстрация 1: Классификация основных DEA-моделей



Замечание: * ADD(CRS) математически возможно, но в литературе не дискутируется.

Источник: Собственное составление на основе CHARNES et al., 1994; ALI, 1995.

В предыдущем разделе были представлены input- или output-ориентированные модели при принятии постоянного эффекта масштаба (CCR-Output и CCR-Input). Существенным недостатком данной CCR-модели является предпосылка линейной однородности (см. ДУСКНОФФ и АЛЕН, 1999). По этой причине дальнейшее развитие DEA было направлено на устранение этого недостатка. БАНКЕР, ЧАРНС и КУПЕР (BANKER, CHARNES и COOPER, 1984) разработали модели BCC-Output и BCC-Input, которые отличаются от CCR-моделей принятием переменного эффекта масштаба. Эти модели позволяют опознавание возрастающего либо снижающегося эффекта масштаба для каждого сельскохозяйственного предприятия, а также, в этой связи, разделение эффективности на техническую эффективность и эффективность в зависимости от эффекта масштаба (см. SCHEFCZYK, 1996).

В то время, как в основе ВСС-моделей лежит измерение input- или output-ориентированных моделей эффективности по Фарреллу, в суммарных моделях ADD ЧАРНСА, КУПЕРА, ГОЛАНИ, СЕЙФОРДА и СТУРЦА (см. CHARNES, COOPER, GOLANY, SEIFORD и STURZ, 1985) применяется одновременно input- и output-ориентированная эффективность. Эти модели называются input- и output-ориентированными моделями, или моделями без ориентации. В публикациях эти модели рассматриваются в большинстве случаев только с принятием переменного эффекта масштаба ADD(VRS), хотя посредством формально наглядной трансформации, как например, трансформации между CCR-моделями и ВСС-моделями, возможен переход к суммарной модели ADD(CRS) с постоянным эффектом масштаба (см. CHARNES et. al., 1994).

Параллельно с суммарными моделями были созданы так называемые "мультипликативные модели" без ориентации VarMult и InvMult, где используется частично логарифмическая функция или производственная функция Кобба-Дугласа вместо частично линейной функции моделей CCR, ВСС и ADD.

Дальнейшее развитие DEA базируется на этих четырёх "основных моделях". Последние разработки в этой области занимают как различия и взаимосвязи этих основных моделей, чувствительностью результатов, компонентами значений эффективности, так и устранением проблем при практическом применении DEA, как например, принятие во внимание порядковых, категорических и экзогенно фиксированных входных и выходных параметров (см. ДУСКНОФФ и ALLEN, 1999).

Поскольку в последнее время особенно часто в сельском хозяйстве применяется ВСС-модель, то вначале будут детально рассмотрены модели ВСС-Input и ВСС-Output, а затем и другие так называемые "основные модели", а также вкратце показаны новые разработки DEA.

3.2.1 Модели ВСС

Первая модель с принятием переменной отдачи масштаба была сформулирована БАНКЕРОМ, ЧАРНСОМ и КУПЕРОМ (см. BANKER, CHARNES и COOPER, 1984).

В случае постоянного эффекта масштаба выходной параметр изменяется пропорционально к входному фактору. Изменение входного фактора при переменном эффекте масштаба может привести к непропорциональному изменению выходного параметра. Это определение имеет влияние на значения эффективности. Если принимается переменная отдача масштаба, то большее количество предприятий может быть обозначено как эффективные.

Математическое представление переменного эффекта масштаба может быть произведено при добавлении новой переменной u_o к целевой функции исходной модели (уравнение 1).

$$e_o = \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{j0} + u_o}{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}} \rightarrow \max! \quad (9)$$

при условии:

$$\frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{jm} + u_o}{\sum_{i=1}^r v_i x_{im}} \leq 1$$

$$u_j, v_i \geq 0$$

u_o = эффект масштаба, $u_o < 0$, $u_o > 0$, $u_o = 0$

при этом: если $u_o < 0$ → убывающая отдача масштаба
 если $u_o > 0$ → возрастающая отдача масштаба
 если $u_o = 0$ → постоянная отдача масштаба.

Эта нелинейная формулировка может быть представлена подобно ССR-модели из уравнения (3) с помощью трансформации Чарнс-Купера как проблема линейной оптимизации.

Математически, input-ориентированная ВСС-модель представляется следующим образом:

| Прямая input-ориентированная ВСС-модель (ВСС _P -Input) с переменной резерва | Двойственная input-ориентированная ВСС-модель (ВСС _D -Input) с переменной резерва |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\min \theta_o, \lambda_j - \varepsilon \left(\sum_{j=1}^s s_j^+ + \sum_{i=1}^r s_i^- \right) \quad (10)$ <p>при условиях:</p> $\sum_{m=1}^n y_{jm} \lambda_m - s_j^+ = y_{j0} \text{ для всех фирм } j=1, \dots, s$ $x_{i0} \theta_o - \sum_{m=1}^n x_{im} \lambda_m - s_i^- = 0$ <p>для всех фирм $i=1, \dots, r$</p> $\sum_{m=1}^n \lambda_m = 1$ $\lambda_m, s_j^+, s_i^- \geq 0, m=1, 2, \dots, n$ | $\max \sum_{j=1}^s \mu_j y_{j0} + u_o \quad (11)$ <p>при условиях:</p> $\sum_{i=1}^r t_i x_{i0} = 1$ $\sum_{j=1}^s \mu_j y_{jm} - \sum_{i=1}^r t_i x_{im} + \sum_{m=1}^n u_o \leq 0$ <p>для всех фирм $m=1, \dots, n$</p> $\mu_j, t_i \geq 0$ <p>u_o свободно</p> |

Сравнение двойственного и прямого методов в ВСС-моделе показано в таблице 1.

Таблица 1: Сравнение двойственного и прямого методов в ВСС-моделе

| Форма линейного программирования | | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Охватывающая форма Ограничения | Мультипликативная форма Переменные | Мультипликативная форма Ограничения | Охватывающая форма Переменные |
| $\sum_{m=1}^n y_{jm} \lambda_m - s_j^+ = y_{j0}$ $x_{i0} \theta_0 - \sum_{m=1}^n x_{im} \lambda_m - s_i^- = 0$ $\sum_{m=1}^n \lambda_m = 1$ | $\mu_j, t_i \geq \varepsilon > 0$ u_0 | $\sum_{i=1}^r t_i x_{i0} = 1$ $\sum_{j=1}^s \mu_j y_{jm} - \sum_{i=1}^r t_i x_{jm} + \sum_{m=1}^n u_0 \leq 0$ | θ_0 $\lambda_m, s_j^+, s_i^- \geq 0$ |

Источник: COOPER et al., 1999.

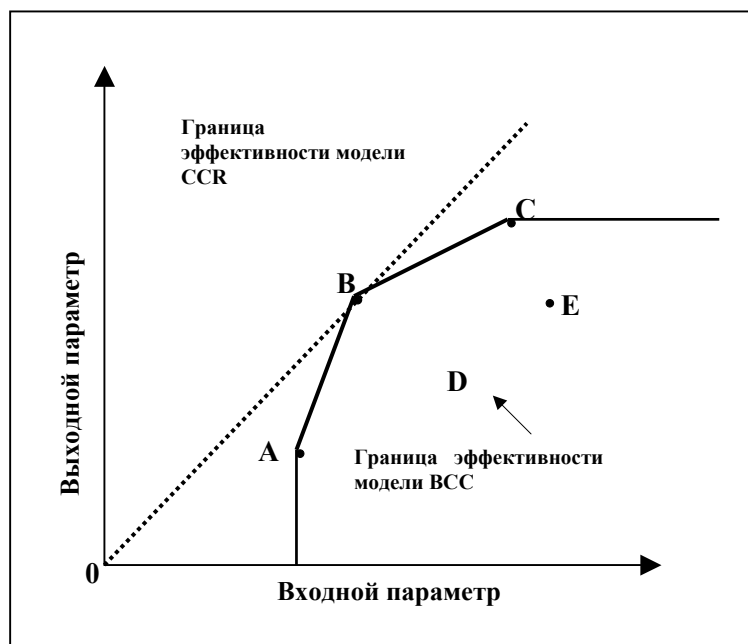
В дополнение к ограничениям формулировки (8), добавляется условие $\sum_{m=1}^n \lambda_m = 1$, благодаря чему достигается выпуклость производственной функции. Отсюда, непосредственно следует, что одному предприятию в модели ВСС не могут противостоять кратные или доли других предприятий, а только взвешенные суммы предприятий, пока сумма оценочных факторов составляет 1 (см. SCHEFCZYK, 1996).

К выше представленной input-ориентированной ВСС-модели можно сформулировать output-ориентированную модель. Прямая output-ориентированная ВСС-модель (ВСС_p-Output) соответствует при этом прямой output-ориентированной ССR-модели (ССR_p-Output), но с учётом переменных резерва (см. формулировка 7) и добавлением ограничения $\sum_{m=1}^n \lambda_m = 1$. Все другие размышления применимы, соответственно, и к этой модели. В двойственной output-ориентированной модели, также как и в модели ВСС_D-Input прибавляется переменная u_0 . В остальном процесс такой же, как и при модели ССR_D-Output.

DEA-модели с постоянным (ССR) и переменным (ВСС) эффектом масштаба могут быть представлены графически на примере производственного соотношения, при котором один входной фактор пропорционален одному выходному параметру.

В этом примере граница эффективности образуется одним предприятием (точка **В**) с постоянным эффектом масштаба и тремя предприятиями (точки **А**, **В**, **С**) с переменным эффектом масштаба. При постоянной отдаче масштаба все предприятия, за исключением предприятия **В**, неэффективны. При переменной отдаче масштаба все предприятия, лежащие на сплошной линии границы эффективности ВСС-модели, могут считаться эффективными.

Иллюстрация 2: Граница эффективности в моделях CCR и ВСС



Источник: Собственное представление на основе COOPER et al., 1999.

Из иллюстрации 2 видно, что соотношение выходного параметра к входному фактору в точке **В** является наиболее благоприятным. Если рассматривать пунктирную линию в качестве границы эффективности при принятии постоянного эффекта масштаба, то нужно исходить из того, что независимо от величины входного параметра соотношение выходного параметра к входному фактору должно достигаться, как в точке **В**. Сплошная линия показывает в свою очередь возрастающий до точки **В**, а затем снижающийся эффект масштаба.

С помощью ВСС-моделей можно не только распознать возрастающий или снижающийся эффект масштаба для отдельных предприятий, но и произвести дифференциацию между технической эффективностью и эффективностью в зависимости от эффекта масштаба.

3.2.2 Эффективность в зависимости от масштаба производства

ФЭРЕ, ГРОССКОПФ и ЛЕВЕЛЛ (см. FÄRE, GROVKOPF и LOVELL, 1994) подразделяют техническую эффективность на два связанных между собой компонента-множителя на основании зависимости эффективности от величины масштаба. Если предположить, что эффективность передовых предприятий не снижается с увеличением количества ресурсов, а пропорционально возрастает, то прямая, на которой должны находиться другие эффективные предприятия, задает для данного набора предприятий границу с постоянной отдачей ресурсов – постоянная отдача масштаба (англ. constant return to scale, CRS). Однако, если предположить, что с ростом количества ресурса его отдача меняется, то в качестве границы производственных возможностей (линии, на которой лежат передовые предприятия) выступает кривая и речь идет о переменной отдаче масштаба (англ. variable return to scale, VRS). Если сельскохозяйственное предприятие находится одновременно на двух линиях, то есть является 100%-эффективным как при постоянной отдаче масштаба, так и при переменной, то данное предприятие действует на максимально возможном уровне продуктивности. Если же предприятие является

100%-эффектив-ным при переменной отдаче масштаба, однако, не достигает полной эффективности при постоянной отдаче масштаба, тогда есть смысл говорить об эффективности в зависимости от величины масштаба (англ. scale efficiency, SE), величине, которая по сути характеризует, в какой мере отличаются друг от друга эффективности при постоянной и переменной отдаче масштаба. Таким образом, используя данную теорию, приходим к равенству: техническая эффективность при постоянной отдаче масштаба (англ. technical efficiency, TE) равняется произведению технической эффективности при переменной отдаче масштаба, или чистой технической эффективности (англ. pure technical efficiency, PTE), и эффективности в зависимости от величины масштаба (SE):

$$TE = SE \times PTE \quad (12)$$

Данное разложение, что является уникальным, изображает источники неэффективности, то есть, были ли они вызваны неэффективной работой предприятия (PTE) либо неблагоприятными условиями (SE), или и тем и другим вместе.

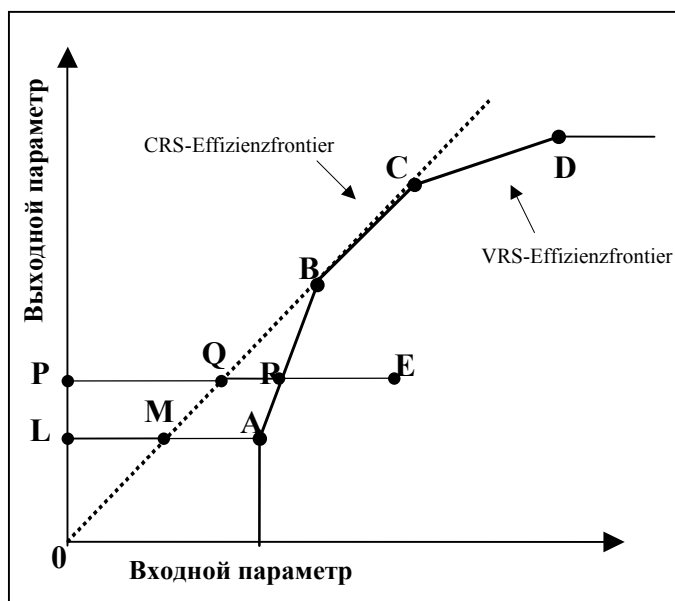
Иллюстрация 3 на примере input-ориентированной модели выявляет различие между данными тремя эффективностями: технической эффективностью при постоянной отдаче масштаба, чистой технической эффективностью и эффективностью в зависимости от величины масштаба. Прямая **ОВ** является линией, на которой должны находиться 100%-эффективные предприятия с постоянной отдачей масштаба. На кривой же **F** находятся 100%-эффективные предприятия с переменной отдачей масштаба. Таким образом, предприятие **A**, лежащее на кривой **F**, является полностью эффективным при переменной отдаче масштаба ($PTE = 1$), но не достаточно эффективным при постоянной отдаче масштаба. Следовательно, эффективность в зависимости от величины масштаба определяется соотношением:

$$SE(A) = \frac{LM}{LA} < 1 \quad (13)$$

Предприятия **B** и **C** являются 100%-эффективными как при постоянной, так и при переменной отдаче масштаба, то есть действуют на максимально возможном уровне продуктивности. Для неэффективного же предприятия **E** эффективность в зависимости от величины масштаба (SE) определяется соотношением:

$$SE(E) = \frac{PQ}{PE} \frac{PE}{PR} = \frac{PQ}{PR} \quad (14)$$

Иллюстрация 3: Эффективность в зависимости от величины масштаба



Источник: COOPER et al., 1999.

Следовательно, общая неэффективность предприятия **E** вызвана как неэффективным производственным процессом, так и неблагоприятными условиями.

Таким образом, мы рассматриваем input-ориентированную эффективность в зависимости от величины масштаба, хотя аналогично можно определить также и output-ориентированную модель.

3.2.3 Суммарные модели

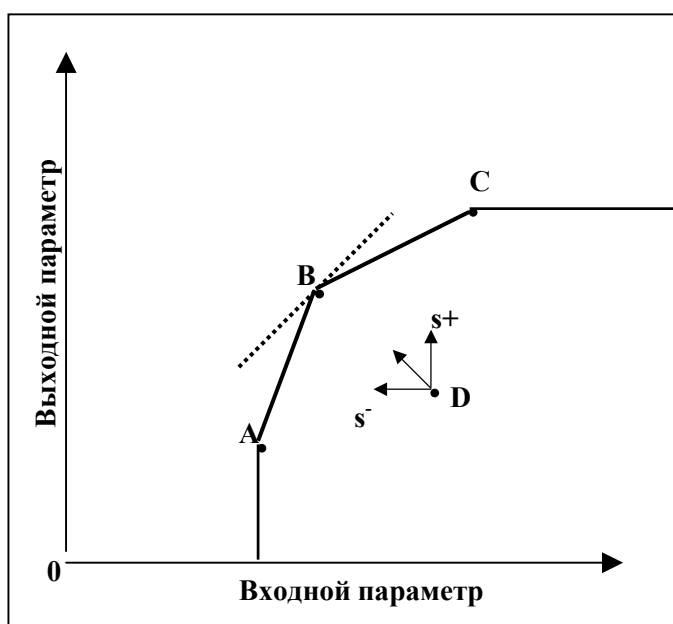
Суммарная модель, разработанная ЧАРНСОМ, КУПЕРОМ, ГОЛАНИ, СЕЙФОРДОМ и СТУРЦЕМ (см. CHARNES, COOPER, GOLANY, SEIFORD и STURZ, 1985) в 1985 году, изначально не преследует цель пропорциональной минимизации входного фактора или, соответственно, максимизации выходного параметра, после которой оцениваются оставшиеся переменные резерва. Вместо этого, целевая функция непосредственно рассматривает эффективность, выявленную из переменных резерва. Суммарная модель, математически, может быть выражена следующим образом:

| Прямая суммарная модель (ADD _P -VRS) | Двойственная вариантная мультипликативная модель (ADD _D -VRS) |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\min - \left(\sum_{j=1}^s s_j^+ + \sum_{i=1}^r s_i^- \right) \quad (15)$ <p>при условиях:</p> $\sum_{m=1}^n y_{jm} \lambda_m - s_j^+ = y_{j0} \text{ для всех фирм } j=1, \dots, s$ $- \sum_{m=1}^n x_{im} \lambda_m - s_i^- = -x_{i0} \text{ для всех фирм } i=1, \dots, r$ $\sum_{m=1}^n \lambda_m = 1$ $\lambda_m, s_j^+, s_i^- \geq 0, m=1, 2, \dots, n$ | $\max \sum_{j=1}^s \mu_j y_{j0} - \sum_{i=1}^r t_i x_{i0} + u_0 \quad (16)$ <p>при условиях:</p> $\sum_{j=1}^s \mu_j y_{jm} - \sum_{i=1}^r t_i x_{im} + \sum_{m=1}^n u_0 \leq 0$ <p>для всех фирм $m=1, \dots, n$</p> $\mu_j, t_i \geq 0$ <p>u_0 СВОБОДНО</p> |

В суммарной модели нет необходимости в неархимедовской величине ε , поскольку отсутствует целевая конкуренция между минимизацией входного фактора или, соответственно, максимизацией выходного параметра и оптимизацией переменной резерва. Эта модель описывает производственную функцию, оптимальную по Парето, что является преимуществом модели. Недостатком суммарной модели является свойство, что для значения эффективности не задана дисперсия масштаба. Это означает, что мера эффективности зависит от единиц измерения количества входа и выхода (см. DУСКНОFF и ALLEN, 1999).

Математическая формулировка может быть разъяснена на примере графического изображения (иллюстрация 4) с четырьмя предприятиями **A**, **B**, **C** и **D** с производственным соотношением 1:1 (один входной фактор к одному выходному). Суммарная модель имеет такой же набор производственных возможностей, и такой же рубеж эффективности из сегментов **AB** и **BC**, как и в моделях **BCC**. Неэффективным в этом изображении считается предприятие **D**, так как оно не лежит на кривой эффективности. Если рассматривать пунктирную линию на иллюстрации 4, то видно, что максимальная величина от s^- и s^+ достигается в точке **B**. Это может быть объяснено тем, что суммарная модель выявляет избыточность входного фактора и недостаточность выходного параметра параллельно к достижению определённой точки на границе эффективности, которая находится на наибольшем удалении от точки **D**. Это наибольшее удаление измеряется с помощью невзвешенной L^1 -метрики (англ. city block metrik) (см. COOPER et al., 1999).

Иллюстрация 4: Графическое представление суммарной модели



Источник: COOPER et al., 1999.

3.2.4 Мультипликативные модели

Главное отличие мультипликативных моделей, начиная с вариантной мультипликативной модели ЧАРНСА, КУПЕРА, СЕЙФОРДА и СТУРЦА (см. CHARNES, COOPER, SEIFORD и STURZ, 1982) от линейных моделей CCR, BCC или ADD состоит в образовании производственных функций Кобба-Дугласа или функций, которые являются частично линейно-логарифмическими. Эта модель может быть сформулирована в качестве суммарной модели с помощью логарифмов входных и выходных величин, $\log(y_{jm})$ и $\log(x_{im})$. Математически, формулировка вариантной мультипликативной модели выглядит следующим образом:

| Прямая вариантная мультипликативная модель (VarMult _p) | Двойственная суммарная модель (VarMult _D) |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\min - \left(\sum_{j=1}^s s_j^+ + \sum_{i=1}^r s_i^- \right) \quad (17)$ <p>при условиях:</p> $\sum_{m=1}^n \log(y_{jm}) \lambda_m - s_j^+ = \log y_{j0}$ <p>для всех фирм $j=1, \dots, s$</p> $\sum_{m=1}^n \log(x_{im}) \lambda_m + s_i^- = \log(x_{i0})$ <p>для всех фирм $i=1, \dots, r$</p> $\lambda_m, s_j^+, s_i^- \geq 0, \quad m=1, 2, \dots, n$ | $\max \sum_{j=1}^s \mu_j \log(y_{j0}) - \sum_{i=1}^r t_i \log(x_{i0}) \quad (18)$ <p>при условиях:</p> $\sum_{j=1}^s \mu_j \log(y_{jm}) - \sum_{i=1}^r t_i \log(x_{jm}) \leq 0$ <p>для всех фирм $m=1, \dots, n$</p> $\mu_j, t_i \geq 0$ |

Из формулировки становится ясно, что речь идёт о модели с постоянным эффектом масштаба (в смысле логарифмической функции производства). Посредством применения производственной функции, частично логарифмической, достигается как и в суммарной модели то, что предприятия измеряются без заданных предпочтений для минимизации входа или максимизации выхода.

Дальнейшим развитием вариантной мультипликативной модели является невариантная мультипликативная модель (InvMult) ЧАРНСА, КУПЕРА, СЕЙФОРДА и СТУРЦА (см. CHARNES, COOPER, SEIFORD и STURZ, 1982) с переменным эффектом масштаба. Прямая невариантная мультипликативная модель может быть сформулирована с помощью

добавления ограничения $\sum_{m=1}^n \lambda_m = 1$ в формулу (17). Для формулировки двойственной

невариантной мультипликативной задачи добавляется новая переменная u_0 . Производственная функция в невариантных мультипликативных моделях является, соответственно, частичной функцией Кобба-Дугласа.

3.3 Сравнение характеристик и критериев для выбора моделей DEA

Для оценки производственных функций с помощью DEA особенно важно для каждого конкретного случая выбрать подходящую DEA-модель. В таблице 2 представлен обзор некоторых важных тематических областей и различия между важнейшими моделями DEA.

Таблица 2: Сравнение характеристик описанных моделей DEA

| Модель | Эффект масштаба | Охват | Эффективность θ | TE или Mix | данные | |
|------------|----------------------------|----------------------------|------------------------|------------|----------|----------|
| | | | | | x | y |
| CCR-Output | CRS | Частично линейная | [0,1] | TE | Semi-p | Свободно |
| CCR-Input | CRS | Частично линейная | [0,1] | TE | Semi-p | Свободно |
| BCC-Output | VRS | Частично линейная | (0,1] | TE | Свободно | Semi-p |
| BCC-Input | VRS | Частично линейная | (0,1] | TE | Semi-p | Свободно |
| ADD | CRS, VRS | Частично линейная | L^1 | Mix | Свободно | Свободно |
| VarMult | CRS (линейно-логарифм.) | Частично линейно-логарифм. | [0,1] | TE | Свободно | Свободно |
| InvMult | VRS (линейно-логарифм.) | Частично Кобб-Дуглас | [0,1] | TE | Свободно | Свободно |
| SBM | CRS, VRS | Частично линейная | [0,1] | Mix | Semi-p | Свободно |

При этом:

| | |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------|
| CRS | – постоянный эффект масштаба (англ. Constant Return to Scale) |
| VRS | – переменный эффект масштаба (англ. Variable Return to Scale) |
| L ¹ | – англ. city block metrik |
| TE | – техническая эффективность |
| Mix | – техническая и аллокативная эффективности |
| Свободно | – разрешены положительные, отрицательные значения или ноль |
| Semi-p (= semi-positive) | – разрешены только положительные значения |

Постоянный эффект масштаба в сравнении с переменным

При выборе модели DEA предстоит сначала определиться насчёт выбора постоянного или переменного эффекта масштаба. В случае постоянной отдачи масштаба выходной параметр изменяется пропорционально к входному фактору. При переменной отдаче масштаба изменение входного фактора может привести к непропорциональному изменению выходного параметра. Установление формы, которая лучше описывает реальность, безусловно, имеет влияние на величину эффективности. Принятие переменного эффекта масштаба предоставляет пользователю DEA возможность решения вопроса об оптимальной величине сельскохозяйственного предприятия эмпирическим методом.

В отличие от моделей с постоянным эффектом масштаба, при принятии переменного масштаба "нейтрализуются" различия в производительности, что означает неиспользование при оценке эффективности. При определении эффективности предприятия смысл принятия того или иного эффекта масштаба зависит в большей мере от того, насколько ответственные за образованную величину эффективности носители решений в состоянии продолжительно влиять на величину предприятия и нести за неё ответственность (см. SCHEFCZYK, 1996).

Принятие переменного эффекта масштаба включает в себе то, что продуктивность вначале непрерывно растёт вдоль границы производства, а затем постоянно убывает. Это гибкое соображение в отличие от моделей ССР, которые исключают эффекты масштаба, является ограничительным и поэтому критикуется (см. SHELDON, 1995). Практики критикуют также в моделях ВСС изображение фиктивных предприятий на границе производства, комбинации input-output, которых в действительности никогда не были реализованы и вряд ли поддаются реализации (см. SHELDON, 1995).

Input-ориентированная модель в сравнении с output-ориентированной или моделью без ориентации

Помимо выбора эффекта масштаба, необходимо также определиться в выборе ориентации модели. DEA-анализ предлагает возможность выбора между input- или output-ориентированными моделями, либо моделями без ориентации. В неориентированных мультипликативных моделях возможен также выбор нелинейной производственной функции (как, например, функция Кобба-Дугласа). Ориентация на входной фактор ставит вопрос о возможной экономии используемых ресурсов, который возникает в связи с поставленной целью минимизации затрат без уменьшения выхода продукции. Ориентация на выходной параметр, в свою очередь, ставит вопрос о возможном росте объёмов производства исследуемых предприятий без увеличения объёма затраченных ресурсов. Обобщённо можно сказать, что модели с ориентацией на входной фактор исходят из заданного объёма производства и прорабатывают

способности к варьированию использования ресурсов. В моделях с ориентацией на выходной параметр используемые средства заданы, и основной задачей является повышение выхода продукции. Если же выбор одного из приведённых выше случаев невозможен, то используют неориентированные модели, в которых и минимизации входа, и максимизации выхода уделяется одинаковое внимание. Однако, неориентированные модели являются более абстрактными и, поэтому, их тяжелее интерпретировать.

Частичная линейность в сравнении с частичной нелинейностью производственной функции

Меньше отправных точек существует при решении в пользу частично линейной или частично линейно-логарифмической и, соответственно, частично нелинейной производственной функции Кобба-Дугласа. Поскольку логарифмическая взаимосвязь между входными и выходными факторами в отдельных случаях может быть не доказана, то частично линейная производственная функция рассматривается при этом как упрощённый нормальный случай (см. SCHEFCZYK, 1996).

4 НОВЕЙШИЕ РАЗРАБОТКИ И НЕЗАВИСИМЫЕ РАСШИРЕНИЯ DEA-МОДЕЛИ

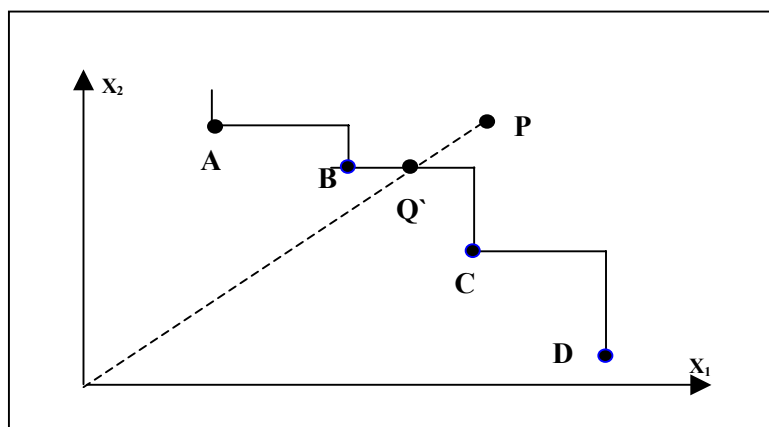
4.1 Оболочка данных со свободным размещением

Расширенной моделью DEA, которой было уделено много исследовательского внимания, является модель оболочки данных со свободным размещением (англ. free disposal hull, FDH)³, впервые сформулированная ДЕПРИНСОМ, СИМАРОМ и ТУЛКЕНСОМ (см. DEPRINS, SIMAR и TULKENS, 1984) и, в дальнейшем, развитая ТУЛКЕНСОМ и его коллегами в Университете Лёйвэн в Бельгии. Основной целью развития данной модели было дать гарантию, что оценки эффективности являются результатом лишь только фактически рассматриваемых параметров, а не гипотетических.

На иллюстрации 5 показано представление FDH-модели для пяти сельскохозяйственных предприятий с использованием двух входных параметров в количествах x_1 и x_2 для производства единого конечного продукта в количестве $y=1$.

³ В дальнейшем мы будем использовать сокращение FDH для упрощения сопоставления с англоязычными источниками.

Иллюстрация 5: Представление FDN-модели



Источник: COOPER et al., 1999.

Граничная линия, соединяющая множество представленных предприятий на рисунке является "оболочку" (англ. "hull"), определяющую минимальный набор, что включает в себя все производственные возможности, которые могут быть получены в результате наблюдений. Формально, это выглядит следующим образом:

$$P_{FDH} = \{(x, y) | x \geq x_j, y \leq y_j, x, y \geq 0, j = 1, \dots, n\}, \quad (19)$$

где $x_j (\geq 0), y_j (\geq 0)$ являются фактически рассматриваемыми параметрами для $j=1, \dots, n$ предприятий. Другими словами, точка на рисунке 5 является членом набора производственных возможностей, если все ее input-координаты по крайней мере также велики, как их корреспонденты на векторе рассматриваемых значений x^j для любого из $j=1, \dots, n$ предприятий и если ее output-координаты не больше, чем их корреспонденты на векторе рассматриваемых значений y^j для того же самого j -предприятия.

Это обуславливает наличие ступенчатой функции, которую мы отобразили сплошной линией на примере с двумя входными факторами и одним конечным продуктом (см. иллюстрацию 5). Ни одна точка, находящаяся ниже этой сплошной линии не отвечает свойствам набора производственных возможностей **PFDM**. Более того, эта граница производит минимальный набор с этими свойствами. Например, соединение точек **D** и **E** в иллюстрации 6, произвело бы границу большего набора производственных возможностей. ТУЛКЕНС и его коллеги (см. DEPRINS, SIMAR и TULKENS, 1984) использовали алгоритм, который устраняет все доминирующие точки как кандидаты для образования FDN – оболочки данных со свободным размещением. Данный алгоритм действует посредством парного сравнения следующим образом: Пусть DMU_k (англ. decision making unit – принимающая решения единица, то есть сельскохозяйственное предприятие в данном случае) с координатами x^k и y^k будет кандидатом. Если для каждого DMU_j мы имеем, что $x_j \leq x_k$ или $y_j \geq y_k$, причем $x_j \neq x_k$ или $y_j \neq y_k$, тогда DMU_k является доминантом и удаляется из кандидатства. Фактически это может быть исполнено более простым способом, используя следующую формулировку смешанного программирования:

$$\min \quad \theta \quad (20)$$

при условиях: $\theta x_o - X\lambda \geq 0$

$$y_o - Y\lambda \leq 0$$

$$e\lambda = 1, \lambda_j \in \{0,1\},$$

где X и Y содержат данные input- и output-матрицы и $\lambda_j \in \{0,1\}$ означает, что компоненты λ ограничены быть двухзначными. То есть, все они должны иметь значение ноль или единица, так что вместе с условием $e\lambda = 1$ может быть выбран лишь только один из рассматриваемых параметров. Данный подход был впервые предложен БОУЛИНОМ (см. BOWLIN et al., 1984), где он объединялся с суммарной моделью с тем, чтобы убедиться, что среди недоминирующих принимающих решения единиц были выбраны "наиболее доминирующие" для осуществления обозначенной оценки эффективности. В случае с примером из иллюстрации 5 выбором скорее всего была бы точка **A**, чем точки **B** и **C** с целью максимизировать сумму параметров резерва s^-1 и s^-2 при оценке набора производственных возможностей. Однако, это является спорным вопросом, поскольку результаты могут зависеть от задействованных единиц измерения. Одним из способов избежать данной трудности, это использовать лучевое измерение, представленное $\min \theta = \theta^*$. Данный метод, избранный ТУЛКЕНСОМ и его коллегами (см. DEPRINS, SIMAR и TULKENS, 1984), определит критическую точку **Q'**, что показано на рисунке 5. Это оставит, однако, неиспользованный резерв на отрезке от **Q'** к **B** без внимания, что дает возможность допущения "свободного размещения" (англ. free disposal), благодаря чему и была названа данная модель. Как уже было ранее обозначено, это означает, что ненулевые резервы игнорируются или, другими словами, слабая эффективность является достаточной, потому что неиспользованные резервы не появляются в задаче – или, то же самое, что они присутствуют в целевой функции вместе с соответствующими нулевыми коэффициентами. Для подробного экономического объяснения сути модели предлагается ознакомиться работой ТРЕЛЛА (см. THRALL, 1999).

4.2 DEA-модель суперэффективности

Значения эффективности большинства моделей DEA лежат в области $[0,1]$. При этом все эффективные предприятия принимают значение в размере единицы. При обширном DEA-анализе это приводит к тому, что относительно большое количество предприятий считаются эффективными, и последующее ранжирование является не возможным. Этот недостаток непараметрического метода измерения становится особенно явным, когда его результаты сопоставляются с результатами параметрического измерения, такого, как, например, стохастический граничный анализ. Поскольку, как правило, при использовании параметрических методов измерения эффективности разные предприятия (DMUs) имеют различные значения эффективности.

АНДЕРСЕН и ПЕТЕРСЕН (см. ANDERSEN и PETERSEN, 1993) развили относительно несложный метод для ранжирования эффективных предприятий, что стал известным как модель суперэффективности. Основопологающей идеей данного подхода является то, что строится новая граница производственных возможностей без input-output-комбинации исследуемых эффективных предприятий, и эффективность данных предприятий измеряется уже, исходя из появившейся граничной функции. Согласно АНДЕРСЕНУ и ПЕТЕРСЕНУ (см. ANDERSEN и PETERSEN, 1993, стр. 1262) вполне возможно, что эффективное предприятие может увеличить свой input-вектор и при этом остаться эффективным. Значение эффективности отображает радиальное расстояние оцениваемого DMU к границе производства, которая определяется без рассматриваемого предприятия. Из этого следует, что предприятия, первоначально

определенные посредством DEA-анализа как эффективные, со значением эффективности 1,0 (100%-эффективные), следуя данному методу будут иметь значение больше, чем 1,0. Что касается неэффективных предприятий, которые находятся вне границы производственных возможностей, то на их значения это не повлияет, то есть они так и останутся меньше единицы.

Математическое представление модели суперэффективности идентично с моделью ВСС (см. ANDERSEN и PETERSEN, 1993, стр. 1262) при учете, что рассматриваемое в данный момент предприятие исключается из набора предприятий:

$$\min \theta_0^{\text{sup}} - \varepsilon \left(\sum_{j=1}^k s_j^+ + \sum_{i=1}^l s_i^- \right) \quad (21)$$

$$\text{при условиях:} \quad \sum_{m=1, m \neq 0}^n y_{jm} \lambda_m - s_j^+ = y_{j0} \quad \text{для всех } j=1, \dots, k$$

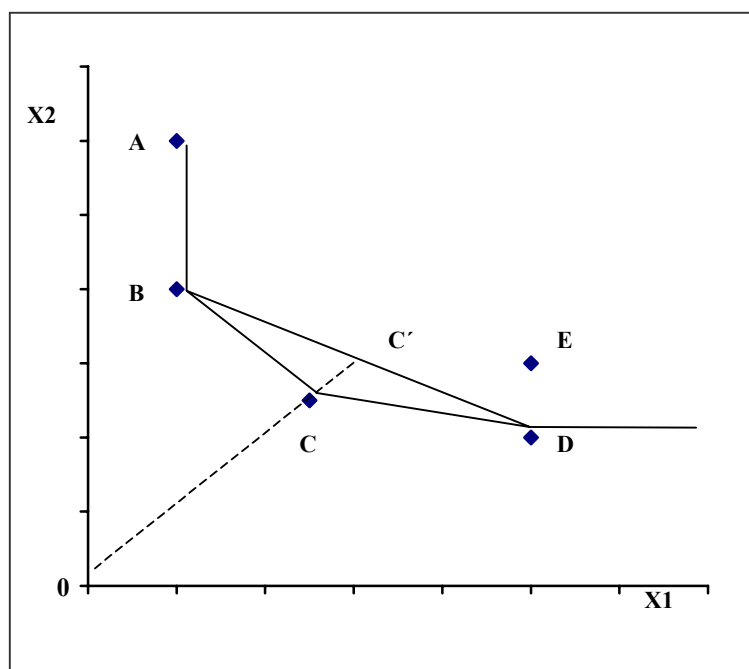
$$x_{i0} \theta_0^{\text{sup}} - \sum_{m=1, m \neq 0}^n x_{im} \lambda_m - s_i^- = 0 \quad \text{для всех } i=1, \dots, l$$

$$\sum_{m=1, m \neq 0}^n \lambda_m = 1$$

$$\lambda_m (m \neq 0), s_j^+, s_i^- \geq 0 \quad m=1, 2, \dots, n$$

Графически, модель суперэффективности представлена на иллюстрации 6. При этом анализируется пять предприятий **A**, **B**, **C**, **D** и **E**. Граница эффективности согласно рисунку построена с помощью предприятий **B**, **C** и **D**. Принимающая решения единица **A** является неэффективной из-за неиспользованного резерва входного фактора X_2 в размере отрезка **AB**.

Иллюстрация 6: DEA-модель суперэффективности



Источник: ANDERSEN и PETERSEN, 1993.

Когда, к примеру, предприятие **C** исключается из рассматриваемого набора, тогда предприятия **A**, **B**, **D** образуют границу производства, а точка **C** сравнивается с неэффективной точкой **C'** (наиболее короткое расстояние к **C**). Тогда, точкой отсчета становится $C' = (6; 6)$, и предприятие **C**, в таком случае, получило бы значение 1,200 (см. таблицу 3). Это означает, что принимающая решение единица **C** может пропорционально увеличить свои входные факторы к фактору 1,200 и остаться при этом эффективной. Для предприятий **B** и **D** таким же образом считаются индексы в размере 1,316 и 1,250, соответственно. На неэффективное предприятие **E** исключение из рассматриваемого набора не окажет никакого воздействия, значение его эффективности в обоих моделях ВСС и суперэффективности останется равным 0,75. Следуя данному методу, остается только ранжировать все предприятия данного примера (A-E) по значениям суперэффективности: $B > D > C > A > E$.

Вместе с ранжированием, метод суперэффективности помогает также часто определять передовые предприятия. Очень высокое значение эффективности может являться тому доказательством и служить предметом к дальнейшим исследованиям "передовиков производства".

Таблица 3: Результаты расчета модели суперэффективности

| Предприятие | Входной фактор, X_1 | Входной фактор, X_2 | Конечный продукт, Y_1 | Эффективность, θ^{BCC} | Эффективность, θ^{SUP} |
|-------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| A | 2 | 12 | 1 | 1,000* | 1,000 |
| B | 2 | 8 | 1 | 1,000 | 1,316 |
| C | 5 | 5 | 1 | 1,000 | 1,200 |
| D | 10 | 4 | 1 | 1,000 | 1,250 |
| E | 10 | 6 | 1 | 0,750 | 0,750 |

Замечание: * Предприятие А является неэффективным из-за неиспользованного резерва входного фактора X_2 в размере отрезка АВ.

Представленная выше модель суперэффективности является input-ориентированной с принятием переменного эффекта масштаба. СЕЙФОРД и ЖУ (см. SEIFORD и ZHU, 1999), а также ЖУ (см. ZHU, 2001) представили список моделей суперэффективности, а также разработали необходимые и достаточные условия для невыполнимости расчета DEA-моделей суперэффективности.

5 РЕЗЮМЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Оценка эффективности лежит в основе управленческой деятельности. Если же речь идет об оценке эффективности деятельности производственных компаний, в данном конкретном случае сельскохозяйственных предприятий, то здесь нужно анализировать много входных факторов таких, как например затраты на производство продукции, сельхозтехнику, используемый капитал, рабочую силу, затраты на аренду земли и т.д.) и много выходных факторов (продукция животноводства, растениеводства, субсидии и т.д.), главное же, нельзя говорить об эффективности деятельности компании без привязки к окружающей ее экономической, юридической и даже политической среде, т.е. среды ее функционирования.

Сложность оценки эффективности деятельности компаний привела к тому, что, несмотря на большую потребность, реальная технология оценки эффективности деятельности компаний появилась лишь недавно, как один из примеров высокоинтеллектуальных технологий конца XX века.

Суть рассматриваемого в данной работе подхода по оценке эффективности предприятий, хорошо известного в англоязычной литературе под названием Data Envelopment Analysis или же в русском как Анализ Оболочки Данных, состоит в том, что исследуется сложный объект со множеством входов (затрат) и выходов (выпуском продукции) и анализируется его деятельность в окружающей среде функционирования то есть сопоставляются с другими похожими компаниями. Основоположниками данного подхода были известные американские специалисты ЧАРНС, КУПЕР и РОДЕС (см. CHARNES, COOPER и RHODES, 1978). В последнее время начался настоящий бум по применению этой технологии для анализа деятельности разного рода компаний в том числе и в сельском хозяйстве. Ведущие мировые научные журналы постоянно печатают статьи то ли по новым разветвлениям в DEA или же по современным применениям в разных отраслях деятельности и различных регионах, а также посвятили данной технологии специальные выпуски.

При реализации данной технологии используются в последнее время в обширном объеме разработанные современные компьютерные программы для решения задач оптимизации большой размерности. Среди них стоит упомянуть лишь некоторые из них, которые особенно пользуются популярностью в академических кругах и можно бесплатно загрузить с интернета это DEAP 2.1⁴ и EMS 1.4⁵.

В русскоязычных научных кругах данный метод не использовался и практически неизвестен. Однако, потенциальная потребность и эффект от его применения могут быть большими.

⁴ <http://www.uq.edu.au/economics/cepa/software.htm>

⁵ <http://www.wiso.uni-dortmund.de/LSFG/OR/scheel/ems/>

Применение DEA техники смогло бы оказать помощь в следующем:

- обеспечивать диагностику функционирования предприятий, давать панорамную картину деятельности фирм в их взаимодействии с похожими им объектами;
- определять и различать эффективно и неэффективно работающие предприятия, находить количественную меру эффективности или же их неэффективности;
- указывать эффективные цели для каждого предприятия, т.е. эталонную группу эффективных предприятий, наиболее близких по своим показателям к исследуемому;
- находить наилучшие пути достижения эффективных целей;
- при дальнейшем анализе результатов эффективности производства предприятий с помощью эконометрических или же статистических методов можно оценивать качество менеджмента, определять наиболее перспективные производственные направления предприятия, наиболее эффективную форму собственности, их оптимальную величину и так далее.

В данной работе представлена подробным образом сама технология ДЕА а также некоторые самые новые разработки и ответвления. Авторы надеются с помощью данной работы поднять интерес в русскоязычной академической и научной среде к использованию данной методики, а также адаптации ее к условиям трансформационного периода.

6 ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ

- ALI, A. I. (1995): Measuring inefficiency in DEA, Presented at: INFORMS International Singapore, Data envelopment analysis 1, 6/25 to 6/28, Singapore.
- ANDERSEN, P., PETERSEN, N. C. (1993): A procedure for ranking efficient units in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 39, pp. 1261-1264.
- BANKER, R. D., CHARNES, A., COOPER, W. W. (1984): Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 30(9), pp. 1078-1092.
- BOWLIN, W. F., BRENNAN, J., CHARNES, A., COOPER, W. W., SUEYOSHI, T. (1984): A model for measuring amounts of efficiency dominance, in: THE UNIVERSITY OF TEXAS AT AUSTIN, GRADUATE SCHOOL OF BUSINESS (eds.): Research report, see also BARDHAN, I., BOWLIN, W. F., COOPER, W. W., SUEYOSHI, T. (1996): Models and measures for efficiency dominance in dea, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 39, pp. 322-332.
- BÜRKLE, B. (1993): Data Envelopment Analysis state-of-the-art und Bedeutung für das Gesundheitswesen, FORSCHERGRUPPE MEDIZINÖKONOMIE AM LEHRSTUHL FÜR BETRIEBSWIRTSCHAFTSLEHRE UND OPERATIONS RESEARCH DER UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG (HRSG.): *Arbeitsbericht Nr. 93-4*.
- CHARNES, A., COOPER, W. W., GOLANY, B., SEIFORD, L. M., STURZ, J. (1985): Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions, *Journal of Econometrics*, 30, pp. 91-107.
- CHARNES, A., COOPER, W., LEWIN, A., SEIFORD, L. (1994): Data Envelopment Analysis. Theory, methodology and applications, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.
- CHARNES, A., COOPER, W. W., RHODES, E. (1978): Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research*, 2, pp. 429-444.
- CHARNES, A., COOPER, W. W., SEIFORD, L. M., STURZ, J. (1982): A multiplicative model for efficiency analysis, *Socio-Economic Planning Sciences*, 16(5), pp. 223-224.

- COELLI, T., RAO, P., BATTESE, G. (1998): An introduction to efficiency and productivity analysis, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.
- COOPER, W. W., SEIFORD, L., TONE, K. (1999): Data Envelopment Analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.
- CZASCH, B. (2000): Organisation und Effizienz landwirtschaftlicher Unternehmen während der Umstrukturierung des Agrarsektors unter besonderer Berücksichtigung des Faktors Arbeit – eine empirische Analyse für Brandenburg, Dissertation, Landwirtschaftlich-Gärtnerische Fakultät, Humboldt-Universität zu Berlin.
- DEPRINS, D., SIMAR, L., TULKENS, H. (1984): Measuring labor efficiency in post offices, in: MARCHAND, M., PESTIEAU, P., TULKENS, H. (eds.): The performance of public enterprises: Concepts and Measurement, Amsterdam, North Holland, pp. 243-267.
- DYCKHOFF, H., ALLEN, K. (1999): Theoretische Begründung einer Effizienzanalyse mittels Data Envelopment Analysis (DEA), *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, H. 5, S. 411-436.
- ELLINGER, T. (1985): Operations research. Eine Einführung, Springer-Verlag.
- FÄRE, R., GROBKOPF, S., LOVELL, C. A. K. (1994): Production frontiers, Cambridge University Press, Cambridge.
- FARRELL, M. J. (1957): The measurement of productive efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 120, pp. 253-281.
- LERMAN, Z., CSAKI, C. (1999): Ukraine: Review of farm restructuring experiences, World Bank, Washington D.C.
- LISSITSA, A. (2002): Der Transformationsprozess in der Landwirtschaft der Ukraine – eine Analyse der Effizienz und Produktivität von Großbetrieben, Aachen.
- LISSITSA, A., BALMANN, A. (2003): Efficiency and productivity of farms in post-unification Germany, in: EFITA 2003 (ed.): Information technology for a better agri-food sector, environment and rural living, Conference proceedings I, Debrecen-Budapest/Hungary, pp. 439-450.
- LISSITSA, A., ODENING, M. (2003): Efficiency and total factor productivity in Ukrainian agriculture in transition, *Agricultural Economics*, (forthcoming).
- MATHIJS, E., VRANKEN, L. (1999): Determinants of technical efficiency in transition agricultural evidence from Bulgaria and Hungary, in: POLICY RESEARCH GROUP OF THE KATHOLIKE UNIVERSITEIT LEUVEN/BELGIUM (ed.): *A Working Paper Series on Micro Economic Analysis of Rural Households and Enterprises in Transition Countries, Working Paper No. 1*.
- SCHEFCZYK, M. (1996): Data Envelopment Analysis. Eine Methode zur Effizienz- und Erfolgsschätzung von Unternehmen und öffentlichen Organisationen, *Die Betriebswirtschaft*, 56, S. 167-183.
- SEIFORD, L. M. (1996): Data Envelopment Analysis: The evolution of the state of the art (1978-1995), *The Journal of Productivity Analysis*, 7, pp. 99-137.
- SEIFORD, L., ZHU, J. (1999): Infeasibility of super-efficiency Data Envelopment Analysis models, *INFOR*, 37, pp. 174-187.
- SHELDON, G. (1995): Zur Messung der Effizienz im Bildungsbereich mit Hilfe der Data Envelopment Analysis, WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLICHES ZENTRUM DER UNIVERSITÄT BASEL (WWZ) (Hrsg.): *Vol. WWZ-Studie, Nr. 47*, Basel.
- THIELE, H., BRODERSEN, C. (1999): Differences in farm efficiency in market and transition economies: Empirical evidence from West and East Germany, *European Review of Agricultural Economics*, 23, pp. 331-347.
- THRALL, R. M. (1999): What is the economic meaning of FDN?, *Journal of Productivity Analysis*, 11, pp. 243-250.

ТИЛЛАК, П., ЕПШТЕЙН, Д. (2003): Техническая эффективность сельскохозяйственных предприятий Ленинградской области. (mimeo).

VARIAN, H. R. (1999): Grundzüge der Mikroökonomik, Oldenbourg Verlag, München, Wien.

ZHU, J. (2001): Super-efficiency and DEA sensitivity analysis, *European Journal of Operational Research*, 129, pp. 443-455.

**DISCUSSION PAPERS
DES INSTITUTS FÜR AGRARENTWICKLUNG
IN MITTEL- UND OSTEUROPA (IAMO)**

**DISCUSSION PAPERS
OF THE INSTITUTE OF AGRICULTURAL DEVELOPMENT
IN CENTRAL AND EASTERN EUROPE (IAMO)**

- No. 1 FROHBERG, K., HARTMANN, M. (1997):
Promoting CEA Agricultural Exports through Association Agreements with the EU
– Why is it not working?
- No. 2 FROHBERG, K., HARTMANN, M. (1997):
Comparing Measures of Competitiveness: Examples for Agriculture in the Central
European Associates
- No. 3 POGANIETZ, W.R., GLAUCH, L. (1997):
Migration durch EU-Integration? Folgen für den ländlichen Raum
- No. 4 WEINGARTEN, P. (1997):
Agri-Environmental Policy in Germany - Soil and Water Conservation -
- No. 5 KOPSIDIS, M. (1997):
Marktintegration und landwirtschaftliche Entwicklung: Lehren aus der Wirtschafts-
geschichte und Entwicklungsökonomie für den russischen Getreidemarkt im Trans-
formationsprozeß
- No. 6 PIENIADZ, A. (1997):
Der Transformationsprozeß in der polnischen Ernährungsindustrie von 1989 bis
1995
- No. 7 POGANIETZ, W.R. (1997):
Vermindern Transferzahlungen den Konflikt zwischen Gewinnern und Verlierern in
einer sich transformierenden Volkswirtschaft?
- No. 8 EPSTEIN, D.B., SIEMER, J. (1998):
Difficulties in the Privatization and Reorganization of the Agricultural Enterprises in
Russia
- No. 9 GIRGZDIENE, V., HARTMANN, M., KUODYS, A., RUDOLPH, D., VAIKUTIS, V.,
WANDEL, J. (1998):
Restructuring the Lithuanian Food Industry: Problems and Perspectives
- No. 10 JASJKO, D., HARTMANN, M., KOPSIDIS, M., MIGLAVS, A., WANDEL, J. (1998):
Restructuring the Latvian Food Industry: Problems and Perspectives

- No. 11 SCHULZE, E., NETZBAND, C. (1998):
Ergebnisse eines Vergleichs von Rechtsformen landwirtschaftlicher Unternehmen in Mittel- und Osteuropa
- No. 12 BERGSCHMIDT, A., HARTMANN, M. (1998):
Agricultural Trade Policies and Trade Relations in Transition Economies
- No. 13 ELSNER, K., HARTMANN, M. (1998):
Convergence of Food Consumption Patterns between Eastern and Western Europe
- No. 14 FOCK, A., VON LEDEBUR, O. (1998):
Struktur und Potentiale des Agraraußenhandels Mittel- und Osteuropas
- No. 15 ADLER, J. (1998):
Analyse der ökonomischen Situation von Milchproduktionsunternehmen im Oblast Burgas, Bulgarien
- No. 16 PIENIADZ, A., RUDOLPH, D.W., WANDEL, J. (1998):
Analyse der Wettbewerbsprozesse in der polnischen Fleischindustrie seit Transformationsbeginn
- No. 17 SHVYTOV, I. (1998):
Agriculturally Induced Environmental Problems in Russia
- No. 18 SCHULZE, E., TILLACK, P., DOLUD, O., BUKIN, S. (1999):
Eigentumsverhältnisse landwirtschaftlicher Betriebe und Unternehmen in Rußland und in der Ukraine - Befragungsergebnisse aus den Regionen Nowosibirsk und Shitomir
- No. 19 PANAYOTOVA, M., ADLER, J. (1999):
Development and Future Perspectives for Bulgarian Raw Milk Production towards EU Quality Standards
- No. 20 WILDERMUTH, A. (1999):
What Kind of Crop Insurance for Russia?
- No. 21 GIRGZDIENE, V., HARTMANN, M., KUODYS, A., VAIKUTIS, V., WANDEL, J. (1999):
Industrial Organisation of the Food Industry in Lithuania: Results of an Expert Survey in the Dairy and Sugar Branch
- No. 22 JASJKO, D., HARTMANN, M., MIGLAVS, A., WANDEL, J. (1999):
Industrial Organisation of the Food Industry in Latvia: Results of an Expert Survey in the Dairy and Milling Branches
- No. 23 ELSNER, K. (1999):
Analysing Russian Food Expenditure Using Micro-Data
- No. 24 PETRICK, M., DITGES, C.M. (2000):
Risk in Agriculture as Impediment to Rural Lending – The Case of North-western Kazakhstan

- No. 25 POGANIETZ, W.R. (2000):
Russian Agri-Food Sector: 16 Months After the Breakdown of the Monetary System
- No. 26 WEBER, G., WAHL, O., MEINLSCHMIDT, E. (2000):
Auswirkungen einer EU-Osterweiterung im Bereich der Agrarpolitik auf den EU-Haushalt
(steht nicht mehr zur Verfügung – aktualisierte Version DP 42)
- No. 27 WAHL, O., WEBER, G., FROHBERG, K. (2000):
Documentation of the Central and Eastern European Countries Agricultural Simulation Model (CEEC-ASIM Version 1.0)
- No. 28 PETRICK, M. (2000):
Land Reform in Moldova: How Viable are Emerging Peasant Farms? An assessment referring to a recent World Bank study
- No. 29 WEINGARTEN, P. (2000):
Buchbesprechung: BECKMANN, V. (2000): Transaktionskosten und institutionelle Wahl in der Landwirtschaft : Zwischen Markt, Hierarchie und Kooperation
- No. 30 BROSIG, S. (2000):
A Model of Household Type Specific Food Demand Behaviour in Hungary
- No. 31 UVAROVSKY, V., VOIGT, P. (2000):
Russia's Agriculture: Eight Years in Transition – Convergence or Divergence of Regional Efficiency
- No. 32 SCHULZE, E., TILLACK, P., GERASIN, S. (2001):
Eigentumsverhältnisse, Rentabilität und Schulden landwirtschaftlicher Großbetriebe im Gebiet Wolgograd
- No. 33 KIELYTE, J. (2001):
Strukturwandel im baltischen Lebensmittelhandel
- No. 34 ШУЛЬЦЕ, Э., ТИЛЛАК, П., ГЕРАСИН, С. (2001):
Отношения собственности, рентабельность и долги крупных сельскохозяйственных предприятий в Волгоградской области
- No. 36 PETRICK, M. (2001):
Documentation of the Poland farm survey 2000
- No. 37 PETRICK, M., SPYCHALSKI, G., ŚWITŁYK, M., TYRAN, E. (2001):
Poland's Agriculture: Serious Competitor or Europe's Poorhouse? Survey results on farm performance in selected Polish voivodships and a comparison with German farms
- No. 38 HOCKMANN, H., KASHTANOVA, E., KOWSCHIK, S. (2002):
Lage und Entwicklungsprobleme der weißrussischen Fleischwirtschaft

- No. 39 SCHULZE, E., TILLACK, P., PATLASSOV, O. (2002):
Einflussfaktoren auf Gewinn und Rentabilität landwirtschaftlicher Großbetriebe im Gebiet Omsk, Russland
- No. 40 ШУЛЬЦЕ, Э., ТИЛЛАК, П., ПАТЛАССОВ, О. (2002):
Факторы, влияющие на прибыль и рентабельность крупных сельскохозяйственных предприятий в Омской области в России
- No. 41 BAVOROVÁ, M. (2002):
Entwicklung des tschechischen Zuckersektors seit 1989
- No. 42 FROHBERG, K., WEBER, G. (2002):
Auswirkungen der EU-Osterweiterung im Agrarbereich
- No. 43 PETRICK, M. (2002):
Farm investment, credit rationing, and public credit policy in Poland – A microeconometric analysis –
- No. 44 KEDAITIENE, A., HOCKMANN, H. (2002):
Milk and milk processing industry in Lithuania: An analysis of horizontal and vertical integration
- No. 45 PETRICK, M. (2003):
Empirical measurement of credit rationing in agriculture: a methodological survey
- No. 46 PETRICK, M., LATRUFFE, L. (2003):
Credit access and borrowing costs in Poland's agricultural credit market: a hedonic pricing approach
- No. 47 PETRICK, M., BALMANN, A., LISSITSA, A. (2003):
Beiträge des Doktorandenworkshops zur Agrarentwicklung in Mittel- und Osteuropa 2003
- No. 48 SCHULZE, E., TILLACK, P., MOSASHWILI, N. (2003):
Zur wirtschaftlichen Situation georgischer Landwirtschaftsbetriebe
- No. 49 ЛИССИТСА, А., БАБИЧЕВА, Т. (2003):
Теоретические основы анализа продуктивности и эффективности сельскохозяйственных предприятий
- No. 50 ЛИССИТСА, А., БАБИЧЕВА, Т. (2003):
Анализ Оболочки Данных (DEA) – современная методика определения эффективности производства

Die Discussion Papers sind erhältlich beim Institut für Agrarentwicklung in Mittel- und Osteuropa (IAMO) oder im Internet unter <http://www.iamo.de>.

The Discussion Papers can be ordered from the Institute of Agricultural Development in Central and Eastern Europe (IAMO). Use our download facility at <http://www.iamo.de>.